การทดสอบภาวะสารูปดีแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง
สำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ

ธณัชช์ศักย์ ทรงธรรมบวร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
มิถุนายน 2561

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ ธณัชช์ศักยภ์ ทรงธรรมบวร ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

.... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(ดร.จุฑาพร เนียมวงษ์)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(ดร.วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อำไพ ทองธีรภาพ)

.... กรรมการ

(ดร.จุฑาพร เนียมวงษ์)

.... กรรมการ

(ดร.วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ)

.... กรรมการ

(ดร.ปิยะทิพย์ ประดุจพรม)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติของมหาวิทยาลัยบูรพา

.... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่...4...เดือน...มิถุนายน...พ.ศ. 2561

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ได้ด้วยความกรุณาจาก ดร.จุฑาพร เนียมวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และดร.วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำปรึกษา ข้อเสนอแนะแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความใส่ใจและรอบคอบด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณทั้งสองท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ในลำดับถัดมา ขอขอบพระคุณท่านคณะกรรมการคุมสอบทุกท่าน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ผศ.ดร.อำไพ ทองธีรภาพ ที่กรุณาสละเวลามาให้ความรู้ คำแนะนำ และตรวจแก้วิทยานิพนธ์ให้มีความสมบูรณ์และถูกต้องมากยิ่งขึ้น

เนื่องจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับการสนับสนุนจากงบประมาณเงินรายได้ของคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ผู้วิจัยจึงขอขอบพระคุณคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพาที่ได้ให้โอกาสและการสนับสนุนในด้านต่างๆไว้ ณ ที่นี้ด้วย

สุดท้ายนี้ กระผมขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่ น้อง และเพื่อน ๆ ทุกคนที่เป็นกำลังใจคอยให้การกระตุ้น ให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนในหลาย ๆ ด้านของผู้วิจัย ให้งานวิจัยชิ้นนี้สำเร็จลุล่วงออกมาด้วยดี

ธณัชช์ศักยภ์ ทรงธรรมบวร

57910213: สาขาวิชา: สถิติ; วท.ม. (สถิติ)

คำสำคัญ: ตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปดี/อัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง/กำลังการทดสอบ

ธณัชช์ศักยภ์ ทรงธรรมบวร: การทดสอบภาวะสารูปดีแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ (GOODNESS OF FIT TEST BASED ON MODIFIED LOG-LIKELIHOOD RATIO FOR NORMAL DISTRIBUTION) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: จุฑาพร เนียมวงษ์, Ph.D., วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ, Ph.D. 96 หน้า. ปี พ.ศ. 2561.

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปดีโดยใช้ฟังก์ชันการแจกแจงจากการทดลองซึ่งพัฒนามาจาก ตัวสถิติอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง ซึ่งเรียกว่า ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบที่นำเสนอนี้กับสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุง ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่พัฒนามาจากหลักการพื้นฐานของอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็น โดย Zhang (2002) สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบดั้งเดิม ค่าวิกฤติของสถิติทดสอบได้ถูกสร้างขึ้นจากข้อมูลจำลอง และพิจารณาประสิทธิภาพในด้านการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และค่าประมาณกำลังการทดสอบ การแจกแจงของข้อมูลที่ศึกษามี 5 ลักษณะการแจกแจง คือ การแจกแจงใกล้เคียงปรกติ การแจกแจงสมมาตรหางยาว การแจกแจงสมมาตรหางสั้น การแจกแจงไม่สมมาตรหางยาว และการแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้น ผลการศึกษาพบว่า สถิติทดสอบทั้ง 5 สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงจะมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงใกล้เคียงปรกติและการแจกแจงสมมาตรหางยาว ในทุกขนาดตัวอย่าง เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงสมมาตรหางสั้น การแจกแจงไม่สมมาตรหางยาวและการแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้น สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบน้อย

57910213: MAJOR: STATISTICS; M.Sc. (STATISTICS)

KEYWORDS: GOODNESS OF FIT TEST STATISTIC/ MODIFIED LIKELIHOOD RATIO / POWER OF THE TEST

TANUTSAK SONGTHAMBOWORN: GOODNESS OF FIT TEST BASED ON MODIFIED LOG-LIKELIHOOD RATIO FOR NORMAL DISTRIBUTION. ADVISORY COMMITTEE: JUTAPORN NEAMVONK, Ph.D., VANIDA PONGSAKCHAT, Ph.D. 96 P. 2018.

This research presents a goodness of fit test based on modified log-likelihood ratio, called Anderson-Darling test based on log-likelihood ratio, for normal distribution and compares the efficiency of the proposed test with modified Anderson-Darling test and modified Cramer-von Mises test which were developed by Zhang (2002), Shapiro-Wilk test and the original Anderson-Darling test. The critical values of the tests are obtained through simulation and the efficiency of test is considered as probability of type I error and power of the tests. There are five types of distribution; near normal distribution, symmetric long-tailed distribution, symmetric short-tailed distribution, asymmetric long-tailed distribution, and asymmetric short-tailed distribution. The results show that the five tests can control type I error probability and the proposed test is the most powerful test for near normal and symmetric long-tailed distributions with all sizes of sample. When the data are symmetric short-tailed, asymmetric long-tailed and asymmetric short-tailed distribution, the proposed test provide poor power of the test.

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

นักวิจัยส่วนใหญ่ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการประมาณค่าพารามิเตอร์และทำการทดสอบสมมุติฐานที่ตั้งขึ้น โดยใช้สถิติศาสตร์อิงพารามิเตอร์ (parametric statistics) ซึ่งการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติศาสตร์อิงพารามิเตอร์ มีข้อสมมุติเบื้องต้นที่ว่า ข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ (normal distribution) หากข้อมูลที่ศึกษานั้นไม่ได้มีการแจกแจงปรกติ ผลการวิเคราะห์ที่ได้ย่อมมีความคลาดเคลื่อนขึ้นได้ ถึงแม้ว่านักวิจัยหลายท่านจะเปลี่ยนไปใช้สถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์ (nonparametric statistics) ซึ่งไม่จำเป็นต้องมีข้อสมมุติเบื้องต้นเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของข้อมูลที่ต้องเป็นการแจกแจงปรกติ แต่การใช้สถิติศาสตร์ไม่อิงพารามิเตอร์จะให้กำลังการทดสอบ (power of the test) และความแม่นยำในการประมาณค่าต่ำกว่าการทดสอบและการประมาณค่าโดยใช้สถิติศาสตร์อิงพารามิเตอร์ (Hollander & Wolfe, 1973 อ้างอิงใน ญาดาภา โชติดิลก, 2555) ดังนั้นการตรวจสอบข้อมูลที่มีว่ามีการแจกแจงปรกติหรือไม่นั้นจึงมีความสำคัญและความจำเป็นอย่างยิ่ง อีกทั้งยังต้องมีการเลือกใช้วิธีการทดสอบทางสถิติในการทดสอบการแจกแจงปรกติให้เหมาะสมด้วย

ในการทดสอบว่าข้อมูลที่มีนั้นมีการแจกแจงที่คาดหมายหรือไม่ เป็นวิธีการทดสอบภาวะสารูปดี (goodness of fit test) Hegazy and Green (1975) (อ้างอิงใน สายทอง แจ่มใจ, 2547) แบ่งการทดสอบภาวะสารูปดี (goodness of fit test) เป็น 4 ประเภทคือ

1. การทดสอบอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (likelihood ratio test) และการทดสอบของ เพียร์สัน (Pearson test) ซึ่งเป็นที่ทราบดีว่าการทดสอบเหล่านี้เหมาะสำหรับสมมุติฐานหลักที่เป็นสมมุติฐานเชิงเดี่ยวหรือเป็นสมมุติฐานเชิงประกอบ สถิติทดสอบที่ใช้คือ การทดสอบแบบไคกำลังสอง (Chi – Square test)

2. การทดสอบโดยใช้ฟังก์ชันการแจกแจงจากตัวอย่าง (empirical distribution function, EDF) การทดสอบซึ่งเป็นที่รู้จัก ได้แก่ การทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov test) การทดสอบของคูเปอร์ (Kuiper test) การทดสอบของไพค์ (Pyke's test) การทดสอบของบรันค์ (Brunk's test) การทดสอบของเดอร์บิน ดี (Derbin's D test) การทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง

(Anderson-Darling test) การทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส (Cramer-Von Misses test) การทดสอบของเดอร์บิน เอ็มกำลังสอง (Derbin's M^2 test) และการทดสอบของวัตสัน (Watson's test)

3. การทดสอบโดยใช้โมเมนต์ตัวอย่าง (tests based on sample moments) การทดสอบนี้มีสมมุติฐานหลักเป็นสมมุติฐานเชิงประกอบ โดยตัวสถิติทดสอบ b_1 (standard third moment) ใช้ทดสอบขนาดความเบ้ (skewness measure) ตัวสถิติทดสอบ b_2 (standard fourth moment) ใช้ทดสอบขนาดความโด่ง (kurtosis measure)

4. การทดสอบที่ขึ้นอยู่กับสถิติอันดับตัวอย่าง (tests based upon sample ordered statistics) ซึ่งได้แก่ การทดสอบ เชพพิโร-วิลค์ (Shapiro-Wilk test) และการทดสอบดี อากอสทิโน่–เพียร์สัน (D'Agostino–Pearson test) ซึ่งใช้สำหรับทดสอบการแจกแจงปรกติ

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบกำลังการทดสอบภาวะสารูปดีของการทดสอบการแจกแจงปรกติที่เป็นที่นิยม ดังที่กล่าวมาข้างต้น จะพบว่า ตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ มีค่ากำลังการทดสอบที่สูงกว่าตัวสถิติทดสอบชนิดอื่น ๆ เมื่อมีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก จึงได้มีการพัฒนาตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ให้มีกำลังการทดสอบที่สูงขึ้น เมื่อมีขนาดตัวอย่างขนาดใหญ่ เรียกตัวสถิติทดสอบชนิดใหม่นี้ว่าตัวสถิติทดสอบเชพพิโร–ฟรานเซีย แต่ตัวสถิติทดสอบชนิดนี้ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ ทำให้ผลที่ได้จากการทดสอบไม่มีความน่าเชื่อถือ (Yap & Sim, 2011; Razali & Wah , 2011; สิริทิพ วะศินรัตน์, 2549; สุภาวดี วิชิตชาญ, 2553; อัญชุลี ปิ่นทองพันธ์ และอำไพ ทองธีรภาพ, 2558) เมื่อทำการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบแบบไคกำลังสอง ตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง และตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส พบว่าตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงมีกำลังการทดสอบที่สูงที่สุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส ตัวสถิติทดสอบแบบไคกำลังสอง และตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ตามลำดับ (Stephens, 1974 อ้างอิงใน สายทอง แจ่มใจ, 2547; Yap & Sim, 2011; Razali & Wah , 2011; สุภาวดี วิชิตชาญ, 2553)

จากคำกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่าตัวสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน–ดาร์ลิง มีค่ากำลังการทดสอบที่สูง เหมาะสมในการทดสอบภาวะสารูปดี สำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ

พัฒนาการของการสร้างตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปดี เริ่มต้นจากตัวสถิติทดสอบ $Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t dw(t)$ หรือ $Z_{\max} = \sup_{t\in(-\infty,\infty)} \{Z_t w(t)\}$ สำหรับทุกค่า $t \in (-\infty, \infty)$ โดยที่ Zhang (2002) ได้กล่าวว่า Z_t สามารถถูกแทนที่โดยตัวสถิติ $2nI^{\lambda} = \frac{2}{\lambda(\lambda+1)}\sum_{i=1}^{k} X_i \left\{ \left(\frac{X_i}{E_i} \right)^{\lambda} - 1 \right\}$; $\lambda \in \Re$ สำหรับการแจกแจงพหุนาม k กลุ่ม (Cressie & Reed, 1984) เมื่อทำการแทน $\lambda = 1$ จะได้ตัวสถิติเพียร์สัน–ไคกำลังสองซึ่งนำไปใช้ในการสร้างตัวสถิติทดสอบ คอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน–ดาร์ลิง เมื่อทำการแทน $\lambda = 0$ จะได้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ซึ่งในงานวิจัยของ Zhang (2002) ได้นำไปสร้างตัวสถิติการทดสอบใหม่สามตัวคือ ตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Kolmogorov-Smirnov test statistic: ZKS) ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Cramer-Von Misses test statistic: $ZCVM$) และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Anderson-Darling test statistic: ZAD) เมื่อทำการแทน $\lambda = -1$ จะได้ตัวสถิติอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นแบบปรับปรุง (Modified log-likelihood ratio) เมื่อทำการแทนค่า $\lambda = -2$ จะได้ตัวสถิติไคกำลังสองที่ปรับปรุงโดยเนย์แมน (Neyman modified χ^2)

Zhang (2002) ได้นำเสนอตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดีขึ้นมาใหม่ นั่นคือ ตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ซึ่งเมื่อทำการนำตัวสถิติทดสอบตัวใหม่เหล่านี้ไปเปรียบเทียบกำลังการทดสอบกับตัวสถิติดั้งเดิม ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง และตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส พบว่า ตัวสถิติทดสอบที่ปรับปรุงโดย Zhang มีกำลังสูงกว่าตัวสถิติทดสอบแบบดั้งเดิมในทุกกรณี โดยเฉพาะอย่างยิ่งตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน - ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่ากำลังการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ในทุกขนาดตัวอย่าง (Zhang, 2002; สิริทิพ วะศินรัตน์, 2549; อัญชุลี ปิ่นทองพันธ์ และอำไพ ทองธีรภาพ, 2558)

เนื่องจากเมื่อแทนค่า $\lambda = 0$ หรือ $\lambda = -1$ ใน $2nI^{\lambda}$ จะทำให้เกิดกรณี $\frac{0}{0}$ เหมือนกัน และในงานวิจัยของ Zhang (2002)ได้ใช้ตัวสถิติอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็น (แทนค่า $\lambda = 0$) ไปสร้างตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดีขึ้นมาใหม่ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น ซึ่งเกิดตัวสถิติทดสอบที่มีกำลัง

การทดสอบที่สูงกว่าตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง

ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างสถิติทดสอบขึ้นมาใหม่จากตัวสถิติอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นแบบปรับปรุง (แทนค่า $\lambda = -1$) ใน $2nI^{\lambda}$ และกำหนดให้ $k = 2$ กลุ่ม นั่นคือ $P(X_{it} = 1) = F(t)$ และ $P(X_{it} = 0) = 1 - F(t)$ เรียกตัวสถิติที่ได้นี้ว่า ตัวสถิติแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง (GM_t^2) และทำการเลือกฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมมาสร้างสถิติทดสอบภาวะสารูปดีขึ้นมาใหม่ เรียกตัวสถิติทดสอบที่สร้างขึ้นมาใหม่นี้ว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบนี้กับสถิติทดสอบอื่นๆ คือ

สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ (Shapiro-Wilk statistic : SW)

สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง (Anderson-Darling statistic : AD)

สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Anderson-Darling statistic : ZAD)

สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Cramer-Von Misses statistic : $ZCVM$)

1.2 วัตถุประสงค์

ในงานวิจัยนี้ต้องการศึกษาการทดสอบภาวะสารูปดีสำหรับการแจกแจงปรกติ โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อนำเสนอและสร้างค่าวิกฤติของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วน ล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

2. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง โดยใช้เกณฑ์ความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

2. ทราบถึงประสิทธิภาพในการทดสอบของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. การแจกแจงที่นำมาศึกษา

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาการทดสอบการแจกแจงปรกติโดย

1.1 สร้างสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

1.2 สร้างค่าวิกฤตสำหรับสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงสำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ

1.3 คำนวณค่าประมาณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 สำหรับสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

1.4 คำนวณค่าประมาณกำลังการทดสอบสำหรับสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง เมื่อข้อมูลที่ได้จากการจำลองมีการแจกแจง ดังนี้

1.4.1 การแจกแจงที

1.4.2 การแจกแจงแกมมา

1.4.3 การแจกแจงบีต้า

1.4.4 การแจกแจงล็อกนอร์มอล

2. สถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี มีดังนี้

2.1 สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ (Shapiro-Wilk statistic : SW)

2.2 สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง (Anderson-Darling statistic : AD)

2.3 สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Anderson-Darling statistic : ZAD)

2.4 สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Cramer-Von Misses statistic : ZCVM)

2.5 สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง (modified log likelihood ratio Anderson Darling statistic : MLAD)

3. กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 20, 30, 50, 70, 100 และ 200

4. กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)เท่ากับ 0.05 และ 0.01

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในส่วนนี้จะกล่าวถึง การแจกแจงของข้อมูลที่สนใจในแต่ละลักษณะ ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ การสร้างค่าวิกฤตของการแจกแจง เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการควบคุมความความผิดพลาดแบบที่ 1 การหาค่าประมาณกำลังการทดสอบและงานวิจัยที่น่าสนใจและเกี่ยวข้อง

2.1 สถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี

กำหนดให้ $X_1, X_2, ..., X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มแบบต่อเนื่อง (continuous random sample) ที่มีค่าเป็นจำนวนจริงซึ่งมีขนาดตัวอย่าง n และเป็นอิสระต่อกัน และมี $F(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (cumulative distribution function) ของตัวอย่างสุ่มนี้ซึ่งมีสถิติอันดับเป็น $X_{(1)}, X_{(2)}, ..., X_{(n)}$ โดยมีสมมุติฐานที่ใช้ ในการทดสอบการแจกแจงของประชากรของข้อมูล คือ

$$H_0 : F(x) = F_0(x) \qquad \text{สำหรับทุกค่าของ } x \in (-\infty, \infty)$$

และสมมุติฐานทางเลือกคือ

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x) \qquad \text{สำหรับบางค่าของ } x \in (-\infty, \infty)$$

โดยที่ $F_0(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงที่คาดหมาย

งานวิจัยของ Zhang (2002) ได้ศึกษาสถานการณ์ทั่วไปที่ $F_0(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ทราบค่า โดยกำหนดให้

$$H_0 = \bigcap_{t \in (-\infty, \infty)} H_{0t} \qquad \text{และ} \qquad H_1 = \bigcup_{t \in (-\infty, \infty)} H_{1t}$$

โดยที่ $H_{0t} : F(t) = F_0(t)$ และ $H_{1t} : F(t) \neq F_0(t)$ ซึ่ง t มีค่าเป็นจำนวนจริง เพราะฉะนั้น การทดสอบระหว่าง H_0 กับ H_1 มีความสมมูลกับการทดสอบระหว่าง H_{0t} กับ H_{1t} สำหรับทุกๆ $t \in (-\infty, \infty)$

การทดสอบระหว่าง H_{0t} กับ H_{1t} โดยที่ t มีค่าคงที่ เราจะได้ตัวอย่างสุ่มแบบไบนารีที่มีพื้นฐานจากฟังก์ชัน $X_{it} = \mathrm{I}(X_i \leq t)$ โดยที่ $i = 1, 2, \ldots, n$ นั่นก็คือ $P(X_{it} = 1) = F(t)$ และ $P(X_{it} = 0) = 1 - F(t)$

สำหรับแต่ละค่าคงที่ $t \in (-\infty, \infty)$ และตัวอย่างสุ่มที่สอดคล้องกับ $X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{nt}$ กำหนดให้ Z_t เป็นค่าสถิติสำหรับการทดสอบระหว่าง H_{0t} กับ H_{1t} ซึ่งมีค่ามากเพียงพอที่จะปฏิเสธสมมุติฐานทางเลือก H_{1t} ดังนั้นค่าสถิติที่ได้จากการทดสอบทั้งการทดสอบระหว่าง H_0 กับ H_1 และการทดสอบระหว่าง H_{0t} กับ H_{1t} สามารถนิยามได้โดย

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t dw(t) \tag{1}$$

$$Z_{\max} = \sup_{t \in (-\infty,\infty)} \{Z_t w(t)\} \qquad \text{สำหรับทุกค่า } t \in (-\infty, \infty) \tag{2}$$

โดยที่ $w(t)$ เป็นฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก และ Z_t เป็นตัวสถิติที่ใช้ในการสร้างตัวสถิติทดสอบภาวะสารูปดี

ในการเลือกฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก จะถูกเลือกโดยผู้วิจัย ซึ่งฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเหล่านั้นจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ เมื่อค่า $t \in (0,1)$ และเลือกฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเพื่อใช้ถ่วงน้ำหนักโดยกระจายตามความสำคัญในบริเวณที่ต้องการถ่วงน้ำหนักบนฟังก์ชันการแจกแจงที่ต้องการ (Anderson & Darling, 1952 ;Anderson & Darling, 1954)

Cressie and Reed (1984) ได้กล่าวถึงกลุ่ม $\{I^{\lambda}; \lambda \in \Re\}$ ของตัวสถิติกำลังที่ลู่ออก (power divergence statistics) ซึ่งกล่าวถึงในงานวิจัยของ Zhang (2002) โดยมีนิยามว่า

$$2nI_t^{\lambda} = \frac{2n}{\lambda(\lambda+1)}\left[F_n(t)\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\}^{\lambda} + \{1-F_n(t)\}\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}^{\lambda} - 1\right] \tag{3}$$

จากสมการที่ (3) เมื่อ $\lambda = 1$ จะสามารถจัดรูปตัวสถิติเพียร์สัน-ไคกำลังสอง (Pearson's χ^2) เมื่อ $\lambda = 0$ จะได้ตัวสถิติล็อกอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (log likelihood ratio statistic) เมื่อ $\lambda = -\frac{1}{2}$ จะได้ตัวสถิติฟรีแมน-เตอกี้ (Freeman-Turkey statistic) เมื่อ $\lambda = -1$ จะได้ตัวสถิติอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรับ (modified log likelihood ratio statistic) และเมื่อ $\lambda = -2$ จะได้ตัวสถิติเนย์แมนที่ปรับปรุง (Neyman modified statistic)

เมื่อแทนค่า $\lambda = 1$ ลงในสมการที่ (3) จะได้ตัวสถิติไคกำลังสอง (χ_t^2) นิยามดังนี้

$$\chi_t^2 = \frac{n\{F_n(t) - F_0(t)\}^2}{F_0(t)\{1 - F_0(t)\}} \tag{4}$$

เมื่อแทนค่า $\lambda = 0$ ลงในสมการที่ (3) จะได้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (G_t^2) นิยามดังนี้

$$G_t^2 = 2n\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \{1 - F_n(t)\}\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right] \quad (5)$$

