

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยเสนอเป็นขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้อง
 - 1.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
 - 1.2 ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์
 - 1.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสเชเบล
 - 1.4 ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์
2. จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
5. หลักการใช้สื่อการเรียนรู้
6. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้อง

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระ ความสามารถและวัยของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริงนั้น ครูผู้สอนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจทฤษฎีและจิตวิทยาการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget, 1960; อ้างถึงในพรณี ช.เจนจิต. 2538: 133) ได้ศึกษากระบวนการคิดทางด้านสติปัญญาของเด็กแรกเกิดจนถึงวัยรุ่น ความคิดของเขามีอิทธิพลต่อจิตวิทยาพัฒนาการอย่างมากโดยกระตุ้นให้คนสนใจกับขั้นตอนของพัฒนาการ โดยเฉพาะในส่วนที่เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจ เพียเจต์มีความเชื่อว่าเป้าหมายของพัฒนาการ คือความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลกับสิ่งที่เป็นนามธรรม ความสามารถที่จะคิดตั้งสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถที่จะคิดตั้งกฎเกณฑ์และการแก้ปัญหา

เพียเจต์ (Piaget; อ้างถึงในสุรางค์ โค้วตระกูล, 2544) ได้เสนอขั้นพัฒนาการทางสติปัญญา (Stage of development) ซึ่งเป็นการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเป็นลำดับขั้นตอนและพัฒนาการในขั้นต้น ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในขั้นที่สูงขึ้น โดยเริ่มตั้งแต่แรกเกิดเรื่อยไปจนสิ้นสุดที่ช่วงอายุประมาณ 16 ปี แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor stage) (เริ่มตั้งแต่แรกเกิดจนถึงอายุประมาณ 2 ปี) เป็นขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญาความคิดก่อนระยะเวลาที่เด็กอ่อนจะพูดและใช้ภาษาได้ สติปัญญาความคิดของเด็กวัยนี้จะแสดงออกโดยการกระทำ (Actions) เด็กสามารถแก้ปัญหาได้แม้ว่าจะไม่สามารถอธิบายได้

2. ขั้นก่อนการปฏิบัติกร (Pre-operational stage) (อายุ 18 เดือน ถึง 7 ปี) เด็กวัยนี้มีโครงสร้างของสติปัญญาที่จะใช้สัญลักษณ์แทนวัตถุสิ่งของที่อยู่รอบๆตัวได้ มีพัฒนาการทางภาษาพูดเป็นประโยชน์และเรียนรู้คำต่างๆ เพิ่มขึ้นเด็กจะรู้จักคิดในใจ ซึ่งความคิดของเด็กวัยนี้ยังขึ้นอยู่กับการรับรู้เป็นส่วนใหญ่ไม่สามารถใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง แต่เป็นขั้นที่เด็กเริ่มใช้ภาษาบอกชื่อสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ยึดตนเองเป็นศูนย์กลางไม่เข้าใจความคิดของผู้อื่น

3. ขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม (Concrete operations stage) (อายุ 7 ปี ถึง 11 ปี) เด็กวัยนี้สามารถสร้างกฎเกณฑ์ในการแบ่งสิ่งแวดล้อมออกเป็นหมวดหมู่ได้ สามารถอ้างอิงด้วยเหตุผลและไม่ขึ้นกับการรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น สามารถแบ่งกลุ่มโดยใช้เกณฑ์หลายๆ อย่างและคิดย้อนกลับ (Reversibility) ได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับกิจกรรมและความสัมพันธ์ของตัวเลขที่เพิ่มขึ้น

4. ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม (Formal operations stage) (อายุ 12 ปี ถึงวัยรุ่นใหญ่) เด็กวัยนี้จะเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ ความคิดแบบเด็กจะสิ้นสุดลงเด็กสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถที่จะคิดอย่างวิทยาศาสตร์ สามารถตั้งสมมติฐานและทฤษฎี และเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงสิ่งทีอาจเป็นไปได้ เพียเจต์สรุปว่า เด็กวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าสิ่งทีอยู่ปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งทีไม่มีตัวตนหรือสิ่งทีเป็นนามธรรม

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้กับนักเรียนต้องคำนึงถึงว่า นักเรียนอยู่ในช่วงอายุเท่าใด และมีพัฒนาการเป็นเช่นไรจะได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้เหมาะสม เพื่อจะได้เกิดประโยชน์สูงสุดกับนักเรียน

ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์

ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์ (Bruner, 1960 ; อ้างถึงในสุรางค์ โค้วตระกูล, 2541: 212-215) บรูเนอร์ เชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสำรวจสิ่งแวดล้อม การรับรู้ของมนุษย์ขึ้นอยู่กับความใส่ใจของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งนั้นๆ การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากการค้นพบ เนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยาก

เห็น ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมสำรวจสภาพสิ่งแวดล้อมและเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ
ขึ้น (Discovery approach) แนวคิดพื้นฐานของการเรียนรู้โดยการค้นพบ คือ

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง การเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลของการปฏิสัมพันธ์นอกจากจะเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนแล้วยังจะเป็นผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงกับสิ่งแวดล้อม

2. ผู้เรียนแต่ละคนมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากการที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับประสบการณ์ และมีความหมายใหม่

3. พัฒนาการทางเขาวงกตปัญหา จะเห็นได้ชัดโดยที่ผู้เรียนจะสามารถรับสิ่งเร้าที่ให้เลือกในหลายๆ อย่างพร้อมกันได้

บรูเนอร์เห็นด้วยกับเพียเจต์ที่ว่า คนเรามีโครงสร้างทางสติปัญญา (Cognitive structure) มาตั้งแต่เกิด ในวัยทารกโครงสร้างทางสติปัญญายังไม่ซับซ้อนเพราะยังไม่พัฒนา ต่อเมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมจะทำให้โครงสร้างสติปัญญามีการขยายและซับซ้อนขึ้น หน้าที่ของโรงเรียนคือ การช่วยเหลือการขยายโครงสร้างทางสติปัญญาของนักเรียน โดยใช้หลักการเกี่ยวกับการสอน ดังนี้

1. กระบวนการความคิดของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ เด็กแต่ละวัยมีลักษณะการคิดแตกต่างกันไปจากผู้ใหญ่ ครูต้องมีความเข้าใจว่าเด็กแต่ละวัยมีการรู้คิดอย่างไรและกระบวนการรู้คิดของเด็กไม่เหมือนกันของผู้ใหญ่

2. เน้นความสำคัญของผู้เรียน ถือว่าผู้เรียนสามารถควบคุมกิจกรรมการเรียนรู้ของตนเองได้ (Self-regulation) และเป็นผู้ที่จะริเริ่มหรือลงมือกระทำ ฉะนั้น ครูมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้และให้โอกาสผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

3. ในการสอนควรเริ่มจากประสบการณ์ที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่ใกล้ตัวไปหาประสบการณ์ที่ไกลตัว เพื่อผู้เรียนจะได้เกิดความเข้าใจ

บรูเนอร์ เชื่อว่า ถ้าครูเข้าใจพัฒนาการทางเขาวงกตปัญหาของเด็กและจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู้ตามขั้นพัฒนาการเขาวงกตปัญหาของตน หรือในการที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมได้เหมาะสมกับวัยเด็กจะสามารถเรียนรู้ได้ ข้อสำคัญคือ ครูจะต้องให้นักเรียนเป็นผู้กระทำหรือเป็นผู้แก้ปัญหาเอง

ทฤษฎีการเรียนรู้อย่างมีความหมายของออสซูเบล

ทฤษฎีการเรียนรู้อย่างมีความหมายของออสซูเบล (Ausubel and David, 1963; อ้างถึงใน สุรางค์ โค้วตระกูล, 2541: 216-219) ออสซูเบล เป็นนักจิตวิทยาแนวปัญญานิยมที่แตกต่างไปจากเพียเจต์ และบรูเนอร์ ทฤษฎีของออสซูเบลเป็นทฤษฎีที่หาหลักการอธิบายการเรียนรู้ที่เรียกว่า Meaningful verbal learning ซึ่งเน้นความสัมพันธ์ของการเรียนรู้อย่างมีความเข้าใจและมีความหมาย การเรียนรู้เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้รวม หรือเชื่อมโยง (Subsumme) สิ่งทีเรียนรู้ใหม่อาจจะเป็นความคิด

รวบยอด (Concept) หรือความรู้ที่ได้รับใหม่ในโครงสร้างทางสติปัญญา กับความรู้เดิมที่อยู่ในสมองของผู้เรียนแล้ว

การเรียนรู้โดยการรับอย่างมีความหมาย (Meaningful reception learning) เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้รับจากการที่ผู้สอนอธิบายสิ่งที่จะต้องเรียนรู้ให้ฟังและผู้เรียนรับฟังด้วยความเข้าใจ โดยผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์กับโครงสร้างพุทธิปัญญาที่ได้เก็บไว้ในความทรงจำ และจะสามารถนำมาใช้ในอนาคต ซึ่งการเรียนรู้อย่างมีความหมายขึ้นอยู่กับตัวแปร 3 อย่าง คือ

1. สิ่ง (Material) ที่จะต้องเรียนรู้จะต้องมีความหมาย จะต้องเป็นสิ่งที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่เคยเรียนรู้และเก็บไว้ในโครงสร้างพุทธิปัญญา

2. ผู้เรียนจะต้องมีประสบการณ์ และมีความคิดที่จะเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ให้มีความสัมพันธ์กับความรู้หรือสิ่งที่เรียนรู้เก่า

