

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ภาควิชา ศึกษาศาสตร์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2560
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ภาคภูมิ เพ็ชรไพบ่อ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)



..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.พรณทิพา ตันตินัย)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

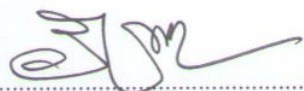

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)


..... กรรมการ
(ดร.พรณทิพา ตันตินัย)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นาวาตรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 11 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2560

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.พรหมทิพา ดันดินัย อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่งตลอดมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและความเป็นแบบอย่างของครูที่ดีของท่านเป็นอย่างมาก จึงขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต และผู้ช่วยศาสตราจารย์ นาวาตรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้ความรู้ให้คำปรึกษา ตลอดจนตรวจแก้ไขและวิจารณ์ผลงาน ทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และผู้ทรงคุณวุฒิ ดร.สมคิด อินเทพ ดร.คมสัน ศรีไพบุลย์ ดร.พาวา พงษ์พันธุ์ อาจารย์ประนอม รื่นสุคนธ์ และอาจารย์ดรรชนี สายคาราสุมุท ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบรวมทั้งให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ ยังได้รับความอนุเคราะห์จากผู้อำนวยการ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร ตลอดจนคณะครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/8 และ 3/9 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อแดง เพ็ชรในบ่อ คุณแม่ศรีสอางค์ เพ็ชรในบ่อ คุณยาย สะอาด เสือแสวงสิน และญาติ ๆ ทุกคนที่ให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา ขอขอบคุณพี่ ๆ น้อง ๆ สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ที่คอยให้กำลังใจและให้คำปรึกษาที่ดีเสมอมา

คุณความดีทั้งหลายอันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา และครูอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัยทั้งในอดีตและปัจจุบัน ทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราប់ทุกวันนี้

ภาคภูมิ เพ็ชรในบ่อ

57910139: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์/ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ภาคภูมิ เพ็ชรในบ่อ: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (LEARNING ACTIVITIES MANAGEMENT USING COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION (CGI) WITH SSCS TO PROMOTE MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND WRITTEN COMMUNICATION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร, กศ.ด., พรรณทิพา ตันตินัย, ค.ด. 259 หน้า. ปี พ.ศ. 2560.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/9 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน 2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน มีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.84 3) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.86 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบ t -test for dependent และการทดสอบ t -test for one samples

ผลการวิจัย พบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

57910139: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)
 KEYWORDS: MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITIES/ WRITTEN COMMUNICATION
 ABILITIES/ LEARNING ACTIVITIES MANAGEMENT USING COGNITIVELY
 GUIDED INSTRUCTION (CGI) WITH SSCS

PAKPOOM PETCHNAIBOR: LEARNING ACTIVITIES MANAGEMENT USING
 COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION (CGI) WITH SSCS TO PROMOTE MATHEMATICAL
 PROBLEM SOLVING AND WRITTEN COMMUNICATION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA III
 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D., PANTIPA
 TANTINAI, Ph.D. 259 P. 2017.

The purposes of this research were 1) to compare the mathematical problem solving abilities of mathayomsuksa 3 students before and after learning with cognitively guided instruction (CGI) with SSCS and to compare the mathematical problem solving abilities of the mathayomsuksa 3 students after learning activities management using cognitively guided instruction (CGI) with SSCS 2) to compare the written communication abilities of mathayomsuksa 3 students before and after learning with activities management using cognitively guided instruction (CGI) with SSCS, and to compare the written communication abilities of the students after learning activities management using cognitively guided instruction (CGI) with SSCS with the set 70% criterion

The sample were mathayomsuksa 3 students of the second semester in academic year B.E. 2559 at Phanatpityakarn school, who were selected by cluster random sampling method. The research instrument used in this research consisted of; 1) number theory lesson plans, 2) mathematical problem solving and written communication abilities pre-test (with reliability of .84), and 3) mathematical problem solving and written communication abilities post-test (with reliability of .86) the data were analyzed by mean, standard deviation, *t*-test for dependent sample and *t*-test for one sample

The findings were as follows;

1. The mathematical problem solving abilities of mathayomsuksa 3 students after learning activities management using cognitively guided instruction (CGI) with SSCS was significantly higher than before learning and was higher than criterion of 70% at the .05 level.
2. The written communication abilities of mathayomsuksa 3 students after learning activities management using cognitively guided instruction (CGI) with SSCS was significantly higher than before learning and was higher than the criterion of 70% at the .05 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	9
สมมติฐานของการวิจัย.....	9
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	10
ขอบเขตของการวิจัย.....	10
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	17
ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	
พุทธศักราช 2551.....	17
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้.....	21
หลักการสอนคณิตศาสตร์.....	26
การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)	32
การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	46
การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	58
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	64
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	97
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	114
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	119
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	119

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	120
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	120
การดำเนินการวิจัย.....	131
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	131
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	132
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	133
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	137
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	137
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	138
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	156
สรุปผลการวิจัย.....	157
อภิปรายผล.....	157
ข้อเสนอแนะ.....	163
บรรณานุกรม.....	165
ภาคผนวก.....	173
ภาคผนวก ก.....	174
ภาคผนวก ข.....	179
ภาคผนวก ค.....	235
ภาคผนวก ง.....	249
ภาคผนวก จ.....	255
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	259

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1	มาตรฐานและตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย..... 21
2	การเปรียบเทียบหลักการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบเดิม กับการสอนแบบการแนะให้รู้คิด..... 34
3	การสังเคราะห์ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI).... 39
4	ความสัมพันธ์ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แบบ IDEAL และแบบ CPS..... 48
5	กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS..... 54
6	เปรียบเทียบขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหากับกระบวนการแก้ปัญหาแบบ SSCS..... 71
7	ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 94
8	ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 95
9	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)..... 96
10	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)..... 112
11	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของกระทรวงศึกษาธิการ..... 113
12	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม (Holistic scoring)..... 113
13	การวิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 121
14	วิเคราะห์แบบวัดอันทันทีวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 126
15	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)..... 128
16	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม (Holistic scoring)..... 129

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
17 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	138
18 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	139
19 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นวางแผน ในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	140
20 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นดำเนินการ แก้ปัญหาก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	141
21 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นสรุปคำตอบ ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	142
22 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอน การแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	143
23 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	143
24 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	145
25 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นการดำเนินการในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	147
26 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นการสรุปคำตอบกับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	150

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
27 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	151
28 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	152
29 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับ....	236
30 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโอกาสของเหตุการณ์.....	237
31 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น.....	238
32 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็ม.....	239
33 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูล.....	240
34 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม.....	241
35 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ทั้ง 6 แผน.....	242
36 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	242

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
37	243
ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	
38	243
ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน.....	
39	244
ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน.....	
40	244
คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	
41	246
คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	15
2 วัฏจักรของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	51
3 การสังเคราะห์ขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS.....	61
4 กระบวนการแก้ปัญหของ Polya.....	70
5 กระบวนการแก้ปัญหที่เป็นพลวัตของ Wilson.....	70
6 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 1 คะแนน....	144
7 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 2 คะแนน....	145
8 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 0 คะแนน.....	146
9 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหของผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน.....	146
10 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 0 คะแนน....	148
11 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 1 คะแนน....	148
12 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 2 คะแนน....	149
13 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการสรุปคำตอบของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 0 คะแนน.....	150
14 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการสรุปคำตอบของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 1 คะแนน.....	151
15 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน กลุ่มที่ 1 ผู้เรียนที่ได้ 0 คะแนน.....	153
16 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน กลุ่มที่ 2 ผู้เรียนที่ได้ 1 คะแนน.....	154
17 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน กลุ่มที่ 3 ผู้เรียนที่ได้ 2 คะแนน.....	154

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษานับเป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาคุณภาพของคนในประเทศ ดังเห็นได้จาก แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11 พ.ศ. 2555-2559 ที่กำหนดยุทธศาสตร์การพัฒนา คนสู่สังคมแห่งการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างยั่งยืน โดยมุ่งสร้างกระแสสังคมให้การเรียนรู้เป็นหน้าที่ ของคนไทยทุกคน มีนิสัยใฝ่รู้ รักการอ่านตั้งแต่วัยเด็ก และส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกับคนต่างวัย ควบคู่กับการส่งเสริมในองค์กร กลุ่มบุคคล ชุมชน ประชาชน และสื่อทุกประเภทเป็นแหล่งเรียนรู้ อย่างสร้างสรรค์ สื่อสารด้วยภาษาที่เข้าใจง่าย รวมถึงส่งเสริมการศึกษาทางเลือกที่สอดคล้องกับ ความต้องการของผู้เรียน และสร้างสังคมแห่งการเรียนรู้ที่มีคุณภาพและสนับสนุนปัจจัยที่ก่อให้เกิด การเรียนรู้ตลอดชีวิต (แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11 (พ.ศ. 2554-2559), 2554, หน้า 13-14) และจากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ที่กล่าวว่า การจัดการศึกษาต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข และมาตรา 22 ที่กล่าวว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการ จัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ (พระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 หน้า 3, 7) และด้วยความสำคัญ ดังกล่าวกระทรวงศึกษาธิการจึงจัดทำหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ขึ้น เพื่อให้ท้องถิ่นและสถานศึกษาได้นำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษา และจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาเด็กและเยาวชนไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงและ แสวงหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 3)

ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้คณิตศาสตร์ เป็นหนึ่งในแปดกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้ เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่ง ต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้การคาดคะเน วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้

คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 56) นอกจากนี้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ยังเป็นความรู้ที่อยู่คู่กับชีวิตมนุษย์ตั้งแต่ตื่นนอนจนถึงก่อนเข้านอน มนุษย์ได้ใช้คณิตศาสตร์ ทั้งโดยตั้งใจและไม่ตั้งใจ ทั้งโดยรู้ตัวและไม่รู้ตัว เช่น เรื่องของการกำหนดเวลาในการทำงาน หลาย ๆ งานในแต่ละวันก็เป็นเรื่องของการวัดเวลา หรือการเดินทางที่มนุษย์พยายามหาเส้นทางที่สั้นที่สุด หรือการหาเส้นทางไปทำธุระหลาย ๆ แห่ง แล้วใช้เวลาและค่าใช้จ่ายน้อยสุดหรือโดยไม่ต้องขยับมาขยับไป ตัวอย่างเหล่านี้แสดงให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวและมีประโยชน์อย่างมากต่อชีวิตมนุษย์ (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 1)

ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารเป็นสมรรถนะที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง ด้วยการเลือกใช้กลวิธีการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 39) ดังนั้น ความสามารถในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่ผู้เรียนควรจะต้องเรียนรู้ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้นกับตัวผู้เรียน เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ยาวนานตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ข, หน้า 6) ดังนั้น การสอนการแก้ปัญหาสำหรับชั้นมัธยมศึกษาจึงควรสอนให้นักเรียนมีทักษะและกระบวนการเรียนรู้ ได้แก่ การสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ การใช้วิธีการที่เหมาะสมเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองและผู้อื่น ซึ่งลักษณะของปัญหาควรเป็นปัญหาที่เรียนหรือฝึกกลยุทธ์การแก้ปัญหา และสร้างการเชื่อมโยงระหว่างวิธีการที่หลากหลายของการคิดเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ และการสร้างความคิดรวบยอดในหัวข้อทางคณิตศาสตร์หรือการสรุปเป็นกรณีทั่ว ๆ ไป (ฉวีวรรณ แก้วไทรชะ และสุพจน์ ไชยสังข์, 2557, หน้า 16)

นอกจากนี้ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพเพิ่มมากขึ้น เพราะเป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสาร

กับผู้รับสาร โดยในกระบวนการสื่อสาร ผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูด หรือเขียนให้ผู้รับสารเข้าใจตรงกัน ผู้รับสารก็ต้องทำความเข้าใจและคิดตามในสิ่งที่ผู้สื่อสารพูด หรือเขียน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านให้ความเห็นว่า การให้ผู้เรียนสื่อสารโดยการเขียนเป็นสิ่งที่ จำเป็น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน ผู้เรียนจะต้องใช้ความระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวนไตร่ตรองให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเอง ต้องการ (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 56-57, 102-103) ดังนั้น ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียนจึงเป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญ เพราะการที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการเขียนแลกเปลี่ยน ความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น (สสวท., 2555 ข, หน้า 59) นอกจากนี้ การสื่อสารยังช่วยส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน ทำให้ผู้เรียน เข้าใจได้อย่างลึกซึ้ง ช่วยสนับสนุนและขยายความคิดผู้เรียนในการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ เกิดการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียนด้วยกัน (Mumme & Shepherd, 1993, pp. 7-11)

จากที่กล่าวมาข้างต้น ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญเพียงใดก็ตาม แต่ในการประเมินผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่า แม้ผู้เรียนจะมีความรู้ความเข้าใจ ในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่ผู้เรียนจำนวนไม่น้อยยังต้องความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง ระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้ ผู้เรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อ ได้อย่างมี ประสิทธิภาพ (สสวท., 2555 ข, หน้า 1) ดังเห็นได้จากผลการประเมินของ โครงการประเมินผล นักเรียนนานาชาติ (Programme for international student assessment หรือ PISA) ซึ่งเป็นข้อสอบ ที่มีหลากหลายสถานการณ์ในชีวิตจริงให้นักเรียนอ่าน แต่ละสถานการณ์อาจมีหลายคำถาม และหลากหลายรูปแบบในการตอบคำถาม เช่น ข้อสอบเลือกตอบ ข้อสอบเลือกตอบเชิงซ้อน ข้อสอบเขียนตอบอิสระ ข้อสอบเขียนตอบแบบปิด และข้อสอบเขียนตอบแบบสั้น ๆ ซึ่งผู้เรียน จะต้องใช้ความสามารถส่วนบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย และทำนาย ปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ 3 กระบวนการ คือ 1) ระบุประเด็น ทางคณิตศาสตร์ในปัญหา ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อทำการวิเคราะห์ ทางคณิตศาสตร์ และแปลปัญหานั้นให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์ 2) คิดและนำกลยุทธ์ ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหา

ที่ถูกต้องหรือเหมาะสม และนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา 3) ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหา ซึ่งจากการประเมินด้านคณิตศาสตร์ในช่วง PISA 2000 ถึง PISA 2012 ที่ผ่านมา พบว่า มีแนวโน้มลดต่ำลง โดยใน PISA 2012 มีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์เท่ากับ 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย Organization for economic co-operation and development หรือ OECD ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 494 คะแนน และเมื่อพิจารณาถึงลงไป พบว่า มีนักเรียนไทยประมาณครึ่งหนึ่งยังรู้คณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานต่ำสุด (ระดับ 2) นั่นจึงแสดงให้เห็นว่านักเรียนของไทยไม่มีความสามารถถึงระดับพื้นฐานที่ควรต้องมี (สสวท., 2557, หน้า 179-190; จิวรรณ แก้วไทรสะ และสุพจน์ ไชยสังข์, 2557, หน้า 11; สสวท. ม.ป.ป. หน้า 5) จากการศึกษาวิจัยของ สสวท. และการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการศึกษาด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนไทย (Trends in international mathematics and science study หรือ TIMSS) พบว่า นักเรียนไทยทำข้อสอบที่เป็นอัตนัยด้วยการเขียนอธิบายความไม่ได้และความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ประกอบกับการยกตัวอย่างประกอบที่เป็นเหตุผลต่าง ๆ และการเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้เช่นกัน ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงการจัดการเรียนการสอนที่เป็นการสอนเนื้อหาวิชา และการท่องจำมากกว่าการพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เรียบเรียง และการเขียนสื่อความ ทำให้นักเรียนเก่งในการทำข้อสอบแบบใช้ความจำมากกว่าการคิดวิเคราะห์ ส่งผลต่อการเขียนสื่อความเพื่อแสดงผลประกอบอันเนื่องมาจากไม่ได้เน้นกระบวนการให้นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกปฏิบัติ (สุวัฒน์ วิวัฒนานนท์, 2550, หน้า 3-4)

โรงเรียนพนัสพิทยาคาร เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ เมื่อแบ่งตามขนาดของโรงเรียน และอยู่ในกลุ่มของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2 (สพฐ.2) เมื่อแบ่งตามกลุ่มการประเมิน ผลจากการเข้าร่วมทดสอบทางการศึกษาระดับชาติดของการศึกษาขั้นพื้นฐาน (Ordinary national educational test หรือ O-NET) ซึ่งเป็นข้อสอบมาตรฐานของประเทศไทยที่จัดทำขึ้นเพื่อประเมินมาตรฐานการเรียนรู้และคุณภาพของผู้เรียนในช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (จิวรรณ แก้วไทรสะ และสุพจน์ ไชยสังข์, 2557, หน้า 8) ผลการทดสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นับตั้งแต่ปี พ.ศ. 2555-2558 พบว่า นักเรียนโรงเรียนพนัสพิทยาคารมีคะแนนเฉลี่ยในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน เท่ากับ 17.28, 19.39, 18.26 และ 18.81 คะแนน ตามลำดับ สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) สทศ. ซึ่งจะเห็นได้ว่า คะแนนเฉลี่ยดังกล่าวต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนการประเมินทุกปี ประกอบกับการสัมภาษณ์ผู้สอนในระดับ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีประสบการณ์สอนมากกว่า 10 ปี พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่ประสบความสำเร็จในเรื่องการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพราะเรื่องดังกล่าวเป็นการนำเอาความรู้ด้านทักษะการแก้ปัญหาและการเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหารวมไว้ด้วยกัน ทำให้ผู้เรียนไม่สามารถเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพได้ จึงส่งผลให้ผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และไม่สามารถเขียนแสดงวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ (ประนอม รื่นสุคนธ์, สัมภาษณ์, 14 พฤศจิกายน 2559)

จากที่กล่าวมาข้างต้น สาเหตุที่ทำให้ผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีหลายสาเหตุ ซึ่งสาเหตุหนึ่งในนั้นคือกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้สอนที่ยังคงเน้นความจำมากกว่าฝึกกระบวนการคิด ส่วนใหญ่เป็นการอธิบายและแสดงเหตุผลกำกับ โดยผู้สอนเองมักใช้การแก้ปัญหาเพียงรูปแบบเดียว ซึ่งไม่ก่อให้เกิดความหลากหลายในการใช้ยุทธวิธีช่วยแก้ปัญหา และการดำเนินการสอนของผู้สอนเป็นลักษณะของรูปแบบการสื่อสารทางเดียว ไม่ค่อยมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน การโต้ตอบระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนเป็นเพียงการซักถามที่อยู่ในรูปประโยคปิด เช่น ใช่หรือไม่ ถูกต้องหรือไม่ เพียงเท่านั้น ไม่ได้ปลูกฝังให้ผู้เรียนเป็นคนที่จะรู้จักสังเกต สำรวจ และตั้งข้อคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งลักษณะการเรียนการสอนดังกล่าวถือได้ว่าเป็นการปิดกั้นการแสดงออกทางความคิดและการให้เหตุผลของผู้เรียน (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546, หน้า 54-58) สอดคล้องกับบทสัมภาษณ์ของไมตรี อิทธิประสิทธิ์ ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนของประเทศที่ครูมักสอนแบบนั่งอธิบาย เพราะไม่เชื่อว่าเด็กจะสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง ยึดติดและไม่ปรับเปลี่ยนรูปแบบการสอนและเน้นสอนแต่เนื้อหาอย่างเดียว เพราะครูเข้าใจว่าหลักสูตรก็คือ การสอนเนื้อหา สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์ครูมักจะสอนคอนเซ็ปต์ผ่านสูตรต่าง ๆ แล้วบอกให้เด็กคิดตาม และเมื่อครูอยากรู้ว่าเด็กเข้าใจหรือเปล่าก็ให้แบบฝึกหัดเด็กทำแล้วก็ทำการสอบวัดผล ซึ่งไม่ช่วยให้เด็กเกิดการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา เนื่องจากครูไม่ให้คุณค่าของกระบวนการคิด แต่กลับไปให้คุณค่ากับผลลัพธ์หรือคำตอบที่ถูกต้องเท่านั้น (กรุงเทพธุรกิจ, 2555) ดังนั้น ผู้สอนจึงควรปรับปรุงรูปแบบการสอนด้วยการลดบทบาทของผู้สอนจากการเป็นผู้บรรยายมาเป็นมาเป็นผู้สนับสนุนในการเรียน ให้คำแนะนำ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูดและเขียนแสดงความคิดเห็น ลงมือปฏิบัติ โดยการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน หรือการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Child centered) (ยุพิน พิพิธกุล, 2539, หน้า 3-4) ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อุปแบบต่าง ๆ เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความน่าสนใจและสอดคล้องกับ

เป้าหมายหลักของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในปัจจุบันที่เน้นการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียน เกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับการพัฒนาทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ (สสวท., 2555 ก, หน้า 7) นั่นก็คือ การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) และการสอน การแก้ปัญหาแบบ SSCS

การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นแนวการสอนที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานปรัชญาความรู้ และความเชื่อของผู้สอนที่เกิดจากการทำความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียน แล้วนำมา พิจารณาใช้เป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละบุคคล โดยมุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนผ่านการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา (Carpenter, 2000, p. 1) โดยการเรียน การสอนต้องเกิดจากความรู้ของผู้เรียน และให้ความสำคัญกับการคิดการแก้ปัญหาของตัวผู้เรียนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้ กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่คำถามเพื่อการแก้ปัญหา เป็นการเรียนรู้ที่มีการเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้ทำงานเป็นกลุ่ม มีโอกาสนำเสนอความคิดของตนเอง ร่วมกันอภิปราย ก่อให้เกิดการเชื่อมโยง ความรู้เดิมของผู้เรียนให้สัมพันธ์ และสอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง (เวทฤทธิ์ อังกะภักทขจร, 2552-2553) และจากผลการวิจัย พบว่า หลังจากที่นักเรียนได้รับการ จัดการเรียนรู้อย่างการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น (สุธารัตน์ สมรรถการ, 2556; อภิรัตน์ ผลาวรรณ, 2556) และนักเรียน มีความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหาสูงขึ้น (Buscher, 2000)

การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สามารถสรุปเป็นขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1: ผู้สอนนำเสนอปัญหาให้กับผู้เรียน โดยเป็นปัญหาที่มีความน่าสนใจ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ มีหลายบริบท และสามารถใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบได้อย่างหลากหลาย ขั้นที่ 2: ผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ในปัญหา โดยมีผู้สอนคอยใช้คำถามชี้แนะผู้เรียนจนแน่ใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้นได้ จากนั้นให้ผู้เรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ขั้นที่ 3: ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา เค้นสังเกต และพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมกับทำความเข้าใจ ในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริมเมื่อผู้เรียนต้องการ ขั้นที่ 4: ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเอง โดยการสุ่ม เลือกผู้เรียนเป็นรายบุคคล มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลระหว่างกัน และขั้นที่ 5: ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็น ต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา จากนั้นให้ผู้เรียนเขียนอนุทินสรุปว่าผู้เรียนแก้ปัญหาอะไร มีข้อสงสัย ไດบ้างที่ผู้เรียนพบในการแก้ปัญหา ผู้เรียนใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา และผู้เรียนได้อะไรจาก

การแก้ปัญหา (Carpenter, 1999, pp. 60-87; ขวัญ เพ็ชร์ชัย, 2553; เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2552-2553, หน้า 4-5) จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ลงแก้ปัญหา แต่การที่ผู้เรียนจะแก้ปัญหานั้น จะต้องมีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบขั้นตอน ซึ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้ได้ นั่นคือ การสอนตามแนวทางการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพราะการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการสอนที่มุ่งฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยการนำเอากระบวนการทางวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถใช้กระบวนการคิด ในการแสวงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างมีเหตุผล เป็นระบบ และรัดกุม (Pizzini, Shepardson & Abell, 1989, p. 529)

การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ประกอบด้วย ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ค้นหาปัญหา (Search: S) เป็นการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และการแยกแยะประเด็นของปัญหาโดยการระดมสมอง เพื่อทำให้เกิดการแยกแยะปัญหาออกเป็น ประเด็นต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่มีอยู่ในปัญหานั้น ขั้นที่ 2 ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ หรือหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องวางแผนการแก้ปัญหาและเลือกใช้ เครื่องมือในการแก้ปัญหด้วยตนเอง เพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาอย่างหลากหลาย จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องของปัญหานั้น โดยนำข้อมูลจากขั้นที่ 1 มาประกอบการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 สร้างคำตอบ (Create: C) เป็นการนำผลการแก้ปัญหาที่ได้จากขั้นที่ 2 มาจัดกระทำเป็นลำดับ ขั้นตอนที่ย้ำต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น และขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนแนวทาง ในการแก้ปัญหา (Share: S) เป็นการแลกเปลี่ยนแนวคิด กลยุทธ์ ตลอดจนวิธีการที่ในการแก้ปัญหา ของผู้เรียนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน โดยวิธีการที่ได้ อาจเหมือนหรือแตกต่างกัน ในขั้นนี้นักเรียน จะได้รับผลย้อนกลับและการประเมินคำตอบจากครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียน และจากผลการวิจัย พบว่า หลังจากทีนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS นักเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการฟัง การพูด การอ่าน การเขียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (สันนิสา สมัยอยู่, 2554) ทักษะ การสื่อสารและการมีปฏิสัมพันธ์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ (Kusmawan, 2005, pp. 1-5) ช่วยพัฒนายกระดับความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนในการเรียนที่เน้นไปที่ความรู้ ความสามารถ และทักษะในการแก้ไขปัญหาด้วยตนเอง (Wibawati, 2009, pp. 1-6) ทำให้นักเรียนค้นหาคำตอบ เกี่ยวกับสิ่งที่กำหนดให้สามารถอธิบาย วางแผนแก้ปัญหา วิเคราะห์ข้อมูล จัดทำข้อมูลเพื่อสื่อสาร กับผู้อื่น และร่วมสรุปผลการหาคำตอบได้เป็นอย่างดี (Luft, Bancroft, & Burketta, 1997, pp. 18-21)

และมีความสามารถในการแก้ปัญหาการเรียนรู้ด้านความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ได้ดีขึ้น มีทักษะในการคิดและการตั้งคำถาม และเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้ มีการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมในทางที่ดีขึ้น (Pizzini et al., 1989)

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา: ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นคำถามนำ เพื่อให้ผู้เรียนช่วยกันระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และแยกแยะปัญหานั้นออกเป็นประเด็นต่าง ๆ ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม: ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 มาวางแผนเพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ด้วยการเลือกใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และลงมือแก้ปัญหาตามแนวคิดที่ตนเองวางไว้ โดยผู้สอนทำหน้าที่คอยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา ผู้สอนสังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริม เมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ โดยอาศัยการใช้คำถามเพื่อชี้แนะผู้เรียนเป็นหลัก ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้: ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำผลการแก้ปัญหาที่ได้มาจัดกระทำให้เป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น (Create: C) จากนั้นผู้สอนสุ่มเลือกตัวแทนกลุ่มเพื่อออกมานำเสนอแลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนคำตอบของปัญหากับเพื่อนร่วมชั้นเรียน (Share: S) และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอ ผู้สอนและเพื่อนผู้เรียนใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา ขั้นที่ 4 สรุปความรู้: ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปราย ด้วยการ ใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำในการอภิปรายสรุป แล้วให้ผู้เรียนเขียนอนุทินเกี่ยวกับข้อสงสัยที่พบในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหา หรือความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา จากนั้นให้นำความรู้และแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ (Carpenter, 1999, pp. 60-87; ขวัญ เพ็ชร์ชัย, 2553, หน้า 64; เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2552-2553, หน้า 4-5; Pizzini et al., 1989, pp. 523-532) เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะนำไปสู่การยกระดับความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โรงเรียนสหพิทยาคาร ให้สูงขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. เป็นแนวทางในการพัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เป็นแนวทางในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 8 ห้องเรียน 360 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/9 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 40 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ

3. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์

4. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาพื้นฐานระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมที่เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

- กิจกรรมที่ 1 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับ
- กิจกรรมที่ 2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโอกาสของเหตุการณ์
- กิจกรรมที่ 3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น
- กิจกรรมที่ 4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็ม
- กิจกรรมที่ 5 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูล
- กิจกรรมที่ 6 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม.

5. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งใช้เวลาในการสอนจำนวน 12 คาบ คาบละ 50 นาที และใช้เวลาในการทดสอบ 4 คาบ แบ่งเป็นทดสอบก่อนเรียน 2 คาบ และทดสอบหลังเรียน 2 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานการทำความเข้าใจในความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละบุคคล เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม และสอดคล้องกับวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละบุคคล โดยเน้นการสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวของผู้เรียนเองเป็นหลัก ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1: ผู้สอนนำเสนอปัญหาให้กับผู้เรียน ซึ่งเป็นปัญหาที่มีความน่าสนใจ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และความสามารถของผู้เรียน มีหลายบริบท สามารถใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย

ขั้นที่ 2: ผู้เรียนอ่านทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ในปัญหาที่นำเสนอ และลงมือคิดแก้ปัญหา โดยอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิมเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนคอยใช้คำถามชี้แนะผู้เรียน

ขั้นที่ 3: ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา เติบโตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมกับทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียนเพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริมเมื่อผู้เรียนต้องการ

ขั้นที่ 4: ผู้สอนสุ่มเลือกผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่อออกมาอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอ นั้น ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 5: ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปราย ด้วยการใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำในการอภิปรายสรุป จากนั้นให้ผู้เรียนเขียนอนุทิน

2. การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนผ่านการเรียนรู้จากกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนคอยให้การสนับสนุน แนะนำ และใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการค้นคว้าและคิดแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ค้นหาปัญหา (Search: S) ค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และการแยกแยะประเด็นของปัญหาโดยการระดมสมองเพื่อทำให้เกิดการแยกแยะปัญหาออกเป็นประเด็นต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่มีอยู่ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ หรือหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องวางแผนการแก้ปัญหา และเลือกใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาอย่างหลากหลาย จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องของปัญหานั้น โดยนำข้อมูลจากขั้นที่ 1 มาประกอบการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 สร้างคำตอบ (Create: C) เป็นการนำผลการแก้ปัญหาที่ได้จากขั้นที่ 2 มาจัดกระทำเป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา (Share: S) แลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธี ตลอดจนวิธีการที่ในการแก้ปัญหาของผู้เรียนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนโดยวิธีการที่ได้อาจเหมือนหรือแตกต่างกัน ในขั้นนี้นักเรียนจะได้รับผลย้อนกลับและการประเมินคำตอบจากครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียน

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการให้ความสำคัญกับตัวผู้เรียน โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการเรียนรู้จากกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองอย่างเป็นระบบ โดยผู้สอนคอยให้การสนับสนุนกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา หรือชี้แนะแนวทางเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ ตลอดจนเป็นผู้นำให้นักเรียนเกิดการอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้แนวคิดของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา: ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นคำถามนำ เพื่อให้ผู้เรียนช่วยกันระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และแยกแยะปัญหานั้นออกเป็นประเด็นต่าง ๆ (Search: S)

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม: ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 มาวางแผนเพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ด้วยการเลือกใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และลงมือแก้ปัญหตามแนวคิดที่ตนเองวางไว้ (Solve: S) โดยผู้สอนทำหน้าที่คอยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา ผู้สอนสังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมกับทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริมเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ โดยอาศัยการใช้คำถามเพื่อชี้แนะผู้เรียนเป็นหลัก

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้: ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำผลการแก้ปัญหามาจัดกระทำให้เป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น (Create: C) จากนั้นผู้สอนสุ่มเลือกตัวแทนกลุ่มเพื่อออกมาแนะนำเสนอแลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนคำตอบของปัญหากับเพื่อนร่วมชั้นเรียน (Share: S) และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอ ผู้สอนและเพื่อนผู้เรียน ใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 สรุปความรู้: ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปราย ด้วยการใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำในการอภิปรายสรุป แล้วให้ผู้เรียนเขียนอนุทินเกี่ยวกับข้อสงสัยที่พบในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหา หรือความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา จากนั้นให้นำความรู้และแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับปัญหาที่ผู้สอนกำหนดให้ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

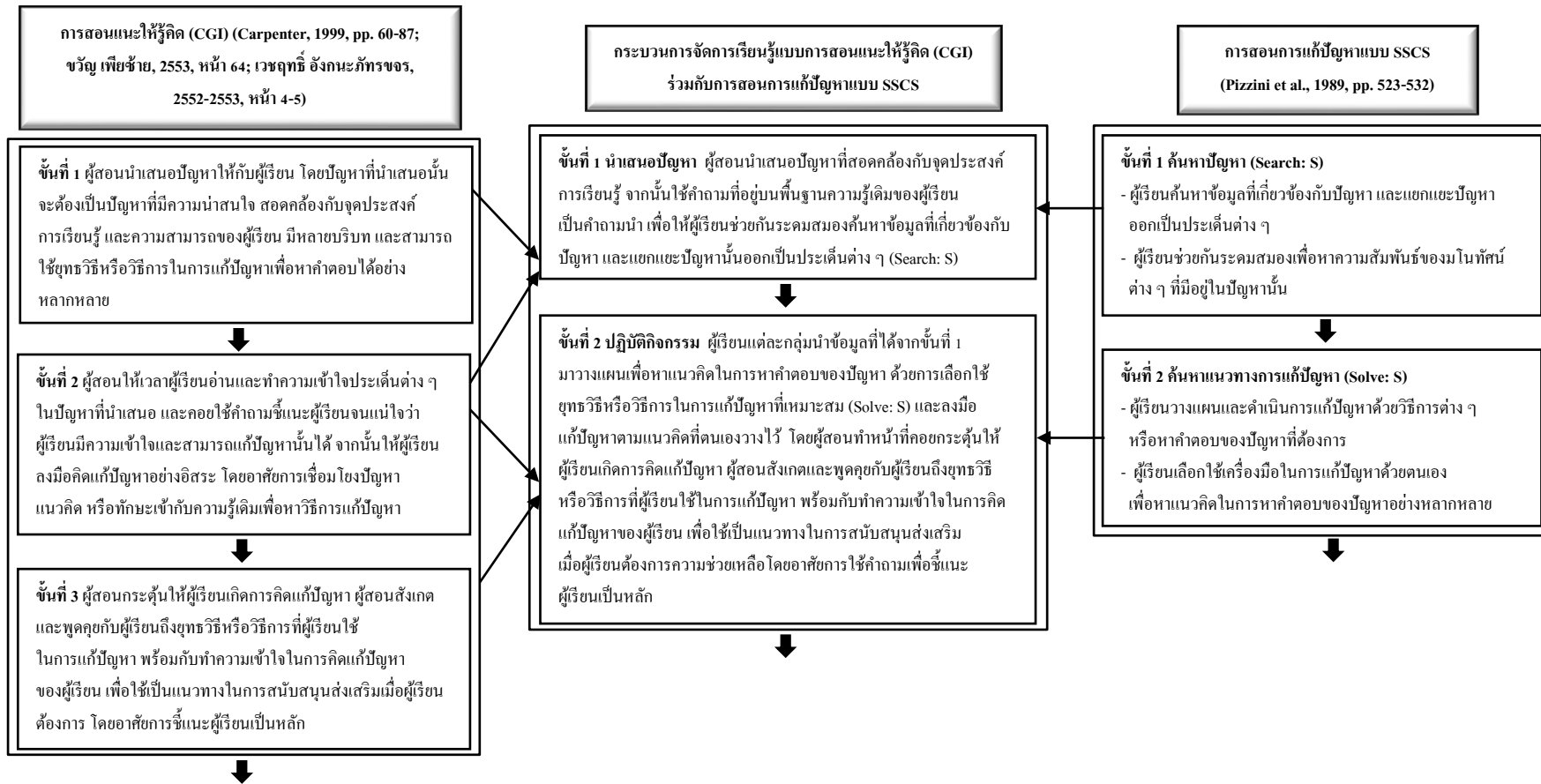
5. ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหานั้น ๆ ให้ผู้อื่นได้รับรู้อย่างถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งวัดได้จากแบบวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งประกอบด้วยแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ

7. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ โดยวิเคราะห์จากคะแนนในการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียน ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ของคะแนนรวม ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่อยู่ในระดับดี ตามที่กระทรวงศึกษาธิการ (2552 ค, หน้า 23) ได้กำหนดไว้

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1 (ต่อ)

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อ ดังนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2551
2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้
3. หลักการสอนคณิตศาสตร์
4. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
5. การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
6. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
7. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

พุทธศักราช 2551

การพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความสมดุลต้องคำนึงถึงหลักพัฒนาการทางสมองและพหุปัญญา หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานจึงได้กำหนดให้ผู้เรียนเรียนรู้ 8 กลุ่มสาระ ซึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ เป็นเป้าหมายสำคัญของการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดระบุถึงสิ่งที่ผู้เรียนพึงรู้พึงปฏิบัติได้ มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ รวมทั้งคุณลักษณะของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น มีความเฉพาะเจาะจง และมีความเป็นรูปธรรม นำไปใช้ในการกำหนดเนื้อหา จัดทำหน่วยการเรียนรู้ จัดการเรียนการสอน และเกณฑ์สำคัญสำหรับการวัดประเมินผลเพื่อตรวจสอบคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 8-9)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดประเด็นสำคัญ 3 ประการ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ 2) คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 3) สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ข, หน้า 5)

1. ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2. คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไว้ดังนี้

2.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

2.3 สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียน และสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

2.4 มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric

transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

2.5 สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

2.6 สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

2.7 สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้แผนภูมิรูปร่างกลม หรือรูปแบบอื่น ๆ ที่เหมาะสมได้

2.8 เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

2.9 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2.10 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากคุณภาพของผู้เรียนที่กล่าวในข้างต้น ผู้วิจัยเน้นคุณภาพของผู้เรียนในด้านการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้อง

การวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

(Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ข, หน้า 2-3)

จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่กล่าวในข้างต้น ผู้วิจัยสนใจศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ เพื่อนำมาประกอบใช้ในงานวิจัยสำหรับพัฒนาผู้เรียนในครั้งนี้ คือ สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐานที่ 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ

ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้อง ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 มาตรฐานและตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐานที่ 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	1) ค 6.1 ม.3/ 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา 2) ค 6.1 ม.3/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม 3) ค 6.1 ม.3/ 4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้

ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการสอน มีดังนี้

1. ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Rousseau

Rousseau เป็นนักคิดคนสำคัญในกลุ่มที่เน้นการพัฒนาไปตามธรรมชาติ โดยเขาเชื่อว่าเด็กไม่ใช่ผู้ใหญ่ตัวเล็ก ๆ เด็กมีสภาวะของเด็กซึ่งแตกต่างไปจากวัยอื่น การจัดการศึกษาให้เด็กจึงควรพิจารณาระดับอายุเป็นหลัก ธรรมชาติคือแหล่งเรียนรู้สำคัญ เด็กควรได้เรียนรู้ไปตามธรรมชาติ คือ การเรียนรู้จากปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ จากผลของการกระทำของตน มิใช่การเรียนรู้จากหนังสือหรือจากคำพูดบรรยาย (ทีสนา แคมมณี, 2554, หน้า 47-48)

แนวคิดที่ผู้วิจัยนำมาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน และจัดกิจกรรมในลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองให้มากที่สุด

2. ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Piaget

Piaget ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านความคิดของเด็กว่ามีขั้นตอนหรือกระบวนการอย่างไร โดยเขาอธิบายว่า การเรียนรู้ของเด็กเป็นไปตามพัฒนาการทางสติปัญญา

ซึ่งจะพัฒนาไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้น พัฒนาการเป็นสิ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ ไม่ควรที่จะเร่งให้เด็กข้ามจากพัฒนาการขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่งเพราะจะทำให้เกิดผลเสียแก่เด็ก แต่การจัดประสบการณ์ส่งเสริมพัฒนาการของเด็กในช่วงที่เด็กกำลังจะพัฒนาไปสู่ขั้นที่สูงกว่าสามารถช่วยให้เด็กพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว โดยองค์ประกอบที่สำคัญที่เสริมสร้างพัฒนาการทางสติปัญญา มี 4 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) วุฒิภาวะ 2) ประสบการณ์ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และประสบการณ์เกี่ยวกับการหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการแก้ปัญหา 3) การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม และ 4) กระบวนการปรับให้เกิดสมดุล (ทิสนา แจมมณี, 2554, หน้า 64-66; สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2541, หน้า 51-59)

พัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลพัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่มคน และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้ง 4 ของ Piaget คือ 1) ขั้นการรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส (Sensory-motor period) เป็นขั้นพัฒนาการในวัย 0-2 ปี เด็กในวัยนี้มีความคิดตามการรับรู้และการกระทำ 2) ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational period) เป็นขั้นพัฒนาการในวัย 2-7 ปี ความคิดของเด็กยังขึ้นอยู่กับ การรับรู้และการกระทำเป็นส่วนใหญ่ แต่เริ่มเรียนรู้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลได้บ้าง 3) ขั้นการคิดแบบรูปธรรม (Concrete operational period) เป็นขั้นพัฒนาการในวัย 7-11 ปี เด็กสามารถสร้างภาพในใจ คิดย้อนกลับ และเข้าใจความสัมพันธ์ของตัวเลขและสิ่งต่าง ๆ ได้มากขึ้น และ 4) ขั้นการคิดแบบนามธรรม (Formal operational period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วง 11-15 ปี เด็กสามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมและคิดตั้งสมมติฐานได้ การนำแนวคิดนี้ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้ และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง นอกจากนี้ Piaget ยังเน้นว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมาก ต่อการพัฒนาปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พุด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดียิ่งขึ้น (อัมพร ม้าคะนอง, 2546, หน้า 1-2)

แนวคิดที่ผู้วิจัยนำมาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องและเหมาะสมกับช่วงวัยของผู้เรียน โดยเริ่มสอนจากสิ่งที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม มาก ๆ เช่น การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้สอน และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด พุดอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันอย่างอิสระ โดยมีผู้สอนเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียน

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bruner

Bruner เชื่อว่า การรับรู้ของมนุษย์เป็นสิ่งที่เลือกหรือสิ่งรับรู้ที่เกิดขึ้นกับความใส่ใจของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งนั้น ๆ การเรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบเนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิดการเรียนรู้ โดยการค้นพบขึ้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องเน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยการค้นพบด้วยตนเอง และให้ความสำคัญของกระบวนการคิดมากกว่าผลลัพธ์ที่ถูกต้อง Bruner เสนอหลักสำคัญสำหรับการเรียนรู้โดยวิธีการค้นพบว่าประกอบด้วย 1) แรงจูงใจภายในของผู้เรียน ผู้สอนต้องมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับผู้เรียน จัดสิ่งแวดล้อมและสนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจในตนเอง 2) โครงสร้างของบทเรียนต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน 3) การจัดลำดับความยากง่ายของบทเรียน และ 4) แรงเสริมด้วยตนเอง โดยผู้สอนให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียน (สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2541, หน้า 298-299) นอกจากนี้ แนวคิดของ Bruner ยังได้ปรากฏในผลงานของ Lesh โดย Lesh ใช้แนวคิดข้างต้นของ Bruner ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้หลาย ๆ รูปแบบ ได้แก่ จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม สามารถแสดงความรู้ในรูปของรูปภาพ ไดอะแกรม ภาษาเขียน ภาษาพูด และสถานการณ์จริง โมเดลนี้ทำให้เกิดการพัฒนาในด้านอื่น ๆ ที่ผู้สอนควรคำนึงถึง เช่น การให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การพูดและการเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดเห็นที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน (อัมพร ม้าคะนอง, 2546, หน้า 3-4)

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะสังเกตเห็นความเหมือนและความแตกต่างระหว่างทฤษฎีการเรียนรู้ของ Piaget และทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bruner อย่างชัดเจน กล่าวคือ ทั้งสองทฤษฎีมุ่งศึกษาพัฒนาการทางปัญญาเหมือนกัน แต่ต่างกันตรงที่ Piaget มองว่า การพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์เป็นไปอย่างมีลำดับขั้น ไม่ควรเร่งรัด จึงควรให้ความสำคัญกับการเข้าใจธรรมชาติและพัฒนาการของเด็กมากกว่าการกระตุ้นให้เด็กมีพัฒนาการเร็วขึ้น ซึ่งในส่วนของ Bruner มองว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กนั้นสามารถกระตุ้นและพัฒนาให้สูงขึ้นได้เมื่อเด็กมีความพร้อม (เวชฤทธิ์ อังคะภักทรจรรยา, 2555, หน้า 45)

แนวคิดที่ผู้วิจัยนำมาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับระดับสติปัญญาของผู้เรียน เน้นให้ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างอิสระ โดยผู้สอนให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดของผู้เรียนมากกว่าการดูผลลัพธ์ที่ถูกต้อง และสร้างแรงจูงใจภายในให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน จัดประสบการณ์ที่ส่งเสริมพัฒนาการของผู้เรียนเมื่อผู้เรียนมีความพร้อมที่จะพัฒนาไปสู่ขั้นที่สูงกว่า ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว

4. ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Gagne

Gagne เสนอแนวคิดว่าการเรียนการสอนจะต้องกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมว่าจะให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์อะไร ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเริ่มจากการกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม การวิเคราะห์พื้นฐานเดิมของผู้เรียน การจัดลำดับขั้นการเรียนรู้โดยการชี้แนะของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามความถนัดหรือพฤติกรรมขั้นสุดท้ายของผู้เรียน และเชื่อว่าผู้เรียนจะสามารถจดจำความรู้ได้นาน มีปัจจัยที่เกี่ยวข้อง 3 ประการ คือ (ประยูร อาษานาม, 2537)

1. กิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดการเข้าใจ
2. ความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้อย่างชัดเจน
3. การจำแนกความรู้เดิมและความรู้ใหม่

กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดของกานเย มี 8 ขั้นตอน ดังนี้ (ภพ เลหาไพบูลย์, 2537, หน้า 80)

1. การจูงใจ ก่อนการเรียนรู้ต้องมีการจูงใจเพื่อให้ผู้เรียนอยากรู้อยากเห็นและมีส่วนร่วมในกิจกรรม ซึ่งจะช่วยให้การเรียนรู้ดำเนินไปด้วยดี
2. ความเข้าใจ ในการเรียนรู้ผู้เรียนจะต้องเข้าใจในบทเรียนจึงจะช่วยให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพ
3. การได้รับ เมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจในบทเรียนจะก่อให้เกิดการได้รับความรู้เพื่อเก็บไว้หรือจดจำบทเรียนไว้ตลอดไป
4. การเก็บไว้ หลังจากผู้เรียนได้รับความรู้ก็จะเก็บความรู้เหล่านั้นไว้ตามสมรรถภาพการจำของแต่ละบุคคล
5. การระลึกได้ เมื่อผู้เรียนเก็บความรู้ไว้ก็จะถูกนำมาใช้ในโอกาสต่าง ๆ เท่าที่จะระลึกได้
6. ความคล้ายคลึง ผู้เรียนจะนำสิ่งที่ระลึกได้ไปใช้ และเมื่อพบกับสถานการณ์หรือสิ่งเร้าที่คล้ายคลึงกัน จะนำความรู้ดังกล่าวไปสัมพันธ์กับการเรียนรู้ในความรู้ใหม่ที่คล้ายคลึงกัน
7. ความสามารถในการปฏิบัติ หลังจากที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ผู้เรียนต้องนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปแล้วนั้นไปปฏิบัติอย่างถูกต้อง
8. การป้อนกลับ เป็นการประเมินผลการเรียนรู้ว่าผู้เรียนเรียนรู้ได้ถูกต้องเพียงใด สอดคล้องกับจุดประสงค์ของบทเรียนหรือไม่ จะได้นำข้อมูลไปปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนรู้ต่อไป และในระบบการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้สอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้นั้น กานเยได้เสนอระบบการสอน 9 ขั้น ดังนี้ (ทศนา เขมมณี, 2554, หน้า 75-76)

ขั้นที่ 1 สร้างความสนใจ (Gaining attention) เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในบทเรียน เป็นแรงจูงใจที่เกิดขึ้นทั้งจากสิ่งช่วยภายนอกและแรงจูงใจที่เกิดจากตัวผู้เรียนเองด้วย ผู้สอนอาจใช้วิธีการสนทนา ซักถาม ทายปัญหา หรือมีวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนตื่นตัว และมีความสนใจที่จะเรียนรู้

ขั้นที่ 2 แจ้งจุดประสงค์ (Informing the learner of the objective) เป็นการบอกให้ผู้เรียนทราบถึงเป้าหมายหรือผลที่จะได้รับจากการเรียนบทเรียนนั้น โดยเฉพาะ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์ในการเรียน เห็นแนวทางของการจัดกิจกรรมในการเรียนทำให้ผู้เรียนวางแผนการเรียนของตนเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถช่วยให้ผู้สอนดำเนินการสอนตามแนวทางที่จะนำไปสู่จุดมุ่งหมายได้เป็นอย่างดี

ขั้นที่ 3 กระตุ้นให้ผู้เรียนระลึกถึงความรู้เดิมที่จำเป็น (Stimulating recall of prerequisite learned capabilities) เป็นการทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต่อการเชื่อมโยงให้เกิดการเรียนรู้ความรู้ใหม่ เนื่องจากการเรียนรู้เป็นกระบวนการต่อเนื่อง การเรียนรู้ความรู้ใหม่ต้องอาศัยความรู้เก่าเป็นฐาน

ขั้นที่ 4 เสนอบทเรียนใหม่ (Presenting the stimulus) เป็นการเริ่มกิจกรรมของบทเรียนใหม่ โดยใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาประกอบการสอน

ขั้นที่ 5 ให้แนวทางการเรียนรู้ (Providing learning guidance) เป็นการช่วยให้ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมด้วยตนเอง ผู้สอนแนะนำวิธีการทำกิจกรรม แนะนำแหล่งค้นคว้าเป็นการนำทางให้แนวทางผู้เรียนไปคิดเอง เป็นต้น

ขั้นที่ 6 ให้ลงมือปฏิบัติ (Eliciting the performance) เป็นการให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถแสดงพฤติกรรมตามจุดประสงค์

ขั้นที่ 7 ให้ข้อมูลป้อนกลับ (Feedback) เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ข้อมูลเกี่ยวกับผลการปฏิบัติกิจกรรมหรือพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกว่าถูกต้องหรือไม่ อย่างไร เพียงใด

ขั้นที่ 8 ประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ (Assessing the performance) เป็นขั้นการวัดและประเมินผลว่า ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนเพียงใด ซึ่งอาจทำการวัดโดยใช้ข้อสอบ แบบสังเกต การตรวจผลงาน หรือการสัมภาษณ์ แล้วแต่ว่าจุดประสงค์นั้นต้องการวัดพฤติกรรมด้านใด แต่สิ่งที่สำคัญคือ เครื่องมือที่ใช้วัดจะต้องมีคุณภาพ มีความเชื่อถือได้ และมีความตรงในการวัด

ขั้นที่ 9 การส่งเสริมความแม่นยำและการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Enhancing retention and transfer) เป็นการสรุป การย้ำ ทบทวนการเรียนรู้ที่ผ่านมา เพื่อให้ผู้เรียนมีพฤติกรรมการเรียนรู้

ที่ฝังแน่นขึ้น กิจกรรมในขั้นนี้อาจเป็นแบบฝึกหัด การให้ทำกิจกรรมเพิ่มพูนความรู้ รวมทั้งการให้ทำการบ้าน การทำรายงาน หรือหาความรู้เพิ่มเติมจากความรู้ที่ได้ในชั้นเรียน

แนวคิดที่ผู้วิจัยนำมาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คือ กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม หรือพฤติกรรมที่มุ่งหวังให้ผู้เรียนแสดงออกให้ชัดเจน ใช้รูปแบบการสอนที่หลากหลาย สอดคล้องกับจุดประสงค์และเนื้อหาของบทเรียน จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ค้นพบวิธีการระลึกสิ่งที่เรียนมาด้วยการชี้แนะหรือการใช้คำถามนำ สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการถ่ายโยงการเรียนรู้ และตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียนตามสภาพความเป็นจริงที่ปรากฏ และนำข้อมูลนั้นไปปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนรู้ต่อไป

จากทฤษฎีการเรียนรู้ที่ได้กล่าวมาทั้งหมดในข้างต้น ผู้วิจัยนำมาปรับใช้เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในงานวิจัย ดังนี้

1. จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ระดับสติปัญญา และความพร้อมของผู้เรียน
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรมให้ชัดเจน
3. เลือกใช้รูปแบบการสอนที่สอดคล้องกับจุดประสงค์และเนื้อหาของบทเรียนที่วางไว้
4. ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ จัดประสบการณ์และให้เสรีภาพในการเรียนรู้ อย่างอิสระผ่านการลงมือกระทำและเน้นให้ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยเริ่มสอนจากสิ่งที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อน
5. ให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้สอน และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด พุดอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันอย่างอิสระ ผู้สอนใช้การชี้แนะหรือการใช้คำถามนำ เพื่อสนับสนุนให้ผู้เรียนมีการถ่ายโยงการเรียนรู้ โดยให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดของผู้เรียนมากกว่าการดูแลผลลัพธ์ที่ถูกต้อง และจัดประสบการณ์ที่ส่งเสริมพัฒนาการของผู้เรียนเมื่อผู้เรียนมีความพร้อมที่จะพัฒนาไปสู่ขั้นที่สูงกว่า
6. ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และสร้างแรงจูงใจภายในให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน
7. ผู้สอนตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียนตามสภาพจริง และนำข้อมูลนั้นไปปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนรู้

หลักการสอนคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์นั้น นอกจากผู้สอนจะต้องรู้ปรัชญาในการสอนแล้ว ผู้สอนก็ควร จะรู้หลักการสอนด้วย เพื่อจะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึง หลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2537, หน้า 34-36) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนควรรู้ เพื่อช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ดังนี้

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก เช่น การยกตัวอย่างอาจจะยกเป็นตัวเลขง่าย ๆ เสียก่อนแล้วก็ไปสู่สัญลักษณ์
2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบ
3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อผู้สอนจะทบทวนเรื่องใดก็ควรจะทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น
4. เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากหน้าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ ซึ่งอาจจะมีกลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
5. ใช้ความสนใจของผู้เรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงบันดาลใจที่จะเรียน ด้วยเหตุนี้ในการสอน จึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนเร้าใจเสียก่อน
6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเฉย ๆ โดยไม่ให้เห็นตัวอักษร ไม่เขียนกระดานดำ เพราะการพูดลอย ๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์
7. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับกิจกรรมเดิม
8. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน
9. ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา
10. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินหลักสูตร ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่ถ้าผู้เรียนที่เรียนเก่งก็จะชอบ ควรจะส่งเสริมเป็นรายไปในการสอน ต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม
11. สอนให้ผู้เรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือมโนคติ (Concept) ให้ผู้เรียนได้คิดสรุปเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จนผู้เรียนเห็นแบบรูป จะช่วยให้ผู้เรียนสรุปได้ ย้ำริบบอกเกินไป
12. ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้
13. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ผู้สอนจึงไม่ควรจะเคร่งเครียด
14. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้น และตื่นตัวอยู่เสมอ

15. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อนำสิ่งแปลกและใหม่ถ่ายทอดให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่มีศรัทธาในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี

อัมพร ม้าคอง (2546, หน้า 8-9) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่ผู้เรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

2. สอนให้ผู้เรียนเห็น โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้ผู้เรียนเรียนอะไร และเรียนอย่างไร ต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชา และกระบวนการเรียนการสอน

4. สอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำสิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

5. จัดกิจกรรมการสอน โดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวม เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. สอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยง สื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ

8. สอนให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้กิจกรรมการสอน ที่สอดคล้องกับผู้เรียน

10. สอนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสุขสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกต และประเมินผลการเรียนรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

Reys (2003 อ้างถึงใน สสวท., 2555 ก, หน้า 14-25) ได้เสนอหลักการสอนคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ไว้ 11 หลักการ ดังนี้

หลักการที่ 1 การให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น

การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นจะช่วยให้ นักเรียนสามารถมองเห็นความสมเหตุสมผลของสิ่งที่กำลังศึกษา อันจะนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถทำได้โดยการจัดกิจกรรมที่มีการลงมือปฏิบัติ แต่ต้องเป็นการปฏิบัติที่มีการใช้ความคิดเข้ามาเกี่ยวข้องกับ การลงมือทำด้วย

หลักการที่ 2 การเรียนรู้คือการพัฒนา

การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลนั้น ไม่ได้เกิดขึ้นได้เอง นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีเมื่อเนื้อหาคณิตศาสตร์นั้นเหมาะสมกับพัฒนาการของนักเรียนในรูปแบบ ที่ทำให้มีความสนุกสนานและน่าสนใจ ครูจะต้องตัดสินใจเกี่ยวกับระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรม ให้คำแนะนำที่จำเป็นและช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ รู้จักสร้างการเชื่อมโยง ตลอดจนการพูดคุยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

หลักการที่ 3 การเรียนรู้เกิดจากความรู้ที่มีมาก่อนแล้ว

ครูต้องจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ มีความเหมาะสมและสามารถทำให้นักเรียนเข้าใจได้ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นทั้งความรู้ที่เป็นมโนทัศน์และความรู้ที่เป็นวิธีการ ซึ่งความรู้ที่มีอยู่เดิมของนักเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญมากต่อกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง ความรู้ทั้งสองอย่าง โดยตามหลักการเรียนรู้แบบบันไดเวียน (Spiral approach) นักเรียนจะมีโอกาสมากมายที่จะพัฒนามโนทัศน์ให้กว้างหรือลึกขึ้นไปเรื่อย ๆ ตามช่วงเวลาที่เหมาะสม โดยที่การเรียนรู้แบบนี้จะมีการรวบรวมความรู้และการสร้างการเรียนรู้ใหม่จากการเรียนรู้เดิม อันเป็นผลช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยการเพิ่มระดับของความยุ่งยากและซับซ้อนในสิ่งที่เรียน ขึ้นไปเรื่อย ๆ

หลักการที่ 4 การสื่อสารมีส่วนสำคัญในการสร้างความเข้าใจ

การสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูล ข้อเท็จจริงต่าง ๆ โดยการปฏิบัติ สามารถนำไปสู่โอกาสที่หลากหลายในการคิด การพูดและการฟัง ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการพูด การอธิบาย การคาดการณ์และการอภิปราย การแสดงความคิดของนักเรียน โดยใช้วาจาหรือการเขียน เป็นการกระตุ้นให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ในกระบวนการเรียนรู้ครูจึงควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนเกิดการติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับนักเรียน หรือระหว่างครูกับนักเรียนให้มากที่สุด ไม่ว่าจะเป็นการพูด การเขียนและการมีส่วนร่วมในกิจกรรมของชั้นเรียน เพราะจะทำให้ นักเรียนได้มีโอกาสในการอธิบาย พิสูจน์ข้อเท็จจริง และแลกเปลี่ยนวิธีคิด

หลักการที่ 5 คำถามที่ดีช่วยส่งเสริมการเรียนรู้

คำถามเป็นส่วนประกอบที่สำคัญมากในกระบวนการเรียนรู้ ครูจะต้องรู้ว่าเมื่อไหร่ควรถามคำถาม และคำถามอะไรที่ควรถาม ครูยังจะต้องรู้ว่าเมื่อไรจึงจะตอบคำถาม และเมื่อไรจึงจะถามคำถามได้อีก ซึ่งคำถามครั้งหลังนี้อาจเป็นคำถามเพื่อช่วยให้สามารถตอบคำถามก่อนหน้านี้นี้ได้ ในการใช้คำถามของครูอาจเป็นคำถามที่มีคำตอบเฉพาะ หรืออาจเป็นคำถามปลายเปิด ซึ่งการตั้งคำถามที่ดีนั้นสามารถกระตุ้นการคิด และการเรียนรู้ของผู้เรียน ได้ดี คำถามที่ดีมีหลายรูปแบบ โดยทั่วไปควรเป็นคำถามที่มีศักยภาพในการส่งเสริมการคิดการวิพากษ์วิจารณ์ การสร้างความสัมพันธ์และสนับสนุนการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย

หลักการที่ 6 สื่อปฏิบัติช่วยในการเรียนรู้

สื่อปฏิบัติ มีบทบาทสำคัญในการสอนนักเรียนให้เรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากโดยธรรมชาติแล้วคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม สื่อที่เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนโน้มน้าวใจกันต่าง ๆ มีความเป็นรูปธรรมสำหรับนักเรียนมากขึ้น การใช้อุปกรณ์หรือสื่อปฏิบัติหลาย ๆ อย่าง เพื่อนำเสนอแนวคิดหนึ่ง ถือว่าเป็นการแสดงอย่างเป็นรูปธรรมที่หลากหลาย ซึ่งจะช่วยให้ลักษณะหรือคุณลักษณะร่วมของมโนทัศน์นั้น ๆ ปรากฏชัดเจนขึ้นสำหรับนักเรียน

หลักการที่ 7 อภิปัญญา (Metacognition) มีผลต่อการเรียนรู้

อภิปัญญาเป็นการคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง โดยคิดทบทวนหรือคิดไตร่ตรองเพื่อวิเคราะห์ว่าความคิดนั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องตรงจุดใด นักเรียนที่หมั่นคิดทบทวนความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองเสมอจะเป็นผู้ที่เสาะแสวงหาความเข้าใจ และอยากเห็นความสมเหตุสมผลของคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนรู้ โดยนักเรียนจะต้องตระหนักถึงจุดอ่อน จุดแข็ง และลักษณะพฤติกรรมทั่วไปของตนเอง ตลอดจนองค์ประกอบทั้งหมดของกระบวนการ รวมถึงยุทธศาสตร์ที่ตนใช้ในการเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย ดังนั้น การพัฒนาทางอภิปัญญาของนักเรียน จำเป็นต้องอาศัยการสังเกตและการทบทวนความคิดของตัวนักเรียนเอง

หลักการที่ 8 เจตคติของครูมีความสำคัญยิ่ง

เจตคติที่ดีของครูที่มีผลต่อการเรียนการสอน มักส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย ทั้งนี้เพราะการสอนคณิตศาสตร์ของครูมีความสำคัญต่อนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เกิดแรงจูงใจใ้ห้อยากเรียน พบความสำเร็จในคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ครูที่สนุกกับการสอนคณิตศาสตร์โดยให้ความสนใจกับการมีส่วนร่วมและความกระตือรือร้นของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากจะมีส่วนโน้มน้าวให้นักเรียนชอบคณิตศาสตร์แล้ว ยังสามารถโน้มน้าวให้นักเรียนสนใจและใส่ใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วย

หลักการที่ 9 ประสบการณ์มีอิทธิพลต่อความวิตกกังวล

การวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์อย่างมาก อาการเบื้องต้นของความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เช่น การขาดความมั่นใจ ไม่ชอบคิดคำนวณ มีแรงจูงใจต่ำ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ความรู้สึกในทางลบทั้งหลายอาจมาจาก การกลัวความล้มเหลว กลัวการถูกลงโทษ กลัวความอับอาย หรือกลัวถูกตราหน้า นักเรียนบางคนที่มีความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ อาจรู้ได้จากการที่เป็นคนที่มีเจตคติในทางลบต่อคณิตศาสตร์ หรือมีปฏิกิริยาโต้ตอบที่แสดงถึงความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์ วิธีการที่ครูจะช่วยให้แก่นักเรียนขจัดหรือลดปัญหาความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ควรเน้นย้ำถึงความหมายและความเข้าใจมากกว่าการจดจำอย่างไม่เข้าใจ
2. ควรแสดงหรือสาธิตยุทธศาสตร์ใช้ในการแก้ปัญหา แทนการสอนที่มุ่งใช้กลวิธี เพื่อให้ได้คำตอบหรือผลลัพธ์แต่อย่างเดียว
3. ควรจัดเตรียมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและท้าทาย และควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จ
4. ควรให้นักเรียนทุกคน ได้รู้สึกซาบซึ้งในคุณค่า ประโยชน์ และความสำคัญของคณิตศาสตร์
5. ควรแสดงหรือเป็นผู้นำให้นักเรียนเห็นถึงความสนุกสนานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์
6. ควรรักษาหรือแสดงออกถึงเจตคติในทางบวกของครูที่มีต่อคณิตศาสตร์และที่มีต่อนักเรียน
7. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้บอกครูเกี่ยวกับความรู้สึกที่มีต่อคณิตศาสตร์
8. ควรระมัดระวังในการเน้นย้ำเกี่ยวกับอัตราเร็วในการทำแบบทดสอบหรือแบบฝึกหัดในห้องเรียน
9. ควรศึกษาและเรียนรู้การใช้เทคนิคในการวินิจฉัยในการชี้ตัวนักเรียนที่มีปัญหา หรือต้องการความช่วยเหลือจากครู

หลักการที่ 10 ความถนัดตามธรรมชาติของแต่ละเพศนั้นมีความเท่าเทียมกัน

ความหลากหลายซับซ้อนของแรงผลักดันในสังคม ส่งผลให้เกิดความไม่เท่าเทียมกันทางเพศนั้นสัมพันธ์กับการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น การคาดหวังของพ่อแม่ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ แตกต่างกันระหว่างลูกชายกับลูกสาว หรือการปฏิบัติของครูต่อนักเรียนชายและนักเรียนหญิง แตกต่างกัน สิ่งเหล่านี้จะให้นักเรียนที่รู้สึกว่าตนเองไม่เป็นที่คาดหวังหรือเป็นผู้ถูกเลือกกระทำ จะคิดว่าตนเองไม่มีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ซึ่งส่งผลต่อการเรียนรู้ได้

หลักการที่ 11 ความทรงจำสามารถทำให้ดีขึ้นได้

ความทรงจำเป็นลักษณะหนึ่งที่สำคัญของการเรียนรู้ เพราะความทรงจำจะสะท้อนให้เห็นถึงความคงทนในการเก็บความรู้ไว้ หรือการรักษาทักษะที่ได้รับการฝึกฝน ตลอดจนพฤติกรรมในการแก้ปัญหาที่มักใช้บ่อย ๆ จากงานวิจัยมีข้อเสนอแนะการทำความทรงจำให้ดีขึ้นดังนี้

1. การเรียนรู้ที่มีความหมายเป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการที่จะช่วยค้ำจุนความทรงจำในทุกขั้นตอนของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ ทักษะ และการแก้ปัญหา จะมีการพัฒนาขึ้นอย่างมีความหมาย การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจจะส่งผลทำให้เกิดความทรงจำที่ยาวนานขึ้น
2. บริบทของมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ ส่งผลให้เกิดการเชื่อมโยงที่เป็นประโยชน์ต่อความทรงจำระยะยาว
3. การเชื่อมโยงช่วยทำให้เกิดความทรงจำระยะยาว การเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่าความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นสัมพันธ์กัน และเกี่ยวข้องกับ โลกแห่งความเป็นจริงอย่างไร
4. การทบทวนความคิดสำคัญ ๆ เป็นระยะ ๆ ช่วยตอกย้ำความรู้และสามารถส่งผลทำให้เกิดความทรงจำในความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างมากในเด็กทุกช่วงวัย

จากหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมานั้นนับว่ามีความสำคัญอย่างยิ่ง ซึ่งผู้วิจัยนำไปปรับประยุกต์ใช้ในการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในงานวิจัย ดังนี้

1. จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยคำนึงถึงพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียน สอนจากสิ่งที่ง่ายไปหาสิ่งที่ยาก ด้วยการใช้อุปกรณ์ที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมมากที่สุดในเรื่องที่สามารถทำได้
2. จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน ด้วยการให้ความคิดและคำถามที่ผู้เรียนสงสัยเป็นประเด็นนำในการอภิปราย
3. จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์และมีทักษะในการแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยง และสื่อสารกับผู้อื่นได้
4. สังเกต และประเมินผลการเรียนรู้ความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้อง โดยการใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความรู้สึกรู้สึกที่มีต่อคณิตศาสตร์ และกิจกรรมการเรียนรู้

การสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

ความเป็นมาและหลักการของการสอนแนะให้รู้จัก

การสอนแนะให้รู้จัก (Cognitively guided instruction: CGI) เป็นแนวการสอนที่พัฒนาโดย Carpenter ซึ่งอยู่บนพื้นฐานปรัชญาความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจ

ในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้เป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละบุคคล โดยมุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนผ่านการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา (Carpenter, 2000, p. 1) ซึ่งมีผู้กล่าวถึงหลักการจัดการสอนแบบ CGI ไว้ดังนี้

เวททรี อังกะระภัทรขจร (2552-2553, หน้า 3) ได้กล่าวถึงหลักการที่สำคัญของรูปแบบการสอนแนะให้รู้คิด ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนต้องอยู่บนพื้นฐานว่าอะไรที่นักเรียนแต่ละคนควรรู้
2. การจัดการเรียนการสอนควรพิจารณาว่าจะสามารถพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อย่างไร

3. ต้องมีกิจกรรมในใจในการเรียนคณิตศาสตร์

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 62) ได้กล่าวถึงหลักการสำคัญ 4 ข้อ สำหรับการสอนแบบการแนะให้รู้คิด ดังนี้

1. การสอนควรพัฒนาความเข้าใจด้วยการเน้นไปที่การแก้ปัญหาในฐานะเป็นศูนย์กลางของการจัดการเรียนรู้

2. การสอนควรจะสนับสนุนกระตุ้นให้เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง

3. นักเรียนแต่ละคนสามารถที่จะเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้ที่มีอยู่เดิม

4. เนื่องจากการสอนแบบแนะให้รู้คิดอยู่บนพื้นฐานความรู้และความเข้าใจของเด็กแต่ละคน ดังนั้น นับว่าจำเป็นอย่างยิ่งที่ควรมีการประเมินอย่างต่อเนื่อง โดยไม่ประเมินเพียงแค่ว่าเด็กแก้ปัญหานั้นได้ แต่ควรประเมินด้วยว่าเด็กมีวิธีการแก้ปัญหานั้นอย่างไร

Bright and Vacc (1999, pp. 90-91) ได้กล่าวถึงหลักการและความเชื่อของผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด ดังนี้

1. ผู้สอนควรเชื่อว่าความเข้าใจในความคิดของเด็กเป็นองค์ประกอบสำคัญในการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. ผู้สอนต้องคอยอำนวยความสะดวก และคอยช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนมีปัญหาในการอภิปรายตามแนวคิดของเขา

3. ผู้สอนต้องคอยตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนด้วยการฟัง หรือเดินเข้าไปพูดคุยตลอดจนใช้คำถาม จนกระทั่งผู้เรียนเข้าใจในวิธีการคิดของเขาอย่างกระจ่าง

4. ผู้สอนจะต้องใช้ความสามารถที่ตนเองมี ในการพิจารณาวิธีการสอนที่เหมาะสมให้กับนักเรียนแต่ละคน

Fennema (1992, p. 5) ได้กล่าวถึงหลักการและความเชื่อของผู้สอนที่ทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดประสบความสำเร็จ ดังนี้

1. ผู้สอนต้องยอมรับการตัดสินใจในการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียน
2. ผู้สอนต้องเชื่อว่าผู้เรียนมีความรู้เพียงพอ และสามารถเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมด้วยตนเองได้
3. ผู้สอนต้องสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ให้เกิดขึ้น โดยการกระตุ้นให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้เอง มากกว่าที่จะรับความรู้จากครูผู้สอน
4. ผู้สอนต้องเชื่อว่าผู้เรียนสามารถเรียนรู้การแก้ปัญหาได้จากกระบวนการแก้ปัญหาที่ตนเองเป็นผู้ลงมือปฏิบัติ

Hank (1998) ได้เปรียบเทียบหลักการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบดั้งเดิมกับการสอนแนะให้รู้คิด ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบหลักการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบเดิมกับการสอนแนะให้รู้คิด

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การสอนแบบเดิม	การสอนแบบการแนะให้รู้คิด
บทบาทของครูผู้สอน	ผู้สอนเป็นผู้ที่ให้ความรู้แก่ผู้เรียนโดยตรง	ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเข้าถึงสิ่งแวดล้อม
ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน	ผู้เรียน เรียนรู้จากการทำงานเพียงลำพัง	ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการทำงานเป็นกลุ่ม มีการอภิปราย และเสนอความคิดเห็นของตนเองกับเพื่อน ๆ
เวลา	กำหนดเนื้อหาและเวลาเรียนตายตัว และถือเวลาในการทำกิจกรรมเป็นสำคัญ	เวลาในชั้นเรียนถูกใช้ไปในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนของผู้เรียน ผู้เรียนจะต้องร่วมกันสะท้อนและอภิปรายแนวคิดของตนเอง

ตารางที่ 2 (ต่อ)

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การสอนแบบเดิม	การสอนแบบการแนะให้รู้คิด
ความคิดรวบยอด	การนำเสนอความคิดรวบยอดจะเป็นการนำเสนอในลักษณะจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม โดยใช้ทักษะพื้นฐาน	การนำเสนอความคิดรวบยอดจะเป็นการนำเสนอในลักษณะจากส่วนรวมไปหาส่วนย่อย โดยให้แนวคิดและหลักการที่สำคัญ
มุมมองเกี่ยวกับตัวผู้เรียน	ผู้เรียนถูกมองว่าเป็นผู้ที่ไม่มีความรู้ และการให้ความรู้แก่ผู้เรียน กระทำได้โดยครูผู้สอน	ผู้เรียนถูกมองว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิด และสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง
การประเมินผล	การประเมินผลผู้เรียนจะแยกออกจากการสอน การทดสอบเป็นการจัดระดับความสามารถของผู้เรียน และเน้นการแข่งขัน	การสอนและการประเมินผลเป็นสิ่งที่ต้องทำควบคู่กันไป ซึ่งประเมินได้จากการสังเกต การตั้งคำถามกับผู้เรียน และไม่เน้นการแข่งขัน

จากที่กล่าวมาในข้างต้น สามารถสรุปเป็นหลักการและความเชื่อของผู้สอนที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดได้ ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องตั้งอยู่บนพื้นฐานว่าผู้เรียนแต่ละคนควรรู้อะไร ซึ่งผู้สอนต้องทำความเข้าใจในการคิดของเด็ก เพื่อนำมาใช้เป็นองค์ประกอบในการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความเข้าใจของผู้เรียนด้วยการแก้ปัญหา
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้สอนต้องคำนึงถึงการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และต้องเชื่อว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพียงพอ โดยมีผู้สอนคอยอำนวยความสะดวก สนับสนุน และกระตุ้น ให้ผู้เรียนเกิดการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และคอยช่วยเหลือผู้เรียนเมื่อผู้เรียนมีปัญหาในการอธิบายแนวคิดของเขา
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้สอนต้องสร้างการเรียนรู้ และบริบทที่ทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้ที่มีอยู่เดิมได้เอง โดยการพิจารณาวิธีการสอนที่เหมาะสมให้กับผู้เรียนแต่ละบุคคล ซึ่งต้องเน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง มากกว่าการเรียนรู้จากการฝึกทำตามขั้นตอนจากผู้สอน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรมีการประเมินอย่างต่อเนื่อง โดยไม่ประเมินเพียงแค่ว่าผู้เรียนแก้ปัญหานั้นได้ แต่ควรประเมินด้วยว่าผู้เรียนมีวิธีการแก้ปัญหานั้นอย่างไร ซึ่งผู้สอนอาจประเมินตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนด้วยการใช้คำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของผู้เรียน

ขั้นตอนการสอนแนะให้รู้คิด

การสอนแนะให้รู้คิดเป็นกระบวนการที่ช่วยให้ผู้สอนใช้ศาสตร์ทางความรู้มาสร้างและพิจารณาตัดสินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเอง โดยอาศัยความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละบุคคล มาเป็นแนวทางในการเลือกวิธีการสอนตลอดจนการให้คำแนะนำที่สอดคล้องกับบริบทของผู้เรียนในแต่ละบุคคล (Bright & Vacc, 1999)

Carpenter (1999, pp. 60-87) ได้กล่าวถึงการสอนแบบการแนะให้รู้คิด ซึ่งพอสรุปเป็นขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา ในขั้นนี้ผู้สอนจะต้องนำเสนอปัญหาให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา และถ้าปัญหาที่นำมาเสนอนั้นยากไปสำหรับผู้เรียน ผู้สอนจะต้องนำเสนอปัญหาที่ง่ายและมีความคล้ายคลึงกันให้กับผู้เรียนเพิ่มเติม โดยปัญหาที่นำมาเสนอนั้นจะต้องเป็นปัญหาที่อยู่ในบริบทที่ผู้เรียนคุ้นเคย และสามารถใช้วิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ผู้สอนให้ผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอในข้างต้น โดยผู้สอนเดินสอบถามพูดคุยกับผู้เรียนแต่ละบุคคลว่ามีความเข้าใจในปัญหานั้นหรือไม่ ถ้าผู้เรียนไม่สามารถทำความเข้าใจปัญหานั้นได้ผู้สอนจะต้องใช้คำถามเพื่อให้การชี้แนะผู้เรียนจนกว่าผู้เรียนจะสามารถทำความเข้าใจปัญหานั้นได้ และในขั้นนี้ผู้สอนจะต้องบอกกับผู้เรียนว่าปัญหาที่นำมาเสนอมาให้นั้นสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี ซึ่งผู้เรียนสามารถเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างอิสระ

ขั้นที่ 3 แก้ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยผู้สอนจะต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา จัดเตรียมเครื่องมือ สื่อ วัสดุอุปกรณ์ที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเลือกใช้ ในการแก้ปัญหา และในระหว่างที่ผู้เรียนลงมือแก้ปัญหาผู้สอนจะต้องคอยเดินสังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมกับทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริม และให้การชี้แนะเมื่อผู้เรียนต้องการ

ขั้นที่ 4 รายงานคำตอบ ในขั้นนี้ผู้สอนจะให้ผู้เรียนแต่ละคนพูดถึงคำตอบและวิธีการที่แต่ละคนเลือกใช้ในการแก้ปัญหามีวิธีใดบ้าง เหมือนหรือต่างกันอย่างไร และกลุ่มผู้เรียนที่มีวิธีการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกมานำเสนอปัญหาหน้าชั้นเรียน ซึ่งในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอผู้สอน จะต้องใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนอธิบายแนวคิดของตนเองออกมาให้เพื่อนของ

ผู้เรียนได้รับฟัง ซึ่งเพื่อนของผู้เรียนจะต้องคอยคิดตามเพื่อตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาที่นำเสนอขึ้น และในกรณีที่ผู้เรียนมีวิธีการแก้ปัญหาเหมือนกันเพียงวิธีเดียว ผู้สอนจะต้องนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างเพิ่มเติมให้แก่ผู้เรียน และให้ผู้เรียนแต่ละคนคิดตามวิธีการแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 5 สรุปผล ในขั้นนี้ผู้สอนจะให้ผู้เรียนเขียนอนุทินสรุปว่าผู้สอนให้ผู้เรียนแก้ปัญหาอะไร มีข้อสงสัยใดบ้างที่ผู้เรียนพบในการแก้ปัญหา ผู้เรียนใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา และผู้เรียนได้อะไรจากการแก้ปัญหา จากนั้นผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่นำเสนอหน้าชั้นเรียนในข้างต้นว่าสามารถนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้หรือไม่ และควรใช้วิธีการแก้ปัญหาใดจึงจะเหมาะสมกับปัญหาที่สุด

เวทฤทธิ อังกะภักทรขจร (2552-2553, หน้า 4-5) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่หนึ่ง ครูนำเสนอปัญหาตามจุดประสงค์หรือความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหาครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นตอนที่สอง ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้นๆ ได้ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับ สื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นตอนที่สาม นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหา และให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจึงเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้น ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมคุณถึงเริ่มต้นด้วย... คุณแก้ปัญหานั้นอย่างไร บอกได้ไหมว่าคุณได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือคุณบอกได้ไหมว่ากำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

ขั้นตอนที่สี่ ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่เลือกใช้ หลังจากให้นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการและเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้เหมือนหรือต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้หรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยตามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 64) ได้สรุป 5 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดไว้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่ผู้เรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้นต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน มีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียนลงมือคิดวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยอาศัยการเชื่อมโยงปัญหาแนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในขั้นนี้ครูสังเกตดูการแก้ปัญหาของนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อสงสัย หรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีการคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้แก่ผู้เรียน

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกัน พร้อมทั้งมีการขยายประเด็นปัญหาโดยครูหรือนักเรียน และร่วมกันอภิปรายในประเด็นที่ขยายของปัญหา

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ในขั้นนี้ นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา มีครูเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปพร้อมกับนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์หลังสิ้นสุดการสอน พร้อมติดตามการประเมินผล

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดที่กล่าวในข้างต้นนั้น ผู้วิจัยได้นำมาสังเคราะห์เป็นขั้นตอนสำหรับการใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในงานวิจัยครั้งนี้ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

Carpenter (1999, pp. 60-87)	ขวัญ เพี้ยชัย (2553, หน้า 64)	เวชฤทธิ์ อังกะภักทจร (2552-2553, หน้า 4-5)	ผู้วิจัย
<p>- ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา ในขั้นนี้ผู้สอนจะต้องนำเสนอปัญหาให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา และถ้าปัญหาที่นำมาเสนอนั้นยากไปสำหรับผู้เรียน ผู้สอนจะต้องนำเสนอปัญหาที่ง่ายและมีความคล้ายคลึงกันให้กับผู้เรียนเพิ่มเติม โดยปัญหาที่นำมาเสนอนั้นจะต้องเป็นปัญหาที่อยู่ในบริบทที่ผู้เรียนคุ้นเคย และสามารถใช่วิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย</p>	<p>- ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่ผู้เรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้น ต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียนมีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายแก้ปัญหาได้</p>	<p>- ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาตามจุดประสงค์หรือความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหาครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน</p>	<p>- ขั้นที่ 1 ผู้สอนนำเสนอปัญหาให้กับผู้เรียน โดยปัญหาที่นำเสนอจะต้องเป็นปัญหาที่มีความน่าสนใจ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และความสามารถของผู้เรียน มีหลายบริบท และสามารถใช้อยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้อย่างหลากหลาย</p>
<p>- ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ผู้สอนให้ผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอในข้างต้น โดยผู้สอนเดินสอบถามพูดคุยกับผู้เรียนแต่ละบุคคลว่ามีความเข้าใจในปัญหานั้นหรือไม่ ถ้าผู้เรียนไม่สามารถทำความเข้าใจปัญหานั้นได้ ผู้สอนจะต้องใช้คำถามเพื่อให้การชี้แนะผู้เรียนจนกว่าผู้เรียนจะสามารถทำความเข้าใจปัญหานั้นได้ และในขั้นนี้ผู้สอนจะต้องบอกกับผู้เรียนว่าปัญหาที่นำเสนอมาให้นั้นสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี ซึ่งผู้เรียนสามารถเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างอิสระ</p>	<p>- ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียนลงมือคิดวิเคราะห์ เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม</p>	<p>- ขั้นที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และช่วยแนะนำจนครุมีความมั่นใจว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ</p>	<p>- ขั้นที่ 2 ผู้สอนให้เวลาผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ในปัญหาที่นำเสนอ และคอยใช้คำถามชี้แนะผู้เรียนจนแน่ใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ได้ จากนั้นให้ผู้เรียนลงมือคิดแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิมเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา</p>

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Carpenter (1999, pp. 60-87)	ขวัญ เพี้ยชัย (2553, หน้า 64)	เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจจร (2552-2553, หน้า 4-5)	ผู้วิจัย
<p>- ชั้นที่ 3 แก้ปัญหา ในชั้นนี้ผู้เรียนจะลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยผู้สอนจะต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา จัดเตรียมเครื่องมือ สื่อ วัสดุอุปกรณ์ที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเลือกใช้ในการแก้ปัญหา และในระหว่างที่ผู้เรียนลงมือแก้ปัญหาผู้สอนจะต้องคอยเดินสังเกต และพูดคุยกับผู้เรียนถึงวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียนเพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริม และให้การชี้แนะเมื่อผู้เรียนต้องการ</p>	<p>- ชั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในชั้นนี้ครูสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อสงสัย หรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีการคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้ผู้เรียน</p>	<p>- ชั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ถูกนำเสนอปัญหา และให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจึงเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผล เพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้น ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมคุณถึงเริ่มต้นด้วย... คุณแก้ปัญหานั้นอย่างไร บอกได้ไหมว่าคุณได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือคุณบอกได้ไหมว่ากำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น</p>	<p>- ชั้นที่ 3 ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา ผู้สังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริม เมื่อผู้เรียนต้องการ โดยอาศัยการชี้แนะผู้เรียนเป็นหลัก</p>
<p>- ชั้นที่ 4 รายงานคำตอบ ในชั้นนี้ผู้สอนจะให้ผู้เรียนแต่ละคนพูดถึงคำตอบและวิธีการที่แต่ละคนเลือกใช้ในการแก้ปัญหาว่ามีวิธีใดบ้าง เหมือนหรือต่างกันอย่างไร และสุ่มผู้เรียนที่มีวิธีการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกมานำเสนอปัญหาหน้าชั้นเรียน ซึ่งในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอผู้สอนจะต้องใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนอธิบายแนวคิดของตนเองออกมาให้เพื่อนของผู้เรียนได้รับฟัง ซึ่งเพื่อนของผู้เรียนจะต้องคอยติดตามเพื่อตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาที่นำเสนอแนะ และในกรณีที่ผู้เรียนมีวิธีการแก้ปัญหาเหมือนกันเพียงวิธีเดียวผู้สอนจะต้องนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างเพิ่มเติมให้แก่ผู้เรียน และให้ผู้เรียนแต่ละคนติดตามวิธีการแก้ปัญหานั้น</p>	<p>- ชั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในชั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา ระหว่างกัน พร้อมกับมีการขยายประเด็นปัญหา โดยครูหรือนักเรียน และร่วมกันอภิปรายในประเด็นที่ขยายของปัญหา</p>	<p>- ชั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่เลือกใช้ หลังจากให้นักเรียนรายงานคำตอบวิธีการและเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้เหมือนหรือต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาคำวิธีที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้อีกหรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ</p>	<p>- ชั้นที่ 4 ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง โดยการสุ่มเลือกผู้เรียนเป็นรายบุคคล มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลระหว่างกัน และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอแนะ ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา</p>

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Carpenter (1999, pp. 60-87)	ขวัญ เพี้ยชัย (2553, หน้า 64)	เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร (2552-2553, หน้า 4-5)	ผู้วิจัย
<p>- ชั้นที่ 5 สรุปผล ในขั้นนี้ผู้สอนจะให้ผู้เรียนเขียน อนุทินสรุปว่าผู้สอนให้ผู้เรียนแก้ปัญหาอะไร มีข้อสงสัย ใดบ้างที่ผู้เรียนพบในการแก้ปัญหา ผู้เรียนใช้วิธีใด ในการแก้ปัญหา และผู้เรียนได้อะไรจากการแก้ปัญหา จากนั้นผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปถึงวิธีการที่ใช้ ในการแก้ปัญหาที่นำเสนอหน้าชั้นเรียนในข้างต้นว่า สามารถนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้หรือไม่ และควรใช้ วิธีการแก้ปัญหาใดจึงจะเหมาะสมกับปัญหาที่สุด</p>	<p>- ชั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิด ที่ได้ ในขั้นนี้ให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุป ประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา มีครูเป็นผู้นำ ในการอภิปรายสรุปพร้อมกับนักเรียน จากนั้น ครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์ หลังสิ้นสุดการสอน พร้อมคิดตามการประเมินผล</p>		<p>- ชั้นที่ 5 ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิด ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็น ต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้นำ ให้เกิดการอภิปราย ด้วยการใช้คำถามที่อยู่ บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำ ในการอภิปรายสรุป จากนั้นให้ผู้เรียนเขียน อนุทินสรุป เช่น ผู้เรียนแก้ปัญหาอะไร มีข้อสงสัย ใดบ้างที่ผู้เรียนพบในการแก้ปัญหา ผู้เรียนใช้วิธีใด ในการแก้ปัญหา และผู้เรียนได้อะไรจาก การแก้ปัญหา</p>

จากตารางที่ 3 ผู้วิจัยได้ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สำหรับใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดในแต่ละขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผู้สอนนำเสนอปัญหาให้กับผู้เรียน โดยปัญหาที่นำเสนอจะต้องเป็นปัญหาที่มีความน่าสนใจ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และความสามารถของผู้เรียน มีหลายบริบท และสามารถใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้อย่างหลากหลาย

ขั้นที่ 2 ผู้สอนให้เวลาผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ในปัญหาที่นำเสนอ และคอยใช้คำถามชี้แนะผู้เรียนจนแน่ใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้ จากนั้นให้ผู้เรียนลงมือคิดแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิมเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา ผู้สังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริมเมื่อผู้เรียนต้องการ โดยอาศัยการชี้แนะผู้เรียนเป็นหลัก

ขั้นที่ 4 ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนออกมาแนะนำแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง โดยการสุ่มเลือกผู้เรียนเป็นรายบุคคลมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลระหว่างกัน และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอ นั้น ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 5 ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปราย ด้วยการใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำในการอภิปรายสรุป จากนั้นให้ผู้เรียนเขียนอนุทินสรุป เช่น ผู้เรียนแก้ปัญหาอะไร มีข้อสงสัยใดบ้างที่ผู้เรียนพบในการแก้ปัญหา ผู้เรียนใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา และผู้เรียนได้อะไรจากการแก้ปัญหา

บทบาทของผู้สอนและผู้เรียนในการสอนแนะให้รู้คิด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้สร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง อาศัยความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนเป็นฐานในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ผู้สอนต้องวินิจฉัยผู้เรียนเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ว่าผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาและมีความสนใจในขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างไร (เวทฤทธิ์ อังกะภักทจร, 2552-2553, หน้า 4) ซึ่งสิ่งสำคัญที่จะทำให้ครูผู้สอนประสบความสำเร็จดังที่กล่าวมานั้นก็คือ ความสามารถของครูผู้สอนในวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

Secada (1989, p. 1) ได้กล่าวถึงความสามารถของผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการแนะให้รู้คิดไว้ 4 ประการ ดังนี้

1. ผู้สอนควรรู้ว่าผู้เรียนมีหลักในการคิดทางคณิตศาสตร์ในความคิดของเขาอย่างไร
2. ผู้สอนควรมีความสามารถในการแสดงขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหา ตามประเด็นของเนื้อหาที่กำลังพิจารณาอยู่ในขณะนั้น
3. ผู้สอนควรมีความสามารถในการประเมินสิ่งที่ผู้เรียนกำลังคิดเกี่ยวกับปัญหา
4. ผู้สอนควรมีความสามารถในการตัดสินใจเลือกรูปแบบการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความคิดของเด็กแต่ละคนได้

จากความสามารถของผู้สอนที่กล่าวมาในข้างต้น อีกสิ่งหนึ่งที่ต้องให้ความสนใจและมีความสำคัญไม่แพ้กันนั่นก็คือ บทบาทและหน้าที่ของผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการแนะให้รู้คิด ซึ่งมีผู้กล่าวไว้ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2552-2553, หน้า 5) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนและบรรยากาศในชั้นเรียน CGI ไว้ดังนี้

1. ผู้สอนควรใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่ผู้เรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้
2. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของผู้เรียนแต่ละคน
3. ผู้สอนควรเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาของผู้เรียน
4. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้สึกดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการพูด การเขียน หรือการวาดภาพ ซึ่งเป็นแนวทางที่ให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไรและทำอะไร รวมทั้งผู้สอนก็สามารถประเมินความคิดและเหตุผลของผู้เรียนได้ด้วย
5. ผู้สอนควรนำเสนอปัญหา สถานการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับผู้เรียนทุกคน และสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้
6. ผู้สอนควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองแทนที่เป็นแต่ผู้ถ่ายทอดความรู้
7. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่ม และมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในชั้นเรียน
8. ผู้สอนควรให้เวลาที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

9. ผู้สอนไม่ควรเตรียมแนวการสอนที่ชัดเจนตายตัว หรือใช้วัสดุอุปกรณ์การเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจง แต่ผู้สอนควรเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ และปรับกิจกรรมการเรียนการสอนตามความต้องการหรือแนวคิดของผู้เรียน

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 63) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในการสอนแบบเน้นให้รู้คิดไว้ ดังนี้

1. เตรียม โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับผู้เรียน
2. เป็นผู้อำนวยความสะดวกโดยการให้คำชี้แนะ เป็นที่ปรึกษา สร้างแรงจูงใจ และความเชื่อมั่น ให้กำลังใจ สนับสนุนอุปกรณ์การเรียน จัดสภาพสิ่งแวดล้อมและสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มากกว่าที่จะมาเป็นผู้ให้ความรู้แก่ผู้เรียน
3. รู้จักใช้คำถามเพื่อสื่งเอาความคิดของผู้เรียนว่าผู้เรียนมีแนวคิดอย่างไร เพื่อที่จะได้วางแผนการสอนและประเมินตัวผู้เรียนได้อย่างถูกต้อง
4. ให้เวลาและเอาใจใส่ในการฟังผู้เรียนขณะที่ผู้เรียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา
5. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน เน้นสัมพันธภาพที่ดีระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน และระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน
6. ส่งเสริมการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและตัดสินใจแก้ปัญหาด้วยตัวเอง
7. เนื่องจากไม่มีรูปแบบการสอนที่ตายตัว ดังนั้นผู้สอนต้องเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ แต่ควรจะต้องดูความสนใจ และรู้จักการปรับกิจกรรมการเรียนการสอนให้เข้ากับความเข้าใจหรือแนวคิดของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรให้ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่มีอยู่แก้ปัญหาได้

8. ประเมินผลดูความก้าวหน้า หรือประเมินผลแบบเป็นระยะ ๆ มากกว่าที่จะประเมินผลหลังสิ้นสุดการเรียนการสอนเพียงครั้งเดียว

Carpenter (1999, pp. 86-87) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนเน้นให้รู้คิด ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ผู้สอนนำเสนอปัญหาในบริบทที่ผู้เรียนคุ้นเคย หรืออาจเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน เพื่อถามหาวิธีการในการแก้ปัญหานั้นกับผู้เรียน
2. ผู้สอนจัดเตรียมเครื่องมือ สื่ออุปกรณ์อย่างหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนเลือกใช้ในการแก้ปัญหา ได้แย้ง หรือสนับสนุนแนวคิดของตนเอง
3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง
4. ผู้สอนสังเกต พุดคุย ถึงความหลากหลายของกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และความเข้าใจในแนวคิดของผู้เรียนเองในขณะนั้น

5. ผู้สอนตรวจสอบกลยุทธ์วิธีการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลในการสนับสนุนคำตอบของผู้เรียน

Fennema (1992, pp. 2-5) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่ที่มีความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของผู้เรียน
2. ผู้สอนจัดเตรียมเครื่องมือ สื่อวัสดุอุปกรณ์ที่หลากหลายให้ผู้เรียนพิจารณาเลือกใช้ด้วยตนเอง
3. ผู้สอนต้องสร้างและสนับสนุนให้เกิดบรรยากาศการเรียนรู้ด้วยการยอมรับและเคารพการตัดสินใจในการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียน
4. ผู้สอนต้องคอยตรวจสอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน ในระหว่างการแก้ปัญหา ด้วยการเข้าไปสอบถาม พูดคุย หรือสังเกต เพื่อใช้เป็นแนวทางในการเลือกกิจกรรมที่เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งการตัดสินใจในการเลือกกิจกรรมให้กับผู้เรียนนั้นจะเกิดขึ้นในระหว่างการสอน และเมื่อการสอนเสร็จสิ้นแล้ว
5. ผู้สอนต้องให้เวลาที่เพียงพอในการแก้ปัญหา และคอยช่วยเหลือให้คำชี้แนะเมื่อผู้เรียนต้องการ
6. ผู้สอนต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน
7. ผู้สอนต้องทำการวัดและประเมินผลผู้เรียนเป็นระยะ ๆ มากกว่าการวัดและประเมินผลเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว

จากบทบาทหน้าที่ของผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้กล่าวมาในข้างต้นสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่เหมาะสมกับผู้เรียน หรือเป็นปัญหาที่อยู่ในบริบทที่ผู้เรียนคุ้นเคย
2. ผู้สอนต้องพยายามทำความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดเตรียมสื่อวัสดุอุปกรณ์ ตลอดจนการสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการแลกเปลี่ยนแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลาย มากกว่าที่จะเป็นผู้ให้ความรู้แก่ผู้เรียน
3. ผู้สอนควรวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกว้างๆ ดึงดูดความสนใจของผู้เรียน และสามารถปรับเปลี่ยนกิจกรรมตามความเข้าใจหรือแนวคิดของผู้เรียนได้

4. ผู้สอนต้องคอยให้การช่วยเหลือ สนับสนุน หรือชี้แนะในขณะที่ผู้เรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ โดยการใช้คำถามเพื่อล้วงเอาความคิดของผู้เรียนว่าผู้เรียนมีแนวคิดอย่างไร เพื่อที่จะได้วางแนวทางการสอนที่เหมาะสมกับผู้เรียน และสามารถประเมินตัวผู้เรียนได้อย่างถูกต้อง

5. ผู้สอนต้องให้เวลาที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ และควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ส่งเสริมการทำงานเป็นกลุ่มโดยเน้นสัมพันธภาพที่ดีระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน และระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน

6. ผู้สอนควรประเมินผลควบคู่ไปกับการทำกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นระยะ ๆ เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียน มากกว่าที่จะประเมินผลหลังสิ้นสุดการทำกิจกรรมการเรียนการสอนเพียงครั้งเดียว

เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด มุ่งเน้นไปที่การทำ ความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง เวลาส่วนใหญ่ในการจัดกิจกรรมจึงถูกใช้ไปกับการแก้ปัญหของผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับ Fennema (1992, p. 5) ที่ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้เรียน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดพอสรุปได้ ดังนี้

1. ผู้เรียนใช้เวลาส่วนใหญ่ในการพูดคุยปรึกษากับเพื่อนร่วมชั้นเรียน และผู้สอน ในการแก้ปัญหา มากกว่าการทำตามขั้นตอนวิธีการที่มีให้

2. ผู้เรียนต้องสามารถนำเสนอคำตอบหรือวิธีการ ตลอดจนกลยุทธ์ที่ใช้ในการหาคำตอบ ที่หน้าเชื่อถือได้

การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ความเป็นมาของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

Pizzini et al. (1989, pp. 523-532) ซึ่งเป็นนักการศึกษาทางวิทยาศาสตร์ของมหาวิทยาลัย ไอโอวา ได้พัฒนาแนวทางในการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหา โดยมีพื้นฐานจากการแก้ปัญห ทางวิทยาศาสตร์ และได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องที่ศูนย์กลางการศึกษาทางวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยไอโอวา โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPS และแบบ IDEAL มาเป็นพื้นฐาน ในการนำไปสู่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบ CPS และแบบ IDEAL มีรายละเอียด ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPS

CPS ย่อมาจาก Creative problem solving ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย (Parnes, 1967 cited in Pizzini et al., 1989, p. 526) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การค้นหาข้อเท็จจริง (Fact-finding)
2. การค้นหาปัญหา (Problem-finding)
3. การค้นหาแนวความคิดในการแก้ปัญหา (Idea-finding)
4. การค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solution-finding)
5. การค้นหาแนวทางที่ยอมรับได้ (Acceptance-finding)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ IDEAL

IDEAL ย่อมาจาก Identify, Define, Explore, Act และ Look ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Bransford and Stein (1984 cited in Pizzini et al., 1989, p. 526) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การจำแนกแยกแยะปัญหา (Identify the problem)
2. การให้คำนิยามและการนำเสนอปัญหา (Defining and representing the problem)
3. การค้นหากลยุทธ์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (Exploring alternative strategies)
4. การลงมือปฏิบัติตามกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (Acting on the strategies)
5. การมองย้อนกลับและการประเมินผลกระทบ (Looking back and evaluating the

effect)

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 2 แบบ Pizzini et al. ได้ทำการปรับขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวให้มีความชัดเจนและเหมาะสมกับผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย และผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยปรับลดให้เหลือเพียง 4 ขั้นตอน และให้ชื่อว่าการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ของการสอนการแก้ปัญหาทั้ง 3 รูปแบบ คือ CPS, IDEAL และ SSCS ได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ความสัมพันธ์ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แบบ IDEAL และแบบ CPS
(Pizzini et al., 1989, p. 528)

การสอนการแก้ปัญหา			แนวทาง	กระบวนการ
SSCS	IDEAL	CPS	(Approaches)	(Processes)
		สถานการณ์ (Situation)	ยอมรับปัญหา ตั้งคำถาม อะไร ใคร เมื่อไหร่ ที่ไหน อย่างไร	- การระดมความคิด - การสังเกต - การวิเคราะห์ - การแยกแยะ - การวัด - การบรรยาย
	จำแนกแยกแยะ ปัญหา (Identify)			
ค้นหาปัญหา (Search: S)		การค้นหา ข้อเท็จจริง (Fact-finding)	- ค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม - มีอะไรบ้างที่จำเป็น ต้องทราบ - สามารถหาสิ่งนั้น ได้จากที่ไหน	- การตั้งคำถาม - การค้นคว้า วรรณกรรม ที่เกี่ยวข้อง - การสืบเสาะ
	ให้คำนิยาม ปัญหา (Define)	การค้นหาปัญหา (Problem-finding)	- ทำรายการปัญหา/ ความคิดเห็นจาก สถานการณ์ - มีวิธีใดบ้างที่เรา จะสามารถ แก้ปัญหาได้ - ชี้ให้เห็นถึงปัญหา	- การระดมความคิด - การตั้งสมมติฐาน - การคาดคะเน - การประเมิน - การทดสอบ - การตั้งคำถาม
	สืบค้นปัญหา (Explore)	การค้นหา แนวความคิด ในการแก้ปัญหา (Idea-finding)	- เขียนแนวทาง ทั่วไปหรือ แนวความคิดที่ใช้ ในการแก้ปัญหา	- การระดมความคิด - การหาจุดสำคัญ - การสืบเสาะ - การเปรียบเทียบ - การรวบรวม - การวิเคราะห์
ค้นหาแนวทาง การแก้ปัญหา (Solve: S)				

ตารางที่ 4 (ต่อ)

การสอนการแก้ปัญหา			แนวทาง	กระบวนการ
SSCS	IDEAL	CPS	(Approaches)	(Processes)
		การค้นหา แนวทางการ แก้ปัญหา (Solution-finding)	- วางแผนจะทำ อย่างไร - ปฏิบัติตามแผน ที่วางไว้	- การตัดสินใจ - การนิยาม - การคิดสร้างสรรค์ - การออกแบบ - การประยุกต์ - การสังเคราะห์ - การทดสอบ - การตรวจสอบ, การพิสูจน์
ค้นหาแนวทาง การแก้ปัญหา (Solve: S)	ลงมือแก้ปัญหา (Act)	การค้นหาแนวทาง ที่ยอมรับได้ (Acceptance- finding)		
	ตรวจสอบผล (Look)		- การสร้าง กระบวนการ หรือความคิด - การประเมินตนเอง ในกระบวนการ ต่าง ๆ หรือ คำตอบที่ได้รับ	- การยอมรับ/ การปฏิเสธ - การปรับปรุงแก้ไข - การปรับเปลี่ยน - การทำให้สมบูรณ์ - การสื่อสาร - การแสดงผล - การรายงานผล - การประเมินผล
สร้างคำตอบ (Create: C)				

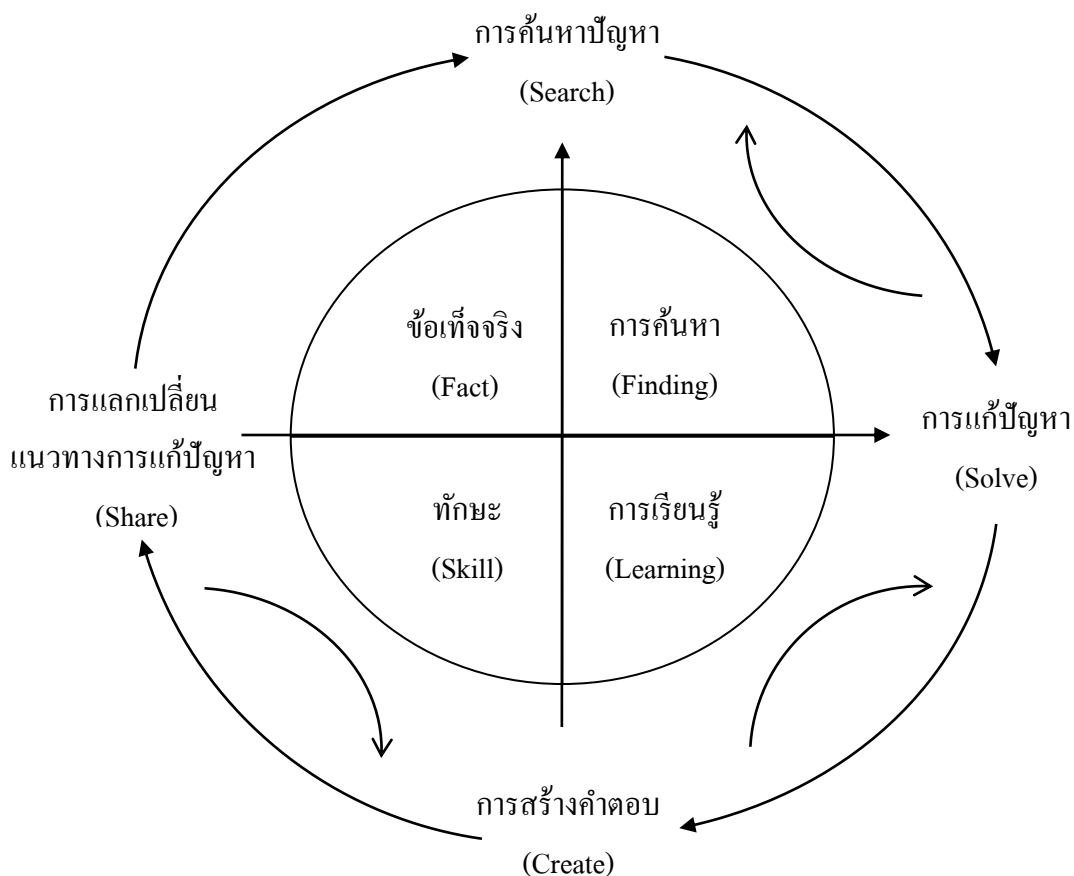
ตารางที่ 4 (ต่อ)

การสอนการแก้ปัญหา			แนวทาง	กระบวนการ
SSCS	IDEAL	CPS	(Approaches)	(Processes)
แลกเปลี่ยน แนวทาง ในการแก้ปัญหา (Share: S)			- การสื่อสารและ	- การนำเสนอ
			การมีปฏิสัมพันธ์	- การแสดงผล
			- การแลกเปลี่ยน	- การรายงานผล
			ความคิดเห็น	- การพูดคุย
			- การให้ข้อมูล	- การตั้งคำถาม
			ย้อนกลับ	- การทบทวน
			- การประเมินผล	- การตรวจสอบ,
			การแก้ปัญหา	การพิสูจน์
			- สร้างคำถาม	
			ค้นคว้าที่มี	
ศักยภาพ				

จากตารางที่ 4 จะเห็นได้ว่า การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการสอนการแก้ปัญหาที่ครอบคลุมทั้งการสอนการแก้ปัญหาแบบ IDEAL และการสอนการแก้ปัญหาแบบ CPS จะเห็นได้จากขั้นการค้นหาปัญหา (Search: S) ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS นั้น ได้ครอบคลุมขั้นการจำแนกแยกแยะปัญหา (Identify) ขั้นการให้คำนิยามปัญหา (Define) ขั้นการสืบค้นปัญหา (Explore) ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ IDEAL และขั้นการค้นหาข้อเท็จจริง (Fact-finding) ขั้นการค้นหาปัญหา (Problem-finding) ขั้นการค้นหาแนวความคิดในการแก้ปัญหา (Idea-finding) ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ CPS และในขั้นการค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ได้ครอบคลุมขั้นการลงมือแก้ปัญหา (Act) ขั้นการตรวจสอบผล (Look) ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ IDEAL และขั้นการค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solution-finding) ขั้นการค้นหาแนวทางที่ยอมรับได้ (Acceptance-finding) ของการสอนการแก้ปัญหาแบบ CPS ซึ่งจะเห็นได้ว่า เพียงสองขั้นตอนของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่านั้นที่สามารถครอบคลุมขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบ IDEAL และขั้นการแก้ปัญหาแบบ CPS ได้ทั้งหมดสิ้น นอกจากนี้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ยังได้เพิ่มขั้นการสร้างคำตอบ (Creat: C) ซึ่งเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนได้สร้างสรรค์คำตอบจากปัญหา กล่าวคือ ผู้เรียนจะต้องนำเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่มีความถูกต้องชัดเจนและรัดกุม เพื่อง่ายต่อการทำความเข้าใจในการสื่อสาร

กับเพื่อนร่วมชั้นเรียน และในขั้นการแลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา (Share: S) ที่เพิ่มเข้ามา ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการขยายองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา กล่าวคือ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือแนวทางการแก้ปัญหาที่ตนค้นพบกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน โดยจะต้องอธิบายถึงขั้นตอนวิธีการในการแก้ปัญหานั้นได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการสื่อสารด้านการพูดและการฟังไปพร้อม ๆ กัน

จากการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS Pizzini et al. (1989, p. 526) ได้นำเสนอความสัมพันธ์ของการแก้ปัญหาดังกล่าวในรูปวัฏจักรของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 วัฏจักรของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS (Pizzini et al., 1989, p. 527)

จากภาพที่ 2 จะพบว่า วัฏจักรของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS จะเริ่มจากการค้นหาปัญหาโดยผู้เรียนจะต้องจำแนกแยกแยะ ให้คำจำกัดความและค้นหากลยุทธ์ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์นั้นๆ โดยใช้วิธีการระดมสมอง การสังเกต การตั้งคำถาม ตลอดจนการวิเคราะห์เพื่อนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งในขั้นการแก้ปัญหานี้ผู้เรียนจะต้องลงมือปฏิบัติตามแนวทางการแก้ปัญหาหรือกลยุทธ์ที่วางไว้ โดยการนำข้อมูลมาสังเคราะห์หรือประยุกต์ เพื่อใช้หาแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งแนวทางการแก้ปัญหาที่ได้มาจะต้องผ่านการพิสูจน์ตรวจสอบเพื่อมองย้อนกลับไปยังผลที่เกิดขึ้นจากแนวทางการแก้ปัญหานั้น ๆ และเมื่อผู้เรียนได้แนวทางในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ชัดเจน และมีความรัดกุมแล้ว ผู้เรียนจะต้องนำแนวทางการแก้ปัญหาดังกล่าวมาจัดกระทำให้อยู่ในรูปของคำตอบหรือวิธีการที่ง่ายต่อการเข้าใจ และสามารถสื่อสารหรืออธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจได้ง่าย เพื่อใช้เป็นแนวทางในการแลกเปลี่ยนแนวคิด หรือวิธีการตลอดจนกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาผ่านการนำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะต้องร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็น และซักถามข้อสงสัย เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา คำตอบ ตลอดจนข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นทั้งในส่วนของตนเองและในส่วนของเพื่อนร่วมชั้นเรียน และจากวัฏจักรของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS จะพบว่า ขั้นการแลกเปลี่ยนแนวทางการแก้ปัญหา ขั้นการสร้างคำตอบ ขั้นการแก้ปัญหา และขั้นการค้นหาปัญหานั้น จะมีการตรวจสอบข้อมูลย้อนกลับ กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนไม่สามารถอธิบายวิธีการหรือแนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียนได้ ผู้เรียนจะต้องกลับไปยังขั้นที่สามคือขั้นการสร้างคำตอบ เพื่อกลับไปตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากแนวทางการแก้ปัญหาที่เลือกใช้ และถ้าผู้เรียนยังไม่สามารถสร้างแนวทางในการหาคำตอบของปัญหานั้นได้ ผู้เรียนก็สามารถกลับไปยังขั้นที่สองคือ ขั้นการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาแนวทางในการแก้ปัญหาลงข้อผิดพลาดที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้นใหม่ และถ้ายังไม่สามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้อีก ผู้เรียนก็จะต้องกลับไปยังขั้นที่หนึ่ง คือ ขั้นการค้นหาปัญหา เพื่อหาข้อมูลในส่วนที่ยังขาดหายไปและเมื่อได้ข้อมูลที่ต้องการครบแล้ว จึงจะดำเนินตามขั้นตอนในวัฏจักรของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ต่อไป (Pizzini et al., 1989, pp. 523-532)

หลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการสอนที่มุ่งเน้นการฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน โดยการนำเอากระบวนการทางวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถใช้กระบวนการคิดในการแสวงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างมีเหตุผล และเป็นระบบ ซึ่งการที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดลักษณะดังกล่าวได้นั้น นอกจากผู้สอนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจ

ในเนื้อหาแล้ว ผู้สอนยังต้องมีความรู้เกี่ยวกับหลักการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นอย่างดี เพื่อที่จะช่วยให้การสอนการแก้ปัญหานั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยนักการศึกษาได้ให้หลักการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ไว้ต่าง ๆ กัน ดังนี้

Pizzini et al. (1989, pp. 528-529) ได้กล่าวถึงหลักการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ไว้ดังนี้

1. ผู้สอนจะต้องนำเสนอปัญหา หรือคอยช่วยเหลือผู้เรียนในการแยกแยะประเด็นปัญหา
2. ผู้สอนจะต้องชี้ให้ผู้เรียนเห็นถึงสิ่งที่ผิดพลาด หรือสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
3. ผู้สอนต้องคอยช่วยเหลือผู้เรียนในการวางแผน และทดสอบแนวคิดหรือแนวทางในการแก้ปัญหของผู้เรียน และกำหนดว่าอะไรคือข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา
4. หากข้อมูลที่ผู้เรียนหามาได้ยังไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนหาข้อมูลและข้อเท็จจริงที่เกี่ยวกับประเด็นปัญหานั้นเพิ่มเติม
5. ผู้สอนต้องช่วยเหลือผู้เรียนในการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
6. ผู้สอนต้องเปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิด การตัดสินใจ หรือการอภิปรายประเด็นปัญหา หรือการแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ

Chin (1997, pp. 9-10) ได้กล่าวถึงหลักการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ไว้ดังนี้

1. ผู้สอนต้องจัดประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเป็นรูปธรรม เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหาอย่างมีความหมาย
2. ผู้สอนต้องมีเทคนิคในการตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดค้นสำรวจวิธีการแก้ปัญหา และให้โอกาสผู้เรียนในการเลือกหรือสืบเสาะหาปัญหาที่ตนสนใจ ทั้งนี้เพื่อเป็นการสร้างแรงจูงใจและความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ของผู้เรียน
3. ผู้สอนต้องมีการประเมินย้อนกลับในการคิดของผู้เรียน หรือผลการแก้ปัญหของผู้เรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้มีการพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาต่อไป
4. ผู้สอนจะต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักการตั้งปัญหา หรือคำถาม และหาคำตอบ เพื่อต่อยอดความรู้ของตัวเองต่อไป
5. ผู้สอนต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และยอมรับตนเองเกี่ยวกับพฤติกรรมที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนต้องให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ โดยผู้สอนพยายามลดบทบาทหน้าที่ของตนเอง และทำหน้าที่เป็นเพียงผู้คอยแนะนำ คอยดูแลในแต่ละขั้นตอนของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

จากหลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ที่นักการศึกษาได้กล่าวมาในข้างต้นนั้น สามารถสรุปได้ว่า การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จึงควรจัดให้ผู้เรียนได้มีการวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้กลยุทธ์ต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งแนวทางในการหาคำตอบที่รัดกุม เป็นระบบ และเหมาะสมกับการค้นหาคำตอบของปัญหานั้นด้วยตนเอง โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติ เฝ้ายกกับสถานการณ์ปัญหาและแก้ปัญหาคด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือหรือสนับสนุนเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือใน ทุก ๆ ขั้นตอนของการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

Pizzini et al. (1989, p. 528) ได้กล่าวถึงรายละเอียดของแนวทาง และกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งแสดงได้ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ขั้นตอน	แนวทาง (Approaches)	กระบวนการ (Processes)
ค้นหาปัญหา (Search: S)	ยอมรับปัญหา และใช้การตั้งคำถาม อะไร ใคร เมื่อไหร่ ที่ไหน อย่างไร	- การระดมความคิด - การสังเกต - การวิเคราะห์ - การแยกแยะ - การวัด - การบรรยาย
	ค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม มีอะไรบ้าง ที่จำเป็นต้องทราบ และสามารถหาสิ่งนั้นได้จากที่ไหน	- การตั้งคำถาม - การค้นคว้าวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง - การสืบเสาะ
	ทำรายการปัญหา/ ความคิดเห็นจากสถานการณ์ เพื่อหาว่ามีวิธีใดบ้างที่เราจะสามารถแก้ปัญหาได้ และชี้ให้เห็นถึงปัญหา	- การระดมความคิด - การตั้งสมมติฐาน - การคาดคะเน - การประเมิน - การทดสอบ - การตั้งคำถาม

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ขั้นตอน	แนวทาง (Approaches)	กระบวนการ (Processes)
	เขียนแนวทางทั่วไป หรือแนวความคิดที่ใช้ ในการแก้ปัญหา	- การระดมความคิด - การหาจุดสำคัญ - การสืบเสาะ - การเปรียบเทียบ - การรวบรวม - การวิเคราะห์
ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S)	วางแผนจะอย่างไร และปฏิบัติตามแผนที่วางไว้	- การตัดสินใจ - การนิยาม - การคิดสร้างสรรค์ - การออกแบบ - การประยุกต์ - การสังเคราะห์ - การทดสอบ - การตรวจสอบ - การพิสูจน์
สร้างคำตอบ (Create: C)	การสร้างกระบวนการ หรือความคิด การประเมิน ตนเองในกระบวนการต่าง ๆ หรือประเมินคำตอบที่ได้รับ	- การยอมรับ - การปฏิเสธ - การปรับปรุงแก้ไข - การปรับเปลี่ยน - การทำให้สมบูรณ์ - การสื่อสาร - การแสดงผล - การรายงานผล - การประเมินผล

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ขั้นตอน	แนวทาง (Approaches)	กระบวนการ (Processes)
แลกเปลี่ยนแนวทาง ในการแก้ปัญหา (Share: S)	การสื่อสารและการมีปฏิสัมพันธ์ การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การให้ข้อมูลย้อนกลับ การประเมินผลการแก้ปัญหา การสร้างคำถามการค้นคว้า ที่มีศักยภาพ	- การนำเสนอ - การแสดงผล - การรายงานผล - การพูดคุย - การตั้งคำถาม - การทบทวน - การตรวจสอบ - การพิสูจน์

จากตารางที่ 5 พบว่า กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS นั้น เป็นการสอนที่มุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้การแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างเป็นระบบ ผู้เรียนมีโอกาสในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นของตนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน ซึ่งทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้แนวทางในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ อันจะนำไปสู่ความเข้าใจที่คงทนและเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ในการร่วมจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ (Pizzini et al., 1989, pp. 530-532)

ขั้นที่ 1 ค้นหาปัญหา (Search: S) เป็นการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และการแยกแยะประเด็นของปัญหา โดยการระดมสมอง เพื่อทำให้เกิดการแยกแยะปัญหาออกเป็นประเด็นต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่มีอยู่ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการต่าง ๆ หรือหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องวางแผนการแก้ปัญหา และเลือกใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา อย่างหลากหลาย จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องของปัญหานั้น โดยนำข้อมูลจากขั้นที่ 1 มาประกอบการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 สร้างคำตอบ (Create: C) เป็นการนำผลการแก้ปัญหาที่ได้จากขั้นที่ 2 มาจัดกระทำเป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา (Share: S) เป็นการแลกเปลี่ยนแนวคิด กลยุทธ์ ตลอดจนวิธีการที่ในการแก้ปัญหของผู้เรียนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน โดยวิธีการที่ได้

อาจเหมือนหรือแตกต่างกัน ในขั้นนี้นักเรียนจะได้รับผลย้อนกลับและการประเมินคำตอบจากครู และเพื่อนร่วมชั้นเรียน

บทบาทของผู้สอนในการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS นั้น บทบาทของผู้สอน จะเปลี่ยนไป โดยผู้สอนทำหน้าที่เป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกและคอยให้ความช่วยเหลือ ผู้เรียนในกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เท่านั้น ซึ่ง Pizzini et al. (1989, p. 531) ได้กล่าวถึง บทบาทของผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ดังนี้

ขั้นที่ 1 ค้นหาปัญหา (Search: S) ผู้สอนกำหนดหรือช่วยเหลือผู้เรียนในการวิเคราะห์ แยกแยะปัญหาออกจากสภาพแวดล้อมที่ไม่เกี่ยวข้อง โดยไม่ควรใช้อธิปไตยของนักเรียนคนใด คนหนึ่งตัดสิน กำหนด อธิบาย หรือแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) ผู้สอนกำหนดหรือช่วยเหลือผู้เรียน ในการวิเคราะห์แยกแยะปัญหาออกจากสภาพแวดล้อมที่ไม่เกี่ยวข้อง กระตุ้นให้ผู้เรียนพิจารณา แนวทางการแก้ปัญหาที่มีความเป็นไปได้ในทางอื่น ๆ โดยการเชื่อมโยงประสบการณ์ของผู้เรียน กับความคิดของพวกเขา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนตัดสินใจในการออกแบบและทดสอบแนวคิดหรือ คำตอบ ตลอดจนการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของพวกเขา และคอยช่วยเหลือสนับสนุน ให้ผู้เรียนนำข้อมูลที่ได้มาจัดกระทำให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น โดยไม่ควรใช้อธิปไตยของนักเรียนคนใด คนหนึ่งตัดสิน กำหนด อธิบาย หรือแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 สร้างคำตอบ (Create: C) ผู้สอนกำหนดหรือช่วยเหลือผู้เรียนในการวิเคราะห์ แยกแยะปัญหาออกจากสภาพแวดล้อมที่ไม่เกี่ยวข้อง กระตุ้นให้ผู้เรียนพิจารณาแนวทางการแก้ปัญหา ที่มีความเป็นไปได้ในทางอื่น ๆ โดยการเชื่อมโยงประสบการณ์ของผู้เรียนกับความคิดของพวกเขา เพื่อสนับสนุนให้ผู้เรียนนำข้อมูลที่ได้มาจัดกระทำให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น โดยไม่ควรใช้อธิปไตยของ นักเรียนคนใดคนหนึ่งตัดสิน กำหนด อธิบาย หรือแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา (Share: S) ผู้สอนกำหนดหรือช่วยเหลือ ผู้เรียนในการวิเคราะห์แยกแยะปัญหาออกจากสภาพแวดล้อมที่ไม่เกี่ยวข้อง สนับสนุนให้ผู้เรียน นำข้อมูลที่ได้มาจัดกระทำให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น โดยไม่ควรใช้อธิปไตยของนักเรียนคนใดคนหนึ่ง ตัดสิน กำหนด อธิบาย หรือแก้ปัญหา

จากข้างต้น พบว่า บทบาทหลักของผู้สอนในการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS นั้นคือ การสนับสนุนและการอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการแก้ปัญหาที่ผู้สอน กำหนดขึ้นด้วยการใช้คำถามกระตุ้นผู้เรียนให้คิดแก้ปัญหา พร้อมกับคอยชี้แนะแนวทางให้ผู้เรียน สามารถเชื่อมโยงความรู้เก่าที่มีอยู่เดิมเข้ากับความรู้ใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหอย่างหลากหลาย

และสร้างสรรค์ ตลอดจนต้องเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา ระหว่างผู้เรียน และจากบทบาทของของผู้สอนในข้างต้นผนวกกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS พบว่า บทบาทหน้าที่หลักของผู้เรียนในการสอนการแก้ปัญหา แบบ SSCS นั่นก็คือ การเรียนรู้การแก้ปัญหาจากกระบวนการแก้ปัญหา และการนำเสนอวิธีการ แก้ปัญหาที่รัดกุมของตนเองให้เพื่อนผู้เรียนและผู้สอนได้รับทราบ

การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง และตารางสังเคราะห์ขั้นตอนในการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ในหัวข้อที่ 4 สามารถสรุปความหมายและขั้นตอน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ได้ดังนี้

การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานการทำ ความเข้าใจในความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละบุคคล เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการออกแบบ กิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมและสอดคล้องกับวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละบุคคล โดยเน้น การสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวของผู้เรียนเองเป็นหลัก ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ซึ่งปรากฏแล้วใน หน้า 36-42 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผู้สอนนำเสนอปัญหาให้กับผู้เรียน โดยปัญหาที่นำเสนอจะต้องเป็นปัญหา ที่มีความน่าสนใจ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และความสามารถของผู้เรียน มีหลายบริบท และสามารถใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้อย่างหลากหลาย

ขั้นที่ 2 ผู้สอนให้เวลาผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ในปัญหาที่นำเสนอ และคอยใช้คำถามชี้แนะผู้เรียนจนแน่ใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ได้ จากนั้น ให้ผู้เรียนลงมือคิดแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับ ความรู้เดิมเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา ผู้สอนสังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึง ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมกับทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาลง ของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริมเมื่อผู้เรียนต้องการ โดยอาศัยการชี้แนะผู้เรียน เป็นหลัก

ขั้นที่ 4 ผู้สอนเปิด โอกาสให้ผู้เรียนออกมาแนะนำแนวคิดในการแก้ปัญหาลงของตนเอง โดยการสุ่มเลือกผู้เรียนเป็นรายบุคคล มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา

พร้อมเหตุผลระหว่างกัน และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนออื่น ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 5 ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปราย ด้วยการใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำในการอภิปรายสรุป จากนั้นให้ผู้เรียนเขียนอนุทินสรุป เช่น ผู้เรียนแก้ปัญหาอะไร มีข้อสงสัยใดบ้างที่ผู้เรียนพบในการแก้ปัญหา ผู้เรียนใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา และผู้เรียนได้อะไรจากการแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ในหัวข้อที่ 5 สามารถสรุปความหมายและขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ ดังนี้

การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนผ่านการเรียนรู้จากกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนคอยให้การสนับสนุน แนะนำ และใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการค้นคว้าและคิดแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ซึ่งปรากฏแล้วในหน้า 54-56 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 ค้นหาปัญหา (Search: S) เป็นการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และการแยกแยะประเด็นของปัญหาโดยการระดมสมอง เพื่อทำให้เกิดการแยกแยะปัญหาออกเป็นประเด็นต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่มีอยู่ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการต่าง ๆ หรือหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องวางแผนการแก้ปัญหา และเลือกใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหด้วยตนเอง เพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา อย่างหลากหลาย จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องของปัญหานั้น โดยนำข้อมูลจากขั้นที่ 1 มาประกอบการแก้ปัญหา

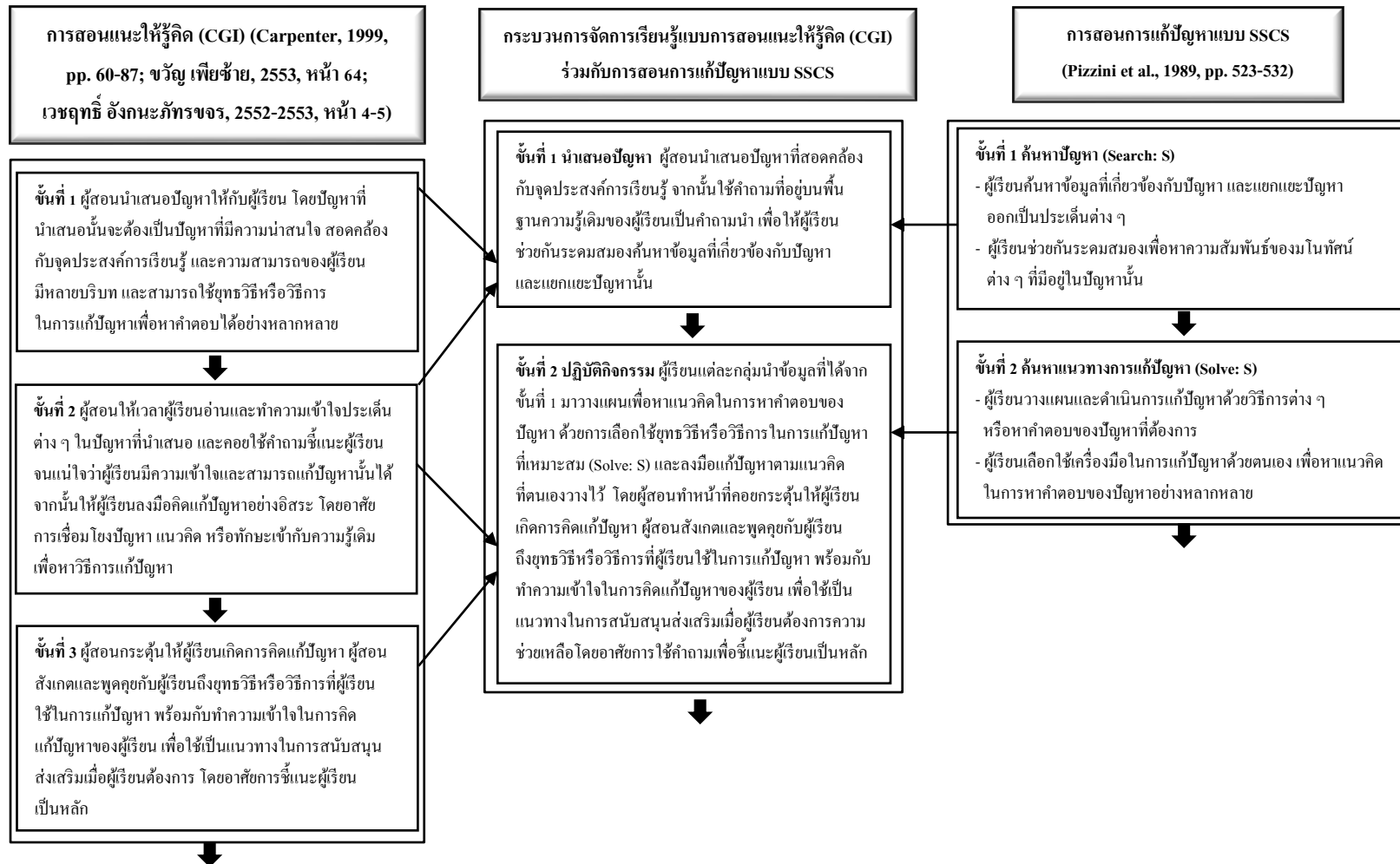
ขั้นที่ 3 สร้างคำตอบ (Create: C) เป็นการนำผลการแก้ปัญหาที่ได้จากขั้นที่ 2 มาจัดกระทำเป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น

ขั้นที่ 4 แลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา (Share: S) เป็นการแลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธี ตลอดจนวิธีการที่ในการแก้ปัญหของผู้เรียนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน โดยวิธีการที่ได้ อาจเหมือนหรือแตกต่างกัน ในขั้นนี้นักเรียนจะได้รับผลย้อนกลับและการประเมินคำตอบจากครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียน

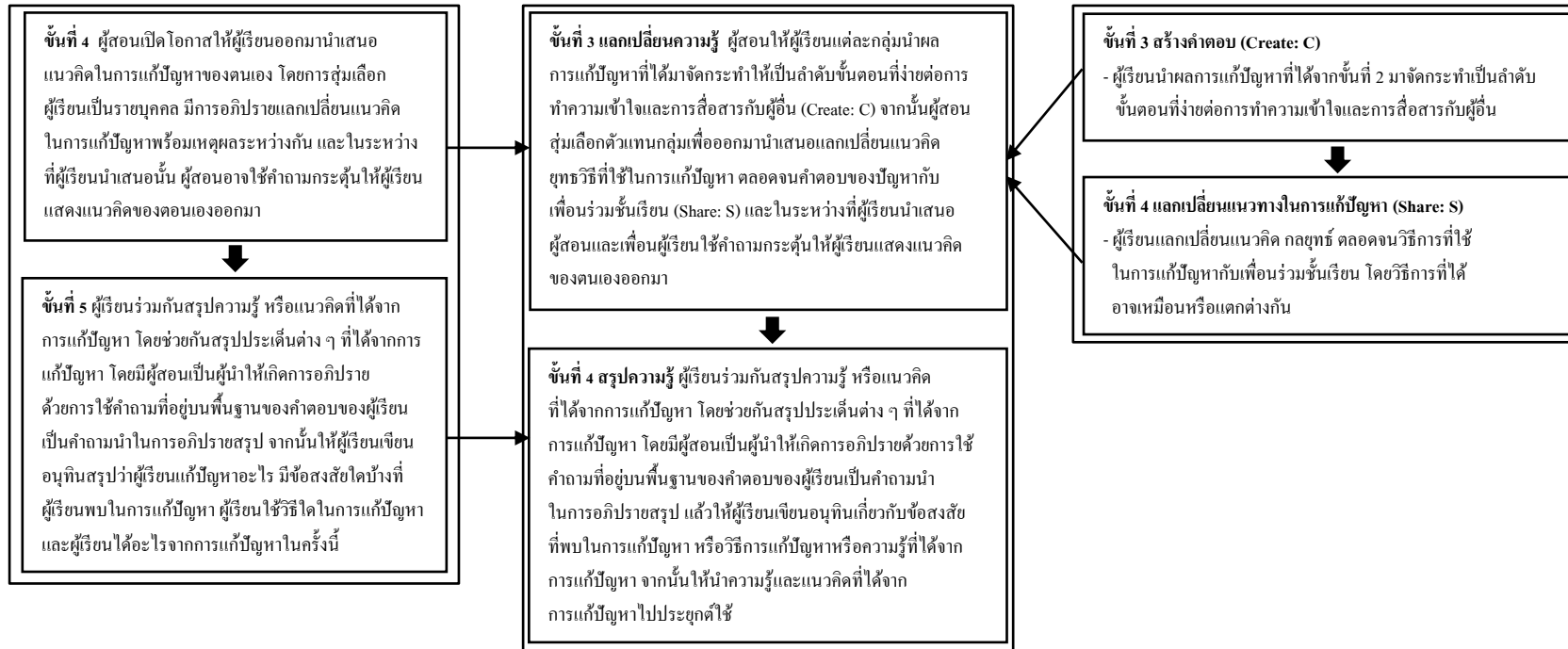
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหา

แบบ SSCS

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) และการสอนแก้ปัญหาแบบ SSCS พบว่า กระบวนการสอนแบบการแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นกระบวนการสอนที่เน้นการทำ ความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้อง และเหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละบุคคล โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุน และเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่ คำถาม เพื่อการแก้ปัญหาเพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2552-2553, หน้า 2) และในส่วนของขั้นตอนการแก้ปัญหา ผู้วิจัย พบว่า การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการสอนที่เน้นฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน โดยตรง ซึ่งพัฒนาโดยการนำเอากระบวนการทางวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหา ซึ่งจะทำให้ ผู้เรียนสามารถใช้กระบวนการคิดในการแสวงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้สังเคราะห์ขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งแสดงได้ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSSC



ภาพที่ 3 (ต่อ)

จากภาพที่ 3 จะพบว่า การสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นกระบวนการสอน ที่กล่าวถึงหลักการสอนแต่ไม่ได้กล่าวถึงหลักขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งในการสอน การแก้ปัญหาแบบ SSCS นั้นเป็นกระบวนการสอนที่นำเสนอหลักการแก้ปัญหอย่างมีขั้นตอน และเป็นระบบ ซึ่งผู้วิจัยได้นำไปแทรกไว้ในการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในส่วนของการแก้ปัญหา ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวประกอบไปด้วยรายละเอียด และขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา: ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นคำถามนำ เพื่อให้ผู้เรียนช่วยกันระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และแยกแยะปัญหานั้นออกเป็นประเด็นต่าง ๆ (Search: S)

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม: ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 มาวางแผนเพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ด้วยการเลือกใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม (Solve: S) และลงมือแก้ปัญหาตามแนวคิดที่ตนเองวางไว้ โดยผู้สอนทำหน้าที่คอยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา ผู้สอนสังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริมเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ โดยอาศัยการใช้คำถามเพื่อชี้แนะผู้เรียนเป็นหลัก

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้: ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำผลการแก้ปัญหาที่ได้มาจัดกระทำให้เป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น (Create: C) จากนั้นผู้สอนสุ่มเลือกตัวแทนกลุ่มเพื่อออกมาแนะนำเสนอแลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนคำตอบของปัญหากับเพื่อนร่วมชั้นเรียน (Share: S) และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอ ผู้สอน และเพื่อนผู้เรียนใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 สรุปความรู้: ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปราย ด้วยการใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำในการอภิปรายสรุป แล้วให้ผู้เรียนเขียนอนุทินเกี่ยวกับข้อสงสัยที่พบในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหา หรือความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา จากนั้นให้นำความรู้และแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา ไปประยุกต์ใช้

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 97) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้เรียนต้องอาศัยความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการกฎ หรือสูตร เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับเป้าหมายเบื้องต้นของ The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1993, p. 57) ที่ว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและหลากหลาย ดังนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ ผู้วิจัยจึงขอเสนอตามประเด็นดังต่อไปนี้

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอทัศนะที่น่าสนใจเกี่ยวกับความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ในตัวปัญหานั้นจะไม่ระบุวิธีการหรือแนวทางการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาก็ต้องลงมือค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา จึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น

Anderson and Pingry (1973, p. 228) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งการแก้ปัญหาก็ต้องมีกระบวนการ มีขั้นตอน ในการแก้ปัญหา โดยต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และความกล้าในการตัดสินใจในการแก้ปัญหาที่ได้เผชิญอยู่นั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลาสถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง ในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์เหตุการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปตัวเลข สัญลักษณ์ รูปแบบ ข้อความ หรือเป็นโจทย์ปัญหา

เวททรี อังคะภัทรขจร (2555, หน้า 109) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากทัศนะของนักการศึกษาดังที่กล่าวมาในข้างต้น จึงพอสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งสถานการณ์นั้นจะไม่ระบุแนวทางในการหาคำตอบมาให้ และเป็นสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างมาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อนำมา กำหนดเป็นกรอบแนวทางในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหานั้นอาจอยู่ในรูปตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือเป็นโจทย์ปัญหา

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์นั้น นักการศึกษาได้พิจารณาแบ่งประเภทตามลักษณะ และจุดประสงค์ในมิติต่าง ๆ กัน ดังนี้

Reys (1992, p. 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนัก และคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหามักต้องใช้ความรู้และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดวิธีการแก้ปัญหามา

Baroody (1987, pp. 260-261) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยผู้แก้ปัญหา และ โครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้คุ้นเคยในวิธีการและ โครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบปัญหาในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาก็จะทราบทันทีว่าจะแก้โดยวิธีใด สิ่งที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักเป็นสิ่งที่จำเป็นและเพียงพอสำหรับการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาประเภทนี้อาจมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง และมักพบในหนังสือแบบเรียน

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Noroutine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักจะต้องประมวลความรู้เข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหามักจะมีลักษณะสอดคล้องกับความเป็นจริงและเกี่ยวข้องกับชีวิตมากกว่าประเภทแรก ดังนั้นสิ่งที่กำหนดให้มักทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น ปัญหาประเภทนี้ มักพบวิธีการหาคำตอบที่มากกว่าหนึ่งวิธีหรือมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62-63) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ปัญหาสามารถแบ่งปัญหาของคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนด ให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคย ในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหา ต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากประเภทของปัญหาที่นักการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ 1) ปัญหาปกติที่พบเจอในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน และ 2) ปัญหาที่โดยปกติจะไม่พบเจอในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน เช่น ปัญหาที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน ปัญหาเกี่ยวกับการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการทำงาน เป็นต้น ซึ่งปัญหาทั้งสองประเภทอาจเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน หรืออาจจะเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนที่ต้องอาศัยการประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ทั้งนี้ ความซับซ้อนของปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับตัวของผู้แก้ปัญหาคือ กล่าวคือ ถ้าผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และความชำนาญในการแก้ปัญหา ปัญหาที่ซับซ้อนก็จะเป็นปัญหาที่ง่าย ซึ่งต่างจากผู้แก้ปัญหาคือประสบการณ์และขาดความชำนาญที่ต้องใช้ความพยายามมากกว่าในการแก้ปัญหา สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปกติที่พบเจอในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1980, p. 1) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคหรือปัญหาที่เผชิญอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ชัดเจน แต่การได้มาซึ่งคำตอบนั้นจะไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

สสวท. (2554, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

สสวท. (2555 ข, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร (2555, หน้า 109) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 9) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น พอสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เผชิญอยู่ ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้ ความคิด ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และนำเอาประสบการณ์เดิมมาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหานั้น ๆ

ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Soden (1994, p. 27) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นทักษะการคิด เช่นเดียวกับการเรียนรู้ที่เป็นทักษะทางด้านความคิดด้วยเช่นกัน ผู้เรียนจะต้องรู้วิธีการที่จะกระทำกับข้อมูลใหม่ ๆ ที่ได้มาเพื่อแก้ปัญหา และบุคคลที่จะเป็นผู้เรียนรู้นี้ได้ดั่งนั้น จะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ดีด้วย

Gagne (1970, p. 63) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาว่า เป็นรูปแบบของการเรียนรู้อย่างหนึ่ง ที่จะต้องอาศัยหลักการที่มีความสัมพันธ์กันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการนี้ผนวกรวมกันจนเรียกว่า เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา

Stephen and Rudick (1993 อ้างถึงใน สันนิสา สมัยอยู่, 2554) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาว่า เป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่มีอยู่ ไปใช้ในการประยุกต์กับสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากเดิม

Krulik and Reys (1980 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 39-40) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง ยังได้กล่าวต่อไปอีกว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนรวมถึงความสามารถ ดังต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา
2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบ และกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่
6. บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในและนอกห้องเรียน
7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น
8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง
9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

OECD (2003; Steen, 2001 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 12) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 167) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหามทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวในข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการดำเนินการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ ด้วยการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการอย่างหนึ่ง ดังนั้น ผู้สอนควรปลูกฝังให้ผู้เรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ ที่ผู้เรียนสามารถนำไปคิดประกอบในการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปได้ (สสวท., 2555 ข, หน้า 7-8; อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 40) ซึ่งผู้วิจัยจะขอเสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามทีมนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน ได้นำเสนอไว้ ดังนี้

Polya (1957, pp. 16-17) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่สำคัญ ซึ่งมีสาระสำคัญ ดังนี้

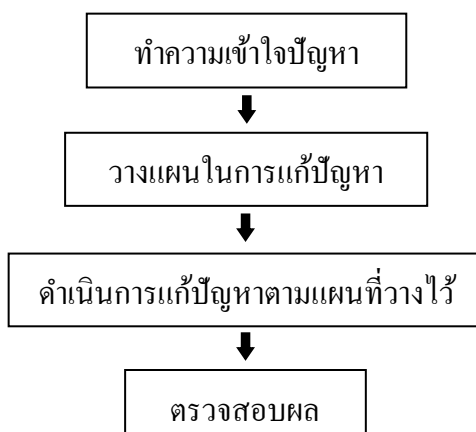
ขั้นตอน 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการทำความเข้าใจเนื้อหาของปัญหาในเบื้องต้นว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดสิ่งใดมาให้บ้าง อะไรบ้างที่เรายังไม่ทราบ เราต้องทราบอะไร หรือทำอะไร เพื่อให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้

ขั้นตอน 2 วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้มาว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร และควรเลือกใช้วิธีการหรือยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา เพื่อนำมากำหนดเป็นกรอบแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นตอน 3 ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนหรือกรอบแนวทางการแก้ปัญหาที่วางไว้ โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้

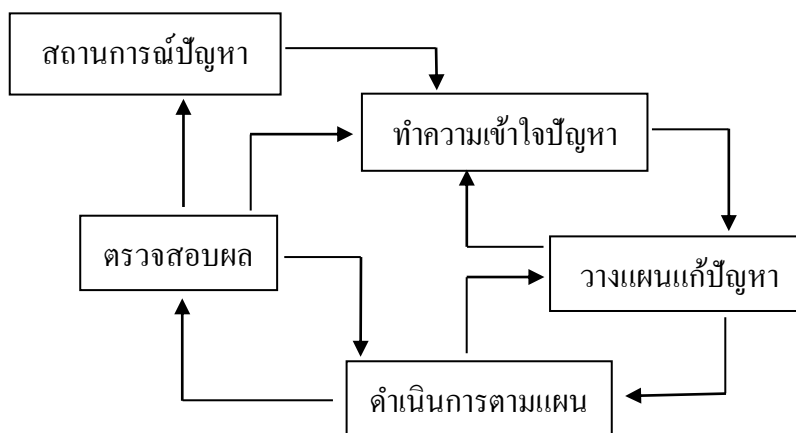
ขั้นตอน 4 ตรวจสอบผล เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการพิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นในแต่ละขั้นตอนจนยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และพิจารณาว่ามีคำตอบหรือยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้นอีกหรือไม่

กระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน ของ Polya ในข้างต้นนี้ได้ถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง เนื่องจากเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่มีหลักการคิดที่เป็นระบบเป็นขั้นเป็นตอน จนทำให้คนส่วนใหญ่มักมองว่ากระบวนการแก้ปัญหานี้จะต้องดำเนินการทำทีละขั้นตอนเป็นลำดับลงมาในแนวเส้นตรง ไม่สามารถข้ามขั้นได้ ไม่มีการกระทำย้อนกลับ และเป็นกระบวนการที่เน้นการได้คำตอบมากกว่ากระบวนการแก้ปัญหา (สสวท., 2555 ข, หน้า 9-10; เวชฤทธิ์ อังกะนัททขจร, 2554, หน้า 16-17) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญหของ Polya

Wilson (1993, pp. 60-62 อ้างถึงใน สสวท., 2555 ข, หน้า 10-11) ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหที่เป็นพลวัต มีลำดับขั้นไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ โดยพัฒนาปรับปรุงมาจากกระบวนการแก้ปัญหของ Polya ซึ่งสามารถแสดงได้ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 กระบวนการแก้ปัญหที่เป็นพลวัตของ Wilson

จากกระบวนการแก้ปัญหในภาพที่ 5 สามารถอธิบายได้ ดังนี้ เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ผู้เรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหารวมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของ

คำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา สำหรับทิศทางของลูกศรนั้นเป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย

จากกระบวนการแก้ปัญหาข้างต้น สามารถสรุปเป็นตารางเปรียบเทียบขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหากับกระบวนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ได้ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เปรียบเทียบขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหากับกระบวนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

Polya (1957, pp. 16-17) และ Wilson 1993 (pp. 60-62)	กระบวนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
1. ทำความเข้าใจปัญหา ทำความเข้าใจเนื้อหาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหาคำหนดสิ่งใดมาให้	1. ค้นหาปัญหา (Search: S) เป็นการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และการแยกแยะประเด็นของปัญหา โดยการระดมสมองเพื่อทำให้เกิดการแยกแยะ ปัญหาออกเป็นประเด็นต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้ ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่มีอยู่ในปัญหานั้น
2. วางแผนการแก้ปัญหา ผสมผสานความรู้และประสบการณ์ เพื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล พิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำ จากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้า	2. ค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) เป็นการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการต่าง ๆ หรือหาคำตอบของปัญหา ที่ต้องการ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องวางแผน การแก้ปัญหาและเลือกใช้เครื่องมือใน การแก้ปัญหาคด้วยตนเอง เพื่อหาแนวคิดในการหา คำตอบของปัญหาอย่าง หลากหลาย จนนำไปสู่ คำตอบที่ถูกต้องของปัญหานั้น โดยนำข้อมูลจาก ขั้นที่ 1 มาประกอบการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ พิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำ จากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้า	3. สร้างคำตอบ (Create: C) เป็นการนำผลการแก้ปัญหาที่ได้จากขั้นที่ 2 มาจัดกระทำเป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำ ความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น

ตารางที่ 6 (ต่อ)