2.1.1. การทดสอบเชพพิโร-วิลค์ (Shapiro Wilk test : SW)

ตัวสถิติทดสอบเชพพิโร - วิลค์ เสนอโดย Shapiro, S. S. และ Wilk, M. B. ในปี 1965 เป็นตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบภาวะสารูปดีของการแจกแจงปรกติที่มีประสิทธิภาพสูง มีสมมุติฐานที่ใช้ในการทดสอบ ดังนี้

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ

ตัวสถิติทดสอบเชพพิโร – วิลค์ (สิริทิพ วะศินรัตน์, 2549) แสดงดังนี้

$$SW = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} a_{n-i+1}\left(X_{(n-i+1)} - X_{(i)}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{(i)} - \overline{X}\right)^2}$$

กำหนดให้ n เป็นขนาดตัวอย่าง

k เป็นจำนวนเต็มที่เล็กที่สุดที่มากกว่าหรือเท่ากับ $\frac{n}{2}$

a_i เป็นค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการเปิดตารางของเชพพิโร–วิลค์

$X_{(i)}$ เป็นตัวอย่างสุ่มเชิงอันดับ

ค่าของ SW จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 และจะมีโอกาสปฏิเสธสมมุติฐานหลัก (H_0) เมื่อค่าของสถิติทดสอบ SW มีค่าเข้าใกล้ 0

2.1.2. การทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง (Anderson-Darling test : AD)

Anderson and Darling (1954) นำเสนอสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่มีประสิทธิภาพและเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายมาจนถึงปัจจุบัน อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการทดสอบทั้งการแจกแจงปรกติและไม่ใช่การแจกแจงปรกติ เมื่อข้อมูลมีขนาดใหญ่ (Stephens, 1976; Razali & Wah, 2011 อ้างอิงใน พรรณภัทร แซ่โท้ว, 2557) โดยสถิติทดสอบนี้เกิดมาจากการแทนที่ Z_t ในสมการที่ (1) ด้วย χ_t^2 ในสมการที่ (4) กำหนดฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเป็น $dw(t) = dF_0(t)$ (Zhang, 2002) ได้ดังนี้

$$AD = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t dw(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi_t^2 dF_0(t)$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n\{F_n(t) - F_0(t)\}^2}{F_0(t)\{1 - F_0(t)\}} dF_0(t)$$

จากงานวิจัยของ Zhang (2002) ในการเปลี่ยน $F_n(t)$ ที่ t เป็นค่าต่อเนื่อง ให้เป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง X_i ที่มีค่า $i = 1,2,\ldots,n$ เป็น $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{i-c}{n+1-2c}$ โดยที่ $0 < c < 1$ ซึ่งจากขั้นตอนการคำนวณของ Zhang (2002) ค่า $c = \dfrac{1}{2}$ จะทำให้ได้ค่า $F_n\left(X_{(i)}\right)$ ที่ดีที่สุด คือ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i - \frac{1}{2}\right)}{n}$

เพราะฉะนั้นจึงเปลี่ยน $F_n(t)$ ให้อยู่ในรูปของ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i - \frac{1}{2}\right)}{n}$ และเปลี่ยนอินทิกรัลจำกัดเขตให้อยู่ในรูปผลรวม แล้วทำการจัดรูป จะได้สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง ดังนี้

$$AD = -\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(i - \frac{1}{2}\right)\log\left\{F_0\left(X_{(i)}\right)\right\} + \left(n - i + \frac{1}{2}\right)\log\left\{1 - F_0\left(X_{(i)}\right)\right\}\right] - n$$

2.1.3. การทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Anderson-Darling test : ZAD)

Zhang (2002) ได้พัฒนาตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงขึ้นใหม่ ซึ่งสร้างขึ้นมาจากตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นและกำหนดฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักให้เหมาะสม โดยสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่พัฒนาขึ้นใหม่นี้มีประสิทธิภาพที่สูงกว่าสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบดั้งเดิม ตัวสถิติทดสอบนี้สร้างได้โดยการแทนที่ Z_t ในสมการที่ (1) ด้วย G_t^2 ในสมการที่ (5) และกำหนดฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเป็น $dw(t) = \dfrac{1}{F_n(t)\{1 - F_n(t)\}} dF_n(t)$ ได้ดังนี้

$$ZAD = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t dw(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G_t^2 \frac{1}{F_n(t)\{1 - F_n(t)\}} dF_n(t)$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} 2n\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \{1 - F_n(t)\}\log\left\{\frac{1 - F_n(t)}{1 - F_0(t)}\right\}\right]\frac{1}{F_n(t)\{1 - F_n(t)\}} dF_n(t)$$
$$= 2n\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{\{1 - F_n(t)\}}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \frac{1}{F_n(t)}\log\left\{\frac{1 - F_n(t)}{1 - F_0(t)}\right\}\right]dF_n(t)\right\}$$

เปลี่ยน $F_n(t)$ ที่ t เป็นค่าต่อเนื่อง ให้เป็นจุดไม่ต่อเนื่อง X_i ที่มีค่า $i = 1,2,\ldots,n$ เป็น $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{i-c}{n+1-2c}$ โดยที่ $0 < c < 1$ ซึ่งจากขั้นตอนการคำนวณของ Zhang (2002) ค่า $c = \dfrac{1}{2}$ จะทำให้ได้ค่า $F_n\left(X_{(i)}\right)$ ที่ดีที่สุด คือ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i - \frac{1}{2}\right)}{n}$ เพราะฉะนั้นจึงเปลี่ยน $F_n(t)$ ให้อยู่ในรูปของ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i - \frac{1}{2}\right)}{n}$ และเปลี่ยนอินทิกรัลจำกัดเขตให้อยู่ในรูปผลรวม แล้วทำการจัดรูป ได้ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) เป็นดังนี้

$$
\begin{aligned}
ZAD \quad &= 2\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{n}{n-i+\frac{1}{2}}\right)\log\left\{\frac{i-\frac{1}{2}}{nF_0\left(X_{(i)}\right)}\right\} + \left(\frac{n}{i-\frac{1}{2}}\right)\log\left\{\frac{n-i+\frac{1}{2}}{n\left\{1-F_0\left(X_{(i)}\right)\right\}}\right\}\right] \\
&= -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\log\left\{F_0\left(X_{(i)}\right)\right\}}{n-i+\frac{1}{2}} + \frac{\log\left\{1-F_0\left(X_{(i)}\right)\right\}}{i-\frac{1}{2}}\right]
\end{aligned}
$$

2.1.4 การทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) (Zhang Cramer-Von Misses test : ZCVM)

Zhang (2002) ได้พัฒนาตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสขึ้นใหม่ ซึ่งสร้างขึ้นมาจากตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นและเปลี่ยนฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักให้เหมาะสม โดยสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่พัฒนาขึ้นใหม่นี้มีประสิทธิภาพที่สูงกว่าสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสแบบดั้งเดิม ตัวสถิติทดสอบนี้หาได้โดยการแทนที่ Z_t ในสมการที่ (1) ด้วย G_t^2 ในสมการที่ (5) และกำหนดฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเป็น $dw(t) = \dfrac{1}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}}dF_0(t)$ ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
ZCVM \quad &= \int_{-\infty}^{\infty} Z_t\,dw(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G_t^2 \frac{1}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}}\,dF_0(t) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} 2n\left[F_n(t)\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \{1-F_n(t)\}\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right]\frac{1}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}}\,dF_0(t) \\
&= 2n\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{F_n(t)}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \frac{\{1-F_n(t)\}}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}}\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right]dF_0(t)\right\}
\end{aligned}
$$

เปลี่ยน $F_n(t)$ ที่ t เป็นค่าต่อเนื่อง ให้เป็นจุดไม่ต่อเนื่อง X_i ที่มีค่า $i = 1,2,\ldots,n$ เป็น $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{i-c}{n+1-2c}$ โดยที่ $0 < c < 1$ ซึ่งจากขั้นตอนการคำนวณของ Zhang (2002) ค่า $c = \dfrac{1}{2}$ จะทำให้ได้ค่า $F_n\left(X_{(i)}\right)$ ที่ดีที่สุด คือ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i-\frac{1}{2}\right)}{n}$ เพราะฉะนั้นจึงเปลี่ยน $F_n(t)$ ให้อยู่ในรูปของ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i-\frac{1}{2}\right)}{n}$ และเปลี่ยนอินทิกรัลจำกัดเขตให้อยู่ในรูปผลรวม แล้วทำการจัดรูป ได้ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) เป็นดังนี้

$$ZCVM = \sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{\frac{1}{F_0\left(X_{(i)}\right)} - 1\right\} - b_{i-1} + b_i\right]^2 + C_n$$

โดยที่ $b_i = i\log\left(\dfrac{i}{n}\right) + (n-i)\log\left(1-\dfrac{i}{n}\right)$ และ C_n เป็นค่าคงที่

เนื่องจาก $b_{i-1} - b_i \approx \log\left\{\left(n-\frac{1}{2}\right)\Big/\left(i-\frac{3}{4}\right) - 1\right\}$

$$ZCVM \approx \sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{\frac{\frac{1}{F_0\left(X_{(i)}\right)} - 1}{\left(n-\frac{1}{2}\right)\Big/\left(i-\frac{3}{4}\right) - 1}\right\}_i\right]^2$$

2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์

การประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นขั้นตอนที่สำคัญในการศึกษาวิจัย เนื่องจากการศึกษาเกี่ยวกับประชากรนั้นเป็นไปได้ยากที่จะศึกษาจากข้อมูลทั้งหมดจากประชากร ดังนั้นจึงต้องทำการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (method of maximum likelihood) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นที่สนใจ

กำหนดให้ $X_1, X_2, ..., X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีค่าเป็นจำนวนจริงขนาด n จากประชากรที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นที่มีพารามิเตอร์ k ตัวเป็น $f(x;\theta_1, \theta_2, ..., \theta_k)$ และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (likelihood function) ของตัวอย่างสุ่มซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วมของตัวอย่างสุ่ม $X_1, X_2, ..., X_n$ เขียนแทนด้วย $L(x_1, x_2, ..., x_n; \theta_1, \theta_2, ..., \theta_k)$ ดังนี้

$$L(x_1, x_2, ..., x_n; \theta_1, \theta_2, \theta_3, ..., \theta_k) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta_1, \theta_2, ..., \theta_k) \qquad \text{โดยที่ } i = 1,2,...,n$$

ซึ่งสามารถหาตัวประมาณค่าด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดได้โดย

1. หาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น นั่นคือ

$$L(x_1, x_2, ..., x_n; \theta_1, \theta_2, \theta_3, ..., \theta_k) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta_1, \theta_2, ..., \theta_k)$$

2. นำค่าที่ได้จากข้อที่ 1. มาใส่ฟังก์ชันลอการิทึม ฐาน e จะได้เป็น

$$\log[L(x_1, x_2, ..., x_n; \theta_1, \theta_2, ..., \theta_k)] = \log\left[\prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta_1, \theta_2, ..., \theta_k)\right]$$

3. หาอนุพันธ์เทียบกับค่าพารามิเตอร์แต่ละตัว จะได้ว่า

$$\frac{\partial \log[L(x_1, x_2, ..., x_n; \theta_1, \theta_2, .., \theta_k)]}{\partial \theta_1} = 0$$

$$\frac{\partial \log[L(x_1, x_2, ..., x_n; \theta_1, \theta_2, .., \theta_k)]}{\partial \theta_2} = 0$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$\frac{\partial \log[L(x_1, x_2, ..., x_n; \theta_1, \theta_2, .., \theta_k)]}{\partial \theta_j} = 0 \qquad \text{เมื่อ } j = 1,2,3,...k$$

4. แก้สมการทั้ง k สมการ เพื่อหาค่า θ_j เมื่อ $j = 1,2,3,...k$ จะได้ค่า $\hat{\theta}_j$ ซึ่งเป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ_j ของฟังก์ชันการแจกแจงตามที่ต้องการ

2.3 การแจกแจงของข้อมูลที่ศึกษา

2.3.1 การแจกแจงปรกติ (normal distribution)

ให้ X เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงปรกติ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad ; \quad -\infty < x < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma^2 > 0$$

โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์บอกตำแหน่ง (location parameter)

σ^2 เป็นพารามิเตอร์บอกขนาด (scale parameter)

มีค่าเฉลี่ย คือ $E(X) = \mu$

มีค่าความแปรปรวน คือ $V(X) = \sigma^2$

มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ คือ $\gamma_1 = 0$

และ มีค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง คือ $\gamma_2 = 3$

เมื่อทำการประมาณค่าด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จะได้ว่า

1. หาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น

$$
\begin{aligned}
L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right) &= \prod_{i=1}^{n} f\left(x_i; \mu, \sigma^2\right) \\
&= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2} \\
&= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^{n} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}
\end{aligned}
$$

2. หา $\log\left[L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right)\right]$

$$
\begin{aligned}
\log\left[L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right)\right] &= \log\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^{n} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}\right] \\
&= n\log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right) + \log\left[\prod_{i=1}^{n} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}\right] \\
&= n\log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right) + \sum_{i=1}^{n} \log\left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}\right] \\
&= n\log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) + n\log\left(\frac{1}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2 \\
&= -n\log\left(\sqrt{2\pi}\right) - \frac{n}{2}\log\left(\sigma^2\right) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu\right)^2
\end{aligned}
$$

3. หาอนุพันธ์ย่อยของ $\log\left[L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right)\right]$ เทียบกับ μ และ σ^2 และกำหนดให้เท่ากับ 0

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \log\left[L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right)\right]}{\partial \mu} &= \frac{\partial\left[-n\log\left(\sqrt{2\pi}\right) - \frac{n}{2}\log\left(\sigma^2\right) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu\right)^2\right]}{\partial \mu} \\
&= \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu\right) \quad = 0
\end{aligned}
$$

จะได้ว่า $$\frac{\partial \log\left[L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right)\right]}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu\right) \quad = 0$$

ดังนั้น $\hat{\mu} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x}$

$$\frac{\partial \log\left[L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right)\right]}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial\left[-n\log\left(\sqrt{2\pi}\right) - \frac{n}{2}\log\left(\sigma^2\right) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\right]}{\partial \sigma^2}$$

$$= -\frac{n}{2}\left(\frac{1}{\sigma^2}\right) + \frac{1}{2\sigma^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 = 0$$

จะได้ว่า $\dfrac{\partial \log\left[L\left(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n; \mu, \sigma^2\right)\right]}{\partial \sigma^2} = -n\sigma^2 + \sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 = 0$

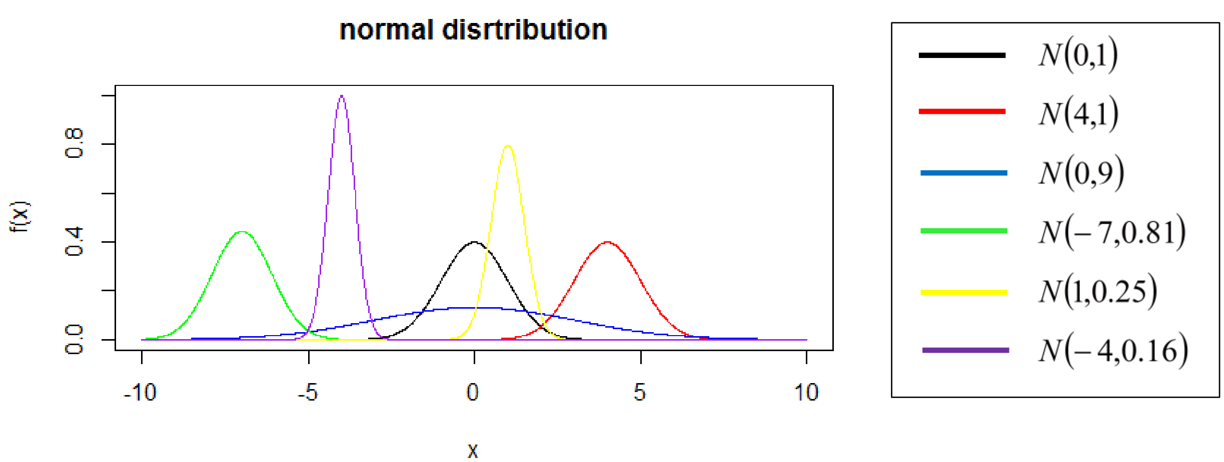
ดังนั้น $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 = n\sigma^2$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n}$$

เนื่องจากจะทำการประมาณความแปรปรวนของค่าตัวอย่าง

เพราะฉะนั้น $\hat{\sigma}^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\hat{\mu})^2}{n-1} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1} = S^2$

กราฟแสดงการแจกแจงดังแสดงในภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 ลักษณะเส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงปรกติ

2.3.2 การแจกแจงที (t distribution)

ให้ X เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงที ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{\upsilon+1}{2}\right)}{\sqrt{\upsilon\pi}\,\Gamma\left(\frac{\upsilon}{2}\right)}\left(1+\frac{x^2}{\upsilon}\right)^{-\frac{\upsilon+1}{2}} \qquad ; \quad -\infty<x<\infty, \quad \upsilon>0$$

โดยที่ υ เป็นพารามิเตอร์บอกองศาเสรี

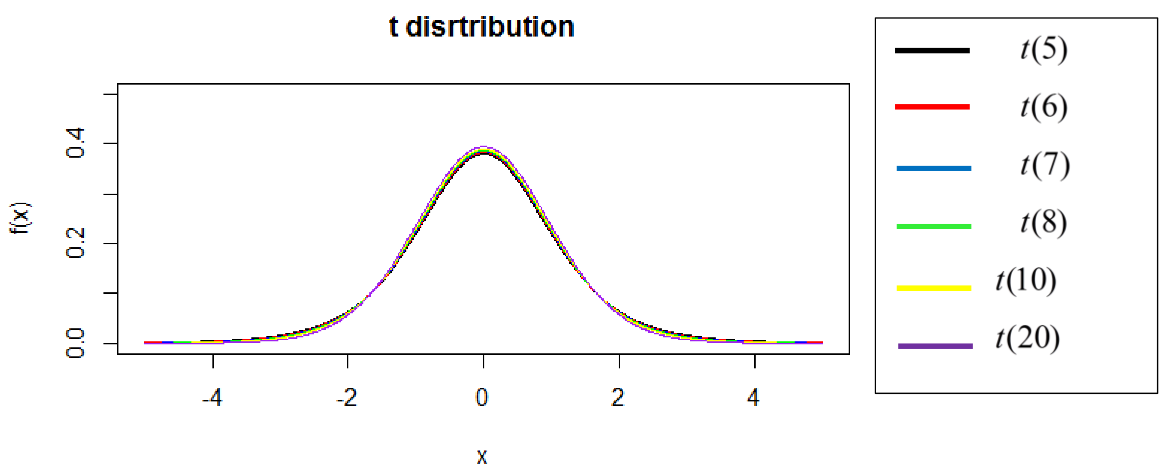
มีค่าเฉลี่ย คือ $E(X)=0 \quad ;\upsilon>1$

มีค่าความแปรปรวน คือ $V(X)=\begin{cases}\dfrac{\upsilon}{\upsilon-2} & ; \quad \upsilon>2\\ \infty & ; \quad 1<\upsilon<2\end{cases}$

มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ คือ $\gamma_1=0 \quad ;\upsilon>3$

และ มีค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง คือ $\gamma_2=\dfrac{6}{\nu-4} \quad ;\upsilon>4$

กราฟแสดงการแจกแจงดังแสดงในภาพที่ 2-2



ภาพที่ 2-2 ลักษณะเส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงที

2.3.3 การแจกแจงแกมมา (gamma distribution)

ให้ X เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x)=\frac{1}{\Gamma(k)\theta^{k}}x^{k-1}e^{-\frac{x}{\theta}} \qquad ; \quad 0<x<\infty, \quad k>0, \quad \theta>0$$

โดยที่ k เป็นพารามิเตอร์บอกรูปร่าง (shape parameter)

θ เป็นพารามิเตอร์บอกขนาด (scale parameter)

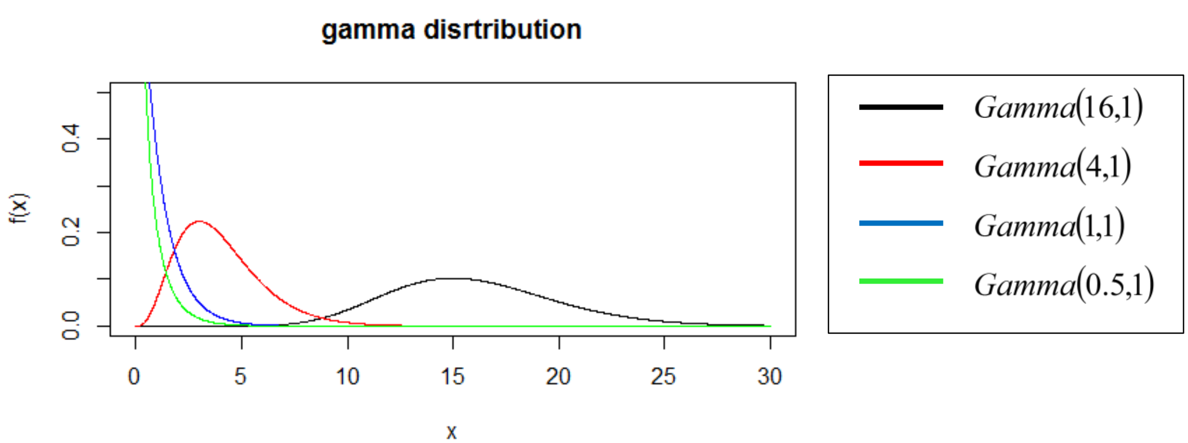
มีค่าเฉลี่ย คือ $E(X)=k\theta$

มีค่าความแปรปรวน คือ $V(X)=k\theta^{2}$

มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ คือ $\gamma_1=\frac{2}{\sqrt{k}}$

และ มีค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง คือ $\gamma_2=\frac{6}{k}$

กราฟแสดงการแจกแจงดังแสดงในภาพที่ 2-3



ภาพที่ 2-3 ลักษณะเส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแกมมา

2.3.4 การแจกแจงบีต้า (beta distribution)

ให้ X เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงบีต้า ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x)=\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\theta^{k}}x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} \qquad ; \quad 0<x<1, \quad \alpha>0, \quad \beta>0$$