3. ความตั้งใจของผู้เรียนและการที่ผู้เรียนมีความรู้ ความคิดที่จะเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ให้มีความสัมพันธ์กับโครงสร้างพุทธิปัญญาที่อยู่ในความทรงจำแล้ว

ทฤษฎีการเรียนรู้ของออสซูเบล เป็นทฤษฎีที่เน้นความสำคัญของครูว่า ครูมีหน้าที่ที่จะจัดเรียงความรู้ของมิระบบและสอนความคิดรวบยอดใหม่ที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้

ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

เป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์บรรลุเป้าหมาย ซึ่งครูผู้สอนต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งกรมวิชาการ (2538: 17-18) ได้เสนอทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ไว้ 3 ทฤษฎีใหญ่ๆ คือ

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill theory) เน้นในการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมากๆ จนกว่านักเรียนจะเคยชินกับวิธีการนั้นๆ การสอนจึงเริ่มโดยครูเป็นผู้ให้ตัวอย่างหรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ให้นักเรียนฝึกฝน ทำแบบฝึกหัดมากๆ จนกระทั่งนักเรียนชำนาญ แต่อย่างไรก็ตามทฤษฎียังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการคือ

1.1 เป็นทฤษฎีที่นักเรียนต้องท่องจำ กฎเกณฑ์ สูตร ซึ่งเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียน

1.2 นักเรียนไม่อาจจำข้อเท็จจริงต่างๆ ที่เรียนมาแล้วได้ทั้งหมด

1.3 นักเรียนขาดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบากสับสนในการคิดคำนวณแก้ปัญหาและสับสนในสิ่งที่เรียนได้ง่าย

2. ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการบังเอิญ (Incidental learning theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่า นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อมีความต้องการหรืออยากรู้อะไรเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วเหตุการณ์จะเกิดขึ้นไม่บ่อยนัก ดังนั้นทฤษฎีนี้จึงใช้ได้เป็นครั้งคราวเมื่อมีเหตุการณ์ที่เหมาะสมและเป็นที่น่าสนใจของนักเรียนเท่านั้น

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่า การคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคมของนักเรียนเป็นหัวใจสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และนักเรียนจะเรียนรู้และเข้าใจสิ่งที่เรียน ได้ดีเมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อตนเองและเป็นเรื่องที่ได้พบเห็นในชีวิตประจำวัน จากการศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า ทฤษฎีแห่งความหมายนี้ บรูคเนอร์ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาได้เสนอแนะไว้ดังนี้

1. การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควรใช้ของจริงประกอบการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นชั้นต่างๆ อย่างแจ่มแจ้ง
2. ให้ออกาสนักเรียนได้แสดงถึงวิธีการคิดคำนวณของนักเรียนเอง และควรให้นักเรียนได้เห็นถึงความขาดคลาดจนข้อแตกต่างระหว่างเรื่องที่เรียนใหม่กับเรื่องที่เรียนมาแล้ว
3. ให้นักเรียนได้ใช้ความพยายามของตนในการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการคิด
4. ควรใช้สื่อทัศนูปกรณ์ในการช่วยสอนในชั้นต่างๆ ให้มาก
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนใหม่ พร้อมทั้งอธิบายถึงวิธีการคิด คำนวณที่นักเรียนทำด้วยทั้งนี้อาจจะให้ออกไปแสดงวิธีทำบนกระดานให้เพื่อนร่วมชั้นดูก็ได้ นอกจากนี้ควรให้แสดงถึงวิธีตรวจสอบคำตอบด้วย
6. การฝึกฝนให้เกิดทักษะนั้นเป็นสิ่งที่ต้องทำ แต่ควรฝึกหลังจากนักเรียนเข้าใจถึงวิธีการนั้นๆ เป็นอย่างดีแล้ว
7. ควรสอนซ้ำในเรื่องที่นักเรียนยังไม่เข้าใจจนกว่านักเรียนจะเข้าใจและทำได้ถูกต้อง
8. ควรให้นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้จริงในชีวิตประจำวัน
9. ให้แบบฝึกหัดนักเรียนทำอยู่สม่ำเสมอ เพื่อเป็นการฝึกทักษะในเรื่องที่เรียนมาแล้ว

จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์

จิตวิทยามีความจำเป็นและสำคัญอย่างยิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการสอน ดังนั้นครูผู้สอนต้องพยายามหาวิธีต่างๆ ที่จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ แต่ในปัจจุบันนี้พบว่านักเรียนจำนวนมากไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งสาเหตุหนึ่งอาจเนื่องมาจากครูไม่มีความรู้ความเข้าใจและไม่นำหลักจิตวิทยามาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งสุรชัย ขวัญเมือง (2522: 32-33) ได้กล่าวถึงการนำหลักจิตวิทยามาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน ครูควรสังเกต ซักถามหรือทดสอบเพื่อสำรวจ
ดูว่านักเรียนมีความพร้อมที่จะเรียนหรือยัง ซึ่งความพร้อมในที่นี้หมายถึง วัย ความสามารถและ
ประสบการณ์เดิมของนักเรียน
2. สอนจากสิ่งที่เด็กมีประสบการณ์หรือได้พบเห็นอยู่เสมอ การที่ให้นักเรียนได้เรียนจาก
สิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้คิด ได้ใช้ ได้ทำด้วยตนเอง ทำให้เด็กเข้าใจและเรียนได้รวดเร็วขึ้น
3. สอนให้เด็กเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนย่อย และ
ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนใหญ่
4. สอนจากง่ายไปหายาก วิธีนี้ควรใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของเด็ก
5. ให้นักเรียนได้เข้าใจในหลักการและรู้วิธีที่จะใช้หลักการ การให้เด็กได้เผชิญกับปัญหา
ที่เร้าให้เด็กสนใจอยากคิดอยากทำและอยากแก้ปัญหาอยู่เสมอเด็กก็จะเข้าใจ ได้ชัดเจนและมองเห็น
ว่าจะนำไปใช้ได้อย่างไร
6. ให้เด็กได้ฝึกหัดทำซ้ำๆ การเรียนคณิตศาสตร์ต้องใช้การฝึกฝนมากๆ จนกว่าจะคล่อง
เพื่อให้เข้าใจวิธีการต่างๆ และมีการทบทวนอยู่เสมอ
7. ต้องให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม
8. ควรให้กำลังใจแก่เด็กเพื่อให้เกิดความพยายามอันเป็นพื้นฐานของความสำเร็จ
9. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 15 ประการ จากความคิดของนักคณิตศาสตร์หลาย
ท่าน ดังนี้ (อ้างอิงจาก สมศักดิ์ โสภณพินิจ. 2543: 5-7)

1. มองภาพรวมๆ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวมๆ
เป็นการทบทวนเรื่องราวทั้งหมด ทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจจะทำโดยการอ่านหลายๆ
รอบ เพื่อจะได้ไม่หลงทาง มองภาพในมุมกว้าง จนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่เกิดไม่ออก
อาจจะเปลี่ยนมุมมองเสียใหม่ ทั้งนี้จำเป็นจะต้องใคร่ครวญเสียก่อนที่จะกระโจนเข้าไปดู
ที่ว่า “คนเดินป่าจะต้องมองภูมิทัศน์ของป่าให้ชัดเจนเสียก่อนที่จะหลงเข้าไปอยู่ในแมกไม้”
2. กำหนดทางเลือกหลายๆ ทาง เพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่า ทางเลือกใดที่ดีและ
เป็นไปได้มากที่สุด การกำหนดทางเลือก ความแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เช่น PERTH, CPM
เป็นวิธีการหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ได้ แต่การพิจารณาเพื่อตัดสินใจเลือกนั้นต้องกระทำอย่าง
รอบคอบ
3. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไป เหลือไว้แต่ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้
ปัญหานั้นๆ โดยเฉพาะขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่พิจารณาทางเลือก

ที่เป็นไปได้ โดยตัดหนทางเลือกที่เป็นไปไม่ได้ หรือประเด็นที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไปเสียก่อน โดยใช้หลักตรรกศาสตร์ แล้วจึงค่อยพิจารณาตัดสินใจจากข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบกัน

4. เลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะสม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กติกาที่สมควรนำมาใช้คือวิธีใด จึงจะได้ผล และควรใช้การคำนวณ นวก ลบ คูณ หาร หาค่าราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างใดมาช่วยในการคำนวณ

5. ใช้การเดาแล้วทดสอบ โดยใช้เหตุผลในการพิจารณาว่าคำตอบควรจะเป็นเช่นใด การเดาจะต้องเดาอย่างมีหลักเกณฑ์สมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้อง ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อมมาประกอบการพิจารณา

6. สร้างรูปแบบที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลายมิติ รูปแบบที่สร้างขึ้น จำลองขึ้น อาจจะเป็นคน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้าง เครื่องช่วย เพื่อให้เกิดต้นแบบ และสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้

7. หาแผนแบบที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหา เรื่องราวบางเรื่อง อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลข เป็นรูปทรงทางเรขาคณิต เป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่ลำดับ หรือเป็นฤดูกาล เป็นต้น การหาแผนแบบได้จะทำให้สามารถแก้ไขปัญหาได้

8. จัดระบบข้อมูลใหม่ เป็นการจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ให้มีรูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นรายการ ตาราง ข้อสังเกต รวมข้อมูลเรื่องราวเดียวกันไว้ด้วยกัน ตัดข้อมูลที่ฟุ้งเฟ้อออกไป รวมทั้งให้บันทึกข้อมูลที่สูญหายไป ซึ่งอาจเป็นแนวทางให้แก้ปัญหได้ง่ายขึ้น

9. สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจน จากข้อมูลที่มีอยู่ ที่มีลักษณะเป็นการบรรยาย เป็นตารางตัวเลข สามารถจะทำให้ชัดเจนขึ้นได้ โดยการร่างภาพประกอบ โดยการเขียนกราฟประกอบคำบรรยาย เขียนรูปทางเรขาคณิต สเกตซ์ภาพลายเส้น เขียนเป็นไดอะแกรม จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10. แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อยๆ ในลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิม แต่อยู่ในลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหที่ง่ายกว่า มีตัวเลขยุ่งยากซับซ้อนน้อยกว่า แต่เป็นโจทย์ปัญหาที่ลักษณะเดียวกัน เมื่อสามารถแก้ปัญหที่เล็กกว่าได้ จะมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหที่ยุ่งยากซับซ้อนมากขึ้นได้ ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เราใช้ Mathematical reduction อ้างอิงจากเรื่องอื่นๆ นำสรุปเรื่องที่ใหญ่มากกว่าได้

11. ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญห เป็นการแก้ปัญหโดยใช้สามัญสำนึก ใช้หลักเหตุผลและล บ่อยครั้งที่พบว่า การแก้ปัญหในบางครั้ง ผู้ที่พยายามแก้ปัญห อาจจะมีองสัยซึ่งงมกันไป และ

สัมพันธ์ถึงความจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึก ทำให้หาหนทางแก้ไขที่เหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้ว จะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยงจากเหตุไปสู่ผล การใช้วิธีอนุมานและอุปมาน เป็นอีกวิธีหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12. กิดย้อนหลัง การแก้ปัญหโดยเริ่มพิจารณาเหตุ ในบางครั้งไม่สามารถกระทำได้ง่ายนัก การสืบสาวจากผลย้อนหลังไปหาสาเหตุในบางครั้งสามารถแก้ไขปัญหาคิดได้ว่า ตัวอย่างการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ตรีโกณมิติ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่างๆ การแก้ปัญหาค่อยกลเป็นขั้น บางครั้งจะพบว่าสามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์ (ปลายทาง) เพื่อนำไปสู่เหตุ (ต้นทาง) ได้ง่ายและรวดเร็วมากกว่า

13. ใช้สูตร ปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้ บางสูตรสามารถใช้ได้กับหลายปัญหา ในการแก้ปัญหจะต้องพิจารณาก่อนว่า สูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้องและสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ ให้วิเคราะห์ปัญหาแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้น จำเป็นจะต้องตรวจสอบทั้งความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้ ได้อย่างถูกต้องกับเรื่องราวนั้นๆ

14. ตั้งคำถาม คำถามที่ตั้งโดยตนเองหรือโดยคนอื่น สามารถให้แง่คิดที่นำไปสู่การแก้ปัญหาคิด คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไม เป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะช่วยให้เกิดความกระฉ่างในปัญหายิ่งขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาคิด การตั้งคำถามและหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาคิด

15. คุย อภิปราย หรือระดมความคิด เป็นยุทธวิธีอันหนึ่งที่จะทำให้ได้ความคิด หรือเห็นแนวทางแก้ปัญห เนื่องจาก การคุยหรือการอภิปราย ทำให้เกิดการมองปัญหาจากหลายมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาคิดจากหลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองจากบางมุมไม่เห็น นอกจากนั้นยังจะพบว่า คำพูดบางคำทำให้สะกิดใจ หรือเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาคิด

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาของคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการฝึกที่มุ่งหาวิธีการแก้ปัญหามากกว่าจะสอนให้รู้คำตอบของปัญหา ดังนั้น ครูผู้สอนจึงควรพยายามส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบรูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาคิดด้วยตนเอง มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอแนะขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ต่างๆ ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 16-17) ได้เสนอลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ โจทย์ (Understanding the problem) ในขั้นนี้ผู้เรียนต้องมีทักษะการจับใจความ การตีความ และการแปลความ การจัดการเรียนการสอนควรฝึกให้นักเรียน อ่าน โจทย์ปัญหาให้ถูกต้องตามวรรคตอนของโจทย์ และบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีอะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ขั้นตอนนี้ครูควรนำโจทย์ปัญหา ลักษณะต่างๆ ให้นักเรียนฝึกการเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย เพื่อจะได้เป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหานั้นๆ

ขั้นที่ 3 การปฏิบัติตามแผน (Carry out the plan) เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจ โจทย์และวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว ต่อไปก็ลงมือปฏิบัติตามแผน โดยการคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบคำตอบ (Looking back) ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ครูผู้สอนส่วนใหญ่ มักจะมองข้ามความสำคัญ เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ในปัจจุบันมักจะเห็นความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าจะคำนึงถึงกระบวนการคิดในการหาวิธีทำที่ถูกต้อง จึงมีแนวโน้มว่าครูจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อได้ผลลัพธ์แล้ว ครูไม่ควรปล่อยให้สภาพการเรียนการสอนมีลักษณะดังกล่าวนี้ แต่ควรจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวน และทดสอบขั้นต่างๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

น้อมศรี เทท (2537: 19) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจสภาพ และลักษณะของปัญหา
2. ศึกษาว่ามีความแตกต่างหรือคล้ายกับปัญหา ที่เคยพามาแล้วอย่างไร
3. เลือกกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา
4. แสดงวิธีทำ
5. พิจารณาและตรวจคำตอบ ที่ได้จากการคำนวณ

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเหมาะสมกับผู้เรียน การเรียนรู้เนื้อหาหนึ่งๆ อาจใช้รูปแบบของการเรียนรู้หลายรูปแบบผสมผสานกัน โดยคำนึงถึงการบูรณาการ รูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ ดังนี้

1. การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือทำงานนั้นจริงๆ ได้รับความรู้โดยตรงจากการปฏิบัติจริง โดยใช้สื่อสิ่งพิมพ์ หรือสื่อรูปธรรมที่สามารถนำผู้เรียนไปสู่การค้นพบหรือได้ข้อสรุป อาจใช้การสาธิตประกอบคำถาม หรือให้ผู้เรียนทดลองปฏิบัติเพื่อจะได้ฝึกทักษะกระบวนการต่างๆ ด้วย เช่น การสังเกต การคาดคะเน การประมาณค่า การใช้เครื่องมือ การบันทึกข้อมูล การอภิปราย การตั้งข้อความคาดการณ์หรือข้อสมมติฐาน การสรุป

2. การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล การใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลมีความจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยคำนิยาม บทนิยาม สังพจน์ ทฤษฎีบทต่างๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ บางเนื้อหาต้องสร้างพื้นฐานในเนื้อหานั้นก่อนการอธิบายและแสดงเหตุผลให้ข้อตกลงในรูปของบท

นิยาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้น แต่ในบางเนื้อหาอาจใช้คำถามก่อนถ้านักเรียนไม่เข้าใจอาจอธิบายและแสดงเหตุผลเพิ่มเติม

3. การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า เป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่สนใจจากแหล่งความรู้ต่างๆ โดยอิสระ สามารถศึกษาได้จากสื่อสิ่งพิมพ์ สื่อเทคโนโลยีหรือจากการทำโครงการคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนมีส่วนช่วยเหลือให้คำปรึกษา แนะนำ ให้ความสนใจงานที่ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า ให้โอกาสผู้เรียนเสนองานต่อครูผู้สอน ผู้เรียน ตลอดจนบุคคลทั่วไป

4. การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ การจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย แล้วพยายามที่จะค้นหาสาเหตุด้วยการตั้งคำถามต่อเนื่อง และรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย เป็นการวิเคราะห์จากปัญหามาหาสาเหตุ ใช้คำถามสืบเสาะจนกระทั่งแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปได้ กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ประกอบด้วย ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นคาดการณ์ ขั้นทดลอง และนำไปใช้ ขั้นตอนเหล่านี้จะช่วยฝึกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักอภิปรายและทำงานร่วมกันอย่างมีเหตุผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักสังเกตและวิเคราะห์ปัญหาโดยละเอียด

แนวการพัฒนาทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไว้ 5 มาตรฐาน ดังนี้

การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหา การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหานั้น ต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์ปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ท้าทายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับผู้เรียนในแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่ม อาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อนต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย

ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหานั้นครูผู้สอนต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในเรื่องต่างๆ ดังนี้

1. ภาษา ได้แก่ ทักษะการอ่าน ทักษะในการเก็บใจความ และการรู้จักเลือกใช้ความหมายของคำให้ถูกต้องตามเจตนาของโจทย์
2. ความเข้าใจ ได้แก่ ทักษะจับใจความ ทักษะตีความ และทักษะแปลความ
3. การคิดคำนวณ ได้แก่ ทักษะการบวกจำนวน ทักษะการลบจำนวน ทักษะการคูณจำนวน ทักษะการหารจำนวน ทักษะการยกกำลัง และทักษะการแก้สมการ
4. การย่อความและสรุปความ ได้ครบถ้วนชัดเจน คือในชั้นแสดงวิธีทำนักเรียนต้องฝึกทักษะในการย่อความเพื่อเขียนข้อความจาก โจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความได้รัดกุม ชัดเจน

ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ และทักษะในการสรุปความ เพื่อสามารถสรุปความจากสิ่งกำหนดให้ มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง

5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ฝึกทักษะตามตัวอย่าง ฝึกทักษะจากการแปลความ และฝึกทักษะจากหนังสือเรียน (สุวร กาญจนมยุร, 2533: 3-4)

ซึ่งการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหานั้นต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิด ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาก่อนแล้วจึงฝึกในการแก้ปัญห าระบวนการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ

การพัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผล การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดให้เหตุผลเป็น สิ่งสำคัญ ควรสอดแทรกในการจัดการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์เพื่อฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิด และให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลโดยมีองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมี เหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับ โจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความ สามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผล ของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์ หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การพัฒนาทักษะกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการ นำเสนอสามารถทำได้ทุกเนื้อหาวิชาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ต้องทำอย่างต่อเนื่องและสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ มีแนวทางดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน

2. ให้ผู้เรียน ได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนว ทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การพัฒนาทักษะกระบวนการเชื่อมโยง ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้ เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อดังนั้นจึงจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ใน วิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน แล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้

และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะในการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต โดยมีองค์ประกอบหลักดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเรื่องที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/ กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความคิดสร้างสรรค์ คือ กระบวนการทางปัญญาระดับสูงที่ใช้กระบวนการทางความคิดหลายๆ มารวมกัน เพื่อสร้างสรรค์สิ่งใหม่หรือแก้ปัญหาที่มีอยู่ให้ดีขึ้น ความคิดสร้างสรรค์จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้สร้างสรรค์มีอิสรภาพทางความคิด (อุณฉิย์ โปธิสุข. 2537:86) และองค์ประกอบที่สำคัญของความคิดสร้างสรรค์ตามแนวคิดของ กิลฟอร์ด แบ่งเป็น 4 อย่าง คือ

1. ความคิดคล่องแคล่ว (Fluency) เป็นความสามารถในการตอบสนองต่อสิ่งเร้าให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ ความสามารถในการคิดหาคำตอบที่เด่นชัดตรงประเด็นมากที่สุด ซึ่งจะนับปริมาณความคิดที่ไม่ซ้ำกันในเรื่องเดียวกัน
2. ความคิดยืดหยุ่น (Flexibility) เป็นความสามารถในการปรับสภาพของความคิดในสถานการณ์ต่างๆ เน้นเรื่ององปริมาณที่เป็นประเภทใหญ่ๆ ของความคิดแบบคล่องแคล่วนั่นเอง
3. ความคิดริเริ่ม (Originality) เป็นความสามารถคิดแปลกใหม่ แตกต่างจากความคิดธรรมดาหรือความคิดง่าย ๆ อาจเกิดจากการนำเอาความรู้เดิมมาคิดแปลงและประยุกต์ให้เกิดเป็นสิ่งใหม่ขึ้น
4. ความคิดละเอียดละออ (Elaboration) เป็นความสามารถในการมองเห็นรายละเอียดในสิ่งที่คนอื่นมองไม่เห็น รวมถึงการเชื่อมโยงสัมพันธ์สิ่งต่างๆ อย่างมีความหมาย การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน ควรเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ง่าย น่าสนใจ เหมาะกับวัยผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย ปัญหาที่ใช้ควรมีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ มีแนวคิดหรือมีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เมื่อผู้เรียนคน

หนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้วก็ยังมีสิ่งท้าทายให้คนอื่น คิดหาคำตอบอื่นๆ ที่มีโอกาสสร้างปัญหาขึ้นเองโดยให้มีโครงสร้างของปัญหาคล้ายปัญหา. ในการแก้มาแล้ว จะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งวิลสัน (Wilson, 1971: 645-696; อ้างถึงในสมศักดิ์รัตนก้านตรง, 2534: 40) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับคือ

1. ความรู้ ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ

1.1 ความรู้ ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะมีส่วนเกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนเคยสะสมมาเป็นเวลานาน

1.2 ความรู้ ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำคำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง หรือนิยามและกระบวนการที่คิดไว้เรียบร้อยแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนมาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถทางด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความสามารถในการคิดคำนวณ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่าแบ่งออกเป็น 6 ชั้น คือ

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ ความจำ เกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยข้อเท็จจริงในการตีความหรือยกตัวอย่างขมมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกจากความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบหรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of principles rules and generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ

กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางการแก้ปัญหา คำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งจะเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of mathematical structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมในระดับนี้เป็นคำถามเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดเป็นสมการ ซึ่งความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาหลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability of follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่ใช้วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียนหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve routine problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparison) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานั้นอาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาคือใดบ้าง

ที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกมาพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันหรือการสมมาตร (Ability to recognize patterns isomorphism and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหาการจัดกระทำข้อมูลและการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจสิ่งที่คุ้นเคยจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อนซึ่งส่วนใหญ่เป็น โจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่เรียนมารวมทั้งความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพทางสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve problem) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจในมโนคติ นิยามตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เพื่อความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว ใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยการนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่มีข้อใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้ในกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหและพิสูจน์ว่าใช้ในกรณีทั่วไปได้

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความหมายทั่วไปของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์นั้นมีองค์กรและบุคคลหลายท่านให้คำนิยามไว้ ดังนี้ Encyclopedia world dictionary (อ้างถึงในเยาวดี วิบูลย์ศรี. 2540: 16) ได้ให้ความหมายว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ คือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดผลการเรียนหรือการสอน

รอสส์และสแตนลีย์ (Ross and Stanley. 1967) ได้ให้ความหมายสั้นๆ ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถทางวิชาการ

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2538: 146-147) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นชุดของข้อคำถามที่สร้างอย่างมีระบบเพื่อใช้วัดพฤติกรรมของนักเรียนอาจจะวัดทางสมอง อารมณ์ และทางด้านการเคลื่อนไหวทางร่างกายก็ได้ ถ้าใช้ทดสอบกับเด็กมากๆ มักใช้แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยคือ ใช้คำถามสั้นๆ และมีตัวให้เลือกตอบ แบบทดสอบปรนัยนี้สามารถวัดได้ครอบคลุมเนื้อหา และพฤติกรรม เป็นการวัดความรู้ของนักเรียนที่เรียนแล้ว ซึ่งมักจะเป็นคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติจริงแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดของคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งเป็นคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียน ว่านักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บทพร้อมที่ตรงไหน จะได้สอนซ่อมเสริมหรือเป็นการวัดคู่ความรู้พร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ซึ่งขึ้นอยู่กับความต้องการของครู

2. แบบทดสอบมาตรฐาน แบบทดสอบประเภทนี้สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชาหรือจากครูที่สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดสอบหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพดีพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้เป็นหลักและเปรียบเทียบผลเพิ่มประมาณค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใดๆ ก็ได้ แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบ บอกวิธีการสอบ และมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย

ทั้งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐาน มีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกันคือ เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่สอนไปแล้ว จะเป็นพฤติกรรมที่สามารถตั้งคำถามวัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมต่างๆ ดังนี้

1. วัดความรู้ความจำ
2. วัดความเข้าใจ
3. วัดการนำไปใช้
4. วัดด้านการวิเคราะห์
5. วัดด้านการสังเคราะห์
6. วัดด้านการประเมินค่า

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเครื่องมือที่ใช้ที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ แบบทดสอบ ถ้าต้องการให้การวัดผลสัมฤทธิ์ได้ผลตรงตามความเป็นจริงมากที่สุดสิ่งหนึ่งที่ต้องให้ความสนใจคือ คุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดี ซึ่งชวาล แพร์ตกุล (2516: 228-245) ได้กล่าวไว้ดังนี้

1. ความเที่ยงตรง (Validity) แบบทดสอบที่มีความเที่ยงตรงสูง คือ แบบทดสอบที่สามารถทำนายที่วัดสิ่งที่เราจะวัดได้อย่างถูกต้องตามความมุ่งหมาย
2. ต้องยุติธรรม (Fair) คือ โจทย์คำถามทั้งหลายไม่แนะช่องทางให้เด็กเดาคำตอบได้ ไม่เปิดโอกาสให้เด็กเก็ยคร้านที่จะดูตำราแต่ตอบได้ดี
3. ต้องถามลึก (Searching) วัดความลึกซึ้งของวิทยาการตามแนวตั้งมากกว่าที่จะวัดตามแนวกว้างว่ารู้มากน้อยเพียงใด
4. ต้องช่วยเป็นแบบอย่าง (Exemplary) คำถามมีลักษณะท้าทายเชิญชวนให้คิด เด็กตอบแล้วมีความอยากรู้อเรื่องราวให้กว้างยิ่งขึ้น
5. ต้องจำเพาะเจาะจง (Definite) เด็กอ่านคำถามแล้วต้องเข้าใจแจ่มชัดว่าครูถามถึงอะไร ไม่ถามคลุมเครือ
6. ต้องเป็นปรนัย (Objectivity) หมายถึง คุณสมบัติ 3 ประการ คือ
 - 6.1 แจ่มชัดในความหมายของคำถาม
 - 6.2 แจ่มชัดในวิธีตรวจ หรือมาตรฐานการให้คะแนน
 - 6.3 แจ่มชัดในการแปลความหมายของคะแนน
7. ต้องมีประสิทธิภาพ (Efficiency) คือ ความสามารถให้คะแนนที่เที่ยงตรงและเชื่อถือได้มากที่สุดภายในเวลา แรงงาน และเงินน้อยที่สุด
8. ต้องยากพอเหมาะ (Difficulty)
9. ต้องมีอำนาจจำแนก (Discrimination) คือ สามารถแยกเด็กออกเป็นประเภทๆ ได้ทุกระดับตั้งแต่อ่อนสุดจนถึงเก่งที่สุด
10. ต้องเชื่อมั่นได้ (Reliability) คือ ข้อสอบสามารถให้คะแนนได้คงที่แน่นอนไม่แปรผัน

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นอกจากจะคำนึงถึงคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีแล้วยังต้องคำนึงถึงวิธีการที่จะได้แบบทดสอบที่ดีด้วยนั่นก็คือการสร้างแบบทดสอบที่ดี ซึ่งเขาวดี วิบูลย์ศรี (2540: 178-179) กล่าวว่า การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดีจะต้องมีการเตรียมตัวและมีการวางแผน เพื่อให้แบบสอบดังกล่าวมีกลุ่มตัวอย่างของพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้อย่างเด่นชัด โดยปกติกรรมวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์สามารถแบ่งออกได้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไปของการสอบให้อยู่ในรูปของวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยระบุเป็นข้อๆ และให้วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมเหล่านั้นสอดคล้องกับเนื้อหาสาระทั้งหมดที่จะทำการทดสอบด้วย

ขั้นที่ 2 กำหนดโครงเรื่องของเนื้อหาสาระที่จะทำการทดสอบให้ครบถ้วน

ขั้นที่ 3 เตรียมตารางเฉพาะ หรือผังของแบบสอบ เพื่อแสดงถึงน้ำหนักของเนื้อหาวิชาแต่ละส่วนและพฤติกรรมต่างๆ ที่ต้องการทดสอบให้เด่นชัด ชัด กะทัดรัด และมีความชัดเจน

ขั้นที่ 4 สร้างข้อกระทงทั้งหมดที่ต้องการจะทดสอบให้เป็นไปตามสัดส่วนของน้ำหนักที่ระบุไว้ในตารางเฉพาะ

การประเมินผลการเรียนรู้

การประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศ ซึ่งแสดงถึงพัฒนาการและความก้าวหน้าในการเรียนรู้ด้านต่างๆ คือ ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น รวมทั้งการนำความรู้ดังกล่าวไปประยุกต์ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ข้อมูลสารสนเทศเหล่านี้ ส่งเสริมให้ผู้สอนและผู้เรียนทราบจุดเด่น จุดด้อย ด้านการสอนและการเรียนรู้ และเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนาตน

หลักการของการประเมินผลการเรียนรู้ การประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ยึดหลักการดังนี้

1. การประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง และควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน ผู้สอนควรใช้งานหรือกิจกรรมคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนเข้าไปมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ การใช้การถามคำถาม เพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นของตน แสดงความเห็นพร้อมและโต้แย้ง เปรียบเทียบวิธีการของตนและของเพื่อนเพื่อเลือกวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเกี่ยวกับที่ของผู้สอนที่ต้องประเมินผลตามจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้เหล่านี้ เพื่อให้สามารถบอกได้ว่าผู้เรียนบรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดหรือไม่ ผู้สอนต้องแจ้งจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบเพื่อให้ผู้เรียนเตรียมพร้อมและปฏิบัติตนให้บรรลุจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนด

2. การประเมินผลทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา ผู้สอนต้องออกแบบงานหรือกิจกรรมซึ่งส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ อาจใช้วิธีการสังเกต สัมภาษณ์ หรือตรวจสอบคุณภาพผลงานเพื่อประเมินความสามารถของผู้เรียน

3. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนรอบด้าน การประเมินการเรียนรู้มิใช่เป็นเพียงการให้นักเรียนทำแบบทดสอบในช่วงเวลาที่กำหนดเท่านั้น แต่ควรใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่หลากหลาย เช่น การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การมอบหมายงานให้ทำเป็นการบ้าน การทำโครงการ การเขียนบันทึกโดยผู้เรียน การให้ผู้เรียนจัดทำแฟ้มผลงานของตนเอง หรือการให้ผู้เรียนประเมินตนเอง การใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่หลากหลายจะทำให้ผู้สอนมีข้อมูลรอบด้านเกี่ยวกับผู้เรียน เพื่อนำไปตรวจสอบกับจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่จะเลือกและใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่เหมาะสมในการตรวจสอบการเรียนรู้

4. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น คิดปรับปรุงข้อบกพร่อง และพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนให้สูงขึ้น ผู้สอนต้องสร้างเครื่องมือวัดหรือวิธีการที่ท้าทายและส่งเสริมกำลังใจแก่ผู้เรียนในการขวนขวายเรียนรู้เพิ่มเติม การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการประเมินตนเองด้วยการสร้างงาน หรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมบรรยากาศให้เกิดการไตร่ตรองถึงความสำเร็จหรือการล้มเหลวในการทำงานของตนได้อย่างอิสระ เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน

หลักการใช้สื่อการเรียนรู้

สิ่งสำคัญนอกเหนือจากการเลือกสื่อการเรียนรู้ที่เหมาะสมในการจัดกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ คือ การใช้สื่อที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งมีหลักการดังนี้

1. การเตรียมตัวของผู้สอน ผู้สอนจำเป็นต้องเตรียมการในด้านต่างๆ ก่อนที่จะนำสื่อการเรียนรู้ไปใช้ กล่าวคือ

1.1 ศึกษาเนื้อหาในสื่อการเรียนรู้ที่ได้เลือกไว้เพื่อตรวจสอบความสมบูรณ์เนื้อหาตามที่ต้องการ เพื่อจัดหาหรือจัดทำสื่อชนิดอื่นเพิ่มเติม

1.2 ทดลองใช้สื่อการเรียนรู้บางประเภทซึ่งอาจมีความยุ่งยากในการใช้หรือต้องการทดสอบประสิทธิภาพของสื่อชนิดนั้นๆ เช่น ลำดับขั้นตอนนำเสนอสร้างความเข้าใจให้กับผู้เรียน ความเหมาะสมกับเวลาเรียน ส่วนที่ควรปรับปรุงแก้ไข

1.3 จัดเตรียมอุปกรณ์ เครื่องมือเพื่อให้ไม่เสียเวลาขณะใช้ เพราะการใช้เวลานานเกินไปในการจัดเตรียมเครื่องมือและอุปกรณ์จะมีผลทำให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจในการเรียนรู้น้อยลง นอกจากนี้ ควรตรวจสอบอุปกรณ์และเครื่องมือต่างๆ ให้ครบถ้วนและให้อยู่ในสภาพที่พร้อมใช้งานด้วย

512.94

๖1๕๙ ก

๓๐

170637

2. การจัดเตรียมสภาพแวดล้อม การใช้สื่อการเรียนรู้บางประเภทต้องจัดเตรียมสถานที่หรือห้องเรียนให้อยู่ในสภาพที่เหมาะสมกับการใช้สื่อการเรียนรู้ เช่น ตำแหน่งที่เหมาะสมของเครื่องมือและวัสดุอุปกรณ์ ระยะเวลาที่เหมาะสมของผู้เรียนหรือแสงภายในห้อง

3. การเตรียมพร้อมผู้เรียน การใช้สื่อการเรียนรู้บางอย่างจำเป็นต้องชี้แจงให้ผู้เรียนรู้วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้โดยใช้สื่อชิ้นนั้นเพื่อเห็นการให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างมีเป้าหมายและเตรียมพร้อมในการเรียนรู้ หากไม่มีภาระชี้แจงผู้เรียนอาจได้เพียงความเพลิดเพลินหรือเรียนรู้อย่างไม่ตรงตามเป้าหมาย ย่อมเป็นการใช้สื่อที่ไม่คุ้มค่าและเสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์ ในกรณีที่ผู้เรียนต้องใช้สื่อด้วยตนเอง ผู้สอนต้องแนะนำวิธีการใช้สื่อและกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนเตรียมตัวได้ถูกต้อง

4. การใช้สื่อการเรียนรู้ ผู้สอนต้องใช้สื่อการเรียนรู้ตามแผนที่กำหนดไว้เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนดำเนินไปอย่างราบรื่นและเกิดการเรียนรู้ที่ต้องการ ผู้สอนยังต้องพิจารณาปฏิริยา ความสนใจ ความตั้งใจและความกระตือรือร้นของผู้เรียน ปฏิริยาของผู้เรียนที่มีต่อสื่อการเรียนรู้สามารถใช้เป็นเครื่องชี้วัดความเหมาะสมของสื่อการเรียนรู้นั้นต่อกิจกรรมและผู้เรียน นอกจากนี้ควรนำเครื่องมือและวิธีการต่างๆ มาตรวจสอบประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้ เช่น การสังเกต การตั้งคำถาม การใช้แบบสอบถามหรือการสอบถามจากผู้เรียนโดยตรง

5. การประเมินการใช้สื่อการเรียนรู้ เป็นการนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์อุปสรรคปัญหาจากการใช้สื่อการเรียนรู้ ความเหมาะสมกับกิจกรรมและกลุ่มผู้เรียน โดยพิจารณาลักษณะทางกายภาพของสื่อและสาระที่สื่อสารไปยังผู้เรียน การประเมินช่วยในการตัดสินใจเลือกและการใช้สื่อการเรียนรู้สำหรับการจัดการเรียนการสอนครั้งต่อไป และพัฒนาโดยการดัดแปลง ปรับปรุงแก้ไขและจัดทำเพิ่มเติมให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

ความหมายของแบบฝึก

แบบฝึก หมายถึง แบบตัวอย่างปัญหา หรือคำสั่งที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนฝึกตอบ (พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน. 2525: 483)

แบบฝึก หมายถึง สิ่งที่นักเรียนต้องใช้ควบคู่กับการเรียน มีลักษณะเป็นแบบฝึกหัดที่ครอบคลุมกิจกรรมที่นักเรียนพึงกระทำ อาจกำหนดแยกเป็นแต่ละหน่วย หรืออาจจะรวมเล่มก็ได้ (ชัยวงศ์ พรหมวงศ์. 2528: 123)

แบบฝึกหัด หมายถึง งานหรือกิจกรรมที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำ เพื่อทบทวนความรู้ต่างๆ ที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะ และเพิ่มทักษะที่สามารถนำไปแก้ปัญหาได้ (วาสนา สุพัฒน์. 2530: 11)

แบบฝึก หมายถึง สื่อประกอบกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติด้วยตนเอง ได้ฝึกทักษะเพิ่มเติม จากเนื้อหาจนการปฏิบัติได้อย่างชำนาญ และให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ (เดือนใจ ตริเนตร. 2544: 5)

แบบฝึก หมายถึง โจทย์ปัญหาหรือตัวอย่างที่ยกมาจากหนังสือ เพื่อนำมาใช้สอน หรือให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนทักษะต่างๆ ให้ดีขึ้น หลังจากที่เรียนบทเรียน เช่น การฝึกทักษะการคำนวณ การทบทวนไวยากรณ์ เป็นต้น (Webster. 1979: 640)

สรุปได้ว่า แบบฝึก หมายถึง แบบฝึกทักษะที่เป็นสื่อการเรียนการสอนที่สร้างความคิดรวบยอด หรือฝึกทักษะกระบวนการแก้ปัญหา โจทย์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น

ลักษณะของแบบฝึก

บิลโลว์ (Billow. 1962: 87) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึกที่ดีนั้นจะต้องดึงดูดความสนใจและสมาธิของเด็ก เรียงลำดับจากง่ายไปยาก เปิดโอกาสให้เด็กฝึกเฉพาะอย่าง ใช้ภาษาเหมาะสมกับวัย วัฒนธรรม ประเพณี ภูมิหลังทางภาษาของเด็ก แบบฝึกที่ดีควรเป็นแบบฝึกสำหรับเด็กเก่ง และซ่อมเสริมสำหรับเด็กอ่อนในขณะเดียวกัน นอกจากนี้ควรใช้หลายลักษณะ และมีความหมายต่อผู้ฝึกอีกด้วย

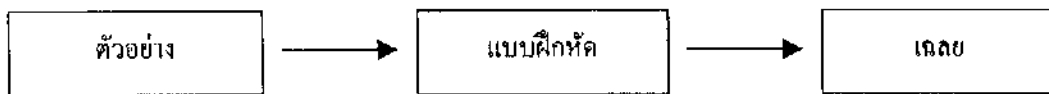
รีเวอร์ส (Rivers. 1968: 97-105) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกไว้ดังนี้

1. บทเรียนทุกเรื่อง ควรให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกมากพอ ก่อนที่จะเรียนเรื่องต่อไป
2. แต่ละบทควรฝึกโดยใช้เพียงแบบฝึกเดียว
3. ฝึกโครงสร้างใหม่กับสิ่งที่เรียนรู้แล้ว
4. สิ่งที่ฝึกแต่ละครั้ง ควรเป็นบทฝึกสั้นๆ
5. ประโยคและคำศัพท์ ควรเป็นแบบที่ใช้พูดกันในชีวิตประจำวัน
6. แบบฝึก ควรให้นักเรียนได้ใช้ความคิดไปด้วย
7. แบบฝึก ควรมีหลายๆ แบบ เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย
8. การฝึก ควรฝึกให้นักเรียนนำสิ่งที่เรียนแล้ว สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

รูปแบบของแบบฝึก

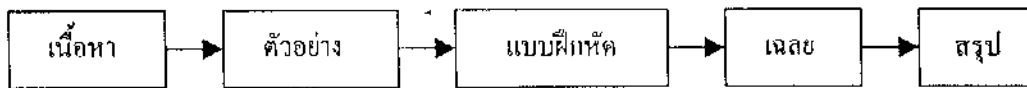
แบบฝึกที่ใช้ในการฝึกนั้นมีหลายรูปแบบ มานะ สกุลภักดี (2521 : 241-242) กล่าวถึงแบบฝึกตามรูปแบบ โครงสร้างส่งเสริมสมรรถภาพการสอน (Reduced Instructional Time: RIT) ว่ามี 2 รูปแบบ คือ

รูปแบบที่ 1 คือ แบบฝึกที่ใช้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะความชำนาญ เป็นวิธีการที่นำไปใช้สอนในวิชาทักษะ เช่น ภาษาไทย คณิตศาสตร์ เป็นต้น



ภาพประกอบ 1 โครงสร้างของแบบฝึกประเภทที่ 1

รูปแบบที่ 2 คือ แบบฝึกที่ใช้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด เป็นวิธีการที่นำไปใช้สอนในวิชากลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต เช่น สังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ สุขศึกษา เป็นต้น



ภาพประกอบ 2 โครงสร้างของแบบฝึกประเภทที่ 2

ความสำคัญของแบบฝึก

หลังจากนักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาของบทเรียนแล้ว ควรมีการให้แบบฝึกหัดอย่างพอเพียงจนทำให้นักเรียนเกิดมโนคติขั้นพื้นฐาน (Basic concept) ในเนื้อหานั้นอย่างแจ่มชัด แบบฝึกช่วยให้นักเรียนพัฒนาการทางภาษาดีขึ้น เพราะแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกทักษะทำให้นักเรียนมีโอกาสนำความรู้ที่เรียนแล้วมาฝึกให้เกิดความเข้าใจกว้างขวางมากขึ้น (นิภา ชวนะพานิช, 2518: 5) แบบฝึกเป็นกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญ แม่นยำ ในบทเรียนนั้นๆ และก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี (ประยงค์ งามจิตร, 2533: 41)

พอสรุปได้ว่า แบบฝึกทักษะมีความสำคัญต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดทักษะ ความชำนาญ แม่นยำ ในบทเรียนเนื้อหานั้นๆ และเกิดการเรียนรู้ที่ดี

ประโยชน์ของแบบฝึก

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนจะเข้าใจบทเรียนดีขึ้นอยู่กับการที่นักเรียนได้รับการฝึกทักษะอย่างสม่ำเสมอ

รัชณี ศรีไพรวรรณ (2517: 189) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจบทเรียนดีขึ้น เพราะเป็นเครื่องมือทบทวนความรู้
2. ทำให้ครูทราบถึงความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อบทเรียน
3. ฝึกให้นักเรียนมีความเชื่อมั่น และสามารถประเมินผลของตนเองได้
4. ฝึกให้นักเรียนทำงานตามลำพัง โดยมีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย

แพตตี้ (Patty, 1963: 469-472) กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกการเรียนรู้ 10 ประการ ดังนี้

1. เป็นส่วนเพิ่มเติมหรือเสริมสร้างในการเรียนทักษะ เป็นอุปกรณ์การสอนที่ช่วยลดภาระของครู เพราะแบบฝึกหัดเป็นสิ่งจัดทำขึ้นอย่างเป็นระบบ หรือมีระบบ

2. ช่วยเสริมทักษะการใช้ภาษา เป็นเครื่องมือที่ช่วยเด็กในการฝึกทักษะการใช้ภาษาให้ดีขึ้น แต่ทั้งนี้ ต้องอาศัยการส่งเสริมและเอาใจใส่จากครูผู้สอนด้วย

3. ช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล เนื่องจากเด็กมีความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน การให้เด็กทำแบบฝึกหัดที่เหมาะสมกับความสามารถของเขา จะช่วยให้เด็กประสบผลสำเร็จในด้านจิตใจมากขึ้น

4. แบบฝึกช่วยเสริมให้ทักษะทางภาษาคงทน ลักษณะการฝึกเพื่อช่วยให้เกิดผลดังกล่าวได้แก่ ฝึกทันทีหลังจากเด็กได้เรียนรู้เรื่องนั้นๆ ฝึกซ้ำหลายๆ ครั้ง และเน้นเฉพาะเรื่องที่ต้องการฝึก

5. แบบฝึกที่ใช่ จะเป็นเครื่องวัดผลการเรียนหลังจากจบบทเรียนในแต่ละครั้ง

6. แบบฝึกที่จัดทำขึ้นเป็นรูปเล่ม เด็กสามารถเก็บรักษาไว้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนด้วยตนเองได้ต่อไป

7. การให้เด็กทำแบบฝึกหัด ช่วยให้ครูมองจุดเด่น หรือปัญหาต่างๆ ของเด็กได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการ ปรับปรุง แก้ไข ปัญหาต่างๆ ได้ทันที่

8. แบบฝึกที่จัดขึ้นนอกเหนือจากที่มีในหนังสือเรียน จะช่วยให้เด็กฝึกฝนอย่างเต็มที่

9. แบบฝึกที่ได้จัดพิมพ์เรียบร้อยแล้ว จะช่วยให้ครูประหยัดทั้งแรงงานและเวลา ในการที่ต้องเตรียมสร้างแบบฝึกอยู่เสมอ ในด้านผู้เรียนก็ไม่ต้องเสียเวลาการลอกแบบฝึกหัด จากตำราเรียน หรือกระดานดำ ทำให้มีเวลาและโอกาสฝึกทักษะและแบบฝึกหัดต่างๆ มากขึ้น

10. แบบฝึกช่วยประหยัดค่าใช้จ่าย และยังมีประโยชน์ในการที่ผู้เรียนสามารถบันทึก และมองเห็นความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างมีระบบและเป็นระเบียบ

หลักในการสร้างแบบฝึก

รัชนี ศรีไพรวรรณ (2517: 412-413) ได้เสนอแนะหลักการในการสร้างแบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. ให้สอดคล้องกับจิตวิทยา และพัฒนาการของผู้เรียน ตลอดจนเป็นไปตามลำดับความยากง่ายเพื่อให้ผู้เรียนมีกำลังใจทำ

2. ให้มีจุดมุ่งหมายว่าจะมุ่งฝึกในด้านใด แล้วจัดเนื้อหาให้ตรงกับความมุ่งหมายที่วางไว้ ครูต้องจัดทำไว้ล่วงหน้าเสมอ

3. ต้องคำนึงถึงความแตกต่างของผู้เรียน

4. ในแบบฝึกหัดต้องมีคำชี้แจงง่ายๆ สั้นๆ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจ

5. แบบฝึกต้องมีความถูกต้อง ครูต้องตรวจพิจารณาดูให้ถี่ถ้วน อย่าให้มีข้อผิดพลาดได้

6. การให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดแต่ละครั้ง ต้องให้เหมาะสมกับเวลา และความสนใจของผู้เรียน

7. ควรทำแบบฝึกหัดหลายๆ แบบเพื่อให้เด็กเรียนรู้ได้กว้างขวาง ส่งเสริมให้เกิดความคิด

8. กระดาษที่ใช้ทำแบบฝึกหัดต้องเหนียวและทนทานพอสมควร

ในการสร้างแบบฝึก พงษ์ ทั้งแดง (2534: 17) ได้กล่าวว่า การสร้างแบบฝึกจะต้องใช้ภาษาที่เหมาะสมกับนักเรียน วัยและความสามารถของนักเรียน ตลอดจนคำนึงถึงหลักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้อง ในการใช้แบบฝึกส่งเสริมความคิด และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

จากที่กล่าวมาแล้วเกี่ยวกับการสร้างแบบฝึก สรุปได้ว่า การสร้างแบบฝึกต้องให้สอดคล้องกับหลักจิตวิทยา ความสนใจและความสามารถของนักเรียน เหมาะสมกับเวลา และต้องตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

หลักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการใช้แบบฝึก

ในการใช้แบบฝึกให้เกิดประโยชน์สูงสุด ต้องคำนึงถึงหลักจิตวิทยาซึ่ง พรณี ชูทัย (2522: 262-263) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการใช้แบบฝึก ดังนี้

1. ความใกล้ชิด การใช้สิ่งเร้า และการตอบสนองที่เกิดขึ้นในเวลาใกล้เคียงกัน จะสร้างความพอใจแก่ผู้เรียน ดังนั้นควรให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมที่ต่อเนื่องกันไป หลังจากการอ่าน เช่น จอบคำถามเกี่ยวกับเนื้อเรื่อง การอภิปรายแสดงความคิดเห็น เป็นต้น
2. การฝึกหัด โดยผู้เรียนทำกิจกรรมซ้ำๆ บ่อยๆ เพื่อสร้างความรู้ความเข้าใจให้เกิดขึ้นอย่างแม่นยำและถูกต้อง
3. กฎแห่งผล การให้ผู้เรียนได้ทราบผลการทำงานของตนเอง โดยการเฉลยคำตอบให้ทราบ ซึ่งจะช่วยสร้างความพอใจให้แก่ผู้เรียนได้มาก
4. การจูงใจ โดยการนำเข้าสู่บทเรียน มีการตั้งคำถาม หรือเริ่มฝึกที่ง่ายไปสู่เรื่องที่ยาก ควรใช้แบบฝึกที่มีหลายแบบ เหมาะสมกับความสนใจของผู้เรียนจะช่วยเร้าให้อยากเรียนยิ่งขึ้น

ประสิทธิภาพของแบบฝึก

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช, 2532: 494) กล่าวถึง ความจำเป็นที่จะต้องทดสอบประสิทธิภาพของแบบฝึกไว้หลายประการ ดังนี้

1. สำหรับหน่วยงานผลิตแบบฝึก เป็นการประกันคุณภาพของแบบฝึกว่าอยู่ในขั้นสูงเหมาะสมที่จะผลิตออกมาจำนวนมาก หากไม่มีการทดสอบประสิทธิภาพเสียก่อนแล้วผลิตออกมาใช้ประโยชน์ไม่ได้ดีจะต้องทำใหม่ซึ่งเป็นการสิ้นเปลืองเวลาและเงินทอง
2. สำหรับผู้ใช้แบบฝึก แบบฝึกจะทำหน้าที่สอน โดยช่วยสร้างภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเลียนพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง บางครั้งต้องช่วยครูสอน บางครั้งต้องสอนแทนครู ดังนั้นก่อนนำแบบฝึกไปใช้ ครูจึงควรมั่นใจว่าชุดการสอนนั้นมีประสิทธิภาพในการช่วยนักเรียนให้เกิดการเรียนรู้ การทดสอบประสิทธิภาพตามลำดับขั้น จะช่วยให้เรามีแบบฝึกที่มีคุณค่าทางการสอนจริงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

3. สำหรับผู้ผลิตแบบฝึก การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ว่าเนื้อหาสาระที่บรรจุในชุดแบบฝึกง่ายต่อการเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น

เกณฑ์การหาประสิทธิภาพ

เกณฑ์การหาประสิทธิภาพของแบบฝึก ใช้ผลการประเมินความแตกต่างของคะแนนจากการสอบก่อนและหลังการฝึก โดยยึดเกณฑ์ว่า หลังการฝึกนักเรียนจะได้คะแนนสูงกว่าก่อนการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคำนวณค่า t (t-test แบบ Dependent Sample)

เกณฑ์การหาประสิทธิภาพทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมต่อเนื่อง (กระบวนการ) และพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (ผลลัพธ์) โดยคำนวณค่าประสิทธิภาพ E_1 เป็นประสิทธิภาพของกระบวนการและ E_2 เป็นประสิทธิภาพของผลลัพธ์ กำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนคาดหมายว่าผู้เรียนจะเปลี่ยนพฤติกรรมเป็นที่พึงพอใจ โดยกำหนดให้เป็นเปอร์เซ็นต์ของผลเฉลี่ยของคะแนนทำงานและการประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมด ต่อเปอร์เซ็นต์ของผลทดสอบหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด นั่นคือ E_1/E_2 ใช้เกณฑ์ในเนื้อหาเป็นทศยะไว้ 80/80

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2532: 495) เสนอวิธีคำนวณหาประสิทธิภาพ โดยใช้วิธีคำนวณการประสิทธิภาพ โดยใช้วิธีการคำนวณ ดังนี้

E_1 ได้จากการเอาคะแนนงานทุกชิ้นของนักเรียนแต่ละคนรวมกัน แล้วหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) เทียบส่วนเป็นร้อยละ

E_2 ได้จากการเอาคะแนนงานผลสอบหลังการทดลองของผู้เรียนทั้งหมดรวมทั้งแล้วหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) เทียบส่วนเป็นร้อยละ

การคำนวณประสิทธิภาพของแบบฝึก กระทำได้โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$E_1 = \left[\frac{\left(\frac{\sum X}{N} \right) (100)}{A} \right]$$

เมื่อ	E_1	แทน	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในแบบฝึก คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึก
	$\sum X$	แทน	คะแนนรวมจากการทำแบบฝึก
	A	แทน	คะแนนเต็มของแบบฝึก
	N	แทน	จำนวนผู้เรียน

$$E_2 = \left[\frac{\left(\frac{\sum X}{N} \right) (100)}{B} \right]$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ คิดเป็นร้อยละ
 หลังจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$\sum X$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

B แทน คะแนนเต็มของการทำแบบทดสอบหลังเรียน

N แทน จำนวนผู้เรียน

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของแบบฝึก และการยอมรับประสิทธิภาพของแบบฝึกมีผู้ให้เกณฑ์ ดังนี้

เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต (2528: 295) กล่าวถึงการกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึก นิยมตั้งไว้ 90/90 สำหรับเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำและเนื้อหาวิชาที่เป็นทักษะหรือเจตคติไม่ต่ำกว่า 80/80

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2532: 495) กล่าวว่า การกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 ให้มีค่าเท่าใดนั้นควรพิจารณาตามความเหมาะสม โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ ความจำ มักจะตั้งไว้ 80/80, 85/85 หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะอาจตั้งไว้ต่ำกว่านี้ เช่น 75/75 เป็นต้น เมื่อกำหนดเกณฑ์แล้วนำไปทดลองจริง อาจได้ผลไม่ตรงตามเกณฑ์ แต่ไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้เกินร้อยละ 5 เช่น ถ้ากำหนดไว้ 90/90 ก็ควรได้ไม่ต่ำกว่า 85.5/85.5

สุกิจ ศรีพรหม (2541: 71) กล่าวถึงการยอมรับประสิทธิภาพของชุดการสอนหรือแบบฝึก มี 3 ระดับ คือ

2. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เกิน 2.5 เปอร์เซ็นต์
3. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนเท่ากับเกณฑ์ หรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แต่ไม่เกิน 2.5 เปอร์เซ็นต์
4. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แต่ไม่ต่ำกว่า 2.5 เปอร์เซ็นต์ ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

ขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ เมื่อผลิตชุดการสอนเพื่อเป็นต้นแบบแล้วต้องนำชุดการสอนไปทดสอบประสิทธิภาพตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2532: 496-7; อ้างอิงจากชัยยงค์ พรหมวงศ์)

ขั้นหาประสิทธิภาพ 1:1 (แบบเดี่ยว) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 1 คน โดยใช้เด็กอ่อน เด็กปานกลางและเด็กเก่ง คำนวณหาประสิทธิภาพเสร็จแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น โดยปกติคะแนนที่ได้จากการทดลองแบบเดี่ยวนี้จะได้คะแนนต่ำกว่ามาตรฐานมาก

ชั้นหาประสิทธิภาพ 1:10 (แบบกลุ่ม) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 6-10 คน (ละผู้เรียนที่เก่งกับอ่อน) คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุง ในคราวนี้จะเน้นของผู้เรียนจะเพิ่มขึ้น

ชั้นหาประสิทธิภาพ 1:100 (ภาคสนาม) เป็นการทดลองกับผู้เรียนทั้งชั้น 40-100 คน คำนวณหาประสิทธิภาพทำการปรับปรุง ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

อังศุมาลิน เพิ่มผล (2542: 152) ได้สร้างแบบฝึกทักษะการคำนวณวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกทักษะมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ ร้อยละ 80/80 แสดงว่าแบบฝึกมีประสิทธิภาพสามารถนำไปใช้ได้ โดยคะแนนก่อนและหลังฝึกด้วยแบบฝึกทักษะการคำนวณแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่า หลังการใช้แบบฝึก นักเรียนมีการพัฒนาความรู้มากยิ่งขึ้น

เพลินพิศ ทาสลัก (2542: 180) ได้สร้างแบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกความสามารถ การแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาปริมาตรและพื้นที่ผิว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกความสามารถ การแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาปริมาตรและพื้นที่ผิว มีประสิทธิภาพ สามารถทำให้นักเรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้และมีความสามารถในการแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์มากขึ้นกว่าเดิม

ดำรง คุลาสืบ (2541: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้ชุดการสอนในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา จังหวัดลำปาง ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ของกลุ่มควบคุม

ประหยัด เนตรหาญ (2541: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้ชุดการสอนในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนคำเขื่อนแก้ว-ชนูปถัมภ์ จังหวัดยโสธร ผลการวิจัยพบว่า ชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 81.58/81.70 นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม โดยใช้ชุดการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรกมล ชีรเงินจินดา (2541: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้ชุดการสอนในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีวิชัยวิทยา จังหวัดนครปฐม ผลการวิจัยพบว่า ชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 83/86 นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง โดยใช้ชุดการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สกฤต กังวาล ไกล (2543: 74-80) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ปัญหาโจทย์สมการเศษส่วนของพหุนาม ระหว่างกลวิธีการตั้งคำถามนำ โดยการฝึกปฏิบัติด้วยตนเองกับการเรียนแบบร่วมมือ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังเรียนบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ปัญหาโจทย์สมการเศษส่วนของพหุนาม โดยการใช้กลวิธีการตั้งคำถามนำ และฝึกปฏิบัติด้วยตนเองสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังเรียนบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ปัญหาโจทย์สมการเศษส่วนของพหุนาม โดยการใช้กลวิธีการตั้งคำถามนำ และการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนกลุ่มทดลองที่ 2 ที่เรียนบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ปัญหาโจทย์สมการเศษส่วนของพหุนาม โดยการใช้กลวิธีการตั้งคำถามนำ และการเรียนแบบร่วมมือ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 ที่เรียนบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ปัญหาโจทย์สมการเศษส่วนของพหุนาม โดยการใช้กลวิธีการตั้งคำถามนำและฝึกปฏิบัติด้วยตนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณัฐพัชร วังศรีแก้ว (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยสื่อการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ระหว่างวิธีการทำกิจกรรมต่อเนื่องเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม 3 คน และรายกลุ่ม 5 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยสื่อการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม ระหว่างวิธีการทำกิจกรรมต่อเนื่องเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม 3 คน และรายกลุ่ม 5 คน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เดือนใจ ตรีเนตร (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการใช้แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า หลังการใช้แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังฝึกสูงกว่าก่อนฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และแบบฝึกที่ใช้มีประสิทธิภาพเท่ากับ 84.34/82.20

บุญเสริฐ จันทร์หิม (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียนกับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เพ็ญ อรุณศรี (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสอนแบบเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางกับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบเน้น

ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางกับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องปริมาตรและพื้นที่ผิวไม่แตกต่างกัน

รวีวรรณ อังคนุรักษ์พันธ์ (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียว สอบก่อน-สอบหลัง ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา ค012 คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง ภายหลังการใช้แบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการสูงกว่าก่อนการใช้แบบฝึกทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($p < .05$)

ลูธิรุจ อุปลัมภ์ (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ 87.20/89.50 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและที่เรียนด้วยการสอนวิธีปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการสอนวิธีปกติ

งานวิจัยต่างประเทศ

แอนเดอร์สัน (Anderson, 1982: 4795A) ได้สร้างชุดการสอนด้วยตนเอง เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษา ในระดับเตรียมประถมศึกษา โดยใช้ชุดการสอนด้วยตนเองกับการสอนแบบบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากกลุ่มที่สอน โดยใช้ชุดการสอนด้วยตนเองกับการสอนแบบบรรยาย ทั้งในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การวางแผนการสอน แต่ไม่พบความแตกต่างด้านทัศนคติที่มีต่อวิชาสังคมศึกษาและครูฝึกสอน

รอต (Roth, 1982: Abstract) ได้ทำการศึกษาทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ทำแบบฝึกหัดจากหนังสือแบบเรียน และนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้นสูงกว่านักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดจากหนังสือแบบเรียนเรียน โดยมีข้อวิจารณ์ว่าแบบฝึกหัดที่ครูสร้างเองทำให้เด็กสนใจ ทำทายความสามารถ และตรงเป้าหมายกว่า

มิทเชลล์ (Mitchell, 1999: Abstract) ได้ทำการศึกษา ผลของการจัดรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการวิจัยแบบกึ่งทดลองและแบบปกติ จากนักเรียนที่เรียนวิชา พีชคณิต และมีพื้นฐานการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง โดยการจัดรูปแบบการเรียนรู้และจัดทดสอบหลังเรียน ซึ่งเน้นรูปแบบการเรียนเกี่ยวกับแนวคิด นิยาม ความสัมพันธ์ และการพัฒนาการอธิบายของนักเรียน มากกว่าขั้นตอนของกระบวนการ แบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ

ได้แก่ กลุ่มต่ำ กลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มไม่เข้าพวกเป็นกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยจัดรูปแบบการเรียนรู้ และทดสอบความเข้าใจทุกช่วง ตลอดภาคเรียน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน-หลังเรียนเพิ่มขึ้น และมีความสัมพันธ์ถึงระดับความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งไม่พบความแตกต่างระหว่างกลุ่ม กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แต่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ระหว่างเพศชาย-เพศหญิง ที่เรียนแบบจากรูปแบบการเรียนรู้และแบบปกติทั้ง 4 กลุ่ม

นอร์เรฟซาร์ (Nooriafshar, 2002: Abstract) ได้ทำการศึกษาวิธีการเชื่อมโยงช่องว่างระหว่างการสอนคณิตศาสตร์แบบเดิมกับความสามารถในการเรียนรู้ วิธีเทคนิคสมัยใหม่ซึ่งปรากฏผลว่านักเรียนที่มีทักษะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับเฉลี่ยสามารถเรียนรู้และพึงพอใจต่อโปรแกรมที่มีการเปลี่ยนแปลง แนวทางที่ใช้เพื่อให้ง่ายต่อการเรียนรู้และวิธีการฝึกปฏิบัติ จุดประสงค์การวิจัยเพื่อศึกษาว่าการใช้วิธีการสอนและวิธีการเรียนรู้ใหม่ๆ รวมทั้งสื่อประสมและเครือข่ายการเรียนรู้จะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนประสบผลสำเร็จ ตลอดจนทำให้เรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข

ดอร์แมน อาดัมและเฟอร์กูสัน (Dooman, Adams and Ferguson, 2003: Abstract) ได้ทำการศึกษาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนต่างชาติระหว่างห้องเรียนที่จัดสภาพแวดล้อมทางคณิตศาสตร์และสภาพทางวิชาการในโรงเรียนมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศออสเตรเลีย อังกฤษและแคนาดา จำนวน 3,602 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แบบประเมินสภาพแวดล้อมในการเรียนคณิตศาสตร์ 10 ด้านประกอบด้วย ความสามัคคีของนักเรียน ความช่วยเหลือจากอาจารย์ การสังเกตการณ์ การทำงานที่มอบหมาย ความเสมอภาค ความเข้าใจ ความสัมพันธ์ส่วนบุคคล การควบคุมและการเจรจาต่อรองของนักเรียน ลักษณะของเครื่องมือมี 2 ตอน ตามเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในห้องเรียนและการสำรวจโครงสร้างสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ มาตรการวัด 7 ระดับเกี่ยวกับความพร้อมในการเรียนคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ด้วยสหสัมพันธ์อย่างง่ายและสหสัมพันธ์แบบพหุคูณ ผลการวิจัยพบว่าสภาพแวดล้อมทางคณิตศาสตร์และสภาพแวดล้อมทางวิชาการมีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังกล่าวข้างต้น ได้มีการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในบทเรียนเรื่องต่างกัน ระดับชั้นและวิธีสอนในสภาพแวดล้อมที่ต่างกัน รวมทั้งการสร้างแบบทดสอบ การพัฒนาแบบฝึกและชุดการสอน ทั้งนี้ผลการวิจัยโดยรวมส่วนใหญ่พบว่านักเรียนที่ได้รับการฝึกในกลุ่มทดลองจะมีการพัฒนาด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมตามตัวแปรอิสระที่ต่างกัน ผู้วิจัยเห็นว่ายังไม่มีผู้ใดศึกษาเปรียบเทียบทักษะกระบวนการแก้ระบบสมการ โดยใช้สื่อกระดานกราฟแม่เหล็กกับการสอนแบบปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผลงานวิจัยนี้อาจเป็นอีกแนวทางหนึ่งในการพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีทักษะการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น