Polya (1957, pp. 16-17) และ Wilson 1993 (pp. 60-62)	กระบวนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
4. ตรวจสอบ มองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา พิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้น พิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำ จากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้า	4. แลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา (Share: S) เป็นการแลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธี ตลอดจน วิธีการในการแก้ปัญหของผู้เรียนกับเพื่อนร่วม ชั้นเรียน โดยวิธีการที่ได้อาจเหมือนหรือ แตกต่างกันในขั้นนี้นักเรียนจะได้รับผลย้อนกลับ และการประเมินคำตอบจากครูและเพื่อนร่วม ชั้นเรียน

จากตารางที่ 6 พบว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหา ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอนที่คล้ายกัน คือ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) การตรวจสอบ ซึ่งทั้ง 4 ขั้นตอนนี้ได้ถูกรวมอยู่ในการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS โดยในขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหาจะปรากฏอยู่ในขั้นค้นหาปัญหา (Search: S) ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหาและขั้นการตรวจสอบจะปรากฏอยู่ในขั้นค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา (Solve: S) ซึ่งสิ่งที่ทำให้การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แตกต่างจากกระบวนการแก้ปัญหของ Polya and Wilson คือ การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ได้เพิ่มขั้นตอนของการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน และผู้เรียนกับผู้สอน มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ทำให้ผู้เรียนได้รับผลย้อนกลับและการประเมินคำตอบจากครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียน ซึ่งอยู่ในขั้นการสร้างคำตอบ (Create: C) และการแลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา (Share: S) ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ร่วมกับกระบวนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ และจะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาในส่วนของ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) การสรุปคำตอบ

กลยุทธ์/ ยุทธวิธีการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาดังกล่าว นอกจากผู้เรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาคือแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาก็เป็นปัจจัยหนึ่ง

ที่ทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาหนึ่ง เนื่องจากปัญหาหนึ่ง ๆ อาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี ดังนั้น ครูจึงควรแนะนำยุทธวิธีที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหา และช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ยุทธวิธีเหล่านั้น ซึ่งกลยุทธ์/ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ (Billstein, Libeskind, & Lott, 1997 อ้างถึงใน สสวท., 2555 ข, หน้า 11-36; Charles, Lester & O'Daffer, 1994; Soble & Maletsky, 1988 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 44-45; เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 109-111)

1. การค้นหารูปแบบ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจความซับซ้อนของปัญหาและบริบทของปัญหาง่ายขึ้น หรือทำให้ปัญหาที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้ใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้น มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีก็ได้

5. การคาดเดาและการตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนด ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา ครั้งต่อไป ผู้เรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ ในการแก้สมการผู้เรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์

ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้น กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียน เป็นสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติการถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบ คำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหาถือว่าคำตอบที่ได้ เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้ในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากคำตอบที่ต้องการแล้วมอง ย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือวิธีการแก้ปัญหาก่อนหน้า เพื่อตัดสินใจว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือทำงาน อะไรก่อน การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มา ซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น ทั้งนี้เพื่อให้แก้ปัญหาลง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญห ด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้ผล สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อน หลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นผู้เรียน อาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยน ให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย หรือเคยแก้ปัญหาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้หลักการที่เป็นเหตุเป็นผล และไม่เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจากปัญหาคณิตศาสตร์บางอย่างไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณแต่ต้องใช้ เหตุผลในการคิด เช่น การเปรียบเทียบปริมาตรของภาชนะ การเรียงลำดับขั้นตอนการทำงาน ซึ่งการแก้ปัญหาลักษณะนี้เราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ใน ปัญหาหนึ่งว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยกับการแก้ปัญหายากแก่การแก้ปัญหาย่อยโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้ง เมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

12. การพิจารณาข้อมูล เป็นการพิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้ว่าเพียงพอในการแก้ปัญหาหรือไม่ หรือข้อมูลที่กำหนดให้ นั้นเป็นข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าเป็นข้อมูลที่
ที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาให้ตัดข้อมูลที่จำเป็นหรือไม่เกี่ยวข้องกับนั้นออก

13. การสร้างและ การใช้แบบจำลอง การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียน
เข้าใจโมโนทัศน์ของการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา และ การใช้แบบจำลองจะทำให้ผู้เรียน
สามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแต่ละยุทธวิธีในข้างต้นอาจใช้ได้กับปัญหาหนึ่ง แต่ไม่สามารถใช้ได้
กับอีกปัญหาหนึ่ง ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาสามารถแก้ได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี
หรือใช้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดังนั้นการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาจึงควร
พิจารณาว่ายุทธวิธีนั้น ๆ สามารถช่วยให้ตนเองเข้าใจปัญหาและมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา
ในสถานการณ์ปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่มากขึ้นหรือไม่ ดังนั้นผู้สอนจึงควรแนะนำยุทธวิธีการ
แก้ปัญหาคงที่กล่าวมาข้างต้นให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
ที่มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัย
ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้
1) การพิจารณาข้อมูล 2) การสร้างตาราง 3) การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ 4) การแจกกรณี
ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 5) การแบ่งเป็นปัญหาย่อย และ 6) การเขียนสมการ

องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การคิดแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญต่อวิถีการดำเนินชีวิตในสังคมมนุษย์ ซึ่งจะต้องใช้การคิด
เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นตลอดเวลา ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจึงควรมุ่งเน้นไปที่
การสอนการแก้ปัญหาให้แก่ผู้เรียน ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียนนั้นจะพิจารณา
จากองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน ซึ่งเป็นผู้ที่ได้รับการพัฒนา
ให้เกิดทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

Ausubel (1968, p. 551) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ทำให้บุคคลมีความสามารถ
ในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน แบ่งออกได้ 3 ประการ ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชาและความเคยชินในการคิดเกี่ยวกับเรื่องนั้น
2. การใช้แบบความคิดที่ไวต่อการแก้ปัญหาและความรู้ทั่ว ๆ ไปเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
ที่มีประสิทธิภาพ
3. คุณลักษณะทางบุคลิกภาพ เช่น แรงขับ ความมั่นคงในอารมณ์ ความวิตกกังวล
 เป็นต้น

Morgan (1978, pp. 154-155) กล่าวสรุปว่า ความสามารถในการแก้ปัญหของแต่ละบุคคลต่างกันด้วยองค์ประกอบ ดังนี้

1. สติปัญญา ผู้มีสติปัญญาคิดจะคิดแก้ปัญหาได้ดี
2. แรงจูงใจ เป็นสิ่งที่จะทำให้เกิดแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. ความพร้อมในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ความพร้อมในการแก้ปัญหานั้นเนื่องจาก

ประสบการณ์ที่มีมาก่อน

4. การเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช (2556 ก, หน้า 71-72) ได้เสนอว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน ควรเริ่มต้นจากการพิจารณาว่าม้องค์ประกอบใดบ้างที่ส่งผลต่อความสามารถดังกล่าวนี้ โดยองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน ซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา องค์ประกอบสำคัญที่ควรกล่าวถึง มีดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เพราะนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาล้วนใหญ่อยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหาผู้เรียนจะต้องอ่านทำความเข้าใจ โดยแยกประเด็นที่สำคัญของปัญหาออกมาให้ได้ว่า ปัญหากำหนดอะไรให้บ้างและปัญหาต้องการอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการระลึกถึงและความสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ และปัจจัยที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพคือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง เป็นต้น

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อผู้เรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ ผู้เรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ซึ่งอาจมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน ได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์มาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยหรือไม่ สามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาลคล้ายคลึงกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยได้หรือไม่

สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานี้ได้บ้าง ผู้เรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาดังกล่าวได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล หลังจากที่ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนในการแก้ปัญหารียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหาบางปัญหาก็ต้องใช้การคิดคำนวณ และในบางปัญหาจะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญห เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหาก็ได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาก็คิดไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ ผู้เรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ประถมศึกษา โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณพื้นฐาน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ถ้าผู้เรียนได้รับการฝึกฝนมาไม่ดีพอย่อมเป็นปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไป ไม่เฉพาะแต่การเรียนการแก้ปัญหเท่านั้น สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ผู้เรียนจะต้องใช้ทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหานั้นในแต่ละระดับชั้น

4. แรงจูงใจ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ซึ่งผู้เรียนไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ผู้แก้ปัญหาก็ต้องวิเคราะห์เพื่อให้ได้คำตอบ ผู้เรียนจะต้องมีแรงจูงใจที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงจูงใจนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหาก็ต้องใช้เวลา ยาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่นในการคิด ผู้แก้ปัญหาก็จะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญห โดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญห ตลอดจนแรงจูงใจที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหานั้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญที่มีส่วนช่วยในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น ประกอบไปด้วย

1. ความรู้พื้นฐานของผู้เรียนแต่ละบุคคล
2. ประสบการณ์ที่เกิดจากการแก้ปัญหามากมาย จนผู้เรียนเกิดความคุ้นชินกับโครงสร้างของปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ รวมทั้งการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่

เผชิญอยู่ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะและความชำนาญในการแก้ปัญหา อันจะนำไปสู่ความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและถูกต้องตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. แรงขับหรือแรงจูงใจจากตัวของผู้เรียน เช่น ความเชื่อมั่น ความสนใจ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ เป็นต้น

4. ลักษณะการของการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนมีลักษณะการคิดแก้ปัญหาที่มีความยืดหยุ่น ไม่ยึดติดกับรูปแบบที่ตนเองคุ้นชิน และยอมรับรูปแบบและวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ อยู่เสมอ ก็จะทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ใช้กลวิธีต่าง ๆ มาเชื่อมโยงเข้ากับประสบการณ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นสิ่งที่พัฒนาขึ้นได้ ซึ่งมีหน่วยงานและนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนไว้ ดังนี้

NCTM (1991, p. 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน ดังนี้

1. ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
2. ส่งเสริมผู้เรียนให้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อความคาดการณ์
3. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
4. ให้ผู้เรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์
5. สร้างบรรยากาศแห่งการยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึกรักของผู้เรียน

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 47-48) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถให้ผู้เรียนสรุปได้เป็น 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 112-114) ยังได้กล่าวต่อไปอีกว่าปัจจัยอีกปัจจัยหนึ่งที่สำคัญที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหานั้นก็คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของผู้เรียน โดยปัญหาที่ผู้สอนนำมา ควรมีลักษณะ ดังนี้

1.1 ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ทำลายความสามารถของผู้เรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากจนเกินไป เพราะถ้ายากเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ทำลาย แต่ถ้ายากเกินไปผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

1.2 ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะสิ่งเหล่านี้ผู้เรียนจะต้องเผชิญในชีวิตจริง

1.3 ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยสำหรับผู้เรียน เพราะถ้าผู้เรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

2. ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหของตนให้แก่ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกันตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง

3. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิด และกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ รวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้เรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิด

ของผู้เรียนจะทำให้ผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรย่ำ
 สิ่งที่ผู้เรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ผู้สอนควรอธิบายหรือเปิดประเด็นการอภิปราย เพื่อให้ผู้เรียน
 เข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ผู้สอนควรให้ความรู้และสนับสนุนให้ผู้เรียน ได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอน
 หรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหา
 ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้น ๆ
 เพื่อให้ผู้เรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

6. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อผู้เรียน
 แก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดหายุทธวิธี
 แก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธี
 การแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี

7. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนตั้งคำถามกับตัวเอง โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย
 เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้ผู้เรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหา
 ความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบาย และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุป
 ในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทาง
 ในการนำเสนอคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

9. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิด
 ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้
 จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของตนเองได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2555, หน้า 146) ได้กล่าวถึงแนวทางการส่งเสริมให้ผู้เรียน
 คิดแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. ฝึกให้ผู้เรียนได้ทำงานหรือทำกิจกรรมอยู่เสมอ การทำงานหรือทำกิจกรรม
 จะช่วยสร้างประสบการณ์เพิ่มขึ้น และจะมีหนทางในการคิดแก้ปัญหามากขึ้น
2. ฝึกให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติจริง เมื่อผู้สอนได้ให้ความรู้แก่ผู้เรียนแล้ว
 ควรได้ทดลองปฏิบัติจริง หรือถ้าเรื่องนั้นไม่สามารถปฏิบัติได้ ก็อาจให้แก้ปัญหาค้นหา
 ความรู้นั้นด้วยการค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ เป็นการฝึกให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา
3. ฝึกให้ผู้เรียนเป็นผู้มีเหตุผล ให้มีความเชื่อมั่น

4. ฝึกให้นักเรียนรู้จักวิจารณ์ กำหนดวิธีการคิดแก้ปัญหาด้วยการวิเคราะห์วิจารณ์ปัญหา โดยกำหนดวิธีวิเคราะห์ วิจารณ์ออกเป็นขั้น ๆ ได้แก่ การกำหนดปัญหา รวบรวมข้อเท็จจริง ตั้งสมมติฐาน ทดสอบสมมติฐาน ประเมินผล

5. ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการวิเคราะห์-สังเคราะห์ และฝึกให้รู้จักออกความคิดเห็น การฝึกให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอยู่เสมอ จะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกการใช้ความคิดของตนเอง แต่ผู้สอนจะต้องช่วยเหลืออยู่เสมอ เพราะผู้เรียนอาจแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่ไม่ถูกต้องก็ได้

6. จัดสิ่งเร้าหรือมีการกระตุ้นที่ดี จัดสถานการณ์ใหม่ หรือเสนอปัญหาหรือประเด็นที่ทำทายน่าสนใจ และมีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธีมาให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหา และปัญหาที่หยิบยกมาให้ผู้เรียนฝึกนั้น นักเรียนต้องยังไม่เคยประสบมาก่อน และอยู่ในวิสัยที่ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ การฝึกแก้ปัญหานั้นผู้สอนควรได้ชี้แนะให้นักเรียนตีปัญหาให้แตกก่อน ถ้าเป็นปัญหาใหญ่ก็แตกเป็นปัญหาย่อย ๆ แล้วคิดแก้ปัญหาย่อยแต่ละปัญหา การฝึกให้ผู้เรียนแก้ปัญหาใด ๆ ก็ตาม ผู้สอนไม่ควรบอกวิธีการแก้ปัญหาให้ตรง ๆ

7. จัดบรรยากาศการเรียนรู้ หรือจัดสิ่งแวดล้อมซึ่งเป็นสภาพภายนอกของผู้เรียน เป็นไปในทางเปลี่ยนแปลงได้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้สึกว่าเขาสามารถคิดค้นเปลี่ยนแปลงอะไรได้บ้าง มีอิสระในการคิด กล้าคิด กล้าแสดงออก

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช (2556 ก, หน้า 72-78) ได้เสนอวิธีการการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยยึดแนวทางตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้น ของ Polya ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยที่สำคัญในการทำความเข้าใจปัญหา การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่านสามารถกระทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ควรต้องใช้เวลาเพื่อการฝึกอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหากันก่อน โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่มโดยการอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

สำหรับนักเรียนบางคนที่มีปัญหาในการทำความเข้าใจปัญหา ผู้สอนต้องจัดประสบการณ์เพิ่มเติมให้ เช่น การให้มีประสบการณ์จากการอ่านข้อความที่มีข้อมูลเชิงปริมาณจากหนังสือพิมพ์ หรือวารสารต่าง ๆ แล้วตั้งคำถามในสิ่งที่เป็นสาระสำคัญให้ผู้เรียนสามารถจับประเด็นจากสิ่งที่อ่านให้ได้

ความสามารถในการเข้าใจข้อความที่อ่านจากโจทย์ ปัญหาในตัวอย่างแบบฝึก หรือจากสื่ออื่น ๆ จะนำไปสู่ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาอื่น ๆ

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้ผู้เรียน สามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น

การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

การปรับขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดในตัวปัญหา เช่น ลดปริมาณลง เมื่อมีปริมาณน้อย ๆ จะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้ ต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้อง มีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล เพราะมีฉะนั้นแล้วแทนที่จะช่วยให้เข้าใจปัญหา อาจทำให้ปัญหามีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นได้ ตัวอย่างเช่น

แผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 1.20 เมตร ยาว 1.80 เมตร ต้องการตีตาราง เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่า ๆ กัน โดยไม่ให้เหลือเศษ และให้มีขนาดใหญ่มากที่สุด รูปสี่เหลี่ยม จตุรัสแต่ละรูปควรมีขนาดเท่าไร

เพื่อให้ปัญหามีความชัดเจนขึ้น อาจปรับลดปริมาณ เช่น กำหนดแผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยม มุมฉาก กว้าง 12 เซนติเมตร ยาว 18 เซนติเมตร

การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา กลวิธีนี้ใช้ได้กับปัญหาการพิสูจน์ข้อความ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับข้อความที่ต้องการพิสูจน์ จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น แต่ต้องคอยเตือนผู้เรียนไว้เสมอว่า การยกตัวอย่างนั้นไม่ใช่เป็นการพิสูจน์ข้อความ

กลวิธีดังกล่าวนี้ควรเสนอแนะให้นักเรียนใช้อย่างสม่ำเสมอในการทำแบบฝึกหัด จนเกิดความเคยชินในการนำไปใช้แก้ปัญหาดังกล่าว

1.3 การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาฝึกให้นักเรียน ทำความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้บ้าง หรือว่าข้อมูลที่กำหนดให้ เพียงพอหรือไม่ ซึ่งเป็นหน้าที่ของผู้แก้ปัญหาคือต้องสืบหาข้อมูลมาให้เพียงพอแก่การแก้ปัญหาคือ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญห ในการทำแบบฝึกหัดเพื่อแก้ โจทย์ปัญหาของผู้เรียน ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ ของข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ และในกรณีที่โจทย์ปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้น การเขียนประโยค สัญลักษณ์ทำได้ยากขึ้นสำหรับผู้เรียน ในกรณีนี้ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนเขียนลำดับขั้นตอน การคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนลงมือแสดงวิธีทำ ซึ่งการกระทำดังกล่าวนี้หากผู้เรียนได้รับการฝึกฝน อย่างสม่ำเสมอ ย่อมส่งผลในทางที่ดีต่อการพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาคือ

การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทาง ดังนี้

2.1 ผู้สอนไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับผู้เรียน โดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามถามนำโดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ถาม แล้วเว้นระยะให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายขึ้น คำตอบหลาย ๆ คำตอบของนักเรียนจะทำให้ภาพของแผนการแก้ปัญหาค่อย ๆ ปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถาม เมื่อผู้เรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาลแล้ว

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดออกมบ้าง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ อยู่คนเดียว การคิดออกมบ้าง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของผู้เรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ได้ทันทีในระยะเริ่มต้นก่อนที่จะลงมือทำไป แล้วจึงพบว่าหลงทางซึ่งทำให้เสียเวลา การทำงานอย่างมีแบบแผนเมื่อมีข้อบกพร่องเกิดขึ้น ก็สามารถแก้ไขได้สะดวก ตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 จัดหาปัญหาให้ผู้เรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน ถ้าเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไปอาจไม่เป็นที่น่าสนใจของผู้เรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจเป็นสิ่งที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียนที่เรียนอ่อน เพราะเขาได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหได้เช่นกัน ถ้าปัญหานั้นเป็นปัญหาที่ยากเกินความสามารถของผู้เรียน อาจมีส่วนทำให้ผู้เรียนเกิดความท้อถอย ไม่อยากคิด การให้นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาล่อย ๆ ทำให้ได้มีการฝึกวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ที่หลากหลาย สามารถพิจารณาเลือกเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนเพื่อแก้ปัญหาลใหม่ ๆ ได้

2.5 ในการแก้ปัญหาลแต่ละปัญหาลควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาลให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง โดยเฉพาะ การพิจารณายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนแก้ปัญหาลใหม่ ผู้เรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหาลและวางแผนการแก้ปัญหาลแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหาลคือ การลงมือแก้ปัญหาล ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียด

ชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถนี้สร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้า ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ ปัญหาในแบบฝึกนั้นเอง โดยการศึกษาให้ผู้เรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วจึงค่อยลงมือ แสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ถ้าผู้เรียนวางแผน แก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมชัดเจน ในขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนมักจะมีปัญหาอยู่ที่การคิดคำนวณ เท่านั้น ซึ่งถ้าผู้เรียนได้รับการฝึกฝนมาอย่างพอเพียงก็จะไม่เป็นปัญหาแต่อย่างใด แต่ก่อนข้างจะมี ปัญหาในการดำเนินการตามแผน สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบาย การให้เหตุผล โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาให้พิสูจน์ เนื่องจากผู้เรียนเพิ่งเริ่มต้นเรียนการพิสูจน์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้เรียนส่วนใหญ่ยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของการพิสูจน์ ระเบียบวิธีพิสูจน์ และรูปแบบของการพิสูจน์ ซึ่งจะต้องได้รับการฝึกฝนในช่วงระยะเวลายาวนานแบบบันไดเวียน

ผู้สอนสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกฝนการใช้ความคิดในการให้เหตุผล ของผู้เรียนได้จากการเรียนการสอนทั่วไป เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาที่ต้องการการตัดสินใจ ต้องการคำอธิบายนอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ เช่น เราสามารถสร้างรูป วงกลมที่มีรัศมี 7 เซนติเมตร ล้อมรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีพื้นที่ 100 ตารางเซนติเมตร ได้หรือไม่

ผู้สอนควรให้ผู้เรียนฝึกตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผนโดยพิจารณา ความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหาหรือไม่ ปัญหา บางปัญหาในชีวิตจริง ๆ ไม่สามารถนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้โดยตรง ผู้สอนจะต้องฝึก ให้ผู้เรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจคำตอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือการมองย้อนกลับไป ที่ ขั้นตอนการแก้ปัญหา ตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ รวมทั้งการพิจารณาหาวิธีอื่น ในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง เป็นการมองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการ แก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้น ทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหา ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา มีแนวทาง ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชิน เป็นนิสัยในการทำแบบฝึกหัดเมื่อได้คำตอบแล้ว ผู้เรียนไม่ควรพึงพอใจอยู่เพียงเท่านั้น แต่ควร จะต้องตรวจสอบความถูกต้องทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและคำตอบที่ได้ ผู้สอนอาจสร้าง กิจกรรมให้ผู้เรียนได้ฝึกตรวจสอบความถูกต้อง โดยให้หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหา ที่ผู้สอนสร้างขึ้น โดยเฉพาะก็ได้

4.2 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีการคิดคำนวณ เมื่อผู้เรียนวางแผนการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก่อนลงมือคิดคำนวณควรฝึกให้ผู้เรียนกะประมาณ คาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นลงมือคิดคำนวณแล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับคำตอบที่คาดคะเนไว้ พิจารณาความเป็นไปได้

4.3 ฝึกตีความหมายของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว การตรวจสอบ ความถูกต้องของคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวนั้นยังไม่เพียงพอ ผู้สอนต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จัก ตีความหมายของคำตอบ คำตอบนั้นมีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเหมาะสม หรือไม่เพียงใด ซึ่งให้ผู้เรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นมีความสำคัญเท่าเทียมกับวิธีการ หาคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจจะเป็นวิธีที่คล้ายกับตัวอย่าง หรือวิธีที่นักเรียนสร้างสรรค์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์ ของผู้เรียนก็ได้ จากนั้นให้พิจารณาว่าวิธีเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ แตกต่างจากวิธีที่แสดงในตัวอย่าง หรือไม่ วิธีการใดสั้นและกะทัดรัดกว่ากันการสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธีนี้มีประโยชน์อย่างน้อย 3 ประการ คือ

4.4.1 เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดแบบยืดหยุ่น

4.4.2 เป็นการตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ก็ยังได้คำตอบเดียวกัน ช่วยเพิ่มความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้ น่าจะถูกต้อง

4.4.3 ช่วยสร้างความภูมิใจในตัวผู้เรียนที่เขาสามารถคิดหาวิธีการแก้ปัญหาขึ้น ได้เอง ซึ่งเป็นที่ยอมรับ ทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีในการแก้ปัญหา

4.5 ให้ผู้เรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยอาศัยสถานการณ์ จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งการดัดแปลงโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด ซึ่งผู้เรียนจะทำเช่นนี้ได้ จะต้องมีความเข้าใจใน โครงสร้างของปัญหาเหล่านั้น เป็นการฝึกการมอง ไปข้างหน้าโดยอาศัยประโยชน์จากการทำแบบฝึกหัดซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหา ความเคยชิน กับกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถ

จากที่กล่าวมาในข้างต้นจะพบว่า ผู้สอนเป็นปัจจัยหนึ่งที่สำคัญที่มีส่วนช่วยในการพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นอย่างยิ่ง กล่าวคือ ในการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ผู้สอนจะต้องเป็นผู้นำเสนอปัญหาที่เร้าและกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน หรือเป็นประเด็น ปัญหาที่แปลกใหม่ ซึ่งเหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้รู้ผ่านการสอน การแก้ปัญหา การสอนให้แก้ปัญหาและการสอนกระบวนการแก้ปัญหา โดยสนับสนุนให้ผู้เรียน

มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาและลงมือปฏิบัติด้วยตนเองอย่างอิสระผ่านการจัดกิจกรรมแบบร่วมมือหรือการทำงานกลุ่มย่อย จะนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนให้สูงขึ้น

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. แนวทางในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีมีนักการศึกษา หน่วย และสถาบันต่าง ๆ ได้กล่าวและระบุถึงแนวทางในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

อัมพร ม้าคอง (2546, หน้า 89-90) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นเกี่ยวข้องกับ การรวบรวมและวิเคราะห์ ความรู้ ประสบการณ์ และความสามารถของผู้เรียนมาใช้ การวัด และการประเมินผลที่ดี จึงควรคำนึงถึงสิ่งเหล่านั้นและประเด็นสำคัญอื่น ๆ ดังนี้

1. การพัฒนาทักษะการคิด (Thinking skills) เพื่อแก้ปัญหาของผู้เรียน มีทักษะการคิดที่สำคัญเกี่ยวข้องกับหลายทักษะ ดังนี้

- 1.1 ทักษะการสร้างคำถามจากปัญหาหรือการทำความเข้าใจปัญหา
- 1.2 ทักษะการแยกแยะเงื่อนไขและตัวแปรในปัญหา
- 1.3 ทักษะการค้นหาและเลือกใช้ข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหา
- 1.4 ทักษะการสร้างปัญหาย่อยและเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม
- 1.5 ทักษะการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหอย่างถูกต้อง ซึ่งรวมถึงกลวิธีแก้ปัญหาย่อย
- 1.6 ทักษะการคำนวณคำตอบของปัญหา
- 1.7 ทักษะการประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

2. การพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเลือกและใช้เทคนิคการแก้ปัญหา (Problem solving techniques) เทคนิคการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สำคัญ มีดังนี้

- 2.1 การวาดภาพและใช้แผนภาพ
- 2.2 การสร้างตารางแสดงความสัมพันธ์
- 2.3 การใช้วัตถุรูปธรรม
- 2.4 การเดา ตรวจสอบ และทบทวน
- 2.5 การทำย้อนกลับ
- 2.6 การค้นหารูปแบบความสัมพันธ์
- 2.7 การสร้างรายการแสดงลำดับความสัมพันธ์
- 2.8 การสร้างสมการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
- 2.9 การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

3. การพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการใช้ความรู้ที่สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกัน
4. การพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการควบคุมและประเมินการคิดของตนเอง และความก้าวหน้าของงานขณะแก้ปัญหา
5. การพัฒนาเจตคติที่ดีเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและการทำงานร่วมกับผู้อื่น
6. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ที่รวมทั้งการหาคำตอบ ที่ถูกต้อง และกระบวนการในการได้มาซึ่งคำตอบนั้น ๆ

นอกจากนี้ อัมพร ม้าคอง (2546, หน้า 90-92) ยังได้กล่าวต่อไปอีกว่า การวัด และการประเมินผลที่คำนึงถึงประเด็นสำคัญที่ได้กล่าวข้างต้น นอกจากจะช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งด้าน ความสามารถในการแก้ปัญหา และเจตคติในการแก้ปัญหาแล้ว ยังนำมาซึ่งวิธีที่ผู้สอนจะใช้ เพื่อประเมินว่าผู้เรียนเกิดการพัฒนาดังกล่าวหรือไม่ด้วย เช่น

การใช้คำถาม (Questioning) ในขณะที่ผู้เรียนแก้ปัญหา ผู้สอนอาจเดินดูผู้เรียนทำงาน และใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดก่อนตอบ คำถามนั้นควรถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย เช่น หาคำตอบนี้มาได้อย่างไร ทำไมต้องใช้วิธีนี้ อธิบายได้ใหม่ว่าสองวิธีนั้นแตกต่างกันอย่างไร แน่ใจ ได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้อง

การสังเกต (Observing) การสังเกตผู้เรียนในขณะที่ทำงานเดี่ยวหรือทำงานกลุ่ม จะทำให้ ผู้สอนทราบว่าผู้เรียนแต่ละคนมีความสามารถเพียงใด อย่างไรก็ตามหาจำนวนผู้เรียนในแต่ละห้อง มีมากเกินไป ผู้สอนจะไม่สามารถจำผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้ ผู้สอนจึงอาจต้องใช้การจดบันทึก ช่วย วิธีง่าย ๆ ที่ผู้สอนทำได้ คือ การใช้มาตรวัดและแบบตรวจสอบการสังเกตการแก้ปัญหา (Problem solving observation rating scale and ckecklist)

การรายงานของผู้เรียน (Student report) การให้ผู้เรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับประสบการณ์ การแก้ปัญหของตนเองจะช่วยให้ผู้สอนทราบกระบวนการคิด การทำงาน และเจตคติของผู้เรียน ก่อนให้ผู้เรียนเขียนรายงานตนเอง ผู้สอนควรตั้งกรอบคำถามไว้ก่อนว่าจะประเมินนักเรียนในเรื่องใด เพื่อให้สิ่งที่ผู้เรียนทุกคนเขียนเป็นไปในแนวเดียวกัน และเป็นสิ่งที่ผู้สอนต้องการทราบ ตัวอย่าง ประเด็นที่ผู้สอนควรถามให้ผู้เรียนเขียน มีดังนี้

1. เมื่อเห็นปัญหาครั้งแรก คิดว่าจะทำอะไรก่อน
2. ควรใช้กลวิธีใดในการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด และจะทราบได้อย่างไรว่ากลวิธีที่ใช้ เหมาะสมหรือเปล่า
3. ได้คำตอบมาได้อย่างไร
4. มีวิธีใดบ้างที่ใช้แล้วแก้ปัญหไม่ได้ เพราะอะไร
5. ในที่สุด แก้ปัญหาได้อย่างไร

6. ทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง

7. รู้สึกอย่างไรกับการแก้ปัญหา

การทำแบบทดสอบที่เป็นข้อเขียน (Written test) การให้ผู้เรียนเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอน จะช่วยให้ผู้สอนทราบระดับความเข้าใจของผู้เรียน โดยตรง

ซานนท์ จันทรา (2555, หน้า 100-101) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ควรทำการประเมินอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง วิธีการประเมินอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหของนักเรียน เป็นรายบุคคลเป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ยังสามารถใช้วิธีการอื่นได้อีก เช่น การฟังนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกันเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา การวิเคราะห์จากแบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียน การบ้าน อนุทิน แบบประเมินการแก้ปัญหา เป็นต้น

สสวท. (2554, หน้า 189-190) การประเมินผลการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา เช่น การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของคำตอบในการแก้ปัญหา การสรุปคำตอบ เป็นต้น ซึ่งมีหลักการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การประเมินต้องมีแบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียน
2. การประเมินจะต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน
3. การประเมินจะต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนเขียนอนุทินเพื่อสะท้อนกระบวนการคิดของตนเอง
4. การประเมินจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน

NCTM (1989, p. 209) ได้ระบุว่า การประเมินผู้เรียนในการใช้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาได้นั้น ผู้เรียนควรมีความสามารถ ดังนี้

1. สร้างโจทย์ปัญหาได้ หมายถึง ความสามารถที่ผู้เรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาจากสถานการณ์หรือข้อมูลต่างๆ การประเมินพิจารณาจากการเลือกใช้ข้อมูลต่าง ๆ มากน้อยเพียงใดในการสร้างโจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหานั้นใช้ความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ถูกต้องหรือไม่

เป็นโจทย์ปัญหาที่ท้าทายต้องใช้ความรู้ซับซ้อนหรือไม่ และเกิดการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันหรือไม่

2. ใช้วิธีการหลากหลายในการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายเป็นสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงวิธีการใช้สมองของตนเองในการแก้ปัญหา การเป็นผู้แก้ปัญหาได้แก่นั้น ผู้เรียนเรียนรู้ได้ว่าปัญหาหนึ่ง ๆ มีวิธีการแก้ที่หลากหลาย และบางวิธีเหมาะกับปัญหาหนึ่ง การประเมินอาจทำได้โดยเสนอปัญหาที่ให้ผู้เรียนใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

3. แก้ปัญหาได้ ผู้เรียนต้องมีโน้ตศัพท์ทางคณิตศาสตร์สามารถเลือกใช้ข้อมูลและความเกี่ยวข้องของข้อมูล ตลอดจนหาวิธีการในการแก้ปัญหาคำตอบได้

4. ตรวจสอบผลลัพธ์และแปลได้ เป็นการประเมินว่าผู้เรียนมีความสามารถในการพิจารณาตรวจสอบว่าผลลัพธ์นั้นถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือหรือไม่ในการใช้กระบวนการแก้ปัญหา

5. สร้างผลเฉลยในรูปทั่วไปได้ เป็นการประเมินว่าผู้เรียนมีความสามารถในการเห็นแบบรูป (Pattern) อันเกิดจากการแก้ปัญหา และแบบรูปที่ผู้เรียนค้นพบจะเป็นแนวทางในการสร้างผลเฉลยในรูปทั่วไปได้

จากที่กล่าวมาในข้างต้น สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์เป็นการประเมินโดยดูจากพฤติกรรมแสดงออกของผู้เรียนในขั้นตอนของการแก้ปัญหา ซึ่งการประเมินนั้นควรเป็นระบบและต่อเนื่อง โดยอาจใช้วิธีการประเมินจากการสังเกต และใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหของนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียน หรืออาจใช้วิธีการฟังนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกันเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา การวิเคราะห์จากแบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นคำถามแบบเจาะลึก แนวคิด ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียน การบ้าน อนุทิน แบบประเมินการแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยประเมินความสามารถการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 4 ด้าน คือ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) การสรุปคำตอบ ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้รูปแบบในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ สำหรับการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 92-93) กล่าวว่า การประเมินผลข้อเขียนอาจทำได้หลายวิธี

ดังนี้

1. Analytic scoring

Analytic scoring เป็นการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าว่าจะให้ผู้เรียนทำกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนจะให้คะแนนอย่างไร ตัวอย่างการให้คะแนนในลักษณะดังกล่าว มีดังนี้

การให้คะแนน โดยใช้ Analytic scoring scale

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 0: ไม่เข้าใจปัญหาเลย

1: เข้าใจปัญหาเป็นบางส่วน

2: เข้าใจปัญหาทั้งหมด

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 0: แผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม

1: ใช้ข้อมูลจากปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาถูกต้อง
เป็นบางส่วน

2: แผนที่วางไว้จะให้คำตอบที่ถูกต้องได้ถ้าดำเนินการถูกต้อง

ขั้นหาคำตอบ 0: ไม่ได้คำตอบหรือคำตอบผิด

1: ได้คำตอบผิดจากการคำนวณผิดแต่มีบางส่วนถูกต้อง

2: คำตอบถูกต้องสมบูรณ์

2. Focused holistic scoring

Focused holistic scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนนการแก้ปัญหาทุกขั้นตอน ไม่เพียงแต่ดูที่คำตอบเป็นการให้คะแนนโดยอิงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผู้เรียนแต่ละคนจะได้รับคะแนนตามคุณภาพของงานเป็นคะแนนตัวเดียวโดด ๆ ตัวอย่างการให้คะแนนดังกล่าว มีดังนี้

การให้คะแนน โดยใช้ Focused holistic scoring point scale

0 คะแนน - ไม่ตอบ

- ไม่เข้าใจปัญหา มีเพียงข้อความที่คัดลอกจากโจทย์

- มีเพียงคำตอบที่ผิด

1 คะแนน - แสดงความเข้าใจการแก้ปัญหาแต่วิธีการไม่เหมาะสม

- กลวิธีที่เลือกไม่เหมาะสมและใช้จริงไม่ได้และไม่มีกลวิธีอื่นสำรอง

- แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาย่อย ๆ ของปัญหาใหญ่แต่ไม่สำเร็จ

2 คะแนน - เข้าใจปัญหาแต่ใช้การแก้ปัญหาไม่ถูกต้องจึงได้คำตอบผิด

- ใช้กลวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้องทำให้ได้คำตอบผิดหรือไม่ได้คำตอบ

- แก้ปัญหาย่อยได้บางส่วน แต่ไม่ได้ทั้งหมด

- ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่เข้าใจงานที่ทำหรืออธิบายไม่ได้
- 3 คะแนน - ใช้กลวิธีการแก้ปัญหาเหมาะสม แต่เข้าใจผิดเรื่องของเงื่อนไขหรือข้อมูลบางส่วนในปัญหา
 - ใช้กลวิธีที่ถูกต้อง แต่ผิดหรืออธิบายเหตุผลไม่ได้ หรือไม่มีคำตอบ
 - ได้คำตอบที่ถูกต้องจากกลวิธีที่เหมาะสม แต่วิธีทำที่แสดงให้ดูไม่ชัดเจน
- 4 คะแนน - เข้าใจปัญหาเป็นอย่างดีเลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสม แต่คำนวณผิดพลาด
 - เลือกและใช้กลวิธีที่เหมาะสม และได้คำตอบที่ถูกต้อง

3. General impression scoring

General impression scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนน โดยภาพรวมของงานทั้งหมด ที่ผู้เรียนทำ การตรวจควรต้องกำหนดเกณฑ์ไว้ก่อน เพื่อจะได้ไม่เกิดความลำเอียงในการตรวจ

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218-220) กล่าวว่า การประเมินผลการทำงานจะต้องมีเกณฑ์การประเมินที่แน่นอนและเชื่อถือได้ ด้วยเหตุนี้ในปัจจุบันจึงมีการกำหนดการให้คะแนนแบบ Scoring rubric อย่างชัดเจนเป็นรูปธรรม ซึ่ง Rubric เป็นระบบการให้ระดับคะแนนที่มีมาตรฐาน โดยเน้นการประเมินผลงานที่ผู้เรียนทำแทนการประเมินที่ตัวผู้เรียน โดยทั่วไปในการประเมินผลแบบ Rubric นิยมให้คะแนนเป็นระดับคะแนน 4 หรือ 5 หรือ 6

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบ Rubric มี 2 แบบ คือ

1. เกณฑ์การให้คะแนน โดยพิจารณาจากคุณภาพของแต่ละขั้นตอนการปฏิบัติ (Holistic scoring rubric) เช่น

0 คะแนน สำหรับการที่ไม่ได้แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาเลย

1 คะแนน สำหรับการแสดงความพยายามในการแก้ปัญหาบ้าง แต่ไม่ได้แสดงความก้าวหน้าในการหาคำตอบที่ถูกต้อง

2 คะแนน สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ ถึงแม้จะยังไม่ได้คำตอบ

3 คะแนน สำหรับใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่มีการคิดคำนวณผิดพลาดเล็กน้อย

4 คะแนน สำหรับการใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง และมีการอธิบายคำตอบนั้น

5 คะแนน สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน อธิบายขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง

จะเห็นว่า การให้คะแนนแบบ Holistic scoring rubric นั้นจะเน้นกระบวนการคิด และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2. เกณฑ์การให้คะแนนโดยการพิจารณาจากองค์ประกอบย่อยของการทำงานที่ผู้เรียนทำ (Analytic scoring rubric) เช่น

การแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งจะแบ่งการให้คะแนนตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา

0 คะแนน สำหรับความเข้าใจโจทย์ปัญหาผิด

2 คะแนน สำหรับความเข้าใจในแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหา

4 คะแนน สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์

2.2 การวางแผนในการแก้ปัญหา

0 คะแนน สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหา หรือการวางแผน

ไม่เหมาะสม

2 คะแนน สำหรับการวางแผนการแก้ปัญหาบางส่วนได้ถูกต้อง

4 คะแนน สำหรับการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งนำไปสู่การได้มา

ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง

2.3 การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้

0 คะแนน สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มีคำตอบ

1 คะแนน สำหรับการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิดไม่ถูกต้อง

(ขาดความรอบคอบ ทำให้ลอกโจทย์ผิดมาคิด) หรือมีบางส่วนของคำตอบถูก

2 คะแนน สำหรับการดำเนินการตามแผนถูกต้อง แต่คำตอบที่ได้ผิด

3 คะแนน สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์

จะเห็นได้ว่า การให้คะแนนแบบ Analytic scoring rubric นั้น จะเน้นแต่ละขั้นตอน

ในการแก้ปัญหา และแต่ละขั้นตอนอาจให้คะแนนได้ไม่เท่ากัน

Reys (1995, p. 313) ได้กำหนดรูบริคของความสามารถในการแก้ปัญหาโดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0-2 คะแนน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. ความเข้าใจ

0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย

1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วน

2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์

2. การวางแผนการแก้ปัญหา

0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด

1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด

3. คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

1 หมายถึง คัดลอกผิดพลาด คำนวณผิดพลาด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ

2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้อง และใช้ภาษาได้ถูกต้อง

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2547, หน้า 173-174) ได้แบ่งการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความเข้าใจในการทำงาน

คะแนน 1 หมายถึง ไม่มีความเข้าใจทั้งหมด

คะแนน 2 หมายถึง เข้าใจบางส่วน

คะแนน 3 หมายถึง เข้าใจพอใช้

คะแนน 4 หมายถึง สรุปร่างอิง ประยุกต์ใช้ได้ ขยายความคิดได้

2. คุณภาพของวิธีการทำ

คะแนน 1 หมายถึง วิธีการไม่เหมาะสม

คะแนน 2 หมายถึง มีแนวทางหรือวิธีการเหมาะสมบางส่วน

คะแนน 3 หมายถึง มีแนวทางหรือวิธีการใช้การได้ดี

คะแนน 4 หมายถึง มีแนวทางหรือมีวิธีการแยกแยะมีประสิทธิภาพ

3. การตัดสินใจเลือกใช้วิธีการ

คะแนน 1 หมายถึง ไม่แสดงให้เห็นหลักฐานของการตัดสินใจที่มีเหตุผล

คะแนน 2 หมายถึง ตัดสินใจอย่างมีเหตุผล

คะแนน 3 หมายถึง ตัดสินใจหรือปรับแก้ตามที่ตั้งใจได้อย่างมีเหตุผล

คะแนน 4 หมายถึง ตัดสินใจอย่างมีเหตุผล ปรับแก้แนวทางได้ถูกต้องชัดเจน

4. ผลลัพธ์ของการกระทำ

คะแนน 1 หมายถึง คำตอบปราศจากการขยายความ

คะแนน 2 หมายถึง คำตอบแสดงข้อสังเกต

คะแนน 3 หมายถึง คำตอบแสดงการประยุกต์ใช้

คะแนน 4 หมายถึง คำตอบแสดงการสังเคราะห์ การสรุปร่างอิง

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 17-26) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนนที่นิยมใช้ในปัจจุบัน

มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบองค์รวมหรือแบบรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลงานของผู้เรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ได้แยกแยะเป็นด้าน ๆ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรวมมักนำมาใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของผู้เรียน และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น หากใช้ร่วมกับการประเมินชนิดอื่นด้วย เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	ผลงานมีความถูกต้องสมบูรณ์แสดงถึงการเข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา และมีการอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวและสรุปคำตอบได้อย่างชัดเจน
3 (ดี)	ผลงานมีความถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์แสดงถึงการเข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ และมีการอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวและสรุปคำตอบได้อย่างสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ผลงานไม่ถูกต้อง แต่ดำเนินการหรือแสดงวิธีทำได้อย่างถูกต้องหรือผลงานบางส่วนมีความผิดพลาด หรือไม่ชัดเจน หรือแสดงถึงความไม่เข้าใจปัญหา มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จ แต่ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนของวิธีการดังกล่าวได้
1 (ต้องปรับปรุง)	ผลงานไม่ถูกต้อง พบว่า มีข้อมูลน้อย ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรายละเอียด หรือมีการดำเนินการแก้ปัญหบางส่วน แต่แก้ปัญหาไม่สำเร็จ

2. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาเกี่ยวกับความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ซึ่งในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อวินิจฉัย

หาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสม และมีประสิทธิภาพก่อนที่ผู้เรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือก ยุทธวิธี การปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูก
3. การใช้วิธี การปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุป คำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

จากที่กล่าวมาในข้างต้น สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค สามารถแบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ 1) เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมหรือแบบรวม (Holistic scoring) และ 2) เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ในการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้มาจากเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กล่าวมาในข้างต้น ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวิเคราะห์
(Analytic scoring)

ประเด็นการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1. การทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)	2	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ครบถ้วน สมบูรณ์
	1	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ครบถ้วน แต่ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาครบถ้วน หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาไม่ครบถ้วน
	0	ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาสลับที่กัน
2. การวางแผนในการแก้ปัญหา (2 คะแนน)	1	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม
	0	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมหรือไม่ปรากฏร่องรอยการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
3. การดำเนินการแก้ปัญหา (2 คะแนน)	2	ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่วางไว้ได้ถูกต้อง
	1	ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่วางไว้ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	0	ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา มีเพียงข้อความที่คัดลอกจากโจทย์
4. การสรุปคำตอบ (1 คะแนน)	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์
	0	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการสรุปคำตอบ

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps (1994, p. 27) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการปฏิบัติที่ส่งเสริมผู้เรียนให้รู้จักแก้ปัญหาผ่านการสำรวจ การอภิปรายแนวคิดและการตอบสนองการทำงานกลุ่มอย่างเป็นระบบ

Reys (2001, p. 83) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือสำหรับรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูด การเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวความคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ๆ เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

สสวท. (2555 ข, หน้า 59) ได้ระบุว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย

ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

NCTM (1989, p. 214) ระบุว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิดและได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัว ของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ
2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมาย และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ โดย การพูด การเขียน หรือภาพต่าง ๆ
3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองเหตุการณ์

อัมพร ม้าคอง (2554, หน้า 56) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของผู้เรียนในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้

เวททรี อังกะภักทขจร (2555, หน้า 120) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการจัดระบบและอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ของตนให้บุคคลอื่น รับรู้ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล ซึ่งการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์สามารถ อธิบายได้โดยการพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด โดยมีการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ซึ่งเป็นการสื่อสารที่ใช้ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มาช่วยในการสื่อความหมายและการนำเสนอ นอกเหนือไปจาก การนำเสนอผ่านการพูดและการเขียน

จากที่กล่าวมาในข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ทักษะการฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การนำเสนอ และการสื่อความหมายในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจ หรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำ ได้นานมากขึ้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียน ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะ หนึ่งที่ทำเป็นเพราะการจะเขียนให้ผู้อื่นอ่านนั้น ผู้เรียนจะต้องจัดระบบความคิด และเรียบเรียงสิ่ง ที่จะสื่อสาร ซึ่งต้องใช้ความระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่า ความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเองต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบ ซึ่งกระบวนการที่ผู้เรียนได้สะท้อนความคิดในลักษณะนี้ จะก่อให้เกิดการคิดแบบสะท้อนความคิด (Reflective thinking) (Bicknell, 1999; Campbell & Rowan, 1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2554, หน้า 59) ผู้วิจัยจึงขอสรุปความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบาย หรือแสดงความเข้าใจในการแก้ปัญหาเพื่อหา คำตอบของปัญหานั้น ๆ ให้ผู้อื่นได้รับรู้ ได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ ตามหลักการ ของคณิตศาสตร์

ความสำคัญของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993, pp. 2-99) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด และแสดงแนวคิดหลากหลายได้ชัดเจน เทียบตรงและรัดกุม

Kennedy and Tipps (1994, p. 181) กล่าวว่า เป้าหมายสำคัญของการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็น ตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็น การนำเสนอแนวคิดแลกเปลี่ยนความรู้

Mumme and Shepherd (1993, pp. 7-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น
2. ทักษะการสื่อสารช่วยในการแลกเปลี่ยน (Share) ในการทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์ นั่นคือนักเรียนเกิดความช่วยเหลือกัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นักเรียนสามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎและนิยามต่าง ๆ
3. ทักษะการสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนตอบคำถามในรูปของการพูด หรือการเขียนในสิ่งที่เขาคิด หรือการพูดกันเองก็จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการนำเสนอในสิ่ง ที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดพวกเขาจะเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ (Empowerment) ด้วยตนเอง

4. ทักษะการสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือการพูดและการฟังในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยปราศจากการวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ การมีปฏิสัมพันธ์ เป็นสิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียนในขณะที่ครูเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของนักเรียน โดยการมุ่งสิ่ง ที่นักเรียนได้อธิบายการให้เหตุผลของพวกเขา ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

NCTM (2000, p. 52) ได้เสนอไว้ในมาตรฐานของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า โปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ใช้การสื่อความหมายเพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และเพื่อให้ทุกคนสามารถ

1. จัดระเบียบทางความคิดและเพิ่มพูนความสามารถความคิดทางคณิตศาสตร์ ให้แข็งแกร่งมั่นคงยิ่งขึ้น
2. แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ ชัดเจน แก่เพื่อน ๆ ครู และบุคคลอื่นได้
3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยพิจารณาปัญหาวิธีต่าง ๆ ได้
4. สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจนถูกต้องและรัดกุม

