ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด

เกศริน กูลนรา

วิทยานิพนนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2561
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ เกศริน กูลนรา ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธาน
(ดร.ลินดา นาคโปย)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

.....กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
วันที่ 31 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2561

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือ และการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำวิจัยอย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข นอกจากนี้ผู้วิจัยได้รับข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ ทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง มา ณ โอกาสนี้

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้รับความกรุณาจาก ดร.ชุตินันท์ จันทรเสนานนท์ ดร.อัชญา ศรีนาราง อาจารย์อนันตชัย แปดเจริญ นายวิชชา ครุปิติ และนางสาวสิริกร โตสติ ที่กรุณาให้คำแนะนำ และตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด และผู้อำนวยการโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นการศึกษาประถมศึกษาตราด ที่ให้ความสะดวกและให้ความร่วมมือในการทดลองหาคุณภาพเครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างและให้ความร่วมมือในการทำวิจัยเป็นอย่างดี

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

เกศริน กูลนรา

54921010: สาขาวิชา: วิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา; วท.ม. (วิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา)
คำสำคัญ: ความสัมพันธ์คาโนนิคอล/ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์/ ความรู้ทางคณิตศาสตร์

เกศริน กูลนรา: ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด (CANONICAL CORRELATION BETWEEN MATHEMATICAL SKILL AND PROCESS AND KNOWLEDGE IN MATHEMATICAL OF PRATOMSUKSA 6 STUDENTS IN TRAT PRIMARY EDUCATION AREA OFFICE) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สมโภชน์ อเนกสุข, Ed.D., สุรีพร อนุศาสนนันท์, Ph.D. 166 หน้า. ปี พ.ศ. 2561.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาคุณลักษณะของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อศึกษาสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเพื่อวิเคราะห์ค่าน้ำหนักทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด จำนวน 355 คน ทำการเก็บข้อมูลโดยใช้แบบทดสอบและนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาสหสัมพันธ์คาโนนิคอล

ผลการวิจัยทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีอยู่ 5 ด้าน ได้แก่ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอคะแนนด้านการเชื่อมโยง และด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ระดับคุณภาพโดยรวมของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี เมื่อแยกรายด้าน พบว่า ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสารสื่อความหมาย และการนำเสนอคะแนนด้านการเชื่อมโยง อยู่ในระดับดี ส่วนด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์อยู่ในระดับผ่าน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ และด้านความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ระดับคุณภาพโดยรวมอยู่ในระดับผ่าน เมื่อแยกรายด้านทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ และด้านความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการระดับคุณภาพอยู่ในระดับผ่าน

สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับกลุ่มตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีค่าเท่ากับ .845 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 น้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอล (Canonical weights) ระหว่างชุดตัวแปรอิสระทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์มีชุดตัวแปรอิสระ พบว่า การแก้ปัญหา มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .352 การให้เหตุผล มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .412 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .329 การเชื่อมโยง มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .544 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .367 ส่วนความสัมพันธ์ในชุดตัวแปรตาม คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .565 ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .506 หมายถึง ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการคะแนนมาตรฐานของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (U) และความรู้ทางคณิตศาสตร์ (W) ได้ดังนี้

$$U = 0.352Z_{x1} + 0.412Z_{x2} + 0.329Zx3 + 0.544Z_{x4} + 0.367Z_{x5}$$

$$W = 0.565Z_{y1} + 0.506Z_{y2}$$

54921010: MAJOR: EDUCATION RESEARCH, EVALUATION AND STAISTICS; M.Sc. (EDUCATION RESEARCH, EVALUATION AND STAISTICS)

KEYWORDS: CANONICAL CORRELATION/ MATHEMATICAL SKILL AND PROCESS/ KNOWLEDGE IN MATHEMATICAL

KETSATIN KOONNARA: CANONICAL CORRELATION BETWEEN ATHEMATICAL SKILL AND PROCESS AND KNOWLEDGE IN MATHEMATICAL OF PRATOMSUKSA 6 STUDENTS IN TRAT PRIMARY EDUCATION AREA OFFICE. THESIS ADVISORS: SOMPOCH ANEGASUKHA, Ed.D., SUREEPORN ANUSASANAN, Ph.D. 166 P. 2018.

This research has 3 purposes: 1) to study features of mathematical skills, process and knowledge of mathematical of pratomsuksa 6, 2) to study the Canonical Correlation between mathematical skills and process and knowledge of mathematical of the students, 3) to study the weight of canonical correlation between Mathematical skills and process and knowledge in mathematical of pratomsuksa 6. The samples were 355 Pratomsuksa 6 students in the second semester of academic year 2015 in Trat Primary Education Area Office. The data were students mathematic scores, they were analyzed to study the canonical correlation.

The research's results were that: the skills were; Problem Solving, Reasoning, Communications and presentation, Connections and Creativity. The quality of Mathematical skills and process were at good level. When considered in each aspect, it was found that; Problem Solving, Reasoning, communication and presentation and connection were at good level. Creativity was at satisfied level. The knowledge in mathematical has two dimensions; the Conceptual knowledge and procedural knowledge. The quality such as, conceptual knowledge and procedural knowledge had passed the criteria.

The canonical correlation between independent variables of mathematical skills and process and knowledge in mathematical was .845 with statistical significant at the .05 level. The Canonical weights of independent variables of mathematical skills and process were: Problem Solving was at .352, Reasoning was at .412, Communications and presentation was at .329, Connections was at .544 and creativity was at .367. Canonical weights of dependent variables knowledge in mathematical procedural knowledge was at .565 and conceptual knowledge was at .506. It can be written as a standardized equation of mathematical skills and process (U) and knowledge in mathematical (W)

$$U = 0.352Z_{x1} + 0.412Z_{x2} + 0.329Zx3 + 0.544Z_{x4} + 0.367Z_{x5}$$

$$W = 0.565Z_{y1} + 0.506Z_{y2}$$

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

สารบัญ..... ฉ

สารบัญตาราง..... ซ

สารบัญภาพ..... ญ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ที่มาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 5

ประโยชน์ของการวิจัย..... 5

สมมติฐานการวิจัย..... 5

ขอบเขตการวิจัย..... 6

ตัวแปรที่ศึกษา..... 6

นิยามศัพท์เฉพาะ..... 6

กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 9

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 11

คณิตศาสตร์..... 12

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 29

ความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 58

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับสถิติสหสัมพันธ์คาโนนิคอล..... 60

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 67

3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 72

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 72

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 73

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 73

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล..... 79

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 79

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	86
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	86
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	87
5	สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	100
	วัตถุประสงค์ของการวิจัย	100
	สมมติฐานการวิจัย	100
	ขอบเขตการวิจัย	100
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	101
	วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล	101
	สรุปผลการวิจัย	101
	อภิปรายผลการวิจัย	103
	ข้อเสนอแนะ	106
บรรณานุกรม		107
ภาคผนวก		117
	ภาคผนวก ก	118
	ภาคผนวก ข	121
	ภาคผนวก ค	127
	ภาคผนวก ง	137
ประวัติย่อของผู้วิจัย		166

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	การคำนวณสหสัมพันธ์คาโนนิคอลในรูปเมตริกซ์	63
2	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลในรูปเมตริกซ์	64
3	จำนวนนักเรียน จำแนกตามโรงเรียนและอำเภอที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง	73
4	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์	87
5	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (ด้านการแก้ปัญหา)	89
6	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (ด้านการให้เหตุผล)	90
7	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (การสื่อสารการสื่อความหมายและการนำเสนอ)	91
8	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (การเชื่อมโยง)	92
9	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (การริเริ่มสร้างสรรค์)	93
10	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ แยกตามตัวชี้วัด (ความรู้เชิงมโนทัศน์)	94
11	ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ แยกตามตัวชี้วัด (ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ)	95
12	การทดสอบสมมติฐานของสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม	96
13	ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม	97
14	ค่า Canonical weights, Canonical loading และ Canonical cross-loading ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม	98
15	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์	128

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

16 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 130

17 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลในรูปเมตริกซ์..... 133

18 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 134

19 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 135

20 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 136

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	10
2	แสดงแผนโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ เลิศ สิทธิโกศล (2540).....	21
3	แสดงแผนโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของกลุ่มส่งเสริมการเรียนการสอน และประเมินผล.....	22
4	ความเกี่ยวโยงระหว่างกลุ่มตัวแปร ตัวแปรคาโนนิคอล และค่าสหสัมพันธ์ คาโนนิคอล.....	61

บทที่ 1
บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เริ่มต้นการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิตตามศักยภาพของตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์อย่างพอเพียงที่จะนำไปใช้พัฒนาคุณภาพชีวิต รวมทั้งใช้เป็นฐานและเครื่องมือในการเรียนรู้ต่อไป (กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2551 ก, หน้า 1) โดยที่คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56) ซึ่งเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มีลักษณะเป็นนามธรรม ที่มีโครงสร้างประกอบด้วยข้อตกลงเบื้องต้นในรูปของคำอนิยามและสัจพจน์ การให้เหตุผลเพื่อสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่นำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้อง เที่ยงตรง คงเส้นคงวา เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัว คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและการนำไปใช้ประโยชน์ เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นสากลที่สามารถใช้เพื่อการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2546, หน้า 2) การกำหนดให้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระหนึ่ง ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ตระหนักถึงความสำคัญและความจำเป็น ไม่เพียงแต่ประเทศไทยเท่านั้นที่หันมาสนใจส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ยังมีประเทศอื่น ๆ อีกทั่วโลกที่สนใจส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน เช่น ออสเตรเลีย สิงคโปร์ และสหรัฐอเมริกา สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National council of teachers of mathematics หรือ NCTM) ซึ่งเป็นหนึ่งในองกร์สำคัญที่มีบทบาทต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก ได้เสนอในหนังสือมาตรฐาน

หลักสูตรและการประเมินผลระดับโรงเรียน (Curriculum and evaluation standards for school mathematics) ในปี ค.ศ. 1989 และหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Principles and standards for school mathematics) ในปี ค.ศ. 2000 ว่าด้วย มาตรฐานทางด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียน จึงทำให้หลายประเทศได้หันมาสนใจในการศึกษาเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากขึ้นร่วมถึงประเทศไทยด้วยเช่นกัน ๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2555, หน้า 4)

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญยิ่งสำหรับการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เนื่องจากเป็นความสามารถ ความชำนาญการ ในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือเรียนรู้สิ่งใหม่มีหลากหลายทักษะ ที่สำคัญ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะทั้งห้าล้วนเป็นเครื่องมือสำคัญของการคิด ทำงาน และการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคมมีเปลี่ยนแปลง

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องสอดแทรกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ากับการเรียนการสอนด้านเนื้อหาด้วยการให้นักเรียนทำกิจกรรมหรือตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดอธิบายและให้เหตุผล รวมทั้งให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรค์ผลงานที่หลากหลายและแตกต่างจากคนอื่น รวมทั้งแก้ปัญหาที่แตกต่างจากคนอื่นด้วย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 60)

ดังนั้นหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคณิตศาสตร์เป็นทักษะบังคับที่ต้องเรียนรู้และได้กำหนดมาตรฐานและสาระการเรียนรู้ของคณิตศาสตร์ในไว้ เช่น สาระที่ 1: จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้ มาตรฐาน ค 2.3 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้ สาระที่ 3: เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Geometric model) ในการแก้ปัญหาได้ สาระที่ 4: พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้ สาระที่ 5: การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ และสาระที่ 6: ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 2)

โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Program for international student assessment) โครงการที่ริเริ่มโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD (Organization for economic co-operation and development) เป็นการประเมินผลการเรียนรู้เพื่อเปรียบเทียบศักยภาพในการแข่งขันของเยาวชนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ทั้งนี้ โดยยึดหลักพื้นฐานว่า คุณภาพของการศึกษาเป็นตัวชี้วัดศักยภาพของการพัฒนาทางเศรษฐกิจเป็นการวัดประเทศสมาชิกว่าระบบการศึกษาของชาติได้เตรียมเยาวชนให้พร้อมสำหรับอนาคตเพียงพอหรือไม่ อย่างไร ผลการประเมินไม่บอกเพียงคุณภาพของการศึกษา ณ ขณะปัจจุบัน แต่จะสะท้อนศักยภาพของพลเมืองถึงความสามารถในการแข่งขันในอนาคตด้วยจุดมุ่งหมายหลักของ PISA คือ การมองไปถึงอนาคต PISA จึงเน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนที่จะใช้ความรู้และทักษะเพื่อเผชิญกับโลกในชีวิตจริงมากกว่าการประเมินความรู้ที่ได้เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน ณ ปัจจุบัน OECD/ PISA เรียกสมรรถนะนั้นว่า Literacy ซึ่งในที่นี้จะใช้คำว่า “การรู้เรื่อง” ได้แก่ การอ่าน (Reading literacy) คณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) และวิทยาศาสตร์ (Scientific literacy) ซึ่งการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์นั้น เน้นให้ความชัดเจนว่า การประเมินความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ของ OECD/ PISA ไม่ได้เน้นความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียน แต่เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนมา เอามาใช้ในสถานการณ์ของชีวิตจริง ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถขยายความรู้จากที่เคยได้เรียนมาจากโรงเรียน นำมาประยุกต์กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลายขอบเขตของคณิตศาสตร์ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้านด้วยกัน ได้แก่

1. สถานการณ์หรือบริบทที่ปัญหานั้นตั้งอยู่ (Situation on context)
2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematical content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
3. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematics competencies) ของนักเรียนที่ควรได้รับการกระตุ้นเร้าให้สามารถเชื่อมต่อกับโลกจริง ๆ ที่ปัญหานั้น ๆ เกิดขึ้นโดยใช้คณิตศาสตร์ และให้สามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้คณิตศาสตร์นั้น ๆ ซึ่งสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การคิดและการให้เหตุผล (Thinking and reasoning) การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) การสื่อสาร (Communication) และการสร้างตัวแบบ(Modeling) การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา (Problem posing and solving) การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using symbolic, language and operation) ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using aids and tools) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2554, หน้า 87)

ผลการสอบ PISA ระดับความสามารถหรือระดับความรู้และทักษะนักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนนซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD เกือบถึงหนึ่งระดับและเมื่อ เรียงตามคะแนนเฉลี่ย จะอยู่ที่ตำแหน่งประมาณ 50 ซึ่งอยู่ในกลุ่มเดียวกับสหรัฐอาหรับเอมิเรตส์ คาซัคสถาน ชิลี และมาเลเซีย ประเทศในเอเชียที่มีคะแนนต่ำกว่าไทยเพียงประเทศเดียว คือ อินโดนีเซีย

การทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary national educational test: O-NET) หมายถึง การทดสอบเพื่อวัดความรู้และความคิดของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยประเมินตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จำนวน 67 มาตรฐานการเรียนรู้ครอบคลุม 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย ภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม สุขศึกษาและพลศึกษา ศิลปะการงานอาชีพและเทคโนโลยี และภาษาต่างประเทศ (ภาษาอังกฤษ) (www.niets.or.th) ซึ่งผลการทดสอบทางการศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน (O-NET) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทั่วประเทศ มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 35.57 (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2556) ผลการทดสอบทางการศึกษาขั้นพื้นฐานระดับชาติ (O-NET) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 30.22 ซึ่งต่ำกว่าระดับประเทศ และเมื่อเปรียบเทียบกับผลการประเมินระหว่างปีการศึกษา 2554 กับปีการศึกษา 2555 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละลดลง 14.25 (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด, 2555, หน้า 12) ซึ่งผลจากการประเมินโดยเฉลี่ยแล้วยังไม่เป็นที่น่าพอใจ ทั้งนี้เพราะว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ เป็นวิชาที่ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีการคิดอย่างเป็นระบบ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เพราะผู้เรียนจำนวนมากมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ไม่น่าพอใจ

จะเห็นได้ว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง การคิดริเริมสร้างสรรค์ มีความสำคัญต่อความรู้ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจทำการศึกษาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราดว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร โดยใช้วิธีการศึกษาความสัมพันธ์ คาโนนิคอล เพื่อทำให้ทราบว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ส่งผลซึ่งกันและกันอย่างไร โดยเลือกสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับการวัด เนื่องจากผลการสอบระดับชาติต่ำที่สุดหลายปีติดต่อกัน ซึ่งจะเป็นข้อมูลในการนำไปพิจารณาใช้เป็น

แนวทาง ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สามารถส่งเสริมการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อันจะเป็นประโยชน์ในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนการศึกษาขั้นพื้นฐานโดยตรง อีกทั้งช่วยให้ผู้ที่เกี่ยวข้องได้ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ตรงประเด็น และเพิ่มประสิทธิภาพในการจัดการศึกษาทางคณิตศาสตร์ให้ได้ดียิ่งขึ้น และเพื่อเป็นการเตรียมพร้อมผู้เรียนในการสอบระดับชาติอีกด้วย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด
2. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด
3. เพื่อวิเคราะห์ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด

ประโยชน์ของการวิจัย

ผลการศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ในครั้งนี้สามารถใช้เป็นข้อมูล ในการหาแนวทางเพื่อนำไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สามารถส่งเสริมการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อันจะเป็นประโยชน์ในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนการศึกษาขั้นพื้นฐานโดยตรง อีกทั้งช่วยให้ผู้ที่เกี่ยวข้องได้ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ตรงประเด็น และเพิ่มประสิทธิภาพในการจัดการศึกษาทางคณิตศาสตร์ให้ได้ดียิ่งขึ้น

สมมติฐานการวิจัย

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งในภาพรวม ตัวแปรย่อยภายในกลุ่ม และตัวแปรย่อยข้ามกลุ่ม

ขอบเขตการวิจัย

เนื้อหา

ในการวิจัยครั้งนี้เนื้อที่ใช้ในการทำวิจัยเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด จำนวนทั้งสิ้น 2,318 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด ได้มาโดยการสุ่มแบบตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage random sampling)

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ หรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอย่างมีประสิทธิภาพ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ ได้แก่

1.1 การแก้ปัญหา (Problem solving)

1.2 การให้เหตุผล (Reasoning)

1.3 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and presentation)

1.4 การเชื่อมโยง (Connections)

1.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity)

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

2.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge)

2.2 ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural knowledge)

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถที่นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.1 การแก้ปัญหา (Problem solving) หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา พฤติกรรมที่แสดงออก ได้แก่

1.1.1 ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

1.1.2 สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้

1.1.3 ดำเนินการวางแผนและลงมือแก้ปัญหา

1.1.4 ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ

1.1.5 ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา

1.1.6 ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา

1.1.7 ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

1.2 การให้เหตุผล (Reasoning) หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องของสถานการณ์ต่าง ๆ จากข้อมูลที่กำหนด พฤติกรรมที่แสดงออก ได้แก่

1.2.1 รวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา

1.2.2 เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล

1.2.3 ตัดสินความถูกต้องของข้อสรุป

1.2.4 เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและการลงข้อสรุป

1.2.5 ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

1.3 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and presentation) หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้

1.3.1 เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม

1.3.2 สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือสิ่งที่ฟังได้อย่างชัดเจน

1.3.3 ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร หรือสมการ หรือแผนภูมิ ที่เป็นสากลประกอบตามลำดับขั้นตอนของการนำเสนอได้อย่างเป็นระบบ ชัดเจน

1.3.4 สรุปสาระสำคัญ ที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้

1.4 การเชื่อมโยง (Connections) หมายถึง ความสามารถในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ

1.4.1 หาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกัน

1.4.2 เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.4.3 เชื่อมโยงความรู้ในแต่ละสาระการเรียนรู้กับศาสตร์อื่น ๆ

1.4.4 หาข้อสรุปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) ความสามารถของผู้เรียนในการคิดนอกกรอบอย่างมีเหตุผล เพื่อต่อยอดความคิดที่มีอยู่เดิมทำให้ได้แนวทาง วิธีการใหม่ ๆ

1.5.1 ใช้ความรู้หรือมโนทัศเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่

1.5.2 สร้างสรรค์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

2.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มา หรือเหตุผลของขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวัดในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้แก่ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งของที่ต้องการวัด ประกอบด้วย 3 ตัวชี้วัด

2.1.1 อธิบายเส้นทางหรือบอกตำแหน่งเกี่ยวกับการวัดของสิ่งต่าง ๆ โดยระบุทิศทางและระยะทิศทางจริงจากรูปภาพ แผนที่ และแผนผัง

2.1.2 หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม

2.1.3 หาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปวงกลม

2.2 ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวัดในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้แก่ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด ประกอบด้วย 3 ตัวชี้วัด

2.2.1 แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม

2.2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

2.2.3 เขียนแผนผังแสดงตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ และแผนผังแสดงเส้นทางการเดินทาง

3. ความสัมพันธ์คาโนนิคอล (Canonical correlation) หมายถึง ค่าที่แสดงถึงความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องระหว่างชุดของตัวแปรอิสระและชุดของตัวแปรตามที่มีตัวแปรอิสระตั้งแต่สองตัวขึ้นไป และตัวแปรตามตั้งแต่สองตัวขึ้นไป

4. ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอล หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ของชุดของตัวแปรอิสระที่ส่งผลซึ่งกันและกันกับชุดของตัวแปรตาม ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะศึกษาน้ำหนักความสำคัญในรูปของคะแนนมาตรฐาน (Canonical weights)

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญยิ่งสำหรับการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เนื่องจากเป็นความสมารถหรือความชำนาญในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาหรือทำงานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคะนอง, 2554) สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics, 2007) กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนการสอนในระดับชั้น Pre-K-12 ที่ต้องการเน้นกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking) ด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 5 มาตรฐาน คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร/ การสื่อความหมาย การเชื่อมโยง และการเป็นตัวแทน เพื่อให้นักเรียนได้คิดและปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ และนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีศักยภาพชัยรัตน์ สุลำนาจ (2547, หน้า 6) กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถ/ ความชำนาญในการปฏิบัติงาน และกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยจะต้องทำให้ดี มีคุณภาพ มีความถูกต้องแม่นยำ และรวดเร็วทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ให้ความหมายเป็นองค์ประกอบของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่มีทั้งความรู้ทักษะ และกระบวนการควบคู่กันไป มี 5 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ระบุไว้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นองค์ประกอบของศักยภาพด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ผู้เรียน ทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ และด้านความรู้เชิงกระบวนการ ซึ่งสามารถเขียนฟังก์ชั่นในรูปแบบของความสัมพันธ์คาโนนิคอลได้ 2 ฟังก์ชั่น ดังนี้

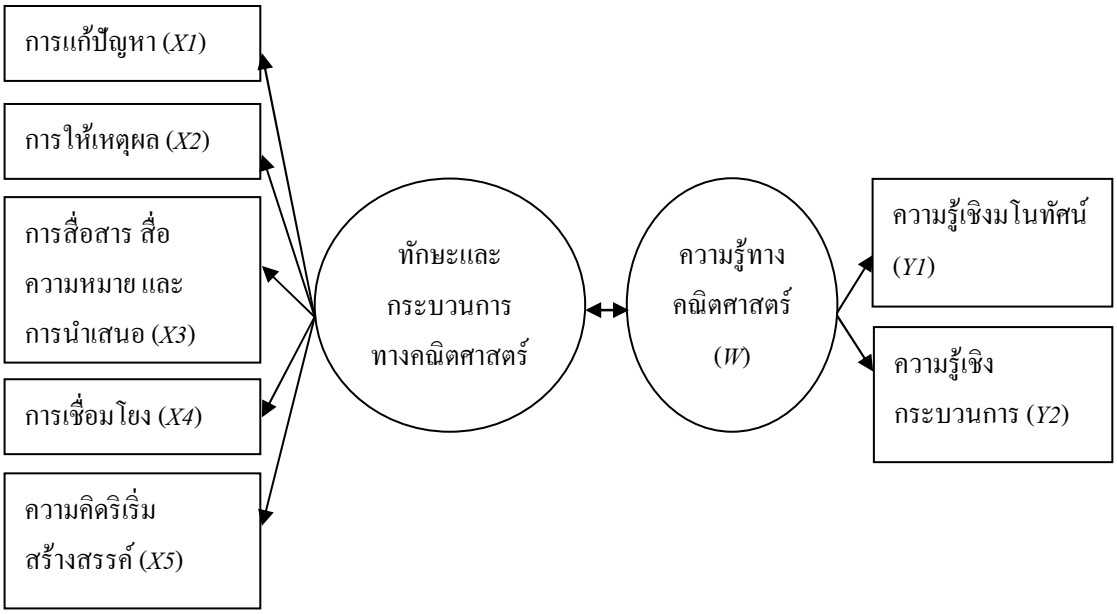
$$U = \alpha_1 Z_{x1} + \alpha_2 Z_{x2} + \alpha_3 Zx3 + \alpha_4 Z_{x4} + \alpha 5_5 Z_{x5}$$
$$W = \beta_1 Z_{y1} + \beta_2 2$$

เมื่อ U และ W คือ ตัวแปรคาโนนิคอลชุด X และชุด Y

α และ β คือ น้ำหนักของตัวแปรชุดเดิมที่รวมกันเป็นตัวแปรคาโนนิคอล

Z_x และ Z_y คือ ตัวแปรเดิมชุด X และตัวแปรเดิมชุด Y ในรูปคะแนนมาตรฐาน

ซึ่งเขียนกรอบแนวคิดการวิจัยได้ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. คณิตศาสตร์
   - 1.1 ความหมายของคณิตศาสตร์
   - 1.2 ความสำคัญของคณิตศาสตร์
   - 1.3 ธรรมชาติของคณิตศาสตร์
   - 1.4 โครงสร้างของคณิตศาสตร์
   - 1.5 ลักษณะเฉพะของคณิตศาสตร์
   - 1.6 ประโยชน์ของคณิตศาสตร์
   - 1.7 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
2. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
   - 2.1 การแก้ปัญหา (Problem solving)
   - 2.2 การให้เหตุผล (Reasoning)
   - 2.3 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and presentation)
   - 2.4 การเชื่อมโยง (Connections)
   - 2.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity)
3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์
   - 3.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์
   - 3.2 ความรู้เชิงกระบวนการ
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับสถิติสหสัมพันธ์คาโนนิคอล
   - 4.1 ความหมายการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล
   - 4.2 วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล
   - 4.3 ประโยชน์ของการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลต่อการวิจัย
   - 4.4 ลักษณะข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์
   - 4.5 คำศัพท์ที่ควรรู้จักเกี่ยวกับสหสัมพันธ์คาโนนิคอล
   - 4.6 การคำนวณสหสัมพันธ์คาโนนิคอล

4.7 การแปลผลการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญ ในการพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพพร้อมที่จะดำเนินชีวิตในสังคมอนาคตโดยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐาน มีทักษะ มีความสามารถในการใช้ความรู้ ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล รวมทั้งการทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ คณิตศาสตร์จึงเป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนานักเรียนให้มีความพร้อมในการดำรงชีวิตที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของสังคมโลก การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องพัฒนาแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้เอื้อต่อการพัฒนาผู้เรียนตามแนวทางการปฏิรูปการศึกษา คือ เก่ง ดี มีสุข

ความหมายของคณิตศาสตร์

ความหมายของวิชาคณิตศาสตร์ พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน (ราชบัณฑิตยสถาน, 2551) ได้ให้ความหมาย ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ

ฉวีวรรณ กีรติกร (2527, หน้า 5) ได้สรุปความหมายของคณิตศาสตร์ในแง่ต่าง ๆ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคิดคำนวณ
2. คณิตศาสตร์หมายถึงสิ่งที่เรียนรู้หรือความรู้
3. คณิตศาสตร์เป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข เป็นศาสตร์ของการคิดคำนวณและการวัดมีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นภาษาสากล เพื่อเป็นการสื่อความหมายและเข้าใจกันได้
4. เป็นเครื่องมือที่แสดงความคิดที่เป็นระเบียบมีเหตุ มีผล มีวิธีการและหลักการที่แน่นอนและมีความสัมพันธ์ต่อเนื่อง

ยุพิน พิพิธกุล (2523, หน้า 1-2) กล่าวถึงความหมายของคณิตศาสตร์ว่า มิได้หมายความถึงเพียงตัวเลขสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมาก ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม ช่วยให้เราคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น มีเหตุผล มีไหวพริบ ใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญในด้านต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์มีภาษาเฉพาะตัวของมันเอง เป็นสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้องเป็นภาษาที่มีตัวอักษรตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด เช่น 3+ 2 = ? เมื่อเขียนประโยคสัญลักษณ์นี้ทุกคนที่เรียนคณิตศาสตร์มาจะเข้าใจความหมายที่ตรงกัน นอกจากนี้สัญลักษณ์ยังใช้เป็นเครื่องมือฝึกสมอง ซึ่งสามารถช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหาต่าง ๆ และการพิสูจน์ที่ยุ่งยากซับซ้อน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างที่มีเหตุผล โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์จะเริ่มจากธรรมชาติ ซึ่งอาจจะเป็นฟิสิกส์ ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ เกษตรกรรม จิตวิทยา ฯลฯ โดยมนุษย์พิจารณาสิ่งเหล่านี้แล้วสรุปในรูปนามธรรม สร้างเป็นแบบจำลองขึ้นมา ประกอบด้วย อนิยาม นิยาม สัจพจน์ จากนั้นจะใช้ตรรกวิทยาสรุปผลเป็นกฎ หรือทฤษฎีแล้วนำผลเหล่านี้ไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติต่อไป

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน เราจะเห็นว่าการคิดในทางคณิตศาสตร์จะต้องคิดในแบบแผนและมีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะต้องตอบ และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืนนักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์จินตนาการ ความคิดริเริ่มที่จะแสดงความคิดใหม่ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ๆทางคณิตศาสตร์ออกมา

เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ (2539) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแสดงออกซึ่งความคิดที่เป็นระเบียบ ฝึกการคิดเป็นขั้นตอนละเอียดถี่ถ้วน ใช้เหตุผลในการตัดสินใจ คิดและปฏิบัติได้อย่างรวดเร็วถูกต้องแม่นยำ มีระเบียบวิธีการหลักเกณฑ์ที่แน่นอนในการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยความคิด การใช้กระบวนการคิด ต้องอาศัยเหตุผลและการเรียนคณิตศาสตร์เป็นการฝึกแก้ปัญหาต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง สัญลักษณ์ที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์เกิดขึ้นจากการคิดและตกลงยอมรับที่จะนำไปใช้ เช่น ตัวเลขฮินดูอารบิค ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 ซึ่งชาวฮินดูได้คิดขึ้นประมาณปี พ.ศ. 1043 และในปัจจุบันก็ยังใช้ตัวเลขฮินดูอารบิค

3. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ โดยสร้างแบบจำลองและศึกษาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติ เช่น เรขาคณิตแบบยูคลิด ปรากฏการณ์ทางพันธุกรรมสามารถอธิบายได้ในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้เมตริกซ์ การเพิ่มของประชากรสามารถอธิบายในเชิงของคณิตศาสตร์โดยใช้เลขยกกำลัง เป็นต้น ความเป็นลักษณะวิทยาศาสตร์ของคณิตศาสตร์นั้นเป็นที่ยอมรับกันทั่วไป ดังเช่น “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์”

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างความมีระเบียบแบบแผน มีลำดับขั้นตอนในการคิดและต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผล สิ่งที่เรียนก่อนจะเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องต่อไปหรือในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงต่อไป เช่น การเรียนเรื่องการบวกก่อนการเรียนเรื่องการคูณ การเรียนเรื่องลำดับและอนุกรม ก่อนการเรียนเรื่องแคลคูลัส

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอย่างอื่น ความหมาย ของคณิตศาสตร์ คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายใน นักคณิตศาสตร์พยายามแสดงออกถึงค่าสูงสุดของชีวิต ความสัมพันธ์และแสดงโครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา การสำรวจความคิดเห็นใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้เกิดความคิดสร้างสรรค์

เวบสเตอร์ (Webster, 1980, p. 1110) อธิบายว่า คณิตศาสตร์หมายถึงกลุ่มวิชาต่าง ๆ ได้แก่ เลขคณิต เรขาคณิต แคลคูลัส ฯลฯ ซึ่งเกี่ยวพันกับปริมาณ (Quantities) ขนาด (Magnitude) รูปร่าง (Forms) ความสัมพันธ์ (Relation) คุณสมบัติ (Attributes) และอื่นๆ โดยการใช้จำนวนตัวเลข (Numbers) และสัญลักษณ์ (Symbol) จากความหมายของคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ โดยใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน

จากการศึกษาเอกสารผู้วิจัยสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์ หมายถึง วิชาที่ความความเกี่ยวข้องผูกพันกับ การคิดการคำนวณ การให้เหตุผล การประมาณการ การจัดกระบวนการขั้นตอนที่มีแบบแผน คณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐานของวิทยาการทุก ๆ สาขาสามารถนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้กับวิชาอื่นได้ และสามารถแสดงความเป็นเหตุเป็นผลกัน ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมายเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล มีความคิดริเริ่ม ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาสำคัญอย่างยิ่งวิชาหนึ่ง ที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

สำนักทดสอบทางการศึกษา (2545, หน้า 2) ได้ให้นิยามความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ความสำคัญในแง่นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และงานอาชีพ เช่น การซื้อขาย การดูเวลา การกะระยะทาง การคาดคะเนน้ำหนัก การวัดส่วนสูง การคำนวณหาพื้นที่ การหาปริมาตรการบันทึกรายรับรายจ่ายของตนเองและครอบครัวในแต่ละวัน

2. ความสำคัญในแง่เป็นเครื่องมือปลูกฝังให้ผู้เรียนมีนิสัย และความสามารถทางสมอง เช่น เป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีระเบียบแบบแผน มีความคิดสร้างสรรค์และวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ละออง จันทร์เจริญ (2540, หน้า 4) สรุปความสำคัญของคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

1. วิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำหรับการดำรงชีวิตของมนุษย์ในชีวิตประจำวันของคนเราทุกคนจะต้องเกี่ยวข้องหับคณิตศาสตร์เสมอ ไม่ว่าบุคคลนั้นจะประกอบอาชีพอะไร เช่น การติดต่อตกลงซื้อขาย การแลกเปลี่ยน การคิดคำนวณ การแก้ปัญหา ฯลฯ ซึ่งจะต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ ดังนั้นสมาชิกในสังคมจะต้องได้รับการปลูกฝังให้มีทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต

2. วิชาคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์สามารถคิดและตัดสินใจเรื่องราวต่าง ๆ โดยใช้เหตุผล วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างสรรค์จิตใจมนุษย์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิด กระบวนการและเหตุผล และสะท้อนให้เห็นถึงความสามารถที่จะตัดสินใจได้อย่างฉับพลัน มีเหตุผล และสุนทรียภาพ ดังนั้นวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ฝึกให้เป็นคนช่างสังเกต มีเหตุผล คิดอย่างมีระบบ รอบคอบ มีความละเอียดถี่ถ้วน ความแม่นยำและรวดเร็ว และหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองอยู่เสมอ

3. วิชาคณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้มนุษย์คิดและพิจารณาเรื่องราวต่าง ๆ ด้วยความเป็นธรรม วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบ แบบแผนและรูปแบบอยู่ในตัวเอง ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบและจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้ เป็นวิชาที่ให้ความเป็นธรรม ถ้ามีข้อมูลอย่างไร ผลสรุปก็ได้อย่างนั้น เพราะฉะนั้นวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ฝึกวิธีการใช้ความคิดพิจารณาเรื่องต่าง ๆ ด้วยความเป็นธรรม ปราศจากอคติ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำคัญตรงที่ได้แก้ปัญหาและการแก้ปัญหาทุกครั้งจะต้องยึดข้อมูลที่กำหนดให้ ไม่อนุญาตให้นำความคิดเห็นส่วนตัวหรือความคิดเห็นของผู้อื่นมาเป็นข้ออ้างทำให้มีนิสัยในการพิจารณาปัญหาต่าง ๆ โดยใช้ข้อเท็จจริงตัดสินปัญหาส่วนตัวหรือหน้าที่การงานด้วยความเหมาะสมและเที่ยงธรรม

4. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้คนคิด พูด เขียนหรือทำงานเป็นขั้นตอนการที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้จะด้วยวิธีใดก็ตาม ถือว่าไม่เป็นการเพียงพอ นักเรียนจะต้องสามารถเรียงลำดับความคิดเป็นขั้นตอน เพื่อให้คนอื่นเข้าใจได้ว่าตนสรุปมาได้อย่างไร สาเหตุที่คนเราไม่เข้าใจกันสาเหตุหนึ่งก็คือ พูดจากันไม่รู้เรื่อง เช่น นาย ก. คิดอย่างหนึ่งแต่พูดไปอีกอย่างหนึ่ง นาย ข. ได้ยินเป็นอีกอย่างหนึ่ง ทำให้เรื่องเล็กกลายเป็นเรื่องใหญ่ ดังนั้นความสามารถ

ในการเสนอความคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้จึงมีประโยชน์มากเพราะทำให้ความไม่เข้าใจซึ่งกันและกันลดน้อยลง

5. วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ฝึกให้รู้จัก ระบบและวิธีการของประชาธิปไตย วิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ขาดไม่ได้ในโลก โดยเฉพาะพลเมืองที่อยู่ในระบบการปกครองแบบประชาธิปไตย จะต้องมีความสามารถในการตัดสินใจอย่างชาญฉลาดและสามารถแยกแยะได้ว่าอะไรสมเหตุสมผล ซึ่งจะเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์จะประกอบด้วยข้อตกลงพื้นฐานทฤษฎีจะได้มาจากข้อตกลงและแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ต้องอาศัยทฤษฎี ถ้าเปรียบเทียบกับการปกครองในระบอบประชาธิปไตย คดีความต่าง ๆ ก็คือ โจทย์ปัญหา การตัดสินคดีความก็คือ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ตรรกวิทยา เพื่อให้ได้ผลสรุปสอดคล้องกับทฤษฎี (กฎหมายต่าง ๆ) หรือข้อตกลงพื้นฐาน (รัฐธรรมนูญ)

6. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่นได้อีกมากมาย ไม่เพียงแต่เฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์เท่านั้น ยังสามารถนำไปใช้ในวิชาสังคมศาสตร์ มานุษวิทยา สถาปัตยกรรมศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ แพทยศาสตร์ ศึกษาศาสตร์ ฯลฯ เช่นถ้าต้องการศึกษาพฤติกรรมอย่างใดอย่างหนึ่ง เมื่อมีการเสนอข้อมูล และเปลี่ยนข้อมูลออกมาเป็นตัวเลขแล้ว จะต้องอาศัยวิชาสถิติเข้าช่วยจึงจะได้ข้อสรุปออกมาเป็นต้น จึงเห็นได้ว่าทุก ๆ วิชาไม่ว่าจะเป็นวิชาใดก็ตาม จะต้องใช้วิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ดังนั้นในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาบังคับที่เด็กทุกคนต้องเรียนเป็นพื้นฐาน และมีความสำคัญพอ ๆ กับวิชาทางภาษา ซึ่งทุกคนจะต้องเรียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้

7. วิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้วิทยาการและเทคโนโลยีต่าง ๆ เจริญก้าวหน้า ปัจจุบันวิทยาการและเทคโนโลยีต่าง ๆ เจริญก้าวหน้ามาก เช่น การสร้างหุ่นยนต์ทำงานแทนคน การสร้างเครื่องคอมพิวเตอร์ การยิงจรวจหรือปล่อยดาวเทียม ทำให้รู้ข่าวสารทั่วโลก ฯลฯ เรื่องต่าง ๆ ล้วนแต่เป็นผลมาจากคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

8. วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีบทบาทต่อสังคม คณิตสาสตร์มีบทบาทต่อสังคมไม่ว่าจะเป็นวงการธุรกิจ อุตสาหกรรม เช่น ถ้าจะสร้างโรงงานสักแห่งหนึ่งจะต้องสำรวจดูความต้องการของท้องตลาดว่า ต้องการสินค้าประเภทใดมากที่สุด เมื่อได้ผลสำรวจแล้วจะต้องคำนวณดูว่าควรจะตั้งโรงงานประเภทใดอยู่ในแหล่งใดจึงจะดี เมื่อผลิตสินค้าออกสู่ตลาดแล้วก็ต้องคิดว่าควรจะขายด้วยราคาเท่าไรจึงจะคุ้มราคาต้นทุน เพราะฉะนั้นจึงจะเห็นว่าไม่ว่าบุคคลอาชีพอะไรก็ตามจะต้องอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

พิสมัย ศรีอำไพ (2535) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญที่เยาวชนทุกคนต้องเรียนและเป็นความจำเป็นที่เยาวชนทุกคนต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics for

all and all for mathematics) การที่เยาวชนจะเป็นผู้รู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematically literate citizens) และเป็นผู้ที่มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical power) หรือไม่นั้นการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียน ตลอดจนการจัดเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบ การเรียนการสอน การจัดเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ กระบวนการเรียนการสอน ล้วนเป็นปัจจัยที่สำคัญที่จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

พิสมัย ศรีอำไพ (2535) กล่าวว่า การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 นี้จะต้องเป็นการจัดการศึกษาที่ช่วยเพิ่มพูนคุณภาพชีวิตให้สงบสุข มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สิ่งแวดล้อม สังคม วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญรุดหน้าไปอย่างไม่หยุดยั้ง

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้สอดคล้องกับ จอห์นสัน และไรซิ่ง (Johnson & Rising, 1967, pp. 4-5) ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด เป็นเครื่องพิสูจน์ว่าสิ่งที่เกิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่อย่างมีเหตุผล ด้วยเหตุนี้ เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม และยังช่วยให้คนมีเหตุผลใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานของความเจริญในด้านต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างสรรค์ทางด้านจิตใจของมนุษย์วิชาหนึ่งเกี่ยวข้องกับพื้นฐานทางความคิด กระบวนการ และเหตุผล ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นมากกว่าจำนวน (ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและการคิดคำนวณ) มากกว่าพีชคณิต (ภาษาทางสัญลักษณ์และความสัมพันธ์) มากกว่าเรขาคณิต (ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปร่าง ขนาด และที่ว่าง) และมากกว่าแคลคูลัส (ที่ศึกษาความเปลี่ยนแปลง จำนวนไม่รู้จบและจำนวนจำกัด)

3. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง ซึ่งกำหนดขึ้นด้วยข้อความทางสัญลักษณ์กระชับรัดกุมและสื่อความหมายได้ ภาษาคณิตศาสตร์เป็นภาษาซึ่งดำเนินไปด้วยความคิดมากกว่ากระทำ

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยจัดระเบียบโครงสร้างทางความรู้ ข้อความและข้อความถูกสรุปด้วยเหตุผล จากการพิสูจน์ข้อความหรือข้อสมมติเดิม โครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างทางเหตุผล โดยเริ่มต้นด้วยพจน์ที่ยังไม่ได้รับการนิยามและจะถูกนิยามอย่างเป็นระบบแล้วนำมาใช้อธิบายสาระต่าง ๆ หลังจากนั้นจึงถูกตั้งเป็นคุณสมบัติหรือกฎโดยท้ายที่สุดพจน์และข้อสมมติเหล่านี้จะถูกนำไปใช้พิสูจน์ทฤษฎี และสามารถศึกษาโครงสร้างใหม่ทางคณิตศาสตร์ได้

5. คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่มีรูปแบบ นั่นคือ ความเป็นระเบียบในรูปแบบของการคิด ทุกสิ่งที่มีรูปแบบสามารถถูกจัดได้ด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น คลื่นวิทยุโครงสร้างของโมเลกุลและรูปร่างเซลล์ของผึ้ง

6. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์สามารถพบได้ในกระบวนการ ซึ่งแยกข้อเท็จจริงที่ถูกถ่ายทอดผ่านการใช้เหตุผล เป็นขั้นตอนโดยนักคณิตศาสตร์ได้พยายามใช้ความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ และการทำความเข้าใจในสิ่งที่ท้าทายความคิด

บรรพต สุวรรณประเสริฐ (2544, หน้า 106) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า การที่ให้นักเรียนศึกษาคณิตศาสตร์ เพราะวิชาคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาชีวิตของผู้เรียนแต่ละคน และช่วยในการดำรงชีวิตของแต่ละคนในสังคม และยังมีส่วนในเรื่องของชีวิตส่วนตัวของผู้เรียน 4 ส่วน คือ อาชีพ ความต้องการพื้นฐาน นันทนาการ และวัฒนธรรม กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545, หน้า 1) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 2-3) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด พิสูจน์อย่างมีเหตุผล กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง ช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณและการแก้ปัญหา เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผลใช้อธิบายข้อคิดต่าง ๆ เช่น สัจพจน์ คุณสมบัติ กฎ ทำให้เกิดความคิดที่เป็นรากฐานในการที่จะใช้พิสูจน์เรื่องอื่นต่อไป ซึ่งการคิดนั้นจะต้องคิดอยู่ในแบบแผนและมีรูปแบบทุกขั้นตอน ซึ่งจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริง ดังนั้น คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีความสำคัญและมีความจำเป็นในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ให้เป็นคนที่มีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างรอบคอบ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการดำรงชีวิตประจำวันของมนุษย์ได้เป็นอย่างดี และวิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการศึกษาศาสตร์แขนงอื่น ๆ อีกด้วย

ธรรมชาติของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีลักษณะแตกต่างจากวิชาอื่น ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีดังนี้

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2545, หน้า 2) ได้กล่าวถึงธรรมชาติของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้าง ซึ่งประกอบด้วย คำอนิยาม บทนิยาม

สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้นและนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง และคณิตศาสตร์ยังเป็นศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนาไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการพัฒนาให้มนุษย์สามารถคิดเป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม ประกอบกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานที่ต้องการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 ให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีได้อย่างเหมาะสมสอดคล้อง แต่โดยลักษณะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรมนั้นเป็นการยากที่จะทำให้บรรลุตามความมุ่งหมายที่กล่าวมาได้

ละออง จันทร์เจริญ (2540, หน้า 5-7) ได้กล่าวถึงธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่จัดให้นักเรียนเรียน แม้ว่าเนื้อหาเหล่านั้นจะมีพื้นฐานมาจากสิ่งที่มีอยู่แล้วตามธรรมชาติ เช่น จำนวน เวลา ระยะทาง พื้นที่ปริมาตร ฯลฯ สิ่งที่กล่าวถึงนั้นมนุษย์ได้สมมติขึ้นมา แล้วนำมาสิ่งสมมติมาให้นักเรียนรับรู้ว่าสิ่งนั้นคืออะไร แทนความหมายที่แท้จริงว่าอย่างไร เช่น จำนวน ก็สมมติขึ้นมา ทั้งชื่อจำนวนและสัญลักษณ์ของจำนวน เวลาก็กำหนดไว้ให้เลยว่า ต้องอ่านเขียนเวลาอย่างไร แม้เรื่องระยะทางและเรื่องอื่น ๆ ก็เช่นเดียวกัน มนุษย์สมมติขึ้นเพื่อให้คนรุ่นต่อ ๆ มารับรู้และจดจำไว้ ความรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนจึงมีลักษณะเป็นนามธรรมคือ นักเรียนมองไม่เห็นตัวตนของสิ่งที่เรียน จึงปรากฏว่าเป็นเรื่องที่ยากสำหรับนักเรียน ในการทำความเข้าใจกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์แต่ละเนื้อหา ครูจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น โดยพยายามทำบทเรียนที่เป็นรูปธรรม หรือใช้รูปธรรมประกอบการเรียนรู้พร้อมกับให้เนื้อหาที่เป็นนามธรรมจะทำให้การเรียนรู้ดูง่ายขึ้น

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความคิดรวบยอด ลักษณะของเนื้อหามีลักษณะเป็นนามธรรม ดังที่กล่าวมาแล้ว การสอนให้นักเรียนสัมพันธ์หรือเกิดความเข้าใจในระหว่างของจริงและสัญลักษณ์ เช่น ?? เท่ากับ 2 ยังไม่เพียงพอ เพราะผู้เรียนจะต้องจำสัญลักษณ์ ของจำนวน เวลา ระยะทาง พื้นที่ ฯลฯ ซึ่งมีอยู่มากมาย ใช้เวลามาก นอกจากนี้เมื่อไม่ได้เรียน ไม่ได้ท่องจำ และไม่ได้ใช้ความรู้นั้น ๆ ก็จะลืมความรู้ที่เรียนมา การสอนให้นักเรียนจดจำสิ่งที่เรียนจึงยังไม่เพียงพอ ต้องสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในสิ่งที่เรียนด้วยแทนการจำ

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษามีโครงสร้าง ซึ่งประกอบด้วย พื้นฐานต่าง ๆ 5 พื้นฐาน แต่ละพื้นฐานมีโครงสร้างของความรู้ เช่น ความรู้เบื้องต้นที่สำคัญของพีชคณิต คือสมบัติในการสลับที่ สมบัติการจัดกลุ่ม และสมบัติการกระจาย การเข้าใจโครงสร้างของความรู้แต่ละอย่างจะช่วยให้นักเรียนคิดคำนวณได้รวดเร็ว แม่นยำ มีความจำได้เป็นระยะเวลานาน แม้จะลืมก็ไม่ลมจนหมดสิ้นการสอนให้เข้าใจโครงสร้างช่วยให้รู้จักประยุกต์ความรู้ได้ดีกว่าการท่องจำ และทำแบบฝึกหัดเมื่อจบแต่ละบทเรียน

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่แสดงความเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์บ่งบอกความเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน เช่น สุดามีเงิน 5 บาท แม่ให้มาอีก 2 บาท จะบ่งบอกว่าสุดาต้องมีเงินเพิ่มขึ้น แต่ถ้าสุดามีเงิน 5 บาท แล้วเอาไปซื้อขนมกิน 2 บาท สุดาจะต้องมีเงินน้อยกว่าที่มีอยู่เดิม

5. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ หลักและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใช้สัญลักษณ์แทนทั้งสิ้น เช่น แทนการพูดว่า มีเงิน 3 บาท แม่ให้มาอีก 2 บาท จะมีเงินรวมกี่บาท สามารถเขียนสัญลักษณ์ 2 + 3 = ? สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มีมากมาย ทั้งสัญลักษณ์แทนจำนวน สัญลักษณ์แทนการกระทำ สัญลักษณ์แทนเครื่องหมายวรรคตอน ดังนั้นการให้สัญลักษณ์ของคณิตศาสตร์แต่ละสัญลักษณ์จึงไม่ควรรีบร้อนให้ทีละหลายตัว ควรให้ทีละสัญลักษณ์ จนแน่ใจว่านักเรียนสามารถสัมพันธ์ระหว่างของจริง ปัญหา กับสัญลักษณ์นั้นได้แล้วจึงให้สัญลักษณ์ใหม่ต่อไป

6. คณิตศาสตร์เป็นวิชาทักษะ การฝึกอบรมให้นักเรียนเกิดความสามารถในการคิดคำนวณอย่างเที่ยงตรง แม่นยำ และรวดเร็ว เป็นสิ่งจำเป็นซึ่งต้องอาศัยการฝึกฝนบ่อย ๆ แต่การฝึกควรให้ทำภายหลังจากเข้าใจหลักการและกระบวนการต่าง ๆ ดีแล้ว

อัญชลี แจ่มเจริญ และจาระไน เกษมศรี (2526) กล่าวถึงธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. มีลักษณะเป็นนามธรรม ศัพท์ นิยามและข้อเท็จจริง
2. มีลักษณะเป็นการฝึกฝน
3. มีลักษณะเป็นการแก้โจทย์ปัญหา
4. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง อยู่ในรูปต่อไปนี้
   4.1 คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวกและการคูณ
   4.2 คุณสมบัติของการจัดหมู่การบวกและการคูณ
   4.3 คุณสมบัติของการกระจาย

ชมรมกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน (2545) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม บทนิยาม สัจพจน์ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

สร้างทฤษฎีต่าง ๆ ขึ้นและนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรงคงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ เป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสารสื่อความหมายและถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ

โครงสร้างของคณิตศาสตร์

เลิศ สิทธิโกศล (2540) กล่าวว่า โครงสร้างของคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย สิ่งต่อไปนี้

1. คำอนิยามหรือพจน์อนิยามหรือเทอมอนิยาม (Undefined term, primitive term) คือ คำศัพท์รากฐานที่ไม่ได้ให้คำจำกัดความหรือนิยามไว้ ได้แก่ จุด เส้น ระนาบ มุม ระหว่าง สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม เซต สมาชิก เป็นสมาชิก

2. คำนิยามหรือพจน์นิยามหรือบทนิยาม (Defined term, definition) คือ การอธิบายหรือให้ความหมายหรือให้คำจำกัดความคำต่าง ๆ ที่จะใช้เพื่อให้เข้าใจตรงกัน โดยอาศัยเทอมนิยามหรือเทอมนิยามอื่น ๆ เช่น

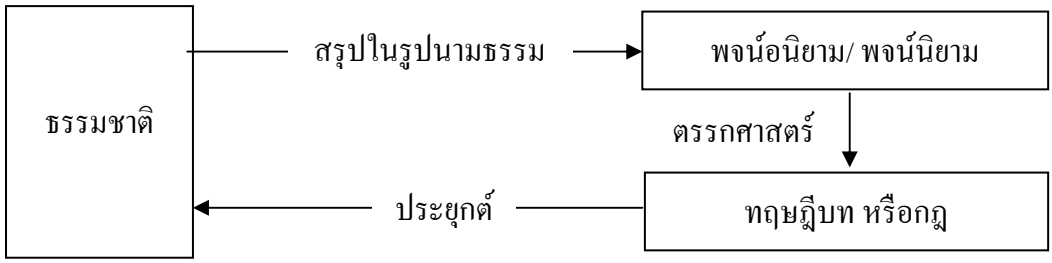
2.1 สามเหลี่ยมด้านเท่า คือ สามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสามด้าน

2.2 สี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ สี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงกันข้ามขนานกัน

3. สัจพจน์ (Axiom, postulate) เป็นข้อความที่ตกลงไว้เบื้องต้น ที่จะต้องยอมรับโดยไม่ต้องพิสูจน์ สัจพจน์จะต้องมีความคล้องจองกันและจะต้องมีความเป็นอิสระ เช่น สามารถลากเส้นตรงผ่านจุดสองจุดได้เพียงเส้นเดียวเท่านั้น

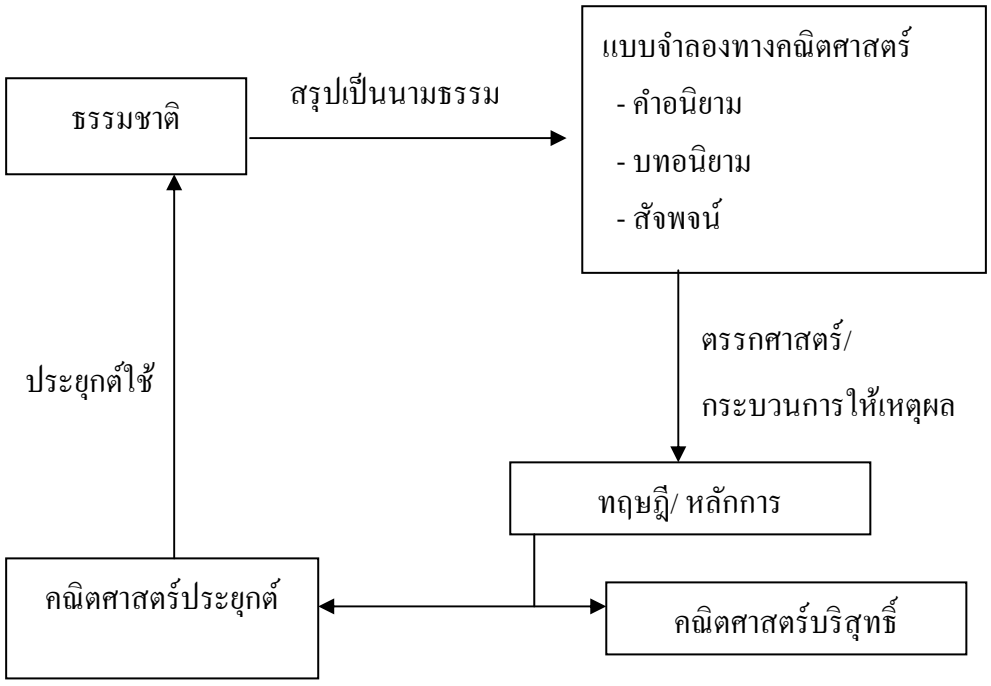
4. ทฤษฎีบทหรือกฎ (Theorem, law) คือ ข้อความหรือประพจน์ที่พิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผลจากสัจพจน์ โดยอาจใช้ความรู้เกี่ยวกับเทอมอนิยามและทฤษฎีบทเข้าช่วย

โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์เริ่มด้วยธรรมชาติแล้วพิจารณาความรู้นั้นสรุปในรูปนามธรรมโดยสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาแล้วให้ตรรกศาสตร์ช่วยในการสร้างทฤษฎีบทหรือกฎหรือข้อความรู้ใหม่ เมื่อได้แล้วก็นำไปประยุกต์ใช้กับธรรมชาติต่อไปเป็นวัฏจักรเช่นนี้เรื่อยไป ดังแผนภูมิแสดงโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 แสดงแผนโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ เลิศ สิทธิโกศล (2540)

กลุ่มส่งเสริมการเรียนการสอนและประเมินผล (2548, หน้า 5) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ระยะแรก ๆ เกิดขึ้นและพัฒนามาจากความจำเป็นในด้านการนำไปใช้ประโยชน์ในการดำรงชีวิตของมนุษย์อย่างแท้จริง เช่น ความจำเป็นในการใช้คณิตศาสตร์เพื่อขุดร่องน้ำ ทำฝายสร้างทำนบแบ่งที่ดิน สำหรับการเพาะปลูกและการสร้างมาตราชั่ง ตวง วัด เพื่อใช้สำหรับการเก็บเกี่ยวพืชพันธุ์ธัญญาหาร เป็นต้น นักคณิตศาสตร์เริ่มต้นศึกษาค้นคว้าจากสิ่งที่น่าสนใจในธรรมชาติ แล้วเรียบเรียงความคิดจากสิ่งนั้น นำมาสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ อันประกอบด้วย อนิยาม นิยาม และสัจพจน์ จากนั้นจึงใช้ตรรกศาสตร์สรุปผลจากแบบจำลองเป็นกฎหรือทฤษฎี แล้วนำกฎหรือทฤษฎีที่ได้นี้ไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติต่อไป คณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้ เรียกว่า คณิตศาสตร์ประยุกต์ (Applied mathematics) ในบางครั้งนักคณิตศาสตร์ไม่ได้คำนึงถึงธรรมชาติ แต่สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเอง แล้วค้นหากฎหรือทฤษฎีจากแบบจำลองนี้ โดยนักคณิตศาสตร์มิได้มุ่งที่จะนำทฤษฎีดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติแต่อย่างใด ถ้าสามารถนำทฤษฎีไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติได้ถือว่าเป็นเพียงผลพลอยได้เท่านั้น คณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้ เรียกว่า คณิตศาสตร์บริสุทธิ์ (Pure mathematics) ซึ่งสามารถแสดงโครงสร้างคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงแผนโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของกลุ่มส่งเสริมการเรียนการสอนและประเมินผล (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2548)

ลักษณะเฉพาะของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนาม มีโครงสร้าง ซึ่งประกอบด้วย คำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้กระบวนการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้อง เที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเองคณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมายและถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ (กรมวิชาการ, 2545, หน้า 2) คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ที่มีแนวคิดและโครงสร้างเฉพาะ เป็นภาษาสากลที่ทุกชาติเข้าใจได้ตรงกัน นับเป็นมรดกทางวัฒนธรรมที่สืบทอดกันมา (ยุพิน พิพิชกุล, 2539, หน้า 1-2) ได้สรุปลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด และมีการพิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่า สิ่งที่เราคิดจริงหรือไม่

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่งที่ใช้สัญลักษณ์สื่อความหมายได้ถูกต้อง โดยใช้ตัวอักษรแสดงความหมายแทนความคิด เป็นเครื่องมือที่ใช้ฝึกสมอง ช่วยให้เกิดการคิดคำนวณ การคิดวิเคราะห์ และการแก้ปัญหา

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีเหตุผล ใช้อธิบายข้อคิดต่าง ๆ ที่สำคัญได้

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นแบบแผนในการคิดคำนวณ ต้องคิดในแบบแผนและรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตามทุกขั้นตอน จะตอบและจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ที่มีความงาม คือความเป็นระเบียบ มีความกลมกลืน ด้านประโยชน์ของคณิตศาสตร์ มีดังนี้

5.1 มีประโยชน์ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับการกระทำต่าง ๆ ของมนุษย์ เช่น การซื้อขาย การดูเวลา การวัดระยะทาง การเขียนแผนที่การเดินทาง การคิดหาพื้นที่ ค่าแรงงาน การบันทึกรายรับรายจ่าย เป็นต้น ซึ่งกิจกรรมต่าง ๆ เหล่านี้ล้วนเกิดจากการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

5.2 ช่วยให้เข้าใจโลก เช่น ฤดูกาลต่าง ๆ การคำนวณทิศทางลม เข้าใจการโคจรของโลก น้ำขึ้นน้ำลง และเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่นอกโลก

5.3 คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์

5.4 ช่วยสร้างเจตคติที่ถูกต้อง โดยจะช่วยให้ผู้เรียนเป็นผู้แสวงหาความจริง ความถูกต้อง การรู้จักนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์

ประโยชน์ของคณิตศาสตร์

วรรณี โสมประยูร (2525, หน้า 229) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในชีวิตประจำวัน กิจกรรมต่างๆ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์ เช่น การซื้อขาย การดูเวลา ค่าแรงงาน ฯลฯ เกิดจากการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

2. คณิตศาสตร์ช่วยให้เราเข้าใจโลกคณิตศาสตร์ช่วยให้เราเข้าใจการโคจรของโลก น้ำขึ้น น้ำลง ฤดูกาลต่าง ๆ ฯลฯ และเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่นอกโลก

3. คณิตศาสตร์ช่วยสร้างเจตคติที่ถูกต้องทางการศึกษาคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียน เป็นผู้แสวงหาความจริง ความถูกต้อง การรู้จักนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์

4. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์

5. คณิตศาสตร์เป็นมรดกของวัฒนธรรมส่วนหนึ่งที่คนรุ่นก่อนได้คิดค้นสร้างสรรค์ไว้ และถ่ายทอดให้คนรุ่นหลัง

สมทรง ดอนแก้วบัว (2528) ได้สรุปประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. มีความสำคัญในชีวิตประจำวัน

2. มีประโยชน์ในการประกอบอาชีพ

3. ช่วยปลูกฝังและอบรมให้บุคคลมีคุณสมบัติ นิสัย ทัศนคติ และความสามารถทางสมองบางประการ ดังนี้

3.1 ความเป็นผู้มีเหตุผล

3.2 ความเป็นผู้สุขุมรอบคอบ

3.3 ความเป็นผู้มีไหวพริบปฏิภาณที่ดี

3.4 ฝึกให้เขียนและพูดได้ตามที่ตนคิด

3.5 ฝึกให้ใช้ระบบและวิธีการซึ่งช่วยให้เด็กเข้าใจสังคมได้ดีขึ้น

พิสมัย ศรีอำไพ (2533) กล่าวถึงประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ คือ

1. ประโยชน์ในลักษณะที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งทุกคนทราบดี คือ ทำให้บวก ลบ คูณ หาร ได้ เป็นความสามารถที่ใช้ในชีวิตประจำวันของทุกคน ทุกระดับและทุกอาชีพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือปลูกฝังและอบรมให้ผู้เรียนมีนิสัย ทัศนคติ และความสามารถของสมอง เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบและชัดเจน ตลอดจนความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา

2. ประโยชน์ในลักษณะใช้ประเทืองสมอง ผู้ที่ศึกษาคณิตศาสตร์สูงขึ้น จะเห็นว่าเนื้อหาของคณิตศาสตร์บางตอนไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้โดยตรง แต่เนื้อหาเหล่านั้นเป็นสิ่งที่จะช่วยฝึกให้คนเราเป็นคนฉลาดมากขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เราจะหาประสบการณ์

ได้โดยทางสมอง จึงเป็นที่ยอมรับว่าคณิตศาสตร์ช่วยเพิ่มสมรรถภาพให้มันสมองมีความสามารถในการคิด การตัดสินใจ และการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ถ้าหากเราจะกล่าวว่า คณิตศาสตร์ทำให้เรามีความฉลาดขึ้นก็เป็นคำกล่าวที่ไม่ผิด เพราะการวัดความฉลาดนั้นเราวัดที่ความสามารถของสมอง

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้สรุปประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. มีความสำคัญในชีวิตประจำวันและในการประกอบอาชีพ
2. ช่วยปลูกฝัง อบรม ให้เป็นบุคคลที่มีคุณสมบัติ นิสัย ทัศนคติและความมีวินัย
3. ความเป็นผู้มีเหตุผล
4. ความเป็นผู้มีลักษณะนิสัยละเอียดและสุขุมรอบคอบ
5. ความเป็นผู้มีไหวพริบปฏิภาณที่ดีขึ้น
6. ฝึกให้เขียนและพูดได้ตามที่ตนคิด
7. ฝึกระบบและวิธีการซึ่งช่วยให้เด็กเข้าใจสังคมได้ดีขึ้น
8. เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ชั้นสูงต่อไป

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551) ได้กำหนดสาระสำคัญสำหรับผู้เรียน ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริงสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

4. พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น

ความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

โดยกำหนดเป็นสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematicalmodel) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ซึ่งมีตัวชี้วัดของชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

ป.6/ 1 เขียนและอ่านทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง

ป.6/ 2 เปรียบเทียบและเรียงลำดับเศษส่วนและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง

ป.6/ 3 เขียนทศนิยมในรูปเศษส่วน และเขียนเศษส่วนในรูปทศนิยม

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ป.6/ 1 บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณ หารระคนของเศษส่วน จำนวนคละ และทศนิยม พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ป.6/ 2 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับ เศษส่วน จำนวนคละทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

ป.6/ 1 บอกค่าประมาณใกล้เคียงจำนวนเต็มหลักต่าง ๆ ของจำนวนนับ และนำไปใช้ได้

ป.6/ 2 บอกค่าประมาณของทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

ป.6/ 1 ใช้สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่และสมบัติการแจกแจงในการคิดคำนวณ

ป.6/ 2 หา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับ

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ป.6/ 1 อธิบายเส้นทางหรือบอกตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ โดยระบุทิศทาง และระยะทางจริง จากรูปภาพ แผนที่ และแผนผัง

ป.6/ 2 หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม

ป.6/ 3 หาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปวงกลม

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ป.6/ 1 แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม

ป.6/ 2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ป.6/ 3 เขียนแผนผังแสดงตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ และแผนผังแสดงเส้นทางการเดินทาง

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ป.6/ 1 บอกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ป.6/ 2 บอกสมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

ป.6/ 3 บอกได้ว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกัน

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

ป.6/ 1 ประดิษฐ์ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากทรงกระบอก กรวย ปริซึม และพีระมิด จากรูปคลี่ หรือรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้

ป.6/ 2 สร้างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ป.6/1 แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ป.6/ 1 เขียนสมการจากสถานการณ์หรือปัญหา และแก้สมการ พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ป.6/ 1 อ่านข้อมูลจากกราฟเส้น และแผนภูมิรูปวงกลม

ป.6/ 2 เขียนแผนภูมิแท่งเปรียบเทียบและกราฟเส้น

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ป.6/1 อธิบายเหตุการณ์โดยใช้คำที่มีความหมายเช่นเดียวกับคำว่าเกิดขึ้นอย่างแน่นอนอาจจะเกิดขึ้น หรือไม่ก็ได้ไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอน

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ป.6/ 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ป.6/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ป.6/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ป.6/ 4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารการสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ป.6/ 5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ป.6/ 6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาทั้งหมดอาจกล่าวได้ว่า คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในด้านการใช้ชีวิตประจำวัน ใช้เพื่อการประกอบอาชีพ มีประโยชน์ในการฝึกสมองให้เป็นผู้มีความคิด ตัดสินใจในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระเบียบชัดเจน เป็นขั้นเป็นตอนที่ถูกต้องเหมาะสม

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนเป็นพื้นฐานในการพัฒนาวิชาการอื่น ๆ ดังนั้น ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนว่าผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นไป ซึ่งการที่ผู้เรียนจะเกิด

การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพจะต้องมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้สอนจะต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยการจัดสถานการณ์หรือปัญหาให้เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม ซึ่งอาจจะเริ่มต้นด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา โดยหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้จัดสาระการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 สาระการเรียนรู้ สาระที่ 1-5 เป็นสาระในเชิงเนื้อหา ส่วนสาระที่ 6 เป็นสาระที่เกี่ยวข้องกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหา (Problem solving)

1. ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กาเย่ (Gagne, 1970, p. 63) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาว่าเป็นรูปแบบของการเรียนอย่างหนึ่งที่จะต้องอาศัยหลักการที่มีความสัมพันธ์กันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการเหล่านี้ผนวกรวมกันจนเรียกว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญหา

สตีเฟ่น และรุดนิค (Stephen & Rudnick, 1993, p. 4) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาว่าเป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่มีอยู่ไปใช้ในการประยุกต์กับสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากเดิม

ครูลิค และเรย์ (Krulik & Reys, 1980, pp. 3-4) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem solving as a goal) ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใด ๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem solving as a process) สิ่งที่ถือว่าสำคัญเมื่อการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem solving as a basic skill) เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหาแบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้และการเลือกปัญหา และเทคนิควิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น