โดยที่ α เป็นพารามิเตอร์บอกรูปร่าง (shape parameter)

β เป็นพารามิเตอร์บอกรูปร่าง (shape parameter)

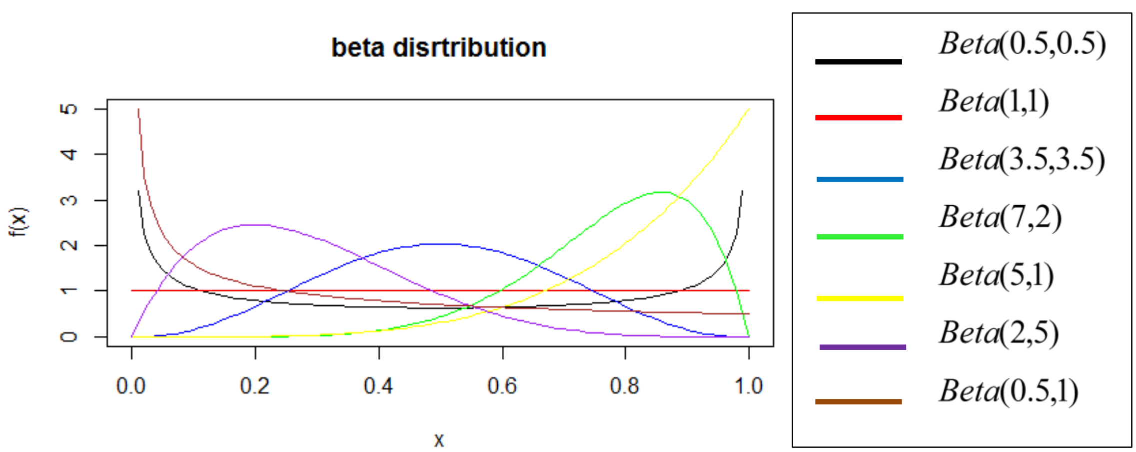
มีค่าเฉลี่ย คือ $E(X)=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$

มีค่าความแปรปรวน คือ $V(X)=\dfrac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$

มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ คือ $\gamma_1=\dfrac{2(\beta-\alpha)\sqrt{\alpha+\beta+1}}{(\alpha+\beta+2)\sqrt{\alpha\beta}}$

และ มีค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง คือ $\gamma_2=\dfrac{6\left[(\alpha-\beta)^2(\alpha+\beta+1)-\alpha\beta(\alpha+\beta+2)\right]}{\alpha\beta(\alpha+\beta+2)(\alpha+\beta+3)}$

กราฟแสดงการแจกแจงดังแสดงในภาพที่ 2-4



ภาพที่ 2-4 ลักษณะเส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงบีต้า

2.3.5 การแจกแจงล็อกนอร์มอล (log-normal distribution)

ให้ X เป็นตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มอล ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x)=\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\log(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad ; \quad 0<x<\infty, \quad -\infty<\mu<\infty, \quad \sigma>0$$

โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์บอกตำแหน่ง (location parameter)

σ เป็นพารามิเตอร์บอกขนาด (scale parameter)

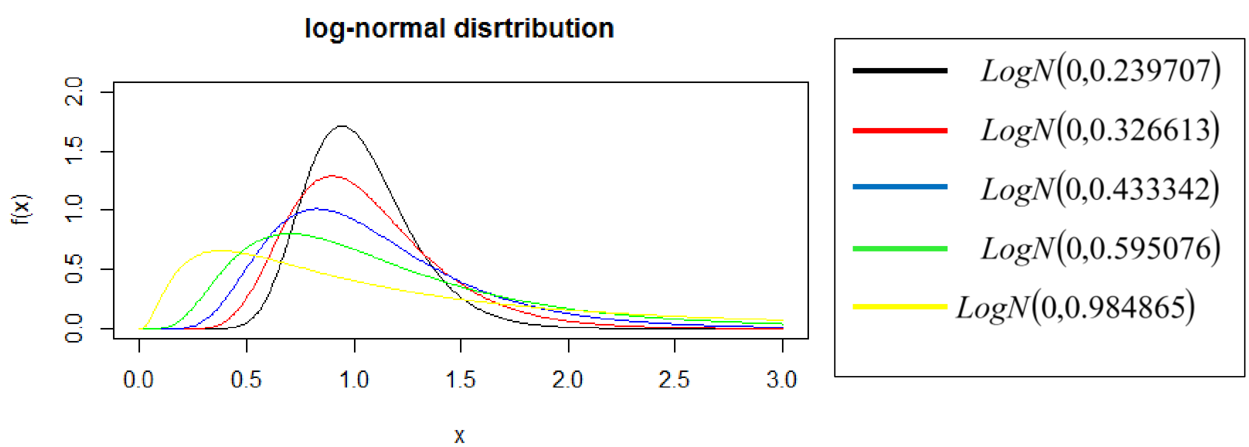
มีค่าเฉลี่ย คือ $E(X)=e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$

มีค่าความแปรปรวน คือ $V(X)=\left(e^{\sigma^2}-1\right)e^{2\mu+\sigma^2}$

มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ คือ $\gamma_1=\left(e^{\sigma^2}+2\right)\sqrt{e^{\sigma^2}-1}$

และ มีค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง คือ $\gamma_2=e^{4\sigma^2}+2e^{3\sigma^2}+3e^{2\sigma^2}-6$

กราฟแสดงการแจกแจงดังแสดงในภาพที่ 2-5



ภาพที่ 2-5 ลักษณะเส้นโค้งของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงล็อกนอร์มอล

2.4 การสร้างค่าวิกฤตของการแจกแจง

ค่าวิกฤตเป็นค่าสถิติที่ใช้ในการแบ่งเขตยอมรับหรือปฏิเสธสมมุติฐานหลัก โดยพิจารณาจากการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวสถิติทดสอบและระดับนัยสำคัญ

หลักการสร้างค่าวิกฤต

ในการสร้างค่าวิกฤตของสถิติทดสอบ หากเราไม่สามารถทราบการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบว่ามีการแจกแจงคล้ายคลึงกับการแจกแจงพื้นฐานใด เราสามารถประมาณค่าวิกฤตได้จากการจำลองแบบ Monte-Carlo โดยการสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา แล้วนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณหาค่าสถิติทดสอบ ทำการจำลองซ้ำหลาย ๆ ชุด จะสารมารถประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบได้ จากนั้นนำค่าสถิติทดสอบมาเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก ค่าสถิติทดสอบตำแหน่งที่1 เปอร์เซนต์ต์ไทล์ 90 95 และ 99 จะเป็นค่าวิกฤตของสถิติทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.1 0.05 และ 0.01 ตามลำดับ

Nahdiya, Mohd and Habshah (2012) ได้นำเสนอวิธีหาค่าวิกฤต โดยจะสามารถหาค่าวิกฤตได้จากการสร้างข้อมูลที่มีการแจกแจงตามที่เราสนใจจำนวนหลายชุดข้อมูลที่มีค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน ในที่นี้คือข้อมูลมีการแจกแจงปรกติที่มีค่าพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ที่แตกต่างกัน วิธีการที่จะได้ข้อมูลเหล่านี้เป็นจำนวนมากที่ง่ายและเร็วที่สุดคือ การจำลองข้อมูลโดยวิธี Monte-Carlo แล้วนำข้อมูลที่ได้ในแต่ละชุดนี้ไปคำนวณหาค่าสถิติทดสอบแต่ละตัว ทำการจำลองซ้ำ ๆ หลาย ๆ ชุดข้อมูล ซึ่งจะสามารถหาค่าวิกฤตได้ 2 วิธี คือ

2.4.1. หาค่าวิกฤตโดยการใช้ฟังก์ชันค่าเฉลี่ย (using mean function)

ในกรณีที่ค่าของตัวสถิติไม่ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ของการแจกแจงข้อมูล แต่จะขึ้นอยู่กับขนาดของข้อมูลนั้น การหาค่าวิกฤตโดยวิธีนี้จะนำค่าสถิติที่ได้จากการคำนวณจากตัวสถิติทดสอบ โดยใช้ข้อมูลที่มีการแจกแจงชนิดเดียวกัน ขนาดตัวอย่างเดียวกัน แต่มีค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันมาทำการหาค่าเฉลี่ย เพื่อหาค่ากลางไว้ใช้อ้างอิงในแต่ละตัวสถิติทดสอบ

2.4.2. หาค่าวิกฤตโดยการใช้ฟังก์ชันพหุนาม (using polynomial function)

ในกรณีที่ค่าของตัวสถิติขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ของการแจกแจงข้อมูล Nahdiya et al. (2012) นำเสนอฟังก์ชันความสัมพันธ์ของค่าวิกฤตและพารามิเตอร์ในรูปสมการพหุนาม

$$y = m_0 + m_1\sigma + m_2\sigma^2 + m_3\sigma^3 + m_4\sigma^4 + \dots$$

โดยที่ y เป็นค่าวิกฤติ

m_i เป็นสัมประสิทธิ์การถดถอย ซึ่ง $i \geq 0$

ซึ่งระดับขั้นพหุนามจะมีค่าขึ้นอยู่กับจำนวนค่าของพารามิเตอร์ σ^2 ที่แตกต่างกัน เช่น เมื่อกำหนดให้ค่า σ^2 มีค่าแตกต่างกัน 4 ค่า สมการพหุนามที่ใช้ในการหาค่าวิกฤตจะกลายเป็น

$$y = m_0 + m_1\sigma + m_2\sigma^2 + m_3\sigma^3 + m_4\sigma^4$$

โดยที่ กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ μ มีค่าคงที่

2.5 เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยมีจุดประสงค์เพื่อนำเสนอตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบใหม่นี้กับตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์, ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง, ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1และกำลังการทดสอบของแต่ละตัวสถิติทดสอบ

โดยทั่วไปในการทดสอบภาวะสารูปดีจะพบว่าผลการทดสอบที่ได้อาจมีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้ 2 ลักษณะ ดังแสดงในตารางที่ 2-1 คือ

1. ความผิดพลาดแบบที่ 1 (α)ซึ่งความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมุติฐานหลัก(H_0) เมื่อสมมุติฐานหลัก(H_0) เป็นจริง ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดในลักษณะแบบนี้ คือ ระดับนัยสำคัญ

2. ความผิดพลาดแบบที่ 2 (β)ซึ่งความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมุติฐานหลัก(H_0) เมื่อสมมุติฐานหลัก (H_0)เป็นเท็จ ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดความผิดพลาดในลักษณะแบบนี้ $(1-\beta)$ คือ กำลังในการทดสอบ

นั่นก็คือ กำลังในการทดสอบ$(1-\beta)$ คือ ความน่าจะเป็นปฏิเสธสมมุติฐานหลัก(H_0) เมื่อสมมุติฐานหลัก(H_0) เป็นเท็จ

สมมุติฐานหลัก(H_0)	ผลการทดสอบ	
	ยอมรับ	ปฏิเสธ
จริง	ตัดสินใจถูก	ความผิดพลาดแบบที่ 1
เท็จ	ความผิดพลาดแบบที่ 2	กำลังการทดสอบ

ในที่นี้ใช้เกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1ทั้งหมด 2 เกณฑ์ คือ

1. เกณฑ์ของ Cochran (Cochran, 1954 อ้างถึงใน ศิริรัตน์ วงศ์ประกรณ์กุล, 2539)

กำหนดให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่เกิดจากการทดสอบเป็น $\hat{\alpha}$ ซึ่งตัวสถิติทดสอบนั้นจะสามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ ก็ต่อเมื่อ

$\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.040, 0.060] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.007, 0.013] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

2. เกณฑ์ของ Bradley (Bradley, 1978 อ้างถึงใน ศิริรัตน์ วงศ์ประกรณ์กุล, 2539)

กำหนดให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่เกิดจากการทดสอบเป็น $\hat{\alpha}$ ซึ่งสถิติทดสอบนั้นจะสามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ ก็ต่อเมื่อ

$\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.025, 0.075] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.005, 0.015] ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ซึ่งถ้า $\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่นอกช่วงที่กำหนดไว้ จะถือว่าตัวสถิติทดสอบนั้นไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

2.6 การหาประมาณกำลังการทดสอบ

กำลังการทดสอบ หมายถึง ความน่าจะเป็นของการปฏิเสธสมมุติฐานหลัก เมื่อสมมุติฐานหลักเป็นเท็จ กล่าวคือ ในการศึกษาครั้งนี้ สมมุติฐานหลักที่สนใจศึกษาคือข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมุติฐานหลักที่ว่า ข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ เมื่อข้อมูลที่นำมาทดสอบไม่ได้มีการแจกแจงปรกติ ซึ่งการศึกษากำลังการทดสอบจะศึกษาโดยการทำการจำลองข้อมูลด้วยวิธี Monte-Carlo ซึ่งเป็นการสร้างข้อมูลให้มีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปรกติ แล้วใช้ตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวทำการทดสอบสมมุติฐานหลัก มาพิจารณาการยอมรับหรือการปฏิเสธสมมุติฐานหลัก โดยการทำซ้ำเพื่อคำนวณความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมุติฐานหลัก ซึ่งตัวสถิติทดสอบมีค่าประมาณกำลังการทดสอบที่สูงนั้นหมายถึงตัวสถิติทดสอบนั่นมีประสิทธิภาพที่มากในการจำแนกข้อมูลว่ามีความแตกต่างจากการแจกแจงของข้อมูลที่สนใจมาก โดยที่ขนาดตัวอย่างและการแจกแจงที่นำมาทดสอบส่งผลต่อประมาณกำลังการทดสอบในทุกตัวสถิติ

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สิริทิพ วะศินรัตน์ (2549) เปรียบเทียบระดับนัยสำคัญที่เกิดขึ้นจริงและกำลังการทดสอบของการทดสอบภาวะสารูปดีของการแจกแจงปรกติ โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ 5 วิธีได้แก่ ตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ตัวสถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่งโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ตัวสถิติทดสอบของเชพพิโร-วิลด์ และตัวสถิติทดสอบของเชพพิโร-ฟรานเซีย เมื่อประชากรมีการแจกแจงปรกติ การแจกแจงที การแจกแจงไคกำลังสอง การแจกแจงบีต้า และการแจกแจงล็อกนอร์มอล โดยมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30, 50 และ 100 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 ทำการจำลองข้อมูลซ้ำในแต่ละลักษณะจำนวน 1,000 ชุด จากการศึกษา พบว่าตัวสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ตัวสถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่งโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นและตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่เกิดขึ้นจริงได้ ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลด์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 เมื่อมีขนาดตัวอย่างเป็น 10, 30 และ 50 แต่ตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-ฟรานเซีย ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่เกิดขึ้นจริงได้ ในส่วนของประมาณกำลังการทดสอบ พบว่าส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลด์และตัวสถิติทดสอบของเชพพิโร-ฟรานเซียมีประมาณกำลังการทดสอบที่สูงในทุกการแจกแจงของข้อมูล รองลงมาเป็นตัวสถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่งโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นและตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบ คอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นมีประมาณกำลังการทดสอบที่ต่ำที่สุด

สุภาวดี วิชิตชาญ (2553) เปรียบเทียบประสิทธิภาพตัวสถิติที่ใช้สำหรับคัดกรองการแจกแจงลอจิสติกจากการแจกแจงปรกติ และศึกษาผลกระทบในการใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงลอจิสติก ได้ผลว่า ในส่วนของตัวสถิติที่ใช้ในการคัดกรองการแจกแจงลอจิสติกจากการแจกแจงปรกติ สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ ให้ค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาคือ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส สถิติทดสอบลิลลีฟอร์ (Lilliefors statistic : LL) สถิติทดสอบแบบไคกำลังสอง (chi – square statistic : χ^2) และสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ตามลำดับ โดยค่าของประมาณกำลังการทดสอบของทุกตัวสถิติจะเพิ่มมากขึ้นเมื่อข้อมูลมีขนาดใหญ่ขึ้น และมีระดับนัยสำคัญสูงขึ้น

อัญชุลี ปิ่นทองพันธ์ และอำไพ ทองธีรภาพ (2558) ศึกษาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 และเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ 5 วิธีได้แก่ สถิติทดสอบบีต้าโดยใช้พื้นฐานการวิเคราะห์การถดถอยแบบโพลีโนเมียล สถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่งโดยใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นสถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่ง สถิติทดสอบของเชพพิโร-วิลด์ และสถิติทดสอบของเชพพิโร-ฟรานเซีย เมื่อประชากรมีการแจกแจงปรกติ การแจกแจงที การแจกแจงไคกำลังสอง การแจกแจงบีต้า และการแจกแจงไวบูลล์ โดยมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 50 และ 100 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 ทำการจำลองข้อมูลซ้ำในแต่ละลักษณะจำนวน 1,000 ชุด พบว่าสถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่งที่ใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น และสถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่ง สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่าง ส่วนสถิติทดสอบบีต้าโดยใช้พื้นฐานการวิเคราะห์การถดถอยแบบโพลีโนเมียล และสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลด์ สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 ได้เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 50 ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-ฟรานเซีย ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่าง สำหรับการประมาณกำลังการทดสอบ พบว่า สถิติแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่งที่ใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด รองลงมาสถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่ง

Stephens (1974) (อ้างอิงใน สายทอง แจ่มใจ, 2547) ได้เปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี โดยนำสถิติทดสอบที่นิยมใช้ 5 วิธี มาเปรียบเทียบกัน ได้แก่ สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส สถิติทดสอบคูเปอร์ (Kuiper statistic : V) สถิติทดสอบวัตสัน (Watson’s statistic : U^2) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มาปรับด้วยค่าคงที่และขนาดตัวอย่าง (n) ภายใต้สถานการณ์ 3 สถานการณ์คือ 1) เมื่อการแจกแจงของประชากรที่คาดไว้ภายใต้ H_0 ถูกกำหนดไว้อย่างชัดเจน เรียกว่ากรณี 0 (Case 0) 2) เมื่อการแจกแจงของประชากรเป็นการแจกแจงปรกติ ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ซึ่งเรียกกรณี 3 (Case 3) 3) เมื่อการแจกแจงของประชากรเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียลไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ ซึ่งเรียกกรณี 4 (Case4) โดยที่ค่าวิกฤติของสถิติทดสอบถูกสร้างขึ้นจากการจำลอง พบว่าในการทดสอบการแจกแจงปรกติ สำหรับกรณี 3 สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบน้อยที่สุด ในขณะที่สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส จะมีค่าประมาณกำลังการทดสอบดีที่สุด

Zhang (2002) ได้นำเสนอสถิติที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดีขึ้นมาใหม่ โดยเปลี่ยนตัวสถิติไคกำลังสองที่ใช้ในการสร้างสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สถิติทดสอบคาแมร์- ฟอนมิส

และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง เปลี่ยนมาเป็นตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (likelihood ratio statistic) ซึ่งจะได้ตัวสถิติทดสอบขึ้นมาใหม่ 3 ชนิด คือ สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002)และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) เมื่อทำการนำค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบตัวใหม่เหล่านี้ไปเปรียบเทียบกับสถิติทดสอบแบบดั้งเดิม พบว่า สถิติทดสอบที่ปรับปรุงโดย Zhang มีกำลังสูงกว่าสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงในทุกกรณี โดยเฉพาะอย่างยิ่งสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ในทุกขนาดตัวอย่าง

Chaichatschwal and Budsaba (2007) ได้ทำการศึกษา เพื่อเลือกสถิติทดสอบที่ดีที่สุด สำหรับการทดสอบภาวะสารูปดีจากตัวสถิติทดสอบทั้งหมด 6 วิธี ได้แก่ สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลด์ และสถิติทดสอบเชพพิโร-ฟรานเซีย ที่ขนาดตัวอย่างเป็น 10, 30, 50, 70 และ 100 ผลปรากฏว่า สถิติทดสอบที่ศึกษาสามารถความคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่าง นอกจากนี้ ขนาดตัวอย่างและการแจกแจงที่นำมาทดสอบมีผลต่อค่ากำลังการทดสอบในทุกตัวสถิติ โดยสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่ากำลังการทดสอบที่สูงกว่าสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ 50 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงใกล้เคียงปรกติและการแจกแจงสมมาตรหางยาว สถิติทดสอบเชพพิโร-ฟรานเซียจะมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลด์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงสมมาตรหางสั้นและข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่สมมาตรทั้งหางยาวและหางสั้น สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลด์ จะมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบเชพพิโร-ฟรานเซีย

Razali and Wah (2011) ศึกษาถึงการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบที่เป็นที่นิยม 4 วิธี ได้แก่ สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สถิติทดสอบลิลลีฟอร์และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง โดยจำลองข้อมูลจากวิธีมอนติ คาร์โล ให้มีขนาดตัวอย่างเป็น 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500 และ 2000 ทำการจำลอง

ข้อมูลซ้ำในแต่ละลักษณะจำนวน 10,000 ชุด ผลที่ได้จากการศึกษาจะเห็นได้ว่า เมื่อทำการทดสอบการแจกแจงปรกติ สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด ในอันดับถัดมาสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน–ดาร์ลิง สถิติทดสอบลิลลีฟอร์ และสถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ตามลำดับ แต่อย่างไรก็ตาม ค่าประมาณกำลังการทดสอบของทั้ง 4 สถิติทดสอบมีค่าที่น้อยเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก

Yap and Sim (2011) ศึกษาถึงการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบในการทดสอบการแจกแจงปรกติ 8 สถิติทดสอบ คือ สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สถิติทดสอบลิลลีฟอร์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน- ดาร์ลิง สถิติทดสอบดี อากอสทิโน่–เพียร์สัน (D’Agostino–Pearson statistic) สถิติทดสอบจาร์ควา–เบร่า (Jarque–Bera statistic) และสถิติทดสอบแบบไคกำลังสอง (chi–square statistic : χ^2) ซึ่งจำลองข้อมูลจากวิธีมอนติคาร์โล โดยจำลองสมมุติฐานทางเลือกออกเป็น 3 ลักษณะการแจกแจง คือ การแจกแจงที่สมมาตรหางสั้น การแจกแจงที่สมมาตรหางยาว และการแจกแจงที่ไม่สมมาตร ผลการจำลองพบว่า เมื่อมีการแจกแจงสมมาตรหางสั้น สถิติสถิติทดสอบดี อากอสทิโน่–เพียร์สันและสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ มีประมาณกำลังการทดสอบที่ดีกว่าสถิติทดสอบอื่น แต่ถ้ามีการแจกแจงสมมาตรหางยาว สถิติทดสอบจาร์ควา– เบร่าและสถิติทดสอบดี อากอสทิโน่–เพียร์สัน มีประมาณกำลังการทดสอบที่ใกล้เคียงกับสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ ในขณะที่เมื่อมีการแจกแจงที่ไม่สมมาตร สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบที่สูงที่สุด รองลงมาเป็นสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง

Nahdiya et al. (2012). ศึกษาการเปรียบเทียบประมาณกำลังการทดสอบในการทดสอบการแจกแจงกัมเบล (Gumbel Distribution) 6 สถิติทดสอบ คือ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน–ดาร์ลิงที่ปรับปรุง (modified Anderson-Darling statistic : B^2) สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบเหลียว-ชิโมกาวา(Liao-Shimokawa statistic : L_n) โดยมีวิธีสร้างค่าวิกฤต 2 วิธี วิธีแรกสร้างจากการหาค่าเฉลี่ยค่าวิกฤตในแต่ละ σ ส่วนอีกหนึ่งวิธีหาการหาพหุนามความสัมพันธ์ ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยพบว่า ไม่ว่าจะหาค่าวิกฤติแบบใด ค่าวิกฤตที่ได้มีความน่าเชื่อถือที่ไม่แตกต่างกัน ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก วิธีพหุนามความสัมพันธ์จะมีความแม่นยำกว่าวิธีหาค่าเฉลี่ย ในส่วนของกำลังการทดสอบ พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน–ดาร์ลิงให้ค่าประมาณกำลังการทดสอบที่สูงที่สุด

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อนำเสนอสถิติทดสอบภาวะสารูปดีที่ได้พัฒนาขึ้นใหม่ และทำการทดสอบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบตัวใหม่ คือ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงกับสถิติทดสอบชนิดต่างๆ ที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงปรกติ เนื่องจากการแจกแจงปรกติเป็นส่วนสำคัญในหลายๆข้อสมมุติที่ใช้ในการทดสอบทางสถิติ โดยที่การจำลองสถานการณ์ในงานชิ้นนี้ใช้โปรแกรม R เวอร์ชั่น 3.1.0 ในการประมวลผล

3.1 ขอบเขตการจำลองข้อมูล

กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ ในการจำลองข้อมูล ดังนี้

3.1.1. ลักษณะการแจกแจงของประชากร

ทำการจำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงปรกติ ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบสมมาตร โดยผู้วิจัยได้กำหนดค่าพารามิเตอร์บอกตำแหน่งให้มีค่าแตกต่างกัน ทั้งค่าที่เป็นบวก ลบ และศูนย์ และกำหนดพารามิเตอร์บอกขนาด ให้มีการกระจายน้อยไปจนถึงมีการกระจายมาก มีการแจกแจง ดังต่อไปนี้

กำหนดประชากรที่ใช้ในการสร้างค่าวิกฤต

การแจกแจงปรกติที่มีค่าพารามิเตอร์บอกตำแหน่ง μ มีค่าเป็น -10, -5, 0, 5 และ 10 และมีค่าพารามิเตอร์บอกขนาด σ^2 มีค่าเป็น 0.25, 0.5, 1, 2 และ 4

กำหนดประชากรที่ใช้ในการทดสอบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1

การแจกแจงปรกติ $\left(N\left(\mu,\sigma^2\right)\right)$ ที่มีค่าพารามิเตอร์เป็น (4, 1), (0, 9), (-7, 0.81), (1, 0.25), (-4, 0.16) , (15, 0.04) และ (-20, 3)

กำหนดลักษณะของข้อมูลตามสมมุติฐานทางเลือก เพื่อใช้ในการศึกษากำลังการทดสอบ

การกำหนดการแจกแจงที่มีค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันนั้น จะกำหนดจากขอบเขตของการจำลองข้อมูลตามสัมประสิทธิ์ค่าความเบ้ (γ_1) และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง (γ_2) ของการแจกแจงที่

แตกต่างกัน (Shapiro, 1968 อ้างถึงใน Chaichatschwal & Budsaba, 2007) ซึ่งจะสามารถจำแนกประเภทของการแจกแจงได้ดังนี้

1. การแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปรกติ
2. การแจกแจงสมมาตรหางยาว
3. การแจกแจงสมมาตรหางสั้น
4. การแจกแจงไม่สมมาตรหางยาว
5. การแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้น

เนื่องจากการแจกแจงมีหลายประเภทจึงเลือกการแจกแจงในแต่ละประเภทให้มีลักษณะคล้ายการแจกแจงปรกติมากไปจนถึงการแจกแจงแบบเบ้ที่แตกต่างจากการแจกแจงปรกติ เพื่อที่จะทดสอบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวว่าตัวสถิติทดสอบตัวใดมีค่ากำลังการทดสอบที่สูงกว่ากันภายใต้สถานการณ์ที่หลากหลาย ดังนั้นจึงทำการเลือกการแจกแจงพร้อมทั้งกำหนดค่าพารามิเตอร์ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 แสดงค่าพารามิเตอร์ สัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงที่สอดคล้องกับประเภทของการแจกแจง

ลักษณะการแจกแจง	เงื่อนไข	การแจกแจงที่เข้ากับเงื่อนไข
การแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปรกติ	$\gamma_1 = 0$ $2.5 < \gamma_2 < 4.5$	$t(8)$ $t(10)$ $t(20)$
การแจกแจงสมมาตรหางยาว	$\gamma_1 = 0$ $\gamma_2 > 4.5$	$t(5)$ $t(6)$ $t(7)$
การแจกแจงสมมาตรหางสั้น	$\gamma_1 = 0$ $\gamma_2 < 2.5$	$Beta(0.5,0.5)$ $Beta(1,1)$ $Beta(3.5,3.5)$
การแจกแจงไม่สมมาตรหางยาว	$\|\gamma_1\| = 0.3$ $\gamma_2 > 3$	$Gamma(0.5,1)$ $Gamma(1,1)$ $Beta(7,2)$ $Beta(5,1)$ $LogN(0,0.433342)$ $LogN(0,0.595076)$ $LogN(0,0.984865)$
การแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้น	$\|\gamma_1\| = 0.3$ $\gamma_2 < 3$	$Gamma(4,1)$ $Gamma(16,1)$ $Beta(2,5)$ $Beta(0.5,1)$ $LogN(0,0.239707)$ $LogN(0,0.326613)$

3.1.2. ขนาดตัวอย่าง (n)

ในแต่ละลักษณะการแจกแจงกำหนดตัวอย่างมีขนาด 10, 20, 30, 50,70, 100 และ 200

3.1.3. ระดับนัยสำคัญ (α)

ทำการทดสอบสมมุติฐานโดยกำหนดระดับนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 และ 0.01

3.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

สถิติทดสอบที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยชิ้นนี้ มีด้วยกัน 5 สถิติทดสอบ ได้แก่ สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย

Zhang (2002) สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง ซึ่งเป็นตัวสถิติทดสอบที่ถูกพัฒนาขึ้นมาใหม่ โดยสามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้จากสูตร ดังนี้

3.2.1. สถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์

$$SW = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} a_i Y_{(i)}\right]^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}$$

โดยที่ $a' = m'V^{-1}\left(m'V^{-1}m\right)^{-\frac{1}{2}}$

3.2.2 สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง

$$AD = -\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(i-\frac{1}{2}\right)\log\left\{F_0\left(X_{(i)}\right)\right\} + \left(n-i+\frac{1}{2}\right)\log\left\{1-F_0\left(X_{(i)}\right)\right\}\right] - n$$

3.2.3. สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002)

$$ZAD = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\log\left\{F_0\left(X_{(i)}\right)\right\}}{n-i+\frac{1}{2}} + \frac{\log\left\{1-F_0\left(X_{(i)}\right)\right\}}{i-\frac{1}{2}}\right]$$

3.2.4 สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002)

$$ZCVM = \sum_{i=1}^{n}\left[\log\left\{\frac{F_0\left(X_{(i)}\right)^{-1}-1}{\left(n-\frac{1}{2}\right)\Big/\left(i-\frac{3}{4}\right)-1}\right\}\right]^2$$

3.2.5 สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อคภาวะจะเป็นที่ปรับปรุง (modified log likelihood ratio Anderson Darling : MLAD)

สถิติทดสอบนี้ถูกสร้างขึ้นมาใหม่ ซึ่งมีแนวคิดมาจากการเปลี่ยนตัวสถิติที่ถูกแทนลงใน Z_t ในสมการที่ (1) ที่จากดั้งเดิมใช้ตัวสถิติไคกำลังสอง $\left(\chi_t^2\right)$ ซึ่งจะได้สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงและสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิส หรือใช้ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น $\left(G_t^2\right)$ ซึ่งจะได้สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ ที่ปรับปรุง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงและสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุง ตามผลงานวิจัยของ Zhang (2002) โดยเปลี่ยนตัวสถิติที่ถูกแทนลงใน Z_t มาเป็น ตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

$\left(GM_t^2\right)$ (Gokhale และ Kullback (1978)) และเลือกฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักให้เหมาะสม จะได้ตัวสถิติตัวใหม่ขึ้นมา ดังนั้น เมื่อแทนค่า Z_t ในสมการที่ (1) ด้วย GM_t^2 ในสมการที่ (6) และกำหนดฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเป็น $dw(t)=\frac{1}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}}dF_0(t)$ เนื่องจากจะทำให้เกิดการจัดรูปของตัวแปรที่ง่ายขึ้น

3.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์

ในการทดสอบการแจกแจงปรกติของข้อมูล ค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงปรกติสามารถถูกประมาณค่าด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดซึ่งได้คำนวณได้จากสูตร ดังนี้

$$\hat{\mu}=\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$$

และ

$$\hat{\sigma}^2=S^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n-1}$$

3.4 ขั้นตอนในการวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัยแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 สร้างค่าวิกฤติของสถิติทดสอบที่พัฒนาขึ้นใหม่สำหรับทดสอบการแจกแจงปรกติ

1. สร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงปรกติที่มีพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่างตามที่กำหนดไว้ในขอบเขตการจำลองข้อมูล

2. ประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จากนั้นนำไปแทนค่าในฟังก์ชันการแจกแจง

3. คำนวณตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

4. ทำซ้ำ ข้อ 1 ถึง ข้อ 3 จำนวน 100,000 รอบ

5. เก็บค่าสถิติทดสอบที่ได้ในแต่ละวิธีในข้อที่ 4 แล้วนำค่าสถิติทดสอบเหล่านั้นมาเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก

6. นำค่าสถิติจากข้อ 5 ในตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 99 และ95 เป็นค่าวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 และ0.05 ตามลำดับในแต่ละตัวสถิติ

7. ทำซ้ำในข้อ 1 ถึงข้อ 6 จนกระทั่งครบทุกค่าพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่าง

8. นำค่าวิกฤตในข้อ 7 ในแต่ละขนาดตัวอย่างมาหาค่าเฉลี่ยในทุกค่าพารามิเตอร์ เพื่อเป็นตัวแทนค่าวิกฤตในแต่ละขนาดตัวอย่าง และทำซ้ำในทุกขนาดตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 2 การคำนวณค่าประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 เมื่อทดสอบการแจกแจงปรกติ โดยกำหนดสมมุติฐานในการทดสอบ ดังนี้

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ

1. สร้างตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงปรกติที่มีพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่างตามที่ได้กำหนดไว้ในขอบเขตการจำลองข้อมูล

2. ประมาณค่าพารามิเตอร์ μ และ σ^2 เพื่อนำไปใช้ในการหาค่าฟังก์ชันสะสมของการแจกแจงปรกติ

3. คำนวณค่าสถิติของตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ โดยใช้ฟังก์ชัน shapiro.test ในโปรแกรม R และเปรียบเทียบค่า p-value กับค่าระดับนัยสำคัญ แล้วพิจารณาผลการทดสอบสมมุติฐานหลัก (I) โดยกำหนดให้

$$I = \begin{cases} p-value > \alpha, & \text{ปฏิเสธ } H_0 \\ p-value \le \alpha, & \text{ยอมรับ } H_0 \end{cases}$$

4. ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

5. เปรียบเทียบค่าสถิติของตัวสถิติทดสอบในข้อ 4 กับค่าวิกฤตที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 ที่ขนาดตัวอย่างเดียวกัน แล้วพิจารณาผลการทดสอบสมมุติฐานหลัก (I) โดยกำหนดให้

$$I = \begin{cases} 1, & \text{ปฏิเสธ } H_0 \\ 0, & \text{ยอมรับ } H_0 \end{cases}$$

6. ทำซ้ำข้อ 1 ถึงข้อ 5 เป็นจำนวน 10,000 รอบ

7. คำนวณหาค่าประมาณค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 $(\hat{\alpha})$ ได้โดยการนับจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมุติฐานหลักหารด้วยจำนวนรอบที่ทำซ้ำ นั่นคือ 10,000 รอบ

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{10000} I_i}{10000} \qquad \text{โดยที่ } i = 1,2,3,\ldots 10000$$

8. นำค่าประมาณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 $(\hat{\alpha})$ จากข้อ 6 เทียบกับเกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1ของ Cochran (Cochran, 1954 อ้างอิงใน ศิริรัตน์ วงศ์ประกรณ์กุล, 2539) และ Bradley (Bradley, 1978 อ้างอิงใน ศิริรัตน์ วงศ์ประกรณ์กุล, 2539) โดยที่

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เกณฑ์ของ Cochran ค่า $\hat{\alpha}$ จะอยู่ในช่วง [0.007 , 0.013]

เกณฑ์ของ Bradley ค่า $\hat{\alpha}$ จะอยู่ในช่วง [0.005 , 0.015]

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เกณฑ์ของ Cochran ค่า $\hat{\alpha}$ จะอยู่ในช่วง [0.040 , 0.060]

เกณฑ์ของ Bradley ค่า $\hat{\alpha}$ จะอยู่ในช่วง [0.025 , 0.075]

จะเห็นได้ว่า เกณฑ์ของ Cochran มีช่วงที่แคบกว่าเกณฑ์ของ Bradley เพราะฉะนั้น ถ้าค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ได้จากการทดลองในข้อ 6 มีค่าอยู่ในช่วงของเกณฑ์ Cochran จะได้ว่าค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 มีค่าใกล้เคียงกับระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ แต่ถ้าอยู่นอกช่วงของเกณฑ์ Cochran แต่ไม่เกินเกณฑ์ของ Bradley หมายความว่าค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ยังมีค่าพอยอมรับได้ว่าเป็นระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ ในขณะที่ถ้าค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ได้จากการทดลองในข้อ 6 มีค่าอยู่นอกช่วงของเกณฑ์ของ Bradley นั่นหมายความว่าสถิติทดสอบไม่สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1ได้

ขั้นตอนที่ 3 การคำนวณค่าประมาณกำลังการทดสอบ

โดยกำหนดสมมุติฐานในการทดสอบ ดังนี้

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ

1. สร้างตัวอย่างสุ่มที่ไม่ได้มีการแจกแจงปรกติ ในที่นี้จะสร้างตัวอย่างสุ่มที่มีการแจกแจงทีการแจกแจงบีต้า การแจกแจงแกมมาและการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่มีพารามิเตอร์และขนาดตัวอย่างตามที่ได้กำหนดไว้ในขอบเขตการจำลองข้อมูล

2. ประมาณค่าพารามิเตอร์ μ และ σ^2 เพื่อนำไปใช้ในการหาค่าฟังก์ชันสะสมของการแจกแจงปรกติ

3. คำนวณค่าสถิติของตัวสถิติทดสอบเชพพิโร-วิลค์ โดยใช้ฟังก์ชัน shapiro.test และเปรียบเทียบค่า p-value กับค่าระดับนัยสำคัญ แล้วพิจารณาผลการทดสอบสมมุติฐานหลัก (I) โดยกำหนดให้

$$I = \begin{cases} p - value > \alpha, & \text{ปฏิเสธ } H_0 \\ p - value \le \alpha, & \text{ยอมรับ } H_0 \end{cases}$$

4. ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

5. เปรียบเทียบค่าสถิติของตัวสถิติทดสอบในข้อ 4 กับค่าวิกฤตที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 ที่ขนาดตัวอย่างเดียวกัน แล้วพิจารณาผลการทดสอบสมมุติฐานหลัก (I) โดยกำหนดให้

$$I = \begin{cases} 1, & \text{ปฏิเสธ } H_0 \\ 0, & \text{ยอมรับ } H_0 \end{cases}$$

6. ทำซ้ำข้อ 1ถึงข้อ 5 เป็นจำนวน 10,000 รอบ

7. คำนวณหาค่าประมาณกำลังการทดสอบ $\left(1-\hat{\beta}\right)$ โดยการนับจำนวนครั้งในการปฏิเสธสมมุติฐานหลักหารด้วยจำนวนรอบที่ทำซ้ำ นั่นคือ 10,000 รอบ

$$1-\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{10000} I_i}{10000} \qquad \text{โดยที่ } i = 1,2,3,\ldots 10000$$

8. นำค่าประมาณกำลังการทดสอบที่ได้จากข้อ 6 ของแต่ละตัวสถิติทดสอบมาเปรียบเทียบกัน โดยที่ตัวสถิติทดสอบใดมีค่าประมาณกำลังการทดสอบมากที่สุด นั่นคือ ตัวสถิติทดสอบนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุด

บทที่ 4
ผลการวิจัย

ในบทนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอสถิติทดสอบที่ภาวะสารูปดีแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง เพื่อใช้สำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ พร้อมทั้งหาค่าวิกฤตของสถิติทดสอบ เพื่อนำไปใช้ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงที่นำเสนอกับสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาข้อมูลที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 30, 50, 70, 100 และ 200 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

สัญกรณ์ต่าง ๆ ในงานวิจัย

SW หมายถึง สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์

AD หมายถึง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง

ZAD หมายถึง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002)

$ZCVM$ หมายถึง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002)

$MLAD$ หมายถึง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

α หมายถึง ระดับนัยสำคัญ

n หมายถึง ขนาดตัวอย่าง

ผลการวิจัยถูกนำเสนอเป็น 4 ส่วน คือ

1. ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง
2. ค่าวิกฤตของสถิติทดสอบต่าง ๆ
3. ความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1ของสถิติทดสอบต่าง ๆ
4. กำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ

4.1 ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง

กำหนดให้ $X_1, X_2, ..., X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มแบบต่อเนื่อง (continuous random sample) ที่มีค่าเป็นจำนวนจริงซึ่งมีขนาดตัวอย่าง n และเป็นอิสระต่อกัน และมี $F(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (cumulative distribution function) ของตัวอย่างสุ่มนี้ซึ่งมีสถิติอันดับเป็น $X_{(1)}, X_{(2)}, ..., X_{(n)}$ โดยมีสมมุติฐานที่ใช้ ในการทดสอบการแจกแจงของประชากรของข้อมูล คือ

$$H_0 : F(x) = F_0(x) \qquad \text{สำหรับทุกค่าของ } x \in (-\infty, \infty)$$

และสมมุติฐานทางเลือกคือ

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x) \qquad \text{สำหรับบางค่าของ } x \in (-\infty, \infty)$$

โดยที่ $F_0(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงที่สนใจ

จากงานวิจัยของ Zhang (2002) แสดงให้เห็นว่าสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐานมาจากพื้นฐานของสถิติทดสอบ Z นั่นคือ

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t dw(t) \qquad , t \in (-\infty, \infty)$$

ในการสร้างตัวสถิติทดสอบใหม่ เลือก $w(t)$ เป็น $dw(t) = \frac{1}{F_0(t)\{1 - F_0(t)\}} dF_0(t)$ และแทนที่ Z_t ด้วย $2nI_t^{\lambda} = \frac{2n}{\lambda(\lambda+1)}\left[F_n(t)\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\}^{\lambda} + \{1 - F_n(t)\}\left\{\frac{1 - F_n(t)}{1 - F_0(t)}\right\}^{\lambda} - 1 \right]$ โดยที่กำหนดให้ $\lambda = -1$ คือตัวสถิติแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง (GM_t^2)

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 2nI_t^{-1} &= \frac{2n}{-1(0)}\left[F_n(t)\left\{\frac{F_0(t)}{F_n(t)}\right\} + \{1 - F_n(t)\}\left\{\frac{1 - F_0(t)}{1 - F_n(t)}\right\} - 1 \right] \\ &= \frac{2n}{-1(0)}\left[F_0(t) + \{1 - F_0(t)\} - 1 \right] = \frac{0}{0} \end{aligned}$$

ใช้กฎของโลปิตาล จะได้ค่า

$$GM_t^2 = -2n\left[F_0(t)\log\left[\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right] + \{1 - F_0(t)\}\log\left[\frac{1 - F_n(t)}{1 - F_0(t)}\right]\right]$$

โดยที่ $F_n(t)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงของตัวอย่างสุ่ม

$F_0(t)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงที่สนใจจากสมมุติฐาน

จะได้ว่า

$$MLAD = \int_{-\infty}^{\infty} Z_t dw(t) = \int_{-\infty}^{\infty} GM_t^2 \frac{1}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}} dF_0(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} -2n\left[F_0(t)\log\left[\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right] + \{1-F_0(t)\}\log\left[\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right]\right]\frac{1}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}} dF_0(t)$$

$$MLAD = -2n\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{\{1-F_0(t)\}}\log\left\{\frac{F_n(t)}{F_0(t)}\right\} + \frac{1}{F_0(t)}\log\left\{\frac{1-F_n(t)}{1-F_0(t)}\right\}\right]dF_0(t)\right\}$$

จากงานวิจัยของ Zhang (2002) ในการเปลี่ยน $F_n(t)$ ที่ t เป็นค่าต่อเนื่อง ให้เป็นจุดไม่ต่อเนื่อง X_i ที่มีค่า $i = 1,2,\ldots,n$ เป็น $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{i-c}{n+1-2c}$ โดยที่ $0 < c < 1$ ซึ่งจากขั้นตอนการคำนวณของ Zhang (2002) ค่า $c = \dfrac{1}{2}$ จะทำให้ได้ค่า $F_n\left(X_{(i)}\right)$ ที่ดีที่สุด คือ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i-\frac{1}{2}\right)}{n}$ เพราะฉะนั้นจึงเปลี่ยน $F_n(t)$ ให้อยู่ในรูปของ $F_n\left(X_{(i)}\right) = \dfrac{\left(i-\frac{1}{2}\right)}{n}$ และเปลี่ยนอินทิกรัลจำกัดเขตให้อยู่ในรูปผลรวม แล้วทำการจัดรูป ได้ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อคภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงเป็นดังนี้

$$MLAD = -2\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{1-F_0(X_{(i)})}\log\left[\frac{\frac{\left(i-\frac{1}{2}\right)}{n}}{F_0(X_{(i)})}\right] + \frac{1}{F_0(X_{(i)})}\log\left[\frac{1-\frac{\left(i-\frac{1}{2}\right)}{n}}{\left(1-F_0(X_{(i)})\right)}\right]\right)$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{1-F_0(X_{(i)})}\log\left[\frac{i-\frac{1}{2}}{nF_0(X_{(i)})}\right] + \frac{1}{F_0(X_{(i)})}\log\left[\frac{n-i+\frac{1}{2}}{n\left(1-F_0(X_{(i)})\right)}\right]\right)$$

4.2 ค่าวิกฤตของสถิติทดสอบต่าง ๆ

ในส่วนนี้ผู้จัยนำเสนอค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย

Zhang (2002) และตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อคภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงในการทดสอบการแจกแจงปรกติที่มีขนาดตัวอย่างและระดับนัยสำคัญตามที่กำหนดไว้

จากขั้นตอนวิธีการสร้างค่าวิกฤต (ดังแสดงในบทที่ 3) ค่าวิกฤติที่ได้มีค่าใกล้เคียงในแต่ละชุดพารามิเตอร์ เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเท่ากัน (ดังแสดงในภาคผนวก ก.) ซึ่งจะเห็นว่าค่าวิกฤติของแต่ละตัวสถิติทดสอบไม่ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง จึงนำค่าวิกฤตที่ได้ในแต่ละชุดพารามิเตอร์ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากันมาหาค่าเฉลี่ยเพื่อเป็นตัวแทนของค่าวิกฤตในขนาดตัวอย่างนั้น ๆ ซึ่งแสดงผลได้ดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ค่าวิกฤตของสถิติทดสอบต่าง ๆ สำหรับทดสอบการแจกแจงปรกติ

n	$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.6866	3.4966	6.6456	6.7181	0.9380	3.6328	9.1530	13.0272
20	0.7219	3.4524	9.1633	12.4668	0.9900	3.5429	13.1401	33.2813
30	0.7324	3.4217	10.6650	16.5951	1.0062	3.4898	15.5221	51.3162
50	0.7399	3.3873	12.5774	22.1762	1.0181	3.4340	18.4670	77.5985
70	0.7437	3.3682	13.8330	25.9471	1.0217	3.4048	20.3998	96.9497
100	0.7457	3.3513	15.1456	29.8356	1.0259	3.3790	22.2536	115.4062
200	0.7489	3.3270	17.6834	36.5305	1.0309	3.3434	25.6912	147.1311

จากตารางที่ 4-1 แสดงค่าวิกฤตของสถิติทดสอบต่าง ๆ สำหรับทดสอบการแจกแจงปรกติ จะเห็นได้ว่าในทุกระดับนัยสำคัญค่าวิกฤติของสถิติทดสอบ แอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อคภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงที่นำมาเสนอ จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น แต่สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ค่าวิกฤตจะมีค่าลดลง เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากขึ้น

4.3 ความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของสถิติทดสอบต่าง ๆ

ในส่วนนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อคภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 และ 0.01 โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของ Cochran (Cochran, 1954) และ Bradley (Bradley, 1978 อ้างถึงใน ศิริรัตน์ วงศ์ประกรณ์กุล, 2539) ดังนี้

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เกณฑ์ของ Cochran ค่า $\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.040, 0.060]

เกณฑ์ของ Bradley ค่า $\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.025, 0.075]

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เกณฑ์ของ Cochran ค่า $\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.007, 0.013]

เกณฑ์ของ Bradley ค่า $\hat{\alpha}$ มีค่าอยู่ในช่วง [0.005, 0.015]

ซึ่งผลการจำลองสถานการณ์แสดงได้ดังตารางที่ 4-2 และ 4-3 นี้

ตารางที่ 4-2 ค่าประมาณความผิดพลาดแบบที่ 1 ของสถิติทดสอบต่าง ๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

n	$H_0: N(4,1)$					$H_0: N(0,9)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0475	0.0515	0.0508	0.0500	0.0507	0.0474	0.0499	0.0470	0.0504	0.0486
20	0.0500	0.0500	0.0492	0.0486	0.0476	0.0504	0.0501	0.0494	0.0510	0.0511
30	0.0473	0.0560	0.0521	0.0509	0.0495	0.0482	0.0473	0.0486	0.0504	0.0522
50	0.0463	0.0502	0.0513	0.0510	0.0556	0.0519	0.0524	0.0503	0.0508	0.0498
70	0.0505	0.0517	0.0535	0.0484	0.0480	0.0491	0.0499	0.0489	0.0496	0.0480
100	0.0534	0.0506	0.0488	0.0474	0.0506	0.0505	0.0539	0.0520	0.0546	0.0486
200	0.0473	0.0550	0.0529	0.0504	0.0491	0.0515	0.0486	0.0509	0.0501	0.0498
n	$H_0: N(-7,0.81)$					$H_0: N(1,0.25)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0473	0.0507	0.0477	0.0488	0.0509	0.0542	0.0510	0.0501	0.0506	0.0482
20	0.0507	0.0491	0.0460	0.0468	0.0472	0.0520	0.0492	0.0493	0.0496	0.0470
30	0.0502	0.0491	0.0514	0.0503	0.0481	0.0512	0.0506	0.0501	0.0508	0.0515
50	0.0538	0.0480	0.0510	0.0509	0.0519	0.0480	0.0506	0.0520	0.0497	0.0498
70	0.0494	0.0478	0.0498	0.0487	0.0503	0.0481	0.0454	0.0479	0.0489	0.0489
100	0.0484	0.0515	0.0501	0.0542	0.0548	0.0516	0.0502	0.0490	0.0467	0.0485
200	0.0487	0.0512	0.0474	0.0485	0.0464	0.0470	0.0462	0.0473	0.0484	0.0520
n	$H_0: N(-4,0.16)$					$H_0: N(15,0.04)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0492	0.0516	0.0499	0.0507	0.0513	0.0533	0.0498	0.0493	0.0499	0.0486
20	0.0462	0.0498	0.0500	0.0525	0.0507	0.0511	0.0535	0.0518	0.053	0.0517
30	0.0497	0.0488	0.0524	0.0515	0.0522	0.0514	0.048	0.0473	0.0440	0.0467
50	0.0516	0.0486	0.0484	0.0499	0.0477	0.0492	0.0528	0.0491	0.0464	0.0500
70	0.0508	0.0463	0.0487	0.0497	0.0510	0.0473	0.0519	0.0488	0.0479	0.0508
100	0.0491	0.0480	0.0496	0.0494	0.0536	0.0492	0.0535	0.0509	0.0480	0.0496
200	0.0506	0.0523	0.0531	0.0524	0.0512	0.0478	0.0499	0.0503	0.0479	0.0450

ตารางที่ 4-2 (ต่อ)

n	$H_0: N(-20,3)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0488	0.0531	0.0543	0.0515	0.0537
20	0.0493	0.0510	0.0504	0.0493	0.0528
30	0.0481	0.0507	0.0461	0.0448	0.0484
50	0.0495	0.0514	0.0534	0.0506	0.0490
70	0.0511	0.0479	0.0433	0.0472	0.0490
100	0.0509	0.0511	0.0491	0.0514	0.0510
200	0.0528	0.0505	0.0480	0.0491	0.0503

ตารางที่ 4-3 ค่าประมาณความผิดพลาดแบบที่ 1 ของสถิติทดสอบต่าง ๆ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

n	$H_0: N(4,1)$					$H_0: N(0,9)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0099	0.0106	0.0104	0.0101	0.0106	0.0096	0.0111	0.0109	0.0110	0.0116
20	0.0087	0.0099	0.0091	0.0099	0.0100	0.0101	0.0110	0.0088	0.0095	0.0093
30	0.0100	0.0097	0.0095	0.0092	0.0102	0.0086	0.0087	0.0080	0.0086	0.0096
50	0.0094	0.0072	0.0096	0.0097	0.0093	0.0084	0.0103	0.0107	0.0103	0.0096
70	0.0092	0.0106	0.0087	0.0096	0.0102	0.0099	0.0130	0.0105	0.0098	0.0101
100	0.0090	0.0107	0.0110	0.0090	0.0091	0.0100	0.0107	0.0124	0.0107	0.0112
200	0.0103	0.0103	0.0090	0.0096	0.0100	0.0114	0.0091	0.0113	0.0094	0.0100

ตารางที่ 4-3 (ต่อ)

n	$H_0: N(-7,0.81)$					$H_0: N(1,0.25)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0110	0.0102	0.0105	0.0098	0.0084	0.0132	0.0093	0.0093	0.0093	0.0098
20	0.0089	0.0075	0.0086	0.0102	0.0094	0.0113	0.0102	0.0101	0.0098	0.0092
30	0.0104	0.0087	0.0095	0.0099	0.0098	0.0112	0.0096	0.0091	0.0096	0.0100
50	0.0104	0.0100	0.0101	0.0105	0.0111	0.0109	0.0108	0.0110	0.0093	0.0092
70	0.0098	0.0091	0.0098	0.0095	0.0095	0.0102	0.0098	0.0074	0.0085	0.0091
100	0.0096	0.0096	0.0110	0.0092	0.0110	0.0107	0.0096	0.0095	0.0085	0.0110
200	0.0105	0.0103	0.0091	0.0098	0.0098	0.0106	0.0096	0.0104	0.0113	0.0114

n	$H_0: N(-4,0.16)$					$H_0: N(15,0.04)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0088	0.0101	0.0105	0.0104	0.0109	0.0112	0.0087	0.0093	0.0100	0.0088
20	0.0103	0.0100	0.0102	0.0096	0.0099	0.0097	0.0115	0.0106	0.0102	0.0088
30	0.0085	0.0090	0.0109	0.0104	0.0112	0.0116	0.0090	0.0095	0.0100	0.0109
50	0.0094	0.0077	0.0083	0.0075	0.0082	0.0106	0.0110	0.0089	0.0096	0.0096
70	0.0106	0.0094	0.0095	0.0089	0.0094	0.0101	0.0111	0.0110	0.0104	0.0104
100	0.0113	0.0107	0.0104	0.0110	0.0104	0.0101	0.0094	0.0109	0.0112	0.0104
200	0.0100	0.0093	0.0087	0.0102	0.0100	0.0084	0.0095	0.0106	0.0112	0.0116

n	$H_0: N(-20,3)$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0108	0.0098	0.0102	0.0106	0.0115
20	0.0099	0.0114	0.0107	0.0103	0.0097
30	0.0108	0.0096	0.0084	0.0087	0.0093
50	0.0104	0.0110	0.0110	0.0098	0.0092
70	0.0100	0.0100	0.0088	0.0091	0.0091
100	0.0110	0.0095	0.0096	0.0109	0.0094
200	0.0100	0.0106	0.0100	0.0080	0.0082

จากตารางที่ 4-2 และ 4-3 พบว่าสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบ แอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบคาแมร์- ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง มีค่าประมาณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 อยู่ในช่วงเกณฑ์ของ Cochran และ Bradley นั่นคือ สถิติทดสอบมีความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ในทุกขนาดตัวอย่างทั้งที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

4.4 ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ

ในส่วนนี้ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สำหรับการแจกแจงปรกติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 โดยมีสมมุติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ

และกำหนด H_1 มีการแจกแจงต่าง ๆ คือการแจกแจงที การแจกแจงแกมมา การแจกแจงบีต้าและการแจกแจงล็อกนอร์มอล ซึ่งกำหนดค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันตามขอบเขตของการจำลองข้อมูลที่มีสัมประสิทธิ์ค่าความเบ้ (γ_1) และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง (γ_2) ของการแจกแจงที่แตกต่างกันโดยจำแนกประเภทของการแจกแจงได้ดังนี้

1. การแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปรกติ
2. การแจกแจงสมมาตรหางยาว
3. การแจกแจงสมมาตรหางสั้น
4. การแจกแจงไม่สมมาตรหางยาว
5. การแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้น

ได้ผลการศึกษาตามตารางที่ 4-4 ถึง 4-8 ดังนี้

ตารางที่ 4-4 ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ เมื่อ H_1 มีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

n	$t(8)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0808	0.0775	0.0883	0.0823	**0.0959**	0.0264	0.0248	0.0267	0.0260	**0.0276**
20	0.1144	0.1028	0.1203	0.1202	**0.1455**	0.0421	0.0336	0.0430	0.0536	**0.0582**
30	0.1485	0.1213	0.1484	0.1574	**0.1954**	0.0651	0.0458	0.0611	0.0761	**0.0816**
50	0.2052	0.1590	0.1885	0.2104	**0.2601**	0.0995	0.0574	0.0818	0.1122	**0.1178**
70	0.2391	0.1879	0.2176	0.2497	**0.3020**	0.1353	0.0798	0.1056	0.1516	**0.1530**
100	0.3104	0.2304	0.2610	0.3159	**0.3831**	0.1796	0.1010	0.1218	**0.1924**	0.1879
200	0.4827	0.3579	0.3945	0.4660	**0.5251**	0.3325	0.1862	0.2186	**0.3385**	0.3034
n	$t(10)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0723	0.0704	0.0782	0.0733	**0.0854**	0.0222	0.0191	0.0222	0.0220	**0.0228**
20	0.1001	0.0900	0.1063	0.1056	**0.1294**	0.0333	0.0266	0.0351	0.0424	**0.0450**
30	0.1188	0.1000	0.1215	0.1230	**0.1567**	0.0463	0.0304	0.0439	0.0540	**0.0573**
50	0.1568	0.1219	0.1478	0.1659	**0.2063**	0.0696	0.0415	0.0570	0.0799	**0.0837**
70	0.1851	0.1375	0.1674	0.1924	**0.2453**	0.0934	0.0483	0.0682	0.1068	**0.1098**
100	0.2288	0.1633	0.1988	0.2407	**0.2994**	0.1165	0.0616	0.0813	0.1321	**0.1375**
200	0.3603	0.2439	0.2825	0.3554	**0.4190**	0.2111	0.0944	0.1227	**0.2243**	0.2110

ตารางที่ 4-4 (ต่อ)

n	$t(20)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0557	0.0551	0.0616	0.0575	**0.0634**	0.0149	0.0138	0.0145	0.0143	**0.0159**
20	0.0707	0.0647	0.0719	0.0722	**0.0808**	0.0185	0.0141	0.0209	0.0227	**0.0256**
30	0.0758	0.0664	0.0790	0.0796	**0.0951**	0.0243	0.0187	0.0229	0.0276	**0.0283**
50	0.0853	0.0684	0.0844	0.0922	**0.1119**	0.0266	0.0153	0.0225	0.0314	**0.0351**
70	0.0955	0.0745	0.0887	0.1033	**0.1327**	0.0319	0.0195	0.0259	0.0382	**0.0408**
100	0.1108	0.0814	0.0963	0.1189	**0.1498**	0.0408	0.0211	0.0307	0.0513	**0.0537**
200	0.1431	0.0987	0.1072	0.1513	**0.1984**	0.0587	0.0242	0.0291	0.0729	**0.0755**

จากตารางที่ 4-4 พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(8)$, $t(10)$ และ $t(20)$ พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง

ในขณะที่พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง $t(8)$ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 70 และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด เมื่อมีขนาดตัวอย่างมีค่าเป็น 100 และ 200

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง $t(10)$ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อมีขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 100 และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อมีขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง $t(20)$ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 4-5 ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ เมื่อ H_1 มีการแจกแจงสมมาตรหางยาว ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

n	$t(5)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.1135	0.1126	0.1262	0.1161	**0.1364**	0.0466	0.0412	0.0469	0.0478	**0.0525**
20	0.1879	0.1726	0.1954	0.1922	**0.2330**	0.0889	0.0741	0.0879	0.0971	**0.1016**
30	0.2507	0.2180	0.2522	0.2560	**0.3071**	0.1403	0.1054	0.1302	0.1521	**0.1547**
50	0.3595	0.3004	0.3394	0.3613	**0.4225**	0.2328	0.1650	0.1969	0.2445	**0.2460**
70	0.4450	0.3792	0.4059	0.4432	**0.5037**	0.3079	0.2205	0.2421	**0.3135**	0.3026
100	0.5703	0.4892	0.5107	0.5529	**0.6089**	**0.4268**	0.3090	0.3355	0.4249	0.3999
200	0.8118	0.7327	0.7414	0.7809	**0.8126**	**0.6891**	0.5535	0.5574	0.6595	0.5898
n	$t(6)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0993	0.0997	0.1063	0.1011	**0.1169**	0.0371	0.0328	0.0389	0.0395	**0.0410**
20	0.1519	0.1378	0.1609	0.1575	**0.1919**	0.0665	0.0537	0.0668	0.0774	**0.0820**
30	0.2069	0.1761	0.2065	0.2145	**0.2587**	0.1045	0.0737	0.0984	0.1166	**0.1211**
50	0.2934	0.2391	0.2765	0.3032	**0.3610**	0.1709	0.1124	0.1419	0.1837	**0.1883**
70	0.3565	0.2893	0.3193	0.3574	**0.4216**	0.2193	0.1394	0.1730	**0.2333**	0.2318
100	0.4437	0.3527	0.3885	0.4338	**0.4992**	0.3096	0.1963	0.2353	**0.3218**	0.3041
200	0.7011	0.5859	0.6120	0.6680	**0.7137**	**0.5440**	0.3728	0.3994	0.5231	0.4704

ตารางที่ 4-5 (ต่อ)

n	$t(7)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0858	0.0843	0.0953	0.0906	**0.1061**	0.0301	0.0270	0.0314	0.0307	**0.0353**
20	0.1339	0.1162	0.1418	0.1400	**0.1748**	0.0568	0.0429	0.0585	0.0667	**0.0693**
30	0.1718	0.1502	0.1727	0.1765	**0.2202**	0.0801	0.0566	0.0746	0.0909	**0.0958**
50	0.2342	0.1866	0.2181	0.2396	**0.2915**	0.1256	0.0809	0.1063	0.1419	**0.1457**
70	0.2890	0.2282	0.2622	0.2923	**0.3543**	0.1741	0.1039	0.1327	**0.1905**	0.1842
100	0.3766	0.2871	0.3262	0.3763	**0.4373**	0.2358	0.1397	0.1682	**0.2478**	0.2406
200	0.5778	0.4498	0.4864	0.5619	**0.6155**	**0.4235**	0.2654	0.2865	0.4139	0.3697

จากตารางที่ 4-5 พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(5)$, $t(6)$ และ $t(7)$ พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง

ในขณะที่พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง $t(5)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 50
- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70
- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100 และ 200

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง $t(6)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 50

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70 และ 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง $t(7)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 50

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70 และ 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

ตารางที่ 4-6 ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ เมื่อ H_1 มีการแจกแจงสมมาตรหางสั้น ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

n	$Beta(0.5,0.5)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.2881	0.2541	0.1893	**0.3140**	0.0521	0.0769	**0.0776**	0.0365	0.0634	0.0050
20	0.7252	0.6154	0.6636	**0.7802**	0.0216	**0.3337**	0.3108	0.2750	0.2836	0
30	0.9357	0.8532	0.9404	**0.9618**	0.0185	0.7103	0.6111	**0.7355**	0.6535	0
50	0.9995	0.9920	0.9998	**0.9999**	0.0759	0.9835	0.9400	**0.9960**	0.9787	0
70	0.9999	0.9995	**1**	**1**	0.2620	0.9996	0.9961	**1**	0.9996	0
100	**1**	**1**	**1**	**1**	0.7358	**1**	**1**	**1**	**1**	0
200	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0

ตารางที่ 4-6 (ต่อ)

n	*Beta*(1,1)									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0796	0.0775	0.0501	**0.0858**	0.0212	0.0120	**0.0131**	0.0058	0.0088	0.0033
20	0.2072	0.1754	0.1403	**0.2301**	0.0022	0.0289	**0.0395**	0.0145	0.0150	0
30	0.3763	0.2934	0.3307	**0.4329**	0.0005	0.0906	**0.0925**	0.0745	0.0509	0
50	0.7375	0.5656	0.7837	**0.8192**	0	0.3578	0.2715	**0.4476**	0.2670	0
70	0.9355	0.7965	0.9696	**0.9721**	0.0002	0.6830	0.4985	**0.8299**	0.6101	0
100	0.9961	0.9509	0.9990	**0.9991**	0.0013	0.9455	0.7885	**0.9914**	0.9381	0
200	**1**	**1**	**1**	**1**	0.2181	**1**	0.9981	**1**	**1**	0
n	*Beta*(3.5,3.5)									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0386	**0.0407**	0.0321	0.0395	0.0257	0.0057	**0.0063**	0.0046	0.0044	0.0031
20	0.0356	**0.0431**	0.0260	0.0334	0.0075	0.0045	**0.0096**	0.0039	0.0020	0.0013
30	0.0400	**0.0468**	0.0311	0.0376	0.0027	0.0044	**0.0071**	0.0039	0.0014	0.0004
50	0.0511	**0.0601**	0.0477	0.0498	0.0006	0.0057	**0.0099**	0.0060	0.0017	0
70	0.0735	**0.0792**	0.0758	0.0790	0	0.0103	**0.0154**	0.0152	0.0024	0
100	0.1076	0.1043	**0.1317**	0.1273	0	0.0162	0.0230	**0.0254**	0.0058	0
200	0.3126	0.2299	**0.4201**	0.3890	0	0.0754	0.0637	**0.1441**	0.0419	0

จากตารางที่ 4-6 พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง *Beta*(0.5,0.5) พบว่า

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10, 20, 30 และ 50

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(1,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 100

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบ แอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(3.5,3.5)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 70

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100 และ 200

พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(0.5,0.5)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 20

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 30, 50 และ 70

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100 และ 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(1,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10, 20 และ 30

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 50 70 และ 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(3.5,3.5)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10, 20, 30, 50 และ 70

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100 และ 200

ตารางที่ 4-7 ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ เมื่อ H_1 มีการแจกแจงไม่สมมาตรหางยาว ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

n	$Gamma(0.5,1)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.7307	0.6948	**0.7435**	0.7330	0.5640	0.5203	0.4837	**0.5213**	0.4898	0.3069
20	0.9838	0.9701	**0.9898**	0.9847	0.8360	0.9292	0.9049	**0.9546**	0.8997	0.4854
30	**1**	0.9988	**1**	**1**	0.9458	0.9960	0.9899	**0.9988**	0.9907	0.6363
50	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9953	**1**	**1**	**1**	**1**	0.8055
70	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9092
100	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9755
200	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
n	$Gamma(1,1)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.4440	0.4106	**0.4541**	0.4470	0.3482	0.2378	0.2147	**0.2411**	0.2227	0.1587
20	0.8374	0.7789	**0.8623**	0.8326	0.5835	0.6235	0.5705	**0.6860**	0.5778	0.2996
30	0.9683	0.9354	**0.9824**	0.9686	0.7270	0.8778	0.8183	**0.9273**	0.8320	0.3975
50	0.9993	0.9957	**0.9998**	0.9994	0.9020	0.9928	0.9802	**0.9987**	0.9860	0.5640
70	**1**	0.9999	**1**	**1**	0.9738	0.9997	0.9992	**1**	0.9996	0.6743
100	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9977	**1**	**1**	**1**	**1**	0.8177
200	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9793

ตารางที่ 4-7 (ต่อ)

n	$Beta(7,2)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.1122	0.1049	**0.1151**	0.1146	0.0971	0.0327	0.0289	**0.0328**	0.0316	0.0270
20	0.2469	0.2106	**0.2577**	0.2459	0.1428	0.0827	0.0708	**0.0915**	0.0720	0.0375
30	0.3912	0.3192	**0.4295**	0.3855	0.1747	0.1677	0.1356	**0.2024**	0.1285	0.0467
50	0.6837	0.5498	**0.7612**	0.6779	0.2383	0.3837	0.2890	**0.4967**	0.2827	0.0603
70	0.8623	0.7289	**0.9259**	0.8630	0.2928	0.6240	0.4811	**0.7615**	0.4859	0.0719
100	0.9748	0.9027	**0.9942**	0.9776	0.4035	0.8578	0.7097	**0.9545**	0.7561	0.0770
200	**1**	0.9989	**1**	**1**	0.7387	0.9989	0.9878	**1**	0.9980	0.1157
n	$Beta(5,1)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.2861	0.2634	**0.2915**	0.2910	0.2086	0.1163	0.1004	**0.1169**	0.1097	0.0735
20	0.6457	0.5636	**0.6882**	0.6429	0.3377	0.3594	0.3173	**0.4251**	0.3072	0.1145
30	0.8767	0.7925	**0.9200**	0.8744	0.4504	0.6537	0.5607	**0.7536**	0.5485	0.1484
50	0.9913	0.9677	**0.9984**	0.9923	0.6332	0.9408	0.8712	**0.9827**	0.9827	0.1875
70	0.9999	0.9974	**1**	0.9999	0.7765	0.9966	0.9784	**0.9997**	0.9887	0.2338
100	**1**	0.9999	**1**	**1**	0.9179	0.9999	0.9988	**1**	0.9998	0.2976
200	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0.5285

ตารางที่ 4-7 (ต่อ)

n	$LogN(0,0.433342)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.1961	0.1809	**0.2009**	0.1961	0.1847	0.0894	0.0769	**0.0912**	0.0893	0.0849
20	0.4298	0.3796	**0.4450**	0.4289	0.3404	0.2371	0.1992	**0.2535**	0.2270	0.1647
30	0.6185	0.5441	**0.6398**	0.6136	0.4575	0.4022	0.3309	**0.4297**	0.3714	0.2297
50	0.8455	0.7672	**0.8684**	0.8364	0.6209	0.6923	0.5876	**0.7262**	0.6319	0.3481
70	0.9462	0.8989	**0.9590**	0.9412	0.7354	0.8599	0.7689	**0.8882**	0.8074	0.4461
100	0.9925	0.9757	**0.9956**	0.9917	0.8652	0.9680	0.9220	**0.9784**	0.9439	0.5518
200	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9915	**1**	0.9993	**1**	**1**	0.8021
n	$LogN(0,0.595076)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.3167	0.2971	**0.3281**	0.3186	0.2856	0.1651	0.1515	**0.1661**	0.1590	0.1335
20	0.6480	0.5962	**0.6715**	0.6482	0.5105	0.4370	0.3927	**0.4695**	0.4137	0.2722
30	0.8403	0.7841	**0.8584**	0.8343	0.6453	0.6803	0.6173	**0.7161**	0.6317	0.3809
50	0.9763	0.9507	**0.9853**	0.9754	0.8297	0.9199	0.8667	**0.9444**	0.8849	0.5473
70	0.9969	0.9913	**0.9985**	0.9967	0.9175	0.9849	0.9644	**0.9920**	0.9711	0.6614
100	**1**	0.9995	**1**	**1**	0.9800	0.9997	0.9972	**1**	0.9988	0.8036
200	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9999	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9678

ตารางที่ 4-7 (ต่อ)

n	$LogN(0,0.984865)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.5908	0.5650	**0.6010**	0.5905	0.5046	0.4027	0.3762	**0.4037**	0.3886	0.2945
20	0.9242	0.8986	**0.9362**	0.9219	0.7857	0.8229	0.7902	**0.8509**	0.7924	0.5337
30	0.9919	0.9828	**0.9953**	0.9912	0.9047	0.9648	0.9456	**0.9765**	0.9479	0.6783
50	**1**	0.9998	**1**	**1**	0.9872	0.9996	0.9981	**0.9999**	0.9988	0.8647
70	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9981	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9396
100	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9825
200	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**

จากตารางที่ 4-7 พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Gamma(0.5,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10 และ 20

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 30

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 50

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70, 100 และ 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Gamma(1,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 50

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(7,2)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(5,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 70

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบ

แอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $LogN(0,0.433342)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $LogN(0,0.595076)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 70

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $LogN(0,0.984865)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10, 20 และ 30

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 50

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100 และ 200

พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Gamma(0.5,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10, 20 และ 30

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 50, 70 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Gamma(1,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 70

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100 และ 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(7,2)$ พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด ในทุกขนาดตัวอย่าง

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(5,1)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $LogN(0,0.433342)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $LogN(0,0.595076)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $LogN(0,0.984865)$ พบว่า

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าไม่เกิน 50

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70 และ 100

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

ตารางที่ 4-8 ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ เมื่อ H_1 มีการแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้น ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

n	$Gamma(4,1)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.1353	0.1268	**0.1416**	0.1383	0.1359	0.0450	0.0401	**0.0458**	0.0441	0.0422
20	0.2894	0.2434	**0.3020**	0.2898	0.2217	0.1292	0.1082	**0.1430**	0.1269	0.0919
30	0.4421	0.3717	**0.4677**	0.4372	0.2927	0.2335	0.1801	**0.2551**	0.2109	0.1230
50	0.6893	0.5843	**0.7321**	0.6786	0.4209	0.4547	0.3420	**0.5116**	0.3912	0.1796
70	0.8529	0.7452	**0.8868**	0.8439	0.5207	0.6698	0.5315	**0.7356**	0.5767	0.2327
100	0.9581	0.8889	**0.9754**	0.9556	0.6490	0.8641	0.7330	**0.9109**	0.7982	0.3029
200	0.9998	0.9970	**1**	0.9999	0.9119	0.9979	0.9837	**0.9993**	0.9947	0.4845
n	$Gamma(16,1)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0706	0.0696	**0.0724**	0.0709	0.0688	0.0184	0.0153	**0.0187**	0.0185	0.0179
20	0.1051	0.0954	**0.1089**	0.1084	0.0983	0.0361	0.0287	**0.0388**	0.0378	0.0325
30	0.1494	0.1222	**0.1563**	0.1503	0.1255	0.0530	0.0428	**0.0570**	0.0539	0.0391
50	0.2183	0.1717	**0.2289**	0.2184	0.1591	0.0994	0.0683	**0.1013**	0.0911	0.0558
70	0.2986	0.2308	**0.3050**	0.2870	0.1862	0.1378	0.0935	**0.1420**	0.1207	0.0718
100	0.4135	0.3162	**0.4207**	0.3946	0.2284	0.2207	0.1416	**0.2291**	0.1806	0.0865
200	0.7217	0.5737	**0.7247**	0.6948	0.3718	0.5036	0.3492	**0.5040**	0.4104	0.1280

ตารางที่ 4-8 (ต่อ)

n	$Beta(2,5)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0813	0.0775	0.0783	**0.0815**	0.0616	**0.0228**	0.0206	0.0208	0.0215	0.0187
20	0.1717	0.1451	**0.1733**	0.1654	0.0875	0.0422	0.0409	**0.0459**	0.0331	0.0176
30	0.2719	0.2240	**0.2967**	0.2608	0.0953	0.0821	0.0749	**0.0986**	0.0577	0.0177
50	0.4989	0.3967	**0.5887**	0.4896	0.1128	0.2082	0.1697	**0.2884**	0.1248	0.0150
70	0.7100	0.5700	**0.8163**	0.7090	0.1242	0.3818	0.2888	**0.5349**	0.2365	0.0146
100	0.8955	0.7594	**0.9608**	0.9037	0.1491	0.6541	0.4904	**0.8329**	0.4867	0.0126
200	0.9995	0.9846	**1**	0.9996	0.3152	0.9911	0.9268	**0.9993**	0.9787	0.0070
n	$Beta(0.5,1)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.3302	0.2981	0.2913	**0.3380**	0.1381	**0.1218**	0.1172	0.1045	0.1010	0.0301
20	0.7216	0.6441	0.7278	**0.7361**	0.1119	0.3947	0.3846	**0.4311**	0.3068	0.0105
30	0.9267	0.8618	**0.9485**	0.9382	0.1188	0.7128	0.6567	**0.7937**	0.5950	0.0033
50	0.9985	0.9879	**0.9996**	0.9993	0.1969	0.9762	0.9413	**0.9946**	0.9528	0.0002
70	**1**	0.9995	**1**	**1**	0.3702	0.9993	0.9959	**1**	0.9988	0.0001
100	**1**	**1**	**1**	**1**	0.7296	**1**	**1**	**1**	**1**	0
200	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0

ตารางที่ 4-8 (ต่อ)

n	$LogN(0,0.239707)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.0946	0.0880	**0.0987**	0.0965	0.0996	0.0300	0.0269	**0.0302**	0.0303	0.0294
20	0.1755	0.1519	**0.1821**	0.1774	0.1595	0.0645	0.0534	**0.0695**	0.0701	0.0550
30	0.2534	0.2091	**0.2621**	0.2527	0.1971	0.1167	0.0855	**0.1244**	0.1135	0.0803
50	0.4116	0.3258	**0.4162**	0.3973	0.2841	0.2224	0.1592	**0.2330**	0.2041	0.1159
70	0.5392	0.4338	**0.5507**	0.5261	0.3464	0.3281	0.2322	**0.3412**	0.2825	0.1476
100	0.7020	0.5815	**0.7165**	0.6879	0.4418	0.4923	0.3570	**0.5059**	0.4255	0.1929
200	0.9478	0.8764	**0.9497**	0.9408	0.6853	0.8653	0.7264	**0.8661**	0.7971	0.3172
n	$LogN(0,0.326613)$									
	$\alpha = 0.05$					$\alpha = 0.01$				
	SW	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**SW**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
10	0.1385	0.1314	**0.1464**	0.1406	0.1385	0.0477	0.0404	**0.0496**	0.0500	0.0477
20	0.2836	0.2441	**0.2908**	0.2866	0.2390	0.1269	0.1056	**0.1328**	0.1278	0.0986
30	0.4113	0.3469	**0.4298**	0.4076	0.3084	0.2401	0.1877	**0.2489**	0.2231	0.1441
50	0.6392	0.5399	**0.6602**	0.6279	0.4438	0.4317	0.3332	**0.4581**	0.3801	0.2068
70	0.7909	0.6936	**0.8116**	0.7809	0.5430	0.6078	0.4801	**0.6365**	0.5363	0.2703
100	0.9171	0.8505	**0.9321**	0.9109	0.6666	0.8012	0.6776	**0.8265**	0.7358	0.3500
200	0.9171	0.9889	**0.9990**	0.9980	0.9063	0.9901	0.9632	**0.9923**	0.9797	0.5588

จากตารางที่ 4-8 พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้นและมีค่าพารามิเตอร์ตามที่กำหนด พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง ยกเว้นข้อมูลมีการแจกแจง $Beta(0.5,1)$ และ $Beta(2,5)$ ที่ผลการทดสอบ คือ

พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(2,5)$ ที่ พบว่า

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10
- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากกว่า 10

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(0.5,1)$ ที่ พบว่า

- สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10 และ 20
- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 30 และ 50
- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 70
- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ ตัวสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100
- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 200

พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(2,5)$ ที่ พบว่า

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10
- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากกว่า 10

เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจง $Beta(0.5,1)$ ที่ พบว่า

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 10

- สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 20, 30, 50 และ 70

- สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่า 100 และ 200

บทที่ 5
สรุปและอภิปรายผล

จากการวิจัยนี้ ได้นำเสนอตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง ซึ่งเป็นตัวสถิติที่ถูกสร้างขึ้นมาใหม่ จากตัวสถิติอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นแบบปรับปรุง (Cressie & Reed, 1984) โดยเลือกฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก $\frac{1}{F_0(t)\{1-F_0(t)\}}dF_0(t)$ ในการสร้างสถิติทดสอบขึ้นมาใหม่นี้ ผู้วิจัยได้มีแนวคิดจากการพัฒนาตัวสถิติทดสอบของ Zhang (2002) โดยที่ในงานวิจัยชิ้นนี้จะทำการศึกษาเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ และได้สร้างตารางค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบ พร้อมทั้งทดสอบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบใหม่นี้ นำมาเปรียบเทียบกับสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 และอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ ซึ่งศึกษาที่ในขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20, 30, 50, 70, 100 และ 200 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 จะกล่าวโดยสรุปเกี่ยวกับค่าวิกฤตสำหรับสถิติทดสอบ ความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1และค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบต่าง ๆ ได้ดังนี้

5.1 ค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบต่าง ๆ

ค่าวิกฤติของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงที่นำเสนอ สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 จะขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง โดยจะมีค่าสูงขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้นในทุก ๆ ตัวสถิติทดสอบ

5.2 ความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1ของสถิติทดสอบต่าง ๆ

สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงที่นำเสนอ สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน- ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) มีความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ทั้งของ Cochran และBradley ในทุกขนาดตัวอย่างที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

5.3 ค่าประมาณกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบต่าง ๆ

ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงที่นำเสนอ สถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน- ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002)ได้ถูกพิจารณาตามลักษณะของการแจกแจงต่างๆ ดังนี้

5.3.1 เมื่อ H_1 มีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปรกติ

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ในทุกการแจกแจงที่กำหนด สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง

ในขณะที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อ

- ข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(8)$ และขนาดตัวอย่างไม่เกิน 70
- ข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(10)$ และขนาดตัวอย่างไม่เกิน 100
- ข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(20)$ ในทุกขนาดตัวอย่าง

5.3.2 เมื่อ H_1 มีการแจกแจงสมมาตรหางยาว

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ในทุกการแจกแจงที่กำหนด พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง มีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุดในทุกขนาดตัวอย่าง

ในขณะที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงที่นำมาเสนอมีค่าประมาณกำลังการทดสอบสูงที่สุด เมื่อ

- ข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(5)$ และขนาดตัวอย่างไม่เกิน 30
- ข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(6)$ และขนาดตัวอย่างไม่เกิน 50
- ข้อมูลเป็นการแจกแจง $t(7)$ และขนาดตัวอย่างไม่เกิน 50

5.3.3 เมื่อ H_1 มีการแจกแจงสมมาตรหางสั้น

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 ในทุกการแจกแจงที่กำหนด พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบที่ต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบชนิดอื่นๆ ในทุกขนาดตัวอย่าง

5.3.4 เมื่อ H_1 มีการแจกแจงไม่สมมาตรหางยาว

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจงตามที่กำหนด พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบที่ต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบชนิดอื่นๆ ในทุกขนาดตัวอย่าง

5.3.5 เมื่อ H_1 มีการแจกแจงไม่สมมาตรหางสั้น

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01 เมื่อข้อมูลเป็นการแจกแจงตามที่กำหนด พบว่า สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าประมาณกำลังการทดสอบที่ต่ำกว่าตัวสถิติทดสอบชนิดอื่น ๆ ในทุกขนาดตัวอย่าง

5.4 อภิปรายผลการทดลอง

จากผลการวิจัย เมื่อพิจารณาค่าวิกฤตที่ได้ พบว่า ค่าวิกฤตของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าสูงขึ้น เมื่อมีขนาดตัวอย่างที่มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับตัวสถิติทดสอบชนิดอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับตัวสถิติทดสอบจากงานวิจัยของ Cressie and Reed (1984) แต่ค่าวิกฤตของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุงมีค่าสูงกว่าสถิติทดสอบอื่น ๆ ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ และมีค่าที่สูงขึ้นมากเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 100 ขึ้นไป ค่าวิกฤตของสถิติจะมาค่ามากกว่า 100 มีสาเหตุมาจากการกระจายของค่าสถิติมีค่าที่สูงขึ้นมากเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าสูงขึ้นพิสัยของค่าสถิติทดสอบของสถิติทดสอบที่สร้างขึ้นมามีค่าที่สูงมาก เมื่อเทียบกับสถิติทดสอบตัวอื่นๆ (ดังแสดงในภาคผนวก ข.) ซึ่งจะทำให้หางของกระจายของค่าสถิติมีความยาวที่มาก จึงทำให้ค่าวิกฤตที่ได้จากการคำนวณเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 95 และ 99 ของค่าสถิติทดสอบมีค่าที่สูงมากและแตกต่างกันมาก และเมื่อพิจารณาจากสูตรสถิติทดสอบกับค่าของข้อมูลที่มีการแจกแจงปรกติที่ได้จากการจำลอง มี

ข้อมูลบางค่าที่มีความแตกต่างจากข้อมูลส่วนใหญ่เล็กน้อย ค่าสถิติที่ได้จากตัวสถิติทดสอบนี้จะมีค่าที่สูงมาก จึงทำให้ทราบว่า หากการแจกแจงของข้อมูลมีลักษณะการกระจายที่มีหางยาวหรือมีโอกาสที่จะมีค่าสูงเกินจากกลุ่ม จะทำให้ค่าสถิติสูงและมีโอกาสที่การทดสอบจะปฏิเสธสมมุติฐานหลักได้มาก ดังนั้นสำหรับค่ากำลังการทดสอบ เมื่อพิจารณาค่าประมาณกำลังของการทดสอบ จะเห็นได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงมีรูปร่างใกล้เคียงการแจกแจงปรกติหรือการแจกแจงสมมาตรหางยาว โดยเฉพาะอย่างยิ่ง หางของการแจกแจงของข้อมูลที่ยาว ค่าประมาณกำลังของการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่สร้างขึ้นมาใหม่จะยิ่งสูง แต่เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงสมมาตรหางสั้นหรือการแจกแจงไม่สมมาตร ซึ่งทำให้โอกาสที่ข้อมูลจะมีค่าแตกต่างจากข้อมูลในกลุ่มได้น้อย จึงทำให้ค่าสถิติทดสอบมีค่าน้อย ค่าประมาณกำลังการทดสอบของสถิติทดสอบที่สร้างขึ้นมาใหม่นี้จึงมีค่าต่ำมาก

5.5 ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

ในงานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยสร้างสถิติใหม่สำหรับการทดสอบการแจกแจงปรกติ เมื่อข้อมูลที่มีการแจกแจงใกล้เคียงปรกติหรือการแจกแจงสมมาตรหางยาว จะเสนอให้ใช้ตัวสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง แต่ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงที่มีการกระจายน้อย เช่น การแจกแจงหางสั้น ควรใช้สถิติทดสอบชนิดอื่น ๆ เช่น สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002)

5.6 ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยในครั้งต่อไป

1. ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง สำหรับการแจกแจงปรกติเท่านั้น ดังนั้น ในงานวิจัยในครั้งต่อไปอาจทำการศึกษาการแจกแจงที่สมมาตรประเภทต่าง ๆ ให้มีความหลากหลายมากขึ้น หรืออาจจะศึกษาการแจกแจงที่มีรูปร่างเฉพาะ

2. ในการศึกษาครั้งนี้ ศึกษาถึงอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง โดยนำไปเปรียบเทียบกับสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) เพราะฉะนั้นงานวิจัยครั้งต่อไป อาจนำตัวสถิติทดสอบตัวอื่น ๆ ไปเปรียบเทียบ เช่น สถิติทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟที่ปรับปรุงโดย Zhang

(2002) หรือสถิติทดสอบอื่น ๆ ที่ถูกพัฒนาขึ้นมาใหม่หลังจากนี้ ที่มีค่าประมาณกำลังการทดสอบที่สูงใกล้เคียงกับสถิติทดสอบที่นำไปเปรียบเทียบไปแล้ว เป็นต้น

บรรณานุกรม

ญาดาภา โชติดิลก. (2555). *การแปลงข้อมูลเพื่อแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันสาหรับแผนแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาสถิติ, คณะสถิติประยุกต์, สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.

พรรณภัทร แซ่โท้ว. (2557). *สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับตามอัตราส่วนความควรจะเป็นสำหรับการแจกแจงแบบเบ้*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาสถิติ, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

รวมพร เรืองโรจน์. (2543*). การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของวิธีสถิติทดสอบการแจกแจงปกติระหว่างไคสแควร์ สถิติชาพิโร-วิลด์ และสถิติชาพิโร-ฟรานเซีย*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาชีวสถิติ, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหิดล.

ศิริรัตน์ วงศ์ประกรณ์กุล. (2539*). การทดสอบการแจกแจงไวบูลล์และการแจกแจงกอมเพิร์ตซ์ด้วยวิธีทดสอบเทียบความกลมกลืนเมื่อข้อมูลถูกตัดทิ้งอย่างมาก*. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาสถิติ, คณะสถิติ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สายทอง แจ่มใจ. (2547). *การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบ ในการทดสอบภาวะสารูปดี*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาสถิติประยุกต์, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศิลปากร.

สิริทิพ วะศินรัตน์. (2549). *การเปรียบเทียบการทดสอบของภาวะรูปสนิทดีโดยสถิติไลค์ลิฮูดเรโชว์สำหรับการแจกแจงแบบปกติ*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาสถิติ, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สุภาวดี วิชิตชาญ. (2553*). ผลกระทบของการวิเคราะห์ทางสถิติภายใต้เงื่อนไขการแจกแจงแบบปกติสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบลอจิสติก*. วิทยานิพนธ์สถิติศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาสถิติ, คณะสถิติ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัญชุลี ปิ่นทองพันธ์ และอำไพ ทองธีรภาพ. (2558). การเปรียบเทียบการทดสอบภาวะสารูปดี สำหรับการแจกแจงแบบปกติ. *วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร , 6*, 1, 240-249.

Anderson, T. W., & Darling, D. A. (1952). Asymptotic Theory of Certain "Goodness of Fit" Criteria Based on Stochastic Processes. *The Annals of Mathematical Statistics, 23*(2), 193-212.

Anderson, T. W., & Darling, D. A. (1954). A test of goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association, 49*(268), 765-769.

Chaichatschwal, R., & Budsaba, K. (2007). A Power Comparison of Goodness-of-fit Tests for Normality Based on the Likelihood Ratio and the Non-likelihood Ratio. *Thailand Statistician, 5,* 57-68.

Cochran, W. G. (1954). Some methods of strengthening the common chi-square tests. *Biometrics, 10,* 417-451.

Cressie, N., & Reed, T. R. C. (1984). Multinomial goodness-of-fit tests. *J. R. Statist. Soc. B, 46,* 440-464.

Gokhale, D. V., & Kullback, S. (1978). *The Information in Contingency Tables.* New York : Marcel Dekker.

Nahdiya, Z. A., Mohd, B. A., & Habshah, M. (2012). The Goodness-of-fit Test for Gumbel Distribution: A Comparative Study. *MATEMATIKA, 28*(1), 35–48.

Razali, N. M., & Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson–Darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics, 2*(1), 21-33.

Shapiro, S. S., & Chen, H.J. (1968). A comparative study of various tests for normality. *Journal of the American Statistical Association, 63,* 1343-1372.

Shapiro, S. S., & Wilk, M. B. (1965). *An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples).* Retrieved from http://www.jstor.org/discover/10.2307/2333709.

Stephens, M. A. (1974). EDF Statistics for goodness of fit and some comparisons. *Journal of the American Statistical Association, 69,* 730-737.

Yap, B. W., & Sim, C. H. (2011). Comparisons of various types of normality tests. *Journal of Statistical Computation and Simulation, 81*(12), 2141–2155.

Zhang, J. (2002). Powerful goodness-of-fit tests based on the likelihood ratio. *Royal Statistical Society, 64*(2), 281-294.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ค่าวิกฤตของสถิติทดสอบต่าง ๆ ในแต่ละชุดพารามิเตอร์

ค่าวิกฤตของสถิติทดสอบต่าง ๆ

ในงานวิจัยนี้ได้เสนอค่าวิกฤตของสถิติทดสอบเชพพิโร–วิลค์ สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิง สถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) สถิติทดสอบคาแมร์-ฟอนมิสที่ปรับปรุงโดย Zhang (2002) และสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง โดยนำเสนอในแต่ละชุดพารามิเตอร์ที่ขนาดตัวอย่างและระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ ดังนี้

ชุดพารามิเตอร์	$n=10$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(-10,\frac{1}{4}\right)$	0.6876	3.4967	6.6395	6.6779	0.9399	3.6340	9.2065	12.9992
$N\left(-10,\frac{1}{2}\right)$	0.6896	3.4975	6.6672	6.7435	0.9412	3.6364	9.2493	13.1852
$N(-10,1)$	0.6875	3.4981	6.6553	6.7556	0.9369	3.6347	9.2093	13.1407
$N(-10,2)$	0.6894	3.4975	6.6804	6.7395	0.9356	3.6314	9.1289	12.9879
$N(-10,4)$	0.6828	3.4962	6.6461	6.6961	0.9341	3.6315	9.1332	12.9961
$N\left(-5,\frac{1}{4}\right)$	0.6887	3.4973	6.6506	6.7501	0.9327	3.6335	9.1455	13.1120
$N\left(-5,\frac{1}{2}\right)$	0.6851	3.4965	6.6476	6.7773	0.9296	3.6335	9.1495	12.9667
$N(-5,1)$	0.6872	3.4969	6.6572	6.6887	0.9340	3.6326	9.1396	12.9727
$N(-5,2)$	0.6837	3.4955	6.6270	6.7133	0.9368	3.6302	9.1217	12.8017
$N(-5,4)$	0.6876	3.4977	6.6511	6.6711	0.9872	3.6331	9.1367	13.0629
$N\left(0,\frac{1}{4}\right)$	0.6901	3.4977	6.6996	6.7858	0.9442	3.6359	9.2070	13.0724
$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$	0.6866	3.4962	6.6463	6.7375	0.9356	3.6352	9.1895	13.1200
$N(0,1)$	0.6884	3.4967	6.6465	6.7661	0.9358	3.6311	9.1500	13.1456
$N(0,2)$	0.6870	3.4970	6.6287	6.6432	0.9369	3.6324	9.1414	13.0893
$N(0,4)$	0.6892	3.4973	6.6471	6.6756	0.9375	3.6313	9.1030	12.9947
$N\left(5,\frac{1}{4}\right)$	0.6842	3.4960	6.6328	6.7242	0.9315	3.6294	9.0999	13.0171

ชุดพารามิเตอร์	$n=10$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(5,\frac{1}{2}\right)$	0.6895	3.4970	6.6669	6.7310	0.9369	3.6351	9.1814	13.2178
$N(5,1)$	0.6897	3.4964	6.6533	6.7022	0.9352	3.6315	9.1243	12.9090
$N(5,2)$	0.6850	3.4963	6.6324	6.7185	0.9275	3.6312	9.1332	13.0394
$N(5,4)$	0.6842	3.4950	6.6122	6.7190	0.9312	3.6316	9.1096	12.8485
$N\left(10,\frac{1}{4}\right)$	0.6821	3.4949	6.6071	6.6487	0.9335	3.6312	9.1400	12.9161
$N\left(10,\frac{1}{2}\right)$	0.6860	3.4968	6.6429	6.7820	0.9409	3.6367	9.2346	13.1193
$N(10,1)$	0.6837	3.4957	6.6258	6.6756	0.9410	3.6311	9.1025	12.8927
$N(10,2)$	0.6844	3.4955	6.6241	6.6578	0.9371	3.6326	9.1480	13.0973
$N(10,4)$	0.6867	3.4968	6.6533	6.7723	0.9378	3.6328	9.1418	12.9768

ชุดพารามิเตอร์	$n=20$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(-10,\frac{1}{4}\right)$	0.7210	3.4514	9.1340	12.4764	0.9844	3.5426	13.0560	33.3135
$N\left(-10,\frac{1}{2}\right)$	0.7249	3.4516	9.1535	12.3372	0.9931	3.5433	13.1246	32.6422
$N(-10,1)$	0.7230	3.4524	9.1925	12.4599	0.9972	3.5462	13.2619	33.6780
$N(-10,2)$	0.7204	3.4532	9.1578	12.6272	0.9845	3.5426	13.1101	33.1994
$N(-10,4)$	0.7229	3.4535	9.2059	12.6920	0.9912	3.5446	13.1191	33.4119
$N\left(-5,\frac{1}{4}\right)$	0.7220	3.4535	9.1573	12.4016	0.9875	3.5442	13.2137	33.1930
$N\left(-5,\frac{1}{2}\right)$	0.7231	3.4534	9.1768	12.2726	0.9900	3.5419	12.9668	32.4261
$N(-5,1)$	0.7233	3.4526	9.1699	12.4036	0.9931	3.5434	13.1840	33.7235
$N(-5,2)$	0.7221	3.4528	9.2118	12.6899	0.9949	3.5461	13.3595	33.9393
$N(-5,4)$	0.7217	3.4527	9.1563	12.4768	0.9899	3.5431	13.1476	32.8515
$N\left(0,\frac{1}{4}\right)$	0.7216	3.4522	9.1591	12.4657	0.9931	3.5423	13.2206	33.3083
$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$	0.7197	3.4504	9.1135	12.1857	0.9824	3.5417	13.0766	32.9482
$N(0,1)$	0.7227	3.4532	9.1937	12.7258	0.9851	3.5448	13.2133	33.6004
$N(0,2)$	0.7233	3.4524	9.1411	12.4591	0.9966	3.5418	13.2420	33.3878
$N(0,4)$	0.7218	3.4522	9.1812	12.6317	0.9913	3.5428	13.1383	33.5535
$N\left(5,\frac{1}{4}\right)$	0.7199	3.4520	9.1441	12.5368	0.9916	3.5440	13.1529	33.1277
$N\left(5,\frac{1}{2}\right)$	0.7202	3.4513	9.1344	12.3099	0.9900	3.5443	13.1385	33.6155
$N(5,1)$	0.7227	3.4515	9.1660	12.3866	0.9930	3.5432	13.0760	32.6428
$N(5,2)$	0.7203	3.4536	9.1831	12.4228	0.9945	3.5416	13.0629	33.0548
$N(5,4)$	0.7245	3.4525	9.1579	12.3330	0.9886	3.5417	13.0717	33.3582
$N\left(10,\frac{1}{4}\right)$	0.7203	3.4525	9.1584	12.3617	0.9835	3.5405	13.0264	32.9535

ชุดพารามิเตอร์	$n=20$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(10,\frac{1}{2}\right)$	0.7201	3.4521	9.1618	12.4557	0.9945	3.5420	13.1895	33.2914
$N(10,1)$	0.7211	3.4511	9.1277	12.3135	0.9921	3.5412	13.1073	33.6323
$N(10,2)$	0.7192	3.4505	9.0769	12.3554	0.9785	3.5404	13.0686	32.9327
$N(10,4)$	0.7213	3.4528	9.1688	12.3986	0.9898	3.5427	13.1745	34.2469

ชุดพารามิเตอร์	$n=30$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(-10,\frac{1}{4}\right)$	0.7349	3.4214	10.6923	16.7011	1.0084	3.4909	15.5792	50.5105
$N\left(-10,\frac{1}{2}\right)$	0.7327	3.4212	10.6404	16.5706	1.0056	3.4897	15.4608	49.6612
$N(-10,1)$	0.7311	3.4205	10.6431	16.3163	1.0010	3.4889	15.5703	51.4683
$N(-10,2)$	0.7306	3.4219	10.6566	16.6686	1.0140	3.4900	15.4891	50.2035
$N(-10,4)$	0.7293	3.4203	10.5927	16.4740	1.0024	3.4884	15.5291	51.1299
$N\left(-5,\frac{1}{4}\right)$	0.7317	3.4220	10.6982	16.8341	1.0145	3.4906	15.5621	52.4516
$N\left(-5,\frac{1}{2}\right)$	0.7349	3.4228	10.7081	16.6960	1.0068	3.4896	15.6340	51.2976
$N(-5,1)$	0.7350	3.4226	10.7194	16.8039	1.0105	3.4887	15.4422	51.8805
$N(-5,2)$	0.7288	3.4210	10.6212	16.4089	0.9967	3.4904	15.5439	51.0543
$N(-5,4)$	0.7341	3.4223	10.6868	16.6590	1.0051	3.4897	15.4300	51.3307
$N\left(0,\frac{1}{4}\right)$	0.7355	3.4222	10.6843	16.5939	1.0109	3.4922	15.8132	52.6798
$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$	0.7358	3.4211	10.6585	16.5746	1.0111	3.4907	15.5320	52.4299
$N(0,1)$	0.7329	3.4221	10.6716	16.5122	1.0126	3.4904	15.4701	50.9618
$N(0,2)$	0.7328	3.4217	10.6361	16.6303	1.0051	3.4893	15.5507	51.1071
$N(0,4)$	0.7311	3.4219	10.6748	16.4841	1.0052	3.4883	15.3694	51.5166
$N\left(5,\frac{1}{4}\right)$	0.7322	3.4217	10.6823	16.6141	1.0124	3.4888	15.4545	51.5064
$N\left(5,\frac{1}{2}\right)$	0.7321	3.4227	10.6909	16.8489	1.0160	3.4930	15.7615	52.9295
$N(5,1)$	0.7354	3.4218	10.6822	16.5451	1.0067	3.4907	15.5579	51.6666
$N(5,2)$	0.7297	3.4214	10.6432	16.5168	0.9973	3.4898	15.5720	50.8022
$N(5,4)$	0.7313	3.4216	10.6523	16.6029	1.0043	3.4910	15.4757	51.4374
$N\left(10,\frac{1}{4}\right)$	0.7311	3.4210	10.6565	16.4768	1.0057	3.4883	15.3959	51.2965

ชุดพารามิเตอร์	$n=30$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(10,\frac{1}{2}\right)$	0.7360	3.4222	10.6625	16.2914	1.0009	3.4912	15.4585	49.5309
$N(10,1)$	0.7304	3.4218	10.6643	16.6207	1.0019	3.4885	15.4199	50.8022
$N(10,2)$	0.7320	3.4219	10.6852	16.7355	0.9980	3.4889	15.5663	52.4791
$N(10,4)$	0.7289	3.4212	10.6223	16.6979	1.0013	3.4874	15.4150	50.7710

ชุดพารามิเตอร์	$n=50$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(-10,\frac{1}{4}\right)$	0.7351	3.3860	12.4924	21.6949	1.0086	3.4328	18.3154	80.5082
$N\left(-10,\frac{1}{2}\right)$	0.7426	3.3870	12.5758	21.9494	1.0212	3.4353	18.3897	73.3266
$N(-10,1)$	0.7387	3.3873	12.6054	22.3534	1.0103	3.4338	18.5665	79.6462
$N(-10,2)$	0.7371	3.3869	12.5368	21.8616	1.0073	3.4334	18.4151	76.7238
$N(-10,4)$	0.7374	3.3871	12.5487	22.0703	1.0079	3.4343	18.4483	76.9506
$N\left(-5,\frac{1}{4}\right)$	0.7410	3.3871	12.5613	22.1600	1.0179	3.4333	18.5191	78.0777
$N\left(-5,\frac{1}{2}\right)$	0.7401	3.3873	12.6008	22.3206	1.0250	3.4326	18.3375	75.3589
$N(-5,1)$	0.7405	3.3875	12.5910	22.1847	1.0233	3.4353	18.6374	78.9770
$N(-5,2)$	0.7384	3.3874	12.5811	22.5236	1.0253	3.4337	18.4560	76.6131
$N(-5,4)$	0.7351	3.3869	12.5529	22.2189	1.0069	3.4332	18.2918	76.8924
$N\left(0,\frac{1}{4}\right)$	0.7419	3.3876	12.6421	22.4231	1.0238	3.4350	18.5366	78.8042
$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$	0.7398	3.3883	12.6655	22.5138	1.0074	3.4345	18.7080	81.4263
$N(0,1)$	0.7399	3.3879	12.5655	21.8439	1.0258	3.4343	18.5692	77.4852
$N(0,2)$	0.7399	3.3876	12.6587	22.4353	1.0282	3.4335	18.5174	79.3685
$N(0,4)$	0.7406	3.3882	12.6830	22.4100	1.0185	3.4343	18.6961	81.2256
$N\left(5,\frac{1}{4}\right)$	0.7370	3.3868	12.5445	22.2453	1.0160	3.4343	18.3264	75.5419
$N\left(5,\frac{1}{2}\right)$	0.7368	3.3872	12.4877	21.8270	1.0203	3.4335	18.5115	77.8013
$N(5,1)$	0.7431	3.3875	12.6261	22.2500	1.0251	3.4342	18.3793	77.1932
$N(5,2)$	0.7411	3.3871	12.5261	22.1641	1.0156	3.4335	18.2186	73.8873
$N(5,4)$	0.7405	3.3870	12.5232	22.2968	1.0123	3.4336	18.3307	77.5511
$N\left(10,\frac{1}{4}\right)$	0.7419	3.3876	12.5942	22.2118	1.0173	3.4335	18.5878	77.4641

ชุดพารามิเตอร์	$n=50$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(10,\frac{1}{2}\right)$	0.7417	3.3873	12.5696	22.3051	1.0237	3.4356	18.5286	78.7745
$N(10,1)$	0.7431	3.3869	12.5001	21.8615	1.0175	3.4335	18.4814	75.7633
$N(10,2)$	0.7424	3.3870	12.6018	22.0433	1.0227	3.4330	18.4912	77.2142
$N(10,4)$	0.7426	3.3874	12.5992	22.2378	1.0241	3.4350	18.4147	77.3875

ชุดพารามิเตอร์	$n=70$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(-10,\frac{1}{4}\right)$	0.7457	3.3682	13.8714	25.8294	1.0252	3.4058	20.4356	99.3396
$N\left(-10,\frac{1}{2}\right)$	0.7459	3.3684	13.8614	25.9029	1.0223	3.4041	20.3222	97.2029
$N(-10,1)$	0.7460	3.3682	13.7697	25.6346	1.0232	3.4041	20.3308	97.3622
$N(-10,2)$	0.7454	3.3683	13.8092	25.8966	1.0212	3.4044	20.1283	98.2421
$N(-10,4)$	0.7457	3.3683	13.8766	25.9437	1.0215	3.4048	20.3466	98.4489
$N\left(-5,\frac{1}{4}\right)$	0.7448	3.3685	13.9137	25.9995	1.0218	3.4061	20.5596	98.6410
$N\left(-5,\frac{1}{2}\right)$	0.7451	3.3682	13.8113	25.9198	1.0291	3.4044	20.1782	97.0403
$N(-5,1)$	0.7440	3.3681	13.8265	25.8921	1.0193	3.4049	20.1811	92.7735
$N(-5,2)$	0.7421	3.3680	13.8105	25.8688	1.0192	3.4049	20.5473	98.8824
$N(-5,4)$	0.7422	3.3678	13.7831	25.6810	1.0207	3.4045	20.4203	96.1361
$N\left(0,\frac{1}{4}\right)$	0.7431	3.3684	13.7687	25.4327	1.0197	3.4048	20.2641	94.0374
$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$	0.7457	3.3685	13.8832	26.0914	1.0291	3.4054	20.4033	94.2885
$N(0,1)$	0.7458	3.3686	13.8588	26.0494	1.0167	3.4061	20.4168	93.6906
$N(0,2)$	0.7410	3.3678	13.8112	26.2547	1.0274	3.4045	20.2333	94.5700
$N(0,4)$	0.7431	3.3687	13.9163	26.5768	1.0252	3.4041	20.6571	100.7237
$N\left(5,\frac{1}{4}\right)$	0.7457	3.3685	13.8842	25.8314	1.0234	3.4050	20.3517	96.4217
$N\left(5,\frac{1}{2}\right)$	0.7434	3.3683	13.8078	25.9849	1.0219	3.4049	20.3510	94.3798
$N(5,1)$	0.7451	3.3680	13.8102	26.0089	1.0203	3.4042	20.3580	97.0742
$N(5,2)$	0.7395	3.3684	13.8321	26.1628	1.0100	3.4056	20.6275	101.4070
$N(5,4)$	0.7437	3.3679	13.7467	25.6001	1.0276	3.4052	20.4904	98.7184
$N\left(10,\frac{1}{4}\right)$	0.7416	3.3681	13.8470	26.2825	1.0113	3.4039	20.1680	93.8879

ชุดพารามิเตอร์	$n=70$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(10,\frac{1}{2}\right)$	0.7393	3.3682	13.8195	25.5783	1.0241	3.4052	20.9125	100.9330
$N(10,1)$	0.7430	3.3679	13.8518	26.2214	1.0294	3.4044	20.3386	94.5216
$N(10,2)$	0.7422	3.3681	13.8113	25.6536	1.0173	3.4045	20.3832	97.0219
$N(10,4)$	0.7434	3.3683	13.8426	26.3806	1.0147	3.4051	20.5890	97.9985

ชุดพารามิเตอร์	$n=100$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(-10,\frac{1}{4}\right)$	0.7488	3.3514	15.1859	30.6316	1.0337	3.3791	22.3451	121.5856
$N\left(-10,\frac{1}{2}\right)$	0.7461	3.3512	15.1402	29.9614	1.0270	3.3792	22.3147	120.9567
$N(-10,1)$	0.7446	3.3508	15.0596	29.7263	1.0239	3.3780	22.0705	114.5310
$N(-10,2)$	0.7464	3.3513	15.1468	30.2641	1.0171	3.3782	22.3527	115.8262
$N(-10,4)$	0.7492	3.3515	15.1942	30.3365	1.0307	3.3791	22.2643	114.4309
$N\left(-5,\frac{1}{4}\right)$	0.7453	3.3512	15.1555	29.8286	1.0224	3.3797	22.2891	113.1254
$N\left(-5,\frac{1}{2}\right)$	0.7427	3.3511	15.1264	29.7867	1.0230	3.3791	22.2102	113.0935
$N(-5,1)$	0.7473	3.3515	15.1974	29.8036	1.0299	3.3790	22.3318	114.0619
$N(-5,2)$	0.7437	3.3511	15.0678	29.7338	1.0255	3.3779	22.0289	113.5373
$N(-5,4)$	0.7497	3.3519	15.2430	29.9908	1.0359	3.3793	22.2210	115.6040
$N\left(0,\frac{1}{4}\right)$	0.7468	3.3511	15.1270	29.4865	1.0310	3.3796	22.2867	113.8356
$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$	0.7448	3.3509	15.0631	29.5407	1.0110	3.3785	21.7998	112.5472
$N(0,1)$	0.7435	3.3513	15.1516	29.9071	1.0244	3.3786	22.4893	118.6734
$N(0,2)$	0.7462	3.3515	15.2171	29.6529	1.0277	3.3792	22.3447	116.7089
$N(0,4)$	0.7456	3.3514	15.1809	29.7292	1.0210	3.3794	22.4087	116.0670
$N\left(5,\frac{1}{4}\right)$	0.7454	3.3511	15.1022	30.1805	1.0160	3.3788	22.0977	111.7665
$N\left(5,\frac{1}{2}\right)$	0.7440	3.3513	15.1517	29.6877	1.0319	3.3785	22.0809	115.7589
$N(5,1)$	0.7461	3.3516	15.2322	30.1851	1.0227	3.3792	22.5548	120.7549
$N(5,2)$	0.7447	3.3513	15.1371	29.9219	1.0267	3.3800	22.2838	114.6464
$N(5,4)$	0.7435	3.3512	15.1348	29.3519	1.0267	3.3792	22.6205	120.6694
$N\left(10,\frac{1}{4}\right)$	0.7476	3.3513	15.1214	29.4829	1.0318	3.3797	22.3196	113.9955

ชุดพารามิเตอร์	$n=100$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(10,\frac{1}{2}\right)$	0.7478	3.3512	15.1295	29.8412	1.0320	3.3791	22.2600	111.4022
$N(10,1)$	0.7418	3.3510	15.0667	29.6201	1.0200	3.3792	22.2235	115.8422
$N(10,2)$	0.7394	3.3506	15.0861	29.3017	1.0295	3.3789	21.9259	111.7233
$N(10,4)$	0.7506	3.3516	15.2229	29.9381	1.0265	3.3797	22.2162	114.0104

ชุดพารามิเตอร์	$n = 200$							
	$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(-10,\frac{1}{4}\right)$	0.7507	3.3270	17.6194	36.0784	1.0273	3.3435	25.7847	146.4966
$N\left(-10,\frac{1}{2}\right)$	0.7468	3.3272	17.7008	36.9019	1.0316	3.3429	25.8369	148.9084
$N(-10,1)$	0.7511	3.3270	17.7120	36.6770	1.0300	3.3431	25.7570	151.2572
$N(-10,2)$	0.7493	3.3269	17.6007	36.1628	1.0299	3.3429	25.3613	140.0511
$N(-10,4)$	0.7458	3.3271	17.6435	36.3885	1.0307	3.3434	25.5775	145.9152
$N\left(-5,\frac{1}{4}\right)$	0.7505	3.3272	17.7722	36.8039	1.0357	3.3441	25.8182	146.4389
$N\left(-5,\frac{1}{2}\right)$	0.7487	3.3272	17.8210	37.7505	1.0334	3.3435	26.0615	153.6610
$N(-5,1)$	0.7488	3.3270	17.7351	36.6889	1.0368	3.3435	25.4219	144.4581
$N(-5,2)$	0.7459	3.3271	17.6433	36.9012	1.0263	3.3432	25.6829	145.7027
$N(-5,4)$	0.7501	3.3269	17.6467	36.5786	1.0338	3.3433	25.5629	150.4102
$N\left(0,\frac{1}{4}\right)$	0.7471	3.3269	17.6463	36.2940	1.0281	3.3439	26.0049	150.4373
$N\left(0,\frac{1}{2}\right)$	0.7461	3.3269	17.5021	35.6992	1.0202	3.3428	25.6868	142.9120
$N(0,1)$	0.7490	3.3270	17.6436	36.5223	1.0246	3.3433	25.6635	148.3707
$N(0,2)$	0.7451	3.3270	17.7163	36.0957	1.0304	3.3429	25.6971	146.3678
$N(0,4)$	0.7509	3.3270	17.6863	36.4736	1.0351	3.3429	25.9091	151.9484
$N\left(5,\frac{1}{4}\right)$	0.7468	3.3270	17.7004	36.3691	1.0172	3.3435	25.7292	145.6230
$N\left(5,\frac{1}{2}\right)$	0.7473	3.3270	17.7011	36.4994	1.0268	3.3434	25.6435	149.4564
$N(5,1)$	0.7519	3.3270	17.7105	36.6370	1.0350	3.3429	25.6551	148.3864
$N(5,2)$	0.7504	3.3271	17.7005	36.8748	1.0392	3.3435	25.6238	145.1639
$N(5,4)$	0.7531	3.3270	17.6890	37.1361	1.0298	3.3436	25.7332	150.6548
$N\left(10,\frac{1}{4}\right)$	0.7536	3.3274	17.7423	36.4640	1.0360	3.3440	25.8507	145.0410

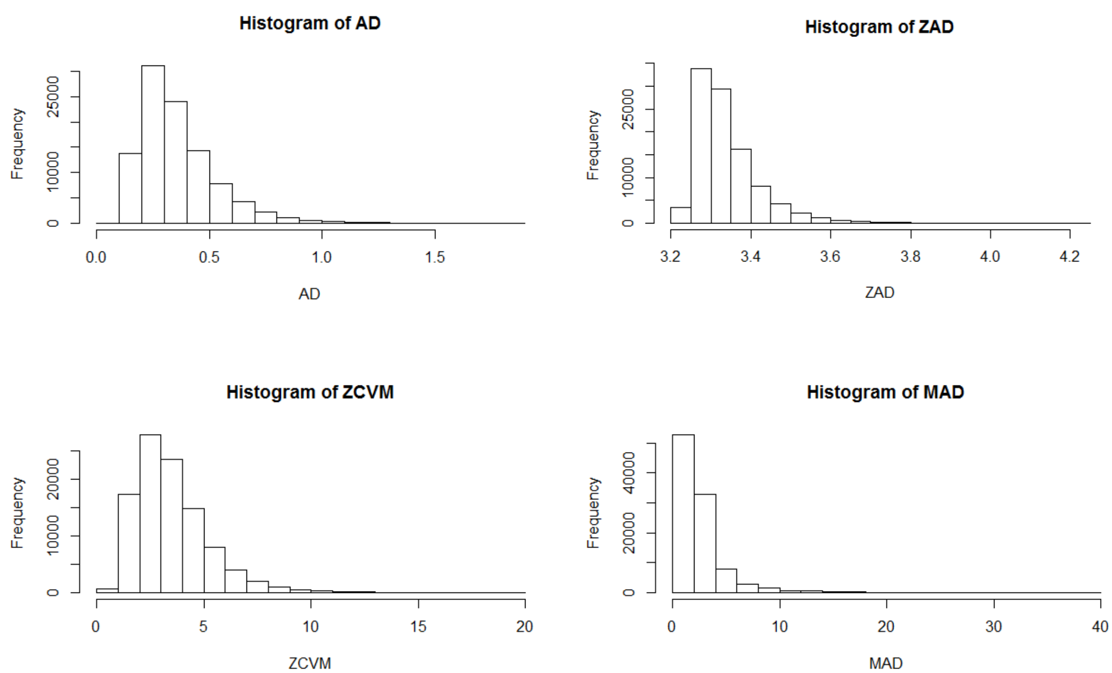
ชุดพารามิเตอร์	$n=200$							
	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	AD	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**	**AD**	**ZAD**	**ZCVM**	**MLAD**
$N\left(10,\frac{1}{2}\right)$	0.7459	3.3272	17.7084	35.5194	1.0367	3.3433	25.4933	148.6303
$N(10,1)$	0.7510	3.3271	17.6723	37.0820	1.0363	3.3434	25.7249	143.5610
$N(10,2)$	0.7506	3.3269	17.6540	36.1771	1.0318	3.3432	25.4490	140.9221
$N(10,4)$	0.7466	3.3271	17.7160	36.4884	1.0299	3.3440	25.5513	147.5021

ภาคผนวก ข

ลักษณะการแจกแจงของสถิติทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิงแบบอัตราส่วนล็อกภาวะน่าจะเป็นที่ปรับปรุง เมื่อจำลองข้อมูลเป็น $N(0,1)$

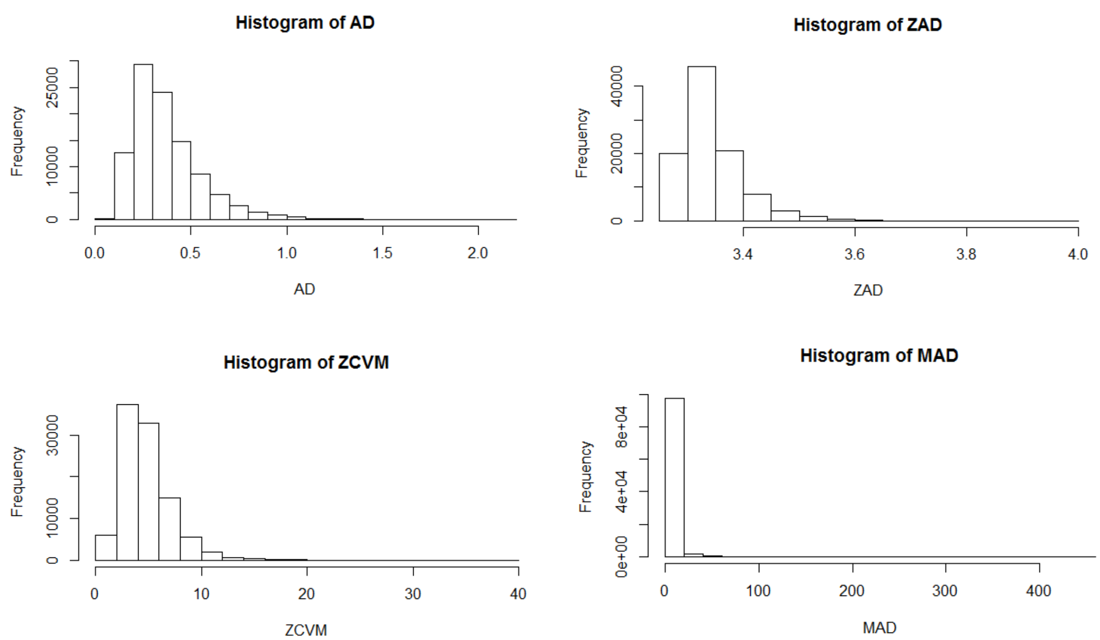
เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 10

ตัวสถิติทดสอบ	ค่าต่ำสุด	ควอล์ไทล์ที่ 1	มัธยฐาน	ค่าเฉลี่ย	ควอล์ไทล์ที่ 3	ค่าสูงสุด
AD	0.08669	0.23620	0.31770	0.35720	0.43540	1.87800
ZAD	3.22700	3.28400	3.31900	3.34000	3.37100	4.20500
ZCVM	0.70000	2.26400	3.15500	3.48400	4.32700	19.85000
MLAD	0.05675	1.22000	1.91100	2.56500	3.00500	39.11000



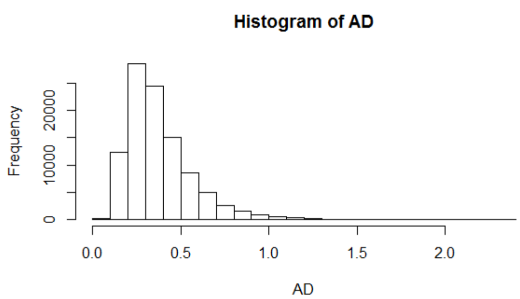
เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 20

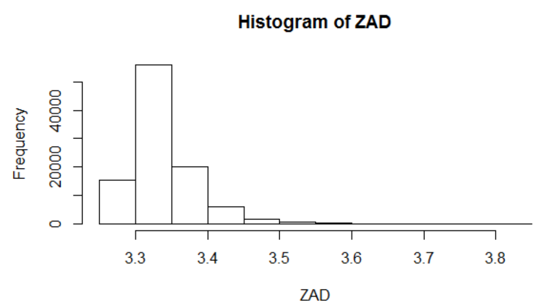
ตัวสถิติทดสอบ	ค่าต่ำสุด	ควอล์ไทล์ที่ 1	มัธยฐาน	ค่าเฉลี่ย	ควอล์ไทล์ที่ 3	ค่าสูงสุด
AD	0.07355	0.24350	0.32870	0.37180	0.45370	2.19200
ZAD	3.26200	3.30500	3.32900	3.34400	3.36600	3.99200
ZCVM	0.7037 0	3.13400	4.34300	4.80500	5.90500	39.41000
MLAD	0.26070	1.91600	2.86400	4.57600	4.52600	443.60000

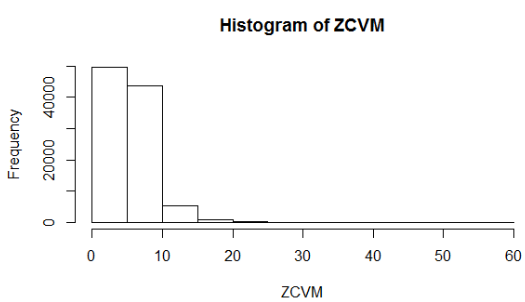


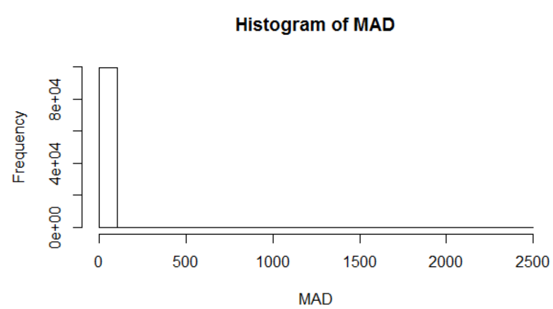
เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 30

ตัวสถิติทดสอบ	ค่าต่ำสุด	ควอล์ไทล์ที่ 1	มัธยฐาน	ค่าเฉลี่ย	ควอล์ไทล์ที่ 3	ค่าสูงสุด
AD	0.06902	0.24550	0.33320	0.37550	0.45730	2.39700
ZAD	3.27300	3.30700	3.32700	3.33800	3.35600	3.84000
ZCVM	0.71950	3.64300	5.01700	5.58600	6.84500	56.14000
MLAD	0.32030	2.33400	3.45800	6.30800	5.51400	2446.00000



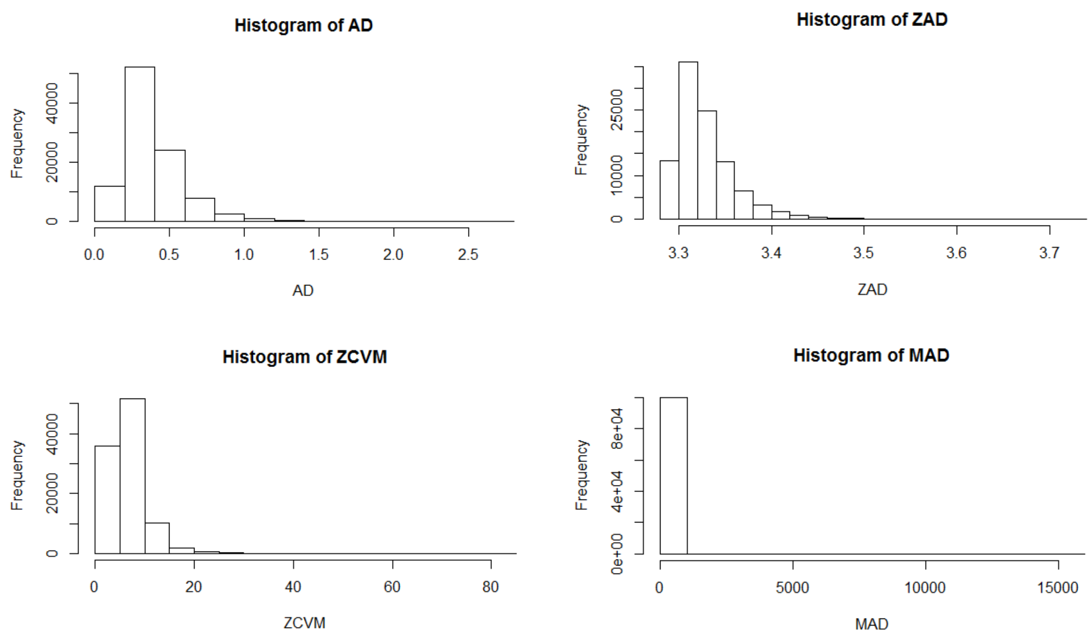






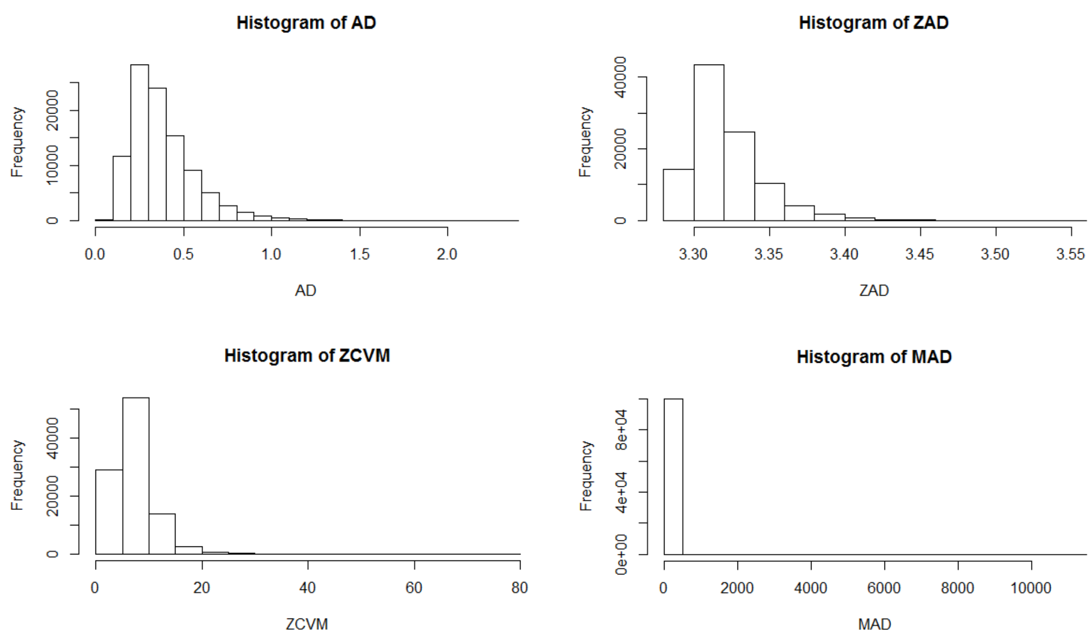
เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 50

ตัวสถิติทดสอบ	ค่าต่ำสุด	ควอล์ไทล์ที่ 1	มัธยฐาน	ค่าเฉลี่ย	ควอล์ไทล์ที่ 3	ค่าสูงสุด
AD	0.07611	0.24770	0.33660	0.38070	0.46480	2.75400
ZAD	3.28000	3.30600	3.32000	3.32800	3.34100	3.72300
ZCVM	0.83230	4.29800	5.92800	6.61300	8.06800	84.33000
MLAD	0.42200	2.90400	4.23100	9.30500	6.81200	15380.00000



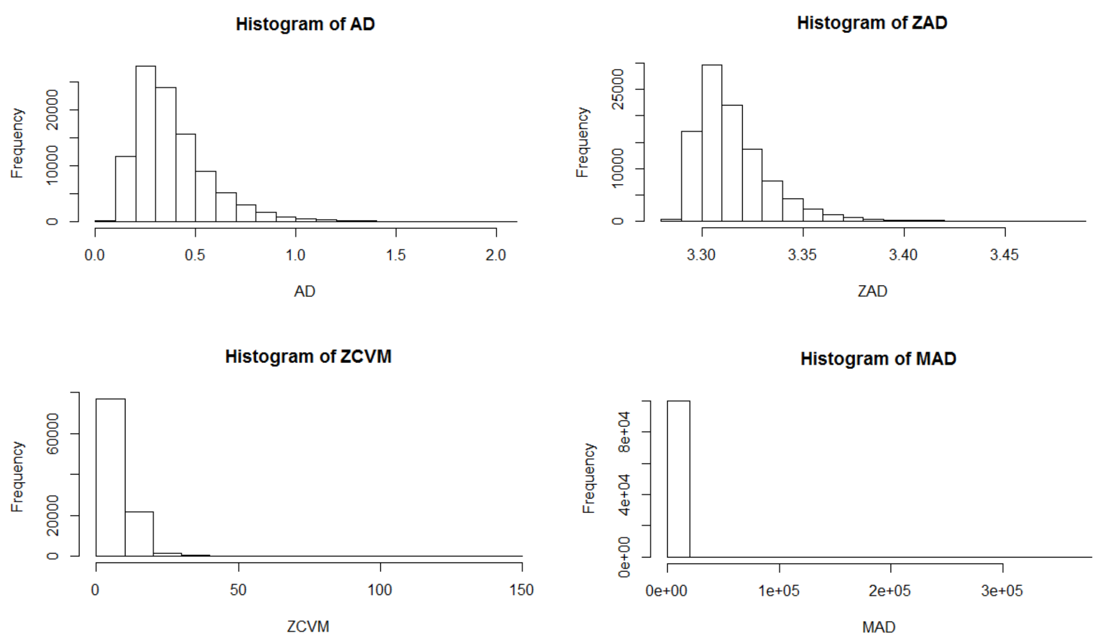
เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 70

ตัวสถิติทดสอบ	ค่าต่ำสุด	ควอล์ไทล์ที่ 1	มัธยฐาน	ค่าเฉลี่ย	ควอล์ไทล์ที่ 3	ค่าสูงสุด
AD	0.06594	0.24860	0.33720	0.38060	0.46500	2.32600
ZAD	3.28400	3.30500	3.31600	3.32200	3.33200	3.55800
ZCVM	0.97880	4.72000	6.50800	7.24500	8.87200	75.60000
MLAD	0.58100	3.27600	4.77500	10.86000	7.71100	11430.00000



เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 100

ตัวสถิติทดสอบ	ค่าต่ำสุด	ควอล์ไทล์ที่ 1	มัธยฐาน	ค่าเฉลี่ย	ควอล์ไทล์ที่ 3	ค่าสูงสุด
AD	0.07017	0.24900	0.33890	0.38170	0.46580	2.01600
ZAD	3.28600	3.30300	3.31100	3.31600	3.32400	3.48000
ZCVM	0.95350	5.20400	7.15000	7.96300	9.71600	146.60000
MLAD	0.70000	3.70000	5.40000	17.30000	8.60000	374500.000000



เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 200

ตัวสถิติทดสอบ	ค่าต่ำสุด	ควอล์ไทล์ที่ 1	มัธยฐาน	ค่าเฉลี่ย	ควอล์ไทล์ที่ 3	ค่าสูงสุด
AD	0.06623	0.25010	0.33950	0.38380	0.46880	2.65800
ZAD	3.28900	3.29900	3.30400	3.30600	3.31100	3.40800
ZCVM	1.39900	6.16200	8.39700	9.35200	11.36000	82.16000
MLAD	0.85600	4.56600	6.56100	16.60000	10.58000	11610.00000