ดังนั้น การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรจัดให้สอดคล้องกับโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Reys (2001, p. 83) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารว่าการสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิด โดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายรวบรวม และขยายแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทางการเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 57) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร โดยในกระบวนการสื่อสาร ผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดหรือเขียนให้ผู้รับสารเข้าใจตรงกัน ในขณะที่ผู้รับสารก็ต้องทำความเข้าใจ และติดตามในสิ่งที่ผู้สื่อสารพูดหรือเขียน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญในการทำให้เกิดสิ่งต่อไปนี้

1. ก่อให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้เรียน
2. ส่งเสริมบริบทของการเรียนรู้ที่เหมาะสม
3. เพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับทั้งผู้สื่อสารและผู้รับสาร
4. ช่วยให้ผู้สอนมองเห็นความเข้าใจของผู้เรียน ซึ่งจะช่วยให้วางแผนจัดการเรียนรู้

ได้อย่างเหมาะสม

จากที่กล่าวมาในข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือสำคัญในฐานะที่เป็นตัวกลางในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร ซึ่งผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทางการเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำทั้งการพูดและการเขียน เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิดเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

NCTM (2000, pp. 270-272) NCTM ได้ระบุไว้ว่า บทบาทของผู้สอนในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระดับเกรด 6-8 ผู้สอนจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการให้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาาร่วมกัน รวมถึงการให้

คำแนะนำจากผู้สอน การให้ผู้เรียนอธิบาย การถกเถียง การอภิปรายและการใช้เหตุผล เป็นวิธีทำให้ผู้เรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยผู้สอนจะต้องกำหนดชิ้นงาน (Task) ที่ประกอบด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
 2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี
 3. การให้ผู้เรียนได้ใช้ตัวแทน (Representations) ที่อย่างหลากหลาย
 4. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล และการคาดเดาในการแก้ปัญหา
- นอกจากนี้ NCTM (2000, pp. 280-285)

ยังได้เสนอเพิ่มเติมอีกว่า การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ผู้สอนจะมีบทบาทในการให้คำแนะนำ โดยที่ผู้สอนเดินไปตามกลุ่ม และรับฟังการตอบคำถามที่แตกต่างกันของผู้เรียน ซึ่งผู้สอนควรปฏิบัติ สรุปได้ดังนี้

1. ผู้สอนต้องช่วยให้ผู้เรียนรู้ที่จะใช้สื่อความหมายยืนหยุ่น และเหมาะสม โดยการส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้าง และใช้การสื่อความหมายเพื่อส่งเสริมความคิดและการสื่อสาร
2. ผู้สอนต้องช่วยให้ผู้เรียนสื่อความหมาย โดยการฟัง การถาม และพยายามที่จะเข้าใจสิ่งที่ผู้เรียนสื่อด้วยรูปวาด การเขียน โดยเฉพาะการสื่อความหมายอย่างไม่เป็นทางการ
3. การสื่อความหมายอย่างเป็นทางการใช้ได้อย่างกว้างขวางและเข้าใจได้ทั่วถึง แต่ต้องอาศัยความพร้อม ดังนั้น ผู้สอนควรช่วยตัดสินใจว่าเมื่อไรผู้เรียนควรจะพัฒนาไปสู่การสื่อความหมายอย่างเป็นทางการ
4. ผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการช่วยผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการสื่อความหมาย เช่น ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความเข้าใจ เรื่อง ตัวแปร
5. ผู้สอนต้องให้ประสบการณ์ในการใช้การสื่อความหมายที่เป็นสิ่งที่มองเห็น ได้อย่างไรหลากหลาย และแนะนำการสื่อความหมายรูปแบบใหม่ที่เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหา
6. ผู้สอนต้องช่วยให้ผู้เรียนมีความมั่นใจและมีความสามารถในการสร้างสื่อความหมายของตนเองเมื่อมีการแก้ปัญหาที่ท้าทาย และเลือกการสื่อความหมายที่เป็นทางการที่ยืดหยุ่น และเหมาะสม
7. ผู้สอนต้องช่วยให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อความหมายอย่างเหมาะสม
8. ผู้สอนสามารถติดตามพัฒนาในด้านการสื่อความหมาย โดยการส่งเสริมให้ผู้เรียน อภิปราย รูปภาพกราฟ หรือสัญลักษณ์ที่ผู้เรียนใช้ในงานของนักเรียน
9. ผู้เรียนจะประเมินการสื่อความหมายและตระหนักถึงคุณลักษณะที่ทำให้การสื่อความหมาย มีความยืดหยุ่น เหมาะสม และมีประโยชน์ เมื่อเห็นว่าผู้อื่นแปลความหมายสิ่งที่ผู้เรียนประทับใจในความง่ายและมีประสิทธิภาพของการสื่อความหมายแบบทางการ และบทบาทของการสื่อความหมายที่ช่วยในการสื่อสารกับผู้อื่น

Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11) ได้เสนอบทบาทของครูในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราวหรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้น สื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียนจะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารในที่นี้ รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสนใจ
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญ และควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่า การเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน
5. ใช้กลุ่มร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative and collaborative group) การให้นักเรียนนั่งเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือ และช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดอธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง
6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม (Over and cover clues) การตอบสนองต่อคำถามนักเรียน การบริหารและการจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นไปโดยไม่ต้องกังวล

Buschman (1995, pp. 324-329) ได้เสนอกิจกรรมช่วยพัฒนาการสื่อสารไว้ว่าควรฝึกให้นักเรียนเขียนวารสาร ฝึกแต่งโจทย์ปัญหาเอง ให้ร่วมกิจกรรมเก้าอี้ของนักคณิตศาสตร์ มีกิจกรรมแบบเรียนร่วมมือและเขียนหนังสือพิมพ์ โดยในกิจกรรมการเรียนร่วมมือนั้นควรให้นักเรียนมีการแก้ปัญหาร่วมกัน ให้อธิบายกระบวนการที่ใช้แก้ปัญหา มีการพูดแสดงประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากลุ่ม มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหของสมาชิก เน้นการพูดคุยกับเพื่อน ซึ่งมีความสำคัญมาก โดยเฉพาะกับเด็กเล็ก เด็ก ๆ จะรู้สึกสะดวกสบายใจที่จะพูดคุยกับเพื่อนมาก ทำให้สื่อความคิด ได้มีประสิทธิภาพมากกว่า และ Buschman ยังได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการสื่อสารไว้ 14 แนวทาง สรุปได้ดังนี้

1. เสนอปัญหาและคำตอบ แล้วให้นักเรียนเขียนข้อความที่เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบ
 2. เสนอปัญหาที่แก้แบบผิด ๆ แล้วให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น
 3. เสนอปัญหาที่ประกอบด้วยข้อมูลและเงื่อนไขหนึ่งปัญหา ให้นักเรียนเขียนแก้ปัญหาใหม่ที่มีข้อมูลและเงื่อนไขไม่แตกต่างจากปัญหาเดิม แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาทั้ง 2 ข้อ พร้อมทั้งอธิบายความยากง่ายในการแก้ปัญหาแต่ละข้อ
 4. เสนอปัญหาปละวิธีการแก้ปัญหาบางส่วน แล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหาต่อให้เสร็จ และให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาใหม่ พร้อมทั้งอธิบายวิธีแก้ปัญหา
 5. เสนอปัญหาและข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องกับคำตอบ ให้นักเรียนระบุข้อเท็จจริงเหล่านั้น และเขียนปัญหานั้นใหม่โดยตัดข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป
 6. เสนอปัญหาให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้เพียงคำสั้นๆ
 7. หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จแล้วให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ที่มีบริบทแตกต่างไปแต่ให้คงโครงสร้างของปัญหาเดิม
 8. เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่ไม่มีตัวเลขแก่นักเรียน ให้นักเรียนประมาณคำตอบและตัวเลขที่หายไปแล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาเหล่านั้นและบอกว่าพบคำตอบได้อย่างไร
 9. เสนอกราฟหรือตารางให้นักเรียนแล้วให้นักเรียนเขียนเรื่องที่น่าเสนอข้อมูลในกราฟหรือตารางเหล่านั้น
 10. เสนอแนวโน้มนหรือตัวอย่างข้อมูลนักเรียน แล้วให้นักเรียนทำนายโดยใช้ข้อมูลเหล่านั้นและเขียนเรื่องที่ประกอบด้วยข้อมูลเหล่านั้น
 11. เสนอปัญหาจริงที่พบในชั้นเรียนแก่นักเรียน ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องอาศัยการใช้วัตถุจริง ๆ ร่วมกัน แล้วให้นักเรียนคิดแผนการใช้วัตถุเหล่านั้นด้วยกัน และตรวจสอบแผนการที่คิดขึ้น
 12. ให้นักเรียนเขียนจดหมายที่มีปัญหาอยู่ พร้อมทั้งคำเชิญชวนให้ผู้ได้รับจดหมายแสดงวิธีแก้ปัญหา
 13. เสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
 14. ให้นักเรียนนิยามหรือเล่าเรื่องใหม่โดยมีข้อมูลที่เป็นตัวเลข เพื่อใช้เป็นแหล่งสร้างโจทย์ปัญหา
- สสวท. (2555 ข, หน้า 63) ได้เสนอว่า เพื่อให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ ควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ ดังนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (Active participation) กล่าวคือ ให้นักเรียน ซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากที่ฟังคำอธิบาย มีโอกาสได้นำเสนอแนวคิดหรือเหตุผล ที่ต่างออกไปหรือได้ลองลงมือปฏิบัติ

2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (Immediate feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียน ซึ่งเป็นผู้รับสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีใน โอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่า ผู้รับสารสามารถรับสารได้ดีเพียงใด

3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (Success expression) กล่าวคือ มีโอกาสทำทนายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสาร ได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้เสร็จ ก็จะเกิดความภาคภูมิใจ

4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้น (Gradual approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสาร ที่จะได้รับ

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2555, หน้า 122-123) กล่าวว่า ทักษะการสื่อสาร การสื่อ ความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัด การเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาด้านทักษะการสื่อสาร คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรม การเรียนรู้เพื่อพัฒนาด้านทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด เนื่องจาก

การอ่านเป็นกระบวนการสื่อสารที่จำเป็นเพราะแหล่งความรู้ที่ผู้เรียนจะต้องประสบ ส่วนใหญ่อยู่ในรูปของหนังสือ เอกสาร หรือสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ ผู้เรียนจึงควรได้ฝึกฝนการอ่าน และทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเองจากหนังสือหรือเอกสาร และเป็นการฝึก ให้ผู้เรียนรู้จักการศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้จากผู้สอน เท่านั้น รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และทราบแนวคิดที่ผู้สอนต้องการนำเสนออีกด้วย

การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีคิด และมีความชัดเจน ในสิ่งที่คิด เนื่องจากผู้เรียนได้พูดอธิบายทำให้เกิดการผสมผสานความรู้ และการมีปฏิสัมพันธ์ กับเพื่อนในชั้นเรียน จะทำให้ผู้เรียนแต่ละคนสามารถขยายแนวคิดของกันและกันช่วยให้เกิด ความชัดเจนในงานหรือกระบวนการทำงานมากขึ้น

การเขียนเป็นการสื่อสารที่ช่วยให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องราวหรือปัญหา และช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน ผู้เรียนจะต้องใช้

ความระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังการเขียนหรืออธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเองต้องการสื่อให้ผู้อื่นทราบ และเป็น การกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดในระดับสูง เพื่อตอบคำถามว่า “อย่างไร” และ “ทำไม” มากกว่าการตอบว่า “อะไร” และ “ที่ไหน” ดังนั้นผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้มีการสื่อสาร โดยการเขียน เช่น การเขียนข่าวในหนังสือพิมพ์ ซึ่งอาจเป็นข่าวที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์หรือ การแต่งเพลงที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ กิจกรรมเหล่านี้นอกจากเป็นการฝึกทักษะการสื่อสาร โดยตรงแล้ว ผู้เรียนอาจได้พัฒนาทักษะอย่างอื่นด้วย เช่น ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะความคิด ริเริ่มสร้างสรรค์

การนำเสนอแนวคิด เป็นการสื่อสารที่สำคัญที่สุด เพราะการนำเสนอแนวคิดจะรวมถึง การแปลงปัญหาหรือแนวคิด ไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ หรือกราฟ แทนสัญลักษณ์หรือประโยคภาษาเป็นต้น

2. ผู้สอนควรจัดบรรยากาศหรือสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้ผู้เรียน มีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิธีการ ที่ทำให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้ คำแนะนำจากผู้สอน อันจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของตนเอง แต่อย่างไร ก็ตามหากผู้สอนต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับผู้เรียน ผู้สอนควรลดปริมาณเวลาหรือปริมาณ การพูดของตนเองให้น้อยลง เพื่อให้ผู้เรียนได้สื่อสารกันมากขึ้น

3. ผู้สอนควรใช้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียน ได้เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และทำให้การสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถาม ที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด เช่น “ทำไมคิดว่าสิ่งนั้นถูกต้อง” “คิดอย่างไรเกี่ยวกับ” ซึ่งส่วนเป็น คำถามที่ก่อให้เกิดการคิดอย่างหลากหลาย และสามารถนำแนวคิดนั้นมาสื่อสารและแลกเปลี่ยน ความรู้กับผู้อื่น หรือบางครั้งอาจให้ผู้เรียนอธิบายกระบวนการหรือวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้เขียนเป็นประโยคสั้น ๆ เช่น ทำอย่างไร ผลเป็นเช่นไร ทำไมทำเช่นนั้น เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 58-59) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการสื่อสารอาจเริ่มต้น จากสิ่งง่าย ๆ เช่น ฝึกให้ผู้เรียนแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ภาษาของตนเองในลักษณะ ที่ไม่เป็นทางการ ซึ่งจะเป็นการแสดงความคิดที่เกิดขึ้นแรก ๆ หรือความรู้สึกของคนที่สร้างขึ้น หรือรับมา การฝึกในลักษณะนี้ ผู้สอนต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับภาษาทางคณิตศาสตร์และความหมาย ที่แตกต่างกันออกไปของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากคำบางคำ เมื่อไม่อยู่ในบริบท

ทางคณิตศาสตร์หรือเมื่อใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการ อาจมีความหมายอื่นที่แตกต่างจากความหมายในบริบทคณิตศาสตร์ เช่น คำว่า กู้ หักออก ผลที่ได้ เป็นต้น หลังจากฝึกการสื่อสารอย่างไม่เป็นทางการแล้ว ลำดับต่อไป ผู้สอนอาจฝึกให้ผู้เรียนสื่อสารอย่างเป็นทางการ ซึ่งเป็นปัญหาที่ใช้เรียกหรือแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสากล ผู้เรียนอาจต้องพยายามและใช้เวลามากขึ้นในการแสดงความเข้าใจ หรือสื่อสารอย่างเป็นทางการกับผู้สอนและเพื่อนร่วมชั้นเรียน อย่างไรก็ตามไม่ว่าจะเป็นการสื่อสารในลักษณะใด หากผู้สอนต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับผู้เรียน ผู้สอนควรลดเวลา หรือปริมาณในการพูดในห้องเรียนของตนให้น้อยลง ผู้เรียนจะได้สื่อสารกันมากขึ้น อันจะทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยและสามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารให้ดีขึ้นได้ สำหรับวิธีการสื่อสารนั้นผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนได้พัฒนาการสื่อสารหลาย ๆ วิธี เช่น การพูด การเขียน แม้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไปจะนิยมให้ผู้เรียนสื่อสารโดยการพูด แต่นักการศึกษาหลายท่านให้ความเห็นว่า การให้ผู้เรียนสื่อสารโดยการเขียนเป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน ผู้เรียนจะต้องจัดระบบความคิด และเรียบเรียงสิ่งที่จะสื่อสาร ซึ่งต้องใช้การระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวน ไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจน และตรงตามที่ตนเองต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบ ซึ่งกระบวนการที่ผู้เรียนได้สะท้อนความคิดในลักษณะนี้ จะก่อให้เกิดการคิดแบบสะท้อนความคิด

สสวท. (2554, หน้า 75-88) ได้กล่าวไว้ว่า ในการสื่อสารคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องอาศัยสัญลักษณ์ ตัวแปร หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการนำเสนอแนวคิดให้มีความชัดเจน และง่ายต่อการทำความเข้าใจ นอกจากการเรียนการสอนปกติที่ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างกันแล้ว กิจกรรมต่อไปนี้จะช่วยส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอน สามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพได้แก่

1. การสืบสวนสอบสวน เป็นกระบวนการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนสร้างข้อคำถาม สืบหาคำอธิบาย สร้างความรู้ใหม่ อภิปรายสิ่งที่พบ และสะท้อนความรู้ใหม่ ซึ่งเป็นกระบวนการที่ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความสุขกับการเรียน และมีความคงทนในความรู้ที่ได้

2. การเขียนอนุทิน เป็นการเขียนบันทึกอย่างไม่เป็นทางการของผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายกิจกรรมการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรือเพื่อสะท้อนความรู้สึก ความคิดเห็น ความสนใจของผู้เรียนที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการเขียนอนุทินครูควรให้ผู้เรียนเขียนอนุทินจากหัวข้อง่ายไปยาก โดยอาจให้เขียนอนุทิน

เพื่อสะท้อนความรู้สึก และความคิดเห็นที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ก่อน หลังจากนั้นให้ผู้เรียนเขียนอนุทินเพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. การเขียนรายงาน เป็นการเขียนบันทึกอย่างเป็นทางการของผู้เรียนหรือกลุ่มของผู้เรียน เพื่อนำเสนอแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมทั้งการเขียนโครงการที่ได้จากการศึกษาอย่างเป็นระบบจากสถานการณ์ในชีวิตจริง หรือจากการทดลองซึ่งเป็นที่ยอมรับได้ในทางวิชาการ

4. การเขียนโปสเตอร์ เป็นการเขียนเพื่อนำเสนอแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์บนแผ่นกระดาษ วัสดุ หรือสื่อ เช่น ฟิวเจอร์บอร์ด การเขียนโปสเตอร์ที่ดีต้องมีจุดมุ่งหมายเดียว ให้ความหมายชัดเจนไม่ทำให้ผู้ดูสงสัย มีสีสวยงามสะดุดตา ชัดเจน มีจุดเด่นที่หัวเรื่อง และใหญ่พอที่จะมองเห็นได้ง่าย สามารถเข้าใจได้โดยไม่ต้องเสียเวลาอ่านนานนัก

สุวัฒน์ วิวัฒน์านนท์ (2550, หน้า 74) ได้กล่าวว่า แนวทางการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการเขียนนั้นจะต้องฝึกให้นักเรียนปฏิบัติอย่างสม่ำเสมอควบคู่กับกิจกรรมหรือทักษะอื่น ๆ เช่น การฟัง การพูด การอ่าน โดยคำนึงถึงองค์ประกอบของการเขียน การใช้ภาษาให้ถูกต้องเหมาะสม เขียนถ่ายทอดสิ่งที่อ่านหรือศึกษา ความรู้ ความคิด ข้อค้นพบให้ผู้อ่านเข้าใจได้ แสดงถึงความรู้สึก และจินตนาการได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นทำได้โดยการใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยการใช้คำถามปลายเปิดเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา ผู้สอนควรลดเวลาหรือปริมาณในการพูดในห้องเรียนให้น้อยลง และทำหน้าที่เป็นเพียงผู้แนะนำ เพื่อให้ผู้เรียนได้สื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างกัน โดยการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ซักถาม ถกเถียงปัญหา และฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะในการเขียน โดยเริ่มจากการเขียนอนุทิน ซึ่งเป็นการเขียนบันทึกอย่างไม่เป็นทางการของผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายกิจกรรมการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรือเพื่อสะท้อนความรู้สึก ความคิดเห็น ความสนใจของผู้เรียนที่มีต่อแนวคิดหรือการดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงฝึกให้ผู้เรียนเขียนรายงาน ซึ่งเป็นการนำเอาอนุทินที่ผู้เรียนเขียนมาเขียนเป็นบันทึกอย่างเป็นทางการเพื่อนำเสนอแนวคิด ความคิดเห็น หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหรือกลุ่มของผู้เรียนอย่างเป็นระบบ ซึ่งการฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะในการเขียนจะเป็นสิ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้รู้จักการรวบรวมความรู้ต่าง ๆ เข้ามาเป็นหมวดหมู่ สร้างกฎเกณฑ์ และการนำเอาไปประยุกต์ใช้ โดยผู้สอนต้องคำนึงถึงความสามารถของผู้เรียนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์มากขึ้น ซึ่งกระบวนการที่ผู้เรียนได้สะท้อนความคิด

ในลักษณะนี้ จะก่อให้เกิดการคิดแบบสะท้อนความคิด ซึ่งจะก่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับผู้เรียนอย่างแท้จริง

ประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นับว่าเป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญสำหรับผู้เรียน ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Riedesel (1990, p. 377) ได้นำเสนอประโยชน์ของการสื่อสาร โดยการเขียน ดังนี้

1. เป็นการประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนเขียนบรรยาย จะแสดงระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน
2. เป็นเครื่องมือช่วยวิจัยกระบวนการคิดของนักเรียน
3. เป็นทักษะที่จำเป็นช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในการคิด
4. เป็นทักษะที่ช่วยเสริมทักษะการอ่าน และการเขียนในรายวิชาอื่น โดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์ที่ต้องใช้การบรรยายในสิ่งที่ค้นพบ
5. เป็นวิธีการเรียนคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่ปกติผู้เรียนไม่ค่อยได้ใช้
6. เป็นทักษะที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดในระดับสูง เพื่อตอบคำถามว่า อย่างไร (How) และทำไม (Why) มากกว่าตอบว่าอะไร (What) ที่ไหน (Where) เมื่อไร (When)
7. เป็นการร่วมมือกันในการทำกิจกรรมเดียวกัน ทำให้ผู้เรารู้สึกว่าสมาชิกในกลุ่มประสบความสำเร็จร่วมกัน เกิดความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันในการเรียนรู้

Mumme and Shepherd (1993, pp. 7-11) ได้เสนอประโยชน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการส่งเสริมการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนได้อธิบายความคิดของเขา มีความสนใจในการที่จะได้อภิปราย และการฟังก็ช่วยให้ผู้เรียนคนอื่น ๆ เข้าใจได้อย่างลึกซึ้ง การฟังจะช่วยให้ผู้เรียนได้พิจารณาความคิดของคนอื่นที่แตกต่างกันออกไปของผู้เรียน แม้จะอยู่ในสถานการณ์เดียวกันก็ตาม การสื่อสารจะสนับสนุนการสร้างความรู้ของผู้เรียน โดยการสื่อสารจะช่วยขยายความคิด
2. การสื่อสารจะช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยน (Share) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน ผู้เรียนส่วนมากมักจะล้มเหลวในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อผู้เรียนได้นำเสนอกฎเกณฑ์และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์โดยการจำมากกว่าการคิดแบบค้นพบตนเอง และการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ครูจำเป็นต้องให้เกิดการสื่อสารมากขึ้น เพื่อให้บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อกับความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปรายและการแลกเปลี่ยน

ความคิดกัน ครูต้องให้ผู้เรียนมีการพัฒนาทางภาษาคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจในบทบาทของคำนิยาม และกระบวนการในการอภิปรายและขยายสมมติฐานให้ชัดเจน

3. การสื่อสารจะช่วยเสริมให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนความคิดของผู้เรียน เพื่อให้ครูแน่ใจในความสามารถทางการสื่อสารความคิดของผู้เรียนอย่างแท้จริง ผู้เรียนควรฝึกการใช้ศัพทภาพและควบคุมการเรียนรู้ของพวกเขาให้มาก เพื่อให้ผู้เรียนจะได้กลายเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ (Empowerment) ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เป็นวิธีที่จะทำให้เราหลุดพ้นจากความวิตกกังวลในการแสดงความคิด การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะเป็นการให้ความสนุกสนานในการเรียนแก่ผู้เรียน การอำนวยความสะดวก และสังคมจะมีอิทธิพลต่อความเต็มใจที่จะพูดเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดของผู้เรียน

5. การสื่อสารจะช่วยให้ผู้สอนได้รับประโยชน์ในการหยั่งรู้ถึงความคิดของผู้เรียน ครูจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของผู้เรียนเป็นอย่างมาก โดยการฟังการอธิบายและการให้เหตุผลของผู้เรียน ความสามารถที่เป็นทักษะการสื่อสารจะเป็นการอธิบาย โดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ทั้งหมดอย่างคล่องแคล่ว โดยผู้เรียนจะต้องนำไปใช้และมีการฝึกปฏิบัติบ่อย ๆ

สุวัฒน์ วิวัฒน์านนท์ (2550, หน้า 70) ได้กล่าวว่า ความสำคัญและประโยชน์ของการเขียนสื่อความมีความสำคัญ เพราะเป็นวิธีการสื่อสารและมีประโยชน์เนื่องด้วยเป็นการถ่ายทอดความรู้ ความคิด ความรู้สึกต่าง ๆ ของผู้เขียนเป็นหลัก และนอกจากนั้น การเขียนยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดความเจริญของอารยธรรมมนุษย์ในแต่ละยุคสมัยด้วย รวมทั้งถ่ายทอดภาพของอดีต ปัจจุบัน และอนาคตที่เป็นการจินตนาการได้อีกด้วย สร้างความรัก ความเข้าใจ ข้อตกลงแนวปฏิบัติเพื่อการอยู่ร่วมกันของสังคม

จากที่กล่าวมาในข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีประโยชน์ ดังนี้

1. ช่วยในการประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนเขียนบรรยายหรืออธิบายจะบอกระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน และที่สำคัญช่วยให้ผู้สอนสามารถหยั่งรู้ถึงความคิดของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

2. ช่วยส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนได้อธิบายแนวความคิดของตนเองผ่านการเขียนอย่างเป็นระบบ ซึ่งการเขียนอย่างเป็นระบบจะทำให้ผู้เรียนเกิดการไตร่ตรอง และทำความเข้าใจในการแก้ปัญหาอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งจะนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากขึ้น

3. ช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนได้มีการพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจบทบาทของคำนิยาม และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

NCTM (1989, pp. 214-217) ได้ระบุว่า การประเมินผลความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอของผู้เรียนควรให้ผู้เรียนมีความสามารถ ดังนี้

1. บรรยายความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน สาคิตให้เห็นภาพได้
2. เข้าใจ แปลความหมาย และประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่พบเห็น จากสิ่งที่นำเสนอในรูปแบบการเขียน หรือจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบปากเปล่าได้
3. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เครื่องหมาย สัญลักษณ์ ในการนำเสนอความคิดเห็น ที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ได้

สสวท. (2546, หน้า 18-19) ได้ระบุถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม
2. ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
3. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
4. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
5. เสนอความคิดที่เหมาะสมกับปัญหา

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 101) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเกี่ยวกับคำศัพท์ สัญลักษณ์ แนวคิด ขั้นตอน และกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น อาจดูจากความสามารถในการพูด การเขียนที่สะท้อนถึงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน แม่นยำ และเหมาะสม ซึ่งอาจสังเกตหรือวิเคราะห์ได้จากคำตอบคำถามของผู้เรียน การอภิปราย การบ้าน อนุทิน แบบประเมิน เป็นต้น

จากที่กล่าวมาในข้างต้น จะเห็นได้ว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้นประกอบไปด้วย 3 ด้านใหญ่ ๆ คือ 1) การประเมินจากการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ 2) การประเมินจากการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และ 3) การประเมินจากความชัดเจนในการนำเสนอ ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เนื่องจากการเขียนจะเป็นตัวสะท้อนความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับการใช้

คำศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยผู้วิจัยใช้แบบทดสอบแบบอัตนัยในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการเขียน

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

Kennedy and Tipps (1994, p. 112) ได้แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of mathematics)

- 1.1 ไม่ใช่ภาษาทางคณิตศาสตร์หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
- 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
- 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
- 1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย

2. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Mathematic representations)

- 2.1 ไม่ใช่ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 2.2 มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
- 2.4 ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน

3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of presentation)

- 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
- 3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
- 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2547, หน้า 174-175) ได้แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. การใช้ภาษาคณิตศาสตร์

- คะแนน 1 หมายถึง ไม่มีการใช้หรือใช้ภาษาคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสมทั้งหมด
- คะแนน 2 หมายถึง ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมในบางส่วน
- คะแนน 3 หมายถึง ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นส่วนใหญ่
- คะแนน 4 หมายถึง ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกระชับและสละสลวย

2. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

- คะแนน 1 หมายถึง ไม่มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- คะแนน 2 หมายถึง มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
- คะแนน 3 หมายถึง ใช้ตัวแทนคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเหมาะสม

คะแนน 4 หมายถึง มีแนวคิดในการประยุกต์ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกว้างขวาง

3. ความชัดเจนในการนำเสนอ

คะแนน 1 หมายถึง การนำเสนอไม่ชัดเจน ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรายละเอียด

คะแนน 2 หมายถึง การนำเสนอมีบางส่วนชัดเจน

คะแนน 3 หมายถึง การนำเสนอส่วนใหญ่ชัดเจน

คะแนน 4 หมายถึง การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ มีรายละเอียด เรียบเรียงดี

สสวท. (2555 ค, หน้า 178) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
3	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
2	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้ชัดเจนบางส่วน แต่รายละเอียดยังไม่สมบูรณ์
1	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ใช้กราฟ แผนภูมิ ตาราง และการนำเสนอไม่ชัดเจน

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 124) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของกระทรวง
ศึกษาธิการ

ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดสมบูรณ์
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้อย่างถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบ ชัดเจนบางส่วน
1 (ต้องปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง เลข และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0 (ไม่พยายาม)	ไม่นำเสนอ

จากเกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาในข้างต้น ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแบบองค์รวม (Holistic scoring) ในการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้มาจากเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กล่าวมาในข้างต้น ดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
แบบองค์รวม (Holistic scoring)

คะแนน	เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ด้านการเขียน) ที่ปรากฏให้เห็น
2	ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์
1	ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน
0	ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้อง หรือไม่ปรากฏ ร่องรอยการใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด

เวชฤทธิ์ อังณะภทรขจร (2551) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 45 คน การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยและพัฒนาเพื่อหาประสิทธิภาพของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การทดลองแบบกลุ่มเดียว และมีการทดสอบก่อนและหลังเรียน ผลการทดลอง พบว่า 1) ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 2) ด้านทักษะการให้เหตุผล พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 3) ด้านทักษะการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 4) ด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 5) ด้านสำนึกรักสิ่งแวดล้อม พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดการมีสำนึกรักสิ่งแวดล้อมภายหลังการทดลอง มากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

สุรารัตน์ สมรรถการ (2556) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ขวัญ เพ็ญชัย (2553) ได้ทำวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ 2) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไป เป็นส่วนใหญ่

อำภรณ์ ผลาวรรณ (2556) ได้ทำการวิจัยผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) สูงวก่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ภัทรอร อริชชนพงษ์ (2558) ได้ทำการวิจัยผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดสูงวก่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสอนการแก้ปัญหแบบ SSCS

นวลจันทร์ ผลอดุทา (2545) ได้ทำการวิจัยผลการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SCSS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้รูปแบบ SCSS สูงวก่าเกณฑ์ขั้นต่ำ ร้อยละ 50 ที่กำหนดไว้และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้รูปแบบ SSCS สูงวก่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สันนิสา สมัยอยู่ (2554) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญห และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ SSCS สูงวก่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง การพูด การอ่าน การเขียนสูงวก่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุกัญญา สุขโน (2554) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้รูปแบบ SSCS ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” จากการทำใบกิจกรรมการเรียนรู้ใช้รูปแบบ SSCS ของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ย 9.55 คิดเป็น

ร้อยละ 79.57 และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง “ร้อยละ” จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี เช่นเดียวกัน โดยได้คะแนนเฉลี่ย 4.77 คิดเป็นร้อยละ 79.39 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ร้อยละ” ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้รูปแบบ SSCS หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 13.48 คิดเป็นร้อยละ 67.42

สุภาพร ปิ่นทอง (2554) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL มีความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL มีความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ หลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้น ไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

งานวิจัยในต่างประเทศ

งานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด

Fast (2005) ได้ทำวิจัย เรื่อง การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชุมชนแอ่งที่ใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด ในการวิจัยนี้ศึกษาในบริบทของประเทศชุมชนแอ่ง ซึ่งเป็นประเทศกำลังพัฒนา มีวัฒนธรรมและการศึกษาแตกต่างจากประเทศสหรัฐอเมริกา การวิจัยในครั้งนี้ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 2 จำนวน 35 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มดังกล่าวได้รับการสอนแบบแนะให้รู้คิด และให้แก้โจทย์ปัญหาจำนวน 14 ข้อ ผลการประเมิน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังอยู่ในระดับที่ต้องใช้แบบจำลองช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหาของพวกเขา แต่ถ้าโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นการใช้แบบจำลองไม่มีผลช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหา Fast แนะนำว่าการใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด มีผลดีและเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชุมชนแอ่ง

Saxe, Gearhart and Seitzer (1999) ได้ศึกษาผลของการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความเข้าใจของนักเรียนเรื่อง เศษส่วน นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการทดลองถูกแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วน และกลุ่มที่ไม่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วน ในการศึกษานี้ได้ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบ เรื่อง เศษส่วนก่อนและหลังการทดลอง ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มได้คะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง นอกจากนี้

ผลการทดลองได้ให้ข้อสังเกตว่านักเรียนกลุ่มที่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วนสามารถสร้างแนวคิดหรือหาวิธีแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วนได้ด้วยตนเอง แต่นักเรียนกลุ่มที่ไม่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่อง เศษส่วนพวกเขายังใช้วิธีแก้ปัญหาที่ยึดติดอยู่กับขั้นตอนวิธีการอยู่ ข้อสรุปของการทดลองนี้ยืนยันว่าการสอนที่อยู่บนฐานการคิดของเด็กหรือการสอนแบบแนะให้รู้คิด นับว่าเป็นการสอนที่มีประสิทธิภาพ

Buscher (2000) ได้ศึกษาผลการสอนแบบแนะให้รู้คิด กับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน โดยเป้าหมายของการศึกษาเพื่อต้องการประเมินผลการสอนแบบแนะให้รู้คิด การศึกษา มุ่งไปที่ความเข้าใจแนวคิดปัญหาเกี่ยวกับเรื่องเล่าทางคณิตศาสตร์ (Mathematical story problem) และการสร้างยุทธวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน จำนวน 18 คน ที่เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในเมืองฟิลาเดเฟีย ในการทดลองครั้งนี้ นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทุกคนจะได้รับการสอนแบบแนะให้รู้คิด ผลการทดลองจากประเมินผลด้วยแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง พบว่า คะแนนก่อนและหลังทดลองแสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย นอกจากนี้จากการสังเกตของครูผู้สอน พบว่า เมื่อใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติและความกระตือรือร้นเพิ่มขึ้น และยังทำให้ผู้เรียนเกิดความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหาอีกด้วย

งานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

Pizzini et al. (1989, pp. 325-532) ได้ทดลองสอนวิชาวิทยาศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SCSS ที่ช่วยส่งเสริมทักษะการคิด โดยให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการแก้ปัญหาจากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคำตอบที่เรียนรู้อันด้านความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ ได้ดีขึ้น มีทักษะในการคิดและการตั้งคำถาม และเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้มีการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมในทางที่ดีขึ้น

Luft et al. (1997, pp. 18-21) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาในวิชาวิทยาศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนแบบ SSCS มาบูรณาการใช้กับการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า การใช้รูปแบบการสอน SSCS ทำให้นักเรียนค้นหาคำตอบเกี่ยวกับสิ่งที่กำหนดให้ สามารถอธิบาย วางแผน แก้ปัญหา วิเคราะห์ข้อมูล จัดทำข้อมูลเพื่อสื่อสารกับผู้อื่น และร่วมสรุปผลการหาคำตอบได้เป็นอย่างดี

Kusmawan (2005, pp. 1-5) ได้ศึกษาคุณค่าของการปฏิบัติการทางวิทยาศาสตร์ ผ่านการเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อม โดยใช้รูปแบบ SSCS ของนักเรียนในประเทศอินโดนีเซีย จากการวิจัยพบว่า หลังการใช้รูปแบบ SSCS เจตคติของนักเรียนต่อความรู้และความตระหนักในสถานการณ์ต่าง ๆ ของสิ่งแวดล้อมทางวิทยาศาสตร์ รวมทั้งทักษะการสื่อสารและการมีปฏิสัมพันธ์ สูงขึ้น

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดย Kusmawan ได้อธิบายว่า รูปแบบการสอน SSCS ซึ่งมาจาก Search (S), Solve (S), Create (C) และ Shar (S) นั้น เป็นรูปแบบที่ช่วยให้นักเรียนได้ดำเนินการค้นหาในสิ่งที่ไม่รู้ และได้ขยายความรู้ที่ผ่านการประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา และสิ่งสำคัญของการแก้ปัญหา คือ ได้ฝึกให้นักเรียน ได้รู้จักระบุปัญหา การเลือกประเด็นปัญหา และการคัดกรองปัญหา และยังส่งเสริมการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาต่าง ๆ นักเรียนสามารถตัดสินใจที่จะค้นหาขั้นตอนและออกแบบ รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ นอกจากนี้ รูปแบบการสอน SSCS ยังทำให้นักเรียนมีทักษะการสื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่นเกี่ยวกับปัญหา เช่น การวางแผน การค้นพบและการประยุกต์ ดังนั้น จึงทำให้นักเรียนได้มีโอกาสสะท้อนความเป็นตัวของตัวเองในการพัฒนาตนเองด้วยเช่นกัน

Wibawati (2009, pp. 1-6) ได้ศึกษาผลการเรียนการสอนแบบ SSCS ที่มีต่อผลการเรียนรู้และการเผชิญกับปัญหาต่างๆ ที่ปรากฏขึ้นในชั้นเรียนของนักเรียนในระดับเกรด 7 ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษาเอกชน อัลอิสลาม 1 สุราการ์ตา เรื่อง ระบบนิเวศน์ ผลการวิจัย พบว่า การสอนแบบ SSCS สามารถช่วยยกระดับจิตใจความสนใจของนักเรียนในการเรียนจนกระทั่งสามารถที่จะพัฒนายกระดับผลการเรียนของนักเรียนได้เป็นอย่างดี และช่วยพัฒนายกระดับความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนในการเรียนที่เน้นไปที่ความรู้ ความสามารถและทักษะในการแก้ไขปัญหาด้วยตนเองเป็นหลัก

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS และการสอนแบบแนะให้รู้จักคิด (CGI) ส่งผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารสูงขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่าการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ร่วมกับการสอนแบบแนะให้รู้จักคิด (CGI) จะช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยมีการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 8 ห้องเรียน รวม 360 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/9 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 40 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 แผน

2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มี 2 ฉบับ คือ ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน โดยเป็นแบบอัตนัยฉบับละ 6 ข้อ ซึ่งวัดจุดประสงค์เดียวกัน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 แผน มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คำอธิบายรายวิชา มาตรฐานตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2 ศึกษาคู่มือรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

1.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS

1.4 เลือกเนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์คำอธิบายรายวิชา มาตรฐาน ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	กลยุทธ์/ ยุทธวิธี	จำนวนคาบ
1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับ	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการนับได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษา หรือ สัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับได้	- การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ - การเขียนสมการ - การสร้างตาราง	2
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโอกาสของเหตุการณ์	2. ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับโอกาสของเหตุการณ์ได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโอกาสของเหตุการณ์ได้	- การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด - การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ	2
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น	3. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นได้	- การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด - การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ	2
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็ม		1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้	- การเขียนสมการ - การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด	2

ตารางที่ 13 (ต่อ)

แผนการจัด กิจกรรม การเรียนรู้ที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	กลยุทธ์/ ยุทธวิธี	จำนวน คาบ
5. โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ ของข้อมูล		1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหา ได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือ สัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอน การแก้ปัญหของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้	- การพิจารณาข้อมูล - การแบ่งเป็นปัญหาย่อย	2
6. โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ ห.ร.ม.		1. นักเรียนสามารถแก้ปัญห ห.ร.ม. ได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือ สัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอน การแก้ปัญหของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. ได้	- การพิจารณาข้อมูล - การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไปได้ ทั้งหมด	2
		รวม		12

1.5 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้ผู้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหแบบ SSCS เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 6 แผน รวมทั้งหมด 12 คาบ คาบละ 50 นาที โดยมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา: ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นคำถามนำ เพื่อให้ผู้เรียนช่วยกันระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และแยกแยะปัญหานั้นออกเป็นประเด็นต่าง ๆ (Search: S)

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม: ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 มาวางแผนเพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหา ด้วยการเลือกใช้ยุทธวิธีหรือวิธีการในการแก้ปัญหที่เหมาะสม (Solve: S) และลงมือแก้ปัญหตามแนวคิดที่ตนเองวางไว้ โดยผู้สอนทำหน้าที่คอยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดแก้ปัญหา ผู้สอนสังเกตและพูดคุยกับผู้เรียนถึงยุทธวิธีหรือวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญห พร้อมกับทำความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสนับสนุนส่งเสริมเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ โดยอาศัยการใช้คำถามเพื่อชี้แนะผู้เรียนเป็นหลัก

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้: ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำผลการแก้ปัญหาที่ได้มาจัดกระทำให้เป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและการสื่อสารกับผู้อื่น (Create: C) จากนั้นผู้สอนสุ่มเลือกตัวแทนกลุ่มเพื่อออกมานำเสนอแลกเปลี่ยนแนวคิด ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนคำตอบของปัญหากับเพื่อนร่วมชั้นเรียน (Share: S) และในระหว่างที่ผู้เรียนนำเสนอ ผู้สอนและเพื่อนผู้เรียนใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 สรุปความรู้: ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายด้วยการใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามนำในการอภิปรายสรุป แล้วให้ผู้เรียนเขียนอนุทินเกี่ยวกับข้อสงสัยที่พบในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหา หรือความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา จากนั้นให้นำความรู้และแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้

1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อประธาน และคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และเนื้อหา รวมทั้งภาษา ที่ถูกต้อง และนำข้อเสนอที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย มาตรฐานตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ตลอดจนภาษา ที่ถูกต้อง โดยการหาค่าความเหมาะสม โดยใช้มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ ซึ่งให้คะแนน ดังนี้

ระดับที่ 5	เหมาะสมที่สุด	ได้คะแนน 5 คะแนน
ระดับที่ 4	เหมาะสม	ได้คะแนน 4 คะแนน
ระดับที่ 3	ไม่แน่ใจ	ได้คะแนน 3 คะแนน
ระดับที่ 2	ไม่เห็นด้วย	ได้คะแนน 2 คะแนน
ระดับที่ 1	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ได้คะแนน 1 คะแนน

รวมคะแนนที่ได้ทุกข้อเข้าด้วยกัน แล้วหารด้วยจำนวนข้อ จะได้ค่าเฉลี่ยของคะแนน การประเมินผลของผู้เชี่ยวชาญท่านนั้น และนำผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญมาเทียบกับเกณฑ์การประเมิน ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด และบุญส่ง นิลแก้ว, 2535, หน้า 22-25)

ค่าเฉลี่ย สรุประดับ

4.51-5.00 เหมาะสมมากที่สุด

3.51-4.50 เหมาะสมมาก

2.51-3.50 เหมาะสมปานกลาง

1.51-2.50 เหมาะสมน้อย

1.00-1.50 เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยยึดเกณฑ์การประเมิน 3.51 ขึ้นไป และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00

ซึ่งผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ

จำนวน 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 4.73 และ .45 ตามลำดับ (รายละเอียดดัง

ภาคผนวก ก) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงในส่วนของรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

1.7.1 ในหัวข้อเรื่องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 ปรับชื่อหัวข้อเรื่องเพื่อให้เข้ากับเนื้อหาในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จากเดิมชื่อเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแข่งขัน ปรับแก้ไขเป็น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูล และปรับแก้จุดประสงค์ด้านความรู้ และด้านทักษะ/ กระบวนการ จากเดิมคือ นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องการแข่งขันในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการแข่งขันได้ และนักเรียนสามารถใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแข่งขันได้ ปรับแก้ไขเป็น นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาได้ และนักเรียนสามารถใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ ตามลำดับ

1.7.2 ปรับแก้เกณฑ์กระบวนการวัดและการประเมินผลทุกแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ในด้านคุณลักษณะจากเดิม คือ นักเรียนแต่ละกลุ่มผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ปรับแก้ไขเป็นนักเรียนแต่ละกลุ่มผ่านเกณฑ์ระดับดีขึ้นไป และปรับแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์จากเดิม คือ ใช้คะแนนรวม (ฐานนิยม) ปรับแก้ไขเป็น คะแนนรวม เพื่อนำไปเทียบกับระดับเกณฑ์การประเมินที่ตั้งไว้

1.7.3 เพิ่มวิธีการเฉลยในแบบฝึกหัดและใบกิจกรรมที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้สมการ โดยเพิ่มในส่วนของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาปรับแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจพิจารณาต่อไป

1.9 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับแก้ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/8 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 40 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น ซึ่งได้ข้อมูลดังนี้

1.9.1 นักเรียนส่วนใหญ่กล้าที่จะซักถาม แสดงความคิดเห็น และตอบคำถาม สามารถปฏิบัติตามกิจกรรมได้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่วางไว้

1.9.2 ในส่วนของเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามกรอบเวลาที่กำหนดไว้

1.10 ปรับปรุงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มี 2 ฉบับ คือ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน โดยเป็นแบบอัตนัยฉบับละ 6 ข้อ ซึ่งวัดจุดประสงค์เดียวกันมีขั้นตอนการในสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษา 3 เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวนฉบับละ 6 ข้อ และถ้าพบว่าข้อใดมีค่าความยากง่าย และมีค่าอำนาจจำแนก ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ ผู้วิจัยจะทำการปรับแก้ไขแบบวัดในข้อนั้นเพื่อให้ได้คุณภาพตามเกณฑ์ ซึ่งมีตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง ดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 วิเคราะห์แบบวัดอัตนัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถ
ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	กลยุทธ์/ ยุทธวิธี	จำนวนข้อสอบ ฉบับก่อนเรียน	จำนวน ข้อสอบฉบับ หลังเรียน
1. ใช้วิธีการ ที่หลากหลายแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับ การนับได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือ สัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอน การแก้ปัญหาของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ การนับได้	- การเขียนภาพหรือ แผนภาพหรือกราฟ - การเขียนสมการ - การสร้างตาราง	1	1
2. ใช้ความรู้ทักษะ และกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ และ เทคโนโลยี ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับ โอกาสของเหตุการณ์ได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือ สัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอน การแก้ปัญหาของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ โอกาสของเหตุการณ์ได้	- การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไป ได้ทั้งหมด - การเขียนภาพหรือ แผนภาพหรือกราฟ	1	1
3. ใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ใน การสื่อสาร การสื่อ ความหมาย และ การนำเสนอได้อย่าง ถูกต้องและชัดเจน	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือ สัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอน การแก้ปัญหาของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นได้	- การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไป ได้ทั้งหมด - การเขียนภาพหรือ แผนภาพหรือกราฟ	1	1
	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับ จำนวนเต็มได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือ สัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอน การแก้ปัญหาของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ จำนวนเต็มได้	- การเขียนสมการ - การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไป ได้ทั้งหมด	1	1

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	กลยุทธ์/ ยุทธวิธี	จำนวนข้อสอบ ฉบับก่อนเรียน	จำนวน ข้อสอบฉบับ หลังเรียน
	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการแข่งขันได้	- การพิจารณาข้อมูล - การแบ่งเป็นปัญหาย่อย	1	1
	2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูลได้			
	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา ห.ร.ม. ได้	- การพิจารณาข้อมูล	1	1
	2. นักเรียนสามารถใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบายหรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. ได้	- การสร้างตาราง - การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด		
	รวม		6	6

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน จำนวนฉบับละ 6 ข้อ

2.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์วิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ตลอดจนการใช้ภาษา และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบ Rubric โดยใช้การตรวจให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ในการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้การตรวจให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) ในการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 15 และ 16

ตารางที่ 15 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
แบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)

ประเด็นการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1. การทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)	2	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา ได้ครบถ้วน สมบูรณ์
	1	ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ครบถ้วน แต่ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาครบถ้วน หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาไม่ครบถ้วน
	0	ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาสลับที่กัน
2. การวางแผนในการแก้ปัญหา (2 คะแนน)	1	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม
	0	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม หรือไม่ปรากฏร่องรอยการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
3. การดำเนินการแก้ปัญหา (2 คะแนน)	2	ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่วางไว้ได้ถูกต้อง
	1	ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่วางไว้ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	0	ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา มีเพียงข้อความที่คัดลอกจากโจทย์
4. การสรุปคำตอบ (1 คะแนน)	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์
	0	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน หรือไม่มี การสรุปคำตอบ

ตารางที่ 16 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
แบบองค์รวม (Holistic scoring)

คะแนน	เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ด้านการเขียน) ที่ปรากฏให้เห็น
2	ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์
1	ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน
0	ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้อง หรือไม่ปรากฏ ร่องรอยการใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์

2.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกันกับการตรวจหาความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบรายข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยผลการประเมินแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน จากผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แบบวัดมีค่า IOC ตั้งแต่ .6-1.00 ทั้งสองฉบับ (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) โดยผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะและปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

2.5.1 ปรับปรุงภาษาและคำที่พิมพ์ผิดในเฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น เช่น