โพลยา (Polya, 1980, p. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาแนวทางที่จะหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา หรือสิ่งที่ยุ่งยากออกไป เป็นการหาวิธีการที่ต้องการความสำเร็จในการแก้ไขกับอุปสรรคที่เผชิญเพื่อที่จะให้ได้ข้อสรุปและคำตอบที่มีความชัดเจน

เคนเนดี้ (Kennedy, 1994, p. 81) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการแสดงออกเฉพาะของบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ด้วยขั้นตอนตามสถานการณ์นั้นในทันที

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 52) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหา คือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบของนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่เข้าไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการที่จะได้มาซึ่งคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถและความชำนาญในการใช้กระบวนการต่าง ๆ ทางสมอง ประสบการณ์ การเข้าใจปัญหา ตลอดจนความพยายามในการคิดค้นหาคำตอบ เพื่อให้ได้คำตอบ โดยการนำความรู้ ทักษะ รวมถึงวิธีการต่าง ๆ ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาให้ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนและจะต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

2. แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1969 อ้างถึงใน ชิรา ลำดวนหอม, 2546, หน้า 36-37) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทั้งธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ต่างก็มีความสำคัญ แต่มีจุดมุ่งหมายที่ต่างกัน คือ ปัญหาธรรมดามีจุดมุ่งหมายที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับการใช้กฎต่าง ๆ เป็นการมุ่งฝึกกระบวนการและความหมาย ไม่ได้ต้องการที่จะให้คิดสร้างหรือค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ในการหาคำตอบของปัญหา ส่วนปัญหาที่แปลกใหม่นั้นต้องการให้มีการคิดสร้าง หรือค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ในการหาคำตอบของ

ปัญหา การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ดี และกระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหานั้นจะทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ ๆ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ โดยกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา (Polya, 1957, pp. 16-17) ประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล มีเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้โดยใช้บทนิยาม สมบัติและทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาก่อนหน้านี้ การพิจารณาอาจใช้วิธีการต่างๆ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ เช่น การวาดรูป การสร้างตารางวิเคราะห์ หรืออื่น ๆ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying out the plan) เป็นขั้นตอนของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ (Looking back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่หรืออาจตรวจสอบโดยการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ว่าตรงกันหรือไม่

กาเย่ (Gagne, 1985, pp. 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) เป็นความสามารถในการนำรูปแบบของกฎสูตร หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนรู้มาก่อน

2. แบบของปัญหา (Problem schemata) เป็นตัวแทนที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็น ในการที่จะเลือกรูปแบบที่เหมาะสมกับแต่ละชนิดของปัญหาหรือไม่ก็ใช้ การเปรียบเทียบ การแปลง การรวบรวม

3. ยุทธวิธีการวางแผน (Planning strategies) เป็นส่วนหนึ่งของทักษะทางปัญญา โดยเป็นความสามารถของผู้แก้ปัญหาที่จะเลือกยุทธวิธีในการกระทำให้เหมาะสม และใช้ให้เป็นประโยชน์ เพื่อความสำเร็จตามเป้าหมายที่วางไว้

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the answer) เพื่อแสดงความสามารถในการตรวจสอบคำตอบเพื่อความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหา โดยเป็นความสามารถที่แท้จริงในการกำจัดคำตอบที่ผิดพลาดออกไป

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะต้องอาศัยความรู้ความสามารถเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาในการหาคำตอบจากสถานการณ์ของปัญหาที่แตกต่างกันออกไป ซึ่ง โพลยา (Polya) ได้อธิบายถึงกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการ แก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบ นั่นแสดงว่าในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องมีกระบวนการในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจจะทำให้เกิดข้อค้นพบทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ เกิดขึ้น

3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

บารูดี้ (Baroody, 1993, pp. 2-31; citing Schroeder & Lester, 1989; Stanic & Kilpatrick, 1989) ได้กล่าวว่า การสอนการแก้ปัญหามี 3 ทาง ได้แก่

1. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนที่จะมุ่งเน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหากับโลกที่เป็นจริง และใช้ปัญหาในการแนะนำทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย การใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

2. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน

3. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกใช้มโนมติและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อนแล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991, p. 57 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 33) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึกของนักเรียน

2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา

5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

คณะกรรมการการศึกษาแห่งแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1985, p. 14 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 33) ได้ให้ข้อแนะนำสำหรับครูในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ระบุพฤติกรรมการแก้ปัญหาให้ชัดเจน

2. จัดบรรยากาศภายในชั้นเรียนให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาอยู่เสมอ ๆ

3. ให้โอกาสนักเรียนได้อธิบายแนวคิดในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

4. มีความเข้าใจว่าแต่ละปัญหามียุทธวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธี การแก้ปัญหานั้นต้องการวิธีการใหม่ ๆ

นำเสนอปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริงและเป็นปัญหาที่ช่วยเพิ่มประสบการณ์ที่จะนำไปประยุกต์ใช้ได้

จากการที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าการแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานสำคัญในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ เพื่อที่จะช่วยให้นักเรียนมีสามารถเผชิญกับสถานการณ์ของปัญหาที่แตกต่างกันออกไป โดยผู้สอนควรใช้เทคนิคการเรียนรู้และวิธีการสอนที่มีความหลากหลายซึ่งส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. การวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

สมบูรณ์ ชิตพงษ์ (2538, หน้า 56-57) ให้แนวคิดว่าการวัดความสามารถในการแก้ปัญหานั้นไม่ได้มุ่งหวังที่จะตรวจสอบว่าผลที่ได้จากพฤติกรรมหรือคุณลักษณะที่บุคคลเลือกกระทำหรือปฏิบัตินั้นจะถูกหรือผิด แต่มุ่งหวังว่าบุคคลจะเลือกกระทำหรือปฏิบัติในพฤติกรรมหรือคุณลักษณะที่มีประสิทธิภาพสูงต่อการที่จะจัดการกับปัญหาต่าง ๆ หรือสถานการณ์ที่ต้องเผชิญเท่านั้น ส่วนการที่บุคคลจะสามารถกระทำหรือปฏิบัติตามพฤติกรรมหรือคุณลักษณะที่ตนเลือกหรือไม่นั้นเป็นเรื่องของความสามารถที่ต้องฝึกฝนกันต่อไป

สมมติว่ามีปัญหาที่ต้องการหาทางออก การแก้ปัญหานั้นไม่ได้แสดงว่าบุคคลผู้นั้นไม่มีความสามารถในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์นั้น ซึ่งความไม่สามารถในการแก้ปัญหามีอยู่ 2 ลักษณะเป็นอย่างน้อย คือ

ลักษณะที่หนึ่ง การแก้ปัญหาไม่ถูกหรือหาคำตอบไม่ได้เพราะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้องหรือวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกใช้เป็นวิธีที่ไม่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

ลักษณะที่สอง แก้ปัญหาไม่ถูกทั้ง ๆ ที่เลือกใช้วิธีการที่มีประสิทธิภาพแล้ว คือรู้ว่าจะต้องแก้ปัญหาให้สำเร็จได้โดยวิธีใด แต่ขาดความสามารถที่จะใช้วิธีการนั้นในการแก้ปัญหาให้สำเร็จได้

การที่นักเรียนทำสิ่งใดไม่สำเร็จหรือแก้ปัญหาเหล่านั้นไม่ได้ อาจบกพร่องในลักษณะที่หนึ่งหรือลักษณะ ที่สองก็ได้ แต่จากการใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ถ้าผลการสอบปรากฏว่านักเรียนตอบไม่ได้ก็จะบอกได้แต่เพียงว่านักเรียนไม่มีความสามารถ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าการไม่มีความสามารถของผู้เรียนนั้นบกพร่องตามลักษณะที่หนึ่งหรือลักษณะที่สอง ทั้งนี้เพราะเจตนาในการวัดผลสัมฤทธิ์นั้นต้องการดูผลเบ็ดเสร็จ ซึ่งจะเป็นทั้งผลของการเลือกวิธีการที่ถูกหรือผิด หรือเลือกใช้วิธีการที่ถูกแต่ขาดความสามารถในการใช้วิธีการนั้นให้ได้ผลสำเร็จ ดังนั้นการสอบวัดที่ก่อให้เกิดประโยชน์ในทางการศึกษาอย่างแท้จริงนั้นต้องสามารถใช้ผลการทดสอบวัดเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของบุคคลได้สำเร็จจึงจะถือว่าการสอบวัดนั้นมีคุณค่า ถ้าหากการสอบวัดนั้นทราบเพียงแต่ว่าบุคคลนั้นตอบผิด ซึ่งจากวิธีการสอบไม่สามารถชี้แนะได้ว่าผิดเพราะเหตุใดจะเป็นการยากต่อการแก้ปัญหา ความบกพร่องของบุคคลได้ถูกทาง จริงอยู่อาจแก้ปัญหานี้ได้โดยการตรวจผลการสอบใหม่ โดยตรวจสอบว่าบุคคลนั้นเลือกตอบตัวลวงใดในข้อสอบแต่ละข้อก็อาจจะช่วยให้ทราบได้ว่าบุคคลนั้นบกพร่องอะไร แต่โดยความเป็นจริงแล้วการเลือกตรวจตัวลวงก็ไม่สามารถบอกสาเหตุว่าบุคคลนั้นบกพร่อง ในลักษณะที่หนึ่งหรือลักษณะที่สองเพราะการที่บุคคลเลือกตอบตัวลวง (ตอบผิด) อาจจะเกิดจากความบกพร่องในลักษณะการใช้วิธีการที่ผิดหรือไม่รู้จักใช้วิธีการนั้น

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541, หน้า 102-103) ได้กล่าวถึงการสร้างข้อสอบทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าข้อสอบคณิตศาสตร์ที่ใช้วัดความสามารถในการหาเหตุผลในการแก้ปัญหานั้น ความเข้าใจทางด้านภาษามีอิทธิพลอยู่มาก เพราะข้อคำถามจะต้องใช้การอธิบายด้วยภาษาเป็นส่วนใหญ่ เมื่ออ่านโจทย์ไม่เข้าใจแล้วโอกาสที่จะทำถูกต้องจะมีน้อย ดังนั้น ผู้สร้างคำถามหรือโจทย์จะต้องพยายามใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย และมีความเป็นปรนัยในตัวเอง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดกระบวนการที่จะได้มาซึ่งคำตอบจากสถานการณ์ของปัญหาที่นักเรียนพบ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่แบบทดสอบจะมาจากสถานการณ์ที่มีความหลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงให้เห็นถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปจากเดิม ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบเป็นข้อสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งน่าจะเป็นเครื่องมือวัดที่จะสะท้อนให้เห็นถึงวิธีคิดและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนจากสถานการณ์ต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี

การให้เหตุผล (Reasoning)

1. ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer, 1990, p. 378 อ้างถึงใน ชัยรัตน์ สุลำนาจ, 2547, หน้า 53) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ มองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และเป็นการคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด ซึ่งทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปแบบทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ อธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ หรืออาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกยะ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผล แบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นหลักการที่เป็นจริงเสมอ

อลิซ และชิเรล (Alice & Shirel, 1994, p. 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล ซึ่งกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

นอกจากนี้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความหมายเช่นเดียวกันกับการใช้เหตุผล การคิดทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งได้มีนักการศึกษาให้นิยามความหมายต่าง ๆ ไว้ ดังนี้

ครูลิค และรูดนิค (Kulik & Rudnick, 1993, p. 3) ได้ให้ความหมายของการคิดว่าเป็นความสามารถของผู้เรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งผู้เรียนจะต้องสร้างข้อคาดเดา หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้น ข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันเป็นความรู้ใหม่

กรีนวูด (Greenwood, 1993, p. 144 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์. 2540, หน้า 35) ได้กล่าวถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถในการเข้าใจรูปแบบ หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาดและ การสร้างยุทธวิธีใหม่ ๆ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ ถ้ามีการสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534, หน้า 121) ได้ให้ความหมายของการใช้เหตุผลว่า หมายถึง ลักษณะหนึ่งของการคิดที่พยายามอธิบายเหตุการณ์บางอย่าง ไม่ว่าจะเป็นการใช้หลักฐาน การสังเกต หรือข้อความต่าง ๆ ที่ได้รับการยอมรับ

ทิศนา แขมมณี (2542, หน้า 144) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วย ทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ทักษะการให้เหตุผล หมายถึง การวิเคราะห์หรือแสดงแนวคิด ความสามารถหรือความชำนาญการ ของนักเรียนเกี่ยวกับการสร้างหลักการ ระบุความสัมพันธ์ของแนวคิดและการหาข้อสรุปหรือข้อคาดการณ์ที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งสามารถยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

ทฤษฎีเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน

เทอร์สโตน (Thurstone, 1993 อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541, หน้า 46-47) ได้ทำการวิจัยโครงสร้างทางสมองอย่างกว้างขวาง และได้ใช้หลักการวิเคราะห์สมัยใหม่ที่เรียกว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor analysis) มาใช้ทำให้สามารถแยกแยะความสามารถทางสมองออกเป็นส่วนย่อย ๆ ได้หลายอย่าง โดยเทอร์สโตนวิเคราะห์องค์ประกอบความสามารถทางสมองของมนุษย์ออกมาได้หลายอย่าง แต่ที่เห็นได้ชัดและสำคัญ ๆ มีอยู่ 7 ประการ คือ

1. องค์ประกอบด้านภาษา (Verbal factor) องค์ประกอบส่วนนี้ของสมองจะส่งผลให้รู้ถึงความสามารถด้านความเข้าใจในภาษาและการสื่อสารทั่ว ๆ ไป ผู้ที่มีองค์ประกอบด้านนี้สูงจะมีความสามารถในการอ่านเอาเรื่องอ่านแบบเข้าใจความหมาย รู้ความสัมพันธ์ของคำ รู้ความหมายของศัพท์เป็นอย่างดี

2. องค์ประกอบด้านความคล่องแคล่วในการใช้ถ้อยคำ (Word fluency factor) เป็นความสามารถที่จะใช้คำได้มากในเวลาจำกัด ความสามารถด้านนี้จะส่งผลต่อความสามารถในการเจรจา และการประพันธ์ทั้งร้อยแก้วร้อยกรองตอบโต้ทันทีทันใด ความสามารถนี้ไม่เหมือนกับองค์ประกอบแรก โดยองค์ประกอบแรกมองความสามารถด้านภาษาในทางความคิดความเข้าใจในภาษา ส่วนองค์ประกอบนี้มองผลในการเจรจาเป็นสำคัญ ดังที่เราเคยเห็นว่า บางคนเขียนเก่งแต่พูดบรรยายแล้วฟังไม่รู้เรื่อง

3. องค์ประกอบด้านจำนวน (Number factor) องค์ประกอบนี้ส่งผลให้มีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ดี มีความสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ ความหมายของจำนวน และมีความแม่นยำคล่องแคล่วในการบวก ลบ คูณ หารในวิชาเลขคณิตได้อย่างดีด้วย

4. องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Space factor) ความสามารถในด้านนี้จะส่งผลให้เข้าใจถึงขนาดและมิติต่าง ๆ อันได้แก่ ความสั้น ยาว ใกล้ ไกล และพื้นที่หรือทรวดทรงที่มีขนาดและปริมาตรแตกต่างกัน สามารถจินตนาการให้เห็นส่วนย่อยและส่วนผสมของวัตถุต่าง ๆ เมื่อนำมาซ้อนทับกันสามารถรู้ความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่ได้

5. องค์ประกอบด้านความจำ (Memory factor) เป็นความสามารถด้านความทรงจำเรื่องราวและมีสติระลึกรู้จนสามารถถ่ายทอดได้ ความจำในที่นี้อาจจะเป็นความจำแบบนกแก้วหรือจำโดยอาศัยสิ่งสัมพันธ์ได้ซึ่งถือว่าเป็นความจำในองค์ประกอบนี้ทั้งนั้น

6. องค์ประกอบด้านการสังเกตพิจารณา (Perceptual speed factor) องค์ประกอบของสมองด้านนี้ได้แก่ ความสามารถด้านเห็นรายละเอียด ความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างระหว่างสิ่งของต่าง ๆ อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

7. องค์ประกอบด้านเหตุผล (Reasoning factor) องค์ประกอบนี้แสดงถึงความสามารถด้านวิจารณญาณหาเหตุผลค้นหาความสำคัญ ความสัมพันธ์และหลักการทั้งหลายที่สร้างกฎหรือทฤษฎี โดยเทอร์สโตนมองความหมายขององค์ประกอบนี้ในรูปอุปมานและอนุมาน ซึ่งต่อมามีผู้ศึกษาด้านนี้มองว่าจะวัดเหตุผลทั่วไปได้ดีต้องวัดด้วยการให้เหตุผลทางเลขคณิต (Arithmetic reasoning)

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์

เพียเจท์ แบ่งพัฒนาการของมนุษย์ออกเป็น 4 ขั้น ซึ่งเด็กในแต่ละขั้นจะมีลักษณะสำคัญดังนี้คือ (ดวงเดือน ศาสตรภัทร, 2520, หน้า 23-74)

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (The sensory-motor period) อายุแรกเกิดถึง 2 ปี พฤติกรรมของเด็กในวัยนี้ขึ้นอยู่กับการเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่ เด็กจะเรียนรู้สิ่งรอบตัวจากการสัมผัสและการกระทำเท่านั้น เช่น การพูด การกำมือ การไขว่คว้า การร้องไห้ การมอง การดูด ในวัยนี้เด็กแสดงให้เห็นว่ามีสติปัญญาด้วยการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้แม้ว่าจะไม่สามารถอธิบายได้ด้วยคำพูด เด็กจะต้องมีโอกาสที่จะปะทะกับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเองซึ่งถือว่าเป็นสิ่งจำเป็น เด็กจะสนใจสิ่งต่าง ๆ และจะเลียนแบบสิ่งที่พบในตอนปลายของขั้นนี้ เด็กทำสิ่งต่าง ๆ ซ้ำ ๆ ด้วยวิธีต่าง ๆ ที่แปลกออกไป และเริ่มสร้างภาพความคิดในใจได้

2. ขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (The period of preparation thought) อายุ 2-7 ปี เป็นขั้นการเตรียมตัวเพื่อปฏิบัติการทางความคิด เด็กจะมีพัฒนาการจากการที่ทำอะไรเป็นส่วนใหญ่เนื่องมาจากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวมาเป็นการกระทำอะไรที่ต้องคำนึงถึงสิ่งต่าง ๆ ภายในสมองมากขึ้นและพฤติกรรมเนื่องจากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวจะมีน้อยลง ฉะนั้นเขาจึงสามารถเข้าใจสังกัปเกี่ยวกับการอนุรักษ์ การจัดกลุ่มหรือแบ่งหมู่ การจัดเรียงลำดับสิ่งของ อย่างไรก็ตามความสามารถเข้าใจสังกัปดังกล่าวก็ยังจำกัดอยู่เฉพาะเรื่องที่เป็นรูปธรรมเท่านั้น

3. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรม (Period of concrete operations) อายุ 7-11 ปี เด็กในวัยนี้สามารถที่จะใช้ปฏิบัติการทางสมองด้านการคิด เริ่มมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบตรรกศาสตร์และคิดอย่างมีเหตุผล รู้จักแก้ปัญหากับสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมได้ การท่องในสิ่งต่าง ๆ มีลักษณะ Decentration คือ สามารถมองได้ถึง 2 ลักษณะในเวลาเดียวกัน เช่น สามารถคิดถึงขนาดและน้ำหนัก หรือขนาดและปริมาตร ไปพร้อม ๆ กันได้ ลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือ ความสามารถในการคิดย้อนกลับ

4. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม (The period of formal operations) อายุ 11-15 ปี ขั้นนี้เป็นพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นสุดยอด โครงสร้างของสมองจะพัฒนาสูงสุดเมื่ออายุ 15 ปี เด็กเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่โดยจะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาหรือสรุปเหตุผลอย่างเป็นระบบ สามารถสรุปเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล ตามหลักตรรกศาสตร์ และสามารถคิดสมมติฐานหรือความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างสมเหตุสมผล และสรุปกฎเกณฑ์จากการตรวจสอบสมมติฐานที่กำหนดขึ้นด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมติฐาน ทฤษฎี และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ขึ้น และเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ไม่สำคัญ เท่ากับความคิดถึงในสิ่งที่เป็นไปได้ (Possible) ในขั้นนี้ศักยภาพของเด็กในด้านความคิดจะพัฒนาอย่างมีคุณภาพที่สุด

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของบุคคลนั้นจะเป็นไปตามพัฒนาการทางสติปัญญา โดยจะเป็นไปตามลำดับขั้น ซึ่งจากทฤษฎีของเพียเจท์ (Piaget) ที่กล่าวว่า โครงสร้างของสมองจะถูกพัฒนาสูงสุดเมื่ออายุ 15 ปี โดยจะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาหรือสรุปเหตุผล อย่างเป็นระบบ ทำให้เด็กสามารถที่จะพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งด้านการหาเหตุผล ค้นหาความสัมพันธ์ และสร้างหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้ โดยแก้ปัญหาด้วยเหตุนี้ นักศึกษาจึงให้ความสำคัญกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้นโดยได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผลสอนอย่างไรจึงจะเกิดทักษะที่ต้องการเหล่านี้ ซึ่งได้มีการกล่าวถึง แนวการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) แนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) (Brandt, 1984, p. 3 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 39) โดยมีรายละเอียดพอสังเขป ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้คิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้จัดที่สร้างแนวทางการสอน

3. การสอนที่เกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่น่าสนใจของนักศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขให้ตรงจุด

จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล” (NCTM, 1989, p. 29) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญของคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993, pp. 2-252) เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง จำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรม ของคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องใช้เวลาจากประสบการณ์ที่หลากหลายในการพัฒนาความสามารถในการสร้าง ข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมิน ข้อสรุปของบุคคลอื่น (NCTM, 1989, p. 81)

เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึก และฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้น ในการพัฒนาทักษะการคิดและการให้เหตุผล ควรมีการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น ค้นหา คาดการณ์ วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ การสร้างข้อความคาดการณ์ การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ (Lappan & Scharm, 1989, pp. 18-19) นอกจากการเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนา

ความสามารถในการให้เหตุผล โรแวน และมอร์โรว์ (Rowan & Morrow, 1993, pp. 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัวเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปแนวคิดนั้น ๆ

สำหรับการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล กิลฟอร์ด และฮอฟเนอร์ (Guildfordl & Hoepfner, 1971, pp. 28-32) ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าว เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม สอดคล้องกับ กรมวิชาการ (2545, หน้า 198-199) ที่กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่า การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์ และวิชาอื่น ๆ นอกจากนี้ยังได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผล ดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า…แล้ว ผู้เรียนคิดว่า… จะเป็นอย่างไร” ถ้าผู้เรียนที่ให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

4. การวัดความสามารถในการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความสนใจและแบ่งรูปแบบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ไว้ในลักษณะต่าง ๆ ดังนี้ ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541, หน้า 106-136) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านเหตุผลโดยเน้นความสามารถ 6 ด้าน คือ

1. ด้านการจำแนกประเภท (Classification) เป็นความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบกับสิ่งต่าง ๆว่าอะไรเหมือนกัน มีอะไรต่างกัน เพื่อนำมาสร้างกลุ่มหรือพวกขึ้น จะได้สามารถเปรียบเทียบว่า อะไรแตกต่างไปจากกลุ่ม หรืออะไรมีคุณสมบัติเหมือนกัน กลุ่มที่กำหนดให้ความสามารถด้านนี้เป็นความสามารถในการแยกแยะหรือวิเคราะห์คุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ นั่นเอง

2. ด้านการอุปมาอุปไมย (Analogy) เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์อันหมายถึงความสามารถในการพิจารณาความเกี่ยวข้องกันของคำ 2 คำ อ้างอิงไปยังความหมายของคำอีก 2 คำ โดยผู้ที่จะมีความสามารถด้านอุปมาอุปไมยจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการมองความหมายเหมือนหรือความหมายต่างของคำได้อย่างคล่องแคล่ว และยังสามารถจัดกลุ่มพวกของคำ หรือมโนภาพนั้น ๆ ได้อย่างดีด้วย จึงจะสามารถเอามาเปรียบเทียบอุปมาอุปไมยได้เก่ง

3. ด้านอนุกรมภาพหรืออนุกรมมิติ เป็นความสามารถในการค้นหาระบบความสัมพันธ์กฎเกณฑ์ของรูปภาพ ซึ่งมีทั้งอนุกรมภาพธรรมดาจะเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ส่วนอนุกรมที่มีทั้งแนวตั้งและแนวนอน จะมีความสัมพันธ์กันในหลายทิศทาง เนื่องจากต้องคิดหลายทิศทาง จึงเรียกอนุกรมนี้ว่า อนุกรมมิติ

4. ด้านสรุปความ เป็นแบบทดสอบที่อาศัยภาษาค่อนข้างมากแต่ก็เป็นการใช้ภาษาเพื่อไล่เลียงหาเหตุผลโดยโครงสร้างของตัวคำถามเป็นคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งคือ ตรรกวิทยา นั่นคือการเขียนข้อสอบแบบนี้จะประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย เมื่อมีเหตุมาเป็นเครื่องพิจารณาแล้วก็สามารถประเมินลงสรุปได้ว่าเป็นอย่างไร

5. ด้านตัวร่วมหรือตัวต่าง เป็นแบบทดสอบที่จะยกสิ่งต่าง ๆ มาให้พิจารณา ส่วนใหญ่เป็นคำหรือจะใช้ภาพแทนก็ได้ เมื่อยกมาแล้วให้ผู้สอบพิจารณาดูตัวร่วมของมันว่าน่าจะเป็นอย่างไรก่อนจะสามารถหาตัวร่วมหรือมโนภาพซึ่งจะต้องวิเคราะห์ทุก ๆ คำให้ดีอาจจะต้องใช้จินตนาการโยงความสัมพันธ์แต่ละสิ่งอย่างดีแล้วนำมาผสมกลมกลืนเป็นสิ่งใหม่ที่สามารถรับรู้และเข้าใจได้ตรงกันในทันที

6. ด้านการวิเคราะห์ จุดประสงค์ของแบบทดสอบนี้จะให้ผู้ตอบคิดหาความสัมพันธ์เกี่ยวข้องของตัวแปรจากสถานการณ์ที่สมมติขึ้นมา ซึ่งการสร้างสถานการณ์จะต้องเขียนให้มีความเกี่ยวพันกันอย่างซับซ้อน มิฉะนั้นผู้อ่านก็ไม่ได้ใช้ความสามารถด้านการวิเคราะห์

บุญชม ศรีสะอาด (2526, หน้า 44-51) กล่าวว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลนั้น อาจเป็นทั้งแบบอนุมาน อุปมาน หรือเหตุผลทั่ว ๆ ไป โดยแบ่งลักษณะของข้อสอบวัดสมรรถภาพทางเหตุผล ดังนี้

1. แบบอุปมาอุปไมย (Analogy) มี 2 แบบใหญ่ คือ แบบที่เป็นภาษา และแบบที่เป็นรูปภาพ หลักการก็คือจะให้หาความสัมพันธ์ในลักษณะเดียวกันกับความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

2. แบบจัดประเภทหรือจัดเข้าพวก (Classification) จะให้คิดพิจารณาดูว่ามีสิ่งใดที่เป็นประเภทเดียวกันกับสิ่งอื่น หรือมีสิ่งใดที่แตกต่างไม่เข้าพวกกับสิ่งอื่น ๆ มีทั้งแบบที่เป็นรูปภาพกับแบบที่ถามเป็นภาษาแบบที่เป็น รูปภาพจะมีทั้งชนิดที่เป็นภาพที่มีความหมายและภาพที่ไม่มีความหมาย

3. แบบสรุปความ (Inference) จะกำหนดข้อความมาให้แล้วให้พิจารณาดูว่าจะต้องสรุปความอย่างไรจึงจะถูกต้องด้วยหลักเหตุผลมากที่สุด

4. แบบเรียงลำดับ (Series) มี 2 ประเภท คือ ประเภทที่เป็นตัวอักษร และที่เป็นรูปภาพ

5. แบบแผนภาพทางตรรกศาสตร์ (Logical diagrams) จะมีแผนภาพ 5 ภาพ แต่ละภาพแสดงความสัมพันธ์ในลักษณะต่าง ๆ ของ 3 พวกที่กำหนดให้ โดยจะมีภาพหนึ่งที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง 3 พวกนั้นได้ถูกต้องที่สุด

6. แบบวิเคราะห์เหตุผล (Analytical reasoning) จะมีข้อความหรือชุดของข้อความเป็นข้อ ๆให้พิจารณา แล้วตอบคำถามโดยยึดข้อความหรือชุดของข้อความดังกล่าวเป็นหลัก

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดความสามารถในการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุและผลซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบเป็นข้อสอบอัตนัยเพื่อวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมุ่งให้นักเรียนได้เขียนเพื่อแสดงถึงแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนเกี่ยวกับแนวคิดของตนเอง และเป็นการฝึกผู้เรียนให้รู้จักคิด และให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล

การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and presentation)

1. ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989, p. 26, 214 อ้างถึงในสมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 43-44) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการ หรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วย

ให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุรูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูดและการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน โดยที่การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด ดังที่ได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ

2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมาย และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดยการพูดการเขียน หรือภาพต่าง ๆ

3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองสถานการณ์

เคนเนดี้ และทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1994, p. 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมาย ที่สำคัญของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิดแลกเปลี่ยนความรู้

บุญศรี ปราบณศักดิ์ และศิริพร จิรวัฒนกุล (2538, หน้า 9) ได้สรุปความหมายของการสื่อสารว่า หมายถึง กระบวนการแลกเปลี่ยนและร่วมกันรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่าง ๆ โดยมีความเข้าใจร่วมกันต่อสัญลักษณ์ที่แสดงถึงเรื่องราวข่าวสารนั้น ๆ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2542, หน้า 6) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการในการแลกเปลี่ยนข่าวสารระหว่างมนุษย์ภายใต้สภาพแวดล้อม ซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามสถานการณ์

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านกระบวนการถ่ายทอดผ่านสื่อต่าง ๆ โดยอาจจะเป็นการพูด การเขียน การร่วมกิจกรรม ซึ่งจะทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันและมีปฏิกิริยาตอบสนอง เพื่อให้การสื่อสารสัมฤทธิ์ผล

ทฤษฎีการวิเคราะห์การติดต่อสื่อสาร เป็นทฤษฎีวิเคราะห์การติดต่อสื่อสารระหว่างบุคคล เพื่อให้บุคคลได้รู้จักบุคลิกภาพของตนเองและผู้อื่น จะได้เข้าใจพฤติกรรมในการติดต่อสื่อสารของตนเองและผู้อื่น ตลอดจนเกิดแนวคิดในการส่งเสริมความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลให้เป็นไปในทางสร้างสรรค์ ตามแนวคิดของเบิร์น (Berne, 1976 อ้างถึงใน สงวน สุทธิเลิศอรุณ, 2542, หน้า 106-112)

สาระสำคัญของทฤษฎีการวิเคราะห์การติดต่อสื่อสาร ประกอบด้วย 4 เรื่อง คือ

1. บุคลิกภาพส่วนตัวของตนเอง เมื่อบุคคลติดต่อสื่อสารกับผู้อื่นจะแสดงพฤติกรรมที่สะท้อนถึงบุคลิกภาพส่วนตัว ซึ่งมี 3 แบบ คือ บุคลิกภาพที่วางตนคล้ายบิดามารดา (Parent ego-state) บุคลิกภาพแบบผู้ใหญ่ (Adult ego-state) บุคลิกภาพแบบเด็ก (Child ego-state) ซึ่งในการติดต่อ สื่อสารระหว่างบุคคลจำแนกได้เป็น 2 แบบ คือ

1.1 การติดต่อสื่อสารแบบเป็นมิตร (Completely transaction) เป็นการติดต่อสื่อสารด้วยภาษาเชิงพฤติกรรมเดียวกัน

1.2 การติดต่อสื่อสารแบบแสดงความขัดแย้ง (Crossed transaction) เป็นการติดต่อสื่อสารที่แสดงความขัดแย้ง ไม่ร่วมมือกัน และไม่เป็นมิตรต่อกัน เข้าทำนองพูดจาคนละภาษา ทำให้เกิดปัญหาในการสื่อสาร

2. ลักษณะพฤติกรรมการติดต่อสื่อสารระหว่างบุคคล (Stroking) ลักษณะพฤติกรรมการติดต่อสื่อสารระหว่างบุคคล หมายถึง พฤติกรรมที่บุคคลแสดงปฏิสัมพันธ์ต่อกัน อันมีผลกระทบต่อ ร่างกายจิตใจ พฤติกรรมดังกล่าวจำแนกเป็น 5 ประเภท คือ

2.1 พฤติกรรมที่ส่งผลทางบวก (Positive strokes) เป็นพฤติกรรมที่จัดว่าเป็นพฤติกรรมที่ดีทำให้ผู้รับการสื่อสารรู้สึกพอใจ ดีใจ และภาคภูมิใจ

2.2 พฤติกรรมที่ส่งผลทางลบ (Negative strokes) เป็นพฤติกรรมที่ไม่ดี ทำให้ผู้รับการสื่อสารเกิดอารมณ์โกรธ อับอาย และกำลังใจถดถอย

2.3 พฤติกรรมที่ให้อย่างมีเงื่อนไข (Conditional strokes) เป็นพฤติกรรมที่ผู้รับสารได้ข้อเสนอต่าง ๆ อย่างมีเงื่อนไข

2.4 พฤติกรรมหลอกลวง (Plastic strokes) เป็นพฤติกรรมที่ขาดความจริงใจต่อกันทำให้เกิดปัญหาที่มาจากพฤติกรรมที่หลอกลวง ย่อมทำให้เกิดความโกรธและความไม่พึงพอใจต่อกัน

2.5 พฤติกรรมที่เป็นพิธีการ (Ritual strokes) เป็นพฤติกรรมที่ประพฤติปฏิบัติตามวัฒนธรรมและประเพณีของสังคม เช่น การไหว้ การทักทาย ปราศรัยของบุคคลที่พบกันในโอกาสต่าง ๆ พฤติกรรมดังกล่าวย่อมจะทำให้เกิดความพอใจต่อกัน

3. จุดยืนแห่งชีวิต (Life position) เป็นการแสดงท่าทางของบุคคลหนึ่ง ๆ ต่อบุคคลอื่น โดยสะสมประสบการณ์จากกระบวนการทางสังคมประกิตในวัยเด็กจนถึงปัจจุบัน ทำให้เกิดเจตคติหรือท่าทีเชิงบวกหรือลบต่อบุคคลในลักษณะที่คล้ายกับจุดยืนของบุคคลว่า ในสถานการณ์หนึ่งของสังคม ซึ่งประกอบด้วยตนเองกับผู้อื่นนั้นตนเองจะอยู่ฝ่ายของตนเองหรือจะเข้ากับฝ่ายของผู้อื่น โดยทั่วไปบุคคลจะมีเจตคติตนเองหรือผู้อื่นแบบใดแบบหนึ่งใน 4 แบบนี้

3.1 ฉันดี แต่คุณเลว (I'm o.k. but you're not o.k.) เป็นการเปรียบเทียบตนเองกับผู้อื่นว่าตนเองเป็นคนดี แต่ผู้อื่นเป็นคนเลว จึงชอบยกตนข่มท่าน หรือกล่าวโทษผู้อื่นเสมอๆ

3.2 ฉันดี และคุณก็ดีด้วย (I'm o.k. but you're o.k.) เป็นการเปรียบเทียบตนเองกับผู้อื่นว่า ตนเองเป็นคนดีและผู้อื่นก็เป็นคนดีด้วย เราจึงคบกันได้

3.3 ฉันเลว แต่คุณดี (I'm not o.k. but you're o.k.) เป็นการเปรียบเทียบตนเองกับผู้อื่นว่าตนเองเป็นคนเลว แต่ผู้อื่นเป็นคนดี เราไม่คู่ควรกัน

3.4 ฉันเลว และคุณก็เลวด้วย (I'm not o.k. but you're not o.k.) เป็นการเปรียบเทียบตนเองกับผู้อื่นว่า ตนเองเป็นคนเลว และผู้อื่นก็เป็นคนเลวด้วย

4. บทบาทตามเกม (Games) มนุษย์เราอยู่ในสังคมโลก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในยุคโลกาภิวัตน์ที่การสื่อสารของโลกทันสมัยรวดเร็วมีทั้งระบบดาวเทียม คอมพิวเตอร์ และอินเตอร์เน็ต ทำให้เราเข้าใจในเพื่อนมนุษย์ซึ่งอยู่ทั่วทุกมุมโลกมากยิ่งขึ้น

ในทัศนะนี้จะมองเห็นบทบาทหน้าที่ของการสื่อสาร 5 ประการด้วยกัน คือ

1. พัฒนาการทางสติปัญญา (Intellectual development) การสื่อสารเป็นผู้นำตัวสารในลักษณะของความรู้และประสบการณ์ไปให้ผู้รับสารที่กำลังเรียนหนังสืออยู่ในระบบโรงเรียน และที่พ้นจากโรงเรียนแล้วข่าวที่เสนอทางสื่อมวลชนเป็นประจำทุกวันนับได้ว่าเป็นข่าวสารพลวัต (Dynamic information) ที่มีประโยชน์ต่อการประเทืองปัญญาและปฏิภาณไหวพริบของประชาชนที่จะต้องดำรงชีวิตอยู่ในสังคมสมัยใหม่ที่เคลื่อนไหวเปลี่ยนแปลงรวดเร็ว

2. การสร้างบุคลิกภาพแนวใหม่ (New framework for the personality) อาณาจักรของการสื่อสารได้ครอบคลุมไปทั่วทุกสถานที่และทุกเวลา ประชาชนเปลี่ยนวิถีชีวิตในการทำงานและในการใช้เวลาว่าง พัฒนาใช้เวลาไม่ใช่น้อยในการรับข่าวสารหรือเล่นอยู่กับเครื่องมือสื่อสาร ผู้ที่เข้ามาอยู่ในอาณาจักรของการสื่อสาร ส่วนใหญ่ต้องเปลี่ยนบุคลิกภาพเดิมมาเป็นบุคลิกภาพใหม่หรือคนใหม่ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าข้อมูลข่าวสารและความคิดใหม่ ๆ จากใกล้และไกลเข้ามามีอิทธิพลต่อทัศนคติ การใช้ความรู้และเหตุผลในการตัดสินใจ รวมทั้งพฤติกรรมต่าง ๆในชีวิตประจำวันของเขามากขึ้นทุกทีนั่นเอง

3. การปรับภูมิปัญญาเข้าสู่มาตรฐานเดียวกัน (Intellectual standardization) ข้อมูลข่าวสารที่เสนอผ่านสื่อมวลชนไปยังมวลชน เช่น ข่าวในหน้าหนังสือพิมพ์ รายการนิตยสารทางอากาศ รายการยอดนิยมทางโทรทัศน์ หรืออื่น ๆ ล้วนทำให้ความรู้ ความคิด หรือแม้แต่ความสามารถของสื่อมวลชน ผู้รับสารปรับเข้าสู่มาตรฐานเดียวกันหรือใกล้เคียงกัน ทั้งนี้เพราะภาษาที่ใช้และเนื้อหาที่เสนอของสื่อมวลชนส่วนใหญ่มักมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน ทำให้คุณสมบัติเด่นของกลุ่มต่าง ๆ ในสังคมลดน้อยลง และนำไปสู่ลักษณะแม่พิมพ์เดียวกัน (Stereotypes)

4. บทบาทหน้าที่ของโรงเรียน (School's function) ในเมื่อการสื่อสารถูกนำเข้าไปผูกพันกับระบบการศึกษาของสังคมมากขึ้นในแบบอรูปนัยและรูปนัย การศึกษานอกโรงเรียนก็เท่ากับว่าบทบาทหน้าที่ของการสื่อสารยิ่งเข้าไปเกี่ยวข้องกับการศึกษาในแนวลึกลงไปทุกที ดูคล้ายกับว่าการสื่อสารถูกผลักดันหรือชักชวนให้เข้าไปอยู่ในอาณาบริเวณของระบบการศึกษาเลยทีเดียว แต่ในขณะเดียวกัน โรงเรียนและสถาบันการศึกษาก็พยายามทำตนเองให้เป็นประชาคมของการสื่อสาร โดยการปรับปรุงการสื่อสารระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนให้ดีขึ้นด้วยปรัชญาประชาธิปไตยทางการศึกษา ในแง่การสื่อสารก็คือการสร้างกลไกการตอบสนองกลับและความมีส่วนร่วมในกระบวนการสื่อสาร เนื้อหา และวัสดุอุปกรณ์ การสอนที่ก้าวหน้าทันสมัยเท่ากับว่าโรงเรียนช่วยทำหน้าที่ส่วนหนึ่งของสื่อมวลชนและสื่อมวลชนก็ทำหน้าที่เป็นส่วนหนึ่งของโรงเรียนนั่นเอง โรงเรียนจะเป็นสื่อมวลชนไม่ได้และสื่อมวลชนจะเป็นโรงเรียนก็ไม่ได้อีกเหมือนกัน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การสื่อสารมีบทบาทที่สำคัญอย่างยิ่งในการศึกษา โดยจะเป็นตัวเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ ให้เกิดขึ้น ซึ่งการสื่อสารอาจจะเข้ามาเป็นสื่อในการเรียนการสอน และเป็นวิชาเพื่อการศึกษาในขณะเดียวกันการศึกษาก็จะช่วยพัฒนาให้บุคคลสามารถสื่อสารได้ดีขึ้นด้วย ดังนั้น จึงเป็นหน้าที่ของทุกคนไม่ว่าจะเป็นตัวนักเรียน ครูผู้สอน หรือผู้ปกครองที่จะต้องช่วยกันพัฒนาบทบาทของการสื่อสารให้มีประสิทธิภาพเพื่อให้การศึกษาเกิดประสิทธิผล

3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

เป้าหมายของการพัฒนาความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร คือ มุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนมีความรู้ทักษะ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ ทักษะ และความสามารถเหล่านั้นในการสื่อสารแนวคิด ในกิจกรรมที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การพัฒนาให้ผู้เรียนบรรลุเป้าหมายดังกล่าว สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989, p. 26 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 45-46) ได้เสนอแนะ

เกี่ยวกับกิจกรรมการพัฒนาว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ ในกิจกรรมการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารโดยการอ่าน การพูดและแสดงแนวคิด ควรจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนในชั้นได้มีโอกาสมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิดอธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่น เห็นด้วยกับแนวคิดของตนเองจะเป็นการฝึกทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความเข้าใจชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้น การพูด การอ่าน การเขียนและการแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ เป็นกุญแจสำคัญในการพัฒนาทักษะการสื่อสาร

โรแวน และมอร์โรว์ (Rowan & Morrowm, 1993, pp. 9-11) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ดังนี้

1. การใช้สื่อรูปธรรม (Physical materials)

2. การใช้ความสนใจ และความสัมพันธ์ของหัวข้อทางการเรียน เช่น การสำรวจโครงงาน และงานที่เกี่ยวข้องกับความสนใจของนักเรียนซึ่งเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง และกิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปอย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถามปลายเปิด (Open-ended) เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและการคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารรวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสนใจ

4. การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกฝนเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนที่มีความสำคัญต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนเป็นนั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative & collaborative group) การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้เป็นโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดอธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม และเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม (Overt & covert cues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะแสดงแนวคิดเหล่านี้ได้อย่างไม่ต้องกังวล

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เช่น ในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปของตาราง กราฟ หรือข้อความเพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจาก การกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดแล้วดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ และเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน

2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาความสามารถนี้จะต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร และเขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารจากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การที่จะพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องจัดการเรียนการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนมีความรู้และสามารถนำความรู้ เหล่านั้นไปใช้ในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูด การเขียนเพื่อแสดงแนวคิด และเพื่อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กัน ซึ่งจะเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับฟังและเกิดความเข้าใจอย่างถูกต้องและชัดเจน ในขณะเดียวกันผู้เรียนก็จะต้องพัฒนาความสามารถทางการสื่อสารของตนเอง เพื่อที่จะรับความรู้ที่ผู้สอนได้ถ่ายทอดออกมาได้ดียิ่งขึ้น

4. การวัดความสามารถในการการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ

การวัดและประเมินการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยการสื่อสารแนวความคิดนั้น มีนักการศึกษาได้แสดงทัศนะไว้ ดังนี้

เลสเตอร์ และโครล (Lester & Kroll, 1991, pp. 278-282 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 48-51) ได้เสนอเทคนิคการประเมินผลในชั้นเรียนว่าสามารถประเมินได้จาก

1. การสังเกตและสอบถาม

การสังเกตและสอบถามนักเรียนขณะที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับทักษะกระบวนการคิด เจตคติ และความเชื่อ จากการสังเกตสามารถทำได้ทั้งอย่างไม่เป็นทางการหรือจากการสัมภาษณ์

การเลือกคำถามที่จะถามในขณะทำการสังเกตเป็นสิ่งสำคัญ ในชั้นเรียนปกติมีหลายเหตุผลในการถามคำถาม เช่น ถามเพื่อกระตุ้นให้คิด ถามเพื่อชี้แนะ ถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ หรือถามเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเพื่อนรู้อะไร

ครูควรบันทึกการสังเกต โดยอาจบันทึกลงในบัตรบันทึก แบบสำรวจรายการ แบบมาตราประมาณค่าหรือแบบบันทึกสำหรับการบันทึกการสังเกต โดยการสังเกตเป็นวิธีที่ดีที่สุดในการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับการคิด และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. การตรวจผลงาน

เป็นการพิจารณาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยพิจารณาว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร ไม่ได้ให้ความสำคัญกับผลลัพธ์ที่ได้เป็นหลัก มีวิธีการตรวจผลงานนักเรียนที่สำคัญ 2 วิธี คือ

2.1 การตรวจให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา (Analytic scoring) จะเป็นการตรวจให้คะแนนโดยการกำหนดระดับหรือจุดการให้คะแนนในแต่ละระดับพฤติกรรม ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

2.2 การตรวจให้คะแนนภาพรวม (Holistic scoring) เน้นการให้คะแนนภาพรวมของผลการแก้ปัญหาให้คะแนนตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดที่สัมพันธ์กับกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาให้ค่าคะแนนหนึ่งค่าสำหรับผลของการแก้ปัญหาทั้งหมด

3. การประเมินผลจากการเขียนในลักษณะการเขียนนับว่าเป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การประเมินผลจากการเขียน สามารถพิจารณาได้จาก 3 ลักษณะ คือ

3.1 การเขียนรายงานผลของตนเอง (Self-report) เหมาะสำหรับใช้ประเมินความรู้สึกและความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มากกว่าที่จะใช้วัดพฤติกรรมการแสดงออก ควรใช้การเขียนรายงานของตนเองประกอบกับการประเมินแบบอื่น ๆ

3.2 การเขียนรายงานในชั้นหรือการบ้าน เหมาะสมที่จะใช้ประเมินความเข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์ และใช้เป็นข้อมูลสำหรับครูในการวางแผนบทเรียนต่อไป

3.3 การเขียนในการสอบ ส่วนใหญ่แล้วการเขียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มักจะเป็นการเขียนในการทดสอบ

4. ประเมินจากผลงานที่เก็บรวบรวมไว้ในแฟ้มข้อมูลรายบุคคล โดยปกติแล้วแฟ้มข้อมูลรายบุคคลจะรวบรวมข้อมูลทั้งจากการสอบ จากการบ้านและผลงานอื่น ๆ ที่เป็นจุดสำคัญที่จะนำมาประเมินผลรวมสุดท้ายเพื่อให้เกรด

5. การทดสอบนั้นแบบทดสอบโดยทั่วไปมักจะเน้นให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาไม่ได้เน้นถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหา ดังนั้น ในการสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนควรที่จะกำหนดข้อคำถามที่มุ่งประเมินกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

เกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้โดยการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ได้จำแนกเกณฑ์การประเมินทางคณิตศาสตร์ โดยการสื่อสารแนวความคิด ออกเป็น 3 ด้าน คือ (Kennedy & Tipps, 1994, p. 112)

1. ภาษาคณิตศาสตร์ (Mathematics language)
   1.1 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างไม่เหมาะสม
   1.2 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เหมาะสมเป็นบางครั้ง
   1.3 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
   1.4 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ถูกต้อง ชัดเจน
2. การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Representation)
   2.1 ไม่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
   2.2 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นบางครั้ง
   2.3 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมเกือบทุกครั้ง
   2.4 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องเหมาะสมทุกครั้ง
3. การนำเสนอแนวคิด (Presentation)
   3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด เนื้อหาสับสน)
   3.2 การนำเสนอชัดเจนบางส่วน
   3.3 การนำเสนอชัดเจนเกือบสมบูรณ์
   3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอเป็นการวัดความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมาโดยการเขียนอธิบายถึงความเข้าใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบเป็นข้อสอบอัตนัยเพื่อวัดและประเมินความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอของนักเรียน โดยมุ่งให้นักเรียนได้เขียนเพื่อแสดงถึงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ ที่เป็นการใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาสื่อสารออกมาในรูปของสัญลักษณ์และข้อความทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

การเชื่อมโยง (Connections)

1. ความหมายของการเชื่อมโยง (Connections)

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991, p. 102 อ้างถึงใน สมบัติ แสงทองคำสุก, 2545, หน้า 33) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิตเรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

ดอสเซย์, แมคครอน, กิลดาโน และแวร์ (Dossey, McCrone, Giordano & Weir, 2002, p. 81) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่ และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ วิธีการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาสาระหรือสถานการณ์ใหม่ ๆ เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น และสามารถนำความรู้ ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในศาสตร์วิชาอื่น ๆ หรือนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

เคนเนดี้ และทิปส์ (Kennedy &Tipps, 1994, pp. 194-198) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์และมโนมติกับกระบวนการ รวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน คือ ให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ แผนผัง กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ กับชีวิต

จริง เกิดขึ้นได้มากมาย โดยผู้สอนสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ คหกรรม และกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ

เคนเนดี้ และทิปส์ ได้ยกตัวอย่างที่แสดงถึงวิธีที่ครูสามารถทำการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆและสังคมรอบตัว ดังนี้

1. คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น การจดบันทึกอุณหภูมิ การวัดความเร็วลม แรงดันอากาศ การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์ การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2. คณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา เช่น นาฬิกาน้ำ นาฬิกาทราย การสร้างพีระมิดในอียิปต์ การศึกษาการออกแบบพรม ถ้วยชาม และตะกร้าที่ใช้หลักสมมาตรและทรงลูกบาศก์ การแบ่งแยกอาชีพที่มีเครื่องแบบและไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย บริกร คนงานโรงงาน ทหาร และปศุสัตว์ การเปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและต่ำที่สุด

3. คณิตศาสตร์กับศิลปะ เช่น การวัดระยะของกระดาษเพื่อติดขอบผนัง การกำหนดมาตราส่วนของฉากละคร การวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ

4. คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา เช่น การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปตารางและกราฟ การหาปริมาณแคลอรี่จากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับคอเลสเตอรอล

5. คณิตศาสตร์กับการอ่าน และศิลปะทางภาษา เช่น การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำการวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์ การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ

6. คณิตศาสตร์กับการศึกษาทางกายภาพ เช่น การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การจัดวางพื้นที่ของการเล่น การจับเวลาระหว่างการแข่งขัน

ดอสเซย์ และคณะ (Dossey et al., 2002, pp. 81-83) ได้อธิบายเกี่ยวกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่า นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนมติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาและสามารถทำนายการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่น ๆ ในการแก้ปัญหามโนมติ หรือเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยง ช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เราเคยแยกคณิตศาสตร์เป็นวิชาย่อย ๆ เช่น เรียน Pre-algebra แล้วค่อยมาเรียนพีชคณิตและเรขาคณิต ตามลำดับ ทำให้นักเรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าคอร์สก่อนหน้านี้จะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูงก็ตาม การแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวม

ของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนมีรากฐานที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

นักเรียนต้องรู้จักเริ่มการสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษา ครูอาจจะชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงทางเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน สามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสองเพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าวครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับนักเรียน โดยการให้งานที่ครูออกแบบขึ้นซึ่งเป็นงานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนมติของของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบแนกซิ (Fibonacci sequence) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อศึกษาต่อไปก็จะนำไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนทอง สี่เหลี่ยมมุมฉาก และประยุกต์เข้ากับงานศิลปะ การออกแบบ การเชื่อมโยงกับสาขาวิชาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสัมพันธ์และมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยในการพัฒนาการเรียนการสอนในชั้นเรียนให้เป็นไปอย่างหลากหลาย ซึ่งทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่สามารถเข้าใจถึงปัญหาได้เป็นอย่างดี

3. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544, หน้า 200-202) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่นการใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความ หรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยเงินต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลัง และผลบวกของอนุกรมในงานศิลปะ และการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิต

วราภรณ์ มีหนัก (2545, หน้า 35) ได้นำเสนอเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น

2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปใช้เชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี

3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้ และทักษะ/กระบวนการที่มีเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง

4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง

5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น อย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัด

กิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหา สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการเรียนรู้เรื่อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการเชื่อมโยงเป็นการวัดความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมาโดยการเขียนอธิบายถึงความเข้าใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบเป็นข้อสอบอัตนัยเพื่อวัดและประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงของนักเรียน โดยมุ่งให้นักเรียนได้เขียนเพื่อแสดงถึงแนวคิดในลักษณะต่างๆ ที่เป็นการใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity)

1. ความหมายของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity)

ชัยรัตน์ สุลำนาจ (2547, หน้า 84) กล่าวว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถทางความคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม อันจะนำไปสู่การค้นพบและการประดิษฐ์สิ่งใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์

รุ่งศิริ เข้มตระกูล (2547, หน้า 23) ได้กล่าวว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คือ ความสามารถในการคิดได้ถูกต้อง คิดเก่ง คิดไวและคิดสิ่งใหม่ ๆ ได้

นริศราภรณ์ ศรีพงษ์ชัย (2548, หน้า 33) กล่าวว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถในการคิดหลายทิศทาง หลายแง่ หลายมุม คิดได้กว้างไกล ซึ่งนำไปสู่การคิดค้นหา

วิธีการแก้ปัญหาได้สำเร็จ ผลิตหรือสร้างสิ่งแปลกใหม่ที่ไม่รู้จักมาก่อน ซึ่งอาจเกิดจากประสบการณ์และการรวบรวมเอาความรู้ต่าง ๆ ทำการทดสอบและรายงานผลที่ได้ซึ่งแตกต่างจากที่เคยมีมา

ราวาดี (2550, หน้า Online) กล่าวว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง การสร้างบรรยากาศทางกายภาพ มนุษยสัมพันธ์ และวิชาการ เพื่อส่งเสริมการเรียนการสอน การคิดค้นโครงงานใหม่ ๆ คิดค้นนวัตกรรมเพื่อพัฒนา การเรียนการสอน โดยใช้สื่อ เทคโนโลยี และวิธีการอื่นที่จะพัฒนาผู้เรียนตามศักยภาพ สร้างผลงานวิจัย ใช้ภูมิปัญญาท้องถิ่น และวัสดุท้องถิ่นในการสร้างนวัตกรรมการเรียนการสอน

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง ความสามารถทางความคิดที่ถูกต้อง มีลักษณะแปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม คิดหลายหลากหลายทิศทาง อันจะนำไปสู่การค้นพบและการประดิษฐ์สิ่งใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและก่อให้เกิดประโยชน์ไม่สร้างความเสียหายแต่อย่างใด

2. แนวทางการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

กรมวิชาการ (2544, หน้า 202-204) กล่าวว่า บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรม การเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหาให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิดเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งท้าทายให้ผู้เรียนคนอื่น ๆ คิดหาคำตอบอื่น ๆ ที่เหลืออยู่ สำหรับปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง แม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนต้องแสดงให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นด้วยการส่งเสริม และยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียน ในการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลาย ๆ อย่างในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีคุณค่ามากกว่าการให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การวัดความสามารถความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นการวัดความสามารถความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมาโดยการเขียนอธิบายถึงความเข้าใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบเป็นข้อสอบอัตนัยเพื่อวัดและประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงของนักเรียน โดยมุ่งให้นักเรียนได้เขียนเพื่อแสดงถึงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ ที่เป็นการใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากคณิตศาสตร์นั้นเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ศาสตร์อื่น ๆ โดยเฉพาะทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี การเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งจำเป็นมาก แต่เนื่องจากเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะเป็นนามธรรม ดังนั้นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างดี ผู้สอนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีเช่นกัน โดยคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการศึกษามโนทัศน์ และสมบัติของสิ่งที่เป็นนามธรรม ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการตรวจสอบรูปแบบ การอ้างอิงข้อมูลไปใช้ การสร้างและการใช้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับนิยาม ตัวอย่างแย้ง การใช้สมมติฐาน หลักฐาน การพิสูจน์ การสร้างคำถาม การทำนาย การประเมินโต้แย้ง และการสารความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสิ่งเหล่านี้ล้วนเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมีผลต่อความสามารถในการกระทำคณิตศาสตร์ (Doing mathematics) ของผู้สอน (อัมพร ม้าคนอง, 2547) ดังนั้นผู้สอนจึงควรศึกษาเนื้อหาและมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เพียงพอ

ประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้องได้แบ่งประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Rittle-John and Alibali (1999, p. 175) ได้อธิบายประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการทั่วไป ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ในเรื่องต่าง ๆ ทั้งที่ชัดเจนและไม่ชัดเจน

2. ความรู้เชิงการดำเนินการ (Procedural knowledge) หมายถึง การปฏิบัติอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยอริโซนา (The University of Arizona, online) ได้อธิบายถึงประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) คือ การเชื่อมโยงของความรู้เป็นการเชื่อมโยงในความสัมพันธ์และความเข้าใน สามารถเรียนรู้ได้การคิด และสะท้อนกลับ ตัวอย่างเช่น การยกกำลัง การถอดราก ฟังก์ชัน เป็นต้น

2. ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural knowledge) คือ ความรู้เกี่ยวกับกฎเกณฑ์ โครงสร้าง และกระบวนการ

น้อมศรี เคท (2547, หน้า 24) ได้อธิบายถึงประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้ด้านมโนทัศทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับหลักการ ความสัมพันธ์ และแบบรูป

2. ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับการจดจำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถนำหลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 3-5) ได้อธิบายถึงประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมาย โครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งของที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

2. ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณ พื้นที่โดยใช้สูตร การหารยาว การหารากที่สองของจำนวน

จากการแบ่งประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) เป็นความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายทางคณิตศาสตร์ ความคิดรวบยอด ทฤษฎี หรือเหตุผลที่มาของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural knowledge) เป็นความสามารถ การใช้กฎขั้นตอนการคำนวณหรือกระบวนการต่าง ๆ ในการอธิบายหรือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับสถิติสหสัมพันธ์คาโนนิคอล

ความหมายการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล (ปุระชัย เปี่ยมสมบูรณ์, 2535, หน้า 40)

การวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลเป็นเทคนิคทางสถิติ สำหรับการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรสองกลุ่มกลุ่มหนึ่ง ประกอบด้วย ตัวแปรอิสระตั้งแต่สองตัวขึ้นไป และอีกกลุ่มหนึ่ง ประกอบด้วย ตัวแปรตามตั้งแต่สองตัวขึ้นไป การวิเคราะห์คาโนนิคอลอาศัยแนวความคิดเกี่ยวกับการลดมิติของตัวแปรกลุ่มตัวแปรเดิมให้เหลือเพียงฟังก์ชันเส้นตรง (Linear functions) ของตัวแปรที่มีจำนวนน้อยกว่าเดิม หลักการแนวคิดสำคัญของสหสัมพันธ์คาโนนิคอล คือ ทั้งกลุ่มตัวแปรอิสระและกลุ่มตัวแปรตาม ซึ่งถูกนำมาวิเคราะห์ร่วมกันย่อมก่อให้เกิดส่วนประกอบเส้นตรงที่เป็นส่วนประกอบซึ่งกันและกัน (Linear composites) ตามหลักกำลังสองต่ำสุด ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบ (Composies) ของเส้นตรงเหล่านี้ คือ สหสัมพันธ์คาโนนิคอล ซึ่งใช้สัญลักษณ์ R_c ผลการรวมเชิงเส้นตรงของกลุ่มตัวแปรเดิมทั้งสองกลุ่มนี้ คือ องค์ประกอบคาโนนิคอล (Canonicalfactor) หรือตัวแปรคาโนนิคอล (Canonical variate)

โดยทั่วไปอาจเขียนโดยใช้สัญลักษณ์ W_i และ V_i สมมติว่า ตัวแปรกลุ่มที่ หนึ่งที่จะนำมาวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล ได้แก่ $(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_p)$ และตัวแปรกลุ่มที่สอง ได้แก่ $(Y_1, Y_2, Y_3, \ldots, Y_q)$ ในกรณีนี้ตัวแปรคาโนนิคอลของกลุ่มตัวแปรที่หนึ่งปรากฏตามสมการดังนี้

$$W_1 = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + \ldots + a_pX_p$$

ตัวแปรคาโนนิคอลของกลุ่มตัวแปรที่สองปรากฏตามสมการ ดังนี้

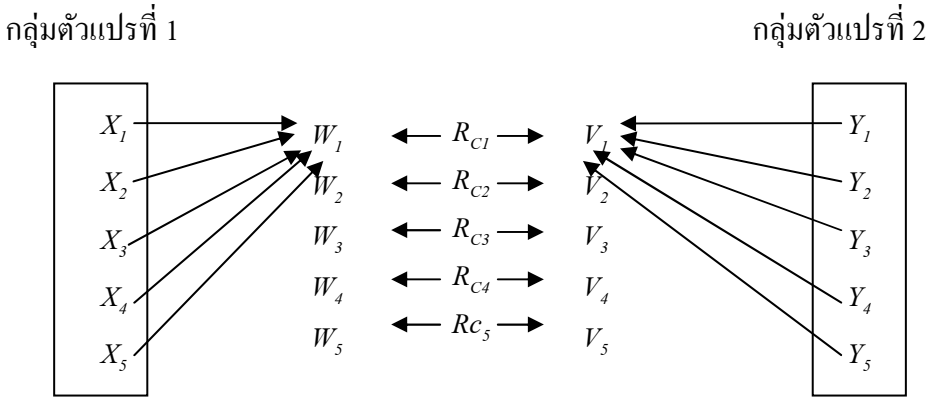
$$V_1 = b_1Y_1 + b_2Y_2 + b_3Y_3 + \ldots + b_qY_q$$

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์มาตรฐาน a_i และ b_i เป็นไปในลักษณะที่จะทำให้ตัวแปรคาโนนิคอล W_i มีความสัมพันธ์สูงสุดกับตัวแปรคาโนนิคอล V_i ฉะนั้นตัวแปรคาโนนิคอลที่ถูกกำหนดขึ้นจากตัวแปรกลุ่มหนึ่ง จึงจะขึ้นอยู่กับธรรมชาติของตัวแปรอีกกลุ่มหนึ่ง รวมทั้งความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรทั้งสอง กล่าวได้ว่าตัวแปรคาโนนิคอลที่กำหนดขึ้นจากตัวแปรกลุ่มหนึ่ง จะมีค่าเปลี่ยนแปลงไป ถ้ามีการเพิ่มหรือลดจำนวนตัวแปรในอีกกลุ่มหนึ่ง

สหสัมพันธ์อย่างง่าย (Simple correlation) ที่มีค่าสูงสุดระหว่าง W_1 และ V_1 คือ สหสัมพันธ์คาโนนิคอล ตัวแรก R_{c1} ก็คือ ตัวประมาณค่าของความแปรปรวนที่ร่วมกันระหว่าง W_1 และ V_1 อย่างไรก็ดี R_{c1} ย่อมไม่ใช่ตัวประมาณค่าของความแปรปรวนที่ทับซ้อนกันระหว่างกลุ่มตัวแปรทั้งสองกลุ่มนั้น กล่าวได้ว่า เมื่อสามารถคำนวณค่า R_{c1} ได้แล้วสามารถคำนวณค่า R_{c2}, R_{c3} และค่า R_c อื่น ๆ ได้ เพราะ R_{c2} คือ ตัวประมาณค่าของความแปรปรวนที่ร่วมกันระหว่าง W_2 และ V_2

ในขณะที่ R_{c3} ก็คือ ตัวประมาณค่าของความแปรปรวนที่ร่วมกันระหว่าง W_3 และ V_3 อย่างไรก็ดี R_{c2} R_{c3} และ R_c อื่น ๆ ย่อมอยู่ภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนดไว้ว่า ตัวแปรคาโนนิคอลคู่อื่น ๆ ที่ไม่ใช่ตัวแปรคาโนนิคอล คู่แรกจะต้องไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรคาโนนิคอลที่กล่าวถึงก่อน ตัวอย่างเช่น ในกรณี R_{c2} ตัวแปรคาโนนิคอลW_2 และ V_2 จะต้องไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรคาโนนิคอลW_1 และ V_1 และในกรณี R_{c3} ตัวแปรคาโนนิคอลคู่แรก (W_1 และ V_1) และกับตัวแปรคาโนนิคอลคู่ที่สอง (W_2 และ V_2) เป็นต้น ถ้าไม่มีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นนี้ก็ย่อมเป็นไปได้ที่จะพบค่าสหสัมพันธ์คานิคอล ไม่จำกัดจำนวนที่มีขนาดค่าสูงเท่ากับสหสัมพันธ์คานิคอลของตัวแปรแรก แต่เนื่องจากที่มีการกำหนด ข้อจำกัดดังกล่าว R_{c1} จึงมีขนาดค่าสูงกว่า R_{c2} และ R_{c2} จึงมีขนาดค่าสูงกว่า R_{c3} ตามลำดับ

ตามปกติ จำนวนของค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลจะสามารถพิจารณาได้จากจำนวนตัวแปรที่มีในกลุ่มที่มีขนาดเล็กกว่า กล่าวคือ ถ้าการวิเคราะห์คาโนนิคอล ประกอบด้วย กลุ่มตัวแปรอิสระ จำนวน 5 ตัวแปร และกลุ่มตัวแปรตาม จำนวน 4 ตัวแปร การวิเคราะห์นี้จะสามารถคำนวณค่า R_c ได้ 4 ค่า และถ้ากลุ่มตัวแปรอิสระและกลุ่มตัวแปรตามจำนวนเท่ากัน คือ กลุ่มละ 5 ตัวแปร การคำนวณย่อมได้ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอล จำนวน 5 ค่า ดังปรากฏตามรูปซึ่งแสดงถึงตัวแปรคาโนนิคอลใน W และ V



ภาพที่ 4 ความเกี่ยวโยงระหว่างกลุ่มตัวแปร ตัวแปรคาโนนิคอล และค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอล (ปุระชัย เปี่ยมสมบูรณ์, 2535, หน้า 41)

2. วัตถุประสงค์ของการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล (สำราญ มีแจ้ง, 2544, หน้า 176)

วัตถุประสงค์สำคัญในการใช้เทคนิคการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล คือ การหาแบบแผนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองชุด ที่ทำให้ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันมากที่สุด โดยที่แต่ละชุดอาจมีตัวแปรหลายตัว และจำนวนของตัวแปรแต่ละชุดจะเท่ากันหรือไม่ก็ได้ และจากความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองชุด สามารถกำหนดน้ำหนักของตัวแปรในแต่ละชุดได้ โดยดูจากค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรแต่ละตัว ที่ทำให้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองชุดนั้นมีค่าสูงสุด

ประโยชน์ของการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลต่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (สำราญ มีแจ้ง, 2544, หน้า 176)

เทคนิคการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลมีความสำคัญต่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ที่สำคัญ 3 ประการ คือ

1. บอกอัตราและแบบแผนความสัมพันธ์สูงสุด ระหว่างตัวแปรสองกลุ่ม จากข้อมูลชุดเดียวกันได้

2. ลดข้อมูลหรือตัวแปรลง โดยสามารถสร้างตัวแปรประกอบหรือตัวแปรคาโนนิคอลขึ้นจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองกลุ่มนั้นได้

3. สามารถนำค่าของตัวแปรคาโนนิคอลมา ใช้จัดอันดับหน่วยการวิเคราะห์ตามค่าสูงต่ำ ซึ่งมีประโยชน์ต่อการกำหนดตำแหน่งของตัวแปรต่าง ๆ ที่ประกอบกันขึ้นมาเป็นตัวแปรคาโนนิคอล

4. ลักษณะข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ (สำราญ มีแจ้ง, 2544, หน้า 176)

ข้อมูลที่จะนำมาใช้กับการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล ต้องเป็นข้อมูลที่มีระดับการวัดแบบช่วง (Interval scale) หรือตัวแปรทวิ (Bivariates) มีค่าเป็น 0 หรือ 1 เช่นเดียวกับการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ อย่างไรก็ดีข้อมูลที่ใช้จริงก็คือ เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแต่ละกลุ่ม

5. คำศัพท์ที่ควรรู้จักเกี่ยวกับสหสัมพันธ์คาโนนิคอล (ปุระชัย เปี่ยมสมบูรณ์, 2535, หน้า 40-42)

ตัวแปรคาโนนิคอล (Canonical variate) คือ ตัวแปรประกอบ (Composite variable) ที่เกิดจากความสัมพันธ์เชิงเส้นของตัวแปร W เรียกว่า ส่วนประกอบของตัวพยากรณ์ (Predictor composite) และ V จะเรียกว่า ส่วนประกอบของตัวเกณฑ์

สหสัมพันธ์คาโนนิคอล (Canonical correlation; R_c) คือ ปริมาณของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรคาโนนิคอล หรือปริมาณความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบของตัวพยากรณ์กับส่วนประกอบของตัวเกณฑ์

ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอล (Canonical weight, function coefficient) หมายถึง ค่าตัวเลขหรือน้ำหนักของตัวแปรชุด X หรือตัวแปรชุด Y ในที่นี้ คือ ค่า $a_1, \ldots, a_p$ และ $b_1, \ldots, b_q$ การตีความเหมือน β ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณซึ่งเป็นค่าที่แสดงค่าตัวแปร X หรือ Y มีความสำคัญในการอธิบายตัวแปรคาโนนิคอล เพื่อควบคุมตัวแปรอื่น ๆ ในชุดตัวแปร

6. การคำนวณสหสัมพันธ์คาโนนิคอล

หลังจากที่รวบรวมข้อมูลที่เป็นค่าของตัวแปรต่าง ๆ ทั้งตัวแปรอิสระ ซึ่งมี p ตัว และตัวแปรตาม ซึ่งมี q ตัว ค่าเหล่านี้เป็นค่าที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด N คน เรียกว่า ข้อมูลเบื้องต้น ซึ่งนำข้อมูลเบื้องต้นมาจัดอยู่ในรูปเมตริกซ์ ดังนี้ (สำราญ มีแจ้ง, 2544, หน้า 177-178)

ตารางที่ 1 การคำนวณสหสัมพันธ์คาโนนิคอลในรูปเมตริกซ์

สมาชิกกลุ่มตัวอย่าง	ชุดตัวแปรอิสระ	ชุดตัวแปรตาม
1	*X11 X12 … X1p*	*Y11 Y12 … Y1q*
2	*X21 X22 … X2p*	*Y21 Y22 … Y2q*
3	*X31 X32 … X3p*	*Y31 Y32 … Y3q*
.	.	.
.	.	.
.	.	.
N	***XN1 XN2 … XNp***	***YN1 YN2 … YNq***

เมื่อ N แทน จำนวนหน่วยตัวอย่าง

p แทน จำนวนตัวแปรอิสระ

q แทน จำนวนตัวแปรตาม

ตัวเลขสองตัวที่ห้อย X และ Y นั้น ตัวแรกแทนสมาชิกคนที่ ตัวหลังแทนจำนวนตัวแปรตัวที่ของแต่ละกลุ่ม ดังนั้น *X12* แทนคะแนนคนที่หนึ่งในตัวแปรอิสระตัวที่สอง จากเมตริกซ์ข้อมูลเบื้องต้น จากนั้นคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่าย โดยจับคู่ระหว่างตัวแปรทุกตัวเป็นคู่ ๆ ไป แล้วนำค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้งหมดมาจัดเป็นรูปเมตริกซ์ โดยแบ่งส่วนเป็น 4 ส่วน ดังนี้

ตารางที่ 2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลในรูปเมตริกซ์

		X						***Y***					
		1	2	.	.	.	*p*	1	2	.	.	.	*q*
	1												
	2												
X	.			R_{xx}						R_{xy}			
	.												
	.												
	P												
	1												
	2												
Y	.			R_{yx}						R_{yy}			
	.												
	.												
	q												

เมื่อ p แทน จำนวนตัวแปรอิสระ

q แทน จำนวนตัวแปรตาม

เมตริกซ์ของสหสัมพันธ์ R สามารถที่จะกำหนดส่วนออกได้เป็น 4 เมตริกซ์ย่อย คือ $R_{xx}R_{yx}R_{xy}$ และ R_{yy} ในเมตริกซ์ย่อย R_{xx} ประกอบด้วย สหสัมพันธ์ของตัวแปรในชุด X ในเมตริกซ์ย่อย R_{yy} ประกอบด้วย สหสัมพันธ์ของตัวแปรในชุด Y และในเมตริกซ์ย่อย R_{yx} กับ R_{xy} จะเป็นสหสัมพันธ์ของตัวแปรที่ข้ามกันของตัวแปรในชุด X กับชุด Y จากคุณสมบัติ เชิงสมมาตรของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ ดังนั้น R_{xy} จึงมีค่าเท่ากับ R_{yx} ที่สามารถสับเปลี่ยนแทนกันได้ เมื่อจัดเมตริกซ์แล้วก็จะสามารถวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลต่อไป

กำหนดส่วนย่อยของเมตริกซ์ X กับ Y ให้อยู่ในรูปของซุปเปอร์เมตริกซ์ ดังนี้

$$R = \begin{bmatrix} R_{xx} & R_{xy} \\ R_{yx} & R_{yy} \end{bmatrix}$$

เมื่อ R แทน เมตริกซ์ระหว่างสหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

R_{xx} แทน เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของชุดตัวแปรอิสระ Xp

R_{xy} แทน เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของชุดตัวแปรตาม Yq

R_{yx} แทน เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของชุดตัวแปรอิสระ *Xp* กับชุดของตัวแปรตาม *Yq*

จากสมการดีเทอร์มิแนนท์จะได้ สมการ Quadratic คือ

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$$

คำนวณหาค่า λ จากสูตร

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b2 - 4ac}}{2a}$$

หาค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอล (R_c) โดยการถอดรากที่สองของ λ

$$R_c = \sqrt{\lambda}$$

ทดสอบนัยสำคัญของสหสัมพันธ์คาโนนิคอลทำได้ โดยใช้การแจกแจงแบบไคสแควส์กำลังสองตามวิธีของ Barlett (Pedhazur, 1997, pp. 939-940)

$$\chi^2 = -\left|N - 1 - {}^1/_2 (p+q+1)\right| \log_e \Lambda \; ; \; df = pq$$

เมื่อ X^2 แทน ค่าสถิติที่ใช้เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตจากการแจกแจงไคสแควส์กำลังสอง

N แทน จำนวนสมาชิกในกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

p แทน จำนวนตัวแปรอิสระ

q แทน จำนวนตัวแปรตาม

log_e แทน Natural logarithm

Λ แทน Wilks' lambda โดยคำนวณจากสูตร

$$\Lambda = \left(1 - R_{c1}^2\right)\left(1 - R_{c2}^2\right)\ldots\left(1 - R_{cj}^2\right)$$

การคำนวณหาค่า β_j ของตัวแปร *Y* (Pedhazur, 1982, pp. 930-993) โดยที่

$$\beta_J = \frac{1}{\sqrt{V_j' R_{YY} V_j}} V_j$$

เมื่อ β_j แทน ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลของชุดที่ *j* (Function *j*)

Vj แทน ไอเกนเวกเตอร์ที่ *j*

Vj' แทน ทรานโพสของ Vj

หาค่า Vj โดยแก้สมการต่อไปนี้

$$\left| R_{XX}^{-1} R_{XY} R_{YY}^{-1} R_{YX} - \lambda I \right| V_j = 0$$

การคำนวณหาค่า βj ของตัวแปร X (Pedhazur, 1982, pp. 930-993) โดยที่

$$A = R_{XX}^{-1} R_{XY} B D^{-1/2}$$

เมื่อ A แทน เมตริกซ์ของน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลของตัวแปร X ในแต่ละชุด

B แทน เมตริกซ์ของน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลของตัวแปร Y

$D^{-1/2}$ แทน Diagonal matrix ที่มีสมาชิกเป็นส่วนกลับของรากที่ 2 ของ λ

R_{xx} แทน เมตริกซ์ของสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X

R_{xy} แทน เมตริกซ์ของสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X กับตัวแปรตาม Y

7. การแปลผลการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล (สำราญ มีแจ้ง, 2544, หน้า 182-183)

ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลจะแสดงถึงความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง ที่เป็นไปได้สูงสุดระหว่างชุดตัวแปรตามร่วมกัน และของตัวแปรอิสระร่วมกัน ส่วนสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลเป็นน้ำหนักที่แสดงถึงความสำคัญของตัวแปรนั้นมีส่วนช่วยให้ได้ความสัมพันธ์สูงสุด ดังนั้นในการพิจารณาว่าตัวแปรในชุดตัวแปรอิสระกับชุดตัวแปรตามใดบ้างสัมพันธ์กันก็พิจารณาจากขนาดและเครื่องหมายอย่างเดียวกันตัวแปรเหล่านั้นจะมีความสัมพันธ์ทางบวกซึ่งกันและกัน แต่ถ้าเครื่องหมายต่างกันจะมีความสัมพันธ์ทางลบซึ่งกันและกัน

ค่าสถิติที่สำคัญอีกค่าหนึ่งคือ ค่าไอเกน ซึ่งคือ กำลังสองของค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลเป็นค่าที่แสดงถึงความแปรปรวนที่ร่วมกันของตัวแปรทั้งสองชุด นั่นคือ เป็นสัดส่วนแสดงความสัมพันธ์สูงสุดระหว่างตัวแปรทั้งสองชุดหรือเป็นอิทธิพลสูงสุด ที่ตัวแปรในชุดหนึ่งส่งผลต่อตัวแปรอีกชุดหนึ่ง

สำหรับเทคนิคการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงคาโนนิคอล สามารถวิเคราะห์หาค่าสัดส่วนของน้ำหนักตัวแปรทั้งหมด ที่ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองชุดนั้น เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงที่มีค่าสูงสุด ดังนั้นค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลตัวแรกจึงเป็นค่าสูงที่สุดอันเกิดจากสัดส่วนของน้ำหนักของตัวแปรแต่ละตัว ดังปรากฏในสัมประสิทธิ์คาโนนิคอลชุดแรก ส่วนชุดที่สองหรือชุดต่อไปเป็นสัดส่วนของน้ำหนักแต่ละตัวแปร ที่ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองชุดในส่วนที่เหลือเป็นเชิงเส้นตรง ที่มีค่าสูงสุดซึ่งเป็นอิสระจากชุดแรกตามลำดับค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลตัวที่สองหรือต่อไปจึงมีค่าน้อยกว่าตัวแรกตามลำดับ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

จิตอารีย์ ปัญญาแจ้งสกุล (2544, หน้า 115-118) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะคณิตศาสตร์ได้แก่ ทักษะการอ่านเพื่อการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการนำหลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์สมรรถภาพทางภาษา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรพยากรณ์ทุกตัวนั้นมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ตัวพยากรณ์ที่มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงสุด คือ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ รองลงมา คือ ทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งในการวิเคราะห์สัมประสิทธิ์เส้นทาง พบว่า ตัวแปรที่มีอิทธิพลในรูปที่เป็นสาเหตุโดยตรงต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทักษะการแปลงภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ตัวแปรที่มีอิทธิพลในรูปที่เป็นสาเหตุโดยอ้อมต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ สมรรถภาพทางภาษา และสมรรถภาพทางจำนวน

ชัยรัตน์ สุลำนาจ (2547, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์ที่มีต่อทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงงานคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเปรียบเทียบทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการปฏิบัติกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ และศึกษาความสามารถในการทำโครงงานคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังปฏิบัติกิจกรรมโครงงานคณิตสูงกว่าก่อนปฏิบัติกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการทำโครงงานคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ปฏิบัติกิจกรรมอยู่ในระดับดี

ณรงค์เดช กันทะเนตร (2552, บทคัดย่อ) ได้ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างปัจจัยด้านสติปัญญาและไม่ใช่สติปัญญากับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สาม เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยด้านสติปัญญาและไม่ใช่สถิติปัญญา กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และเพื่อศึกษาสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างปัจจัยด้านสติปัญญาและไม่ใช่สติปัญญา กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ผลการวิจัย

พบว่า ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์เชิงบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา ปัจจัยด้านสติปัญญา ได้แก่ การวิเคราะห์ทางภาษา การวิเคราะห์เชิงปริมาณ การวิเคราะห์เชิงรูปภาพ ความคิดสร้างสรรค์ทางการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ทางภาษา ความคิดสร้างทางปริมาณ ความคิดสร้างสรรค์ทางรูปภาพ และแนวปฏิบัติทางปริมาณ ปัจจัยที่ไม่ใช่ด้านสติปัญญา ได้แก่ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ คุณภาพการสอนของครู และการสนับสนุนของผู้ปกครอง ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์เชิงบวกกับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคิดศาสตร์ ปัจจัยด้านสติปัญญา ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ทางการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ทางภาษา ความคิดสร้างทางปริมาณ ความคิดสร้างสรรค์ทางรูปภาพ และแนวปฏิบัติทางปริมาณ ปัจจัยที่ไม่ใช่ด้านสติปัญญา ได้แก่ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และการสนับสนุนของผู้ปกครอง สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างปัจจัยด้านสถิติปัญญาและไม่ใช่สติปัญญากับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 2 ชุด โดยชุดที่ 1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คาโนนิคอล มีค่าเท่ากับ .643 สามารถอธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นได้สูงสุดร้อยละ 41.3 โดยประกอบด้วย กลุ่มตัวแปรอิสระ ปัจจัยด้านสติปัญญา ได้แก่ การวิเคราะห์ทางภาษา การวิเคราะห์เชิงปริมาณ การวิเคราะห์เชิงรูปภาพ ความคิดสร้างสรรค์ทางการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ทางภาษา ความคิดสร้างทางปริมาณ ความคิดสร้างสรรค์ทางรูปภาพ และแนวปฏิบัติทางปริมาณ ปัจจัยที่ไม่ใช่ด้านสติปัญญา ได้แก่ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ คุณภาพการสอนของครู และการสนับสนุนของผู้ปกครองกลุ่มตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามีแนวโน้มได้รับอิทธิพลสูงกว่าความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และในชุดที่ 2 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลมีค่าเท่ากับ .316 สามารถอธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นได้สูงสุดร้อยละ 9.9 โดยประกอบด้วย กลุ่มตัวแปรอิสระ ปัจจัยด้านสติปัญญา ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ทางการแก้ปัญหา ปัจจัยที่ไม่ใช่ด้านสติปัญญา ได้แก่ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ คุณภาพการสอนของครู และการสนับสนุนของผู้ปกครองกลุ่มตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มีแนวโน้มได้รับอิทธิพลสูงกว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 112-125) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดในลักษณะเป็นชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ผลการวิจัยพบว่าศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/ 75 ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ดีมาก” และในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียน พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนอยู่ในระดับ “ดี” ผลของการประเมินเจตคติหลังเรียน พบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 101 พบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

จันทรพรมุธิตา (2553, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างความสามารถทางสมองกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อศึกษาสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างตัวแปรของความสามารถทางสมองกับชุดของตัวแปร ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาไทยและศึกษาค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลระหว่างตัวแปรของความสามารถทางสมองที่ส่งผลต่อชุดของตัวแปร ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาไทย พบว่า ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระของความสามารถทางสมองด้านภาษา ด้านความคล่องแคล่วว่องไวในการใช้ถ้อยคำ ด้านจำนวน ด้านมิติสัมพันธ์ ด้านความจำด้านการสังเกตรับรู้ และด้านเหตุผลกับชุดตัวแปรตาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาไทย มีค่า เท่ากับ .841, .519 และ .433 ตามลำดับ ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระของความสามารถทางสมองกับชุดตัวแปรตาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาไทย ที่อยู่ในระดับส่งผลซึ่งกันและกัน มี 3 ชุด ชุดแรก พบว่า ความสามารถทางสมองด้านจำนวน และด้านมิติสัมพันธ์ ส่งผลซึ่งกันและกัน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษาไทย ส่วนในชุดที่สอง พบว่า ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระกับชุดตัวแปรตามเป็นไป สองแบบ คือ แบบที่หนึ่ง ความสามารถทางสมองด้านจำนวนและมิติสัมพันธ์ส่งผลซึ่งกันและกัน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบที่สองความสามารถทางสมองด้านภาษาและด้านเหตุผลส่งผลซึ่งกันและกันกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และภาษาไทย ส่วนแบบที่สามค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระกับชุดตัวแปรตามเป็นไป สองแบบเช่นกัน แบบที่หนึ่งความสามารถด้านเหตุผล ส่งผลซึ่งกันและกันกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วิชาวิทยาศาสตร์ และแบบที่สองความสามารถทางสมองด้านภาษาส่งผลซึ่งกันและกันกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาไทย

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 91-92) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร พัฒนาโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา ผลการวิจัยพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม โดยเฉพาะในด้านการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร นั้นนักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารได้ดีขึ้นตามลำดับ

อัมพร ม้าคนอง (2545) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประเภทและลักษณะของการอธิบายความรู้ทางคณิตศาสตร์และความคิดเห็นเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ของนิสิตสาขามัธยมศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2542 ชั้นปีที่ 2, 3 และ 4 จำนวน 173 คน โดยผลการวิจัยดังนี้ นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ตอบแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์มากที่สุดโดยใช้การอธิบายเชิงกระบวนการหรือขั้นตอน โดยมีความคิดเห็นว่า แหล่งเรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญคือ ชั้นเรียน คู่มือและวารสาร

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

โรจาส (Rojas, 1992, pp. 53-05A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการส่งเสริมการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการพัฒนานักเรียนทางด้านทักษะการอ่านและการเขียน โดยให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่มในเนื้อหาที่เรียนเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้เทคนิคในการส่งเสริมกิจกรรมทางภาษาในการเรียนคณิตศาสตร์ ฝึกการสื่อสารให้แก่นักเรียน ซึ่งการกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นคว้าและเสริมแรงในการอ่าน การเขียน และการพูด ผลการวิจัยพบว่า การทดลองทำให้นักเรียนมีผลการเรียนที่ดีขึ้นในกิจกรรมการเขียน แต่ว่ากิจกรรมการอ่านส่งผลพียงเล็กน้อย

ดริคคีย์ (Drikey, 2000) ได้ศึกษาเปรียบเทียบการสอนโดยการให้เหตุผลด้วยการนึกภาพและการให้เหตุผลเชิงปริภูมิ โดยนำไปใช้ในสภาพจริงกับการใช้ในทางกายภาพของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อทดสอบการให้เหตุผลเชิงปริภูมิและการให้เหตุผลโดยการนึกภาพและทดสอบเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในเกรด 7 จำนวน 219 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมกลุ่มทดลองแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ ใช้วิธีการสอนแบบนำไปใช้ในสภาพจริงกับวิธีการสอนที่ใช้ในทางกายภาพส่วนกลุ่มควบคุมสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ในทั้ง 3 กลุ่ม นักเรียน

ในกลุ่มทดลองชอบวิธีการสอนแบบนี้ นักเรียนในกลุ่มการสอนแบบนำไปใช้ในสภาพจริง มีพฤติกรรมในการทำงานสูงกว่านักเรียนที่อยู่ในกลุ่มวิธีการสอนที่นำไปใช้ในทางกายภาพ

ลอร์สัน และชินแนพแพน (Lawson & Chinnappan, 2000, pp. 26-43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหาและการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา

วิลเลียม (William, 2003, pp. 185-187) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิต จำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 75 มีความพอใจในกิจกรรมการเขียน และนักเรียนจำนวนร้อยละ 80 บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

Livy and Vale (2011) ได้ทำการศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับคำถามอัตราส่วนของนักศึกษาครูชั้นปีที่ 1 ผ่านการวิเคราะห์แบบทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ทักษะทางคณิตศาสตร์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า นักศึกษาที่ครูไม่สามารถแปลความมายของขั้นตอนที่ซับซ้อน คำถามอัตราส่วน ร่วมถึงพบความผิดพลาดในการแปลงค่าในการวัด ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่าขาดการพัฒนาความรู้ในเรื่องความรู้ทางโครงสร้างคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และนักศึกษาครูส่วนมากยังขาดความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและวิธีการในการแก้ปัญหา

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด จำนวนทั้งสิ้น 2, 318 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด จำนวน 355 คน กำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (Sample size) ขั้นต่ำ ใช้สูตรของ ยามาเน่ (Yamane, 1973) และพิจารณาร่วมกับข้อตกลงเบื้องต้นของการกำหนดกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์คาโนนิคอล อย่างน้อย 20 คนต่อ 1 ตัวแปร ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้มีจำนวนตัวแปรทั้งหมด 7 ตัวแปร (Hair, Babin & Anderson, 2010)

เทคนิคการสุ่มตัวอย่าง คือ ใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบอาศัยความน่าจะเป็นด้วยเทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. ขั้นตอนที่ 1 ใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบชั้นภูมิ โดยมีอำเภอเป็นตัวจำแนกชั้นภูมิได้เป็น 7 อำเภอ

2. ขั้นตอนที่ 2 เป็นหน่วยในการสุ่ม สุ่มนักเรียนแบบแบ่งชั้น (Stratified random sampling) โดยเทียบบัญญัติไตรยางศ์เพื่อทราบจำนวนนักเรียนในแต่ละอำเภอก่อนแล้วสุ่มอย่างง่าย ได้นักเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น จำนวน 355 คน ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 3 จำนวนนักเรียน จำแนกตามโรงเรียนและอำเภอที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

ลำดับ	อำเภอ	จำนวนนักเรียน	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
1	เกาะกูด	35	6
2	เกาะช้าง	95	15
3	เขาสมิง	454	70
4	คลองใหญ่	356	55
5	บ่อไร่	383	57
6	เมืองตราด	839	128
7	แหลมงอบ	156	24
	รวม	2, 318	355

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการรวมรวบข้อมูลเพื่อการวิจัย ผู้วิจัยใช้เครื่องมือ 2 ชนิด ได้แก่ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างเครื่องมือเอง ดังนี้

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ (4 ตัวเลือก) จำนวน 30 ข้อ โดยแบ่ง ดังนี้

1.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ จำนวน 15 ข้อ

1.2 ความรู้เชิงกระบวนการ จำนวน 15 ข้อ

2. แบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 46 ข้อ และอัตนัย จำนวน 4 ข้อ (แสดงวิธีทำ)

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การสร้างเครื่องมือแต่ละชนิด มีวิธีดำเนินการสร้าง ดังนี้

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความรูทางคณิตศาสตร์เป็นแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ 2 ด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักและวิธีการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบและรูปแบบที่เหมาะสมการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.2 ศึกษารายวิชาและเนื้อหารกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จากนั้นสร้างตารางกำหนดขอบเขตเนื้อหาของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ ได้ดังนี้

มาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	ความรู้ทางคณิตศาสตร์		จำนวนข้อ
		เชิงมโนทัศน์	เชิงกระบวนการ	
ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งของที่ต้องการวัด	อธิบายเส้นทางหรือบอกตำแหน่งเกี่ยวกับการวัดของสิ่งต่าง ๆ โดยระบุทิศทางและระยะทิศทางจริงจากรูปภาพ แผนที่ และแผนผัง	✓		7
	หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม	✓		7
	หาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปวงกลม	✓		6
ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวการวัด	แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ ความรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม		✓	7
	แก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก		✓	7
	เขียนแผนผังแสดงตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ และแผนผังแสดงเส้นทางการเดินทาง		✓	6

1.3 ดำเนินการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ (4 ตัวเลือก) จำนวน 40 ข้อ โดยแบ่งเป็นข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์ จำนวน 20 ข้อ และข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการ จำนวน 20 ข้อ และมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน ตอบไม่ต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

1.4 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมในด้านความตรงเชิงเนื้อหา และความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาเพื่อเสนอแนะเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข

1.5 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วให้ผู้ทรงวุฒิ จำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องและความสอดคล้องกับเนื้อหาความถูกต้องและความชัดเจนของภาษา ภาษา จากการศึกษาพบว่า ข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5-1.0 ทั้ง 40 ข้อ โดยข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.6-1.0 และข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.8-1.0

1.6 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับนักเรียนไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์มาตรวจนับให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนน

1.7 นำคะแนนที่ได้มาใช้วิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR-20) ซึ่งเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ผลการวิเคราะห์ มีค่าเท่ากับ 0.89 ค่าความยาก (Difficulty) โดยเกณฑ์ ค่าความยาก (p) ควรอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) โดยเกณฑ์ค่าอำนาจจำแนก (r) ควรมีค่า 0.20 ขึ้นไป ผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์ 15 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.31-0.75 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.21-0.75

ข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการทัศน์ 15 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.38-0.81 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.38-0.88

1.8 เลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์และครอบคลุมเนื้อหาตามโครงสร้างที่ตั้งไว้เพื่อนำมาสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปใช้ได้จริง จากนั้นนำมาหาคุณภาพอีกครั้ง

1.9 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดให้ไปใช้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นแบบวิจัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ในการวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบวัดแบบปรนัย จำนวน 46 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดผลประเมินผล วิธีการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากนั้นสร้างตารางกำหนดขอบเขตเนื้อหาของแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ได้

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	**พฤติกรรมบ่งชี้**	**จำนวนข้อ**
การแก้ปัญหา	ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร	3
	สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้	2
	ดำเนินการวางแผนและลงมือแก้ปัญหา	2
	ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ	3
	ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา	2
	ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา	2
	ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ	2
การให้เหตุผล	รวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา	2
	เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล	3
	ตัดสินความถูกต้องของข้อสรุป	3
	เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและการลงข้อสรุป	2
	ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล	2
	สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือสิ่งที่ฟังได้อย่างชัดเจน	2

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรมบ่งชี้	จำนวนข้อ
การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ	เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม	3
	สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือสิ่งที่ฟังได้อย่างชัดเจน	2
	ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร หรือสมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากลประกอบตามลำดับขั้นตอนของการนำเสนอได้อย่างเป็นระบบ ชัดเจน เหมาะสม	2
	สรุปสาระสำคัญ ที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้	2
การเชื่อมโยง	หาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกัน	2
	เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2
	เชื่อมโยงความรู้ในแต่ละสาระการเรียนรู้กับศาสตร์อื่น ๆ	3
	หาข้อสรุปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	3
การคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ใช้ความรู้หรือมโนทัศน์เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่	2
	สร้างสรรค์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์	2

2.3 สร้างแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบบปรนัยและอัตนัย

2.4 นำแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมในด้านความตรงเชิงเนื้อหา และความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาเพื่อเสนอแนะเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข

2.5 นำแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วให้ผู้ทรงวุฒิ จำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องและความสอดคล้องกับเนื้อหาความถูกต้องและความชัดเจนของ จากผลการศึกษาพบว่า ข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีค่าดัชนีความสอดคล้อง ตั้งแต่ 0.6-1.00 ทั้ง 53 ข้อ ดังนี้

ทักษะการแก้ปัญหา จำนวน 16 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.8-1.0

ทักษะการให้เหตุผล จำนวน 14 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.6-1.0

ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ จำนวน 9 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.8-1.0

ทักษะการเชื่อมโยง จำนวน 10 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.6-1.0

ทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ จำนวน 4 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.8-1.0

2.6 นำแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาตรวจนับให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนน

2.7 นำคะแนนที่ได้มาใช้วิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR-20) ซึ่งเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ผลการวิเคราะห์มีค่า เท่ากับ 0.79 ค่าความยาก (Difficulty) โดยเกณฑ์ค่าความยาก (p) ควรอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) โดยเกณฑ์ค่าอำนาจจำแนก (r) ควรมีค่า 0.20 ขึ้นไป และใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha coefficient) ซึ่งเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ไป ผลการวิเคราะห์มีค่าเท่ากับ 0.67 ค่าความยาก (Difficulty) โดยเกณฑ์ค่าความยาก (p) ควรอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) โดยเกณฑ์ค่าอำนาจจำแนก (r) ควรมีค่า 0.20 ขึ้นไป ผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ข้อสอบทักษะการแก้ปัญหา 10 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.25-0.56 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.25-0.86

ข้อสอบทักษะการให้เหตุผล 7 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.25-0.63 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.25-0.75

ข้อสอบทักษะ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 6 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.31-0.75 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.25-0.75

ข้อสอบทักษะการเชื่อมโยง 7 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.38-0.63 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.25-0.63

ข้อสอบทักษะการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ 4 ข้อ มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.45-0.68 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.23-0.73

2.8 เลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์และครอบคลุมเนื้อหาตามโครงสร้างที่ตั้งไว้ เพื่อนำมาสร้างแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปใช้ได้จริง จากนั้นนำมาหาคุณภาพอีกครั้ง

2.9 นำแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดให้ไปใช้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ติดต่อขอหนังสือจากภาควิจัย วัดผลและสถิติทางการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อขอความอนุเคราะห์จากสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากโรงเรียนในสังกัดที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัย

2. นำสำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลติดต่อกับโรงเรียน พร้อมทั้งนัดหมายวัน เวลา และสถานที่ ที่จะดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

3. จัดเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

4. ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เวลาทำแบบทดสอบทั้งหมด 120 นาที โดยทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ 60 นาที และแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 60 นาที

5. นำข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างมาตรวจให้คะแนน เพื่อนำผลมาวิเคราะห์ต่อไป

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลมีขั้นตอนดังนี้

1. ตรวจให้คะแนนของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. หาค่าสถิติพื้นฐานของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. หาค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4. หาค่าน้ำหนักสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาค้นคว้า มีดังต่อไปนี้

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

1.1 หาค่าความเที่ยงตรงเชิงพินิจ พิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์, 2545, หน้า 95)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง +1

$\sum R$ แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

1.1.1 สถิติที่ใช้หาคุณภาพของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นแบบวัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ (4 ตัวเลือก) มีวิธีการหาคุณภาพของแบบวัดดังนี้

วิเคราะห์หาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 25 % ของนักเรียนที่เข้าสอบ คำนวณสูตรต่อไปนี้ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2552, หน้า 227)

ค่าความยาก (P) = $\frac{P_H + P_L}{2}$

ค่าอำนาจจำแนก (r) = $P_H - P_L$

โดยที่ $P_H = \frac{R_H}{N_H}$ และ $P_L = \frac{R_L}{N_L}$

เมื่อ R_H แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_L แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

N_H แทน จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มสูง

N_L แทน จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มต่ำ

ค่าความเที่ยง หาได้โดยคำนวณจากสูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson's method) (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2552, หน้า 77)

$$KR20 = \left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1 - \frac{\sum p_i q_i}{s_X^2}\right]$$

เมื่อ $KR20$ แทน สัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบ

p_i แทน สัดส่วนผู้ตอบถูกในข้อที่ i

q_i แทน สัดส่วนผู้ตอบผิดในข้อที่ i ($q_i = 1- p_i$)

s_X^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม X

1.1.2 สถิติที่ใช้หาคุณภาพของแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นแบบวัดแบบอัตนัย (แสดงวิธีทำ) มีวิธีการหาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

วิเคราะห์หาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบ โดยคำนวณจากสูตร วิทนีย์ และซาเบอร์ส (Whitney & Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201)

ค่าความยาก $(P_D) = \frac{S_U+S_L-(2NX_{min})}{2N(X_{max}-X_{min})}$

ค่าอำนาจจำแนก $(D) = \frac{S_U-S_L}{N(X_{max}-X_{min})}$

เมื่อ S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

ความเที่ยงของแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยคำนวณจากสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha-coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2552, หน้า 77)

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1-\frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อของแบบสอบถาม

$\sum s_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบสอบถามทั้งฉบับ

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 สถิติพื้นฐาน คือ ค่าเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2.1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean: $\overline{X}$) หาได้โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 33)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

2.1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) หาได้โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 33)

$$s = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของคะแนนแต่ละตัว

$(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2.2 ค่าสัมประสิทธิ์*สหสัมพันธ์* (Simple correlation coefficient) โดยใช้สูตรสหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson product-moment correlation coefficient) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2540, หน้า 85-86)

$$r_{xy} = \frac{N\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[N\sum x^2 - (\sum x)^2][N\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

เมื่อ r_{xy} แทน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

N แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

$\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนจากแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

$\sum Y$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแบบความรู้ทางคณิตศาสตร์

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละค่าที่ยกกำลังสองจากแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละค่าที่ยกกำลังสองจากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

$\sum XY^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของผลคูณระหว่างคะแนนจากแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับคะแนนแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3 หาค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอล โดยมีขั้นตอนดังนี้ (Pedhazur, 1997, pp. 298-929)

2.3.1 กำหนดส่วนย่อยของเมตริกซ์ X กับ Y ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ ดังนี้

$$R = \begin{bmatrix} R_{XX} R_{XY} \\ R_{YX} R_{YY} \end{bmatrix}$$

เมื่อ R แทน เมตริกซ์ระหว่างสหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม

R_{xx} แทน เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของชุดตัวแปรอิสระ X_p

R_{xy} แทน เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของชุดตัวแปรตาม Y_q

R_{yx} แทน เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของชุดตัวแปรอิสระ X_p กับชุดของตัวแปรตาม Y_q

R_{yy} แทน ทรานสโพสของ R_{yx}

2.3.2 หาค่าเมตริกซ์ของ R_{xx}-1, R_{yx} , R_{xy} และ R_{yy}-1 แล้วนำไปสร้างสมการดีเทอร์มิแนนท์ ดังนี้

$$\left| R_{YY}^{'} R_{YX} R_{XX}^{'} R_{XY} - \lambda I \right| = 0$$

เมื่อ R_{yy}-1 แทน อินเวอร์สของเมตริกซ์ของค่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร Y

R_{xx}-1 แทน อินเวอร์สของเมตริกซ์ของค่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X

I แทน เมตริกซ์เอกลักณ์ (Identity matrix)

λ แทน ไอเกนเวลูส์หรือความแปรปรวนของสหสัมพันธ์คาโนนิคอล

2.3.3 จากสมการดีเทอร์มิแนนท์จะได้สมการ Quadratic คือ

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$$

2.3.4 คำนวณหาค่า λ จากสูตร

$$\lambda = \frac{-b \perp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2.3.5 หาค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอล (R_c) โดยการถอดรากที่สองของ λ

$$R_c = \sqrt{\lambda}$$

2.4 ทดสอบนัยสำคัญของสหสัมพันธ์คาโนนิคอลทำได้ โดยใช้การแจกแจงแบบไคสแควส์กำลังสองตามวิธีของ Barlett (Pedhazur, 1997, pp. 939-940)

$$\chi^2 = -\left|N-1-{}^1/_2\left(p+q+1\right)\right| \log_e \Lambda \;;df=pq$$

เมื่อ χ^2 แทน ค่าสถิติที่ใช้เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตจากการแจกแจงไคสแควส์กำลังสอง

N แทน จำนวนสมาชิกในกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

p แทน จำนวนตัวแปรอิสระ

q แทน จำนวนตัวแปรตาม

log_e แทน Natural logarithm

Λ แทน Wilks' lambda โดยคำนวณจากสูตร

$$\Lambda = \left(1-R_{c1}^2\right)\left(1-R_{c2}^2\right)\ldots\left(1-R_{cj}^2\right)$$

2.5 การคำนวณหาค่า β_j ของตัวแปร Y (Pedhazur, 1982, pp. 930-993) โดยที่

$$\beta_J = \frac{1}{\sqrt{V_j' R_{YY} V_j}} V_j$$

เมื่อ β_j แทน ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลของชุดที่ j (Function j)

V_j แทน ไอเกนเวกเตอร์ที่ j

V_j' แทน ทรานโพสของ V_j

หาค่า V_j โดยแก้สมการต่อไปนี้

$$\left|R_{XX}^{-1} R_{XY} R_{YY}^{-1} R_{YX} - \lambda I\right| V_j = 0$$

2.6 การคำนวณหาค่า β_j ของตัวแปร X (Pedhazur, 1982, pp. 930-993) โดยที่

$$A = R_{XX}^{-1} R_{XY} B D^{-1/2}$$

เมื่อ A แทน เมตริกซ์ของน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลของตัวแปร X ในแต่ละชุด

B แทน เมตริกซ์ของน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลของตัวแปร Y

$D^{-1/2}$ แทน Diagonal matrix ที่มีสมาชิกเป็นส่วนกลับของรากที่ 2 ของ λ

R_{xx} แทน เมตริกซ์ของสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X

R_{xy} แทน เมตริกซ์ของสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X กับตัวแปรตาม Y

3. การแปลความหมาย ของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2557, หน้า 17)

คะแนนร้อยละ 80-100 อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม

คะแนนร้อยละ 65-79 อยู่ในระดับ ดี

คะแนนร้อยละ 50-64 อยู่ในระดับ ผ่าน

คะแนนร้อยละ 0-49 อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมายของผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์และอักษรย่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

X แทน คะแนนรวมด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

X1 แทน คะแนนรวมด้านการแก้ปัญหา (Problem solving)

X2 แทน คะแนนรวมด้านการให้เหตุผล (Reasoning)

X3 แทน คะแนนรวมด้านการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and presentation)

X4 แทน คะแนนรวมด้านการเชื่อมโยง (Connections)

X5 แทน คะแนนรวมด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity)

Y แทน คะแนนรวมด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์

Y1 แทน คะแนนรวมด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge)

Y2 แทน คะแนนรวมด้านความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural knowledge)

S แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

k แทน จำนวนข้อของข้อสอบ

λ แทน ค่าไอเกน (Eigen value)

Sk1 แทน ความเบ้ก่อนปรับคะแนน

Sk2 แทน ความเบ้หลังปรับคะแนน

Rc แทน ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอล (Canonical correlation)

Λ แทน ค่าวิลค์แลมดา (Wilks' lambda)

χ^2 แทน ค่าไค-กำลังสอง (Chi-square)

df แทน ชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degree of freedom)

* แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การวิจัยครั้งนี้เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวแปรความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลเป็นลำดับ ดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนตัวแปรทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่าย ระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความรู้ทางคณิตศาสตร์

3. ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม

4. ค่า Canonical weights, Canonical loading และ Canonical cross-loading ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม

5. ค่า Redundancy index ของ Canonical function

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 4 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความรู้ทางคณิตศาสตร์

ตัวแปร	*k*	$\bar{X}$	*S*	*Sk1*	*Sk2*	ร้อยละ	ระดับ
การแก้ปัญหา (*X1*)	10	7.81	1.48	-.319	.186	78.10	ดี
การให้เหตุผล (*X2*)	7	5.05	1.12	-.263	-.052	72.14	ดี
การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (*X3*)	6	4.58	1.05	-.364	-.121	76.33	ดี
การเชื่อมโยง (*X4*)	7	4.78	1.14	-.174	.188	68.29	ดี
ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (*X5*)	4	13.47	2.32	-.405	.107	53.88	ผ่าน
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (*X*)	34	35.43	6.21	-.472	.145	78.73	ดี

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ตัวแปร	*k*	$\overline{X}$	*S*	*Sk1*	*Sk2*	ร้อยละ	ระดับ
ความรู้เชิงมโนทัศน์ (*Y1*)	15	9.33	1.99	.300	.118	62.20	ผ่าน
ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ (*Y2*)	15	9.23	2.95	.269	-.054	61.53	ผ่าน
ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (*Y*)	30	18.59	5.24	.193	.173	61.97	ผ่าน

นัยสำคัญของ *Sk1 X1*(P = .000), *X2*(P = .000), *X3*(P = .000), *X4*(P = .000), *X5*(P = .000), *Y1*(P = .000), *Y2*(P = .000)

นัยสำคัญของ *Sk2 X1*(P = .832), *X2*(P = .995), *X3*(P = .881), *X4*(P = .849), *X5*(P = .880), *Y1*(P = .876), *Y2*(P = .991)

จากตารางที่ 4 พบว่า โดยรวมคะแนนเฉลี่ยของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จากคะแนนเต็ม 45 มีค่าเท่ากับ 35.43 คิดเป็นร้อยละ 78.73 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6.21 ค่าความเบ้ของข้อมูล .472 เมื่อพิจารณาในแต่ละด้านมีค่าเฉลี่ยดังนี้ ด้านการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี จากคะแนนเต็ม 10 ได้ค่าเฉลี่ย 7.81 คิดเป็นร้อยละ 78.10 ด้านการให้เหตุผลอยู่ในระดับดี จากคะแนนเต็ม 7 ได้ค่าเฉลี่ย 5.05 คิดเป็นร้อยละ 72.14 ด้านการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนออยู่ในระดับดี จากคะแนนเต็ม 6 ได้ค่าเฉลี่ย 4.58 คิดเป็นร้อยละ 76.33 ด้านการเชื่อมโยง อยู่ในระดับดี จากคะแนนเต็ม 7 ได้ค่าเฉลี่ย 4.78 คิดเป็นร้อยละ 78.10 68.29 ด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์อยู่ในระดับผ่าน จากคะแนนเต็ม 25 ได้ค่าเฉลี่ย 13.47 คิดเป็นร้อยละ 53.88 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าอยู่ระหว่าง 1.05 ถึง 2.32 ค่าความเบ้ของข้อมูลอยู่ระหว่าง -.174 ถึง -.405 ซึ่งเมื่อพิจารณาค่าความเบ้ตามเกณฑ์ของรันยอน และคณะ (Runyon et al., 1996, p. 157) ถือว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติเนื่องจากค่าความเบ้ อยู่ระหว่าง -0.5 ถึง 0.5

คะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่าน จากคะแนนเต็ม 30 มีค่าเฉลี่ย 18.59 คิดเป็นร้อยละ 61.97 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ .524 ความเบ้ของข้อมูลอยู่ที่ .193 เมื่อพิจารณาในแต่ละด้านมีค่าเฉลี่ยดังนี้ ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์อยู่ในระดับผ่าน จากคะแนนเต็ม 15 ได้ค่าเฉลี่ย 9.33 คิดเป็นร้อยละ 62.20 ด้านความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการอยู่ในระดับผ่าน จากคะแนนเต็ม 15 คะแนน ได้ค่าเฉลี่ย 9.23 คิดเป็นร้อยละ 61.53 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าอยู่ระหว่าง 1.99 ถึง 2.95ค่าความเบ้ของข้อมูลอยู่ระหว่าง .269 ถึง .300 ซึ่งเมื่อพิจารณาค่าความเบ้ตามเกณฑ์ของรันยอน และคณะ (Runyon et al., 1996, p. 157) ถือว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ เนื่องจากค่าความเบ้ อยู่ระหว่าง -0.5 ถึง 0.5

แต่เนื่องจากข้อมูลดิบมีการแจกแจงเป็นโค้งทางเล็กถึง 7 ตัวแปร และมีการแจกแจงทางบวกเพียง 3 ตัวแปร และผลการทดสอบความเป็นโค้งปกติ พบว่า ทุกตัวแปรมีนัยสำคัญทางสถิติ ($p < .05$) แสดงว่าการแจกแจงยังไม่เป็นโค้งปกติจริง เพียงแต่ยอมรับได้ตามเกณฑ์ของรันยอน และคณะ (Runyon et al., 1996, p. 157) ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลอาจจะได้รับอิทธิพลจากการแจกแจงของคะแนนดิบที่เป็นโค้งเบ้ทางลบ ผู้วิจัยจึงปรับข้อมูลให้เป็นคะแนนที่มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ เพื่อเกิดความเชื่อถือได้ในการอ้างอิงผลไปสู่การสรุปไปสู่ประชากรทั่วไปที่มีการแจกแจงปกติ

ตารางที่ 5 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (ด้านการแก้ปัญหา)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	ระดับ
ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร	1	0.85	85.00	ดีเยี่ยม
สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้	2	1.63	81.50	ดีเยี่ยม
ดำเนินการวางแผนและลงมือแก้ปัญหา	1	0.82	82.00	ดีเยี่ยม
ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ	2	1.50	75.00	ดี
ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา	2	1.34	67.00	ดี
ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา	1	0.80	80.00	ดีเยี่ยม
ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1	0.87	87.00	ดีเยี่ยม
การแก้ปัญหา (*XI*)	10	7.81	78.10	ดี

จากตารางที่ 5 พบว่า พฤติกรรมบ่งชี้ด้านการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด รองลงมา คือ ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร และร้อยละของพฤติกรรมบ่งชี้ที่ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา

ตารางที่ 6 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (ด้านการให้เหตุผล)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	ระดับ
รวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา	1	0.75	75.00	ดี
เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผล	2	1.42	71.00	ดี
ตัดสินความถูกต้องของข้อสรุป	1	0.70	70.00	ดี
เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและการลงข้อสรุป	1	0.74	74.00	ดี
ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล	1	0.72	72.00	ดี
สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือสิ่งที่ฟังได้อย่างชัดเจน	1	0.72	72.00	ดี
การให้เหตุผล (*X2*)	7	5.05	72.14	ดี

จากตารางที่ 6 พบว่า พฤติกรรมบ่งชี้ด้านการรวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหามีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด รองลงมา คือ เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและการลงข้อสรุป และร้อยละของพฤติกรรมบ่งชี้ที่ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ ตัดสินความถูกต้องของข้อสรุป

ตารางที่ 7 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (การสื่อสารการสื่อความหมายและการนำเสนอ)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	ระดับ
เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม	2	1.55	77.50	ดี
สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือสิ่งที่ฟังได้อย่างชัดเจน	1	0.74	74.00	ดี
ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตรหรือสมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากลประกอบตามลำดับขั้นตอนของการนำเสนอได้อย่างเป็นระบบ ชัดเจน เหมาะสม	2	1.52	76.00	ดี
สรุปสาระสำคัญ ที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้	1	0.77	77.00	ดี
การสื่อสารการสื่อความหมายและการนำเสนอ (*X3*)	6	4.58	76.33	ดี

จากตารางที่ 7 พบว่า พฤติกรรมบ่งชี้ด้านการเลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด รองลงมา คือ สรุปสาระสำคัญ ที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้ และร้อยละของพฤติกรรมบ่งชี้ที่ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือสิ่งที่ฟังได้อย่างชัดเจน

ตารางที่ 8 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (การเชื่อมโยง)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	ระดับ
หาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกัน	2	1.39	69.50	ดี
เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2	1.36	68.00	ดี
เชื่อมโยงความรู้ในแต่ละสาระการเรียนรู้กับศาสตร์อื่น ๆ	2	1.38	69.00	ดี
หาข้อสรุปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	1	0.65	65.00	ดี
การเชื่อมโยง (*X4*)	7	4.78	68.29	ดี

จากตารางที่ 8 พบว่า พฤติกรรมบ่งชี้ด้านการหาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด รองลงมา คือ เชื่อมโยงความรู้ในแต่ละสาระการเรียนรู้กับศาสตร์อื่น ๆ และร้อยละของพฤติกรรมบ่งชี้ที่ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ หาข้อสรุปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ตารางที่ 9 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แยกตามพฤติกรรมบ่งชี้ (การริเริ่มสร้างสรรค์)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	ระดับ
ใช้ความรู้หรือมโนทัศเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่	10	5.87	58.70	ผ่าน
สร้างสรรค์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์	10	6.43	64.30	ผ่าน
การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (*X5*)	20	12.3	61.50	ผ่าน

จากตารางที่ 9 พบว่า พฤติกรรมบ่งชี้ด้านการสร้างสรรค์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด รองลงมา คือ ใช้ความรู้หรือมโนทัศเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่

ตารางที่ 10 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ แยกตามตัวชี้วัด (ความรู้เชิงมโนทัศน์)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	ระดับ
อธิบายเส้นทางหรือบอกตำแหน่งเกี่ยวกับการวัดของสิ่งต่าง ๆ โดยระบุทิศทางและระยะทิศทางจริงจากรูปภาพแผนที่ และแผนผัง	5	2.98	59.60	ผ่าน
หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม	5	3.20	64.00	ผ่าน
หาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปวงกลม	5	3.15	63.00	ผ่าน
เชิงมโนทัศน์ (*YI*)	15	9.33	62.20	ผ่าน

จากตารางที่ 10 พบว่า ตัวชี้วัดเรื่องหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด รองลงมา คือ หาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปวงกลม และร้อยละของตัวชี้วัดที่ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ อธิบายเส้นทางหรือบอกตำแหน่งเกี่ยวกับการวัดของสิ่งต่าง ๆ โดยระบุทิศทางและระยะทิศทางจริงจากรูปภาพ แผนที่ และแผนผัง

ตารางที่ 11 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ แยกตามตัวชี้วัด (ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ)

ตัวแปร	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ร้อยละ	ระดับ
แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ ความรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม	7	4.08	58.29	ผ่าน
แก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	6	3.98	66.33	ดี
เขียนแผนผังแสดงตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ และแผนผังแสดงเส้นทางการเดินทาง	2	1.17	58.33	ผ่าน
ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ (*Y2*)	15	9.23	61.53	ผ่าน

จากตารางที่ 11 พบว่า ตัวชี้วัดเรื่องแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยสูงที่สุด รองลงมา คือ เขียนแผนผังแสดงตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ และแผนผังแสดงเส้นทางการเดินทาง และร้อยละของตัวชี้วัดที่ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ แก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ ความรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม

2. ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม

ตารางที่ 12 การทดสอบสมมติฐานของสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม

Function	**Wilk's lambda**	**Chi-square**	***df***	***P***
F	Λ	χ^2		
1	.282	442.610	10	.000**
2	.987	4.636	4	.327

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 12 พบว่า สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ ชุดที่หนึ่งมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่ .05

ตารางที่ 13 ค่าสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม

Function F	**Eigen value** λ	**% ความแปรปรวน**	**Canonical correlation** (R_c)	R_c^2
1	2.495	99.468	.845	.714
2	.013	0.531	.115	.013

จากตารางที่ 13 พบว่า สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีค่าเท่ากับ .845

ค่าความแปรปรวนของสหสัมพันธ์คาโนนิคอลทั้งสองชุดมีค่าเท่ากับ .714 แสดงว่าชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีลักษณะวัดร่วมเท่ากับ ร้อยละ 71.4

4. ค่า Canonical weights, Canonical loading และ Canonical cross-loading ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม

ตารางที่ 14 ค่า Canonical weights, Canonical loading และ Canonical cross-loading ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวแปรตาม

ประเภทตัวแปร	ชื่อตัวแปร	Canonical weights	Canonical loading	Canonical cross-loading
		F1	*F1*	*F1*
ชุดตัวแปรอิสระ	การแก้ปัญหา (*X1*)	.352	.903	.763
	การให้เหตุผล (*X2*)	.412	.861	.727
	การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ (*X3*)	.329	.938	.729
	การเชื่อมโยง (*X4*)	.544	.924	.781
	ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (*X5*)	.367	.898	.759
ชุดตัวแปรตาม	ความรู้เชิงมโนทัศน์ (*Y1*)	.565	.941	.795
	ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ (*Y2*)	.506	.926	.782

ผลการวิเคราะห์จากตารางที่ 14 พบว่า ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอล (Canonical weights) ระหว่างชุดตัวแปรอิสระทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในฟังก์ชั่น (*F1*) พบว่า ชุดการแก้ปัญหา มีค่าน้ำหนัก เท่ากับ .352 หมายถึง การแก้ปัญหาสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 35.2 การให้เหตุผล มีค่าน้ำหนัก เท่ากับ .412 หมายถึง การให้เหตุผลสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 41.2 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ มีค่าน้ำหนัก เท่ากับ .329 หมายถึง การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 32.9 การเชื่อมโยง มีค่าน้ำหนัก เท่ากับ .544 หมายถึง การเชื่อมโยงสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 54.4 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีค่าน้ำหนัก เท่ากับ .367 หมายถึง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 36.7

ส่วนความสัมพันธ์ในชุดตัวแปรตามเป็นดังนี้ ความรู้เชิงมโนทัศน์ มีค่าน้ำหนัก เท่ากับ .565 หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ สามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 56.5 ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีค่าน้ำหนัก เท่ากับ .506 หมายถึง ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 50.6 ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการคะแนนมาตรฐานของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

$U = 0.352Z_{x1} + 0.412Z_{x2} + 0.329Zx3 + 0.544Z_{x4} + 0.367Z_{x5}$

$W = 0.565Z_{y1} + 0.506Z_{y2}$

สัดส่วนของความแปรปรวนในตัวแปรเดิมที่อธิบายตัวแปรคาโนนิคอลในมิติเดียวกัน (Canonica l loading) ในชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 90.3 การให้เหตุผล สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 86.1 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 93.8 การเชื่อมโยง สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 92.4 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 89.8 ในชุดตัวแปรตามตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ความรู้เชิงมโนทัศน์ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 94.1 และความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการสามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 92.6

สัดส่วนของความแปรปรวนในตัวแปรเดิมที่อธิบายตัวแปรคาโนนิคอลข้ามมิติ (Canonical cross-loading) ในชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 76.3 การให้เหตุผล สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 72.7 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 79.2 การเชื่อมโยง สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 78.1 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 75.9 ในชุดตัวแปรตามตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ความรู้เชิงมโนทัศน์สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 79.5 ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการสามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 78.2

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาคุณลักษณะของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด
2. เพื่อศึกษาสหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด
3. เพื่อวิเคราะห์ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด

สมมติฐานการวิจัย

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งในภาพรวม ตัวแปรย่อยภายในกลุ่ม และตัวแปรย่อยข้ามกลุ่ม

ขอบเขตการวิจัย

เนื้อหา

ในการวิจัยครั้งนี้เนื้อที่ใช้ในการทำวิจัยเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด จำนวนทั้งสิ้น 2,318 คน
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด ได้มาโดยการสุ่มแบบตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage random sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการรวมรวบข้อมูลเพื่อการวิจัย ผู้วิจัยใช้เครื่องมือ 2 ชนิด ได้แก่ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างเครื่องมือเอง โดยแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ แบ่งเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ จำนวน 15 ข้อ ความรู้เชิงกระบวนการ จำนวน 15 ข้อ กับแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 46 ข้อ และอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด แล้วนำแบบทดสอบที่ได้มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาสหสัมพันธ์คาโนนิคอล และวิเคราะห์ค่าน้ำหนักต่อไป

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัย สรุปได้ดังนี้

1. คุณลักษณะของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด

1.1 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ มี 5 ด้าน ได้แก่ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอ ด้านการเชื่อมโยง และด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ระดับคุณภาพโดยรวมของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี เมื่อแยกรายด้าน พบว่า ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอคะแนน ด้านการเชื่อมโยง อยู่ในระดับดี ส่วนด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์อยู่ในระดับผ่าน

1.2 ความรู้ทางคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ และด้านความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ระดับคุณภาพโดยรวมอยู่ในระดับผ่าน เมื่อแยกรายด้านทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ และด้านความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการระดับคุณภาพอยู่ในระดับผ่าน

2. สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับกลุ่มตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีค่าเท่ากับ .845 ซึ่งมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญที่ .05

ค่าความแปรปรวนของสหสัมพันธ์คาโนนิคอลทั้งสองชุดมีค่า เท่ากับ .714 แสดงว่ากลุ่มตัวแปรอิสระทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับกลุ่มตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีลักษณะวัดร่วมกัน เท่ากับร้อยละ 71.4 และ

3. น้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอล (Canonical weights) ระหว่างชุดตัวแปรอิสระทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในฟังก์ชั่น (*F1*) พบว่า ชุดตัวแปรอิสระ การแก้ปัญหา มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .352 หมายถึง การแก้ปัญหาสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 35.2 การให้เหตุผล มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .412 หมายถึง การให้เหตุผล สามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 41.2 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .329 หมายถึง การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 32.9 การเชื่อมโยง มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .544 หมายถึง การเชื่อมโยงสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 54.4 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .367 หมายถึง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 36.7 ส่วนความสัมพันธ์ในชุดตัวแปรตามเป็นดังนี้ ความรู้เชิงมโนทัศน์ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .565 หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ สามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 56.5 ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ มีค่าน้ำหนักเท่ากับ .506 หมายถึง ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการสามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ ร้อยละ 50.6 ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการมาตรฐานของคะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$U = 0.352Z_{x1} + 0.412Z_{x2} + 0.329Zx3 + 0.544Z_{x4} + 0.367Z_{x5}$$

$$W = 0.565Z_{y1} + 0.506Z_{y2}$$

สัดส่วนของความแปรปรวนในตัวแปรเดิมที่อธิบายตัวแปรคาโนนิคอลในมิติเดียวกัน (Canonical loading) ในชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา

สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 90.3 การให้เหตุผล สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 86.1 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 93.8 การเชื่อมโยง สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 92.4 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 89.8 ในชุดตัวแปรตามตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เชิงมโนทัศน์ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ร้อยละ 94.1 และความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการสามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 92.6

สัดส่วนของความแปรปรวนในตัวแปรเดิมที่อธิบายตัวแปรคาโนนิคอลข้ามมิติ (Canonical cross-loading) ในชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 76.3 การให้เหตุผล สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 72.7 การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 79.2 การเชื่อมโยง สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ78.1 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรตามได้ ร้อยละ 75.9 ในชุดตัวแปรตามตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ความรู้เชิงมโนทัศน์สามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 79.5 ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการสามารถอธิบายความแปรปรวนในชุดตัวแปรอิสระได้ ร้อยละ 78.2

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการศึกษาค้นคว้าอภิปรายได้ดังนี้

1. คุณลักษณะของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด อยู่ในระดับดี และระดับผ่าน สอดคล้องกับผลการประเมินระดับชาติในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด ในปีการศึกษา 2558

2. สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ ชุดที่หนึ่งมีค่า เท่ากับ .845 ซึ่งมีนัยสำคัญทาง

สถิติที่ระดับนัยสำคัญที่ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งภาพรวม ว่าการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ สอดคล้องตามที่สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 45) ได้กล่าวไว้ว่า ทั้งนี้เนื่องจากทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องสอดแทรกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ากับการเรียน การสอนด้านเนื้อหา ด้วยการให้นักเรียนทำกิจกรรม หรือตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด อธิบาย และให้เหตุผล เช่นให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ ที่เรียนมาแล้วหรือให้นักเรียนเรียนรู้ ผ่านการแก้ปัญหา ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางพีชคณิตในการแก้ปัญหาหรืออธิบายเหตุผลทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน หรือกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรค์ผลงานที่หลากหลายและแตกต่างจากคนอื่น รวมทั้งการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากคนอื่นด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 76) กล่าวไว้ว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และช่วยทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมาย เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มีลักษณะเป็นนามธรรมและใช้สัญลักษณ์สื่อความหมาย จึงมีความยากและซับซ้อนต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา จะช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจึงต้องส่งเสริมและพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนไปพร้อมกับการเรียนรู้เนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 11) ได้กล่าวไว้ว่าความรู้และทักษะทางกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน เมื่อมีความรู้จำเป็นต้องมีทักษะจึงจะสามารถนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ มนุษย์จึงต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์และนำไปฝึกใช้จนเกิดความชำนาญ ซึ่งจะมากจะน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับประสบการณ์ในการทำงาน ในอดีตมักไม่มีการจำแนกระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แต่มักจะใช้คำรวมว่าความรู้เกี่ยวกับจำนวน (Numeracy) ซึ่งเป็นความรู้และทักษะที่จำเป็นสำหรับการจัดการและตอบสนองอย่างมีประสิทธิภาพต่อความต้องการใช้งานทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ที่มีความแตกต่างและหลากหลาย หรือใช้คำที่มีความหมายกว้างกว่า คือ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จึงหมายรวมถึง สมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ในหลายระดับ ตั้งแต่การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานจนถึงการคิดการหยั่งรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้ทั้งความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics content) ที่เป็นความเข้าใจ มโนทัศน์และความคิดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Process of mathematics) ซึ่งเป็นสมรรถภาพทั่วไปทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหา การใช้ภาษาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การคำนวณ การเชื่อมโยงปัญหา การวิเคราะห์ การอ้างอิงไปใช้ และการหยั่งรู้ ส่วนการจะมีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์อะไรบ้างนั้น ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับระดับของผู้เรียนความจำเป็นในการใช้งาน

2. ค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลระหว่างชุดตัวแปรอิสระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับชุดตัวแปรตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฟังก์ชั่น (*F1*) ตัวแปรอิสระที่ส่งผลมากกว่า .30 ตามลำดับดังนี้ การเชื่อมโยง (.544) การให้เหตุผล (.412) ความคิดสร้างสรรค์ (.367) การแก้ปัญหา (.352) และการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (.329) ตามความรู้ทางคณิตศาสตร์มีค่าน้ำหนักความสำคัญคาโนนิคอลสูงกว่า .30 เรียงตามลำดับ คือความรู้เชิงมโนทัศน์ (.565) และความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ (.506) แสดงว่านักเรียนที่มีการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ การแก้ปัญหา และการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ ส่งผลให้นักเรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2007) กล่าวว่า ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนการสอนในระดับชั้น Pre-K-12 ที่ต้องการเน้นกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking) ด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 5 มาตรฐาน คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร/การสื่อความหมาย การเชื่อมโยง และการเป็นตัวแทน เพื่อให้นักเรียนได้คิด และปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีศักยภาพ สอดคล้องกับ สนฤดี ศรีสวัสดิ์ (2551, หน้า 43) กล่าวว่า ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยสามารถปฏิบัติได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้องแม่นยำตามหลักการทางคณิตศาสตร์ซึ่งปฏิบัติได้อย่างมีระบบ นั่นคือ พัฒนาผู้เรียนให้เกิดทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 136) มาตรฐานทางด้านทักษะ

และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับ และนำไปใช้อ้างอิงอย่างแพร่หลาย คือ มาตรฐานทางด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ซึ่งได้เสนอไว้ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ในปี ค.ศ. 2000 ว่าด้วยมาตรฐานทางด้านทักษะและกระบวนการส่งเสริมทางคณิตศาสตร์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนในระดับโรงเรียนได้เรียนรู้ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้น ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยง และการนำเสนอ ส่วนด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอน หรือความรู้เชิงกระบวนการ จะส่งผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 11) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายรวมถึง สมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ในหลายระดับ ตั้งแต่การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานจนถึงการคิดการหยั่งรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้ทั้งความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics content) ที่เป็นความเข้าใจมโนทัศน์และความคิดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Process of mathematics) ซึ่งเป็นสมรรถภาพทั่วไปทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหา การใช้ภาษาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การคำนวณ การเชื่อมโยงปัญหา การวิเคราะห์ การอ้างอิงไปใช้ และการหยั่งรู้ ส่วนการจะมีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์อะไรบ้างนั้น ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับระดับของผู้เรียนความจำเป็นในการใช้งาน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลงานวิจัยไปใช้

จากการศึกษาพบว่า ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ส่งผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงขั้นตอนหรือความรู้เชิงกระบวนการ ดังนั้น ถ้าครู ผู้ปกครอง และนักเรียน มีส่วนในการช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ดีแล้ว จะทำให้นักเรียนมีความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ดีขึ้นด้วย

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะกระบวนการคิดแบบต่าง ๆ หรือเทคนิคการสอนแบบต่าง ๆ กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาค่าความสัมพันธ์ของตัวแปร

2.2 ควรมีการศึกษาความสัมพันธ์ของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับตัวแปรอื่น ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการพัฒนาความคิด หรือความสามารถของผู้เรียนให้สูงขึ้น

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2545). *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

กระทรวงศึกษาธิการ กรมวิชาการ กองวิจัยทางการศึกษา. (2538). *การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนกลุ่มทักษะ (คณิตศาสตร์) ระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.

กลุ่มส่งเสริมการเรียนการสอนและประเมินผล กระทรวงศึกษาธิการ. (2548). *การวัดและประเมินผลอิงมาตรฐานการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

กัลยา วานิชย์บัญชา. (2552). *การวิเคราะห์ข้อมูลหลายตัวแปร*. กรุงเทพฯ: ธรรมสาร.

คนึงนิจ พันธุรัตน์. (2545). *การศึกษาตัวแปรสาเหตุที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาชีววิทยาของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผล, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

จันทรพร มุธิตา. (2553). *การวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างความสามารถทางสมองกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิชาวิทยาศาสตร์ และวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผล, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์.

จารุวรรณ เฮ้าทา. (2546). *ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดหนองบัวลำภู*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผล, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

จำเนียร ศิลปวานิช. (2538). *หลักและวิธีการสอน*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมอาชีวะ.

จิตติมา จูมทอง. (2537). *ผลของการสอนตนเองต่อการรับรู้ความสามารถของตนเองและผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จินตนา ธนวิบูลย์ชัย. (2537). *การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเทคนิค Path analysis*. ม.ป.ท.

ฉวีวรรณ กีรติกร. (2537). แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนกลุ่มทักษะ 2 (คณิตศาสตร์)*. หน้า 54-55. นนทบุรี: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชมรมกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน (ชกฐ.). (2545). *หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บุคพอยท์.

ชวาล แพรัตกุล. (2517). *การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.

ชวาล แพรัตกุล. (2518). *เทคนิคการวัดผล*. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

ชวาล แพรัตกุล. (2520). *การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.

ชิรา ลำดวนหอม. (2546). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชัยรัตน์ สุลำนาจ. (2547). *ผลของการจัดกิจกรรมโครงงานคณิตศาสตร์ที่มีต่อทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงงานคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ณัฐพล แย้มฉิม. (2547). *การศึกษาระหว่างปัจจัยบางประการกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ณรงค์เดช กันทะเนตร. (2552). *ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างปัจจัยด้านสติปัญญาและไม่ใช่สติปัญญากับความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเชียงราย เขต 3*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผล, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.

ทรายทอง พวกสันเทียะ. (2542). *รูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส 1 ของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดและประเมินผล, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ทองใบ เปิดทิพย์. (2538). *การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองด้านเหตุผลกับทักษะกระบวนการวิทยาศาสตร์*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ทัศณรงค์ จารุเมธีชน. (2548). *ปัจจัยเชิงสาเหตุที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดเลย: การวิเคราะห์เชิงสาเหตุพหุระดับโดยใช้โมเดลระดับลดหลั่นเชิงเส้น*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ธีรรัตน์ ไตรเดช. (2549). *การวิเคราะห์สหสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ขั้นบูรณาการกับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

น้อมศรี เคท. (2547). คุณภาพหลากหลายที่ได้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *วารสารครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*, *32*(3), 18-28.

น้อมศรี แดงหาญ. (2547). การสอนทักษะคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา. *วารสารคณิตศาสตร์*, *32*, 156.

บรรพต สุวรรณประเสริฐ. (2544). *การพัฒนาหลักสูตรโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. เชียงใหม่: โรงพิมพ์แสงศิลป์.

บังอร ภูวภิรมย์ขวัญ. (2526). *สถิติประยุกต์ทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

บัญชา สุวรรณโท. (2545). *รูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรที่มีอิทธิต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาจังหวัดสุรินทร์*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย เล่ม 1* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. (2545). *ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาเครื่องมือสำหรับการประเมินผลการศึกษา (หน่วยที่ 3)*. นนทบุรี: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

บุญทัน อยู่ชมบุญ. (2529). *พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

ประเสริฐ เทพศร. (2536). *รูปแบบของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดเพชรบูรณ์.* ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยนเรศวร.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและสหวิทยาวิธีการทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15.* นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปุระชัย เปี่ยมสมบูรณ์. (2535). *การวิเคราะห์ข้อมูลระดับมัลติเวริเอทในทางสังคมศาสตร์และพฤติกรรมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.

พงศธร มหาวิจิตร. (2550). *กิจกรรมเสริมสร้างทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้ จำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พรทิพย์ ยาวะประภาษ. (2538). เทคนิคการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, *38*(438-439), 24-28.

พิศมัย ศรีอำไพ. (2533 ก). *คณิตศาสตร์สำหรับครูประถม.* มหาสารคาม: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

พิศมัย ศรีอำไพ. (2533 ข). *เอกสารประกอบการสอน: คณิตศาสตร์สำหรับครูประถม.* มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

พูลศรี ม่วงแพร. (2546). *การศึกษาความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างปัจจัยบางประการกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และภาษาไทย ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ภัทรา นิคมานนท์. (2525). *การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ.* กรุงเทพฯ: อักษรบัณฑิต.

มณิภา เรืองสินชัยวานิช. (2551). *ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตเทศบาลเมืองศรีสะเกษ จังหวัดศรีสะเกษ.* วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2509). *เอกสารการสอนชุดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15*. นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

มะลิวรรณ โคตรศรี. (2547). *การพัฒนาโมเดลความสัมพันธ์เชิงสาเหตุความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาเทคโนโลยีการวัดทางการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยบูรพา.

มิตรชัย มีชัย. (2544). *ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรจิตพิสัยบางประการกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดอำนาจเจริญ.* วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ยุทธพงษ์ไกยวรรณ. (2541). *เทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาโครงงาน*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพฯ.

ยุพิน พิพิธกุล. (2523). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2529). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์และเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการใช้เพลงคณิตศาสตร์ ประกอบการสอนของครู*. กรุงเทพฯ: ภาควิชามัธยมศึกษา คณะคุรุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงการณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2537). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2539). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

รสวลีย์ อักษรวงศ์. (2545). *ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ความสามารถของครูในการสอนทักษะการแก้ปัญหา.* วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาการวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ประยุกต์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2525). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2524*. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2551). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2550*. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2541). *เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.

ละออง จันทร์เจริญ. (2540). *พฤติกรรมการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏนครราชสีมา.* นครราชสีมา: สถาบันราชภัฏนครราชสีมา.

ลาวัลย์ พลกล้า. (2525). *การจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ ใน เอกสารการสอนชุดวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เลิศ สิทธิโกศล. (2540). *คณิตศาสตร์พื้นฐาน.* กรุงเทพฯ: สกายบุคส์.

วรรณา บุณฉิม. (2541). *ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านเหตุผลกับความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

วรรณี โสมประยูร. (2525). วรรณกรรมเกี่ยวกับการเรียนการสอนกลุ่มทักษะ. ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาวรรณกรรมประถมศึกษา หน่วยที่ 1-7*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.

วรันฐิยา ไชยลา. (2550). *การการศึกษาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาญจนบุรี เขต 1 ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และแบบการเรียนต่างกัน*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วราลักษณ์ ลิ้มทองสกุล. (2545). *การศึกษาความสัมพันธ์แบบคาโนนิคอล ระหว่างความสามารถทางสมอง กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วสันต์ เดือนแจ้ง. (2546). *ปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ศิริชัย กาญจนวาสี. (2550). *การวิเคราะห์พหุระดับ (Multi-level analysis)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิริลักษณ์ ศรีสำอาง. (2531). *ความสัมพันธ์เชิงคาโนนิคอล ระหว่างองค์ประกอบด้านลักษณะของนักเรียน ลักษณะของครู และสภาพแวดล้อมในโรงเรียน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศไทย*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2555 ก). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2555 ข). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ 3 คิวมีเดีย.

สนฤดี ศรีสวัสดิ์. (2551). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนรู้แบบไตรสิกขา เรื่อง การเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

สมจิต ชีวปรีชา. (2529, มกราคม). ปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา. *ประชาศึกษา*, *4*, 28-32.

สมชัย วงษ์นายะ. (2524). *การศึกษาตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดสระบุรี*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.

สมทรง ดอนบัวแก้ว. (2528). *พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา*. มหาสารคาม: วิทยาลัยครูมหาสารคาม.

สมศักดิ์ ภู่วิภาดาวรรธน์. (2535). *การยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและการประเมินตามสภาพจริง*. เชียงใหม่: โรงพิมพ์แสงศิลป์.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2556). *รายงานการประเมินคุณภาพการศึกษาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2540*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำราญ มีแจ้ง. (2544). *สถิติขั้นสูงสำหรับการวิจัย*. กรุงเทพฯ: นิชินแอดเวอร์ไทซิ่ง.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). งานวิจัยทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. ใน *วิทยาศาสตร์และเทคโนโยลีที่พัฒนาคุณภาพชีวิตสร้างเศรษฐกิจพอเพียง วทร. 13*. หน้า 76 -82. กรุงเทพฯ: สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ.

สิริวรรณ พรหมโชติ. (2542). *ปัจจัยเชิงที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา จังหวัดศรีสะเกษ*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

สุดฤทัย ศรีปรีชา. (2550). *การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยบางประการกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

สุพัตรา ผลรัตนไพบูลย์. (2550). *ปัจจัยที่ส่งผลต่อพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนสุราษฎร์พิทยา จังหวัดสุราษฎร์ธานี*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุวรรณีย์ บุญบูชาไชย. (2545). *การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบที่ไม่ใช่ด้านสติปัญญากับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ. (2539). *คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

สมบูรณ์ ชิตพงษ์. (2542). เครื่องมือวัดแนวคิดแก้ปัญหา. *สารานุกรมศึกษาศาสตร์*, *10*(14), 9-14.

อเนกกุล กรีแสง. (2520). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พิฆเนศ.

อรภิวัลย์ ชัชชวพันธุ์. (2551). *ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาชัยภูมิ เขต 1*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิจัยและประเมินผลการศึกษา, สถานบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏชัยภูมิ.

อัญชลี แจ่มเจริญ และจาระไน เกษมศรี. (2526). *ศึกษา 231 วิธีสอนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ (ระบบชุดการสอน)*. กรุงเทพฯ: โอ.เอส.พริ้นติ้งเฮ้า.

อัญชลี บุญถนอม. (2542). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบค้นพบโดยการใช้เกมกับการสอนตามคู่มือครู*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2549, มกราคม-กุมภาพันธ์). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. *นิตยสาร สสวท.*, *34*(140), 34-39.

ไอฝน ตนสาลี. (2549). *การศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจังหวัดสุพรรณบุรี*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

Alice, F. Artzt., & Shirel.Yaola-Femia. (1994). Mathematical reasoning during small-group problem solving. *Developing Mathematical Reasoning in Grade K-12 1999 Yearbook*. Virginia: NCTM.

Barcikowski, R., & Stevens, J. P. (1975). A monte carlo study of the stability of canonical correlation, canonical weights, and canonical variant variable correlation. *Multivariate Behavioral Research*, *10*, 353-364.

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically.* New York: Merrill.

Dossey, J., McCrone, S., Giordano, F. & Weir, M. (2002). *Matheatics methods and modeling for today's Matheatics Classroom: A contemporary approach to teaching grades 7-12*. Pacific Grove: Brooks/ Cole.

Gagne', R. M. (1970). *The Conditions of learning*. New York: Holt Rinehart and Winston.

Kennedy, L. M., & Tipp, S. (1984). *Guiding children's learning of mathematics* (4th ed.). Belmont, California: Wadsworth Publishing.

Kennedy, L. M., & Tipp, S. (1994). Guiding children's learning of mathematics (5th ed.). Belmont, California: Wadsworth Publishing.

Krulik, S., & Reys, R. E. (1980). *Problem solving in school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.

National Council of Teacher of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, Virginia: NCTM.

National Council of Teacher of Mathematics [NCTM]. (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, Virginia: NCTM.

National Council of Teacher of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, Virginia: NCTM.

Pedhazur, E. J. (1982). *Multiple regression in behavioral research*. USA: CBS Collage.

Pedhazur, E. J. (1997). *Multiple regression in behavior research.* New York: Rinehart and Winston.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Garden City, New York: Doubleday.

Polya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. In *Problem Solving in School Mathematics, 1980 Year Book*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathmatics.

Polya, G. (1987). How to solve it: A new aspect of mathematical method. U.S.A.: Princeton University Princeton.

Rittle-Jhonsom, B., & Albali, M. W. (1999). Conceptual and procedural of mathematics: Dose one lead to the other?. *Journal of Education Psychology*.

Stevens, J. P. (1996). *Applied multivarariate statistics for the social sciences* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Webster, N. (1980). *Webster's new twentieth century dictionnary of the english language* (2nd ed.). London: William Collins.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ขออนุญาตใช้ชื่อสถาบันและเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๑๓๘๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๐ กรกฎาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขออนุญาตใช้ชื่อสถาบันและเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด

ด้วยนางสาวเกศริน กูลนรา นิสิตหลักสูตร วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวัดผลและสถิติการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ขณะนี้อยู่ระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อให้การวิจัยดังกล่าวเป็นไปด้วยความเรียบร้อยและมีประสิทธิภาพ คณะศึกษาศาสตร์ จึงมีความประสงค์ขออนุญาตให้ใช้ชื่อสถาบันและเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัยกับนักเรียนถาบันของท่าน

ทั้งนี้ เพื่อนำไปประกอบการขออนุมัติพิจารณาจริยธรรมการวิจัย คณะศึกษาศาสตร์ เพื่อให้นิสิตได้ขออนุญาตสถานที่ก่อนที่จะเก็บข้อมูลจริงกับกลุ่มตัวอย่าง

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำนักงานคณบดี คณะศึกษาศาสตร์
โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๒๒๒ ต่อ ๒๐๐๖
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๑๐๔๓

Ethic 04

ใบยินยอมให้ใช้ชื่อสถาบันและเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

อนุญาตให้ นางสาวเกศริน กูลนรา นิสิตหลักสูตร วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา วัดผลและสถิติการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ขณะนี้อยู่ระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อให้การวิจัยดังกล่าวเป็นไปด้วยความเรียบร้อยและมีประสิทธิภาพ คณะศึกษาศาสตร์ จึงมีความประสงค์ขออนุญาตใช้ชื่อสถาบันและเก็บข้อมูลเพื่อการวิจัยกับนักเรียนในสถาบันของท่าน

☑ อนุญาต

☐ ไม่อนุญาต

.....

ลงนาม .....

(.....(นายบรีดี ภูสีน้ำ).....)

ตำแหน่ง ผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด

วันที่.....

ประทับตราสถาบัน (ถ้ามี)

ภาคผนวก ข

ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ว ๙๙๗ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๕ พฤษภาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวสิริกร โตสติ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวเกศริน กูลนรา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด” ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ
(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาประยุกต์
โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๗๖
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๒๕๑
ผู้วิจัยโทร. ๐๘-๙๙๓๒-๒๑๓๙

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ว ๙๙๗ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๕ พฤษภาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายวิชา ครุปิติ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวเกศริน กูลนรา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด” ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ
(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาประยุกต์
โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๗๖
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๒๕๑
ผู้วิจัยโทร. ๐๘-๙๙๓๒-๒๑๓๙

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ว ๙๙๗ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๕ พฤษภาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร.อัชญา ศรีนาราง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวเกศริน กูลนรา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด” ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ
(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาประยุกต์
โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๗๖
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๒๕๑
ผู้วิจัยโทร. ๐๘-๙๙๓๒-๒๑๓๙

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ว ๙๙๗ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๕ พฤษภาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน อาจารย์อนันตชัย แปดเจริญ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวเกศริน กูลนรา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด” ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ
(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาประยุกต์
โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๗๖
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๒๕๑
ผู้วิจัยโทร. ๐๘-๙๙๓๒-๒๑๓๙

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ว ๙๙๗ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๕ พฤษภาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร.ชุตินันท์ จันทรเสนานนท์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวเกศริน กูลนรา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิจัย วัดผลและสถิติการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ความสัมพันธ์คาโนนิคอลระหว่างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด” ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมโภชน์ อเนกสุข ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ
(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาประยุกต์
โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๗๖
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๒๕๑
ผู้วิจัยโทร. ๐๘-๙๙๓๒-๒๑๓๙

ภาคผนวก ค

การวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

ตารางที่ 15 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ผลรวม	IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
2	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
3	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
4	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
5	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
6	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
7	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
8	0	1	1	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
9	1	0	1	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
10	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
11	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
12	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
13	1	1	1	1	0	4	0.8	คัดเลือกไว้
14	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
15	1	1	1	0	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
16	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
17	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
18	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
19	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
20	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
21	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
22	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
23	1	1	1	1	0	4	0.8	คัดเลือกไว้
24	0	1	0	1	1	3	0.6	คัดเลือกไว้
25	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้

ตารางที่ 15 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ผลรวม	IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
26	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
27	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
28	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
29	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
30	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
31	1	1	1	1	0	4	0.8	คัดเลือกไว้
32	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
33	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
34	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
35	1	0	1	0	1	3	0.6	คัดเลือกไว้
36	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
37	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
38	1	1	1	0	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
39	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
40	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้

ตารางที่ 16 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ผลรวม	IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
2	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
3	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
4	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
5	0	1	1	0	1	3	0.6	คัดเลือกไว้
6	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
7	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
8	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
9	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
10	1	0	0	1	1	3	0.6	คัดเลือกไว้
11	1	1	0	1	0	3	0.6	คัดเลือกไว้
12	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
13	1	0	1	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
14	1	1	1	0	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
15	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
16	0	0	1	1	1	3	0.6	คัดเลือกไว้
17	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
18	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
19	1	0	1	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
20	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
21	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
22	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
23	1	0	1	0	1	3	0.6	คัดเลือกไว้
24	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
25	1	1	1	0	1	4	0.8	คัดเลือกไว้

ตารางที่ 16 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ผลรวม	IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
26	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
27	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
28	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
29	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
30	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
31	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
32	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
33	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
34	1	1	1	1	0	4	0.8	คัดเลือกไว้
35	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
36	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
37	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
38	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
39	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
40	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
41	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
42	1	1	0	1	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
43	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
44	1	1	1	0	1	4	0.8	คัดเลือกไว้
45	1	0	0	1	1	3	0.6	คัดเลือกไว้
46	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
47	1	1	1	1	0	4	0.8	คัดเลือกไว้
48	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
49	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
50	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้

ตารางที่ 16 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ผลรวม	IOC	การพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
51	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
52	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้
53	1	1	1	1	1	5	1.0	คัดเลือกไว้

ตารางที่ 17 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความรู้เชิงมโนทัศน์			ความรู้เชิงกระบวนการ		
ข้อที่	***p***	***r***	**ข้อที่**	***p***	***r***
1	1.00	0.00	1*	0.81	0.38
2*	0.63	0.25	2*	0.63	0.75
3*	0.50	0.25	3*	0.56	0.38
4	0.00	0.00	4*	0.38	0.75
5*	0.69	0.63	5*	0.56	0.88
6*	0.69	0.38	6*	0.63	0.75
7*	0.37	0.25	7*	0.44	0.88
8*	0.69	0.63	8*	0.69	0.63
9*	0.56	0.63	9*	0.56	0.88
10*	0.38	0.50	10*	0.56	0.88
11*	0.50	0.50	11*	0.69	0.63
12	0.50	1.00	12*	0.56	0.63
13	0.00	0.00	13	0.44	-0.13
14*	0.31	0.25	14*	0.50	0.50
15*	0.75	0.50	15	0.44	0.38
16*	0.63	0.25	16*	0.63	0.75
17*	0.63	0.75	17	0.50	1.00
18*	0.63	0.25	18	0.56	0.13
19*	0.50	0.75	19	0.31	0.38
20	0.50	0.00	20*	0.38	0.75

*ข้อที่เลือกไว้

ตารางที่ 18 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหา			การให้เหตุผล		
ข้อที่	***p***	***r***	**ข้อที่**	***p***	***r***
1	0.94	0.13	1*	0.25	0.25
2*	0.25	0.25	2*	0.63	0.25
3	1.00	0.00	3*	0.63	0.75
4*	0.25	0.25	4*	0.63	0.75
5*	0.56	0.63	5	0.81	0.38
6*	0.44	0.38	6*	0.50	0.25
7	0.44	0.13	7*	0.38	0.50
8*	0.56	0.88	8*	0.63	0.50
9	0.50	0.00	9	0.19	0.38
10	0.31	0.13	10	0.06	0.13
11*	0.56	0.63	11	0.31	-0.13
12	0.38	0.50	12	0.19	0.38
13*	0.50	0.25	13	-	-
14*	0.44	0.38	14	-	-
15*	0.38	0.25	15	-	-

*ข้อที่เลือกไว้

ตารางที่ 19 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ			**การเชื่อมโยง**		
ข้อที่	***p***	***r***	**ข้อที่**	***p***	***r***
1	0.75	0.00	1*	0.56	0.63
2*	0.56	0.63	2*	0.38	0.25
3	0.00	0.00	3	0.44	0.13
4*	0.75	0.50	4	0.19	0.13
5*	0.50	0.25	5*	0.56	0.63
6	0.38	0.00	6	0.13	0.00
7*	0.50	0.75	7*	0.50	0.50
8*	0.38	0.50	8*	0.63	0.25
9*	0.31	0.38	9*	0.44	0.63
10	-	-	10*	0.63	0.25

*ข้อที่เลือกไว้

ตารางที่ 20 ค่าความยาก (*p*) และค่าอำนาจจำแนก (*r*) ของข้อสอบทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การคิดริเริ่มสร้างสรรค์		
ข้อที่	***p***	***r***
1*	0.61	0.23
2*	0.45	0.55
3*	0.51	0.73
4*	0.69	0.48

*ข้อที่เลือกไว้

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการสอบจะ<u>ไม่มีผลต่อคะแนนกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์</u> แต่อย่างใด
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ 12 หน้า <u>ใช้เวลาในการทำ 90 นาที</u>
3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบในกระดาษคำตอบที่แจกให้เท่านั้น
4. ในการตอบให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (✕) ลงใน ☐ ของกระดาษคำตอบ ให้ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ เช่น ต้องการเลือกข้อ ก ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0	✕			

ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ก เป็น ข้อ ค ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0	~~✕~~		✕	

5. สามารถขีดเขียนหรือทดเลขใดๆ ลงในแบบทดสอบฉบับนี้ได้
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
7. เมื่อทำข้อสอบเสร็จแล้ว หรือหมดเวลา ให้ส่งกระดาษคำตอบพร้อมแบบทดสอบให้ผู้ควบคุมห้องสอบ
8. โปรดกรอกข้อมูลต่างๆ ลงในช่องส่วนบนของกระดาษคำตอบให้ครบถ้วน

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระการเรียนการวัด ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1. ข้อใดเป็นทิศหลักทั้งหมด

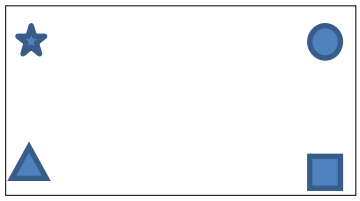
   ก. ทิศใต้ , ทิศตะวันตก , ทิศเหนือ , ทิศตะวันออก

   ข. ทิศใต้ , ทิศตะวันตก , ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ , ทิศเหนือ

   ค. ทิศใต้ , ทิศเหนือ , ทิศตะวันตกเฉียงใต้ , ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ

   ง. ทิศใต้ , ทิศตะวันตกเฉียงเหนือ , ทิศตะวันออกเฉียงใต้ , ทิศเหนือ

2. จากรูปข้อใดกล่าว **ถูกต้อง**



   ก. ● อยู่ทางทิศใต้ของ ■

   ข. ★ อยู่ทางทิศตะวันออกของ ●

   ค. ▲ อยู่ทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ของ ●

   ง. ■ อยู่ทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือของ ★

3. ลูกปลาขี่รถจักรยานจากบ้านไปทิศตะวันออก300 เมตร แล้วเลี้ยวขวาไปทิศตะวันตกเฉียงใต้ 500 เมตร เลี้ยวซ้ายไปทิศใต้อีก 150 เมตร เลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 300 เมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศเหนืออีก 100 เมตร จึงถึงบ้านเพื่อน แสดงว่าบ้านเพื่อนอยู่ทางทิศใดของบ้านลูกปลา

   ก. ทิศใต้

   ข. ทิศตะวันตกเฉียงใต้

   ค. ทิศตะวันออกเฉียงใต้

   ง. ทิศตะวันตกเฉียงเหนือ

4. ควรเขียนเป็นแผนผังชนิดใดโดยสังเขป

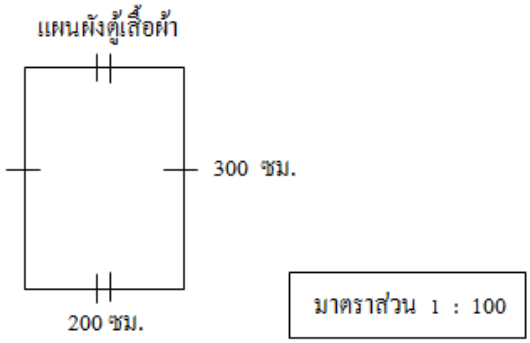
   ก. แผนผังสนามเด็กเล่น

   ข. แผนผังที่นั่งสอบ

   ค. แผนผังจังหวัด

   ง. แผนผังถนน

5. จากแผนผัง และมาตราส่วนที่กำหนดข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง



ก. ความยาวจริง 1 เซนติเมตร แทนความยาวในแผนผัง 100 เมตร

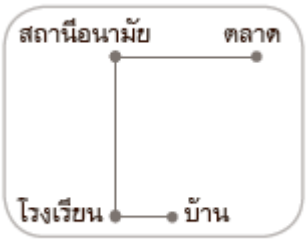
ข. ความยาวจริง 300 เซนติเมตร แทนความยาวในแผนผัง 3 เซนติเมตร

ค. ความยาวจริง 200 เซนติเมตร แทนความยาวในแผนผัง 2 เซนติเมตร

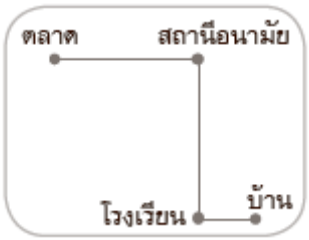
ง. ความยาวจริง 100 เซนติเมตร แทนความยาวในแผนผัง 1 เซนติเมตร

6. บ้านอยู่ทางทิศตะวันตกของโรงเรียน 1 กม.สถานีอนามัยอยู่ทางทิศใต้ของโรงเรียน 3 กม. ตลาดอยู่ทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือของสถานีอนามัย 2 กม. เขียนแผนผังได้อย่างไร (มาตราส่วน 1 เซนติเมตร: 1 กิโลเมตร)

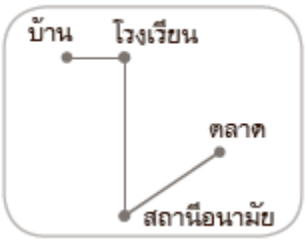
ก.



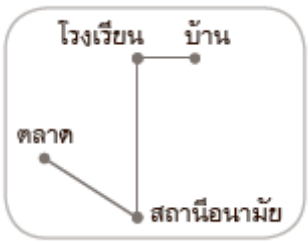
ข.

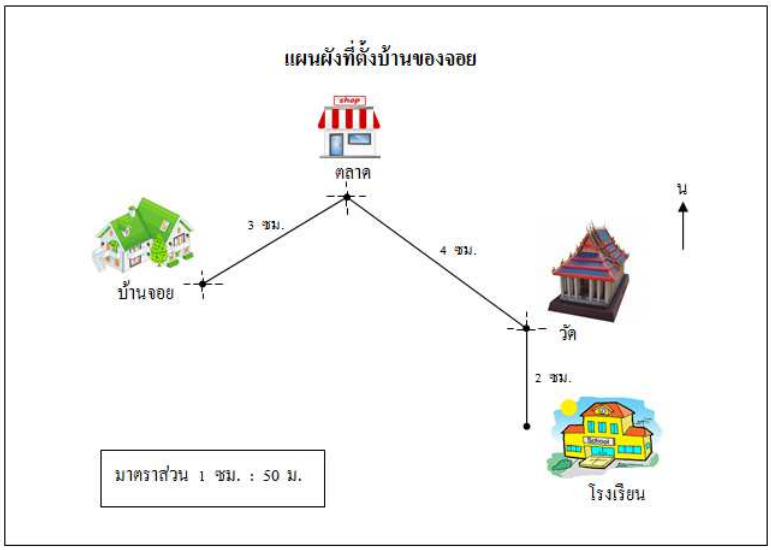


ค.



ง.





7. จากแผนผังข้อใด**ถูกต้อง**

ก. ตลาดอยู่ทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือของโรงเรียน เป็นระยะทาง 300 เมตร

ข. บ้านของจอยอยู่ทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือของตลาด และอยู่ห่างตลาด 150 เมตร

ค. วัดอยู่ทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือของตลาด และอยู่ห่างตลาด 200 เมตร

ง. โรงเรียนอยู่ทางทิศเหนือของวัด และอยู่ห่างวัด 100 เมตร

8. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเส้นทแยงมุมยาวไม่เท่ากัน

ข. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีเส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก

ค. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีเส้นทแยงมุมไม่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

ง. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีเส้นทแยงมุมแต่ละเส้นแบ่งรูปสี่เหลี่ยมเป็นรูปสามเหลี่ยมขนาดเท่ากันสองรูป

9. สี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านเท่ากัน 2 ด้านประชิดกัน 2 คู่ ข้อใดต่อไปนี้คือพื้นที่ของสี่เหลี่ยมรูปนี้

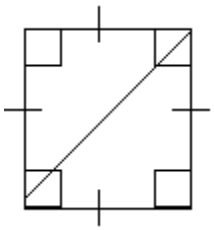
ก. $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของเส้นทแยงมุม

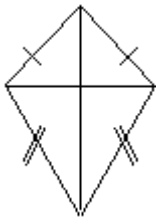
ข. $\frac{1}{2} \times$ ผลบวกของเส้นทแยงมุม

ค. $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของด้านคู่ขนาน

ง. $\frac{1}{2} \times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน

10. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวเหมือนกันในข้อใด

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 

รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว 

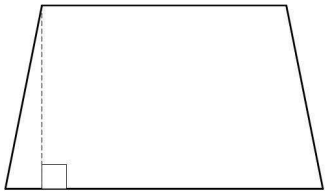
ก. มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน

ข. มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

ค. เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน

ง. หาพื้นที่โดยให้สูตรเดียวกัน

11. ข้อใดคือสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ดังรูป



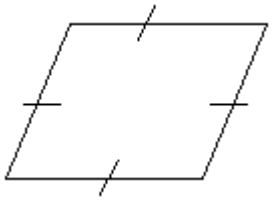
ก. $\frac{1}{2} \times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน

ข. $\frac{1}{2} \times$ ความสูง $\times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน

ค. $\frac{1}{2} \times$ ผลคูณของด้านคู่ขนาน

ง. $\frac{1}{2} \times$ ความสูง $\times$ ผลคูณของด้านคู่ขนาน

12. ข้อใดคือสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ดังรูป



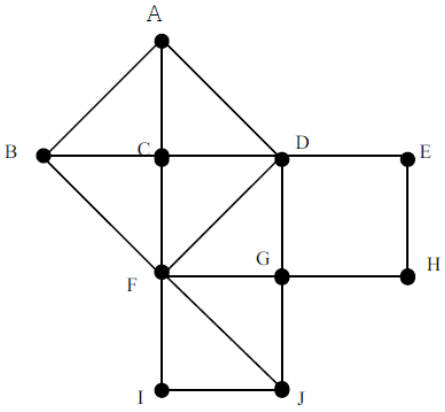
ก. $\frac{1}{2} \times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน

ข. ความสูง $\times$ ผลบวกของด้านคู่ขนาน

ค. ความสูง $\times$ ความยาวฐาน

ง. $\frac{1}{2} \times$ ความสูง $\times$ ความยาวฐาน

13. สามเหลี่ยมทุกรูป ดังรูปเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการถ้าด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน แล้วข้อใดต่อไปนี้**<u>กล่าวถูกต้อง</u>**



ก. พื้นที่ □ADFB มีค่าไม่เท่ากับพื้นที่ □DEHG รวมกับ □GJIF

ข. □ABFD , □DEHG และ□FGJI ไม่เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ค. พื้นที่ □CDGF, □DEHG และ□FGJI รวมกันเท่ากับ 2 เท่า ของพื้นที่ □ABFD

ง. พื้นที่□ADFB , □DEHG และ□FGJI รวมกันเท่ากับ 8 เท่า ของพื้นที่ △DFG

14.

- รูปสี่เหลี่ยม A มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน มีมุมทุกมุมมีขนาด 90 องศา
- รูปสี่เหลี่ยม B มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน มีมุมทุกมุมมีขนาด 90 องศา
- รูปสี่เหลี่ยม C มีด้านทุกด้านยาวเท่ากันและด้านตรงข้ามขนาน มุมตรงข้ามขนาดเท่ากัน
- รูปสี่เหลี่ยม D มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน มุมตรงข้ามขนาดเท่ากัน

จากข้อมูลข้อใดกล่าว **<u>ไม่ถูกต้อง</u>**

ก. รูปสี่เหลี่ยม A หาพื้นที่ได้จาก ความกว้าง × ความยาว

ข. รูปสี่เหลี่ยม B หาพื้นที่ได้จาก ด้าน × ด้าน

ค. รูปสี่เหลี่ยม C หาพื้นที่ได้จาก ด้าน × ด้าน

ง. รูปสี่เหลี่ยม D หาพื้นที่ได้จาก ความสูง × ความยาวฐาน

15. รูปวงกลมวงหนึ่ง ถ้าเพิ่มรัศมีเป็นสองเท่า พื้นที่จะเพิ่มขึ้นเป็นกี่เท่าของพื้นที่เดิม

ก. 2 เท่า

ข. 4 เท่า

ค. 6 เท่า

ง. 8 เท่า

16. ข้อใดกล่าว **<u>ถูกต้อง</u>**

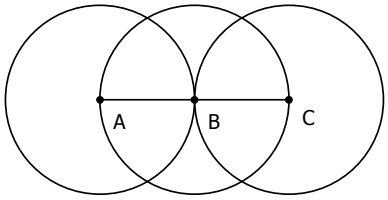
ก. ในการหาพื้นที่ของรูปวงกลมหาได้จาก $2\pi r^2$

ข. ในการหาความยาวรอบรูปของวงกลมหาได้จาก $2\pi r$

ค. ในการหาความยาวรอบรูปของวงกลมหาได้จาก $2\pi r^2$

ง. ในการหาพื้นที่ของรูปวงกลมถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 14 ค่าของ r คือ 14

17. จากภาพข้อใดกล่าวถูกต้อง



ก. วงกลม A มีพื้นที่มากที่สุด

ข. วงกลม B มีพื้นที่มากที่สุด

ค. วงกลม C มีพื้นที่มากที่สุด

ง. วงกลม A B และ C มีพื้นที่เท่ากัน

18. ค่าของ π มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. $\frac{\text{ความยาวของเส้นรอบวง}}{\text{ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลาง}}$

ข. $\frac{\text{ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลาง}}{\text{ความยาวของเส้นรอบวง}}$

ค. $\frac{\text{ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลาง}}{\text{ความยาวของรัศมี}}$

ง. $\frac{\text{ความยาวของเส้นรอบวง}}{\text{ความยาวของรัศมี}}$

จากข้อมูลใช้ตอบคำถามข้อ 19-20

- รูปวงกลม A มีรัศมียาว 28 ซม.
- รูปวงกลม B มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 28 ซม.
- รูปวงกลม C มีรัศมียาวครึ่งเมตร
- รูปวงกลม D มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวครึ่งเมตร

19. จากข้อมูลรูปวงกลมใด เมื่อเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ จะได้ระยะทางมากที่สุด
    ก. รูปวงกลม A
    ข. รูปวงกลม B
    ค. รูปวงกลม C
    ง. รูปวงกลม D
20. จากข้อมูลด้านบนข้อใดกล่าวถูกต้อง
    ก. รูปวงกลม A และรูปวงกลม B มีพื้นที่เท่ากัน
    ข. รูปวงกลม C และรูปวงกลม D มีพื้นที่เท่ากัน
    ค. รูปวงกลม A มีพื้นที่น้อยกว่ารูปวงกลม D
    ง. รูปวงกลม C มีพื้นที่มากที่สุด
21. สนามฟุตบอลรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 100 เมตร ยาว 150 เมตร มีพื้นที่เท่าใด
    ก. 50 ตารางเมตร
    ข. 250 ตารางเมตร
    ค. 500 ตารางเมตร
    ง. 15,000 ตารางเมตร
22. สี่เหลี่ยมในข้อใดมีพื้นที่เท่ากับสี่เหลี่ยมคางหมูสูง 12 เซนติเมตร ความยาวของด้านคู่ขนานคือ 4, 5 เซนติเมตร
    ก. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนสูง 5 เซนติเมตรความยาวฐาน 13 เซนติเมตร
    ข. สี่เหลี่ยมรูปว่าวมีเส้นทแยงมุมยาว 12, 13 เซนติเมตร
    ค. สี่เหลี่ยมด้านขนานสูง 7 เซนติเมตรความยาวฐาน 8 เซนติเมตร
    ง. สี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 9 เซนติเมตร

23. สนามหญ้าแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีความยาวด้านคู่ขนานเป็น 5 เมตร และ 8 เมตร ต้องการใช้ลวดหนามล้อมรอบสนาม 2 รอบ จะต้องใช้ลวดหนามยาวเท่าไร

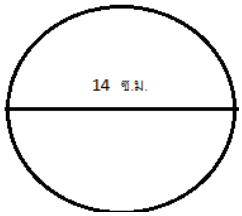
ก. 13 เมตร

ข. 26 เมตร

ค. 52 เมตร

ง. 80 เมตร

24. จากภาพรูปวงกลมมีพื้นที่เท่ากับเท่าใด



ก. 308 ตารางเซนติเมตร

ข. 154 ตารางเซนติเมตร

ค. 88 ตารางเซนติเมตร

ง. 44 ตารางเซนติเมตร

25. สนามรูปวงกลมแห่งหนึ่งวัดขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางได้ 10 เมตร ถ้านักกีฬาวิ่งรอบสนาม 5 รอบ จะวิ่งได้ระยะทางประมาณเท่าไร (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

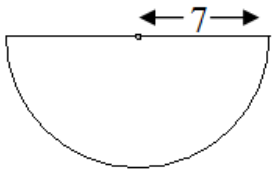
ก. 392.5 เมตร

ข. 157 เมตร

ค. 78.5 เมตร

ง. 31.4 เมตร

26. กำหนดรูปดังนี้



ข้อใดคือพื้นที่ของครึ่งวงกลมรัศมี 7 หน่วย

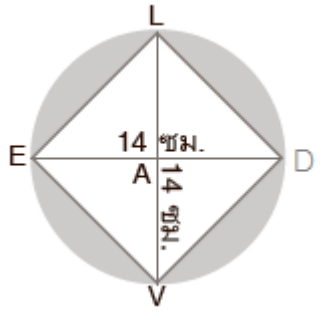
ก. 154 ตารางหน่วย

ข. 77 ตารางหน่วย

ค. 44 ตารางหน่วย

ง. 22 ตารางหน่วย

27. จากรูป ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่าไร



ก. 56 ตารางเซนติเมตร

ข. 98 ตารางเซนติเมตร

ค. 154 ตารางเซนติเมตร

ง. 616 ตารางเซนติเมตร

28. ข้อใดคือปริมาตรของกล่องที่มีความกว้าง 9 เซนติเมตร ความยาว 10 เซนติเมตร ความสูง 4 เซนติเมตร

ก. 168 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ข. 240 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ค. 336 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ง. 360 ลูกบาศก์เซนติเมตร

29. บ่อน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่ง กว้าง 4 เมตร ยาว 5 เมตร ลึก 8 เมตร ถ้าใส่น้ำเต็มบ่อพอดี อยากทราบว่าบ่อน้ำนี้มีความจุเท่าไร

ก. 160 ลูกบาศก์เมตร

ข. 40 ลูกบาศก์เมตร

ค. 25 ลูกบาศก์เมตร

ง. 17 ลูกบาศก์เมตร

30. แท็งก์น้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่ง กว้าง 4 เมตร ยาว 5 เมตร ใส่น้ำลงไป 140 ลูกบาศก์เมตร จะได้น้ำเต็มแท็งก์พอดี อยากทราบว่าแท็งก์ใบนี้สูงเท่าไร

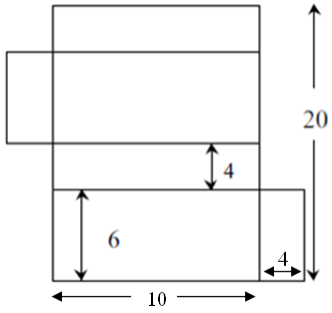
ก. 6 เมตร

ข. 7 เมตร

ค. 8 เมตร

ง. 9 เมตร

31. ข้อใดคือปริมาตรของกล่องที่มีรูปคลี่ดังรูป กำหนดความยาวเป็นเซนติเมตร



ก. 168 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ข. 240 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ค. 336 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ง. 360 ลูกบาศก์เซนติเมตร

32. กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร สูง 12 เซนติเมตรใช้ตวงน้ำตาลทรายใส่โถรูปทรงกระบอกลูกหนึ่ง ต้องตวง 21 กล่อง จึงจะเต็มพอดีโถใบนี้มีความจุเท่าไร

ก. 25 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ข. 480 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ค. 1,080 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ง. 10,080 ลูกบาศก์เซนติเมตร

33. แท่งโลหะทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากแท่งหนึ่งกว้าง 2 เซนติเมตร ยาว 3 เซนติเมตร หนา 1.5 เซนติเมตร เมื่อนำไปชั่งมีน้ำหนัก 342 กรัม อยากทราบว่าโลหะ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะหนักกี่กรัม

ก. 36 กรัม

ข. 37 กรัม

ค. 38 กรัม

ง. 39 กรัม

34. กล่องนมทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีขนาดกว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 12 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร นำไปบรรจุลงในกล่องกระดาษแข็งทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบใหญ่ซึ่งกว้าง 12 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร สูง 20 เซนติเมตร จะบรรจุนมได้กี่กล่อง

ก. 10 กล่อง

ข. 24 กล่อง

ค. 30 กล่อง

ง. 48 กล่อง

35. ในการเขียนแผนผังแสดงเส้นทางการเดินทางถ้าจุดเริ่มต้นอยู่ทางทิศตะวันออกของแผนผัง ถ้าต้องการไปทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ต้องวัดขนาดของมุมกี่องศา

ก. 45 องศา

ข. 90 องศา

ค. 135 องศา

ง. 180 องศา

36. สนามกีฬารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 90 เมตร ยาว 135 เมตร ต้องการเขียนแผนผังให้สนามกีฬากว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 9 เซนติเมตร แผนผังนี้ใช้มาตราส่วนเท่าไร

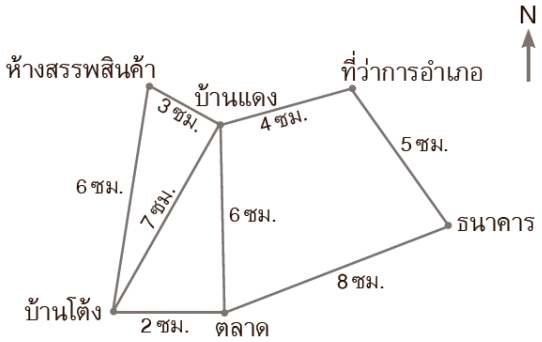
ก. 1 เซนติเมตร: 10 เมตร

ข. 1 เซนติเมตร: 15 เมตร

ค. 1 เซนติเมตร: 20 เมตร

ง. 1 เซนติเมตร: 25 เมตร

พิจารณาแผนผังของชุมชนต่อไปนี้ แล้วตอบคำถามข้อ 37-38



มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 200 เมตร

37. ระยะทางบ้านโต้งผ่านตลาดไปถึงธนาคารเป็นระยะทางเท่าไร

ก. 200 เซนติเมตร

ข. 2,000 เซนติเมตร

ค. 200 เมตร

ง. 2,000 เมตร

38. ระยะทางบ้านโต้งผ่านตลาดไปถึงธนาคาร กับระยะทางจากบ้านแดงผ่านที่ว่าการอำเภอไปธนาคารต่างกันเท่าไร

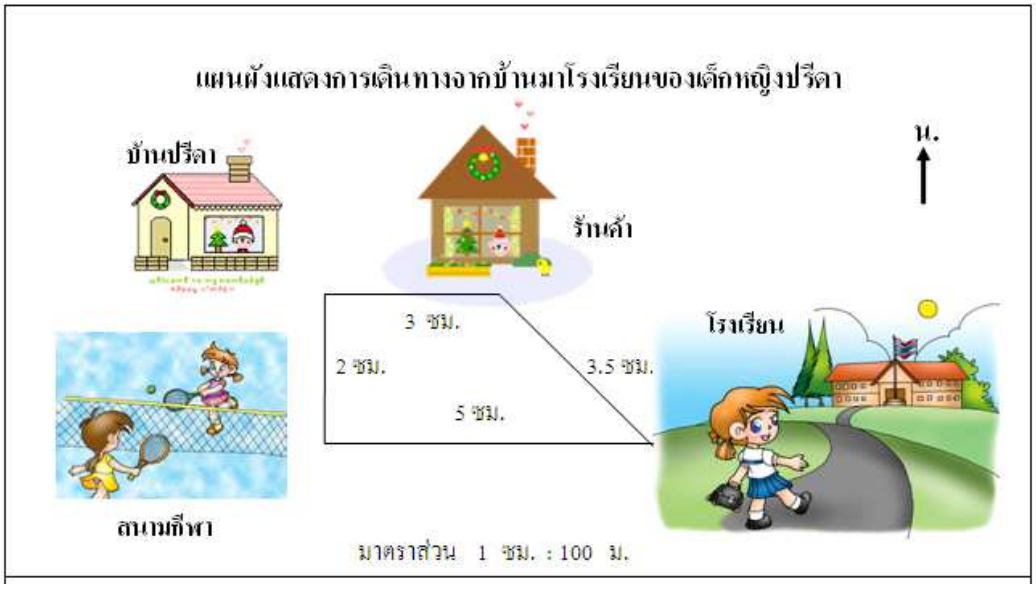
ก. 200 เซนติเมตร

ข. 1,000 เซนติเมตร

ค. 200 เมตร

ง. 1,000 เมตร

จากแผนผังจงตอบคำถามข้อ 39-40



39. ปรีดาเดินทางไปโรงเรียนโดยผ่านร้านค้า เป็นระยะทางเท่าไร

ก. 650 เซนติเมตร

ข. 700 เซนติเมตร

ค. 650 เมตร

ง. 700 เมตร

40. ปรีดาเดินทางไป-กลับจากบ้านไปโรงเรียนคนละทางเป็นระยะทางเท่าไร

ก. 1,300 เซนติเมตร

ข. 1,300 เมตร

ค. 1,350 เซนติเมตร

ง. 1,350 เมตร

แบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการสอบจะ<u>ไม่มีผลต่อคะแนนกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์</u> แต่อย่างใด
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 46 ข้อ และข้อสอบอัตนัยแบบเขียนตอบจำนวน 4 ข้อ 14 หน้า
   <u>ใช้เวลาในการทำ 90 นาที</u>
3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบในกระดาษคำตอบที่แจกให้เท่านั้น
4. ในการตอบข้อสอบแบบปรนัยให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (✖) ลงใน ☐ ของกระดาษคำตอบ ให้ตรงกับตัวเลือกที่ต้องการ เช่น ต้องการเลือกข้อ ก ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0	✖			

ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ก เป็น ข้อ ค ให้ทำดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
0	✖		✖	

5. ในการตอบข้อสอบแบบอัตนัยให้เขียนคำตอบลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
6. สามารถขีดเขียนหรือทดเลขใดๆ ลงในแบบทดสอบฉบับนี้ได้
7. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
8. เมื่อทำข้อสอบเสร็จแล้วหรือหมดเวลาให้ส่งกระดาษคำตอบพร้อมแบบทดสอบให้ผู้ควบคุมห้องสอบ
9. โปรดกรอกข้อมูลต่าง ๆ ลงในช่องส่วนบนของกระดาษคำตอบให้ครบถ้วน

แบบวัดแบบวัดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1. เก่งซื้อหนังสือการ์ตูนสารคดีเล่มละ 65.50 บาท จำนวน 3 เล่ม ซื้อหนังสือแบบเรียนเล่มละ 45.75 บาท จำนวน 2 เล่ม และหนังสือนิยายเล่มละ 15 บาท จำนวน 3 เล่ม เก่งต้องจ่ายเงินเท่าใด
   จากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร
   ก. ราคาหนังการ์ตูนสารคดี
   ข. ราคาหนังสือแบบเรียน
   ค. ราคาหนังสือนิยาย
   ง. ราคาหนังสือทั้งหมด
2. น้ำส้มขวดหนึ่ง มีน้ำตาลผสมอยู่ 6% ถ้าขวดนี้มีน้ำส้มหนัก 300 กรัม จงหาว่าน้ำส้มขวดนี้จะมีน้ำตาลผสมอยู่กี่กรัม
   จากโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดคือข้อใด
   ก. น้ำหนักของขวด
   ข. น้ำหนักของน้ำในขวด
   ค. น้ำหนักของน้ำตาลในขวด
   ง. น้ำหนักของน้ำส้มในขวด
3. ทับทิมมีเงิน A บาท ชมพู่มีเงินเป็นสามเท่าของทับทิม ทับทิมมีเงินกี่บาท
   จากโจทย์ เขียนความสัมพันธ์ได้อย่างไร
   ก. A + 3
   ข. A − 3
   ค. A × 3
   ง. A ÷ 3
4. สมพลสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนน 74 คะแนน สอบวิชาภาษาไทยได้คะแนน น้อยกว่าวิชาคณิตศาสตร์ 6 คะแนน สมพลสอบวิชาภาษาไทยได้กี่คะแนน
   จากโจทย์ ถ้ากำหนดให้คะแนนวิชาภาษาไทยเป็น T จะเขียนเป็นสมการได้อย่าง
   ก. $6 = T + 74$
   ข. $6 = T - 74$
   ค. $74 = T + 6$
   ง. $74 = T - 6$

5. ผลบวกระหว่างจำนวนหนึ่งกับ 21 เมื่อนำมาหารด้วย 9 แล้วเท่ากับ 12 จำนวนนั้นคือข้อใด
   จากโจทย์ ถ้ากำหนดให้จำนวนนั้นเป็น N จะเขียนเป็นสมการได้อย่างไร

   ก. $(N + 21) = 12 \div 9$

   ข. $(N + 21) \times 12 = 9$

   ค. $(N + 21) \div 9 = 12$

   ง. $(N + 21) \times 9 = 12$

6. การแก้สมการ 7 x ก = 21 ใช้สมบัติในข้อใดและคำตอบของสมการเป็นเท่าใด

   ก. สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก คำตอบของสมการเท่ากับ 14

   ข. สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการลบคำ ตอบของสมการเท่ากับ 14

   ค. สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ คำตอบของสมการเท่ากับ 7

   ง. สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการหาร คำตอบของสมการเท่ากับ 3

7. เชือกสามเส้นยาวเส้นละ 6 เมตร 8 เมตร และ 10 เมตร ต้องการตัดเป็นท่อน ๆ ยาวเท่ากันจะได้ท่อนยาวที่สุดเท่าไร โดยไม่เหลือเศษ
   จากโจทย์ ใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อหาคำตอบ

   ก. หา ห.ร.ม. ของ 6, 8 และ 10

   ข. หา ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10

   ค. หาตัวประกอบ ของ 6, 8 และ 10

   ง. แยกตัวประกอบ ของ 6, 8 และ 10

7. A = 47 เป็นคำตอบของสมการในข้อใด

   ก. $A \div 6 = 7$

   ข. $99 - A = 53$

   ค. $A + 53 = 100$

   ง. $4 \times A = 235$

8. ข้อใดถูกต้อง

   ก. $514 + (321 - 116) = (514 - 321) + 116$

   ข. $367 \times 512 = 512 + 367$

   ค. $453 \times (762 \times 46) = (453 \times 762) \times 46$

   ง. $453 \times (762 \times 46) = (453 \times 762) + 46$

9. สมชายมีเงิน 500 บาท ซื้อเสื้อกล้ามตัวละ 59 บาท จำนวน N ตัว น้องฟ้าเหลือเงินอยู่ 264 บาท เขียนสมการหาจำนวนเสื้อที่สมชายซื้อได้ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

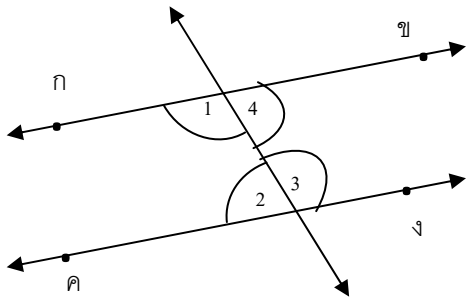
ก. $\frac{500+N}{59} = 264$

ข. $500 - (N \times 59) = 264$

ค. $\frac{N \times 59}{264} = 500$

ง. $500 - 59 = N \times 264$

10.



จากรูปถ้ามุมที่ 1 มีขนาด 110 องศา เส้นตรง กข ขนานกับ เส้นตรง คง มุมที่ 2 ควรเป็นเท่าใด

ก. 180 องศา

ข. 110 องศา

ค. 70 องศา

ง. ไม่สามารถหาคำตอบได้

11. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองสีขาวจำนวน 3 ลูก สีส้มจำนวน 2 ลูก และสีดำจำนวน 1 ลูก แล้วสุ่มหยิบ 1 ครั้ง จำนวน 1 ลูก เหตุการณ์ใดที่ไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอน

ก. หยิบแล้วได้ลูกปิงปองสีขาว

ข. หยิบแล้วได้ลูกปิงปองสีส้ม

ค. หยิบแล้วได้ลูกปิงปองสีดำ

ง. หยิบแล้วได้ลูกปิงปองสีแดง

12. พ่อมีเงิน 200 บาท แบ่งให้ลูก $\frac{3}{4}$ ของเงินที่พ่อมีอยู่ ลูกจะได้เงินจากพ่อกี่บาท

จากโจทย์ ข้อใดเป็นขั้นตอนแรกในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

ก. หาสี่เท่าของเงินที่พ่อมีอยู่

ข. แบ่งเงินของพ่อ ออกเป็น 2 ส่วนเท่ากัน

ค. แบ่งเงินของพ่อ ออกเป็น 3 ส่วนเท่ากัน

ง. แบ่งเงินของพ่อ ออกเป็น 4 ส่วนเท่ากัน

13. แม่ค้าซื้อขนมมา 1 กล่อง ราคา 120 บาท มีจำนวน 30 ห่อ แม่ค้าแบ่งขายขนมห่อละ 5 บาท จะได้กำไรห่อละกี่บาท

    จากโจทย์ ข้อใดเป็นขั้นตอนการคิดกำไร

    ก. นำ 5 บาท คูณ 30 ห่อ แล้วลบด้วย 120 บาท

    ข. นำ 120 บาท ลบด้วย 5 บาท คูณ 30 ห่อ

    ค. นำ 120 บาท หารด้วย 30 ห่อ แล้วนำไปลบออกจาก 5 บาท

    ง. นำ 120 บาท หารด้วย 30 ห่อ แล้วนำไปลบออกจาก 30 ห่อ หารด้วย 5 บาท

14. จาก $15 - a = 10$ จงหาค่า a

    จากโจทย์ ข้อใดเป็นการตรวจคำตอบที่ถูกต้อง

    ก. นำผลลัพธ์ที่ได้มาคูณกับ 10 มีค่าเท่ากับ 15

    ข. นำผลลัพธ์ที่ได้มาลบกับ 15 มีค่าเท่ากับ 10

    ค. นำผลลัพธ์ที่ได้มาหารกับ 15 มีค่าเท่ากับ 10

    ง. นำผลลัพธ์ที่ได้มาบวกกับ 15 มีค่าเท่ากับ 10

15. สมุด 3 เล่ม ราคา 24.75 บาท สมุด 1 เล่มราคาเท่าใด

    ก. นำผลลัพธ์ที่ได้มาคูณกับ 3 มีค่าเท่ากับ 24.75

    ข. นำผลลัพธ์ที่ได้มาหารกับ 3 มีค่าเท่ากับ 24.75

    ค. นำผลลัพธ์ที่ได้มาบวกกับ 3 มีค่าเท่ากับ 24.75

    ง. นำผลลัพธ์ที่ได้มาลบกับ 3 มีค่าเท่ากับ 24.75

16. การแยกตัวประกอบของ 60 คือ 3 x 4 x 5 ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

    ก. ใช่ เพราะเป็นการคูณกันของจำนวนเฉพาะ

    ข. ใช่ เพราะเมื่อหาผลคูณแล้วมีค่าเท่ากับ 60

    ค. ไม่ใช่ เพราะมีบางจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะคูณอยู่ด้วย

    ง. ไม่ใช่ เพราะการแยกตัวประกอบเป็นการหาจำนวน ที่หาร 60 ได้ลงตัว คือ 1, 3, 5, 6, 10, 60

17. การขายของลดราคาคล้ายกับการขายของขาดทุนใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

    ก. ใช่ เพราะการขายของลดราคาเป็นการขายของต่ำกว่าราคาทุน

    ข. ใช่ เพราะการขายของลดราคาเป็นการขายของต่ำกว่าราคาที่ติดไว้

    ค. ไม่ใช่ เพราะการขายของลดราคาร้านค้ายังได้กำไร

    ง. ไม่ใช่ เพราะการขายของลดราคาขายของต่ำกว่าราคาทุน

18. พิจารณาแบบรูปตัวเลขที่กำหนดให้แล้วหาตัวเลขในลำดับถัดไป 2, 3, 6, 11, 18, ?

ก. 21

ข. 23

ค. 25

ง. 27

19. การวางไม้จิ้มฟัน เป็นดังรูป

..... (5)

รูปที่ 5 ต้องใช้ไม้จิ้มฟันกี่อัน

ก. 12 อัน

ข. 14 อัน

ค. 15 อัน

ง. 18 อัน

20. “ถ้าฉันเรียนฉันก็รู้” ถ้าฉันไม่รู้ก็ หมายความว่า

ก. ฉันไม่อยากเรียน

ข. ฉันไม่ได้เรียน

ค. ฉันได้เรียน

ง. ฉันลืมแล้ว

21. $2 \times (5 + 7) = (2 \times 5) + (2 \times \square)$ ค่าของ $\square$ คือ 7 ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

ก. ไม่ใช่ เพราะผลคูณในวงเล็บมีค่าไม่เท่ากัน

ข. ไม่ใช่ เพราะผลลัพธ์ทางด้านซ้ายมีค่าน้อยกว่าผลลัพธ์ทางด้านขวา

ค. ใช่ เพราะใช้สมบัติการแจกแจงผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าเท่ากัน

ง. ใช่ เพราะใช้สมบัติการเปลี่ยนหมู่การคูณ ผลลัพธ์ที่ได้จึงมีค่าเท่ากัน

22. $\frac{3}{5}$ เป็นคำตอบของ $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด

ก. ไม่ใช่ เพราะการบวกเศษส่วนต้องทำตัวส่วนให้เท่ากัน

ข. ไม่ใช่ เพราะการบวกเศษส่วนต้องทำตัวเศษให้เท่ากัน

ค. ใช่ เพราะการบวกจำนวนจะนำตัวเลขมาบวกกันได้เลย

ง. ใช่ เพราะการบวกเศษส่วนต้องนำตัวเศษบวกตัวเศษ ตัวส่วนบวกตัวส่วน

23. 3.739 มีค่ามากกว่า 3.74 ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
    ก. ไม่ใช่ เพราะทศนิยมตำแหน่งที่สองมีค่าน้อยกว่า
    ข. ไม่ใช่ เพราะเมื่อทำเป็นทศนิยมสองตำแหน่งจะมีค่าน้อยกว่า
    ค. ใช่ เพราะเปรียบเทียบจากตัวเลขท้ายสุดของทศนิยม
    ง. ใช่ เพราะมีจำนวนตำแหน่งทศนิยมมากกว่า
24. พื้นห้องบ้านคุณยายมีขนาด 20 ฟุต x 15 ฟุต ถ้าราคาปูพื้นกระเบื้องตารางเมตรละ 18 บาท อยากทราบว่ายายต้องจ่ายเงินกี่บาทเป็นค่าปูพื้นกระเบื้อง
    ก. หาผลคูณระหว่าง พื้นที่ของห้องกับราคากระเบื้อง
    ข. หาผลคูณระหว่าง ความยาวของห้องกับราคากระเบื้อง
    ค. หาผลคูณระหว่าง ความกว้างของห้องกับราคากระเบื้อง
    ง. (ผลคูณระหว่างความยาวของห้องกับราคากระเบื้อง) + (ผลคูณระหว่างความกว้างของห้องกับราคากระเบื้อง)
25. จาก 3(A+7) = 24 จงหาค่า A ขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นข้อใดถูกต้อง
    ก. ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณโดยการนำ 3 ไปคูณทั้งสองข้างของ สมการ และใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการลบโดยนำ 7 ไปลบทั้งสองข้าง ของสมการ
    ข. ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณโดยการนำ 3 ไปคูณทั้งสองข้างของ สมการ และใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกโดยนำ 7 ไปบวกทั้งสอง ข้างของสมการ
    ค. ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการหารโดยการนำ 3 ไปหารทั้งสองข้างของ สมการ และใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการลบโดยนำ 7 ไปลบทั้งสองข้าง ของสมการ
    ง. ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการหารโดยการนำ 3 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ และใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกโดยนำ 7 ไปบวกทั้งสองข้างของสมการ
26. ถ้าสามเหลี่ยม กขค มีมุม ก กาง 40 องศาและมุม ข กาง 50 องศา ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง
    ก. สามเหลี่ยม กขค เป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม เพราะมุมทุกมุมเป็นมุมแหลม
    ข. สามเหลี่ยม กขค เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก เพราะมีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมฉาก
    ค. สามเหลี่ยม กขค เป็นสามเหลี่ยมมุมป้าน เพราะมีมุมหนึ่งมุมเป็นมุมป้าน
    ง. สามเหลี่ยม กขค เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า เพราะด้านทุกด้านจะยาวเท่ากัน

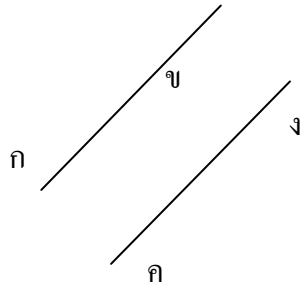
27. ถ้า 0.1 × 3.2 ผลคูณที่ได้เป็นทศนิยม กี่ตำแหน่งเพราะเหตุใด

ก. 2 ตำแหน่ง เพราะการคูณทศนิยมกับทศนิยม จำนวน ตำแหน่งทศนิยมของผลคูณจะมีค่าเท่ากับจำนวนตำแหน่ง ทศนิยมบวกกัน

ข. 2 ตำแหน่ง เพราะการคูณทศนิยมกับทศนิยมจำนวนตำแหน่งทศนิยมของผลคูณจะมีค่าเท่ากับจำนวนตัวเลขที่คูณกันรวมกัน

ค. 1 ตำแหน่ง เพราะการคูณทศนิยมกับทศนิยมจำนวน ตำแหน่งทศนิยมของผลคูณจะมีค่าเท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมคูณกัน

ง. 1 ตำแหน่ง เพราะการคูณทศนิยมกับทศนิยมจำนวนตำแหน่งทศนิยมของผลคูณจะมีค่าเท่ากับตัวคูณ



28. จากรูปเขียนสัญลักษณ์ได้ตามข้อใด

ก. $\overline{กข}$ // $\overline{คง}$

ข. $\overline{กข}$ \\ $\overline{คง}$

ค. $\overleftrightarrow{กข}$ // $\overleftrightarrow{คง}$

ง. $\overleftrightarrow{กข}$ \\ $\overleftrightarrow{คง}$

29. ถ้า 2 × 0.35 จะสื่อความหมายตรงกับข้อใด

ก. 0.35 บวกกัน 2 ครั้ง

ข. 2 บวกกัน 0.35 ครั้ง

ค. 0.35 คูณกัน 2 ครั้ง

ง. 2 คูณกัน 0.35 ครั้ง

30. การนำเสนอข้อมูลอุณหภูมิตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนธันวาคมของจังหวัดนนทบุรีในปี พ.ศ. 2555 ควรใช้แผนภูมิชนิดใดเหมาะสมที่สุด

ก. แผนภูมิรูปวงกลม

ข. แผนภูมิรูปภาพ

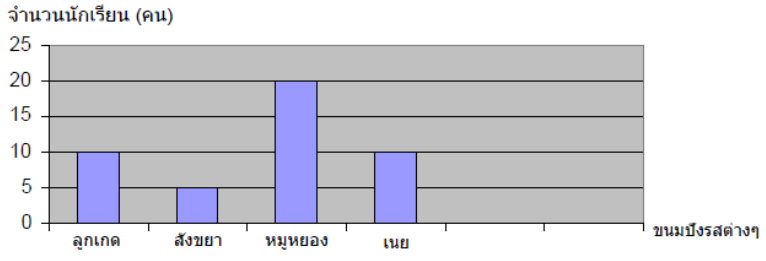
ค. กราฟเส้น

ง. ตาราง

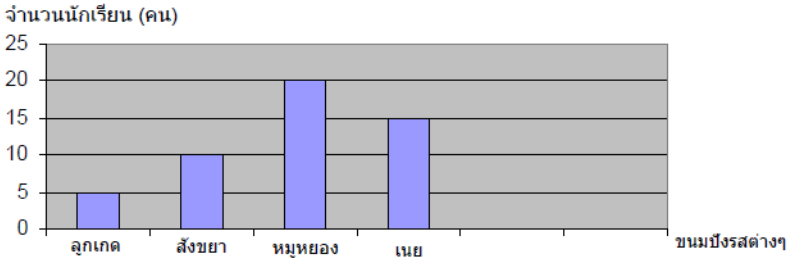
31. ห้อง ป. 6/ 1มีนักเรียนหญิง 65 % ของนักเรียนทั้งหมด ตรงกับข้อใด
    ก. ห้อง ป. 6/ 1 มีนักเรียนทั้งหมด 100 คน เป็นนักเรียนหญิง 35 คน
    ข. ห้อง ป. 6/ 1 มีนักเรียนทั้งหมด 100 คน เป็นนักเรียนหญิง 65 คน
    ค. ห้อง ป. 6/ 1 มีนักเรียนทั้งหมด 100 คน เป็นนักเรียนหญิง 135 คน
    ง. ห้อง ป. 6/ 1 มีนักเรียนทั้งหมด 100 คน เป็นนักเรียนหญิง 165 คน
32. เป็นสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยมชนิดใด
    ก. สามเหลี่ยมมุมแหลม
    ข. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว
    ค. สามเหลี่ยมด้านเท่า
    ง. สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า
33. ถ้า 3+ (4+5) = (4+5) +3 เป็นไปตามสมบัติใดต่อไปนี้
    ก. การสลับที่ของการบวก
    ข. การเปลี่ยนกลุ่มของการบวก
    ค. การแจกแจง
    ง. การบวกด้วยจานวนที่เท่ากัน
34. ในการจัดลำดับความสูงของนักเรียนชั้น ป. 5 จำนวน 5 คน คือ ทอม ไท บอย นัน ไนท์ ได้ผลการจัดลำดับดังนี้ ทอมสูงกว่าเพื่อนเพียงคนเดียว ไทต่ำกว่าเพื่อนเพียงคนเดียว นันสูงกว่าเพื่อนสองคน และต่ำกว่าเพื่อนสองคน บอยสูงกว่านัน และไนท์ต่ำกว่านัน จากข้อมูลเบื้องต้นข้อใดสรุปการเรียงลำดับความสูงจากมากไปหาน้อยได้ถูกต้อง
    ก. นัน, ไท, บอย, ทอม, ไนท์
    ข. บอย, ไท, นัน, ทอม, ไนท์
    ค. นัน, ทอม, บอย, ไท, ไนท์
    ง. บอย, ทอม, นัน, ไท, ไนท์
35. จำนวนนักเรียนชั้น ป. 4/ 1 ที่ชอบรับประทานขนมปังรสต่าง ๆ
    1. นักเรียนชั้น ป. 4/ 1 ชอบรับประทานขนมปังลูกเกด 5 คน
    2. นักเรียนชั้น ป. 4/ 1 ชอบรับประทานขนมปังสังขยา 10 คน
    3. นักเรียนชั้น ป. 4/ 1 ชอบรับประทานขนมปังหมูหยอง 25 คน
    4. นักเรียนชั้น ป. 4/ 1 ชอบรับประทานขนมปังเนย 10 คน

จากรายละเอียดของข้อมูลที่กำหนดให้ตรงกับแผนภูมิแท่งในข้อใด

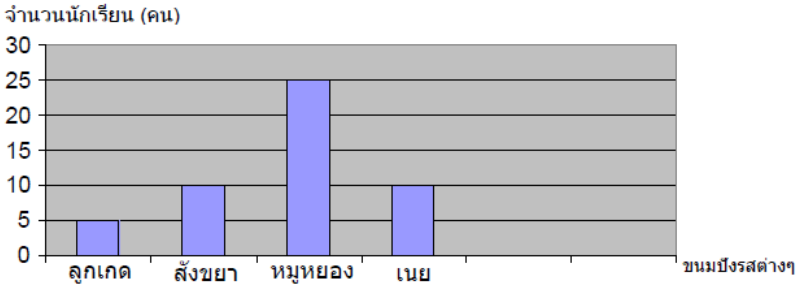
ก.



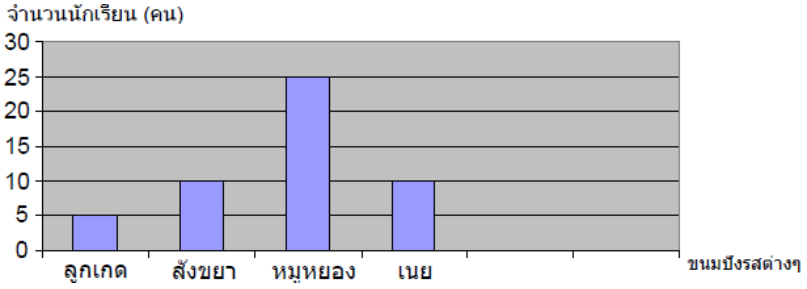
ข.



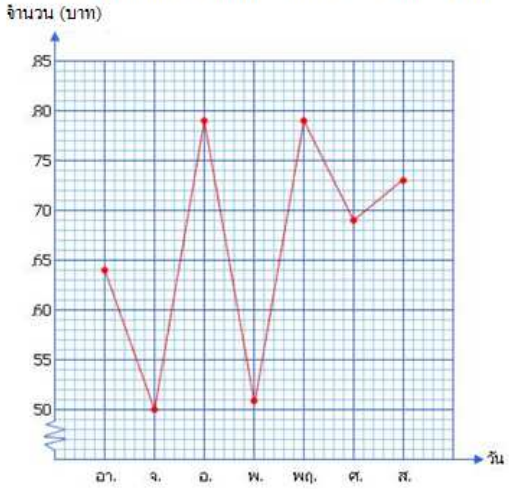
ค.



ง.



จำนวนเงินในแต่ละวันที่เด็กชายวัลลภ มีมานะ ได้รับเงินจากการพับถุงกระดาษขาย



36. จากกราฟข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. ตั้งแต่วันอาทิตย์ถึงวันเสาร์เด็กชายวัลลภได้รับเงินจากการพับถุงกระดาษขาย ทั้งหมด 465 บาท

ข. ในวันอังคารและวันพฤหัสบดีเด็กชายวัลลภได้รับเงินจากการพับถุงกระดาษขายเท่ากัน

ค. ในวันอาทิตย์เด็กชายวัลลภได้รับเงินจากการพับถุงกระดาษขายน้อยกว่าวันเสาร์ 9 บาท

ง. ในวันจันทร์เด็กชายวัลลภได้รับเงินจากการพับถุงกระดาษขายน้อยที่สุด จำนวน 51 บาท

37. ดินสอจำนวนหนึ่ง เมื่อนำมาจัดใส่กล่องไม่ว่าจะจัดใส่กล่องครั้งละ 6 แท่ง 12 แท่ง หรือ 18 แท่ง แล้วจะหมดพอดี ดินสอที่นำมาจัดใส่กล่องต้องมีอย่างน้อยที่สุดกี่แท่ง

ก. 12 แท่ง

ข. 24 แท่ง

ค. 36 แท่ง

ง. 48 แท่ง

38. ข้อใดเป็นผลลัพธ์ของ $(\frac{5}{11} + \frac{1}{3}) - \frac{7}{9}$

ก. $\frac{4}{33}$

ข. $\frac{26}{33}$

ค. $\frac{3}{99}$

ง. $\frac{1}{99}$

39. แม่ค้าซื้อไข่มา a ฟอง ขายไข่ไป b ฟอง ไข่แตกเสีย c ฟอง จะเหลือไข่กี่ฟอง

    ก. a – b – c

    ข. a – b + c

    ค. a + b – c

    ง. a + b + c

40. แม่ค้ามีแป้งมัน 107.5 กิโลกรัม แบ่งไปทำขนมครั้งละ 4.3 กิโลกรัม จำนวน 11 ครั้ง แม่ค้าจะเหลือแป้งมันอีกเท่าไร

    ก. $(107.5 \div 4.3) - 11$

    ข. $(107.5 - 4.3) \times 11$

    ค. $107.5 - (4.3 \times 11)$

    ง. $107.5 - (11 \div 4.3)$

41. กลองแขก มีลักษณะคล้ายรูปทรงเรขาคณิตชนิดใด

    ก. ทรงกระบอก

    ข. ทรงกลม

    ค. ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

    ง. ทรงกรวย

42. สมัยสุโขทัยเริ่มตั้งแต่ พ.ศ. 1792 ถึง พ.ศ. 2006 รวมระยะเวลากี่ปี

    ก. 214 ปี

    ข. 314 ปี

    ค. 786 ปี

    ง. 794 ปี

43. รายงานอุณหภูมิของประเทศไทย วันจันทร์ที่ 9 มีนาคม พ.ศ. 2556

ภาค	สูงสุด (˚C)	ต่ำสุด (˚C)
เหนือ	33	25
ตะวันออกเฉียงเหนือ	35	26
ตะวันออก	33	24
กลาง	34	25
ใต้	33	24
กรุงเทพและปริมณฑล	35	27

ถ้าต้องการนำเสนอข้อมูลจากตารางด้วยคอมพิวเตอร์ควรนำเสนอข้อมูลแบบใดให้เข้าใจมากขึ้น

ก. เขียนบรรยายอย่างละเอียดให้เข้าใจ

ข. แผนภูมิรูปภาพ

ค. แผนภูมิวงกลม

ง. แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ

44. จำนวนที่ 1 คือ $(2 \times 1) + 8 = 10$

จำนวนที่ 2 คือ $(2 \times 2) + 8 = 12$

จำนวนที่ 3 คือ $(2 \times 3) + 8 = 14$

จำนวนที่ 4 คือ $(2 \times 4) + 8 = 16$

.

.

.

จากแบบรูปข้างต้น จำนวนที่ 30 คือ .....

ก. 60

ข. 64

ค. 68

ง. 70

45. $(6 \times 1) - 1 = 5$

$(6 \times 11) - 1 = 65$

$(6 \times 111) - 1 = 665$

..... = …….

จากแบบรูปข้างต้นจำนวนถัดไปคือ ....

ก. $(6 \times 1111) - 1 = 66655$

ข. $(6 \times 1111) - 1 = 66665$

ค. $(6 \times 1111) - 1 = 6655$

ง. $(6 \times 1111) - 1 = 6665$

46. 5,000 1,000 500 100 50 …

จากแบบรูปจำนวนที่กำหนดให้จำนวนถัดไปคือ ...

ก. 5

ข. 10

ค. 15

ง. 20

<u>ตอนที่ 2</u>

47. จงแทรกเครื่องหมาย $(),+,-,\times$ หรือ $\div$ ระหว่างตัวเลข 4 สี่ตัวให้ได้ผลลัพธ์ที่ต่างกัน

คือ 1, 3, 5,7

ตัวอย่าง $(4 \times 4) \div (4 + 4) = 2$

$[(4 - 4) \times 4] + 4 = 4$

ตอบ .....

.....

.....

.....

.....

48. จงเขียนจำนวนคู่ ให้อยู่ในรูปของผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวน

ตัวอย่าง $8 = 3 + 5$

$10 = 3 + 7$

ตอบ .....

.....

.....

.....

.....

49. จงใช้เครื่องหมาย $(\ ), +, -, \times$ หรือ $\div$ และเลข 1-9 เขียนประโยคสัญลักษณ์ที่คำนวณแล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ 54 (เขียนคำตอบให้มากที่สุด)

ตอบ .....

.....

.....

.....

.....

.....

50. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนชาย 150 คน นักเรียนหญิง 179 คน

<u>จากสถานการณ์ที่กำหนดให้สร้างคำถามทางคณิตศาสตร์ให้มากที่สุด (อย่างน้อย 3 คำถาม)</u>

ตอบ .....

.....

.....

.....

.....