- จากคำว่า ลงลิฟต์ ปรับแก้ไขเป็น ออกจากลิฟต์
- จากคำว่า เครื่องหมาย ปรับแก้ไขเป็น สัญลักษณ์

2.5.2 ปรับเฉลยในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในข้อที่ 5 ตามที่ผู้เชี่ยวชาญแนะนำ

2.5.3 ปรับเพิ่มวิธีการเฉลยในแบบวัดทั้งสองฉบับ ในส่วนของข้อที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้สมการ โดยทำการเพิ่มในส่วนของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2.6 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว เสนอต่อที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง

2.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองฉบับ ที่ปรับปรุง แก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/ 8 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิม จังหวัดชลบุรี จำนวน 40 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการทดลองก่อนเรียน 2 คาบ และใช้เวลาในการทดลองหลังเรียน 2 คาบ

2.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองฉบับ มาตรวจเพื่อวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ซึ่งได้ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดฉบับก่อนเรียน อยู่ระหว่าง .52-.60 และ .30-.44 ตามลำดับ และได้ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดฉบับหลังเรียน อยู่ระหว่าง .42-.60 และ .38-.63 ตามลำดับ

2.9 นำแบบวัดมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดแบบอัตนัยโดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของ Cronbach (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161) ได้ค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน เท่ากับ .84 และ .86 ตามลำดับ

2.10 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

การดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้รูปแบบการทดลองแบบกลุ่มเดียว สอบก่อน-สอบหลัง (One-group pretest-posttest design) (วิญญา วิศาลาภรณ์, 2540, หน้า 177) ซึ่งมีรูปแบบ ดังนี้

ทดสอบก่อนเรียน	การทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
O_1	X	O_2

เมื่อ X คือ การจัดกระทำ (Treatment) ที่ให้แก่ตัวแปรอิสระในการทดลอง

O_1 คือ การทดสอบก่อนเรียน (pretest)

O_2 คือ การทดสอบหลังเรียน (posttest)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/9 เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ก่อนการดำเนินการทดลองด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แล้วบันทึกคะแนนผลการทดสอบเป็นคะแนนก่อนเรียน โดยใช้เวลาในการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จำนวน 2 คาบ

2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เวลาในการสอนจำนวน 12 คาบ

3. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบตามแผนเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยทำการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์หลังเรียน จำนวน 2 คาบ แล้วบันทึกผลการทดสอบเป็นคะแนน

หลังเรียน ซึ่งใช้เกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ผลและแปลผลข้อมูลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติ *t*-test for dependent sample

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t*-test for one sample

1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติ *t*-test for dependent sample

1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t*-test for one sample

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์

การประเมินความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอ
ในรูปความเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555,
หน้า 33)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555,
หน้า 50)

$$s = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ s แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละตัว

$(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการทำวิจัย

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์
อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อมูลกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณา
 ของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 วิเคราะห์หาความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
 และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตโนมัติ
 โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$p = \frac{s_h + s_l - (n_i)(X_{\min})}{n_i(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
 S_h แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวน
 นักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มสูง
 S_l แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวน
 นักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มต่ำ
 n_i แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
 X_{\max} แทน คะแนนสูงสุด
 X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุด

2.3 วิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
 และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตโนมัติ
 โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$r = \frac{s_h - s_l}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
 S_h แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวน
 นักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มสูง
 S_l แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวน
 นักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มต่ำ
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

X_{max} แทน คะแนนสูงสุด

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุด

2.4 วิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_i^2} \right]$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนของแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

$\sum_{i=1}^k S_i^2$ แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สูตร t -test for one sample ดังนี้ (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -Distribution

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.2 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS โดยใช้สูตร t -test (Dependent Sample) ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 112)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{(n-1)}}}$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่จะใช้เปรียบเทียบค่าวิกฤต เพื่อทราบความมีนัยสำคัญ

D แทน ค่าผลต่างระหว่างคู่คะแนน

n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างหรือจำนวนคู่คะแนน

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีการนำเสนอผลการวิจัยเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อเสนอผลการวิจัย ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
p	แทน	ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างบูรณาการแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ในการศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยนำคะแนนรวมที่ได้จากการตรวจแบบวัดมาเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS โดยใช้สถิติ *t*-test for dependent sample ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดัง ตารางที่ 17

ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างบูรณาการแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ก่อนเรียน	40	36	10.43	3.38	39.307*	.000
หลังเรียน	40	36	29.98	2.97		

**p* < .05

จากตารางที่ 17 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างบูรณาการแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 10.43 และ 29.98 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งจากการทดสอบสมมติฐานพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างบูรณาการแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

นอกจากการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในภาพรวมดังกล่าวแล้ว ผู้วิจัยได้ศึกษาและเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกออกเป็น 4 ชั้น ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ ชั้นทำความเข้าใจปัญหา ชั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา และชั้นสรุปคำตอบ ของผู้เรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งได้ผลการศึกษา ดังนี้

ชั้นที่ 1 ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในชั้นทำความเข้าใจปัญหาได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดง ดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในชั้นทำความเข้าใจปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ความสามารถ						
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ในชั้นทำความเข้าใจปัญหา						
ก่อนเรียน	40	12	8.50	2.52	5.994*	.000
หลังเรียน	40	12	10.98	1.17		

* $p < .05$

จากตารางที่ 18 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นทำความเข้าใจปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 8.50 และ 10.98 คะแนนตามลำดับ ซึ่งจากการทดสอบสมมติฐานพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นทำความเข้าใจปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขั้นที่ 2 ชั้นวางแผนในการแก้ปัญหา
 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในชั้นวางแผน
 ในการแก้ปัญหา ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในชั้นวางแผน
 ในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ความสามารถ						
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ในชั้นทำความเข้าใจปัญหา						
ก่อนเรียน	40	6	0.20	0.52	31.923 *	.000
หลังเรียน	40	6	4.85	0.86		

* $p < .05$

จากตารางที่ 19 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 ในชั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอน
 แนะนำให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 0.20 และ 4.85 คะแนน
 ตามลำดับ ซึ่งจากการทดสอบสมมติฐานพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถ
 ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นวางแผนในการแก้ปัญหาลงเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขั้นที่ 3 ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา
 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในชั้นดำเนินการ
 แก้ปัญหา ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ความสามารถ						
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหา						
ก่อนเรียน	40	12	0.90	1.19	38.403 *	.000
หลังเรียน	40	12	9.38	1.39		

* $p < .05$

จากตารางที่ 20 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 0.90 และ 9.38 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งจากการทดสอบสมมติฐานพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหาลงเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปคำตอบ

การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นสรุปคำตอบ ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นสรุปคำตอบ ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ความสามารถ						
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ในขั้นสรุปคำตอบ						
ก่อนเรียน	40	6	0.83	0.87	26.038*	.000
หลังเรียน	40	6	4.78	0.77		

* $p < .05$

จากตารางที่ 21 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นสรุปคำตอบ ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 0.83 และ 4.78 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งจากการทดสอบสมมติฐานพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นสรุปคำตอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ในการศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และทำการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t*-test for one samples ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 22

ตารางที่ 22 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
หลังเรียน	40	36	25.2	29.98	2.97	10.184*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 22 พบว่า ผู้เรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 29.98 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 82.50) ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยในข้อที่ 2

นอกจากนี้ เมื่อทำการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบวัดของผู้เรียน ผู้วิจัยสามารถจำแนกผู้เรียนออกเป็น 4 ชั้น ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

ชั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำคะแนนมาวิเคราะห์ผล ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 23

ตารางที่ 23 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นการทำความเข้าใจปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ชั้นการทำความเข้าใจปัญหา	40	12	8.4	10.98	1.17	13.973*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 23 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นการทำ ความเข้าใจปัญหาของผู้เรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 10.98 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 91.46) ซึ่งสูงกว่า เกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ ในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา ผู้วิจัยได้แบ่งระดับเกณฑ์การให้คะแนน เป็น 3 กลุ่ม โดยมีตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการวิจัย คือ “ในกระเป๋าลูกแก้วมีเหรียญอยู่ 3 ชนิด คือ เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท และเมื่อนับเหรียญในกระเป๋าดูปรากฏว่า มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และมีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาท อยู่ 3 เหรียญ ถ้าในกระเป๋านี้มีเงินรวมกันอยู่ทั้งสิ้น 151 บาท จงหาว่าในกระเป๋าลูกแก้ว มีเหรียญแต่ละชนิดอย่างละกี่เหรียญ” พบว่า คำตอบของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ ไม่เขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และไม่เขียนระบุสิ่งที่ โจทย์ต้องการให้หา หรือเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาสลับที่กัน จากการตรวจแบบวัดไม่พบผู้เรียนที่ได้ 0 คะแนน

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ เขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ครบถ้วน แต่ไม่ระบุสิ่งที่ โจทย์ต้องการให้หา หรือไม่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาครบถ้วน หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาไม่ครบถ้วน โดยมีลักษณะตัวอย่าง คำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 6

โจทย์ต้องการหาอะไร

ในกระเป๋าลูกแก้วมีเหรียญแต่ละชนิดอย่างละกี่เหรียญ

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

ลูกแก้วมีเงินรวม 3 ร้อย คือ 1 บาท 5 บาท 10 บาท มีเหรียญ 5 บาท น้อยกว่าเหรียญ 1 บาท อยู่ 5 เหรียญ มีเหรียญ 5 บาท มากกว่าเหรียญสิบ อยู่ 3 บาท

ภาพที่ 6 ตัวอย่างการตอบคำถามในชั้นการทำความเข้าใจปัญหาของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพที่ 6 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียนในส่วนของข้อความ โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้างนั้น ผู้เรียนเขียนข้อความที่โจทย์กำหนดให้ขาดหายไปบางส่วน กล่าวคือ ผู้เรียนเขียนตอบว่า ลูกแก้วมีเหรียญ 3 ชนิด คือ 1 บาท 5 บาท 10 บาท มีเหรียญ 5 บาท

น้อยกว่าเหรียญ 1 บาท อยู่ 5 เหรียญ และมีเหรียญ 5 บาทมากกว่าเหรียญสิบอยู่ 3 เหรียญ ซึ่งข้อมูล
ที่ผู้เรียนเขียนขาดหายไป คือ ในกระเป๋าใบนี้มีเงินรวมกันอยู่ทั้งสิ้น 151 บาท

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือ เขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
ให้หาได้ครบถ้วน สมบูรณ์ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 7

โจทย์ต้องการหาอะไร
จำนวนในกระเป๋าคือลูกแก้วสีเขียวและสีแดงจำนวนเท่าไร

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาบ้าง
ลูกแก้วสีเขียวมี 3 ลูก สีแดง 1 บาท เขียว 5 บาท และเขียว 10 บาท
เงินในกระเป๋าสีเขียว 6 บาท สีแดง 1 บาท สี 5 เขียวและเขียว 5 บาท
มากกว่าเขียวกว่า 10 บาท สี 3 เขียว กระเป๋าใบนี้มีเงินรวมกันอยู่ 151 บาท

ภาพที่ 7 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 2 คะแนน

จากภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่า ผู้เรียนสามารถเขียนข้อความตอบ ข้อคำถามจากโจทย์
ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ ทั้งในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

ขั้นที่ 2 การวางแผนในการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
ฉบับหลังเรียน ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำคะแนนมาวิเคราะห์ผล ซึ่งผล
การวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 24

ตารางที่ 24 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	n	คะแนน เต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	s	t	p
ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา	40	6	4.2	4.85	0.86	4.759*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 24 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นการวางแผน ในการแก้ปัญหาของผู้เรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 4.85 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 80.83) ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ ในชั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยได้แบ่งระดับเกณฑ์การให้คะแนน เป็น 2 กลุ่ม โดยมีตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการวิจัย คือ “สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 14 นิ้ว มีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 1 นิ้ว สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีพื้นที่เท่าใด” พบว่า คำตอบของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมหรือไม่ปรากฏร่องรอยการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 8

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

1. ไม่เกี่ยวข้อง.

ภาพที่ 8 ตัวอย่างการตอบคำถามในชั้นการวางแผนในการแก้ปัญหของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 0 คะแนน

จากภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนเขียนระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ การเปรียบเทียบ แต่เป็นยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมกับปัญหาและไม่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบของปัญหานั้นได้ ซึ่งยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาในข้อนี้ ควรเป็นยุทธวิธีการเขียนสมการ หรือยุทธวิธีการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรือยุทธวิธีการสร้างตาราง

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยยุทธวิธีนั้นสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบของปัญหานั้นได้ ซึ่งมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 9

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

สมการ

ภาพที่ 9 ตัวอย่างการตอบคำถามในชั้นการวางแผนในการแก้ปัญหของผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนสามารถเขียนระบุ ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนเขียนระบุไว้ คือ การเขียน สมการ ซึ่งเป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำคะแนนมาวิเคราะห์ผล การวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 25

ตารางที่ 25 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ขั้นการดำเนินการในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสามารถในการแก้ปัญหากทาง คณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนน เต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา	40	12	8.4	9.38	1.39	4.436*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 25 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหากทางคณิตศาสตร์ขั้นการดำเนินการ ในการแก้ปัญหากของผู้เรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหากแบบ SSCS เท่ากับ 9.38 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 78.13) ซึ่งสูงกว่า เกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ ในขั้นการดำเนินการในการแก้ปัญหาก ผู้วิจัยได้แบ่งระดับเกณฑ์การให้คะแนน เป็น 3 กลุ่ม โดยมีตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการวิจัย คือ “ในกระเป๋าลูกแก้วมีเหรียญอยู่ 3 ชนิด คือ เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท และเมื่อนับเหรียญในกระเป๋าดูปรากฏว่า มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และมีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาท อยู่ 3 เหรียญ ถ้าในกระเป๋านี้มีเงินรวมกันอยู่ทั้งสิ้น 151 บาท จงหาว่าในกระเป๋าลูกแก้ว มีเหรียญแต่ละชนิดอย่างละกี่เหรียญ” พบว่า คำตอบของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ร่องรอย
การดำเนินการแก้ปัญหา มีเพียงข้อความที่คัดลอกจาก โจทย์ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจาก โจทย์
ดังภาพที่ 10

เลขโดด 5 < เลขโดด 1 บาท = 5
เลขโดด 5 > เลขโดด 10 บาท = 3
ผู้เรียนรวม 151 คน มีเลขโดด 117 คน และเลขโดด 34

ภาพที่ 10 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 0 คะแนน

จากภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนไม่มีการเขียน
แสดงกระบวนการดำเนินการแก้ปัญหาใด ๆ เลย มีเพียงแค่ข้อความที่คัดลอกมาจาก โจทย์
ที่กำหนดให้เท่านั้น

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ สามารถดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่วางไว้ได้อย่าง
ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจาก โจทย์ ดังภาพที่ 11

* เลขโดด 5 บาท มีค่า 5 บาท 5 บาท 5 บาท
* เลขโดด 5 บาท มีค่า 10 บาท 5 บาท 5 บาท

เลขโดด 3 บาท	เลขโดด 5 บาท	เลขโดด 10 บาท	รวมจำนวนเงิน 151 บาท
41	26	33	100
...
51	41	43	130
...
61	56	53	

ภาพที่ 11 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหาของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพที่ 11 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนเลือกใช้ยุทธวิธี
การแก้ปัญหาโดยการเขียนตาราง ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหาผู้เรียนได้เขียนระบุเงื่อนไขของ โจทย์
ไว้เหนือตาราง คือ มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และมีเหรียญห้าบาท
มากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ จากนั้นผู้เรียนจึงสร้างตาราง โดยกำหนดหัวตารางเป็นเหรียญ
แต่ละชนิดและผลรวมของจำนวนเงิน ซึ่งผู้เรียนเริ่มดำเนินการแก้ปัญหาโดยใส่จำนวนเหรียญ
ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของ โจทย์ที่กำหนด แต่จากการแก้ปัญหาดังกล่าวจะพบว่า ผู้เรียน

ตารางที่ 26 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 ขั้นการสรุปคำตอบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	n	คะแนน เต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	s	t	p
ขั้นการสรุปคำตอบ	40	6	4.2	4.78	0.77	4.738*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 26 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นการสรุปคำตอบ
 ของผู้เรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการสอน
 การแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 4.78 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 79.58) ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ ในขั้นการสรุปคำตอบ ผู้วิจัยได้แบ่งระดับเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 2 กลุ่ม
 โดยมีตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการวิจัย คือ “ในการแข่งขันฟุตบอลของโรงเรียนมัธยม 5 แห่ง คือ
 โรงเรียนเก่งกล้า โรงเรียนชาญชัย โรงเรียนรณยุทธย์ โรงเรียนประสิทธิ์เวช และ โรงเรียนมีชัย
 การแข่งขันเป็นแบบพบกันหมดซึ่งได้ผลการแข่งขันเป็นดังนี้ โรงเรียนเก่งกล้าชนะ 2 แพ้ 2
 โรงเรียนชาญชัยชนะ 0 แพ้ 4 โรงเรียนรณยุทธย์ชนะ 1 แพ้ 3 โรงเรียนประสิทธิ์เวชชนะ 4 แพ้ 0
 จงหาผลการแข่งขันของโรงเรียนมีชัย” พบว่า คำตอบของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ เขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
 หรือ ไม่มีการสรุปคำตอบ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 13

ผลการแข่งขันของโรงเรียนมีชัย คือ ชนะ 2 แพ้ 2

ภาพที่ 13 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการสรุปคำตอบของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 0 คะแนน

จากภาพที่ 13 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนเขียนสรุปคำตอบ
 ไม่ถูกต้องซึ่งที่ถูกต้อง ควรสรุปว่า ผลการแข่งขันของโรงเรียนมีชัย คือ ชนะ 3 แพ้ 1

ผู้เรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ สามารถเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์
 โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 14

ภาพที่ 14 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการสรุปคำตอบของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 1 คะแนน

ภาพที่ 14 ตัวอย่างการตอบคำถามในขั้นการสรุปคำตอบของผู้เรียน กลุ่มที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพที่ 14 จะเห็นลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนสามารถเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ตามที่โจทย์ต้องการ

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ในการศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยนำคะแนนรวมที่ได้จากการตรวจแบบวัดมาเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS โดยใช้สถิติ t -test for dependent sample ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 27

ตารางที่ 27 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ความสามารถในการสื่อสาร ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์	n	คะแนนเต็ม	\bar{X}	s	t	p
ก่อนเรียน	40	12	5.20	1.29	18.707*	.000
หลังเรียน	40	12	10.03	1.21		

* $p < .05$

จากตารางที่ 27 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 5.20 และ 10.03 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งจากการทดสอบสมมติฐานพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ในการศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และทำการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t*-test for one samples ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 28

ตารางที่ 28 การเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสามารถในการสื่อสาร ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์	<i>n</i>	คะแนน เต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
หลังเรียน	40	12	8.4	10.03	1.21	8.503 *	.000

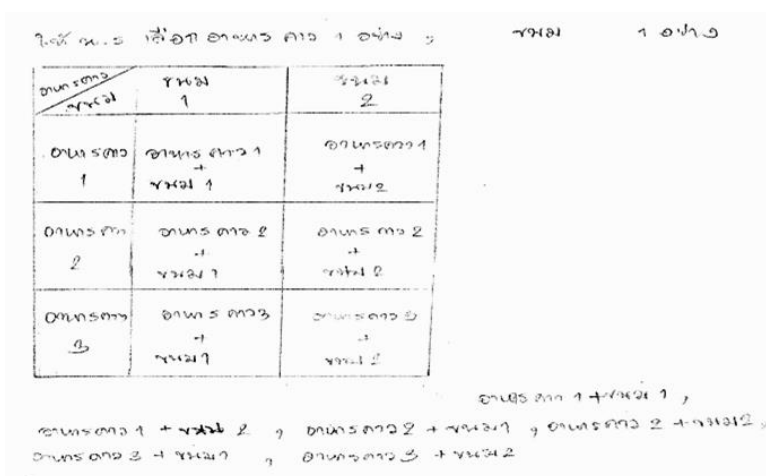
**p* < .05

จากตารางที่ 28 พบว่า ผู้เรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับ

การสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เท่ากับ 10.03 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 83.54) ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยในข้อที่ 4

นอกจากนี้ ในรายละเอียดของความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการทำ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งผู้เรียนเป็น 3 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมิน ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ โดยมีตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการวิจัย คือ “โรงเรียนพนัสพิทยาคารจัดอาหารกลางวัน โดยให้นักเรียนเลือกอาหารคาวได้หนึ่งอย่างและเลือก ขนมได้อีกหนึ่งอย่าง ถ้าโรงเรียนจัดอาหารคาวไว้ 3 อย่าง และจัดขนมไว้ 2 อย่าง นักเรียนจะสามารถเลือกอาหารกลางวันได้กี่วิธี และได้แก่อาหารแบบใดบ้าง” พบว่า คำตอบของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

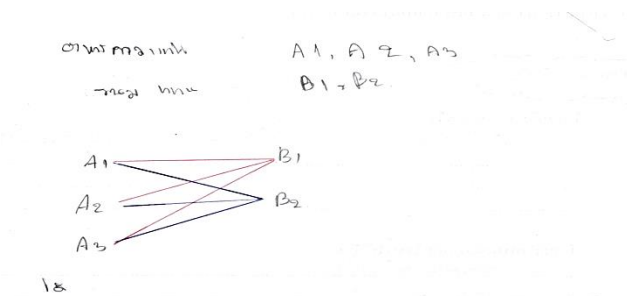
กลุ่มที่ 1 ผู้เรียนที่ได้ 0 คะแนน คือ ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้อง หรือไม่ปรากฏร่องรอยการใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 15



ภาพที่ 15 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน กลุ่มที่ 1 ผู้เรียนที่ได้ 0 คะแนน

จากภาพที่ 15 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนใช้สัญลักษณ์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้อง ซึ่งเห็นได้จากในตารางที่ผู้เรียนเขียนว่า อาหารคาว 1 + ขนม 1 ซึ่งการใช้เครื่องหมาย (+) ควรใช้ในการคิดคำนวณเท่านั้น ซึ่งในการเขียนที่ถูกต้องผู้เรียน ควรเขียนว่า อาหารคาวชนิดที่ 1 และขนมชนิดที่ 1

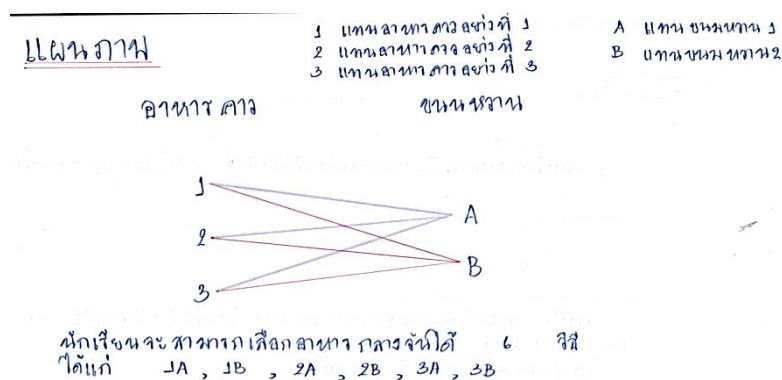
กลุ่มที่ 2 ผู้เรียนที่ได้ 1 คะแนน คือ ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 16



ภาพที่ 16 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน กลุ่มที่ 2 ผู้เรียนที่ได้ 1 คะแนน

จากภาพที่ 16 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนกำหนดสัญลักษณ์ แทนอาหารคาวและขนม คือ กำหนดให้ A1, A2 และ A3 แทน อาหารคาวทั้ง 3 ชนิด และกำหนด B1 และ B2 แทน ขนมทั้ง 2 ชนิด แต่ในส่วนของการโยงแผนภาพนั้นผู้เรียนได้ไม่ได้กำหนด หัวเรื่องด้านบนในแต่ละฝั่ง คือ ควรกำหนดเป็นฝั่งของอาหารคาว และฝั่งของขนมโดยเขียนกำกับไว้ที่ด้านบนของแต่ละฝั่ง เพื่อให้การสื่อสารมีความชัดเจนยิ่งขึ้น

กลุ่มที่ 3 ผู้เรียนที่ได้ 2 คะแนน คือ ผู้เรียนที่ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังภาพที่ 17



ภาพที่ 17 ตัวอย่างความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน กลุ่มที่ 3 ผู้เรียนที่ได้ 2 คะแนน

จากภาพที่ 17 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบของผู้เรียน คือ ผู้เรียนกำหนดสัญลักษณ์ แทนอาหารคาวและขนมไว้อย่างชัดเจน นอกจากนั้นผู้เรียนยังได้เขียนหัวของแต่ละฝั่งไว้ ซึ่งทำให้มองเห็นภาพได้อย่างชัดเจนว่าฝั่งใดเป็นอาหารคาวและฝั่งใดเป็นขนม ทำให้การสื่อสาร มีความชัดเจน และครบถ้วนสมบูรณ์

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70 3) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS และ 4) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 8 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 360 คน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/9 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.73 และ .45 ตามลำดับ 2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับก่อนเรียนมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .52-.60 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .30-.44 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .84 3) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ฉบับหลังเรียนมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .42-.60 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .38-.63 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .86 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) การทดสอบ t -test for dependent sample และการทดสอบ t -test for one samples

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากผลการวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS และมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งกระบวนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นกระบวนการสอนที่เน้นการทำความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องและเหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละบุคคล โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและเื้ออำนวยการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่คำถามเพื่อการแก้ปัญหา เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้

ผ่านการแก้ปัญหา (เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร, 2552-2553, หน้า 2) และประกอบกับการสอน การแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ด้วยการให้ผู้เรียนวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งแนวทางในการหาคำตอบที่รัดกุม และเป็นระบบด้วยตนเอง โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติ เฝ้ายกกับสถานการณ์ปัญหาและแก้ปัญหาคด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ หรือสนับสนุนเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือในทุกๆ ขั้นตอนของการแก้ปัญหา (Pizzini et al., 1989, pp. 528-529; Chin, 1997, pp. 9-10) จึงทำให้ผลการวิจัยเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 และข้อที่ 2

นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้ และขั้นที่ 4 สรุปความรู้ พบว่า ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอปัญหา และใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นคำถามนำ เพื่อให้ผู้เรียนช่วยกันระดมสมอง ค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และแยกแยะปัญหานั้นออกเป็นประเด็นต่าง ๆ (Search: S) ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนเคยเห็นโจทย์ในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ โจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด โจทย์ถามหาสิ่งใด และข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการดำเนินการแก้ปัญหาหรือไม่ หรือต้องค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม ซึ่งการใช้คำถามดังกล่าวจะกระตุ้นให้ผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจประเด็นต่าง ๆ ของปัญหา และใช้เป็นแนวทางในการวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 48) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหานั้นต้องเน้นที่การวิเคราะห์ข้อมูล ในปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งการวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้ผู้เรียนเห็นแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเผชิญกับสถานการณ์ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา และใช้เวลาอยู่กับการดำเนินการแก้ปัญหาคด้วยตนเอง โดยการนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 1 มาวางแผนเพื่อหาแนวคิดในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ด้วยการเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และดำเนินการแก้ปัญหาคตามแนวคิดที่วางไว้ (Solve: S) โดยมีผู้สอนคอยชี้แนะและสนับสนุนส่งเสริมให้ผู้เรียนเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับข้อมูลที่พบในสถานการณ์ปัญหา ด้วยคำถาม เช่น นักเรียนคิดว่าเราสามารถใช่ความรู้เรื่องใดในการแก้สถานการณ์ปัญหานี้ได้บ้าง นักเรียนคิดว่าควรใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคใดในการแก้ปัญหานี้ การแก้ปัญหาคตามยุทธวิธีการแก้ปัญหาคดังกล่าวต้องเริ่มดำเนินการแก้ปัญหาคอย่างไร นอกจากยุทธวิธีแก้ปัญหาคที่นักเรียน

เลือกใช้แล้ว นักเรียนคิดว่ามียุทธวิธีแก้ปัญห่อื่นที่ง่ายและรวดเร็วกว่ายุทธวิธีแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนเลือกใช้หรือไม่ ในการดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวต้องเริ่มจากสิ่งใด เหมือนหรือแตกต่างจากยุทธวิธีแก้ปัญหาคเดิมที่นักเรียนเลือกใช้อย่างไร ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎี ทิพย์คง (2536, หน้า 157-159) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรให้อิสระในการคิดแก่ผู้เรียน และกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดว่า จะใช้ทักษะและหลักการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ และสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดวิธีการแก้ปัญห โดยวิธีการของผู้เรียนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องสอดคล้องกับทฤษฎีการประมวลผลข้อมูลที่ ใช้ในการแก้ปัญหของ Sternberg (1986, pp. 41-78) ที่ผู้แก้ปัญหจะต้องพยายามเชื่อมโยงความรู้ เดิมที่มีอยู่ และข้อมูลกับผู้แก้ปัญหารับมาใหม่ นำมาใช้ในการวางแผนแก้ปัญหโดยการบูรณาการ ข้อมูลเดิมและข้อมูลใหม่เข้าด้วยกัน และจัดองค์ประกอบใหม่ให้สอดคล้องกับสภาพการณ์ของ ปัญหานั้น ๆ นอกจากนี้ ยังสอดคล้องกับระบบการสอนของกานเย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2549, หน้า 15-16) ที่สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรสนับสนุนให้ผู้เรียนมีการถ่ายโยงการเรียนรู้ โดยการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ และคอยช่วยเหลือผู้เรียนด้วยการชี้แนะ หรือการใช้คำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนระลึกถึงสิ่งที่เรียนมา สอดคล้องกับคำกล่าวของวิชัย วงษ์ใหญ่ (2543, หน้า 3) ที่กล่าวว่า การจัดกระบวนการเรียนรู้ผู้สอนควรกระตุ้นความรู้เดิมของผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้รับข้อมูลใหม่โดยการแสวงหารวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ได้ศึกษา วิเคราะห์ ทำความเข้าใจโดยใช้ทักษะกระบวนการต่าง ๆ และให้ผู้เรียนสรุปความรู้ที่ได้ด้วยตนเอง และแสดงออกถึงสิ่งที่ค้นพบด้วยวิธีการต่าง ๆ

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำผลการแก้ปัญหามาได้จากขั้นที่ 2 มาเขียน ให้เป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหมาให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเข้าใจ (Create: C) โดยผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นผู้เรียนให้เขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำตอบ ของปัญหา เพื่อออกมาแนะนำเสนอและอภิปรายแลกเปลี่ยนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน ตัวอย่างคำถาม ที่ผู้สอนใช้ในชั้นเรียน เช่น นักเรียนสามารถเขียนลำดับขั้นตอนในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาค และคำตอบของปัญหาได้อย่างไร ให้มีความชัดเจน และสามารถสื่อความหมายได้ครบถ้วนสมบูรณ์ สถานการณ์ปัญหา มีประเด็นที่สำคัญใดบ้างที่เพื่อนผู้เรียนต้องทราบ เพื่อใช้ในการดำเนินการแก้ สถานการณ์ปัญหานี้ สอดคล้องกับเวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร (2555, หน้า 69) ที่กล่าวว่า ผู้สอน ควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียน ได้มีโอกาสแสดงความคิดของตนเอง และมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดของตนกับเพื่อน และกับผู้สอน ซึ่งการนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียนจะทำให้เกิดอภิปรายซักถามแลกเปลี่ยนเรียนรู้ แนวคิดการแก้ปัญหาค และเกิดการตรวจสอบแนวคิดการแก้ปัญหาร่วมกันอย่างอิสระ โดยผู้สอน ใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนให้แสดงแนวคิดของตนเองออกมา ตัวอย่างคำถามที่ใช้ในชั้นเรียน เช่น

เหตุใดจึงเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหานี้ มียุทธวิธีการแก้ปัญห่อื่นอีกหรือไม่ ยุทธวิธีการแก้ปัญหาก็กลุ่มของนักเรียนเลือกใช้เหมาะสมกว่ายุทธวิธีการแก้ปัญห่อื่นอย่างไร การสรุปคำตอบถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ ถ้าไม่ครบถ้วนสมบูรณ์คำตอบนั้นขาดหายไปประเด็นในเรื่องใด ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 47) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาก็มีกรรมถึงการวิเคราะห์หรืออภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ และวิธีการที่ใช้ว่าถูกต้องเหมาะสม หรือมีประสิทธิภาพเพียงใด สอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2559, หน้า 1-15) ที่กล่าวว่า การอภิปรายร่วมกันในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกัน ทำให้ผู้เรียนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์ ได้ทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟัง ตลอดจนทักษะการคิด ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

ขั้นที่ 4 สรุปความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนร่วมกันสรุปถึงยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาวามียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถนำมาดำเนินการแก้ปัญหาคำได้ และยุทธวิธีการแก้ปัญหาคำเป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาคำที่เหมาะสมที่สุด โดยผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน เช่น จากปัญหาคำกล่าวเราใช้ยุทธวิธีใดบ้างในการแก้ปัญหาคำ, ในแต่ละยุทธวิธีการแก้ปัญหาคำที่เลือกใช้มีข้อจำกัดในการดำเนินการแก้ปัญหาคำบ้างหรือไม่, สำหรับปัญหาคำในข้อนี้ นักเรียนควรใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาคำจึงจะเหมาะสมที่สุด ซึ่งจะกระตุ้นให้ผู้เรียนร่วมกันคิดวิเคราะห์และพิจารณาถึงความสมเหตุสมผล ความเหมาะสม ข้อดีและข้อด้อยของยุทธวิธีการแก้ปัญหาคำนั้น ๆ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีกระบวนการคิดที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 48) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหาคำในประเด็นต่าง ๆ เช่น ความเหมาะสมและประสิทธิภาพของวิธีหรือกระบวนการแก้ปัญหาคำที่ผู้เรียนเลือกใช้ ความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือคำตอบที่ได้ ความสอดคล้องระหว่างการแก้ปัญหาคำกับเงื่อนไขของปัญหา การประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหาคำจะช่วยให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคำของตนเอง ซึ่งจะเป็นบทเรียนสำหรับการแก้ปัญหาคำในอนาคต

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาคำแบบ SSCS นั้น สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคำทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อย่างชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของสุธารัตน์ สมรรถการ (2556) ที่ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาคำและความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคำทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับภัทรอร อริยชนพงศ์ (2558) ที่ทำการวิจัยผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักสูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังพบว่างานวิจัยของ Pizzini et al. (1989, pp. 325-532) ที่ได้ทดลองสอนวิชาวิทยาศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SCSS ที่ช่วยส่งเสริมทักษะการคิดเพื่อแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการแก้ปัญหา จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้านความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ได้ดีขึ้นมีทักษะในการคิดและการตั้งคำถาม และเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้มีการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสันนิสา สมัยอยู่ (2554) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ SSCS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 และข้อที่ 4 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้ และขั้นที่ 4 สรุปความรู้ พบว่า ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา และขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม ผู้เรียนได้รับการพัฒนาด้านการเขียนด้วยการฝึกเขียนวิเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยเขียนแยกออกเป็นประเด็นต่าง ๆ ตามที่โจทย์ถาม และนำข้อมูลที่ได้อ่านเขียนแสดงขั้นตอนวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา และคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งในระยะแรกผู้วิจัยพบว่าผู้เรียนไม่สามารถเขียนขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนได้ แต่เมื่อได้รับการฝึกจากการทำใบกิจกรรมกลุ่มและแบบฝึกหัดรายบุคคล พบว่าในระยะหลังผู้เรียนสามารถเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนมากขึ้น นอกจากนี้

ในขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้ ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนาการเขียนด้วยการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่กลุ่มตนเองเลือกมาใช้ มาจัดกระทำโดยเขียนให้เป็นภาษาที่ง่ายต่อการนำเสนอและง่ายต่อการทำความเข้าใจของเพื่อนร่วมชั้นเรียน จึงทำให้ผู้เรียนเกิดการคิดทบทวนไตร่ตรอง ถึงความสมเหตุสมผลของขั้นตอนการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหานั้น สอดคล้องกับอัมพร ม้าคอง (2547, หน้า 102-103) ที่กล่าวว่า การให้ผู้เรียนสื่อสารโดยการเขียนเป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่านผู้เรียนจะต้องใช้ความระมัดระวังมากกว่าการพูดจึงต้องมีการทบทวนไตร่ตรอง ให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเองต้องการ นอกจากนี้การให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม และมีสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เช่น ใบกิจกรรมกลุ่ม และแบบฝึกหัดรายบุคคล จึงทำให้ผู้เรียน ได้สื่อสารและอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน โดยใช้ทักษะการพูดและการเขียน ซึ่งกระบวนการดังกล่าวจะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกกระบวนการเขียนเรียบเรียงโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นผู้เรียนจะนำยุทธวิธีหรือแนวคิดการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหาที่ผ่านการพิจารณาไตร่ตรองและเขียนเรียบเรียง โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เสนอต่อเพื่อนร่วมชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้เกิดการอภิปรายซักถามและแสดงความคิดเห็นระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนอย่างอิสระ ทำให้เกิดการแบ่งปันความรู้และช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในในยุทธวิธีการแก้ปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น สอดคล้องกับมัมมี และ Mumme and Shepherd (1993, pp. 7-9) ที่ว่า การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นของผู้เรียนสามารถพัฒนาภาษาคณิตศาสตร์และความเข้าใจในกฎและนิยามมากขึ้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับฉวีวรรณ แก้วไทรชะ และสุพจน์ ไชยสังข์ (2557, หน้า 17) ที่กล่าวว่า ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนาการสื่อสารให้ดีขึ้น โดยการอธิบายการใช้คำพูด สัญลักษณ์และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม สอดคล้องกับโรเวน และ Rowan and Morrow (1993, pp. 9-11) ที่กล่าวไว้ในประเด็นที่ 4 ความว่า การให้โอกาสผู้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวความคิด จะทำให้ผู้เรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้อง สสวท. (2555 ข, หน้า 153) ที่ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่ทำให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหา ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำเสนอยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหของตน จะทำให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียนและมีทักษะในการสื่อสาร และในขั้นที่ 4 สรุปความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนร่วมกันพูดอภิปรายสรุปเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน เช่น จากปัญหาดังกล่าวเราใช้ยุทธวิธีใดบ้างในการแก้ปัญหา ในแต่ละยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกใช้ มีข้อจำกัดในการดำเนินการแก้ปัญหาบ้างหรือไม่ สำหรับปัญหาในข้อนี้ นักเรียนควรใช้ยุทธวิธีใด

ในการแก้ปัญหาจึงจะเหมาะสมที่สุด ซึ่งสอดคล้อง สสวท. (2555 ข, หน้า 153) ที่ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพจะทำให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา สามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้น จากนั้นผู้เรียนนำแนวทางการแก้ปัญหาหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ผ่านการอภิปรายร่วมมาเขียนเป็นอนุทินสรุปความรู้อีกครั้งหนึ่ง โดยเขียนตามประเด็นที่ผู้สอนกำหนดเป็นแนวทางให้กับผู้เรียน ดังนี้ ข้อสงสัยที่ผู้เรียนพบในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหา หรือความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับเวทฤทธิ อังกะระภัทรขจร (2555, หน้า 101) ที่กล่าวว่า การสรุปบทเรียนเป็นสิ่งสำคัญและเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากการเขียนอนุทินเป็นการสรุปสาระสำคัญของสิ่งที่สอนมาทั้งหมด และเป็นการสื่อสารสิ่งที่ผู้เรียนเข้าใจออกมา ซึ่งกระบวนการดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการเขียน เนื่องจากผู้เรียนจะต้องกลั่นกรองเอาสาระสำคัญของเรื่องนั้น ๆ แล้วเขียนสรุปออกมาด้วยภาษาที่ตนเองเข้าใจ และสามารถสื่อสารกับผู้อื่นได้ ด้วยเหตุนี้ จึงทำให้ผู้เรียนมีความชำนาญและเกิดทักษะด้านการเขียนเพิ่มมากขึ้น

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS นั้น สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสันนิสา สมัยอยู่ (2554) ได้ทำการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง การพูด การอ่าน การเขียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับ Kusmawan (2005, pp. 1-5) ได้ศึกษาคุณค่าของการปฏิบัติการทางวิทยาศาสตร์ผ่านการเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อม โดยใช้รูปแบบ SSCS ของนักเรียนในประเทศอินโดนีเซีย จากการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอน SSCS ทำให้นักเรียนมีทักษะการสื่อสาร และมีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่นเกี่ยวกับปัญหา เช่น การวางแผน การค้นพบและการประยุกต์ ดังนั้นจึงทำให้นักเรียนได้มีโอกาสสะท้อนความเป็นตัวของตนเองในการพัฒนาตนเองด้วยเช่นกัน

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้การแก้ปัญหาจากการลงมือปฏิบัติโดยผ่านกระบวนการทำงานเป็นกลุ่ม ซึ่งผู้เรียนจะต้องใช้เวลาส่วนใหญ่ไปกับการแก้ปัญหา ดังนั้น ผู้สอนจะต้องใช้เวลาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาของผู้เรียนอย่างเพียงพอ
2. ทักษะการเขียนเป็นสิ่งที่สำคัญถึงแม้ว่าในช่วงแรกผู้เรียนจะไม่สามารถเขียนเพื่อนำเสนอการแก้ปัญหาของตนเองได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่การชี้แนะของผู้สอนจะช่วยให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางด้านกรเขียนเพื่อนำเสนออย่างมีประสิทธิภาพได้ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ผู้สอนจะต้องคอยใช้คำถามกับผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ เพื่อนำคำตอบของผู้เรียนมาเป็นแนวทางในการชี้แนะและให้ความช่วยเหลือแก่ผู้เรียน

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยในครั้งต่อไป

1. เนื่องจากในการวิจัยนี้ พบว่า การใช้คำถามของผู้สอนมีส่วนสำคัญที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการคิดแก้ปัญหา ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไปจึงควรมีการใช้คำถามที่เน้นกระบวนการคิดระดับสูงที่สร้างความสนใจของผู้เรียน และควรเป็นคำถามที่อยู่บนพื้นฐานคำตอบเดิมของผู้เรียน หรือศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับเทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการใช้คำถาม เช่น เทคนิคการใช้คำถามระดับสูง หรือเทคนิคการใช้คำถามปลายเปิด เป็นต้น
2. ควรมีการนำแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS มาใช้ในเนื้อหาอื่นๆ ของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ควรมีการศึกษากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการให้เหตุผล และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พุทธศักราช 2545. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2549). แนวทางการดำเนินงานปฏิรูปการเรียนการสอน ตามเจตนารมณ์ กระทรวงศึกษาธิการ 2549 ปีแห่งการปฏิรูปการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐาน.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ก). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ข). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ค). *เอกสารประกอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: แนวปฏิบัติการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กรุงเทพธุรกิจออนไลน์. (2555, 18 กันยายน). *ครูไทยขาดการพัฒนา สอนคณิตศาสตร์ล่าหลัง*. เข้าถึงได้จาก <https://www.facebook.com/notes/kriengsak-niratpattanasai/ครูไทยขาดการพัฒนา-สอนคณิตศาสตร์ล่าหลัง/466441560042869/>
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย ล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์*, 46(474-475), 54-58.
- ขวัญ เพ็ชร์ชัย. (2553). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรียญยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ฉวีวรรณ แก้วไพเราะ และสุพจน์ ไชยสังข์. (2557). *การวิเคราะห์การสอบพินิจและโอเน็ตของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ เพื่อปฏิรูปการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา วิทยาลัยนานาชาติ.
- ชานนท์ จันทรา. (2555). *การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: อาร์ แอนด์ เอ็น ปรินท์.
- ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *เอกสารประกอบการสอน: สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา (Statistics for educational research)*. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

- ทศนา เขมมณี. (2554). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 14). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นวลจันทร์ ผลอุคทา. (2545). *ผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญชม ศรีสะอาด และบุญส่ง นิลแก้ว. (2535). การอ้างอิงประชากรเมื่อใช้เครื่องมือแบบมาตราส่วนประมาณค่ากับกลุ่มตัวอย่าง. *วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม*, 3(1), 22-25.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ประนอม รื่นสุคนธ์. (2559, 14 พฤศจิกายน). *ครูชำนาญการพิเศษ*. สัมภาษณ์.
- ประยูร อาษานาม. (2537). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาหลักการและแนวปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: ปรกาศพริก.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537, พฤศจิกายน-ธันวาคม). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 38(434-435), 62-67, 81-82.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11 (พ.ศ. 2554-2559). *ราชกิจจานุเบกษา*. เล่ม 128, ตอนพิเศษ 152. หน้า 13-14.
- พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. (2542, 19 สิงหาคม). *ราชกิจจานุเบกษา*. เล่ม 116, ตอนที่ 74 ก. หน้า 3, 7.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2547). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ภพ เลหาไพบูลย์. (2537). *แนวการสอนวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ภัทรอร อริชชนพงศ์. (2558). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2556 ก). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีการทางคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 6-10 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2556 ข). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีการทางคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 11-15 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2537). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: เอ็ดดิสันเพรสโปรดักส์.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- วิญญา วิศาลาภรณ์. (2540). *การวิจัยทางการศึกษา: หลักการและแนวทางการปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: คอมแพคท์พริ้นท์.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2543). *ปฏิรูปการเรียนรู้: ผู้เรียนสำคัญที่สุด สูตรสำเร็จหรือกระบวนการ*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2552-2553). *การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively guided instruction: CGI): รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์, 21(1), 3.*
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ชลบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.*
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอน และการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.*
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: หน่วยการพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.*
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2554). *เอกสารสำหรับผู้รับการอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.*

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555 ก). *การวัดผลประเมินผล
คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555 ข). *ครุคณิตศาสตร์มืออาชีพ
เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555 ค). *ทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2556). *สรุปผลการวิจัยโครงการ
TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สมุทรปราการ: แอดวานซ์ ฟรินติ้ง เซอร์วิส.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012
คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง*. กรุงเทพฯ:
อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2558). *การศึกษาคณิตศาสตร์
ในระดับโรงเรียนไทย: การพัฒนา-ผลกระทบ-ภาวะถดถอยในปัจจุบัน*. เข้าถึงได้จาก
<http://pisathailand.ipst.ac.th/pisa/reports/ipst-958>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (ม.ป.ป.). *แผนพับประชาสัมพันธ์
โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ*. เข้าถึงได้จาก [https://drive.google.com/
file/d/0BwqFSkq5b7zSaGVuTnlkNXVLb2s/view](https://drive.google.com/file/d/0BwqFSkq5b7zSaGVuTnlkNXVLb2s/view)
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550, กุมภาพันธ์-เมษายน). การแก้ปัญหา (Problem solving). *วารสาร
คณิตศาสตร์*, 51(562-564), 71-79.
- สันนิสา สมัยอยู่. (2554). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว*. ปรินญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชา
การมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษาการ. (2559). *สภาวะการศึกษาไทย ปี 2557/ 2559 จะปฏิรูป
การศึกษาไทยให้ทัน โลกในศตวรรษที่ 21 ได้อย่างไร*. กรุงเทพฯ: พิมพ์ดีการพิมพ์.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2549). *รายงานการสังเคราะห์แนวคิดและวิธีจัด
การเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์
การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- สิริพร ทิพย์คง. (2536). *ทฤษฎีและวิธีการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2559, พฤษภาคม-สิงหาคม). การอภิปรายในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 61(689), 1-15.
- สุกัญญา สุมโน. (2554). *การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ร้อยละ" ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ SSCS โรงเรียนวัดหนองแขม สหราษฎร์บูรณะ) กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.*
- สุคนธ์ สิ้นพานนท์. (2555). *พัฒนาทักษะการคิด...ตามแนวปฏิรูปการศึกษา*. กรุงเทพฯ: เทคนิคพรินติ้ง.
- สุธารัตน์ สมรรถการ. (2556). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*
- สุภาพร ปิ่นทอง. (2554). *การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2541). *จิตวิทยาการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒน์ วิวัฒน์านนท์. (2550). *ทักษะการอ่าน คิววิเคราะห์ และการเขียน*. นนทบุรี: ซี. ซี. นอลลิคัจ ลิงคส์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์ การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อการพัฒนา (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อำพร ศิริกันทา. (2549). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวของเชเลนกับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*

- อำภารัตน์ ผลาวรรณ. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักรู้คิด และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรียญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Anderson, K. B., & Pingre, R. E. (1973). *Problem solving in mathematics*. New York: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking*. New York: Teachers College Press.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8 helping children think mathematically*. New York: Macmillan.
- Bright, G. W., & Vacc, N. N. (1999). Elementary preservice teacher's changing beliefs and instructional use of children's mathematical thinking. *Research in Mathematics Education*, 30(1), 90-91.
- Buscher, C. (2000). *The effectiveness of using cognitively guided instruction with deaf and hard-of-hearing middle school age student*. New Jersey: University of Master's Thesis.
- Buschman, L. (1995, February). Communicating in the language of mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 1(6), 324-329.
- Carpenter, T. P. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carpenter, T. P. (2000). *Cognitively guided instruction: A research-based teacher professional development program for elementary school mathematics*. National center for improving student learning and achievement in mathematics and science.
- Chiappetta, E. L., & Russell, J. M. (1982, January). The relationship among logical thinking, problem solving instruction, and knowledge and application on earth science subject matter. *Science Education*, 66(1), 85-93.
- Chin, C. (1997, October). Promoting higher cognitive learning in science through a problem-solving approach. *National Institute of Education (Singapore)*, 1(5), 9-10.

- Fast, G. R. (2005). Assessing zimbabwean children's mathematics problem solving for cognitively guided instruction. *Focus on Learning Problem in Mathematics*, 27(4), 43-67.
- Fennema, E. (1992). *Cognitively guided Instruction*. Washington, DC.
- Gagne, R. M. (1970). *The condition of learning* (2nd ed.). New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Hankes, J. E. (1998). *Native American pedagogy and cognitive-based mathematics instruction*. New York, NY: Garland Press.
- Kennedy, L. M., & Tipps, S. (1994). *Guiding children's learning of mathematics*. California: Wadsworth.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Kusmawan, U. (2005). *Values infusion into scientific action in environmental learning: A preliminary research report*. School of Education: The University of Newcastle, Australia. 1-5.
- Luft, J. A., Bancroft, J., & Burketta, V. (1997). An illuminating view of mathematics and science integration. *Science Scope*, 20(7), 18-21.
- Morgan, C. T. (1978). *Thinking and problem solving: A brief introduction to psychology*. New Delhi: Tata McGraw-Hill.
- Mumme, J., & Shepherd, N. (1993). Communication in mathematics. In *Implementing the K-8 curriculum and evaluation standards*. Virginia: NCTM.
- Pizzini, E. L., & Shepardson., & Abell, S. K. (1989, September). A rationale for and the development of a problem solving model of instruction in science education. *Science Education*, 73(5), 523-534.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.
- Polya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. In S. Krulik (Ed.). *Problem solving in school mathematics* (pp. 1-2). Reston, Virginia: NCTM.
- Reys, R. E. (1992). *Helping children learn mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.
- Reys, R. E. (1995). *Helping children learn mathematics* (4th ed.). Boston: Allyn and Bacon.

- Reys, R. E. (2001). *Helping children learn mathematics* (6th ed.). New York: John Wiley and Sons.
- Rickert, R. (1967, February). Development critical thinking. *Science Education*, 21(1), 24-27.
- Riedesel, C. A. (1990). *Teaching elementary school mathematics* (5th ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 curriculum and evaluation standards: Reading from the arithmetic teacher*. Virginia: NCTM.
- Saxe, G. B., Gearhart, M., & Seltzer, M. (1999). Relation between classroom practices and student learning in the domain of fractions. *Cognition and Instruction*, 17(1), 1-24.
- Secada, W. G. (1989). Innovative strategies for teaching mathematics to limited English program students. *Program Information Guide Series No.10*, Summer.
- Soden, R. (1994). *Teaching problem solving in vocational education*. London and New York: Routledge.
- Sternberg, R. J. (1986). *Critical thinking: Its nature, measurement, and improvement*. VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional dtandards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1993). *Research ideas for the classroom: High school mathematics*. New York: Macmillan.
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Wibawati, F. (2009). *Penerapan pembelajaran kooperatif SSCS*. Retrieved from <http://etd.eprints.ums.ac.id/4326/1/A420050100.pdf>

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1. ดร. สมคิด อินเทพ | อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 2. ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ | อาจารย์ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. ดร.พาวา พงษ์พันธ์ุ | อาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์โรงเรียนสาธิต
“พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 4. อาจารย์ประนอม รื่นสุคนธ์ | ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี |
| 5. อาจารย์ดารารัตน์ สายคาราสุมุท | ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี |



ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๑.๙๙๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๕ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน อาจารย์ประนอม รื่นสุคนธ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายภาคภูมิ เพ็ชรโนบ่อ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัด การเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริม ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความ อนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๙-๐๙๙๔๖๕๓



ที่ ศธ ๖๒๑๘/๒๕๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๐

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายภาคภูมิ เพ็ชรในบ่อ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์” ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการมีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓/๘ จำนวน ๔๐ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐ - ๑๕ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๙-๐๙๙๕๖๕๓

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๒๕๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๐

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายภาคภูมิ เพ็ชรในบ่อ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทรชร ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓/๔ จำนวน ๔๐ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๗ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๒๘ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙, ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

โทรผู้วิจัย ๐๘๙-๐๙๙๔๖๕๓

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับผู้เชี่ยวชาญ
- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
- แนวทางคำตอบไปกิจกรรมกลุ่ม และแบบฝึกหัด ของตัวอย่างแผนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน
- แนวทางคำตอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

**แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

คำชี้แจง แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญทำเครื่องหมาย ✓ ลงในแบบประเมินในช่องที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งแบ่งเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 5 เหมาะสมที่สุด
ระดับที่ 4 เหมาะสม
ระดับที่ 3 ไม่แน่ใจ
ระดับที่ 2 ไม่เห็นด้วย
ระดับที่ 1 ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับ

รายการการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
1. มาตรฐานการเรียนรู้						
2. ตัวชี้วัด						
3. จุดประสงค์การเรียนรู้						
4. สาระสำคัญ						
5. สาระการเรียนรู้						
6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา						
ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม						
ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้						
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้						
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้						
8. กระบวนการวัดและการประเมินผล						

ลงชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชา ค23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้: ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับ

จำนวน 2 คาบ (100 นาที) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ผู้สอน ครูภาคภูมิ เพ็ชรอินบ่อ

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.1 ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.1/ 1 บวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็ม และนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร และบอกความสัมพันธ์ของการบวกกับการลบ การคูณกับการหารของจำนวนเต็ม

ค 6.1 ม.3/ 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.3/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.3/ 4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.2.1 ด้านความรู้ (K) นักเรียนสามารถ

- ใช้ความรู้เรื่องการนับในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

1.2.2 ด้านทักษะ/ กระบวนการ (P) นักเรียนสามารถ

- แก้ปัญหาเกี่ยวกับการนับได้

- ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือแผนภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบาย

หรือนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับได้

1.2.3 ด้านคุณลักษณะ (A) นักเรียนมี

- ความใฝ่รู้ใฝ่เรียน

- ความรับผิดชอบ

- ความรอบคอบ
- ระเบียบวินัย

2. สาระสำคัญ

การนับเป็นการดำเนินการโดยใช้การบวก และการลบ เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งในการแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการนับจำนวนสามารถใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ ดังนี้

- 1) การเขียนสมการ
- 2) การสร้างตาราง และ
- 3) การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

3. สาระการเรียนรู้

- การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม
- โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

4. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา (10 นาที)

1) ผู้สอนนำเสนอปัญหาในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มีอยู่เท่าไร บนกระดานดำ จากนั้นใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนช่วยกันระดมสมองค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และแยกแยะปัญหานั้นออกเป็นประเด็นต่าง ๆ ซึ่งมีประเด็นคำถาม ดังนี้

- นักเรียนเคยเห็น โจทย์ในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่
- โจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด
- โจทย์ถามหาสิ่งใด และข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการดำเนินการแก้ปัญหาหรือไม่ หรือต้องค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม

- นักเรียนสามารถใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาได้บ้าง (ในคำถามข้อนี้ผู้สอนเขียนวิธีการในการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนแต่ละคนนำเสนอไว้บนกระดานดำ)

ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม (45 นาที)

2) ผู้สอนนำเสนอใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มีอยู่เท่าไร ให้กับนักเรียนแต่ละกลุ่ม (ผู้วิจัยแบ่งกลุ่มนักเรียนก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้)

3) ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้จากขั้นนำเสนอปัญหา มาวางแผนในการแก้ปัญหา เลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา จากนั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้

4) ผู้สอนให้เวลากับผู้เรียนในดำเนินการแก้ปัญหา ในระหว่างนี้ผู้สอนเดินสังเกตพูดคุยกับผู้เรียนพร้อมกับซักถามถึงยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเลือกใช้ในการแก้ปัญหา และคอยให้การสนับสนุนส่งเสริมผู้เรียนด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่มากกว่า 1 ยุทธวิธี และใช้คำถามเพื่อชี้แนะผู้เรียนเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ จนผู้เรียนแต่ละกลุ่มสามารถแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งมีประเด็นคำถาม ดังนี้

- นอกจากยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้แล้ว นักเรียนคิดว่ายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่นำเสนอบนกระดานดำ มียุทธวิธีแก้ปัญหาใดบ้างที่ง่ายและรวดเร็วกว่ายุทธวิธีแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้

- ในการดำเนินการแก้ปัญหาตามยุทธวิธีแก้ปัญหาดังกล่าว ต้องเริ่มจากสิ่งใดเหมือนหรือแตกต่างจากยุทธวิธีแก้ปัญหาคเดิมที่นักเรียนเลือกใช้อย่างไร

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้ (35 นาที)

5) ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ได้จากขั้นปฏิบัติกิจกรรม มาจัดกระทำเพื่อเขียนนำเสนอให้เป็นลำดับขั้นตอนที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจ และง่ายต่อการสื่อสารกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน โดยมีผู้สอนคอยเดินสังเกตและสอบถามถึงลำดับขั้นตอนที่ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเขียนเพื่อนำเสนอ โดยใช้ประเด็นคำถาม ดังนี้

- นักเรียนสามารถเขียนลำดับขั้นตอนในการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาได้อย่างไร ให้มีความชัดเจน ไม่เยิ่นเย้อ และสามารถสื่อความหมายได้ครบถ้วนสมบูรณ์

- สถานการณ์ปัญหามีประเด็นที่สำคัญใดบ้าง ที่เพื่อนผู้เรียนต้องทราบเพื่อใช้ในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหานี้

6) ผู้สอนสุ่มเลือกตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรม และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มซักถามข้อสงสัย หรือถามถึงเหตุผลที่กลุ่มของผู้นำเสนอเลือกใช้ยุทธวิธีนั้นในการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยมีผู้สอนคอยใช้คำถามกระตุ้น และให้การชี้แนะเพิ่มเติมในส่วนที่ขาดหาย เช่น

- เหตุใดจึงเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหานี้

- มียุทธวิธีการแก้ปัญหาคอื่นอีกหรือไม่

- ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคของกลุ่มของนักเรียนเลือกใช้เหมาะสมกว่ายุทธวิธีการแก้ปัญหาคอื่นอย่างไร

- การสรุปคำตอบถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ ถ้าไม่ครบถ้วนสมบูรณ์คำตอบนั้นขาดหายประเด็นในเรื่องใด

7) ในกรณีที่ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคเหมือนกันทั้งหมดหรือต่างกันเพียงบางส่วน แต่ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคดังกล่าวยังไม่ครบ ผู้สอนจะแนะนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาคเพิ่มเติมให้แก่ผู้เรียนด้วยการใช้ประเด็นคำถาม ดังนี้

- นักเรียนคิดว่ามียุทธวิธีในการแก้ปัญหาคอื่นอีกหรือไม่

- นักเรียนคิดว่า ยุทธวิธีการเขียนสมการ ยุทธวิธีการสร้างตาราง และยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ สามารถใช้ในการแก้ปัญหาคนี้ได้หรือไม่ อย่างไร (เลือกถามในส่วนของยุทธวิธีที่ขาดหายไป)

8) จากนั้นผู้เรียนและผู้สอนร่วมกันใช้ยุทธวิธีที่เพิ่มเติมนี้ไปแก้ปัญหา
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้ (10 นาที)

9) ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้ตามประเด็นของยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานของคำตอบของผู้เรียนเป็นคำถามทำให้เกิดการสรุปความรู้ร่วมกัน เช่น

- จากปัญหาดังกล่าวเราใช้ยุทธวิธีใดบ้างในการแก้ปัญหา
- ในแต่ละยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกใช้ มีข้อจำกัดในการดำเนินการแก้ปัญหาบ้างหรือไม่

- สำหรับปัญหาในข้อนี้ นักเรียนควรใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาก็จะเหมาะสมที่สุด

10) ผู้เรียนเขียนอนุทินเกี่ยวกับข้อสงสัยที่พบในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีหรือวิธีการแก้ปัญหา หรือความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา ส่งในคาบเรียนเป็นรายบุคคล

11) ผู้เรียนนำความรู้และแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหา ในแบบฝึกหัด เรื่อง มีอยู่เท่าไร และนำมาส่งในคาบถัดไปเป็นรายบุคคล

5. สื่อ/ อุปกรณ์/ แหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มีอยู่เท่าไร
2. แบบฝึกหัด เรื่อง มีอยู่เท่าไร

6. กระบวนการวัดและการประเมินผล

สิ่งที่วัด	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
1. ด้านความรู้ (K) - นักเรียนสามารถใช้ ความรู้เรื่องการนับ ใน การหาคำตอบของ สถานการณ์ปัญหา ที่กำหนดให้ได้	- ตรวจสอบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มีอยู่เท่าไร - ตรวจสอบแบบฝึกหัด เรื่อง มีอยู่เท่าไร	- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มีอยู่เท่าไร - แบบฝึกหัด เรื่อง มีอยู่เท่าไร	- นักเรียนแต่ละกลุ่ม ตอบประเด็นคำถามได้ คะแนนรวมร้อยละ 70 ขึ้นไป - ร้อยละ 70 ของ นักเรียนในชั้นเรียน ตอบประเด็นคำถาม ได้คะแนนรวมร้อยละ 70 ขึ้นไป

กระบวนการวัดผลการประเมินผล (ต่อ)

สิ่งที่วัด	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมินผล
<p>2. ด้านทักษะ/ กระบวนการ (P)</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการนับ ได้ - นักเรียนสามารถ ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนอธิบาย หรือนำเสนอขั้นตอน การแก้ปัญหาของ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ การนับได้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจสอบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มีอยู่เท่าไร - ตรวจสอบฝึกหัด เรื่อง มีอยู่เท่าไร 	<ul style="list-style-type: none"> - ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง มีอยู่เท่าไร - แบบฝึกหัด เรื่อง มีอยู่เท่าไร 	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนแต่ละกลุ่ม ตอบประเด็นคำถามได้ คะแนนรวมร้อยละ 70 ขึ้นไป - ร้อยละ 70 ของ นักเรียนในชั้นเรียน ตอบประเด็นคำถามได้ คะแนนรวมร้อยละ 70 ขึ้นไป
<p>3. ด้านคุณลักษณะ (A)</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนมีความใฝ่รู้ ใฝ่เรียน - นักเรียน มีความรับผิดชอบ - นักเรียน มีความรอบคอบ - นักเรียนมีระเบียบ วินัย 	<p>ตรวจสอบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์</p>	<p>แบบประเมิน คุณลักษณะอันพึง ประสงค์</p>	<p>นักเรียนแต่ละกลุ่มผ่าน เกณฑ์ระดับดีขึ้นไป</p>

7. บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ ซึ่งส่วนใหญ่จะคัดลอกข้อความมาจากโจทย์โดยตรง มีเพียงส่วนน้อยเท่านั้นที่มีการสรุปเป็นประเด็นที่เป็นคำพูดของผู้เรียนเอง ในส่วนของการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่เลือกใช้ยุทธวิธีการสร้างตารางและการเขียนภาพ ซึ่งในจุดนี้ผู้สอนได้ทำการชี้แนะเพิ่มเติมในส่วนของยุทธวิธีการเขียนสมการให้ผู้เรียนในห้องได้ร่วมกันคิดแก้ปัญหา ในส่วนของการดำเนินการแก้ปัญหา พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ มีเพียงส่วนน้อยเท่านั้นที่มีปัญหาในเรื่องของการกำหนดแผนภาพแทนชนิดของสัตว์และการระบุข้อความบนหัวตารางให้ครอบคลุม สุดท้ายคือการสรุปคำตอบ พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์

เมื่อผู้สอนเดินเข้าไปซักถามการดำเนินการแก้ปัญหของผู้เรียนในแต่ละกลุ่ม พบว่า ผู้เรียนมีความตื่นตัวในการร่วมทำกิจกรรมกลุ่ม ผู้เรียนในแต่ละกลุ่มกล้าแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหากลุ่มตนเองที่วางไว้ นอกจากนี้ผู้เรียนยังสามารถตั้งคำถามในประเด็นที่ตนเองยังสงสัย เพื่อให้ผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหานั้น

นักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี มีความใฝ่รู้ใฝ่เรียนซักถามในประเด็นที่ตนเองสงสัยอยู่เสมอ มีวินัยและมีความรอบคอบในการทำงาน โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายได้ และสามารถส่งงานได้ตามกำหนดเวลา

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นายภาคภูมิ เพ็ชรในบ่อ)

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

วิชา ค23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

คำอธิบาย สังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่ผู้เรียนแสดงออกเป็นรายกลุ่ม และใส่ตัวเลข 0, 1, 2

ที่สอดคล้องกับเกณฑ์การประเมินในช่องคุณลักษณะอันพึงประสงค์นั้น ๆ

สถานภาพผู้ประเมิน ประเมินตนเอง เพื่อนประเมิน
 ผู้สอนประเมิน ผู้ปกครองประเมิน

กลุ่มที่	ชื่อกลุ่ม	คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์/ตัวชี้วัด										รวมคะแนน	ผลการประเมิน		
		มีความรับผิดชอบ			มีความรอบคอบ			มีความใฝ่รู้ใฝ่เรียน			มีระเบียบวินัย				
		ทำงานที่ได้รับมอบหมาย	ส่งงานตรงกำหนด	ปฏิบัติตามคำสั่ง	ผลงานมีความถูกต้อง	ตอบคำถามครบทุกประเด็น	ตอบคำถามครบถ้วนทุกข้อ	สนใจและตั้งใจเรียน	การแสดงความคิดเห็น	การจดบันทึกความรู้	เข้าเรียนตรงเวลา			ผลงานเป็นระเบียบ	มีสัมมาคารวะ

หมายเหตุ: ระดับการประเมิน 2 หมายถึง ปฏิบัติเป็นประจำ

1 หมายถึง ปฏิบัติในบางครั้ง

0 หมายถึง ไม่ปฏิบัติ

เกณฑ์การประเมิน 24-20 คะแนน หมายถึง ผ่านเกณฑ์ในระดับดีมาก

19-15 คะแนน หมายถึง ผ่านเกณฑ์ในระดับดี

14-10 คะแนน หมายถึง ผ่านเกณฑ์ในระดับพอใช้

9-0 คะแนน หมายถึง ไม่ผ่านเกณฑ์

ใบกิจกรรมที่ 1
เรื่อง มีอยู่เท่าไร

กลุ่มที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา และหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้

1. แก้วและกิ้งไปเที่ยวสวนสัตว์ซึ่งสวนสัตว์แห่งนี้เลี้ยงม้าลายและนกกระจอกเทศในรั้วเดียวกัน แก้วและกิ้งอยากทราบว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัวจึงไปถามคนดูแลสัตว์แล้วได้คำตอบว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศรวมกัน 47 ตัว และมีจำนวนขา รวมเท่ากับ 118 ขา อยากทราบว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัว

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....

วางแผนในการแก้ปัญหา

(ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหา



1).....

2).....



ดำเนินการแก้ปัญหา

(แสดงวิธีการแก้ปัญหาลงละเอียด ด้วยการใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน 2 ยุทธวิธี)

<p>ยุทธวิธีที่ 1</p> 	<p>ยุทธวิธีที่ 2</p> 
--	--



สรุปคำตอบ

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง มีอยู่เท่าไร

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา และหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้

1. แก้วและกิ้งไปเที่ยวสวนสัตว์ซึ่งสวนสัตว์แห่งนี้เลี้ยงม้าลายและนกอกระจอกเทศในรั้วเดียวกัน แก้วและกิ้งอยากทราบว่า มีม้าลายและนกอกระจอกเทศอย่างละกี่ตัวจึงไปตามคนดูแลสัตว์แล้วได้คำตอบว่า มีม้าลายและนกอกระจอกเทศรวมกัน 47 ตัว และมีจำนวนขา รวมเท่ากับ 118 ขา อยากทราบว่า มีม้าลายและนกอกระจอกเทศอย่างละกี่ตัว

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาจำนวนม้าลายและจำนวนนกอกระจอกเทศ

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

มีม้าลายและนกอกระจอกเทศรวมกัน 47 ตัว และมีจำนวนขา รวมเท่ากับ 118 ขา

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุนิยามวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การเขียนสมการ
2. การสร้างตาราง
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การเขียนสมการ

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กำหนดให้มีม้าลายจำนวน x ตัว ดังนั้นจะได้ว่ามีจำนวนนกอกระจอกเทศจำนวน $47-x$ ตัว จากโจทย์มีจำนวนขา รวมเท่ากับ 118 ขา จะได้ว่า

$$4x + 2(47-x) = 118$$

$$4x + 94 - 2x = 118$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

นั่นคือจะได้ว่ามีม้าลายจำนวน 12 ตัว และมีนกอกระจอกเทศจำนวน $47-12 = 35$ ตัว

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กำหนดให้ x แทนจำนวนม้าลาย และ y แทนจำนวนนกกระจอกเทศ

จากโจทย์จะได้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

$$x + y = 47 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$4x + 2y = 118 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - 2 \times (1); (4x + 2y) - (2x + 2y) = 118 - 94$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

นำ $x = 12$ แทนใน (1) จะได้

$$12 + y = 47$$

$$y = 35$$




นั่นคือ มีม้าลายจำนวน 12 ตัว และมีนกกระจอกเทศจำนวน 35 ตัว

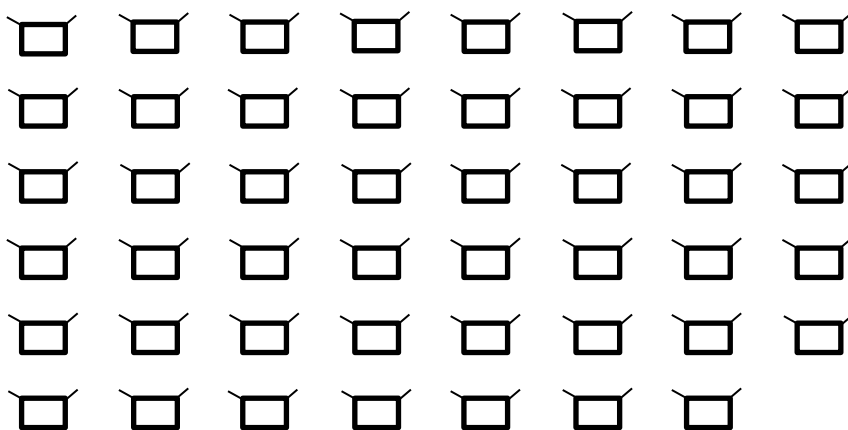
วิธีที่ 2 การสร้างตาราง

จำนวนม้าลาย (ตัว)	จำนวนนกกระจอกเทศ (ตัว)	จำนวนม้าลาย	จำนวนนกกระจอกเทศ	รวมจำนวนขา
1	46	4	92	96
2	45	8	90	98
3	44	12	88	100
4	43	16	86	102
5	42	20	84	104
6	41	24	82	106
7	40	28	80	108
8	39	32	78	110
9	38	36	76	112
10	37	40	74	114
11	36	44	72	116
12	35	48	70	118

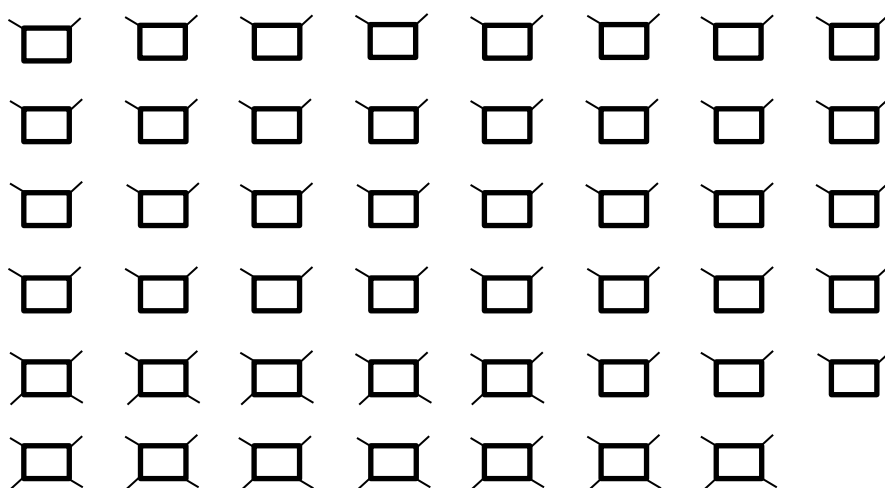
จากตารางจะพบว่ามีมี้าลายจำนวน 12 ตัว และมีนกกกระจอกเทศจำนวน 35 ตัว
 ที่สอดคล้องกับโจทย์คือมีมี้าลายและนกกกระจอกเทศรวมกัน $12 + 35 = 47$ ตัว และมีขาารวมกัน
 118 ขา นั่นคือมีมี้าลายจำนวน 12 ตัว และมีนกกกระจอกเทศจำนวน 35 ตัว

วิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

เขียนรูปแทนสัตว์เพื่อนับขาโดยใช้รูป  แทนนกกกระจอกเทศ 1 ตัว และใช้รูป  แทนมี้าลาย 1 ตัว เริ่มต้นเขียนรูป  ก่อนจำนวน 47 รูป ได้ดังแผนภาพ



จากนั้นเติมรอยขีดสองรอยในแต่ละภาพเพื่อแทนขาของมี้าลาย 1 ตัว แล้วนับขาจนกว่า
 จะมีขาครบ 118 ขา ได้ดังแผนภาพ



จากแผนภาพพบว่า มีมี้าลายทั้งหมด 12 ตัว และมีนกกกระจอกเทศทั้งหมด 35 ตัว

สรุปคำตอบ

มีมี้าลายทั้งหมด 12 ตัว และมีนกกกระจอกเทศทั้งหมด 35 ตัว

แบบฝึกหัด
เรื่อง มีอยู่เท่าไร

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน 2 ยุทธวิธี

1. มีแมงมุมหลายตัวอาศัยอยู่ในทุ่งหญ้าที่มีสิงโตอยู่มากมาย นับจำนวนแมงมุมและสิงโตทุกตัวนับได้ 35 ตัว นับจำนวนขาารวมกันทุกตัวได้ 200 ขา จงหาว่าทุ่งหญ้าแห่งนี้มีสิงโตและแมงมุมอย่างละกี่ตัว

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....

วางแผนในการแก้ปัญหา

(ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)


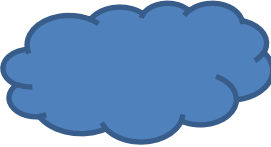
ยุทธวิธีหรือวิธีการที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหา

1).....

2).....

ดำเนินการแก้ปัญหา

(แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด ด้วยการใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน 2 ยุทธวิธี)

<p>ยุทธวิธีที่ 1</p> 	<p>ยุทธวิธีที่ 2</p> 
--	--

สรุปคำตอบ

.....

.....

.....

2. ตะวันนำธนบัตรฉบับ 100 บาท จำนวน 1 ใบ ไปแลกธนบัตรย่อยจากคุณยายหน่อย แต่คุณยายหน้อยนั้นมีเฉพาะเหรียญ 5 บาท กับเหรียญ 10 บาท ตะวันได้เหรียญ 10 บาท มากกว่าเหรียญ 5 บาท อยู่ 1 เหรียญ อยากทราบว่าตะวันแลกเงินได้เหรียญ 5 บาท และเหรียญ 10 บาท อย่างละกี่เหรียญ



ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....



วางแผนในการแก้ปัญหา

(ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหา

- 1).....
- 2).....

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด ด้วยการใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน 2 ยุทธวิธี)

ยุทธวิธีที่ 1	ยุทธวิธีที่ 2

สรุปคำตอบ

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกหัด เรื่อง มียู่เท่าไร

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน 2 ยุทธวิธี

1. มีแมงมุมหลายตัวอาศัยอยู่ในทุ่งหญ้าที่มีสิงโตอยู่มากมาย นับจำนวนแมงมุมและสิงโตทุกตัวนับได้ 35 ตัว นับจำนวนขาารวมกันทุกตัวได้ 200 ขา จงหาว่าทุ่งหญ้าแห่งนี้มีสิงโตและแมงมุมอย่างละกี่ตัว

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาจำนวนสิงโตและแมงมุมในทุ่งหญ้า

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

จำนวนแมงมุมและสิงโตทุกตัวนับได้ 35 ตัว และจำนวนขาารวมกันทุกตัวได้ 200 ขา

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การเขียนสมการ
2. การสร้างตาราง
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การเขียนสมการ

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กำหนดให้มีสิงโตจำนวน x ตัว ดังนั้น จะได้ว่ามีแมงมุมจำนวน $35-x$ ตัว จากโจทย์นับจำนวนขาารวมกันทุกตัวได้ 200 ขา จะได้

$$4x + 8(35 - x) = 200$$

$$4x + 280 - 8x = 200$$

$$4x = 80$$

$$x = 20$$

นั่นคือมีสิงโตจำนวน 20 ตัว และมีแมงมุมจำนวน $35-20 = 15$ ตัว

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กำหนดให้ x แทนจำนวนสิงโต และ y แทนจำนวนแมงมุม

จากโจทย์จะได้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

$$x + y = 35 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$4x + 8y = 200 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - 4x(1); (4x + 8y) - (4x + 4y) = 200 - 140$$

$$4y = 60$$

$$y = 15$$

นำ $y = 15$ แทนใน (1) จะได้

$$x + 15 = 35$$

$$x = 20$$

นั่นคือมีสิงโตจำนวน 20 ตัว และมีแมงมุมจำนวน 15 ตัว

วิธีที่ 2 การสร้างตาราง




จำนวนสิงโต (ตัว)	จำนวนแมงมุม (ตัว)	จำนวนขาสิงโต	จำนวนขาแมงมุม	รวมจำนวนขา
1	34	4	272	276
2	33	8	264	272
3	32	12	256	268
4	31	16	248	264
5	30	20	240	260
6	29	24	232	256
7	28	28	224	252
8	27	32	216	248
9	26	36	208	244
10	25	40	200	240
11	24	44	192	236
12	23	48	184	232
13	22	52	176	228
14	21	56	168	224

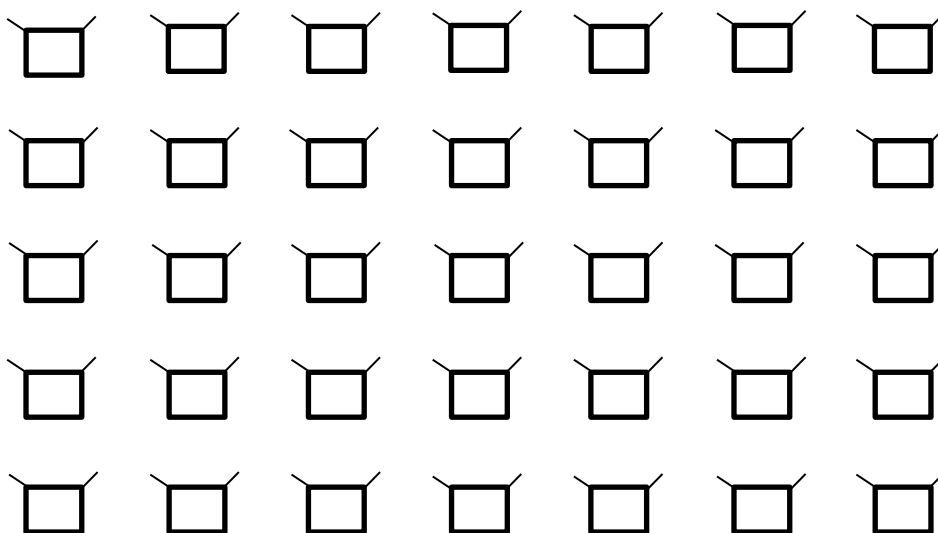
การสร้างตาราง (ต่อ)

จำนวนสิงโต (ตัว)	จำนวนแมงมุม (ตัว)	จำนวนขาสิงโต	จำนวนขาแมงมุม	รวมจำนวนขา
15	20	60	160	220
16	19	64	152	216
17	18	68	144	212
18	17	72	136	208
19	16	76	128	204
20	15	80	120	200

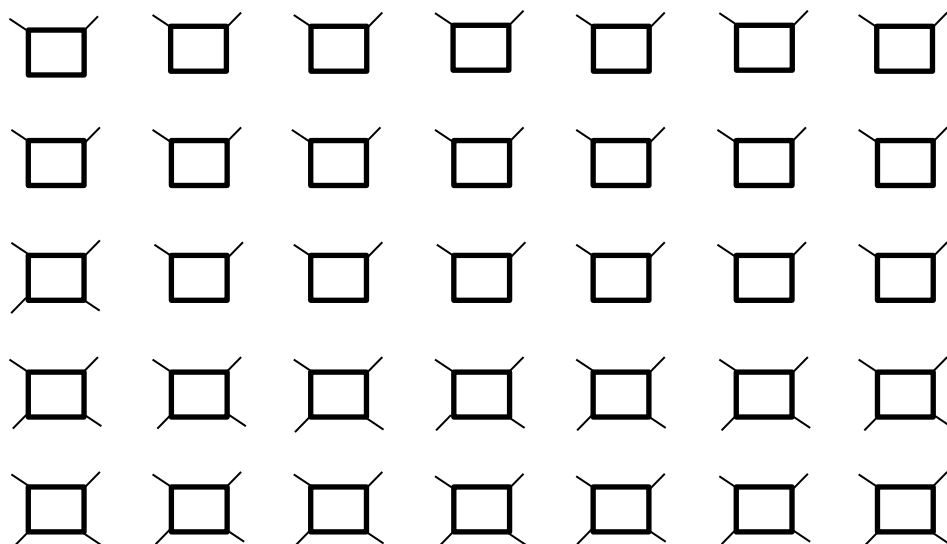
จากตารางจะพบว่ามีสิงโตจำนวน 20 ตัว และมีแมงมุมจำนวน 15 ตัว ที่สอดคล้องกับ
โจทย์ คือ จำนวนแมงมุมและสิงโตรวมกัน $20 + 15 = 35$ ตัว และมีขารวมกัน 200 ขา

วิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

เขียนรูปแทนสัตว์เพื่อนับขาโดยใช้รูป  แทนสิงโต 1 ตัว และใช้รูป  แทนแมงมุม 1 ตัว โดยรอยขีด 1 ขีด แทนขาแมงมุม 2 ขา เริ่มต้นเขียนรูป  ก่อนจำนวน 35 รูป ได้ดังแผนภาพ



จากนั้นเติมรอยขีดสองรอยในแต่ละภาพเพื่อแทนขาของแมงมุม 1 ตัว แล้วนับหาจนกว่าจะมีครบ 200 ขา ได้ดังแผนภาพ



จากแผนภาพจะพบว่ามีสิ่งโตจำนวน 20 ตัว และมีแมงมุมจำนวน 15 ตัว

สรุปคำตอบ

มีสิ่งโตจำนวน 20 ตัว และมีแมงมุมจำนวน 15 ตัว

2. ตะวันนำธนบัตรฉบับ 100 บาท จำนวน 1 ใบ ไปแลกธนบัตรย่อยจากคุณยายหน่อย แต่คุณยายหน่อยนั้นมีเฉพาะเหรียญ 5 บาท กับเหรียญ 10 บาท ตะวันได้เหรียญ 10 บาท มากกว่าเหรียญ 5 บาท อยู่ 1 เหรียญ อยากทราบว่าตะวันแลกเงินได้เหรียญ 5 บาท และเหรียญ 10 บาท อย่างละกี่เหรียญ

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาจำนวนเหรียญ 5 บาท และจำนวนเหรียญ 10 บาท

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

ตะวันมีเงิน 100 บาท แลกเหรียญได้เหรียญ 10 บาท มากกว่าเหรียญ 5 บาท อยู่ 1 เหรียญ

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุนิยามวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การเขียนสมการ
2. การสร้างตาราง
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหาย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การเขียนสมการ

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กำหนดให้มีจำนวนเหรียญ 10 บาท อยู่ x เหรียญ ตามเงื่อนไขจะได้ว่ามีเหรียญ 5 บาท อยู่ $x-1$ เหรียญ

ตะวันมีเงินทั้งหมด 100 บาท เขียนสมการได้เป็น

$$10x + 5(x-1) = 100$$

$$10x + 5x - 5 = 100$$

$$15x = 105$$

$$x = 7$$

จากการแก้สมการจะได้ว่ามีเหรียญ 10 บาท อยู่ 7 เหรียญ ดังนั้นจะมีเหรียญ 5 บาท อยู่ $7-1 = 6$ เหรียญ

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กำหนดให้ x แทนจำนวนเหรียญสิบบาท และ y แทนจำนวนเหรียญห้าบาท

จากโจทย์จะได้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

$$x - y = 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$10x + 5y = 100 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - 10x (1); (10x + 5y) - (10x - 10y) = 100 - 10$$

$$15y = 90$$

$$y = 6$$

นำ $y = 6$ แทนใน (1) จะได้

$$x - 6 = 1$$

$$x = 7$$

นั่นคือมีเหรียญสิบบาทจำนวน 7 เหรียญ และมีเหรียญห้าบาทจำนวน 6 เหรียญ

วิธีที่ 2 การสร้างตาราง

จากเงื่อนไขแลกได้เหรียญ 10 บาท มากกว่าเหรียญ 5 บาท อยู่ 1 เหรียญ จึงเริ่มแทนจำนวนเหรียญ 5 บาท ก่อน จากนั้นจึงเติมจำนวนเหรียญ 10 บาท จนกว่าจะมีจำนวนเงินรวมครบ 100 บาท

จำนวนเหรียญ 5 บาท (เหรียญ)	จำนวนเหรียญ 10 บาท (เหรียญ)	จำนวนเงิน (บาท)
1	2	$5(1) + 10(2) = 25$
2	3	$5(2) + 10(3) = 40$
3	4	$5(3) + 10(4) = 55$
4	5	$5(4) + 10(5) = 70$
5	6	$5(5) + 10(6) = 82$
6	7	$5(6) + 10(7) = 100$

จากตารางจะพบว่ามีจำนวนเหรียญ 10 บาท จำนวน 7 เหรียญ และมีจำนวนเหรียญ 5 บาท จำนวน 6 เหรียญ ที่มีผลรวมเท่ากับ 100

วิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

เนื่องจากโจทย์กำหนดให้จำนวนเหรียญ 5 บาท น้อยกว่าเหรียญ 10 บาทอยู่ 1 เหรียญ ดังนั้น จึงต้องเริ่มกำหนดที่จำนวนเหรียญ 5 บาทเท่ากับ 1 เหรียญ จะได้แผนภาพ ดังนี้

เหรียญ 5 บาท → 5

เหรียญ 10 บาท → 10 10

จากแผนภาพจะเห็นได้ว่าผลรวมมูลค่าของเงินนั้นยังไม่ครบตามที่โจทย์กำหนด คือ 100 บาท ดังนั้น จึงต้องทำการเพิ่มเหรียญให้สอดคล้องกับเงื่อนไข โดยทำการเพิ่มเหรียญแต่ละชนิดครั้งละ 1

เหรียญ จนกว่ามูลค่าของเงินจะครบ 100 บาท ซึ่งจะได้แผนภาพ ดังนี้

เหรียญ 5 บาท → 5 5 5 5 5 5

เหรียญ 10 บาท → 10 10 10 10 10 10 10

จากแผนภาพจะพบว่ามีจำนวนเหรียญ 10 บาท จำนวน 7 เหรียญ และมีจำนวนเหรียญ 5 บาท จำนวน 6 เหรียญ

สรุปคำตอบ

มีเหรียญ 10 บาท จำนวน 7 เหรียญ และมีเหรียญ 5 บาท จำนวน 6 เหรียญ

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
(ฉบับหลังเรียน)**

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559
จำนวน 6 ข้อ คะแนนเต็ม 48 คะแนน เวลา 60 นาที**

ชื่อ-สกุล.....ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แบบอัตโนมัติ จำนวน 6 ข้อ
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
3. ข้อสอบทุกข้อมีเกณฑ์การให้คะแนน ข้อละ 8 คะแนน โดยแบ่งเป็น ดังนี้
 - 3.1 วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อละ 6 คะแนน
 - 3.2 วัดความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ข้อละ 2 คะแนน
4. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้

1. ในกระเป๋าถือของลูกแก้วมีเหรียญอยู่ 3 ชนิด คือ เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท และเมื่อนับเหรียญในกระเป๋าปรากฏว่า มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และมีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ ถ้าในกระเป๋าใบนี้มีเงินรวมกันอยู่ทั้งสิ้น 151 บาท จงหาว่าในกระเป๋าของลูกแก้วมีเหรียญแต่ละชนิดอย่างละกี่เหรียญ

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....

วางแผนในการแก้ปัญหา

(ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

ดำเนินการแก้ปัญหา

(แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด)



สรุปคำตอบ

2. โรงเรียนนันทพิทยาการจัดอาหารกลางวัน โดยให้นักเรียนเลือกอาหารควาได้
หนึ่งอย่างและเลือกขนมได้อีกหนึ่งอย่าง ถ้าโรงเรียนจัดอาหารควาไว้ 3 อย่าง และจัดขนมไว้ 2 อย่าง
นักเรียนจะสามารถเลือกอาหารกลางวันได้กี่วิธี และได้แก่อาหารแบบใดบ้าง



ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....



วางแผนในการแก้ปัญหา

(ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

.....

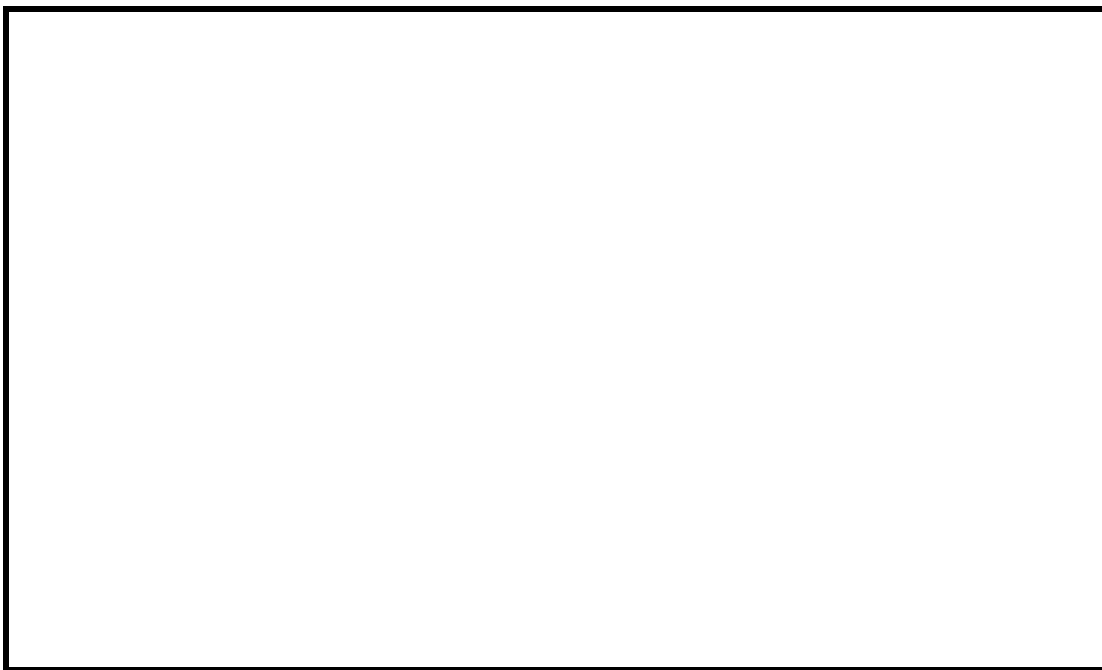
.....

.....

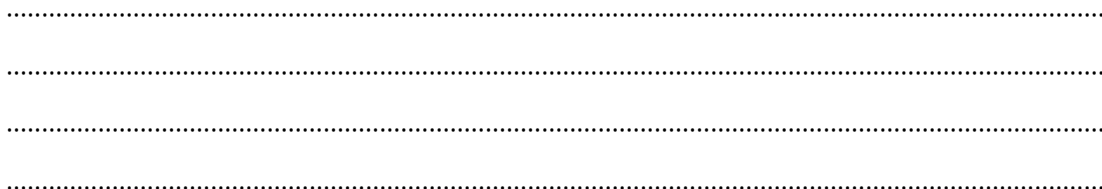
.....

ดำเนินการแก้ปัญหา

(แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด)



สรุปคำตอบ



3. โรงเรียนพนัสพิทยาคารจัดทัศนศึกษาให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีรถโรงเรียนที่ใช้ในการเดินทางทั้งหมด 2 คัน เก่ง และกล้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งร่วมเดินทางไปทัศนศึกษาในครั้งนี้ด้วย ถ้าเก่ง และกล้า สามารถเลือกนั่งรถโรงเรียนได้อย่างอิสระ แล้วความน่าจะเป็นที่ เก่ง และกล้า จะขึ้นรถคันเดียวกันเท่ากับเท่าใด และมีวิธีการขึ้นรถแบบใดบ้าง



โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....



(ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....



(แสดงวิธีการแก้ปัญหาละเอียด)



.....

.....

.....

.....

4. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 14 นิ้ว มีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 1 นิ้ว สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีพื้นที่เท่าใด



โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....



(ระบุนุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....



(แสดงวิธีการแก้ปัญหาละเอียด)



.....

.....

.....

.....

5. ในการแข่งขันฟุตบอลของโรงเรียนมัธยม 5 แห่ง คือ โรงเรียนเก่งกล้า โรงเรียนชาญชัย โรงเรียนรณยุทธ์ โรงเรียนประสิทธิ์เวช และ โรงเรียนมีชัย การแข่งขันเป็นแบบพบกันหมด ซึ่งได้ผลการแข่งขันเป็น ดังนี้

โรงเรียนเก่งกล้า ชนะ 2 แพ้ 2; โรงเรียนชาญชัย ชนะ 0 แพ้ 4
โรงเรียนรณยุทธ์ ชนะ 1 แพ้ 3; โรงเรียนประสิทธิ์เวช ชนะ 4 แพ้ 0

จงหาผลการแข่งขันของโรงเรียนมีชัย



ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....



วางแผนในการแก้ปัญหา

(ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

.....

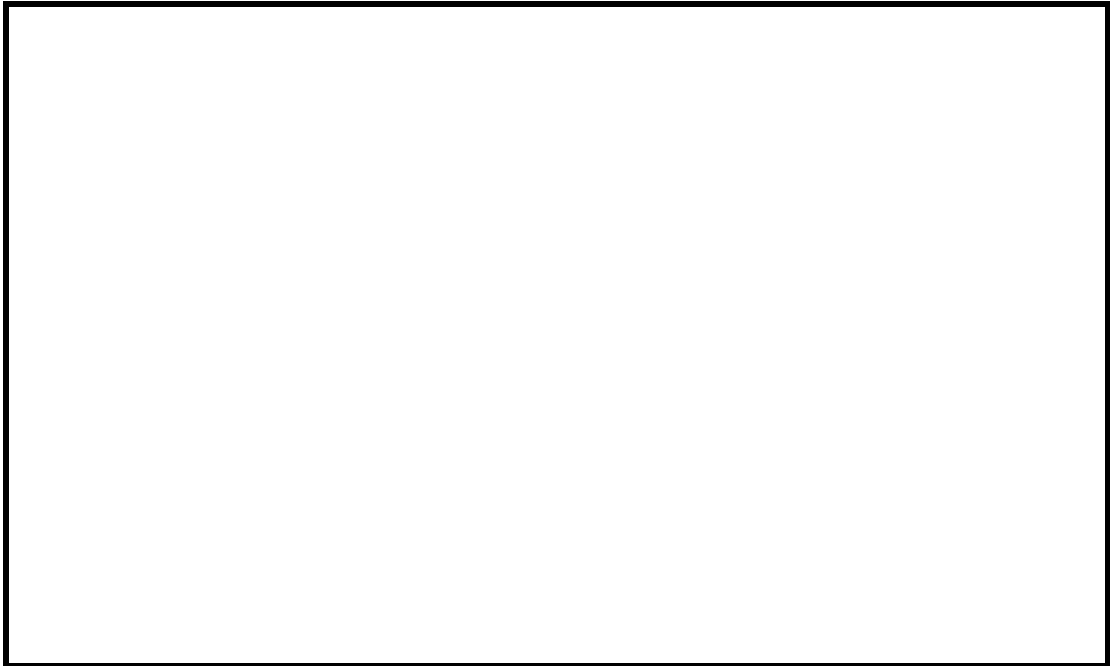
.....

.....

.....

ดำเนินการแก้ปัญหา

(แสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างละเอียด)



.....

.....

.....

.....

6. ร้านเสื้อผ้าแห่งนี้ มีเสื้อสีแดงทั้งหมด 120 ตัว เสื้อสีขาว 300 ตัว และเสื้อสีฟ้า 150 ตัว ร้านเสื้อผ้าแห่งนี้ ต้องการจัดเสื้อเป็นกล่องเพื่อจำหน่ายเป็นชุดของขวัญ โดยจัดเสร็จแล้ว ไม่ต้องการให้มีเศษเหลือ ซึ่งในการจัดแต่ละกล่องจะต้องมีจำนวนเสื้อเท่ากัน และภายในแต่ละกล่องจะต้องมีเสื้อเพียงสีเดียวเท่านั้น หากร้านค้าจัดจำหน่ายชุดของขวัญในราคากล่องละ 450 บาท เมื่อร้านค้าขายชุดของขวัญจนหมด ทางร้านจะได้เงินทั้งหมดกี่บาท

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

.....

วางแผนในการแก้ปัญหา

(ระบุนุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....



(แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด)



.....

.....

.....

.....

**เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
(ฉบับหลังเรียน)**

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559
จำนวน 6 ข้อ คะแนนเต็ม 48 คะแนน เวลา 60 นาที**

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แบบอัตโนมัติ จำนวน 6 ข้อ
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
3. ข้อสอบทุกข้อมีเกณฑ์การให้คะแนน ข้อละ 8 คะแนน โดยแบ่งเป็น ดังนี้
 - 3.1 วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อละ 6 คะแนน
 - 3.2 วัดความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ข้อละ 2 คะแนน
4. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้

1. ในกระเป๋าถือของลูกแก้วมีเหรียญอยู่ 3 ชนิด คือ เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท และเมื่อนับเหรียญในกระเป๋าดูปรากฏว่า มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และมีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ ถ้าในกระเป๋าใบนี้มีเงินรวมกันอยู่ทั้งสิ้น 151 บาท จงหาว่าในกระเป๋าของลูกแก้วมีเหรียญแต่ละชนิดอย่างละกี่เหรียญ

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาจำนวนของเหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

โจทย์กำหนดมูลค่าของเงินเมื่อนำมารวมกันได้ 151 บาท และกำหนดเงื่อนไขของจำนวนเหรียญ ดังนี้ 1) เหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และ 2) เหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การเขียนสมการ
2. การสร้างตาราง
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การเขียนสมการ

แบบที่ 1 ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กำหนดให้มีเหรียญหนึ่งบาทอยู่จำนวน x เหรียญ

จากโจทย์มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ จะได้ว่า

มีเหรียญห้าบาทอยู่จำนวน $x-5$ เหรียญ และจากโจทย์มีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ จะได้ว่ามีเหรียญสิบบาทอยู่จำนวน $(x-5) - 3$ เหรียญ

ดังนั้น มีเงินรวมกันอยู่ทั้งสิ้น 151 บาท จึงเขียนเป็นสมการได้ ดังนี้

$$x + 5(x-5) + 10((x-5) - 3) = 151$$

$$x + 5x - 25 + 10x - 80 = 151$$

$$16x - 105 = 151$$

$$16x = 256$$

$$x = 16$$

นำ $x = 16$ แทนใน $x-5$ และ $x-8$ ตามลำดับ เพื่อหาจำนวนของเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท ซึ่งจะได้ว่ามีเหรียญห้าบาท $16-5 = 11$ เหรียญ และมีเหรียญสิบบาท $16-8 = 8$ เหรียญ

แบบที่ 2 ใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กำหนดให้ x แทน จำนวนของเหรียญสิบบาท

y แทน จำนวนของเหรียญห้าบาท และ

z แทน จำนวนของเหรียญหนึ่งบาท

จากโจทย์มีเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ เขียนสมการได้เป็น

$$z - y = 5 \quad \dots\dots\dots (1)$$

มีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ เขียนสมการได้เป็น

$$y - x = 3 \quad \dots\dots\dots (2)$$

มีเงินรวมกันอยู่ทั้งสิ้น 151 บาท เขียนสมการได้เป็น

$$10x + 5y + z = 151 \quad \dots\dots\dots (3)$$

จาก (1) จะได้ $z = y + 5$ $\dots\dots\dots (4)$

แทน (4) ใน (3) จะได้

$$\begin{aligned} 10x + 5y + y + 5 &= 151 \\ 5x + 3y &= 73 \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

นำ 5 คูณ (2) จะได้

$$5y - 5x = 15 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$(5) + (6) \text{ จะได้ } 8y = 88$$

$$y = 11$$

แทน $y = 11$ ใน (1) จะได้ $z - 11 = 5$

$$z = 16$$

แทน $y = 11$ ใน (2) จะได้ $11 - x = 3$

$$x = 8$$

มีจำนวนเหรียญหนึ่งบาท 16 เหรียญ จำนวนเหรียญห้าบาท 11 เหรียญ และจำนวนเหรียญสิบบาท 8 เหรียญ

วิธีที่ 2 การสร้างตาราง

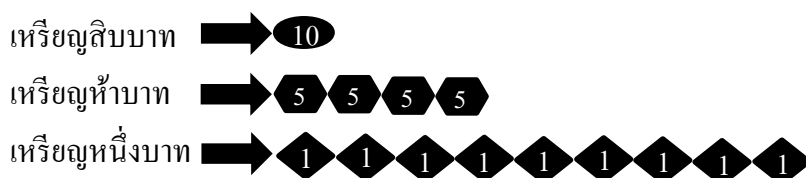
จำนวนเหรียญ			รวมมูลค่าเงิน
เหรียญหนึ่งบาท	เหรียญห้าบาท	เหรียญสิบบาท	
9	4	1	$9 + 5(4) + 10(1) = 39$
10	5	2	$10 + 5(5) + 10(2) = 55$
11	6	3	$11 + 5(6) + 10(3) = 71$
12	7	4	$12 + 5(7) + 10(4) = 87$
13	8	5	$13 + 5(8) + 10(5) = 103$
14	9	6	$14 + 5(9) + 10(6) = 119$
15	10	7	$15 + 5(10) + 10(7) = 135$
⑩16	⑩11	⑩8	$16 + 5(11) + 10(8) = 151$

เนื่องจากโจทย์กำหนดให้จำนวนเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และกำหนดให้เหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ ดังนั้น จึงต้องเริ่มกำหนดที่จำนวนเหรียญสิบบาทเท่ากับ 1 เหรียญ

จากตารางจะพบว่าเมื่อมีจำนวนเหรียญหนึ่งบาท 16 เหรียญ จำนวนเหรียญห้าบาท 11 เหรียญ และจำนวนเหรียญสิบบาท 8 เหรียญ เป็นเงื่อนไขที่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

วิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

เนื่องจากโจทย์กำหนดให้จำนวนเหรียญห้าบาทน้อยกว่าเหรียญหนึ่งบาทอยู่ 5 เหรียญ และกำหนดให้เหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 3 เหรียญ ดังนั้นจึงต้องเริ่มกำหนดที่จำนวนเหรียญสิบบาทเท่ากับ 1 เหรียญ จะได้แผนภาพ ดังนี้

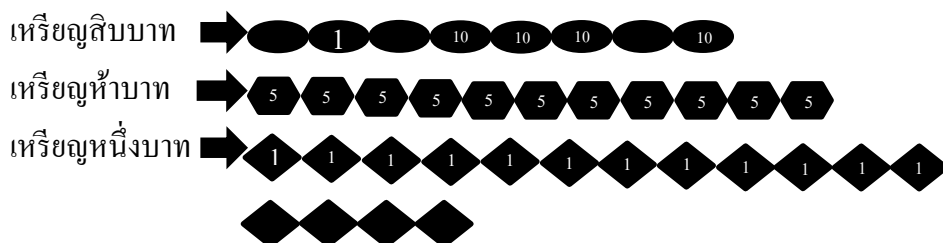


จากแผนภาพจะเห็นได้ว่าผลรวมมูลค่าของเงินนั้นยังไม่ครบตามที่โจทย์กำหนด คือ

151 บาท

ดังนั้นจึงต้องทำการเพิ่มเหรียญให้สอดคล้องกับเงื่อนไขโดยทำการเพิ่มเหรียญแต่ละชนิด
ครั้งละ 1

เหรียญ จนกว่ามูลค่าของเงินจะครบ 151 บาท ซึ่งจะได้แผนภาพ ดังนี้



สรุปคำตอบ

มีเหรียญหนึ่งบาทอยู่จำนวน 16 เหรียญ

มีเหรียญห้าบาทอยู่จำนวน 11 เหรียญ และ

มีเหรียญสิบบาทอยู่จำนวน 8 เหรียญ

2. โรงเรียนพนัสพิทยาคารจัดอาหารกลางวัน โดยให้นักเรียนเลือกอาหารคาวได้หนึ่ง
อย่างและเลือกขนมได้อีกหนึ่งอย่าง ถ้าโรงเรียนจัดอาหารคาวไว้ 3 อย่าง และจัดขนมไว้ 2 อย่าง
นักเรียนจะสามารถเลือกอาหารกลางวันได้กี่วิธี และได้แก้อาหารแบบใดบ้าง

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาจำนวนวิธีในการเลือกอาหารกลางวัน และแบบต่าง ๆ ในการเลือกอาหาร
กลางวัน

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

โจทย์กำหนดอาหารคาว 3 อย่าง และขนม 2 อย่าง

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การสร้างตาราง
2. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหาลงอย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การสร้างตาราง

กำหนดให้อาหารคาว 3 อย่าง แทนด้วย ค1, ค2, ค3 และกำหนดให้ขนม 2 อย่าง

แทนด้วย ข1, ข2

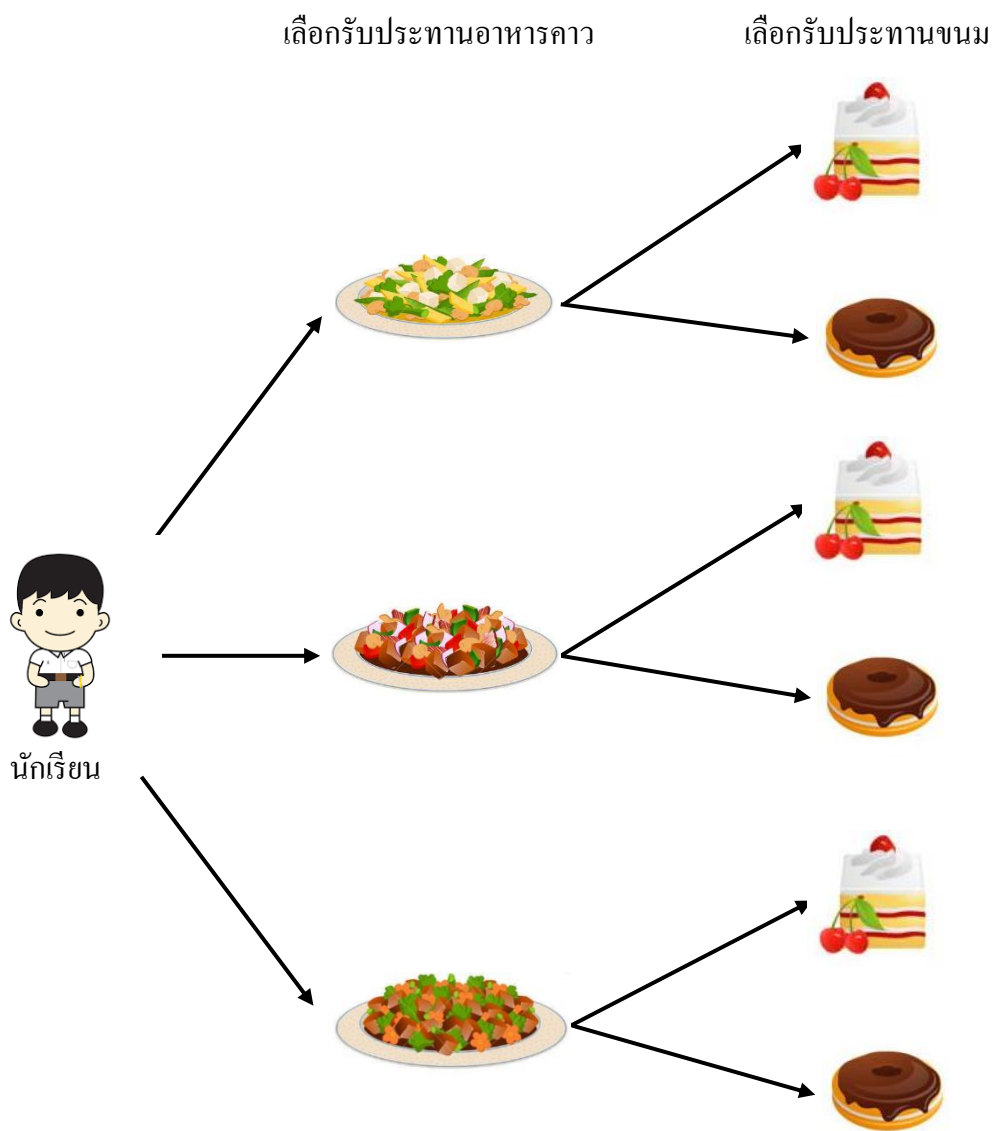
เลือกอาหารคาว	เลือกขนม	
	ข1	ข2
ค1	ค1, ข1	ค1, ข2
ค2	ค2, ข1	ค2, ข2
ค3	ค3, ข1	ค3, ข2

จากตาราง พบว่า มีวิธีในการเลือกรับประทานอาหารทั้งหมด 6 วิธี คือ เลือกรับ ค1 และ ข1, เลือกรับ ค1 และ ข2, เลือกรับ ค2 และ ข1, เลือกรับ ค2 และ ข2, เลือกรับ ค3 และ ข1, และเลือกรับ ค3 และ ข2

วิธีที่ 2 การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ในการเลือกรับประทานอาหาร มีกรณีที่สามารถเลือกรับประทานได้ ดังนี้
 กรณีที่ 1 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 1 และขนมอย่างที 1
 กรณีที่ 2 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 1 และขนมอย่างที 2
 กรณีที่ 3 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 2 และขนมอย่างที 1
 กรณีที่ 4 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 2 และขนมอย่างที 2
 กรณีที่ 5 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 3 และขนมอย่างที 1
 กรณีที่ 6 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 3 และขนมอย่างที 2
 จากกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดพบว่าวิธีในการเลือกรับประทานอาหารทั้งหมด 6 วิธี คือ
 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 1 และขนมอย่างที 1, เลือกรับประทานอาหารคาว
 อย่างที 1 และขนมอย่างที 2, เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 2 และขนมอย่างที 1,
 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 2 และขนมอย่างที 2, เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 3
 และขนมอย่างที 1 และเลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 3 และขนมอย่างที 2

วิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ



จากแผนภาพ พบว่า มีวิธีในการเลือกรับประทานอาหารทั้งหมด 6 วิธี คือ
 เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 1 และขนมอย่างที 1, เลือกรับประทานอาหารคาว
 อย่างที 1
 และขนมอย่างที 2, เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 2 และขนมอย่างที 1, เลือกรับ
 รับประทาน
 อาหารคาวอย่างที 2 และขนมอย่างที 2, เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 3
 และขนมอย่างที 1 และเลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที 3 และขนมอย่างที 2

สรุปคำตอบ

มีวิธีในการเลือกรับประทานอาหารทั้งหมด 6 วิธี คือ เลือกรับประทานอาหารคาวอย่าง
ที่ 1 และขนมอย่างที่ 1, เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที่ 1 และขนมอย่างที่ 2, เลือกรับประทาน
อาหารคาวอย่างที่ 2 และขนมอย่างที่ 1, เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที่ 2 และขนมอย่างที่ 2,
เลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที่ 3 และขนมอย่างที่ 1 และเลือกรับประทานอาหารคาวอย่างที่ 3
และขนมอย่างที่ 2

3. โรงเรียนพณิชยการจัดทัศนศึกษาให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมี
รถโรงเรียนที่ใช้ในการเดินทางทั้งหมด 2 คัน เก่ง และกล้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่ 3
ซึ่งร่วมเดินทางไปทัศนศึกษาในครั้งนี้ด้วย ถ้าเก่ง และกล้า สามารถเลือกนั่งรถโรงเรียนได้อย่าง
อิสระ แล้วความน่าจะเป็นที่ เก่ง และกล้า จะขึ้นรถคันเดียวกันเท่ากับเท่าใด และมีวิธีการขึ้นรถ
แบบใดบ้าง

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาความน่าจะเป็นที่เก่งและกล้าจะขึ้นรถคันเดียวกัน และถามหาแบบต่าง ๆ
ในการขึ้นรถของเก่งและกล้า

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

โจทย์กำหนดจำนวนรถ 2 คัน และกำหนดให้เก่งและกล้า เลือกขึ้นรถได้อย่างอิสระ

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุนิยามวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การสร้างตาราง
2. การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหาลงอย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การสร้างตาราง

จำนวนนักเรียนที่เลือกขึ้นรถ	2 คน		1 คน	
	นักเรียนที่เลือกขึ้นรถคันที่ 1	เก่งและกล้า	-	เก่ง
นักเรียนที่เลือกขึ้นรถคันที่ 2	-	เก่งและกล้า	กล้า	เก่ง

จากตาราง พบว่า เก่งและกล้าสามารถเลือกขึ้นรถได้ทั้งหมด 4 วิธี ซึ่งมีอยู่ 2 วิธีที่เก่งและกล้าขึ้นรถคันเดียวกัน ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เก่งและกล้าจะขึ้นรถคันเดียวกันเท่ากับ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$ นั่นคือ 1) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 1 เหมือนกัน และ 2) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 2 เหมือนกัน

วิธีที่ 2 การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

เก่งและกล้ามีวิธีในการเลือกขึ้นรถโรงเรียนทั้งหมด มีดังนี้

กรณีที่ 1 เก่งเลือกนั่งคันที่ 1 กล้าจะสามารถเลือกนั่งรถได้ 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 เก่งเลือกนั่งคันที่ 1

วิธีที่ 2 เก่งเลือกนั่งคันที่ 2

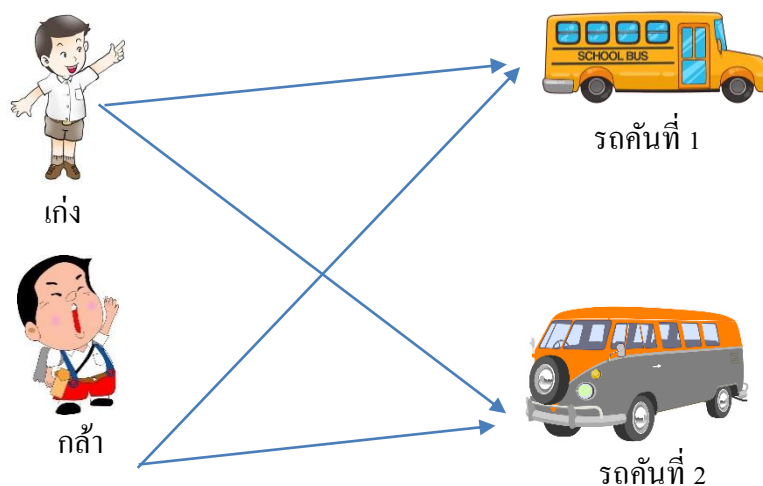
กรณีที่ 2 เก่งเลือกนั่งคันที่ 2 กล้าจะสามารถเลือกนั่งรถได้ 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 เก่งเลือกนั่งคันที่ 1

วิธีที่ 2 เก่งเลือกนั่งคันที่ 2

จากกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด พบว่า เก่งและกล้าสามารถเลือกขึ้นรถได้ทั้งหมด 4 วิธี ซึ่งมีอยู่ 2 วิธี ที่เก่งและกล้าขึ้นรถคันเดียวกัน ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เก่งและกล้าจะขึ้นรถคันเดียวกันเท่ากับ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$ นั่นคือ 1) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 1 เหมือนกัน และ 2) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 2 เหมือนกัน

วิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือกราฟ



จากแผนภาพพบว่า เก่งและกล้าสามารถเลือกขึ้นรถได้ทั้งหมด 4 วิธี ซึ่งมีอยู่ 2 วิธี
ที่เก่งและกล้าขึ้นรถคันเดียวกัน ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เก่งและกล้าจะขึ้นรถคันเดียวกันเท่ากับ
 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$ นั่นคือ 1) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 1 เหมือนกัน และ 2) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 2
เหมือนกัน

สรุปคำตอบ

ความน่าจะเป็นที่เก่งและกล้าจะขึ้นรถคันเดียวกันเท่ากับ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$ นั่นคือ

1) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 1 เหมือนกัน และ 2) เลือกนั่งรถโรงเรียนคันที่ 2 เหมือนกัน

4. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 14 นิ้ว มีด้านยาวยาวกว่าสองเท่า
ของด้านกว้างอยู่ 1 นิ้ว สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีเส้นรอบรูปยาว 14 นิ้ว มีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 1 นิ้ว

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุนิยามวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การเขียนสมการ
2. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
3. การสร้างตาราง

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การเขียนสมการ

แบบที่ 1 ใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กำหนดให้ x แทน ด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

y แทน ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จากโจทย์สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีเส้นรอบรูปยาว 14 นิ้ว เขียนสมการได้ ดังนี้

$$2x + 2y = 14$$

$$\text{จะได้ว่า } x + y = 7 \quad \dots\dots\dots (1)$$

จากโจทย์สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 1 นิ้วเขียนสมการได้ ดังนี้

$$x-2y = 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - (1); (x-2y) - (x+y) = 1-7$$

$$-3y = -6$$

$$y = 2$$

นำ $y = 2$ แทนใน (1) จะได้

$$x + 2 = 7$$

$$x = 5$$

นั่นคือ สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีความยาวด้านยาว 5 นิ้ว มีความยาวด้านกว้าง 2 นิ้ว และมีพื้นที่เท่ากับ $(5)(2) = 10$ ตารางนิ้ว

แบบที่ 2 ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กำหนดให้ x แทนความยาวด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังนั้นจะได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวด้านเท่ากับ $7-x$ (เนื่องจากด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวเท่ากัน จึงเลือกคำนวณเพียงด้านเดียวของด้านกว้างและด้านยาว)

จากโจทย์สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 1 นิ้วเขียนสมการได้ ดังนี้

$$x-2(7-x) = 1$$

$$x-14+2x = 1$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

นั่นคือ สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีความยาวด้านยาว 5 นิ้ว มีความยาวด้านกว้าง $7-5 = 2$ นิ้ว และมีพื้นที่เท่ากับ $(5)(2) = 10$ ตารางนิ้ว

วิธีที่ 2 การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

กรณีที่ 1 ความยาวด้านกว้าง 1 นิ้ว จะได้ว่าความยาวด้านยาวเท่ากับ 3 นิ้ว และได้ความยาวรอบรูปเท่ากับ $2(1) + 2(3) = 8$ นิ้ว ซึ่งยังไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

กรณีที่ 2 ความยาวด้านกว้าง 2 นิ้ว จะได้ว่าความยาวด้านยาวเท่ากับ 5 นิ้ว และได้ความยาวรอบรูปเท่ากับ $2(2) + 2(5) = 14$ นิ้ว ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

จากกรณีที่ได้ทั้งหมด พบว่า กรณีที่ 2 เป็นกรณีที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด
ดังนั้น สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่เท่ากับ $(5)(2) = 10$ ตารางนิ้ว

วิธีที่ 3 การสร้างตาราง

จากเงื่อนไขที่ว่าสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 1 นิ้ว สามารถ
สร้างตารางได้ ดังนี้

ความยาวด้านกว้าง	ความยาวด้านยาว	ความยาวรอบรูป
1	3	$2(1) + 2(3) = 2 + 6 = 8$
2	5	$2(2) + 2(5) = 4 + 10 = 14$

จากตาราง พบว่า ความยาวด้านยาว 5 นิ้ว และความยาวด้านกว้าง 2 นิ้ว เป็นความยาว
ด้านที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของ โจทย์ ดังนั้น สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่เท่ากับ $(5)(2) = 10$ ตารางนิ้ว
สรุปคำตอบ

สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่เท่ากับ 10 ตารางนิ้ว

5. ในการแข่งขันฟุตบอลของโรงเรียนมัธยม 5 แห่ง คือ โรงเรียนเก่งกล้า โรงเรียน
ชาญชัย โรงเรียนรณยุทธ โรงเรียนประสิทธิ์เวช และ โรงเรียนมีชัย การแข่งขันเป็นแบบพบกันหมด
ซึ่งได้ผลการแข่งขันเป็นดังนี้

โรงเรียนเก่งกล้า ชนะ 2 แพ้ 2; โรงเรียนชาญชัย ชนะ 0 แพ้ 4

โรงเรียนรณยุทธ ชนะ 1 แพ้ 3; โรงเรียนประสิทธิ์เวช ชนะ 4 แพ้ 0

จงหาผลการแข่งขันของโรงเรียนมีชัย

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาผลการแข่งขันฟุตบอลของ โรงเรียนมีชัย

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

โจทย์กำหนดผลการแข่งขันฟุตบอลของโรงเรียนเก่งกล้า โรงเรียนชาญชัย โรงเรียน
รณยุทธ และ โรงเรียนประสิทธิ์เวช

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุนุทวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

1. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
2. การสร้างตาราง

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหาย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 การแบ่งเป็นปัญหาย่อย

เมื่อพิจารณาโรงเรียนชาลุชัยและโรงเรียนรณยุทธจะพบว่า โรงเรียนรณยุทธชนะโรงเรียนชาลุชัย เพราะโรงเรียนชาลุชัยแพ้ทั้งสี่โรงเรียน และโรงเรียนรณยุทธชนะเพียงโรงเรียนเดียว นั่นก็คือชนะโรงเรียนชาลุชัย ดังนั้นจึงได้ว่า โรงเรียนรณยุทธ แพ้โรงเรียนเก่งกล้า โรงเรียนมิชัย และ โรงเรียนประสิทธิ์เวช (1)

เมื่อพิจารณาโรงเรียนเก่งกล้าและ (1) จะพบว่า โรงเรียนเก่งกล้าชนะ 2 โรงเรียน คือโรงเรียนชาลุชัยและโรงเรียนรณยุทธ ดังนั้นโรงเรียนเก่งกล้าแพ้โรงเรียนมิชัย และโรงเรียนประสิทธิ์เวช (2)

เมื่อพิจารณาโรงเรียนประสิทธิ์เวชและโรงเรียนชาลุชัยจะพบว่า โรงเรียนมิชัยแพ้โรงเรียนประสิทธิ์เวชและชนะโรงเรียนชาลุชัย เพราะว่าโรงเรียนประสิทธิ์เวชชนะทั้ง 4 โรงเรียน และโรงเรียนชาลุชัยแพ้ทั้ง 4 โรงเรียน (3)

เมื่อพิจารณา (1), (2) และ (3) จะพบว่า โรงเรียนมิชัยชนะโรงเรียนรณยุทธ โรงเรียนเก่งกล้า และโรงเรียนชาลุชัย และโรงเรียนมิชัยแพ้โรงเรียนประสิทธิ์เวช นั่นคือ ผลการแข่งขันของโรงเรียน มิชัย คือ ชนะ 3 แพ้ 1

จากการแบ่งพิจารณาเป็นปัญหาย่อยพบว่า โรงเรียนมิชัยมีผลการแข่งขันคือ ชนะ 3 และแพ้ 1

วิธีที่ 3 การสร้างตาราง

นำข้อมูลเขียนลงตาราง ได้ดังนี้

ชื่อทีม	ผลการแข่งขัน	
	ชนะ	แพ้
โรงเรียนเก่งกล้า	2	2
โรงเรียนชาลุชัย	0	4
โรงเรียนรณยุทธ	1	3
โรงเรียนประสิทธิ์เวช	4	0
โรงเรียนมิชัย		

เนื่องจากทุกทีมต้องแข่งแบบพบกันหมด และจากข้อมูลที่กำหนดให้จะพบว่า ไม่มีทีมใดที่มีผลเสมอกันเกิดขึ้น นั่นคือในการแข่งขันแต่ละครั้งต้องมีผลแพ้ชนะกับแพ้นั้น ดังนั้น ผลรวมของจำนวนครั้งที่ชนะ และผลรวมของจำนวนครั้งที่แพ้ของทุกทีมจะต้องเท่ากัน และเท่ากับ 10 เพราะมีเกมการแข่งขันทั้งหมด 10 เกม ดังนั้น โรงเรียนมีชัยต้องชนะ 3 และแพ้ 1 ครั้ง ดังตาราง

ชื่อทีม	ผลการแข่งขัน	
	ชนะ	แพ้
โรงเรียนเก่งกล้า	2	2
โรงเรียนชาญชัย	0	4
โรงเรียนรณยุทธ์	1	3
โรงเรียนประสิทธิ์เวช	4	0
โรงเรียนมีชัย	3	1

สรุปคำตอบ

ผลการแข่งขันของทีม E คือ ชนะ 3 ครั้ง แพ้ 1 ครั้ง

6. ร้านเสื้อผ้าแห่งหนึ่ง มีเสื้อสีแดงทั้งหมด 120 ตัว เสื้อสีขาว 300 ตัว และเสื้อสีฟ้า 150 ตัว ร้านเสื้อผ้าแห่งนี้ ต้องการจัดเสื้อเป็นกล่องเพื่อจำหน่ายเป็นชุดของขวัญโดยจัดเสร็จแล้ว ไม่ต้องการให้มีเศษเหลือ ซึ่งในการจัดแต่ละกล่องจะต้องมีจำนวนเสื้อเท่ากัน และภายในแต่ละกล่องจะต้องมีเสื้อเพียงสีเดียวเท่านั้น หากร้านค้าจัดจำหน่ายชุดของขวัญในราคากล่องละ 450 บาท เมื่อร้านค้าขายชุดของขวัญจนหมด ทางร้านจะได้เงินทั้งหมดกี่บาท

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

โจทย์ถามหาจำนวนเงินที่ได้จากการขายเสื้อกล่องละ 450 บาท

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

โจทย์กำหนดจำนวนเสื้อแต่ละสี ดังนี้ เสื้อสีแดง 120 ตัว เสื้อสีขาว 300 ตัว และเสื้อสีฟ้า 150 ตัว

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุนุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

1. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
2. การสร้างตาราง
3. การพิจารณาข้อมูล

ดำเนินการแก้ปัญหา (แสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างละเอียด)

วิธีที่ 1 พิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

โจทย์กำหนดให้จัดเสื้อเข้าชุดตามสี และต้องจัดแบบไม่เหลือเศษ

กรณีที่ 1 เริ่มจัดเสื้อทั้งหมดเท่ากับสีเสื้อที่มีจำนวนน้อยสุด (ชุดละ 120 ตัว)



1 ชุด ไม่เหลือเศษ



1 ชุด เหลือเศษ 30 ตัว



2 ชุด เหลือเศษ 60 ตัว

กรณีที่ 2 การจัดเสื้อในกรณีที่ 1 ทำให้เหลือเศษจากการจัด ดังนั้นจึงทำการจัดเสื้อทั้งหมดเท่ากับเศษที่เหลือจากการจัดในกรณีที่ 1 ซึ่งแบ่งได้ 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 จัดเสื้อชุดละ 60 ตัว



2 ชุด ไม่เหลือเศษ



2 ชุด เหลือเศษ 30 ตัว



5 ชุด ไม่เหลือเศษ

กรณีที่ 2 จัดเสื้อชุดละ 30 ตัว



4 ชุด ไม่เหลือเศษ



5 ชุด ไม่เหลือเศษ



10 ชุด ไม่เหลือ

กรณีที่ 3 การจัดเสื้อในกรณีที่ 2 ทำให้การจัดเหลือเศษ ดังนั้นจึงทำการซื้อทั้งหมดเท่ากับ
เศษที่เหลือจากการจัดในกรณีที่ 2 (ชุดละ 30 ตัว)



4 ชุด ไม่เหลือเศษ



5 ชุด ไม่เหลือเศษ



10 ชุด ไม่เหลือเศษ

จากการพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด พบว่า เราควรจัดซื้อตามกรณีที่ 3 ซึ่งเป็นกรณี
ที่จัดได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์โดยได้ทั้งหมด $4 + 5 + 10 = 19$ ชุด และแต่ละชุดจะมีเสื้อ
ชุดละ 30 ตัว ซึ่งร้านค้าจะได้เงินทั้งสิ้น $450 \times 19 = 8,550$ บาท

วิธีที่ 2 การสร้างตาราง

จำนวนเสื้อต่อชุด	จำนวนชุดที่ได้		
	เสื้อสีแดง	เสื้อสีฟ้า	เสื้อสีขาว
120	1	-	-
60	2	-	5
30	4	5	10
15	8	10	20

จากตาราง พบว่า เราสามารถจัดซื้อได้มากที่สุดชุดละ 30 ตัว โดยแบ่งเป็นเสื้อสีแดง
จำนวน 4 ชุด เสื้อสีฟ้าจำนวน 5 ชุด และเสื้อสีขาว จำนวน 10 ชุด ดังตาราง และร้านค้าจะได้เงิน
จากการขายเสื้อทั้งสิ้น $450 \times 19 = 8,550$ บาท

วิธีที่ 3 การพิจารณาข้อมูล

กำหนดให้ A แทน จำนวนชุดเสื้อสีแดง; B แทนจำนวนชุดเสื้อสีฟ้า
C แทน จำนวนชุดเสื้อสีขาว; x แทนจำนวนเสื้อที่แบ่งเท่า ๆ กัน
จะได้สมการจำนวนชุดของเสื้อแต่ละสี ดังนี้

$$A = \frac{120}{x} \dots\dots\dots (1)$$

เนื่องจาก x แทนจำนวนเสื้อซึ่งต้องเป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น ดังนั้นค่า x ที่เป็นไปได้ของการแบ่งจำนวนเสื้อสีแดง คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120

$$B = \frac{150}{x} \dots\dots\dots (2)$$

เนื่องจาก x แทนจำนวนเสื้อซึ่งต้องเป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น ดังนั้นค่า x ที่เป็นไปได้ของการแบ่งจำนวนเสื้อสีฟ้า คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150

$$C = \frac{300}{x} \dots\dots\dots (3)$$

เนื่องจาก x แทนจำนวนเสื้อซึ่งต้องเป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น ดังนั้นค่า x ที่เป็นไปได้ของการแบ่งจำนวนเสื้อสีขาว คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300

จากข้อมูลในข้างต้นจะพบว่า ตัวประกอบร่วมของเสื้อทั้งสามสีนั้นก็คือ 30 ซึ่งเมื่อนำ 30 ไปแทนลงในแต่ละสมการจะได้จำนวนชุดของเสื้อ ดังนี้ 1) เสื้อสีแดง 4 ชุด 2) เสื้อสีฟ้า 5 ชุด และ 3) เสื้อสีขาว 10 ชุด ซึ่งรวมกันได้ 19 ชุด ซึ่งแบ่งเป็นชุดละ 30 ตัวเท่า ๆ กัน

การหาจำนวนเสื้อและจำนวนชุดทั้งหมดของเสื้อในข้างต้น เราสามารถหาด้วยวิธีการอื่น ซึ่งเป็นวิธีที่คล้ายกันนั้นคือวิธีการตั้งหาร และการแยกตัวประกอบ ดังนี้

(1) การตั้งหาร

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 120 \quad 150 \quad 300} \\ \underline{\quad 4 \quad \quad 5 \quad 10} \end{array}$$

(2) การแยกตัวประกอบ

$$\begin{aligned} 120 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ 150 &= 2 \times 3 \times 5 \times 5 \\ 300 &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

ห.ร.ม. ของ 120 150 และ 30 เท่ากับ 30 ห.ร.ม. ของ 120 150 และ 300 เท่ากับ

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

จากการหา ห.ร.ม. ของ 120 150 และ 300 เท่ากับ 30 จะได้ว่ามีเสื้อแต่ละสีจำนวน 30 ตัว ซึ่งหาจำนวนชุดของเสื้อแต่ละสีได้จาก

$$A = \frac{120}{30} = 4 \text{ นั่นคือ มีเสื้อสีแดง จำนวน 4 ชุด}$$

$$B = \frac{150}{30} = 5 \quad \text{นั่นคือมีเสื้อสีฟ้าจำนวน 5 ชุด}$$

$$C = \frac{300}{30} = 10 \quad \text{นั่นคือมีเสื้อสีขาวจำนวน 10 ชุด}$$

สรุปคำตอบ

มีเสื้อทั้งหมด $4 + 5 + 10 = 19$ ก่อง ทางร้านขายก่องละ 450 บาท เมื่อขายหมดทางร้าน
จะได้รับเงินทั้งสิ้น $19 \times 450 = 8,550$ บาท

ภาคผนวก ก

- ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน
- คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS
- คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ตารางที่ 29 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนับ

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
8. กระบวนการวัด และประเมินผล	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	4.27	4.55	5	4.76	เหมาะสมมากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน			.43				

ตารางที่ 30 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโอกาส ของเหตุการณ์

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	4	5	4	5	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	3	5	4	4	5	4.2	เหมาะสมมาก
8. กระบวนการวัด และประเมินผล	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญ	4.64	5	4.36	4.55	5	4.71	เหมาะสมมากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน			.5				

ตารางที่ 31 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	4	5	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	4	4	5	4.4	เหมาะสมมาก
8. กระบวนการวัด และประเมินผล	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญ	4.73	5	4.27	4.55	5	4.71	เหมาะสมมากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน			.46				

ตารางที่ 32 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ จำนวนเต็ม

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
8. กระบวนการวัด และประเมินผล							
คะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญ	4.82	5	4.45	4.55	5	4.76	เหมาะสมมากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน			.43				

ตารางที่ 33 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูล

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	4	5	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	4	5	4	5	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	4	4	5	4.4	เหมาะสมมาก
8. กระบวนการวัด และประเมินผล	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญ	4.73	5	4.27	4.55	5	4.71	เหมาะสมมากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน			.46				

ตารางที่ 34 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS แผนที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม.

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหา	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 สรุปความรู้	5	5	4	4	5	4.6	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	4	4	5	4.4	เหมาะสมมาก
8. กระบวนการวัด และประเมินผล	5	5	4	5	5	4.8	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญ	4.73	5	4.45	4.55	5	4.75	เหมาะสมมากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน			.44				

ตารางที่ 35 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS ทั้ง 6 แผน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	ระดับ ความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ การนับ	5	5	4.27	4.55	5	4.76	.43	เหมาะสมมากที่สุด
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ โอกาสของเหตุการณ์	4.64	5	4.36	4.55	5	4.71	.5	เหมาะสมมากที่สุด
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ความน่าจะเป็น	4.73	5	4.27	4.55	5	4.71	.46	เหมาะสมมากที่สุด
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ จำนวนเต็ม	4.82	5	4.45	4.55	5	4.76	.43	เหมาะสมมากที่สุด
5. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ ของข้อมูล	4.73	5	4.27	4.55	5	4.71	.46	เหมาะสมมากที่สุด
6. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม.	4.73	5	4.45	4.55	5	4.75	.44	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย ของผู้เชี่ยวชาญ	4.78	5	4.35	4.55	5	4.73	.45	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 36 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการประเมิน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.	-1	+1	+1	+1	+1	3	.6	ใช้ได้
3.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
4.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
5.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
6.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ตารางที่ 37 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ΣR	IOC	ผลการประเมิน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.	-1	+1	+1	+1	+1	3	.6	ใช้ได้
3.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
4.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
5.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
6.	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ตารางที่ 38 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1.	.52	.37
2.	.52	.44
3.	.54	.43
4.	.60	.30
5.	.53	.40
6.	.55	.40

ความเชื่อมั่นของแบบวัด .838

ตารางที่ 39 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1.	.54	.43
2.	.56	.49
3.	.60	.43
4.	.54	.38
5.	.42	.60
6.	.49	.63
ความเชื่อมั่นของแบบวัด .856		

ตารางที่ 40 คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

ข้อที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนนความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
	(คะแนนเต็ม 36 คะแนน)	(คะแนนเต็ม 12 คะแนน)
1.	10	5
2.	16	7
3.	16	5
4.	10	5
5.	9	6
6.	10	6
7.	10	5
8.	12	7
9.	11	6

ตารางที่ 40 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความสามารถ	คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
	ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)	ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 12 คะแนน)
9.	11	6
10.	12	6
11.	9	5
12.	9	6
13.	10	6
14.	16	5
15.	3	3
16.	8	6
17.	12	6
18.	12	5
19.	8	5
20.	11	5
21.	9	3
22.	12	4
23.	3	2
24.	16	6
25.	17	5
26.	3	3
27.	11	6
28.	11	6
29.	6	2
30.	12	5
31.	10	6
32.	13	5
33.	7	5

ตารางที่ 40 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความสามารถ	คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
	ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)	ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 12 คะแนน)
34.	15	7
35.	9	3
36.	7	6
37.	11	6
38.	11	5
39.	9	7
40.	11	6
คะแนนเฉลี่ย	10.43	5.20
ร้อยละ	23.85	43.33

ตารางที่ 41 คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสาร
ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการ
การสอนการแก้ปัญหาแบบ SCS

ข้อที่	คะแนนความสามารถ	คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
	ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)	ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 12 คะแนน)
1.	29	7
2.	31	11
3.	33	11
4.	35	11
5.	29	10
6.	32	11
7.	30	9

ตารางที่ 41 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความสามารถ	คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
	ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)	ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 12 คะแนน)
8.	32	10
9.	34	11
10.	29	10
11.	29	12
12.	33	11
13.	26	9
14.	32	10
15.	25	7
16.	27	8
17.	32	9
18.	31	11
19.	30	11
20.	25	10
21.	26	9
22.	34	11
23.	29	10
24.	36	10
25.	29	9
26.	28	12
27.	27	9
28.	32	10
29.	27	9
30.	32	10
31.	30	9
32.	29	10

ตารางที่ 41 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความสามารถ	คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
	ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)	ด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 12 คะแนน)
33.	25	9
34.	33	11
35.	31	10
36.	24	11
37.	31	11
38.	28	11
39.	33	9
40.	31	12
คะแนนเฉลี่ย	29.98	10.03
ร้อยละ	82.50	83.54

ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัดก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหา แบบ SSCS

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	แก้ปัญหาหลังเรียน	29.98	40	2.966	.469
	แก้ปัญหาก่อนเรียน	10.43	40	3.381	.535

Paired Samples Test									
		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	แก้ปัญหาหลังเรียน- แก้ปัญหาก่อนเรียน	19.550	3.146	.497	18.544	20.556	39.307	39	.000

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายด้าน จากการทำแบบวัดก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	ทำความเข้าใจปัญหาหลังเรียน	10.98	40	1.165	.184
	ทำความเข้าใจปัญหาก่อนเรียน	8.50	40	2.522	.399
Pair 2	วางแผนหลังเรียน	4.85	40	.864	.137
	วางแผนก่อนเรียน	.20	40	.516	.082
Pair 3	ดำเนินการหลังเรียน	9.38	40	1.390	.220
	ดำเนินการก่อนเรียน	.90	40	1.194	.189
Pair 4	สรุปผลหลังเรียน	4.78	40	.768	.121
	สรุปผลก่อนเรียน	.83	40	.874	.138

Paired Samples Test

		Paired Differences					<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	ทำความเข้าใจปัญหาหลังเรียน- ทำความเข้าใจปัญหา ก่อนเรียน	2.475	2.611	.413	1.640	3.310	5.994	39	.000
Pair 2	วางแผนหลังเรียน-วางแผน ก่อนเรียน	4.650	.921	.146	4.355	4.945	31.923	39	.000
Pair 3	ดำเนินการหลังเรียน- ดำเนินการก่อนเรียน	8.475	1.396	.221	8.029	8.921	38.403	39	.000
Pair 4	สรุปผลหลังเรียน-สรุปผล ก่อนเรียน	3.950	.959	.152	3.643	4.257	26.038	39	.000

3. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัด
หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหา
แบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

One-Sample Statistics

	<i>N</i>	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
แก้ปัญหาหลังเรียน	40	29.98	2.966	.469

One-Sample Test

	Test Value = 25.2					
	<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
แก้ปัญหาหลังเรียน	10.184	39	.000	4.775	3.83	5.72

4. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายด้าน
จากการทำแบบวัดหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหา แบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

One-Sample Statistics				
	<i>N</i>	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ทำความเข้าใจปัญหาหลังเรียน	40	10.98	1.165	.184

	Test Value = 8.4					
	<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
ทำความเข้าใจปัญหาหลังเรียน	13.973	39	.000	2.575	2.20	2.95

One-Sample Statistics				
	<i>N</i>	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
วางแผนหลังเรียน	40	4.85	.864	.137

	Test Value = 4.2					
	<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
วางแผนหลังเรียน	4.759	39	.000	.650	.37	.93

One-Sample Statistics

	<i>N</i>	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ดำเนินการหลังเรียน	40	9.38	1.390	.220

One-Sample Test

	Test Value = 8.4					
	<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
ดำเนินการหลังเรียน	4.436	39	.000	.975	.53	1.42

One-Sample Statistics

	<i>N</i>	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
สรุปผลหลังเรียน	40	4.78	.768	.121

One-Sample Test

	Test Value = 4.2					
	<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
สรุปผลหลังเรียน	4.738	39	.000	.575	.33	.82

5. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์
จากการทำแบบวัดก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS

Paired Samples Statistics

		Mean	<i>N</i>	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	สื่อสารหลังเรียน	10.03	40	1.209	.191
	สื่อสารก่อนเรียน	5.20	40	1.285	.203

Paired Samples Test

		Paired Differences					<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	สื่อสารหลังเรียน - สื่อสารก่อนเรียน	4.825	1.631	.258	4.303	5.347	18.707	39	.000

6. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัด หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการสอนการแก้ปัญหาแบบ SSCS กับเกณฑ์ร้อยละ 70

One-Sample Statistics

	<i>N</i>	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
สื่อสารหลังเรียน	40	10.03	1.209	.191

One-Sample Test

One-Sample Test						
Test Value = 8.4						
	<i>t</i>	<i>df</i>	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
สื่อสารหลังเรียน	8.503	39	.000	1.625	1.24	2.01

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียน
- ตัวอย่างแบบฝึกหัดของนักเรียน

กลุ่มที่ 3

319

ใบกิจกรรมที่ 1
เรื่อง มืออยู่ทำไร

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา และหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้

1. แก้วและกิ้ง ไปเที่ยวสวนสัตว์ซึ่งสวนสัตว์แห่งนี้เลี้ยงม้าลายและนกกระจอกเทศในรั้วเดียวกัน แก้วและกิ้งอยากทราบว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัวจึง ไปถามคนดูแลสัตว์แล้วได้คำตอบว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศรวมกัน 47 ตัว และมีจำนวนขา รวมเท่ากับ 118 ขา อยากทราบว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัว

ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

..... ต้องการหาว่า มีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัว
.....
.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง

..... 1. ม้าลายและนกกระจอกเทศรวมกัน 47 ตัว
..... 2. มีจำนวนขา รวมเท่ากับ 118 ขา
.....
.....

วางแผนในการแก้ปัญหา (ระบุนุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

ยุทธวิธีหรือวิธีการที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหา

- 1) สังเกต
- 2) แผนภาพ

- 1) สังเกต
- 2) ตาราง

ดำเนินการแก้ปัญหา

(แสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างละเอียด ด้วยการใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน 2 ยุทธวิธี)

ยุทธวิธีที่ 1

$x =$ ส้มตอง $y =$ นกกระจกนกเทศ

$x + y = 47$ ตัว $— ①$

$4x + 2y = 118$ บาท $— ②$

$2 \times ① = 2x + 2y = 94 — ③$

$② - ③ ; 4x + 2y - 2x + 2y = 118 - 94$

$= 2x = 24$

$x = 12$

$x = 12$ แทนใน ①

$12 + y = 47$

$47 - 12 = y$

$y = 35$

$x = 12 \quad y = 35$ แทนใน ②

$4(12) + 2(35) = 118$

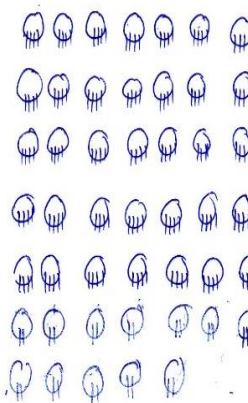
$48 + 70 = 118$

$118 = 118$ จริง

ยุทธวิธีที่ 2

○ = ส้มตอง และ นกกระจกนกเทศ

||| = บาท



ถ้าหากให้หาให้ทราบจลลน นก 2 บาท
จะได้ 94 บาท และส้มตอง 1 บาท
จะ 2 บาท ให้ตัดจลลน นก 118 บาท
จะพบส้มตอง 35 ตัว และ นก 12
ตัว 2 บาท

สรุปคำตอบ

1. ส้มตองทั้งหมด 12 ตัว

2. นกกระจกนกเทศทั้งหมด 35 ตัว

ดำเนินการแก้ปัญหา

(แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด ด้วยการใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน 2 ยุทธวิธี)

ยุทธวิธีที่ 1

กำหนดให้สีสิงโตทั้งหมด X ตัว, ดังนั้นสีแมงมุมทั้งหมด $35 - X$ ตัว
จำนวนขาที่ได้อีก

สีสิงโต $\cdot X \times 4$ แมงมุม $\cdot 8X(35-X)$ ตัว

$$4X + 8(35-X) = 200$$

$$4X + 280 - 8X = 200$$

$$280 - 200 = 8X - 4X$$

$$80 = 4X$$

$$X = 80 \div 4 = 20$$

ดังนั้นสีสิงโต 20 ตัว สีแมงมุม = $35 - 20 = 15$ ตัว

ยุทธวิธีที่ 2

สมมติให้สีตัวทั้งหมดเป็น 35 ตัวเป็นสีสิงโต

ดังนั้น หักขาออกได้ $35 \times 4 = 140$ ขา

โจทย์กำหนดให้ขาทั้งหมดรวม 200 ขา

ขาที่ขาดหายไป $200 - 140 = 60$

สีสิงโต	จำนวนขา	แมงมุม	จำนวนขา	ผลรวมขา	ผลรวมขา
35	140	0	0	35	140
34	136	1	8	35	144
33	132	2	16	35	148
32	128	3	24	35	152

ถ้าเราลองเอาสีตัวจำนวนขาอีก 10 ขา จะต้องนำสีสิงโตออก และแทนที่ด้วยแมงมุมทั้งหมด $60 \div 4 = 15$ ตัว

ดังนั้น จะสีแมงมุมทั้งหมด 15 ตัว และสีสิงโต

$$35 - 15 = 20 \text{ ตัว}$$

สรุปคำตอบ

สีสิงโต สี 15 ตัว

แมงมุม สี 20 ตัว

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นายภาคภูมิ เพ็ชรในบ่อ
วัน เดือน ปีเกิด	วันที่ 27 กันยายน พ.ศ. 2531
สถานที่เกิด	อำเภอบ่อทอง จังหวัดชลบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 375 หมู่ที่ 16 ตำบลคลองตะเกรา อำเภอท่าตะเียบ จังหวัดฉะเชิงเทรา 24160
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	
ปัจจุบัน	ครูโรงเรียนพนัสพิทยาคาร ตำบลกุฎโง้ง อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2549	มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนมัธยมสิริวัณวรี 3 ฉะเชิงเทรา
พ.ศ. 2555	การศึกษาระดับบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา
พ.ศ. 2560	การศึกษามหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา