# ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สลิลดา ลิ้มเจริญ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2560

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ สลิลดา ลิ้มเจริญ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

..................................................อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

..................................................อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..................................................ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)

..................................................กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

..................................................กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

..................................................กรรมการ

(ดร.สมพงษ์ ปั้นหุ่น)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..................................................คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่....11....เดือน.....กรกฎาคม.....พ.ศ. 2560

งานวิจัยนี้ได้รับทุนจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร้องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต ประธานสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.สมพงษ์ ปั้นหุ่น กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้ความเมตตากรุณาในการให้คำแนะนำและคำชี้แนะทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ ดร.ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์ ดร.วศิน วิพิศมากูล อาจารย์ศรัณญ์พร ปรีดากรณ์ อาจารย์วัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์ และอาจารย์สุกัญญา ประสมศรี ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบรวมทั้งให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากท่านผู้อำนวยการโรงเรียนชลราษฎรอำรุง ตลอดจนคณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ส่วนหนึ่งได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากโครงการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ซึ่งเป็นโครงการของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จึงขอขอบคุณ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่สุมาลี ลิ้มเจริญ คุณตาลมูล แย้มศรี และครอบครัวทุกคนที่ให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทีแด่บุพการี บูรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

สลิลดา ลิ้มเจริญ

58910254: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)
คำสำคัญ: เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สลิลดา ลิ้มเจริญ: ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (THE EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES BY USING METACOGNITION IN PROBLEM SOLVING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND MATHEMATICS ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, กศ.ด., อาพันธ์ชนิต เจนจิต, กศ.ด. 238 หน้า, ปี พ.ศ. 2560.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา จำนวน 7 แผน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .96 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .85 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบที แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา และด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกด้าน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

58910254: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)
KEYWORDS: METACOGNITION IN PROBLEM SOLVING/ MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY/ MATHEMATICS ACHIEVEMENT

SALINLADA LIMCHAROEN: THE EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES BY USING METACOGNITION IN PROBLEM SOLVING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND MATHEMATICS ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D., APUNCHANIT JENJIT, Ed.D., 238 P. 2017.

The purposes of this research were to compare the student’ s mathematical problem solving ability and mathematics achievement of mathayomsuksa 4 students after using metacognition in problem solving with 70 percent achievement criterion. The subjects of this study were 50 students in mathayomsuksa 4 in the second semester of the 2016 academic year at Chonradsadornumrung school. They were randomly selected by using cluster random sampling. The instruments were; 7 lesson plans, mathematical problem solving ability test (with reliability of .96) and mathematics achievement test (with reliability of .85). The data were analyzed by mean, standard deviation and t-test for one sample. The findings were as follows:

1. The mathematical problem solving ability of the sample group after obtaining metacognition in problem solving was higher than 70 percent criterion at .01 level of statistical significance. When considering mathematical problem solving ability of the sample group for each stage, it was found that the ability in understanding the problem's stage, devising a plan’s stage, carrying out the plan’s stage and looking back’s stage of the sample group was higher than the 70 percent criterion at .01 level of statistical significance.

2. The mathematics achievement of the sample group after obtaining metacognition in problem solving was higher than the 70 percent criterion at .01 level of statistical significance.

# สารบัญ

# สารบัญ (ต่อ)

# สารบัญตาราง

# สารบัญตาราง (ต่อ)

# สารบัญภาพ

# บทที่ 1
# บทนำ

## ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ และมนุษย์ได้ใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ และมีระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ ถี่ถ้วน สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 1) รวมถึงมีความสำคัญต่อการพัฒนาคุณภาพบุคคลให้เป็นสมาชิกที่ดีของสังคม ส่งเสริมนักเรียนในการพัฒนาตนเอง รู้จักวิธีการแก้ปัญหาและสามารถตัดสินใจในการเลือกอาชีพตามความถนัดความสนใจ ตามความสามารถของตน (สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 13) สอดคล้องกับคำกล่าวของยุพิน พิพิธกุล (2542, หน้า 1) ที่ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้น เป็นความจริงหรือไม่ คณิตศาสตร์ช่วยให้เราเป็นผู้มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดสิ่งที่แปลกใหม่ได้ จากความสำคัญดังกล่าวคณิตศาสตร์จึงถูกจัดเป็นหนึ่งในแปดของสาระการเรียนรู้ ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่นักเรียนทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานจำเป็นต้องรู้ เพื่อนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิต และการศึกษาต่อ การมีเหตุผล มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบและสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 10)

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญดังที่กล่าวมาข้างต้น แต่จากการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนไทยยังไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์เท่าที่ควร เห็นได้จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 26.59 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2558) และเมื่อย้อนกลับไปดูผลการทดสอบรายวิชาคณิตศาสตร์ในปีการศึกษา 2555, 2556 และ 2557 พบว่า นักเรียนทั่วประเทศมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 22.73, 20.48 และ 21.74 คะแนนตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559, หน้า 47) นอกจากนี้ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2555, 2556, 2557 และ 2558 ของโรงเรียนชลราษฎรอำรุง จังหวัดชลบุรี พบว่า นักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ย 35.71, 36.94, 41.58 และ 42.77 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2558) รวมถึงการประเมินผลการเรียนรู้ของโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) ที่เน้นประเมินการใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความรู้ความเข้าใจคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง ซึ่งนักเรียนต้องคิด ต้องประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 59) พบว่า ผลการประเมิน PISA ปี ค.ศ. 2012 ซึ่งมีคณิตศาสตร์เป็นการประเมินหลัก นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยมาตรฐาน OECD (494 คะแนน) และผลการประเมินในด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนไทยมีจุดอ่อนที่สุดในกระบวนการคิดวิธีการหรือการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ นั่นคือ การคิดถึงปัญหาสถานการณ์ในบริบทให้เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยแนวโน้มผลการประเมินคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยตั้งแต่ปี ค.ศ. 2003 จนถึง ค.ศ. 2009 พบว่า มีคะแนนค่อนข้างคงที่ แต่ใน PISA 2012 ผลการประเมินมีแนวโน้มสูงขึ้น อย่างไรก็ตาม เมื่อเทียบกับ PISA 2000 ซึ่งเป็นการประเมินครั้งแรกยังมีแนวโน้มต่ำลง (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2556, หน้า 7-13)

การประเมินการเรียนรู้โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) มีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอายุ 15 ปี ซึ่งจบการศึกษาภาคบังคับ ส่วนใหญ่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หรือ ปวช. 1 (ประมาณ 75%) พบว่า นักเรียนไทยมีผลการประเมินที่ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยมาตรฐาน ชี้ให้เห็นว่านักเรียนไทยส่วนใหญ่มีปัญหาในเรื่องของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการประเมินผล PISA นั้น เน้นประเมินการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง และผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำ จากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง จังหวัดชลบุรี พบว่า เนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนถูกประเมินในการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) เป็นเนื้อหาที่นักเรียนประสบปัญหาในการเรียนรู้ค่อนข้างมาก นักเรียนส่วนใหญ่เรียนเนื้อหาไม่เข้าใจ ไม่สามารถนำความรู้ที่เรียนไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากเนื้อหาบางส่วนเป็นเนื้อหาใหม่ที่นักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน นักเรียนไม่สามารถจำอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ มีความสับสนระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติต่าง ๆ มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนในเรื่องของมุมก้มและมุมเงย รวมถึงนักเรียนไม่สามารถนำความรู้เดิมเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาประยุกต์ใช้ในการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติได้ และที่ประสบปัญหามากที่สุด

คือ นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่เรียนไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ไม่เข้าใจโจทย์ปัญหา ไม่สามารถตีความสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนดให้ได้ ไม่สามารถวาดรูป สร้างตัวแทนสถานการณ์ปัญหาได้ (ศรัณญ์พร ปรีดากรณ์ และวัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์, สัมภาษณ์, 18 สิงหาคม 2559)

จากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นอาจสรุปได้ว่า สาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ประสบปัญหาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำนั้น เกิดจากการที่นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (ศรัณญ์พร ปรีดากรณ์ และวัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์, สัมภาษณ์, 18 สิงหาคม 2559) หรือมาจากสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาโดยทั่ว ๆ ไป ครูมักจะเน้นความจำในเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบ โดยนำเสนอวิธีแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียน การแก้โจทย์ปัญหาเป็นการฝึกใช้สูตร และทำตามขั้นตอนที่ครูสอนมากกว่าฝึกกระบวนการคิด (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546, หน้า 54-58) สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 13) ที่กล่าวว่า จากอดีตที่ผ่านมาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมุ่งให้ผู้เรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาและการทำงานตามขั้นตอน หรือกระบวนการที่ผู้สอนยกตัวอย่าง หรือทำให้ดู การสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ง่าย ๆ ใกล้ตัว เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ยังมีไม่มากเท่าที่ควร ทั้งที่ประเด็นดังกล่าวได้รับการยอมรับว่ามีความสำคัญและควรพัฒนาให้กับผู้เรียนทุกคน ดังนั้น การสอนการคิดแก้ปัญหาจึงเป็นความสำคัญอย่างยิ่งที่ผู้มีหน้าที่รับผิดชอบจัดการศึกษาทุกระดับต้องร่วมกันฝึกฝน พัฒนาให้เด็กและเยาวชนของชาติได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิดแก้ปัญหาในรูปแบบที่หลากหลายเพื่อประโยชน์ต่อตนเอง ครอบครัว สังคม และประเทศชาติ (สุวิทย์ มูลคำ, 2549, หน้า 16)

แนวทางการปฏิรูปการเรียนรู้ที่สำคัญที่สุด คือ การทำให้เด็ก เยาวชน พลเมือง สนใจการอ่าน การค้นคว้าเรียนรู้ และรู้จักวิธีการค้นหาข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล ศึกษาด้วยตนเองได้เพิ่มขึ้น รู้จักคัดเลือก ประเมิน วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้ได้ความรู้ ความเข้าใจที่เราสามารถอธิบายถ่ายโอนใช้งานได้ เป้าหมายของการเรียนรู้ นอกจากจะเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาต่าง ๆ ในโลกสมัยใหม่แล้ว ผู้เรียนควรได้เรียนรู้จักวิธีวิเคราะห์ว่าอะไรคือปัญหา และคิดวิธีการแก้ปัญหา (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2559, หน้า 77) โดยกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957, pp. 16-17) ที่ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นนี้นักเรียนจะต้องพิจารณาและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้ และโจทย์

ต้องการให้หาสิ่งใด 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ไว้แล้วในข้อ 1 รวมถึงนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วมากำหนดเป็นวิธีการที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่โจทย์ต้องการให้หา และ 4) ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาว่า ดำเนินการไปตามแผน หรือถูกต้องตามวิธีการทางคณิตศาสตร์หรือไม่ รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ ซึ่งการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนนั้นคนอาจมีวิธีคิด วิธีจัดการกับปัญหาที่แตกต่างกัน แต่ทุกคนก็มุ่งที่จะได้รับความสำเร็จในการแก้ปัญหาเหมือนกัน ดังนั้น ผู้สอนจะต้องสอนให้นักเรียนฝึกคิดวิเคราะห์ กระทำและใช้ความคิดของตนเองอย่างสม่ำเสมอ เพื่อให้นักเรียนสามารถนำกระบวนการคิดไปสร้างองค์ความรู้ แล้วนำองค์ความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์กับชีวิตของตนเอง สามารถสร้างความรู้ได้จากกระบวนการคิดของตนเอง ทำให้เขารู้ว่าเขาจะเรียนรู้เมื่อไร อย่างไร และทำไมเขาต้องเรียนรู้ เมื่อนักเรียนรู้จักใช้ความสามารถเฉพาะตนในการวิเคราะห์ ค้นหาข้อมูลความรู้ และใช้ข้อมูลนั้นอย่างมีประสิทธิภาพ นักเรียนก็จะสามารถวางแผน จัดการ และควบคุมการเรียนรู้ของตนเองได้ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดีขึ้น (วราวรรณ จันทรนุวงศ์ และกิ่งฟ้า สินธุวงษ์, 2557, หน้า 11) สำหรับแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสามารถพัฒนาการคิด และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา แนวทางหนึ่งก็คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เป็นกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีการวางแผน กำกับ ควบคุม และประเมินความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบในการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้ฝึกควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง เพื่อควบคุมกำกับกระบวนการทางปัญญาหรือกระบวนการคิด มีความตระหนักในการแก้ปัญหา และสามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาจนสำเร็จอย่างสมบูรณ์ ซึ่งการสอนโดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหานั้น วัตถุประสงค์ที่สำคัญก็คือสอนให้นักเรียนมีเป้าหมาย มีประสิทธิภาพ มีอิสรภาพในการเรียนรู้และมีความสามารถในการประเมินตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนพัฒนาตนเองให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น (ไพฑูรย์ สินลารัตน์ และคณะ, 2558, หน้า 192) สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นระบุและนิยามปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์และระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา รวมทั้งประเมินข้อมูลที่วิเคราะห์ได้ว่าถูกต้องและเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ 2) ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้สำรวจ

และสร้างความรู้ เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหาตามแนวทางของตนเอง และประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเองก่อนลงมือแก้ปัญหา 3) ขั้นลงมือปฏิบัติ ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้โดยมีการกำกับเป้าหมายในการแก้ปัญหาอยู่เสมอ รวมทั้งประเมินการแก้ปัญหาของตนเองว่าดำเนินการตามแผนและสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ หากไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนสามารถทำการปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาแล้วลงมือแก้ปัญหาใหม่จนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ 4) ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้ร่วมกันอภิปรายตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาเป็นกลุ่ม รวมทั้งแลกเปลี่ยนความคิด ถึงจุดเด่น-จุดด้อยของกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกับนักเรียนทั้งห้อง จากนั้นร่วมกันสรุปกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดและความรู้ที่ได้จากการเรียน 5) ขั้นซึมซับทางความคิด นักเรียนแต่ละคนจะได้ฝึกการสะท้อนความเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองในประเด็นต่าง ๆ ทั้งประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา จุดเด่น-จุดด้อย และข้อควรปรับปรุงของกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง (Garofalo & Lester, 1985; Beyer, 1987; Davidson, Deuser & Sternberg, 1994; Yimer, 2004; Yimer & Ellerton, 2006) ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทั้ง 5 ขั้นนี้จะสามารถพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ทำให้นักเรียนเข้าใจยุทธวิธีต่าง ๆ เกี่ยวกับการเรียนรู้ (Thomas, 1992; Davidson, 1994 อ้างถึงใน วราวรรณ จันทรนุวงศ์ และกิ่งฟ้า สินธุวงษ์, 2557, หน้า 43) และฝึกให้นักเรียนเรียนรู้วิธีการเรียน วิธีการคิด ช่วยทำให้เขาเป็นนักคิดที่ดี ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาและสามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544, หน้า 168) ทำให้นักเรียนสามารถรู้ถึงกระบวนการคิดต่าง ๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิดของตนเองปรากฏเป็นความรู้ หรือเป็นกิจกรรมทางการคิดที่มีเป้าหมายและมีประสิทธิภาพ (Flavell, 1985, p. 104) รวมทั้งมีการประเมินความคิดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของตนเองอย่างเป็นระบบ นอกจากนี้ผู้เรียนยังสามารถประยุกต์ใช้กระบวนการนี้ในการทำงาน หรือการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555 ก, หน้า 213-214) สอดคล้องกับคำกล่าวของ วิชัย พานิชย์สวย (2546, หน้า 88) ที่กล่าวว่า การที่บุคคลระลึกรู้ว่าตนรู้อะไร ยังไม่รู้ในสิ่งใด และสามารถควบคุมและตรวจสอบความคิดทั้งหมดของตนเองได้ เป็นความสามารถที่เรียกว่าเมตาคอกนิชัน (Metacognition) หากนักเรียนใช้เมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะทำให้สามารถระลึกรู้ได้ คือ มีสติอยู่เสมอว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการถามสิ่งใด เมื่อตัดสินใจเลือกวิธีการหาคำตอบได้แล้ว ก็จะควบคุมและตรวจสอบตนเองให้ดำเนินการตามแผน

ที่วางไว้ ท้ายที่สุดเมื่อได้คำตอบแล้วก็จะพิจารณาคำตอบอย่างรอบคอบว่าเป็นไปได้หรือไม่ ดังนั้น เมตาคอกนิชันสามารถช่วยให้การใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาประสบความสำเร็จได้ (ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544, หน้า 161) จากที่กล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่า เมตาคอกนิชันสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และส่งเสริมให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้งานวิจัยของ Ozsoy and Ataman (2009) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554) ที่พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 รวมถึง ผลการวิจัยของ Sahin and Kendir (2013) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากแนวคิดข้างต้นชี้ให้เห็นว่า เมตาคอกนิชันมีความสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจนำแนวคิดการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหามาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

## สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ครูได้แผนหรือแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เพื่อฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ

2. นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

3. เป็นแนวทางสำหรับครูในออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

# กรอบแนวคิดในการวิจัย

**องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน** ประกอบด้วย

1. **ความรู้ในเมตาคอกนิชัน** เป็นส่วนของความรู้ ที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไร คิดถึงเป้าหมายและการบรรลุเป้าหมายอย่างไร
2. **ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน** เป็นประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ ประกอบด้วยกลวิธีย่อย 3 วิธี คือ การวางแผน การกำกับควบคุม และการประเมิน

(Baker & Brown, 1984; Flavell, 1985; Beyer, 1987; Wells, 2000; วิทยากร เชียงกูล, 2548; สสวท., 2555)

**เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา**

ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ 1) ขั้นระบุและนิยามปัญหา 2) ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา 3) ขั้นลงมือปฏิบัติ 4) ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา และ 5) ขั้นซึมซับทางความคิด (Garofalo & Lester, 1985; Beyer, 1987; Davidson, Deuser & Sternberg, 1994; Yimer, 2004; Yimer & Ellerton, 2006)

**กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา**

เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา** ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนพิจารณาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการใช้คำถามของครู จากนั้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด และประเมินข้อมูลที่วิเคราะห์ได้จากโจทย์ปัญหาว่าถูกต้องและเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่

**ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา** นักเรียนแต่ละคนสำรวจและสร้างความรู้เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหาตามแนวทางของตนเอง โดยพิจารณาจากข้อมูลต่าง ๆ ที่มี แล้วกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้เหมาะสม จากนั้นประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเองว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนดและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่

**ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ** ครูกระตุ้นให้นักเรียนกำกับเป้าหมายของการแก้ปัญหาของตนเองผ่านการใช้คำถาม จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางเอาไว้ หากในระหว่างการแก้ปัญหานักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนสามารถทำการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแผนการแก้ปัญหาใหม่แล้วลงมือแก้ปัญหาจนได้คำตอบ จากนั้นนักเรียนประเมินการแก้ปัญหาของตนเองว่าสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแก้ปัญหา

**ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา** ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของสมาชิกภายในกลุ่ม แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาของสมาชิกในกลุ่มที่คิดว่าเหมาะสมที่สุดเพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันประเมินการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอ ว่ามีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด และความรู้ที่ได้จากการเรียน

**ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด** นักเรียนแต่ละคนย้อนกลับไปสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเองว่ามีประสิทธิภาพหรือไม่ มีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร จากนั้นครูให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

## ขอบเขตของการวิจัย

**ประชากร**

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 13 ห้องเรียน รวม 595 คน ซึ่งเป็นนักเรียนห้องเรียนปกติ ที่มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ และไม่ใช่ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์

**กลุ่มตัวอย่าง**

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 1 ห้องเรียน ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

**ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย**

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 15 คาบ (คาบละ 50 นาที) แบ่งเป็นดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ 13 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน 2 คาบ

**เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย**

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งมีเนื้อหาประกอบด้วย

| | |
|---|---|
| 1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก | จำนวน 1 คาบ |
| 2. อัตราส่วนตรีโกณมิติ | จำนวน 2 คาบ |
| 3. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° | จำนวน 2 คาบ |
| 4. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° โดยใช้ตาราง | จำนวน 2 คาบ |
| 5. อัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุม | จำนวน 2 คาบ |
| 6. ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ | จำนวน 2 คาบ |
| 7. การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ | จำนวน 2 คาบ |

## ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. เมตาคอกนิชัน หมายถึง การควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง เป็นความสามารถในการคิด ที่บุคคลสามารถรู้ถึงกระบวนการคิดต่าง ๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไร คิดถึงเป้าหมายและการบรรลุเป้าหมายอย่างไร ตลอดจนมีการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินผลความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบ

2. กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนพิจารณาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการใช้คำถามของครู จากนั้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด และประเมินข้อมูลที่วิเคราะห์ได้จากโจทย์ปัญหาว่าถูกต้องและเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่

ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละคนสำรวจและสร้างความรู้เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหาตามแนวทางของตนเอง โดยพิจารณาจากข้อมูลต่าง ๆ ที่มี แล้วกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้เหมาะสม จากนั้นประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเองว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนดและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ

ครูกระตุ้นให้นักเรียนกำกับเป้าหมายของการแก้ปัญหาของตนเองผ่านการใช้คำถาม จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางเอาไว้ หากในระหว่างการแก้ปัญหา

นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนสามารถทำการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแผนการแก้ปัญหาใหม่ แล้วลงมือแก้ปัญหาจนได้คำตอบ จากนั้นนักเรียนประเมินการแก้ปัญหาของตนเองว่าสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา

ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของสมาชิกภายในกลุ่ม แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาของสมาชิกในกลุ่มที่คิดว่าเหมาะสมที่สุดเพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันประเมินการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอว่ามีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด และความรู้ที่ได้จากการเรียน

ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด

นักเรียนแต่ละคนย้อนกลับไปสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเองว่ามีประสิทธิภาพหรือไม่ มีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร จากนั้นครูให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดและหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด

3.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ไว้แล้วในข้อ 1 รวมถึงนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วมากำหนดเป็นวิธีการที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา

3.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 โดยดำเนินการตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่โจทย์ต้องการให้หา

3.4 ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาว่าดำเนินการไปตามแผน หรือถูกต้องตามวิธีการทางคณิตศาสตร์หรือไม่ รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความสามารถของนักเรียนที่ได้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยจำแนกพฤติกรรมอันพึงประสงค์ 4 ด้าน ซึ่งประกอบด้วย ด้านความรู้ความจำ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์ เป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

5. เกณฑ์ หมายถึง เป้าหมายการประเมินการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากการนำคะแนนสอบหลังเรียนมาคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ที่ร้อยละ 70 ซึ่งอยู่ในระดับดี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2557, หน้า 22)

# บทที่ 2
# เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   1.2 คุณภาพผู้เรียน
   1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลราษฎรอำรุง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   2.1 คำอธิบายรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
   2.2 โครงสร้างรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
3. เมตาคอกนิชัน
   3.1 ความหมายของเมตาคอกนิชัน
   3.2 องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน
   3.3 แนวทางการพัฒนาเมตาคอกนิชัน
   3.4 การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา
   3.5 การวัดและประเมินเมตาคอกนิชัน
4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   4.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
   4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
   4.3 ความหมายของการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   4.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   4.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   4.6 การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    5.2 ปัจจัยหรือองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    5.3 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    5.4 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    5.5 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    6.1 งานวิจัยต่างประเทศ
    6.2 งานวิจัยในประเทศ

## หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 1-6) ระบุรายละเอียดเกี่ยวกับหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

**1. ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัดความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

4. พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**2. คุณภาพผู้เรียน**

**จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

3. มีความคิดรวบยอด เรื่อง เซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตร และนำไปใช้ได้

7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเน้นคุณภาพนักเรียนด้านการนำความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้ รวมทั้งนักเรียนสามารถใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

**3. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) การให้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 6 สาระ และ 14 มาตรฐาน ซึ่งเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 2 การวัด: มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย ดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

| ตัวชี้วัด | | สาระการเรียนรู้แกนกลาง |
|---|---|---|
| ค 2.1 ม.4-6/1 | - ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง | - อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ |
| ค 2.2 ม.4-6/1 | - แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ | - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง |
| ค 6.1 ม.4-6/1 | - ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา | |
| ค 6.1 ม.4-6/2 | - ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม | |

## หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลราษฎรอำรุง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

**1. คำอธิบายรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2**

โรงเรียนชลราษฎรอำรุงได้กำหนดคำอธิบายรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 จำนวน 1 หน่วยกิต เวลา 40 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้ (โรงเรียนชลราษฎรอำรุง, 2551)

ศึกษา ฝึกทักษะ/ กระบวนการในสาระต่อไปนี้

จำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน การไม่เท่ากัน สมการกำลังสองตัวแปรเดียว อสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง ค่าสัมบูรณ์ การหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง

อัตราส่วนตรีโกณมิติ ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม การอ่านค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติจากตารางกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

จัดการเรียนรู้โดยการฝึกปฏิบัติจริง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะกระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การนำความรู้ความคิด ทักษะและกระบวนการไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และนำไปใช้อย่างสร้างสรรค์ในชีวิตประจำวัน รวมทั้งมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ มีความรับผิดชอบ มีความเพียรพยายาม และมีวิจารณญาณ

ใช้การวัดผลและการประเมินผลอย่างหลากหลาย ประเมินตามสภาพความเป็นจริงครอบคลุมทักษะทั้งด้านความรู้ กระบวนการคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม

จากคำอธิบายรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ผู้เรียนจะได้เรียนในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง จำนวนจริงและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งผู้วิจัยนำเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ รวมทั้งทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม โดยจะวัดและประเมินผลที่ได้จากการเรียนรู้จากการใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

**2. โครงสร้างรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2**

โรงเรียนชลราษฎรอำรุง ได้กำหนดโครงสร้างรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 จำนวน 1 หน่วยกิต เวลา 40 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 2-2 (โรงเรียนชลราษฎรอำรุง, 2551)

ตารางที่ 2-2 หน่วยการเรียนรู้ มาตรฐาน/ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ จำนวนชั่วโมง

| ลำดับที่ | หน่วยการเรียนรู้ | มาตรฐาน/ ตัวชี้วัด | สาระสำคัญ | จำนวนชั่วโมง |
|---|---|---|---|---|
| 1 | จำนวนจริง | ค 1.1 ม.4-6/1 | 1. จำนวนจริง | (25) |
| | | ค 1.1 ม.4-6/2 | 1.1 จำนวนจริง | 5 |
| | | | 1.2 สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากัน | 5 |
| | | | 1.3 สมการกำลังสองตัวแปรเดียว | 5 |
| | | | 1.4 อสมการตัวแปรเดียว | 5 |
| | | | 1.5 ค่าสัมบูรณ์ | 5 |
| 2 | อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ | ค 2.1 ม.4-6/1 | 2. อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ | (15) |
| | | ค 2.2 ม.4-6/1 | 2.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ | 5 |
| | | | 2.2 การนำไปใช้ | 5 |
| | | รวมจำนวนชั่วโมงต่อภาคเรียน | | 40 |

จากการศึกษาโครงสร้างรายวิชา ค 31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง ซึ่งประกอบด้วย หน่วยการเรียนรู้ มาตรฐาน/ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ และจำนวนชั่วโมง แสดงดังตารางข้างต้น ผู้วิจัยได้เลือกใช้เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยมีมาตรฐาน/ ตัวชี้วัด และสาระสำคัญ ดังตารงที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 มาตรฐาน/ ตัวชี้วัด และสาระสำคัญที่ใช้ในงานวิจัย

| หน่วยการเรียนรู้ | มาตรฐาน/ ตัวชี้วัด | สาระสำคัญ | จำนวนชั่วโมง |
|---|---|---|---|
| อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ | ค 2.1 ม.4-6/1 | 1. อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ | 15 |
| | ค 2.2 ม.4-6/1 | 1.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ | |
| | | 1.2 การนำไปใช้ | |

## เมตาคอกนิชัน

### 1. ความหมายของเมตาคอกนิชัน

เมตาคอกนิชัน (Metacognition) เป็นแนวคิดทางจิตวิทยาในด้านการคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง ซึ่งการคิดประเภทนี้ถูกเรียกชื่อที่แตกต่างกัน เช่น การคิดเกี่ยวกับการรู้ (วราวรรณ จันทรนุวงศ์ และกิ่งฟ้า สินธุวงษ์, 2557) การคิดอภิปัญญา (ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544) การคิดอภิมาน (ไพฑูรย์ สินลารัตน์ และคณะ, 2558) การกำกับทางปัญญา (มัณฑนา พรมรักษ์, 2556) และการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน (จันทร์ขจร มะลิจันทร์, 2554) เป็นต้น แต่ในทุกชื่อเรียกที่กล่าวมาข้างต้น มีรากศัพท์มาจากคำเดียวกัน คือ Metacognition สำหรับงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยใช้ชื่อเรียกแทนการคิดนี้ว่า เมตาคอกนิชัน ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Flavell (1985, p. 104) ได้ให้ความหมายของเมตาคอกนิชันไว้ว่า หมายถึง ความสามารถในการคิด ที่บุคคลสามารถรู้ถึงกระบวนการคิดต่าง ๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิดของตนเอง ซึ่งปรากฏเป็นความรู้ หรือเป็นกิจกรรมทางการคิดที่มีเป้าหมายและมีทิศทาง

Costa (1984, p. 57) ได้ให้ความหมายของเมตาคอกนิชันไว้ว่า เป็นความสามารถของบุคคลที่จะวางแผน กำหนดกลวิธีสำหรับสร้างข้อมูลที่จำเป็น เพื่อที่จะรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคิด กลวิธีที่กำหนดขึ้นในขณะทำการแก้ปัญหา และสามารถที่จะประเมินผลที่เกิดจากการคิด

Beyer (1987, p. 191) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน เป็นการคิดเกี่ยวกับการคิด (Thinking about thinking) ซึ่งเกี่ยวกับการวางแผนในการทำงาน การกำกับควบคุม และการประเมินผลงานของตนเอง

Woolfolk (2004, p. 256) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน คือ สภาวะของแต่ละบุคคลในการตระหนักรู้เกี่ยวกับกระบวนการทางปัญญา หรือกลไกทางความคิดของตนเอง และรู้ว่าจะนำมาใช้ในการปฏิบัติงานนั้น ๆ ได้อย่างไร

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544, หน้า 155) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน หมายถึง การควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง ความสามารถของบุคคลที่ได้รับการพัฒนา เพื่อควบคุม กำกับกระบวนการทางปัญญาหรือกระบวนการคิด มีความตระหนักในงาน และสามารถใช้ยุทธวิธีทำงานจนเสร็จสมบูรณ์

วิทยากร เชียงกูล (2549, หน้า 71) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน เป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ (Analyze) พินิจพิเคราะห์ (Reflection) เพื่อเข้าใจระบอบการรู้คิด และการเรียนรู้ของตนเองรวมทั้ง รู้จุดแข็งและจุดอ่อนของตนเอง การมีความสามารถชนิดนี้จะทำให้นักเรียนรู้จักเลือกใช้ยุทธศาสตร์การเรียนรู้ในบริบทหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ทิศนา แขมมณี (2553, หน้า 304) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน คือ การควบคุมกำกับการกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้า และการประเมินผล สภาพนี้จะทำให้การคิดมีคุณค่า และเป็นประโยชน์ต่อการฝึกคิด ซึ่งเป็นความสามารถที่จะเอื้ออำนวยประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับผู้เรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ก, หน้า 120) ได้สรุปว่า เมตาคอกนิชัน เป็นความสามารถของบุคคลที่มีต่อกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าอะไรที่เหมาะสมกับตนเองในการเรียนรู้ ตลอดจนสามารถเลือกยุทธวิธีในการวางแผน กำกับ ควบคุม และประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วราวรรณ จันทรนุวงศ์ และกิ่งฟ้า สินธุวงษ์ (2557, หน้า 42) กล่าวโดยสรุปว่า เมตาคอกนิชัน หมายถึง การคิดเกี่ยวกับการรู้ของตนเอง การรู้ว่าตนเองมีความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ อย่างไร โดยมีการใช้การคิดอะไร ใช้การคิดแบบไหนสำหรับการเรียนรู้ของตน โดยมีการกำกับควบคุมกิจกรรมการคิดอย่างเป็นกระบวนการ มีการประเมินผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้กระบวนการคิดของตน

จากการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า เมตาคอกนิชัน หมายถึง การควบคุมและประเมินความคิดของตนเอง เป็นความสามารถในการคิด ที่บุคคลสามารถรู้ถึงกระบวนการคิดต่าง ๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไร คิดถึงเป้าหมายและการบรรลุเป้าหมายอย่างไร ตลอดจนมีการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินผลความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบ

**2. องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน ดังนี้

Baker and Brown (1984, pp. 21-24 อ้างถึงใน ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544, หน้า 7) แบ่งองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. การตระหนักรู้ (Awareness) คือ การตระหนักรู้ถึงทักษะ ยุทธวิธี และแหล่งข้อมูลที่จำเป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอย่างไร กล่าวคือ เป็นเรื่องของการที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิดและความสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ รวมไปถึงการแสดงออกในสิ่งที่รู้ออกมาโดยการอธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ สามารถสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้นั้น หรือมีวิธีการจำ การวางขอบข่าย การจดบันทึก และความสามารถในการสะท้อนการคิดของตนเองออกมาในขณะที่อ่านเรื่องราว หรือในการคิดแก้ปัญหาซึ่งเป็นทักษะที่จะทำให้บุคคลทำงานอย่างมีแผน เพราะจะทำให้รู้ว่างานนั้นจะต้องประกอบด้วยสิ่งใดบ้างที่จะทำให้งานนั้นเกิดประสิทธิภาพ และทำให้สถานการณ์นั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการกำกับตนเอง (Self-regulation) เป็นความสามารถในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา รวมไปถึงพิจารณาว่ามีความเข้าในในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมินความพยายามในการทำงาน การวางแผนในขั้นตอนการทำงาน การทดสอบวิธีการที่ใช้ การตัดสินใจในการใช้เวลาและความสามารถที่มีอยู่ และการเปลี่ยนไปใช้วิธีอื่นเพื่อให้แก้ปัญหาได้

Flavell (1985, pp. 103-110) แบ่งองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. ความรู้ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition knowledge) เป็นส่วนของความรู้ทั้งหมดที่บุคคลสะสมไว้ในความทรงจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไร คิดถึงเป้าหมายและการบรรลุเป้าหมายอย่างไร องค์ประกอบที่มีผลต่อกิจกรรมการคิด ประกอบด้วย 3 ตัวแปร คือ

1.1 ตัวแปรด้านบุคคล (Person variables) เป็นความรู้ที่บุคคลมี เกี่ยวกับลักษณะของบุคคลในด้านความสามารถทางปัญญา การเรียนรู้ หรือในการทำงาน เช่น รู้ถึงความถนัดและความสามารถของบุคคล รู้ว่าบุคคลมีลักษณะอย่างไรจึงจะทำงานเฉพาะอย่างได้ดี

1.2 ตัวแปรด้านงาน (Task variables) เป็นความรู้ที่บุคคลรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่จะทำว่ามีความยากง่ายอย่างไร รู้ว่าสิ่งใดที่จะทำให้งานนั้นยาก สิ่งใดทำให้งานนั้นง่าย รวมไปถึงปัญหาและอุปสรรคของงานนั้นที่อาจเกิดขึ้น

1.3 ตัวแปรด้านยุทธวิธี (Strategy variables) เป็นความรู้ที่บุคคลมีเกี่ยวกับยุทธวิธีที่เหมาะสมที่จะใช้ในการทำงานนั้น เป็นการรู้ว่ากลวิธีใดจะช่วยทำให้งานนั้นบรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ

2. ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition experience) เป็นประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ และประสบการณ์นี้มีความสำคัญต่อการกำกับตนเอง (Self-regulation) ในกิจกรรมทางการคิด เริ่มตั้งแต่การเข้าสู่สถานการณ์ในการคิดจนกระทั่งสามารถบรรลุเป้าหมายที่ต้องการ โดยที่ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน ประกอบด้วยกลวิธีย่อย 3 วิธี คือ

2.1 การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองคิดว่าจะทำงานนั้นอย่างไร เริ่มตั้งแต่การกำหนดเป้าหมาย จนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย

2.2 การกำกับควบคุม (Monitoring) เป็นการทบทวนความคิดเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด การคิดพิจารณาความเหมาะสม และความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกใช้

2.3 การประเมิน (Evaluating) เป็นการคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผน ประเมินการกำกับตรวจสอบ และประเมินผลลัพธ์

Beyer (1987 อ้างถึงใน วราวรรณ จันทรนุวงศ์ และกิ่งฟ้า สินธุวงษ์, 2557, หน้า 52-53) ได้สรุปว่า เมตาคอกนิชันประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ คือ

1. การวางแผน (Planning) เป็นการรู้ว่าตนเองจะทำงานนั้นอย่างไร ตั้งแต่การกำหนดเป้าหมาย จนถึงการปฏิบัติจนบรรลุเป้าหมาย โดยกระบวนการขั้นนี้จะนำไปสู่กระบวนการย่อย ๆ เช่น การกำหนดเป้าหมาย การเลือกวิธีปฏิบัติ การเรียงลำดับขั้นตอนการปฏิบัติ การรวบรวมจัดหมวดหมู่ปัญหาและอุปสรรคที่สามารถจะเกิดขึ้นได้ การรวบรวมแนวทางเพื่อที่จะใช้แก้ปัญหาและอุปสรรคที่อาจเกิดขึ้น และการคาดคะเนหรือทำนายผลลัพธ์ไว้ล่วงหน้า

2. การกำกับควบคุม (Monitoring) เป็นการทบทวนการคิดเกี่ยวกับแผนที่ได้วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอนและวิธีการที่เลือกใช้ โดยในขั้นนี้จะนำไปสู่กระบวนการย่อย เช่น การกำกับจุดประสงค์ไว้ในใจ การกำกับบทบาทของตนเองให้เป็นไปตามขั้นตอน การรู้จุดประสงค์ย่อยที่จะทำให้แก้ปัญหาได้สำเร็จ การตัดสินใจไปสู่การปฏิบัติขั้นต่อไป การเลือกวิธีปฏิบัติขั้นต่อไปอย่างเหมาะสม การรู้ถึงปัญหาและข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาและทราบวิธีที่จะขจัดปัญหาและข้อผิดพลาด

3. การประเมินผล (Evaluating) เป็นการคิดเกี่ยวกับการประเมินการวางแผน การประเมินวิธีการตรวจสอบ และประเมินผลลัพธ์ โดยในขั้นนี้จะนำไปสู่กระบวนการย่อย ๆ เช่น การประเมินความสำเร็จตามจุดประสงค์ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้อย่างละเอียดและเพียงพอ การประเมินคุณค่าของวิธีที่ใช้ การประเมินเรียงลำดับปัญหา และข้อผิดพลาดที่พบจากการพิจารณาประสิทธิภาพของแผน ที่ทำให้แก้ปัญหาได้สำเร็จ

Wells (2000, pp. 6-13) อธิบายว่า เมตตาคอกนิชัน ประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก ๆ 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้ในเมตาคอกนิชัน สามารถแบ่งได้เป็น

1.1 ความรู้ในเมตตาคอกนิชันที่สามารถแสดงออกได้อย่างชัดเจน (Explicit metacognitive knowledge) คือ สิ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับจิตใต้สำนึก และแสดงความคิดออกมาเป็นคำพูดได้

1.2 ความรู้ในเมตาคอกนิชันที่ไม่สามารถแสดงออกได้อย่างชัดเจน (Implicit metacognitive knowledge) คือ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับจิตใต้สำนึก แต่ไม่สามารถแสดงความคิดออกมาเป็นคำพูดได้

2. ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน เป็นสิ่งที่สามารถเชื่อมโยงความสับสนทางอารมณ์ด้วยวิธีที่มีความหลากหลาย

3. กลวิธีในการควบคุมเมตาคอกนิชัน เป็นคำตอบของบุคคลขณะที่มีการควบคุมกิจกรรมในลักษณะต่าง ๆ ของระบบทางปัญญา

วิทยากร เชียงกูล (2548, หน้า 148) กล่าวถึง องค์ประกอบของเมตาคอกนิชันว่า มี 2 องค์ประกอบ คือ

1. การรู้จักความคิดของตัวเอง เป็นการเข้าใจเกี่ยวกับวิธีที่เราคิด การรู้จักจุดแข็ง และจุดอ่อนในเรื่องทักษะ หัวข้อกิจกรรมต่าง ๆ ของตัวเรา

2. การติดตามและควบคุมวิธีที่เราเรียนรู้ คือ ความสามารถที่จะรับงาน และตัดสินใจว่า จะทำวิธีไหนให้ดีที่สุด รู้จักใช้ยุทธศาสตร์และทักษะของเราอย่างมีประสิทธิภาพ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ก, หน้า 120) ได้แบ่ง องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน ออกเป็น 3 องค์ประกอบ ดังต่อไปนี้

1. ความรู้ เป็นความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับการรู้กระบวนการคิดของตนเอง ในการเรียนรู้ หรือการปฏิบัติงานที่มีองค์ประกอบย่อย 3 ด้าน ดังนี้

1.1 ความรู้ด้านเนื้อหาสาระ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่ผู้เรียน จำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ และความรู้เกี่ยวกับความสามารถของตนเอง ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1.1 ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ เป็นการรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใด ในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์ และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการทำการทดลองทางวิทยาศาสตร์ จะต้องรู้ว่าการทดลองนี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิทยาศาสตร์เรื่องใด

1.1.2 ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของตนเอง เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ ตนเองว่ามีความรู้ความสามารถในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานมากน้อยเพียงใด เช่น ผู้เรียนรู้ จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการ ที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง เป็นต้น

1.2 ความรู้ในวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือกระบวนการต่าง ๆ ที่สามารถ นำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน

1.3 ความรู้ที่ใช้เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ลักษณะ ของวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการที่เหมาะสม และมีประสิทธิภาพสูงสุด

2. การควบคุมตนเอง เป็นความสามารถของผู้เรียนในการควบคุมตนเองให้เรียนรู้ หรือปฏิบัติงานได้สำเร็จตามเป้าหมายที่ตั้งไว้ ซึ่งประกอบด้วย 3 ด้าน ดังนี้

2.1 การวางแผน เป็นการกำหนดวัตถุประสงค์และขั้นตอนการเรียนรู้ หรือการปฏิบัติงาน เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานให้สำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ

2.2 การกำกับควบคุม เป็นการตรวจสอบและคิดทบทวนเกี่ยวกับความเหมาะสม และความถูกต้องของวิธีการและขั้นตอนที่เลือกใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน

2.3 การประเมิน เป็นการตรวจสอบผลที่ได้จากการเรียนรู้หรือปฏิบัติงาน ซึ่งจะทำให้ผลที่ได้มีความถูกต้องและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการทำงาน

3. ความตระหนักต่อกระบวนการคิด เป็นความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับการรู้ปัจจัยที่จำเป็นที่ทำให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานสำเร็จได้อย่างมีประสิทธิภาพ และผู้เรียนสามารถอธิบายสิ่งที่ตนเองรู้ให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการอธิบายเหตุผลใน 3 ด้าน ดังนี้

3.1 การสนับสนุนความคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องของตนเอง ผู้เรียนสามารถอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนความคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องของตนเองได้อย่างชัดเจน ซึ่งแสดงถึงความมั่นใจว่าสิ่งที่ตนเองคิดนั้นถูกต้องหลังจากมีการประเมินแล้วว่ากระบวนการคิดที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานทำให้งานสำเร็จ

3.2 การยอมรับความคิดหรือวิธีการอื่นที่ถูกต้อง ผู้เรียนสามารถอธิบายเหตุผลของการยอมรับความคิดหรือวิธีการอื่นที่แตกต่างจากแนวคิดของตนเองว่าถูกต้อง

3.3 การยอมรับว่าความคิดหรือวิธีการของตนเองผิดพลาด ผู้เรียนสามารถอธิบายเหตุผลของการยอมรับว่าความคิดหรือวิธีการของตนเองผิดพลาด และพร้อมที่จะแก้ไขความผิดพลาดที่เกิดขึ้นหลังจากมีการประเมินแล้วว่ากระบวนการคิดที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานทำให้งานผิดพลาด

จากการศึกษาองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันข้างต้น พบว่า องค์ประกอบของเมตตาคอกนิชันที่กล่าวถึงนั้นมีองค์ประกอบที่คล้ายกัน นักการศึกษาบางท่านได้แบ่งองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันเป็น 2 องค์ประกอบ ในขณะที่หน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาบางท่าน แบ่งองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันเป็น 3 องค์ประกอบ แต่เมื่อพิจารณาแล้วสามารถสรุปองค์ประกอบหลักที่สำคัญของเมตาคอกนิชันได้ 2 องค์ประกอบ คือ ความรู้ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition knowledge) และประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition experience) ดังนั้น ในงานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยจึงได้แบ่งองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. ความรู้ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition knowledge) เป็นส่วนของความรู้ทั้งหมดที่บุคคลสะสมไว้ในความจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร และคิดอย่างไร คิดถึงเป้าหมายและการบรรลุเป้าหมายอย่างไร

2. ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition experience) เป็นประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ และประสบการณ์นี้มีความสำคัญต่อการกำกับตนเอง (Self-regulation) ในกิจกรรมทางการคิด เริ่มตั้งแต่การเข้าสู่สถานการณ์ในการคิดจนกระทั่งสามารถบรรลุเป้าหมายที่ต้องการ โดยประสบการณ์ในเมตาคอกนิชันประกอบด้วย กลวิธีย่อย 3 วิธี คือ การวางแผน การกำกับควบคุม และการประเมิน

**3. แนวทางการพัฒนาเมตาคอกนิชัน**

มีนักการศึกษาได้ให้แนวทางในการพัฒนาเมตาคอกนิชันไว้ ดังนี้

Derry and Merphy (1986, p. 39) เสนอแนวทางในการพัฒนาเมตาคอกนิชันไว้ ดังนี้

1. สอนยุทธวิธีการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนสั่งสมไว้ใช้ในการแก้ปัญหา

2. ฝึกให้นักเรียนตระหนักไว้ว่าเป้าหมายในการเรียนรู้คืออะไร

3. เพิ่มพูนประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้มากขึ้น

4. ช่วยให้นักเรียนสั่งสมความรู้เกี่ยวกับประโยชน์ของยุทธวิธีต่าง ๆ รวมถึงความรู้เกี่ยวกับโอกาสและวิธีเลือกใช้ยุทธวิธีเหล่านั้น

นอกจากนี้ Derry and Merphy ได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาเกี่ยวกับความรู้ในเมตาคอกนิชันไว้ดังนี้

1. การฝึกให้มีความรู้ในด้านโครงสร้างความรู้ (Schema knowledge) ซึ่งเป็นพื้นฐานของความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้นต่อไป และที่สำคัญยังช่วยจำแนกความคิดสำคัญ ซึ่งต้องมีความสามารถในการระบุแนวความคิดได้ เป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับประยุกต์ใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ อย่างมีเป้าหมาย

2. การฝึกโดยตรง (Direct training) เป็นการสอนยุทธวิธีโดยตรง เช่น ในการเรียนการสอนผ่านระบบคอมพิวเตอร์ ให้บอกนักเรียนว่าควรใช้วิธีการจดบันทึกและการถามตอบ แต่ถ้าเป็นการเรียนการสอนแบบใช้หนังสือเรียน ให้ใช้วิธีการขีดเส้นใต้และการสรุปใจความ

3. การให้นักเรียนได้ค้นพบคุณลักษณะของยุทธวิธีของตนเอง (Metamemory acquisition procedures) เป็นการสอนให้นักเรียนประเมินยุทธวิธีที่ใช้อย่างมีเหตุผล เช่น เมื่อสอนนักเรียนใช้ยุทธวิธีสร้างหัวข้อย่อยของเนื้อหา (Outlining) จากนั้นให้นักเรียนประเมินผลของการเรียนโดยยุทธวิธีดังกล่าวเปรียบเทียบกับผลการเรียนโดยไม่ใช้ยุทธวิธีนี้

4. การควบคุมตนเอง (Self-regulation) ควรฝึกโดยใช้วิธีการชี้แนะ (Triggering mechanism) เพื่อช่วยให้นักเรียนระลึกถึงยุทธวิธีที่จะช่วยให้งานที่กำลังทำอยู่ประสบความสำเร็จได้

Boekaerts (1997, p. 182) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาเมตาคอกนิชันไว้ ดังนี้

1. ควรกระตุ้นความรู้สึกและความสามารถเดิมของผู้เรียนและสนับสนุนให้ผู้เรียนนำความรู้เดิมออกมาใช้ในการเรียนเนื้อหาใหม่

2. ควรสอนการใช้การคิดเชิงเมตาคอกนิชันให้ผู้เรียนและฝึกให้ผู้เรียนใช้การคิดเชิงเมตาคอกนิชันจนคล่องแคล่วเป็นอัตโนมัติ

3. การสอนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันให้ผู้เรียนควรแบ่งเป็น 2 ระยะ คือ ระยะแรก ผู้สอนมีบทบาทเป็นต้นแบบเป็นผู้ฝึกสอน (Coach) ต่อมาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้โดยการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน และได้ไตร่ตรองวิธีการทำงานของตนเอง

4. ควรออกแบบงานให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544, หน้า 160-167) กล่าวว่า การพัฒนาเมตาคอกนิชัน สามารถทำได้ เรียนรู้ได้ ซึ่งครูควรนำไปฝึกผู้เรียนเพื่อใช้ในการควบคุมการคิดของตน เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักคิด รู้จักการเรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถควบคุมและประเมินกระบวนการคิดของตนเองได้ โดยแนวทางในการพัฒนาเมตาคอกนิชัน พัฒนาพฤติกรรมการควบคุมและประเมินการคิด มีดังนี้

1. ระบุว่าเรารู้อะไร เราไม่รู้อะไร โดยฝึกเขียนให้ชัดเจนว่า “อะไรที่เรารู้แล้วบ้าง” “อะไรที่ต้องการรู้” เมื่อผู้เรียนได้หัวข้อแล้ว ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจหรือขยายความด้วยข้อมูลที่ถูกต้อง

2. สนทนาหรืออภิปรายเกี่ยวกับการคิด การพูดเรื่องวิธีคิดมีความสำคัญมากในการสอน ครูควรอธิบายกระบวนการคิดในการวางแผนแก้ปัญหาเป็นการสาธิตการคิดให้ผู้เรียนรู้ จากนั้นก็ฝึกให้ผู้เรียนคิด อภิปรายเกี่ยวกับวิธีคิดของแต่ละคน อธิบายกระบวนการคิดเพื่อจะนำไปใช้โดยใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ

3. การเขียนอนุทินเกี่ยวกับการใช้ความคิดหรือการคิด การเขียนอนุทิน หรือบันทึกการเรียนรู้โดยผู้เขียนจะบันทึกวิธีคิด บันทึกข้อควรระมัดระวัง ความยากลำบาก การได้ประสบปัญหาความยุ่งยากนับเป็นการสะท้อนความคิดของตนเอง

4. การวางแผนและการกำกับตนเอง ผู้เรียนจะต้องพัฒนาความรับผิดชอบ ในการวางแผนและการเรียนด้วยตนเอง เพราะถ้ามีผู้อื่นวางแผนจัดการให้เขาจะไม่สามารถพัฒนาการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

5. สรุปกระบวนการคิดที่ใช้เมื่อทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ผู้เรียนควรได้อภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการคิด ทั้งนี้เพื่อ 1) เป็นการพัฒนาความตระหนักในการควบคุมการคิด 2) สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ โดยทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

5.1 ครูแนะนำให้ผู้เรียนทบทวนกิจกรรม รวบรวมข้อมูล กระบวนการคิดที่ใช้ และความรู้สึกที่เกิดขึ้น

5.2 ครูให้ผู้เรียนจำแนกทักษะการคิดที่ใช้พร้อมทั้งระบุยุทธวิธีการคิดที่ใช้

5.3 ครูให้ผู้เรียนประเมินความสำเร็จ นำยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมออกไป และสรุปยุทธวิธีที่จะเป็นประโยชน์ต่อไปในอนาคต

6. การประเมินตนเอง (Self-evaluation) เป็นการประเมินเกี่ยวกับการคิดของตนเอง โดยค่อย ๆ ฝึกทำไปทีละเล็กละน้อยจะทำให้ผู้นั้นสามารถทำได้อย่างเป็นอิสระ จากนั้นจะสามารถเชื่อมโยงประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้นี้ไปใช้ในสถานการณ์ใดก็ได้

นอกจากนี้ ทิศนา แขมมณี และคณะ (2544, หน้า 167) ยังได้เสนอแนวทางในการพัฒนาเมตาคอกนิชันในการฝึกการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักวางแผน ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ๆ คือ

1.1 ฝึกให้ผู้เรียนวิเคราะห์เป้าหมาย โดยให้ผู้เรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ บอกข้อมูลอื่นที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา บอกคำและข้อความสำคัญ และบอกเป้าหมายของการแก้โจทย์ปัญหานั้นได้

1.2 ฝึกให้ผู้เรียนเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เป็นการเสนอยุทธวิธีต่าง ๆ สำหรับการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ แล้วตัดสินใจเลือกยุทธวิธีที่ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

1.3 เรียงลำดับขั้นตอนตามยุทธวิธีที่ได้เลือกไว้ เป็นการนำยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่ได้เลือกไว้มาลำดับเป็นขั้นตอนย่อย ๆ อย่างเป็นระบบ เพื่อให้สะดวกต่อการแก้โจทย์ปัญหาและสะดวกต่อการตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.4 ประมาณคำตอบที่คาดไว้ว่าจะได้ เป็นการคาดคะเนคำตอบให้ได้ใกล้เคียงกับคำตอบของโจทย์ปัญหามากที่สุด โดยการวิเคราะห์เงื่อนไขหรือข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2. ฝึกให้ผู้เรียนสามารถกำกับควบคุมและตรวจสอบความคิดของตนเองได้ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อย ๆ ดังนี้

2.1 การกำหนดเป้าหมายไว้ในใจ

2.2 กำกับวิธีการต่าง ๆ ให้เป็นไปตามขั้นตอนของยุทธวิธีที่ได้เลือกไว้

3. ฝึกให้ผู้เรียนสามารถประเมินการคิดของตนเองได้

3.1 ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้ปฏิบัติตามขั้นตอนหรือยุทธวิธีที่เลือกนั้นแล้วสามารถบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้หรือไม่

3.2 ตรวจสอบคำตอบ เป็นการตรวจสอบคำตอบ หรือผลลัพธ์ของงาน หรือกิจกรรมที่ได้กระทำลงไปแล้วว่าถูกต้องจริงหรือไม่

3.3 ตรวจสอบขั้นตอนในการปฏิบัติ เป็นการย้อนกลับไปมองถึงขั้นตอนของยุทธวิธีที่ใช้ในการทำกิจกรรมใดว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขึ้นแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป

นันทฉัตร วงษ์ปัญญา (2555, หน้า 17) ได้กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน มีบทบาทที่สำคัญมากต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน จึงควรส่งเสริมและพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดเมตาคอกนิชัน โดยครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง เพื่อผู้เรียนจะได้ตระหนักรู้ตนเอง รู้ว่าตนเองมีหลักการคิดอย่างไร มีที่มาของการคิดอย่างไร รู้ว่าตนเองเรียนรู้ได้มากน้อยเพียงใด มีจุดแข็งและจุดบกพร่องอย่างไร และมีการประเมินผลลัพธ์ในการเรียนรู้ รวมทั้งมีการทบทวนความเหมาะสมของยุทธวิธีที่ใช้ในการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ และแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปแนวทางในการพัฒนาเมตาคอกนิชันได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรสอนวิธีการเรียนรู้ที่หลากหลายให้กับนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้เดิมมาใช้ในการเรียนเนื้อหาใหม่ ฝึกให้นักเรียนตระหนักถึงเป้าหมายในการเรียนรู้ ระบุสิ่งที่รู้ สิ่งที่ไม่รู้ ฝึกให้นักเรียนคิด และเขียนอนุทินเกี่ยวกับการคิดเพื่อสะท้อนความคิดของตนเอง วางแผนและกำกับตนเอง สรุปกระบวนการคิดของตนเองเมื่อทำกิจกรรมเสร็จแล้ว และประเมินตนเองเกี่ยวกับการคิดของตน สำหรับงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยนำแนวทางในการพัฒนาเมตาคอกนิชันไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยตระหนักถึงเป้าหมายในการแก้ปัญหา ระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา รวมทั้งฝึกให้นักเรียนมีการวางแผน กำกับควบคุมการแก้ปัญหา และประเมินความคิดตน โดยการเขียนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง

**4. การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา**

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึง การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

Beyer (1987, pp. 192-196) ได้ศึกษา การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา และได้แบ่งกลยุทธ์การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ออกเป็น 3 กลยุทธ์ย่อย ดังนี้

1. การวางแผนแก้ปัญหา (Planning) เป็นการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา พิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา กับประสบการณ์เดิมของผู้แก้ปัญหา มากำหนดว่าจะแก้โจทย์ปัญหานั้นด้วยวิธีใดและอย่างไร ก่อนที่จะทำโจทย์ปัญหาต่อไป ประกอบด้วย

1.1 การกำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา เป็นการพิจารณาโจทย์ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

1.2 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจเลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่เหมาะสมที่สุด

1.3 เรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการนำวิธีการหรือขั้นตอนที่เลือกมาลำดับเป็นขั้นตอนย่อย ๆ ทำให้สะดวกต่อการแก้ปัญหาและตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น

1.4 คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น เป็นการคาดการณ์ถึงสิ่งที่จะทำให้เกิดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้

1.5 คาดเดาวิธีการแก้ไขอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น เป็นการคาดการณ์ถึงวิธีการที่จะทำให้สามารถกำจัดอุปสรรคและข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหา

1.6 ประมาณหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ เป็นการคาดคะเนคำตอบที่ต้องการโดยการวิเคราะห์ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนดมาให้อย่างมีเหตุผล เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบคำตอบ

2. การกำกับควบคุมการแก้ปัญหา (Monitoring) เป็นการควบคุมและตรวจสอบวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปพร้อมกับการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการกำกับสิ่งที่โจทย์ต้องการขณะทำการแก้ปัญหา

2.2 กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นการกำกับให้ปฏิบัติตามวิธีการและขั้นตอนที่เลือกไว้ในขณะทำการการแก้ปัญหาโดยการกำกับสิ่งต่อไปนี้

2.2.1 รู้ว่าแก้ปัญหาในเป้าหมายย่อยได้สำเร็จ

2.2.2 ตัดสินใจไปสู่วิธีการหรือขั้นตอนต่อไป

2.2.3 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม

2.2.4 รู้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

2.2.5 รู้วิธีการแก้ไขข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น

3. ประเมินการแก้ปัญหา (Assessing) เป็นการมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด ประกอบด้วย

3.1 ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย เป็นการตรวจสอบว่าหลังจากที่ได้แก้ปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาสามารถบรรลุเป้าหมายของการแก้ปัญหานั้น ๆ ตามที่ได้ตั้งไว้หรือไม่

3.2 พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบที่จากการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ ด้วยวิธีการใดหรือขั้นตอนใด เพื่อทำให้เกิดความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง

3.3 ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ เป็นการมองย้อนกลับไปที่วิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาว่ามีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด เพื่อจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจเกิดขั้นในขณะแก้ปัญหาแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นต่อไป

3.4 ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด เป็นการอภิปรายถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะแก้ปัญหาแล้ววิเคราะห์หาสาเหตุและแนวทางในการปรับปรุง

3.5 พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ เป็นการพิจารณาถึงวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ที่ทำให้การแก้ปัญหามีความถูกต้องแน่นอนประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใด

Davidson, Deuser and Sternberg (1994, pp. 207-226) มีความเห็นว่า การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีพื้นฐานส่วนหนึ่งมาจากการแก้ปัญหาทั่วไป และได้เสนอขั้นตอนของการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุและนิยามปัญหา (Identifying and defining the problem) ในการแก้ปัญหานั้นบุคคลต้องระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเป้าหมายในการแก้ปัญหา ขั้นแรก คือ การลงรหัสส่วนประกอบที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา คือ การเก็บลักษณะสำคัญของปัญหาลงไว้ในความจำระยะสั้น และการเรียกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับลักษณะดังกล่าวจากความจำระยะยาวขึ้นมา ผู้แก้ปัญหาต้องระบุให้ได้ว่าสิ่งใดรู้แล้ว สิ่งใดยังไม่รู้ และโจทย์ถามอะไร

2. การสร้างตัวแทนปัญหา (Representing the problem) เมื่อระบุปัญหาได้แล้ว ต้องสร้างแผนที่ความคิด (Mental map) โดยเชื่อมความสัมพันธ์ของส่วนประกอบเหล่านั้น และเป้าหมายที่พบจากการนำเสนอมา ข้อมูลจะถูกเพิ่มเข้ามาหรือขจัดออกไปแล้วถูกตีความจากสถานการณ์เดิมแล้วจึงเก็บไว้ในความจำ กระบวนการสร้างตัวแทนปัญหานี้จะทำให้บุคคลมีความเข้าใจปัญหาและมองเห็นวิธีแก้ปัญหาอย่างชัดเจน

3. การวางแผนดำเนินการแก้ปัญหา (Planning how to proceed) เป็นการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วค่อย ๆ ดำเนินการแก้ปัญหาเป็นลำดับไป ในการวางแผนจำต้องมีการเลือกกระบวนการพื้นฐานในทางยุทธวิธีเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

4. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluating the problem) ในขณะที่บุคคลกำลังแก้ปัญหา เขาต้องใส่ใจกับสิ่งที่ทำไปแล้ว สิ่งที่กำลังทำ และสิ่งที่ควรจะทำต่อไป รวมถึงการที่บุคคลควบคุมตัวแทนภายในของปัญหาที่ตนสร้างขึ้นมาในตอนแรกได้ และยังต้องสร้างต่อไปเพื่อทำความเข้าใจ และแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ หากยุทธวิธีที่ใช้อยู่ไม่เกิดผลที่ต้องการอาจตัดสินใจเปลี่ยนกลวิธีได้

นอกจากนี้ มีนักการศึกษานำแนวคิดในการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหามาประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Garofalo and Lester (1985, pp. 163-176) ได้เสนอ กรอบแนวคิดในการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Orientation) หมายถึง การใช้ยุทธวิธีในการวิเคราะห์ข้อมูลและทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 พิจารณาทำความเข้าใจปัญหา

1.2 วิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข

1.3 ประเมินความคุ้นเคยกับปัญหา

1.4 สร้างตัวแทนปัญหา

1.5 ประเมินความยากและโอกาสที่จะประสบความสำเร็จ

2. การกำหนดโครงสร้างของการแก้ปัญหา (Organization) เป็นการวางแผนเพื่อกำหนดพฤติกรรมและเลือกปฏิบัติ ประกอบด้วย

2.1 ระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย

2.2 วางแผนรวม

2.3 วางแผนย่อย

3. การดำเนินการแก้ปัญหา (Execution) เป็นการกำกับให้ดำเนินตามแผน ประกอบด้วย

3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย

3.2 กำกับและประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม

3.3 ตัดสินใจเพื่อดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปหรือเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาใหม่ที่ดีกว่าโดยใช้ดุลยพินิจของผู้แก้ปัญหา (พิจารณาจากความเหมาะสมของเวลา ความถูกต้องและความสมบูรณ์ของคำตอบ)

4. การประเมินความถูกต้อง (Verification) เป็นการประเมินการตัดสินใจและผลลัพธ์ของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งประกอบด้วย

4.1 ประเมินขั้นการทำความเข้าใจปัญหา และขั้นกำหนดโครงสร้างของการแก้ปัญหาประกอบด้วย

4.1.1 ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา

4.1.2 ความถูกต้องของแผนการแก้ปัญหา

4.1.3 ความสอดคล้องของแผนย่อยกับแผนรวม

4.1.4 ความสอดคล้องของแผนรวมกับเป้าหมาย

4.2 ประเมินการดำเนินการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

4.2.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ

4.2.2 ความสอดคล้องของแผนและการดำเนินการตามแผน

4.2.3 ความสอดคล้องของผลลัพธ์แต่ละขั้นกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

4.2.4 ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

Yimer (2004, pp. 55-56) ได้เสนอแนวคิดในการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. เผชิญหน้ากับปัญหา (The engagement phase) เป็นขั้นการเผชิญปัญหา และสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ประกอบด้วย

1.1 สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาโดยการอ่าน กำหนดแนวคิด หรือวาดรูป

1.2 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการอ่านซ้ำเพื่อพิจารณาลักษณะของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

1.3 พัฒนาความเกี่ยวข้องของปัญหา ประเมินระดับความยากง่าย คาดคะเนความสำเร็จ และประเมินความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีในการจัดการปัญหา

2. กำหนดกระบวนการแก้ปัญหา (The transformation-formation phase) เป็นขั้นวางแผนแก้ปัญหาโดยวิเคราะห์ และกำหนดกรอบในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 สำรวจปัญหาโดยนึกถึงปัญหาที่เป็นกรณีเฉพาะ

2.2 คาดคะเนบนพื้นฐานของการวิเคราะห์เกี่ยวกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา

2.3 สะท้อนผลการสำรวจและคาดคะเนความเป็นไปได้

2.4 วางแผนหรือหายุทธวิธีแก้ปัญหา

2.5 พิจารณาความสอดคล้องระหว่างแผนการแก้ปัญหากับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด

3. ลงมือปฏิบัติ (The implementation phase) เป็นขั้นตอนดำเนินการตามแผน ประกอบด้วย

3.1 สำรวจเงื่อนไขหลักของแผนเพื่อกำหนดแผนย่อย ตลอดจนพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง

3.2 พิจารณาความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหา

3.3 ดำเนินการตามแผน

3.4 สะท้อนความเหมาะสมของการปฏิบัติตามแผน และความสอดคล้องของแผนย่อย ขั้นนี้อาจเกิดการตัดสินใจในการปรับปรุงหรือยกเลิกแผน

4. ประเมินผล (The evaluation phase) เป็นขั้นประเมินกระบวนการแก้ปัญหา และตัดสินใจเกี่ยวกับการดำเนินการตามแผน ประกอบด้วย

4.1 ประเมินว่าคำตอบที่ได้นั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่

4.2 ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหา และตรวจดูข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการคำนวณ

4.3 ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

4.4 ตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธคำตอบของปัญหา

5. ซึมซับทางความคิด (The internalization phase) เป็นขั้นที่เกี่ยวข้องกับเจตคติของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหา ประกอบด้วย

5.1 สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา

5.2 พิจารณาประเด็นสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา

5.3 ประเมินผลการแก้ปัญหาเพื่อปรับใช้กับสถานการณ์อื่น และพิจารณาหาแนวทางการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหา

Yimer and Ellerton (2006, pp. 575-582) ได้พัฒนาโมเดลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เมตาคอกนิชัน (The problem solving model of metacognitive process) จากกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเผชิญหน้ากับปัญหา (Engagement) เป็นขั้นเผชิญปัญหาและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ประกอบด้วย

1.1 สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาโดยการเขียนแนวคิดหลักหรือสร้างโครงร่าง

1.2 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการทำความเข้าใจกับข้อมูล ระบุข้อมูลที่สัมพันธ์กับแนวคิดสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา และระบุว่าปัญหามีความเชื่อมโยงกับหลักการทางคณิตศาสตร์ใด

1.3 พิจารณาปัญหาโดยการประเมินกับปัญหาที่คล้ายคลึงกันว่าเคยแก้ปัญหาในลักษณะนี้หรือไม่ รวมทั้งประเมินระดับความยากง่ายของปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา (Transformation-formulation) เป็นขั้นวางแผนการแก้ปัญหาโดยวิเคราะห์ และกำหนดกรอบในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 การสำรวจปัญหาโดยศึกษาจากกรณีเฉพาะเพื่อช่วยให้มองเห็นสถานการณ์

2.2 การคาดคะเนบนพื้นฐานของการสังเกตและประสบการณ์เดิม

2.3 กำหนดกรอบแผนการแก้ปัญหาโดยออกแบบวิธีทดสอบ การคาดคะเนหรือสร้างแผนการแก้ปัญหาเฉพาะหรือโดยรวม

2.4 พิจารณาการคาดคะเนหรือการสำรวจปัญหานั้นว่ามีความเป็นไปได้หรือไม่

2.5 พิจารณาความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหาเมื่อเทียบกับลักษณะสำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ (Implementation) เป็นขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ ประกอบด้วย

3.1 การสำรวจลักษณะสำคัญของแผนการเพื่อแยกเป็นแผนการย่อยตามความจำเป็น

3.2 ประเมินแผนการกับเงื่อนไขและความต้องการของปัญหา

3.3 ดำเนินการตามแผนโดยการคำนวณหรือการวิเคราะห์

3.4 พิจารณาความเหมาะสมของการปฏิบัติตามแผนว่าการดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นเป็นไปตามแผนที่วางไว้หรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นขั้นตอนการตัดสินใจเกี่ยวกับความเหมาะสมของแผนการปฏิบัติตามแผนและวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

4.1 ประเมินว่าคำตอบที่ได้นั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่

4.2 ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหาและตรวจดูข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการคำนวณ

4.3 ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

4.4 ตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด (Internalization) เป็นขั้นตอนที่ใช้ในการสะท้อนความเข้าใจของปัญหา และประสิทธิภาพของวิธีการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

5.1 สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด

5.2 พิจารณาลักษณะสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา รวมถึงจุดเด่นและจุดด้อยของการดำเนินการแก้ปัญหา และประเมินความยากง่ายของปัญหา

5.3 ประเมินวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น และพิจารณาหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายว่ามีแนวทางอื่นที่มีประสิทธิภาพอีกหรือไม่

5.4 สะท้อนถึงความพึงพอใจในการแก้ปัญหาและความเชื่อมั่นที่มีต่อการแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

จากการศึกษา การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของ Garofalo and Lester (1985); Beyer (1987); Davidson, Deuser and Sternber (1994); Yimer (2004); Yimer and Ellerton (2006) มาสังเคราะห์เป็นกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

| **การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา** | | | | | **กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาของผู้วิจัย** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Garafalo and Lester (1985)** | **Beyer (1987)** | **Davidson, Deuser and Sternberg (1994)** | **Yimer (2004)** | **Yimer and Ellerton (2006)** | |
| 1. การทำความเข้าใจปัญหา (Orientation)<br>1.1 พิจารณาทำความเข้าใจปัญหา<br>1.2 วิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข<br>1.3 ประเมินความคุ้นเคยกับงาน<br>1.4 สร้างตัวแทนในการแก้ปัญหา<br>1.5 ประเมินความยากและโอกาสที่จะประสบความสำเร็จ | 1. การวางแผนแก้ปัญหา (Planning)<br>1.1 กำหนดเป้าหมายในการแก้ปัญหา พิจารณาโจทย์ ว่าสิ่งที่โจทย์ให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และเลือกข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา<br>1.2 เลือกวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ให้เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา<br>1.3 เรียงลำดับวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา<br>1.4 คาดเดาอุปสรรค ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น | 1. การระบุและนิยามปัญหา (Identifying and defining the problem)<br>ผู้แก้ปัญหาต้องระบุให้ได้ว่าสิ่งใดรู้แล้ว สิ่งใดยังไม่รู้ และ โจทย์ถามอะไร<br>2. การสร้างตัวแทนปัญหา (Representing the problem)<br>เมื่อระบุปัญหาได้แล้วต้องสร้างแผนที่ความคิด (Mental map) โดยเชื่อมความสัมพันธ์ของส่วนประกอบเหล่านั้น | 1. ขั้นเผชิญหน้ากับปัญหา (Engagement)<br>1.1 สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาโดยการอ่าน กำหนดแนวคิด หรือวาดรูป<br>1.2 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการอ่านซ้ำ เพื่อพิจารณาลักษณะของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหากับหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง<br>1.3 พัฒนาความเกี่ยวข้องของปัญหา ประเมินระดับความยากง่าย คาดคะเนความสำเร็จ และประเมินความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีในการจัดการปัญหา | 1. ขั้นเผชิญหน้ากับปัญหา (Engagement)<br>1.1 สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา<br>1.2 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการทำความเข้าใจกับข้อมูล ระบุข้อมูลที่สัมพันธ์กับแนวคิดสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา และระบุว่าปัญหามีความเชื่อมโยงกับหลักการทางคณิตศาสตร์ใด<br>1.3 พิจารณาปัญหาโดยการประเมินกับปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ว่าเคยแก้ปัญหาในลักษณะนี้หรือไม่ รวมทั้งประเมินระดับความยากง่ายของปัญหา | ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา<br>ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนพิจารณาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการใช้คำถามของครู จากนั้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด และประเมินข้อมูลที่วิเคราะห์ได้จากโจทย์ปัญหาว่าถูกต้องและเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ |

ตารางที่ 2-4 (ต่อ)

| **การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา** | | | | | **กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาของผู้วิจัย** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Garafalo and Lester (1985)** | **Beyer (1987)** | **Davidson, Deuser and Sternberg (1994)** | **Yimer (2004)** | **Yimer and Ellerton (2006)** | |
| 2. การกำหนดโครงสร้างของการแก้ปัญหา (Organization)<br>2.1 ระบุเป้าหมายย่อย และเป้าหมายสุดท้าย<br>2.2 วางแผนรวม<br>2.3 วางแผนย่อย | 1.5 คาดเดาวิธีการแก้ไขอุปสรรคข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น<br>1.6 ประมาณหรือทำนายผลลัพธ์ที่ต้องการ | 3. การวางแผนดำเนินการแก้ปัญหา (Planning how to proceed)<br>แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วค่อย ๆ ดำเนินการแก้ปัญหาเป็นลำดับ โดยในการวางแผนจะต้องมีการเลือกกระบวนการพื้นฐานในทางยุทธวิธีเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา | 2. ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา (Transformation Formation)<br>2.1 สำรวจปัญหาโดยนึกถึงปัญหาที่เป็นกรณีเฉพาะ<br>2.2 คาดคะเนบนพื้นฐานของการวิเคราะห์เกี่ยวกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา<br>2.3 สะท้อนผลการสำรวจและคาดคะเนความเป็นไปได้<br>2.4 วางแผนหรือหายุทธวิธีแก้ปัญหา<br>2.5 พิจารณาความสอดคล้องระหว่างแผนการแก้ปัญหากับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด | 2. ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา (Transformation-Formulation)<br>2.1 การสำรวจปัญหาโดยศึกษาจากกรณีเฉพาะ เพื่อช่วยให้มองเห็นสถานการณ์<br>2.2 การคาดคะเนบนพื้นฐานของการสังเกต และประสบการณ์เดิม<br>2.3 กำหนดกรอบแผนการแก้ปัญหา โดยออกแบบวิธีทดสอบ<br>2.4 พิจารณาการคาดคะเนหรือการสำรวจปัญหานั้นว่ามีความเป็นไปได้หรือไม่<br>2.5 พิจารณาความเป็นไปได้ของแผนการแก้ปัญหาเมื่อเทียบกับลักษณะสำคัญของปัญหา | **ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา**<br>นักเรียนแต่ละคนสำรวจและสร้างความรู้เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหาตามแนวทางของตนเอง โดยพิจารณาจากข้อมูลต่าง ๆ ที่มีแล้วกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหา ให้เหมาะสม จากนั้นประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเองว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนดและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ |

ตารางที่ 2-4 (ต่อ)

| การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา | | | | | กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาของผู้วิจัย |
|---|---|---|---|---|---|
| **Garafalo and Lester (1985)** | **Beyer (1987)** | **Davidson, Deuser and Sternberg (1994)** | **Yimer (2004)** | **Yimer and Ellerton (2006)** | |
| 3. การดำเนินการแก้ปัญหา (Execution) หรือการดำเนินการตามแผน<br>3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย<br>3.2 กำกับและประเมินวามก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผน<br>3.3 กำกับตนเองในด้านความถูกต้องของงาน และการใช้เวลา | 2. การกำกับควบคุมการแก้ปัญหา (Monitoring)<br>2.1 กำกับเป้าหมายการแก้โจทย์ปัญหา<br>2.2 กำกับวิธีและขั้นตอนการแก้ปัญหา ตัดสินใจไปสู่วิธีการหรือขั้นตอนต่อไป เลือกวิธีการหรือขั้นตอนต่อไปอย่างเหมาะสม รู้ข้อผิดพลาดและอุปสรรคที่เกิดขึ้น และวิธีการแก้ไข | | 3. ขั้นลงมือปฏิบัติ (Implementation)<br>3.1 สำรวจเงื่อนไขหลักของแผนเพื่อกำหนดแผนย่อย ตลอดจนพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง<br>3.2 พิจารณาความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหา<br>3.3 ดำเนินการตามแผน<br>3.4 สะท้อนความเหมาะสมของการปฏิบัติตามแผน และความสอดคล้องของแผนย่อย ขั้นนี้อาจเกิดการตัดสินใจในการปรับปรุงหรือยกเลิกแผน | 3. ขั้นลงมือปฏิบัติ (Implementation)<br>3.1 การสำรวจลักษณะสำคัญของแผนการเพื่อแยกเป็นแผนการย่อยตามความจำเป็น<br>3.2 ประเมินแผนการกับเงื่อนไขและความต้องการของปัญหา<br>3.3 ดำเนินการตามแผนโดยการคำนวณหรือการวิเคราะห์<br>3.4 พิจารณาความเหมาะสมของการปฏิบัติตามแผนว่าการดำเนินการแก้ปัญหา ในแต่ละขั้นเป็นไปตามแผนที่วางไว้หรือไม่ | **ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ**<br>ครูกระตุ้นให้นักเรียนกำกับเป้าหมายของการแก้ปัญหาของตนเองผ่านการใช้คำถาม จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางเอาไว้ หากในระหว่างการแก้ปัญหานักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนสามารถทำการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแผนการ แก้ปัญหาใหม่แล้วลงมือแก้ปัญหา จนได้คำตอบ จากนั้นนักเรียนประเมินการแก้ปัญหาของตนเองว่าสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแก้ปัญหา |

ตารางที่ 2-4 (ต่อ)

| **การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา** | | | | | **กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาของผู้วิจัย** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Garafalo and Lester (1985)** | **Beyer (1987)** | **Davidson, Deuser and Sternberg (1994)** | **Yimer (2004)** | **Yimer and Ellerton (2006)** | |
| 4. การประเมินความถูกต้อง (Verification)<br>4.1 ประเมินความถูกต้องของการนิยามปัญหาและความสอดคล้องของการวางแผนการแก้ปัญหา<br>4.2 ประเมินผลความถูกต้องและความสอดคล้องของการดำเนินการแก้ปัญหา | 3. ประเมินการแก้ปัญหา (Assessing)<br>3.1 ประเมินความสำเร็จตามเป้าหมาย<br>3.2 พิจารณาความถูกต้องของผลลัพธ์<br>3.3 ประเมินความถูกต้องของวิธีการหรือขั้นตอนที่ใช้<br>3.4 ประเมินการแก้ไขอุปสรรคและข้อผิดพลาด<br>3.5 พิจารณาประสิทธิภาพและความสำเร็จ | 4. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluating the problem)<br>ในขณะที่บุคคลกำลังแก้ปัญหา เขาต้องใส่ใจกับสิ่งที่ทำไปแล้ว สิ่งที่กำลังทำ และสิ่งที่ควรจะทำต่อไป หากยุทธวิธีที่ใช้อยู่ไม่เกิดผลที่ต้องการ อาจตัดสินใจเปลี่ยนยุทธวิธีได้ | 4. ขั้นประเมินผล (Evaluation)<br>4.1 ประเมินว่าคำตอบที่ได้นั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่<br>4.2 ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหาและตรวจดูข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการคำนวณ<br>4.3 ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้<br>4.4 ตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธคำตอบของปัญหา | 4. ขั้นประเมิน (Evaluation)<br>4.1 ประเมินว่าคำตอบที่ได้นั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่<br>4.2 ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหาและตรวจดูข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการคำนวณ<br>4.3 ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้<br>4.4 ตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา | **ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา**<br>ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของสมาชิกภายในกลุ่ม แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาของสมาชิกในกลุ่มที่คิดว่าเหมาะสมที่สุด เพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันประเมินการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอว่ามีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด และความรู้ที่ได้จากการเรียน |

ตารางที่ 2-4 (ต่อ)

| การใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา | | | | | กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาของผู้วิจัย |
|---|---|---|---|---|---|
| **Garafalo and Lester (1985)** | **Beyer (1987)** | **Davidson, Deuser and Sternberg (1994)** | **Yimer (2004)** | **Yimer and Ellerton (2006)** | |
| | | | 5. ซึมซับทางความคิด (Internalization)<br>5.1 สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา พิจารณาประเด็นสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา<br>5.2 ประเมินผลการแก้ปัญหา เพื่อปรับใช้กับสถานการณ์อื่น และพิจารณาหาแนวทางการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหา | 5. ขั้นซึมซับทางความคิด (Internalization)<br>5.1 สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด<br>5.2 พิจารณาลักษณะสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา รวมถึงจุดเด่นและจุดด้อย ของการดำเนินการแก้ปัญหา และประเมินความยากง่ายของปัญหา<br>5.3 ประเมินวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น และพิจารณาหาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายว่ามีแนวทางอื่นที่มีประสิทธิภาพอีกหรือไม่<br>5.4 สะท้อนถึงความพึงพอใจในการแก้ปัญหา และความเชื่อมั่นที่มีต่อการแก้ปัญหาครั้งต่อไป | **ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด**<br>นักเรียนแต่ละคนย้อนกลับไปสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง ว่ามีประสิทธิภาพหรือไม่ มีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่อย่างไร จากนั้นครูให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป |

กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนพิจารณาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการใช้คำถามของครู จากนั้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด และประเมินข้อมูลที่วิเคราะห์ได้จากโจทย์ปัญหาว่าถูกต้องและเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่

ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนสำรวจและสร้างความรู้เพื่อนำไปใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหาตามแนวทางของตนเอง โดยพิจารณาจากข้อมูลต่าง ๆ ที่มีแล้วกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้เหมาะสม จากนั้นประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเองว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนดและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ ครูกระตุ้นให้นักเรียนกำกับเป้าหมายของการแก้ปัญหาของตนเองผ่านการใช้คำถาม จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางเอาไว้ หากในระหว่างการแก้ปัญหานักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนสามารถทำการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแผนการแก้ปัญหาใหม่แล้วลงมือแก้ปัญหาจนได้คำตอบ จากนั้นนักเรียนประเมินการแก้ปัญหาของตนเองว่าสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ และตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดจากการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของสมาชิกภายในกลุ่ม แล้วเลือกวิธีการแก้ปัญหาของสมาชิกในกลุ่มที่คิดว่าเหมาะสมที่สุดเพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันประเมินการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอ ว่ามีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร เพื่อนำไปสู่การสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด และความรู้ที่ได้จากการเรียน

ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด นักเรียนแต่ละคนย้อนกลับไปสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเองว่ามีประสิทธิภาพหรือไม่ มีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร จากนั้นครูให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป

**5. การวัดและการประเมินเมตาคอกนิชัน**

Garner and Alexander (1989, pp. 143-158) ได้เสนอวิธีการวัดเมตาคอกนิชันไว้หลายวิธี ดังนี้

1. การสัมภาษณ์ (Interview techniques) วิธีการนี้เป็นการกระทำย้อนหลังจนถึงกระบวนการคิด และสิ่งที่กลุ่มตัวอย่างได้กระทำหลังจากที่ได้ทำงานไปแล้ว โดยผู้ถูกสัมภาษณ์อาจไม่ได้มีการเตรียมลำดับความคิดมาล่วงหน้า ซึ่งพบว่า หากใช้วิธีการสัมภาษณ์เด็กที่อายุมากกว่าจะมีความรู้ในเมตาคอกนิชันสูงกว่าเด็กที่อายุน้อยกว่า แต่ก็ไม่ได้เป็นสิ่งที่สามารถระบุได้อย่างชี้ชัดว่าเด็กโตจะใช้การคิดเชิงเมตาคอกนิชันมากกว่าเด็กเล็ก ซึ่งปัญหาที่สำคัญบางประการของการใช้วิธีการสัมภาษณ์ คือ บางครั้งการสัมภาษณ์เป็นการกระทำภายหลังกิจกรรมการคิด ซึ่งถ้าทิ้งระยะเวลานานเกินไปทำให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ไม่สามารถจดจำรายละเอียดต่าง ๆ ได้ครบถ้วน หรืออาจจำรายละเอียดได้น้อยกว่าความเป็นจริง และปัญหาที่สำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ บางครั้งคำถามที่ใช้เป็นคำถามที่ชี้แนะให้แก่ผู้ตอบ ทำให้เกิดการตอบตามสมมติฐานการวิจัย นั่นคือ ผู้ถูกสัมภาษณ์อาจรายงานในกระบวนการคิดที่ตนไม่ได้คิดจริงก็ได้ รวมทั้งในกรณีศึกษากับเด็กเล็กยังอาจมีปัญหาเพิ่มเติมเกี่ยวกับการใช้ภาษา ไม่ว่าจะเป็นเรื่องความคล่องแคล่วในการใช้ภาษา หรือความแตกต่างในการใช้ภาษาระหว่างเด็กและผู้ใหญ่

2. กระบวนการคิดออกเสียง (Think aloud procedures) เป็นวิธีหนึ่งของการรายงานความคิดด้วยถ้อยคำ (Verbal report) ซึ่งจะนำไปสู่การวิเคราะห์ การประมวลผลข้อมูล โดยลักษณะที่สำคัญของกระบวนการนี้ คือ ผู้แก้ปัญหาสามารถรายงานสิ่งที่อยู่ในความจำระยะสั้นเท่านั้น โดยสามารถแบ่งได้เป็น 3 ลักษณะ ได้แก่

2.1 รายงานเป็นคำพูดโดยตรง (Direct verbalization) เป็นการรายงานข้อความที่มีรหัสถ้อยคำอยู่ในความจำระยะสั้นแล้วผู้แก้ปัญหาจะรายงานออกมาตามที่คิดได้เลย ซึ่งสามารถแบ่งได้ 2 แบบ คือ

2.1.1 การให้กลุ่มตัวอย่างรายงานความคิดในขณะกำลังทำงานหรือกำลังแก้ปัญหา (Concurrent protocol) โดยใช้การบันทึกเสียงการรายงานไว้แล้วถอดเทปออกมาใส่รหัสข้อความที่พูด จากนั้นจึงนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์

2.1.2 การให้กลุ่มตัวอย่างรายงานความคิดหลังจากแก้ปัญหาเสร็จแล้ว (Retrospective protocol) เป็นการลดปัญหาการรบกวนสมาธิในขณะทำงานซึ่งอาจเกิดขึ้นได้ในการดำเนินการในแบบที่ 1 และเป็นการให้ผู้แก้ปัญหาได้รวบรวมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับงานที่ทำ หรือปัญหาที่แก้ แต่สิ่งที่ต้องระมัดระวังในการดำเนินการแบบที่ 2 นี้ คือ การรายงานความคิดที่อาจจะไม่มีในการแก้ปัญหา

2.2 การบันทึกรหัสถ้อยคำลงในความจำระยะสั้น (Recording the content of short term memory) ข้อความที่จะรายงานนั้นยังไม่มีการใส่รหัสไว้ในความจำระยะสั้น นั่นคือ ก่อนการรายงาน ผู้แก้ปัญหาต้องใช้เวลาในการบันทึกข้อมูลเป็นรหัสถ้อยคำลงในความจำระยะสั้นของตนเองก่อนแล้วจึงค่อยรายงานออกมา ดังนั้นจึงต้องใช้เวลาในการรายงานความคิด โดยไม่พูดออกมาได้อย่างรวดเร็วเหมือนในลักษณะที่ 1 แต่จะใช้ได้กับกระบวนการคิดขั้นที่สูงกว่าการคิดโดยทั่วไป

2.3 การอธิบาย (Explanation) เป็นการรายงานด้วยถ้อยคำที่ใช้กระบวนการขั้นที่สูงขึ้นไปกว่าในลักษณะที่ 2 ซึ่งเกิดจากการถามให้ผู้แก้ปัญหาได้อธิบายความคิดของเขา ส่งผลให้ต้องใช้ทั้งความคิดและการสังเคราะห์เพื่อการอธิบายและใช้เวลาในการอธิบายความคิดที่เพิ่มมากขึ้นอีกด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ก, หน้า 218-220) ได้สรุปว่า การประเมินเมตาคอกนิชันของผู้เรียนสามารถพิจารณาได้จากพฤติกรรมของผู้เรียนที่แสดงออกมาจากการใช้วิธีต่าง ๆ ในการประเมิน โดยวิธีที่ใช้ในการประเมินเมตาคอกนิชันมีหลายวิธี ซึ่งวิธีที่ใช้อย่างแพร่หลายมี 4 วิธี ดังนี้

1. การสัมภาษณ์ (Interview technique) เป็นกระบวนการในการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างผู้สัมภาษณ์และผู้ให้สัมภาษณ์ โดยทั่วไปได้จำแนกการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 รูปแบบ ดังนี้

1.1 การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง เป็นรูปแบบที่มีการกำหนดประเด็นและคำถามที่จะใช้ในการสัมภาษณ์ไว้ล่วงหน้า ผู้สัมภาษณ์ทุกคนจะตอบคำถามเดียวกัน และมีลำดับในการสัมภาษณ์เหมือนกัน การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างช่วยให้ผู้สัมภาษณ์ถามในประเด็นที่ต้องการ ทำให้ไม่ออกนอกเรื่อง ไม่เกินขอบเขตที่กำหนดไว้ และข้อมูลที่ได้จากผู้สัมภาษณ์แต่ละคนสามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้

1.2 การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง เป็นรูปแบบที่มีการกำหนดเพียงประเด็นหลักที่ใช้ในการสัมภาษณ์ ไม่มีการกำหนดคำถามในการสัมภาษณ์ที่แน่นอนตายตัวหรือมีการกำหนดคำถามไว้เพียงบางส่วน การสัมภาษณ์มีความยืดหยุ่นผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการถาม และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์สามารถปรับเปลี่ยนคำถามให้เหมาะสมกับสถานการณ์และผู้ให้สัมภาษณ์แต่ละคนได้

การประเมินเมตาคอกนิชันของผู้เรียนโดยใช้การสัมภาษณ์จะต้องใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนพูดทบทวนความคิดของตนเองในสิ่งที่ได้กระทำหลังจากการทำงาน และไม่ควรกระทำภายหลังจากการทำงานนานจนเกินไป เนื่องจากผู้เรียนอาจจดจำรายละเอียดต่าง ๆ ได้ไม่ครบหรือจำผิดพลาด หรือตอบได้น้อยกว่าความเป็นจริง ในกรณีที่เป็นการสัมภาษณ์เด็กเล็กอาจพบประเด็นปัญหาเกี่ยวกับความคล่องแคล่วของการใช้ภาษารวมทั้งความสามารถในการอภิปรายกระบวนการทางความคิดเพื่อการสื่อสารให้บุคคลอื่นเข้าใจ

2. การคิดแบบออกเสียง (Think aloud procedure) เป็นวิธีการที่ผู้เรียนจะได้รับมอบหมายให้ลงมือปฏิบัติงาน และให้คิดแบบออกเสียงหรือรายงานทุกสิ่งที่คิดในขณะที่ทำงาน ซึ่งจะถูกบันทึกเสียงไว้สำหรับการนำข้อมูลไปวิเคราะห์ และในระหว่างการทำงานของผู้เรียนจะต้องมีการบันทึกพฤติกรรมของผู้เรียนที่เป็นการแสดงออกทางกาย เช่น การพยักหน้า การขมวดคิ้ว เป็นต้น เพื่อนำมาใช้ประกอบการวิเคราะห์เมตาคอกนิชันของผู้เรียน ในการคิดแบบออกเสียงนี้ต้องระวังไม่ให้มีการรบกวนในขณะที่คิด และควรจัดให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดออกเสียงจนคล่องแคล่ว และสามารถทำได้เองก่อนการเก็บข้อมูลจริง โดยข้อมูลที่ได้จากการคิดแบบออกเสียงต้องได้รับการวิเคราะห์และตีความ รวมทั้งมีการจัดแยกประเภทแยกแยะสิ่งที่สำคัญและไม่สำคัญออกจากกันได้ แต่วิธีนี้มีข้อจำกัดคือกระบวนการคิดที่พูดออกมาอาจเป็นกระบวนการคิดที่ด้อยประสิทธิภาพกว่ากระบวนการคิดที่ผู้เรียนคิดตามธรรมชาติ เนื่องจากการให้ผู้เรียนพูดในขณะที่คิด อาจขัดจังหวะการคิดของผู้เรียน

3. การใช้แบบรายงานตนเอง (Self-report) เป็นวิธีถามเพื่อให้ผู้เรียนได้ตอบคำถามโดยการเขียนตอบตามความคิดเห็นของตนเองอย่างอิสระ หรือมีตัวเลือกให้ผู้เรียนเลือกตอบ การประเมินเมตาคอกนิชันด้วยวิธีนี้สามารถทำได้ในระหว่างการทำงานหรือเมื่อสิ้นสุดการทำงาน การสร้างแบบรายงานตนเองที่ดีต้องกำหนดจุดมุ่งหมายให้ชัดเจนว่าต้องการประเมินสิ่งใด และต้องมีการประเมินให้ครอบคลุมทุกองค์ประกอบที่ต้องการวัด ข้อความที่ใช้ในการถามคำถามต้องใช้ภาษาที่ดีและเข้าใจง่าย ควรมีทั้งข้อความทั้งทางบวกและทางลบเพื่อให้สามารถประเมินผู้เรียนได้ตรงกับความเป็นจริงมากที่สุด

4. การใช้แบบทดสอบ (Test) แบบทดสอบเป็นเครื่องมือที่ผู้สอนมีความคุ้นเคยมากที่สุด ข้อมูลที่ได้จากการให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบจะทำให้ทราบว่าผู้เรียนมีการคิดเชิงเมตาคอกนิชันมากน้อยเพียงใด ซึ่งแบบทดสอบชุดหนึ่งจะประกอบไปด้วย ข้อสอบจำนวนหลายข้อ เพื่อให้วัดได้ครอบคลุมพฤติกรรมที่ต้องการมากที่สุด

จากวิธีที่ใช้ในการประเมินเมตาคอกนิชันดังกล่าว ถ้าต้องการให้ผลการประเมินมีความแม่นยำควรใช้วิธีการที่หลากหลายในการประเมินแต่ละครั้ง เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาใช้ในการเปรียบเทียบ และสามารถสรุปผลให้มีความใกล้เคียงกับสภาพจริงมากที่สุด ในการเลือกใช้อาจต้องคำนึงถึงความเหมาะสมของแต่ละวิธี เช่น วิธีสัมภาษณ์ และการคิดแบบออกเสียงจะทำให้ได้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนอย่างละเอียด แต่อาจต้องใช้เวลามากจึงเหมาะสำหรับกลุ่มผู้เรียนที่มีจำนวนน้อย ส่วนในกรณีที่ต้องการประเมินกับกลุ่มผู้เรียนจำนวนมากควรเลือกวิธีการใช้แบบรายงานตนเอง หรือการใช้แบบทดสอบ เนื่องจากทั้งสองวิธีนี้สามารถใช้ประเมินกับผู้เรียนจำนวนหลายคนในเวลาเดียวกันได้

จากการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การประเมินเมตาคอกนิชันเป็นการประเมินความคิด จึงต้องใช้การกระตุ้นจากภายนอกเพื่อให้ผู้เรียนแสดงวิธีการคิด โดยการประเมินนั้นมีหลายวิธี เช่น การสัมภาษณ์ วิธีการคิดออกเสียง การให้รายงานตนเอง และการใช้แบบทดสอบ ซึ่งแต่ละวิธีมีข้อดีหรือข้อจำกัดที่แตกต่างกันจึงควรพิจารณาองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น วัตถุประสงค์ของการประเมิน ระดับชั้นของผู้เรียน จำนวนผู้เรียน เพื่อให้สามารถเลือกใช้วิธีการในการประเมินได้อย่างเหมาะสมและสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่ต้องการ สำหรับงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบในการวัดและประเมินเมตาคอกนิชันของนักเรียน โดยให้นักเรียนประเมินการแก้ปัญหาของตนเอง และเขียนสะท้อนกระบวนการในแต่ละขั้นของการแก้ปัญหาของตน รวมทั้งสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดว่ามีประสิทธิภาพหรือไม่ มีจุดเด่น-จุดด้อย อย่างไร ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร

## ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Anderson and Pingry (1973, p. 228) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีในการแก้ไขหรือหาคำตอบ โดยผู้ที่แก้ปัญหาจะสามารถแก้ปัญหาได้ต้องเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยเลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ และการตัดสินใจ

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่ต้องการกระบวนการการคิดสังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมา เพื่อใช้ในการหาทางออกของปัญหา ซึ่งเป็นกระบวนการที่ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้พื้นฐาน หรือความรู้เดิม ทักษะ และความเข้าใจในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่มีความคุ้นเคย โดยกระบวนการนี้เริ่มต้นจากการเผชิญหน้ากับปัญหา และการหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์สิ่งที่ได้เรียนมา และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้

ยุพิน พิพิธกุล (2542, หน้า 5) ได้กล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 10) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาที่พบในการเรียนคณิตศาสตร์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที และในการแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

กรมวิชาการ (2544, หน้า 10-11) ระบุว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นงานที่บุคคลเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นทันที

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบของปัญหา แต่ปัญหานั้นผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา

**2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์ต่าง ๆ ไว้ดังนี้

Polya (1957, pp. 23-29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนด และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

Reys, Suydum and Lindquist (1992, p. 29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา (Routine problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการเมื่อพบปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ทันที

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Non-routine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนและผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้

Dossey (2005, p. 9) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ต้องตัดสินใจ (Decision making) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องมีการทำความเข้าใจปัญหา ข้อจำกัดและสัญลักษณ์ของปัญหา สามารถแปลงข้อมูลของปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาภายใต้เงื่อนไขที่มีอยู่อย่างจำกัด สามารถตรวจสอบและประเมินการตัดสินใจ รวมทั้งสื่อสารคำตอบได้

2. ปัญหาต้องวิเคราะห์และวางแผน (System analysis and design) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องมีการวิเคราะห์ความซับซ้อนหรือสร้างการวางแผน หาประเด็นและเหตุผลภายในปัญหา ซึ่งมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ อธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้น ค้นหาสาเหตุหรือหาคำตอบจากการวางแผน และประเมินค่าความสมเหตุสมผลของคำตอบได้

3. ปัญหาที่ต้องจับประเด็น (Trouble shooting) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ต้องวิเคราะห์ถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้น เข้าใจถึงสาเหตุอันเนื่องมาจากปัญหา สามารถบ่งชี้ถึงจุดที่ทำให้เกิดปัญหาได้ วิเคราะห์และหาคำตอบรวมทั้งตรวจสอบหรือพิสูจน์คำตอบได้

กรมวิชาการ (2544, หน้า 19-25) ได้จำแนกปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาเป็นแบบฝึกทักษะ เช่น $34 \times 6 = \ldots$ ปัญหาเช่นนี้ ใช้ความรู้และทักษะการคูณ

2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่าย ๆ ที่ใช้การแก้ปัญหาโดยทำเพียงขั้นตอนเดียว เช่น ในตู้ปลาของสมบัติมีปลาอยู่ 7 ตัว และในตู้ปลาของพรชัยมีปลาอยู่ 5 ตัว สมบัติมีปลามากกว่าพรชัยกี่ตัว จะเห็นว่าโจทย์ข้อนี้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการลบเพียงอย่างเดียว เป็นต้น

3. ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน

4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เช่น ชุมชนเทนนิสของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนสนใจสมัครเข้าแข่งขันเทนนิสทั้งหมด 15 คน โดยจัดให้แข่งขันได้ครั้งละ 2 คน อยากทราบว่าจะมีวิธีจัดการแข่งขันให้ทุกคนได้พบกันทั้งหมดกี่ครั้ง เป็นต้น

5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ เช่น โรงเรียนของนักเรียนใช้กระดาษไปจำนวนเท่าไรในเวลา 1 เดือน สำหรับปัญหานี้เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องใช้วิธีการทางสถิติในการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำเสนอข้อมูลโดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคิดคำนวณ เป็นต้น

6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถจะหาคำตอบได้ทันที ต้องพิจารณาเงื่อนไขของโจทย์ และทดลองแก้ปัญหา เช่น จงลากส่วนของเส้นตรง 3 เส้น ให้ผ่านจุดทั้ง 9 จุด เพียงครั้งเดียวโดยห้ามยกปากกาในขณะลากเส้น เป็นต้น

วิชัย พาณิชย์สวย (2546, หน้า 9-10) แบ่งโจทย์ปัญหาเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน (Standard textbook problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่พบเห็นอยู่ทั่วไปในหนังสือ ซึ่งใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ลักษณะเด่นของโจทย์ปัญหาประเภทนี้ คือ สามารถหาคำตอบด้วยวิธีและลำดับขั้นตอนที่ใช้อยู่เป็นประจำ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเป็นโจทย์ปัญหาจำเจ (Routine problem) เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เด็กเคยเรียนจนคุ้นเคย สามารถหาคำตอบด้วยวิธีที่เป็นข้อกำหนดกฎเกณฑ์เดิม ๆ โดยผู้เรียนจะแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคำนวณหาคำตอบได้ทันที โจทย์ปัญหาจำเจนี้อาจเป็นโจทย์ปัญญาหาชั้นเดียวหรือโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอนก็ได้

2. โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Process problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่จำเจ (Non-routine problems) ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยการแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่ใช้อยู่เดิม ๆ แต่ผู้เรียนจะต้องวางแผนคิดหากลวิธี (Strategies) มาใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์ประเภทนี้อาจเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของบุคคล หรือเป็นปัญหาที่เกี่ยวโยงกับเนื้อหาวิชาอื่น และบางครั้งคำตอบของโจทย์ปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

จากการศึกษาข้างต้น พบว่า หน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาโดยใช้เกณฑ์ในการจำแนกที่แตกต่างกัน ซึ่งหากพิจารณาตามความซับซ้อนของปัญหาจะสามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน และปัญหาที่ซับซ้อน และหากพิจารณาตามจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาให้ค้นหา และปัญหาให้พิสูจน์ ซึ่งงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ประเภท คือ ปัญหาให้ค้นหาและปัญหาให้พิสูจน์

**3. ความหมายของการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

**ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 52) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบนั้นนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่เข้าไปสู่กระบวนการที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบแต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนควรได้ฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น และมีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหา

Sternberg and Williams (2002, p. 319) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่าเป็นกระบวนการเปลี่ยนแปลงสถานการณ์จากสถานการณ์ที่ต้องการหาคำตอบไปสู่ผลลัพธ์หรือคำตอบ โดยต้องผ่านอุปสรรคต่าง ๆ ในการหาคำตอบหรือในขั้นตอนการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่มีความซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนการทำงาน ทักษะทางการคิด และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีความเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 7) ระบุว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ ดังนั้น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กิจกรรมของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาความรู้ ความคิดแก่ผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนมติ หลักการและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิด การวิเคราะห์ การเชื่อมโยง การประยุกต์ใช้ความรู้ ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ต้องการในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

Jinfar and Fank Lester (2010, p. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีศักยภาพในการท้าทายความสามารถทางด้านสติปัญญาของนักเรียน เพื่อพัฒนาความรู้และความเข้าใจทางด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งต่อเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยพัฒนาความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

จากการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการทำงาน หรือหาคำตอบของสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องอาศัยการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบของปัญหา

**ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Gagne (1977, pp. 186-187) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถแยกได้เป็น 4 ด้าน คือ

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) เป็นความสามารถของการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม รวมถึงแนวคิด ความคิดรวบยอด และหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญหานี้เป็นความรู้ที่ผู้เรียนนำสิ่งที่เคยเรียนมาก่อนมาใช้ในการแก้ปัญหา

2. โครงสร้างของปัญหา (Problem schemata) เป็นโครงสร้างทางสติปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการให้หา

3. การวางแผน (Planning strategies) เป็นความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนในการแก้ปัญหา

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the answer) เป็นความสามารถในการตรวจเพื่อหาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา

2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใดและประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้

3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม

4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

6. บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน

7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียนและตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น

8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 77) ระบุว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาแก้ปัญหา ที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการนำความรู้ ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปลความหมาย ตีความ หรือวิเคราะห์ เพื่อให้มีความเข้าใจในปัญหา รวมถึงการเลือกใช้เทคนิคหรือยุทธวิธีที่จะช่วยให้ทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่แนวทางการหาคำตอบ

2. ความรู้พื้นฐาน เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีอยู่เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนคิดและหาวิธีแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานดีจะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

3. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามักสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลาย ทำให้สามารถตัดสินใจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีเจตคติต่อการแก้ปัญหาที่ดีจะมีความพยายามและความอดทนในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้นไม่ว่าจะได้คำตอบหรือไม่ ผู้เรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาประสบการณ์จากการคิดและการทำงานเพื่อแก้ปัญหา

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดและหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์

**4. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษา ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1957, pp. xvi-xvii) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) เป็นขั้นการทำความเข้าใจปัญหาที่ต้องการจะแก้ โดยพิจารณาว่าโจทย์ปัญหานั้นต้องการหาอะไร อะไรบ้างที่เราไม่ทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขใดบ้างที่ทราบแล้ว ซึ่งนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถระบุได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญที่ต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหาอย่างไร และปัญหานั้นมีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิดผลอย่างไรบ้าง และต้องใช้ความรู้เรื่องใดที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาดังกล่าว โดยนำทฤษฎี กฎ หลักการ สูตร บทนิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying out the plan) เป็นขั้นดำเนินการตามแผนหรือวิธีการที่กำหนดไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ต้องการ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้เป็นขั้นลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบการแก้ปัญหา (Looking black) เป็นขั้นย้อนกลับไปพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้อง รวมทั้งความสมเหตุสมผลของคำตอบว่า ผลลัพธ์ที่ได้เป็นไปตามความต้องการของโจทย์หรือไม่ สามารถแก้ปัญหาให้ได้คำตอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ในการแก้ปัญหาเพียงใด ตรงประเด็นหรือไม่ มีคำตอบใดที่ยังไม่ชัดเจนหรือไม่ พิจารณาดูว่ามีวิธีแก้ปัญหาหรือวิธีหาคำตอบอื่นที่ดีกว่าหรือไม่

Krulik and Rudnick (1993, pp. 39-57) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้น ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหา ตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วย ข้อเท็จจริง และคำถามอยู่รวมกัน อาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการหา และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของเขาเองได้

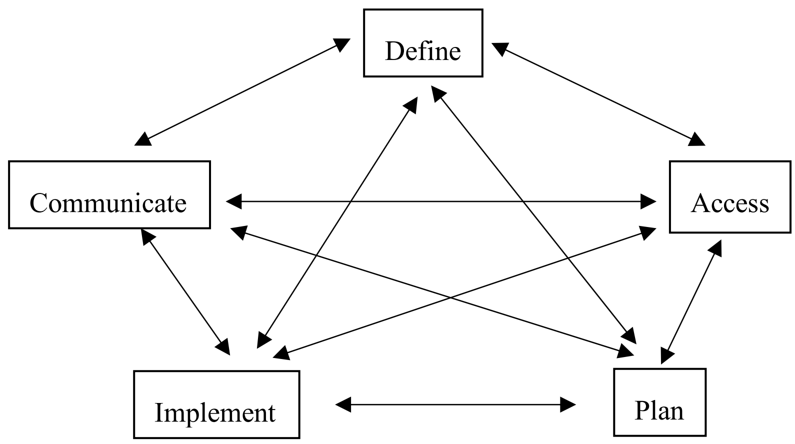
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิมเพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งแต่ละบุคคลอาจเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ โดยวิธีการแก้ปัญหา ได้แก่ การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ การคาดเดาและตรวจสอบ การจำลองสถานการณ์หรือการทดลอง การย่อหรือขยายความ การแจกแจงกรณีอย่างเป็นระบบ การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ และการแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นหาคำตอบ (Find an answer) เมื่อทำความเข้าใจปัญหา และเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะทางพีชคณิต และทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 ขั้นมองย้อนและขยายผล (Reflect and extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นหาทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

The Integrated Mathematics, Science, and Technology (IMaST, 2007 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 43) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เข้าด้วย โดย DAPIC เป็นชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษรตัวแรกขององค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหามาเรียงเป็นชื่อเรียกกระบวนการ เพื่อให้สื่อถึงความหมายของกระบวนการและเพื่อให้ง่ายต่อการนำไปใช้งาน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้




ภาพที่ 2 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

Define เป็นการทำความเข้าใจปัญหา กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจนขึ้น

Access เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

Plan เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และวางแผนการดำเนินงาน

Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับแผนให้ดีขึ้น

Communicate เป็นการนำผลที่ได้จากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสาร

กระบวนการแก้ปัญหาแบบ DAPIC เป็นกระบวนการที่ยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่าต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นลำดับขั้นตอน หรือเป็นวงจร ผู้แก้ปัญหาจะพิจารณาตามลักษณะของปัญหา ว่าควรเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และจะใช้องค์ประกอบใดบ้าง

กรมวิชาการ (2545, หน้า 195-196) ระบุว่า ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการหาอะไรหรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูป หรือแผนภาพ ตาราง เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์หรือคาดคะเนคำตอบประกอบด้วย ซึ่งผู้สอนจะต้องฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้ โดยใช้ความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 78) ระบุขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาในประเด็นต่าง ๆ เช่น คำถามของปัญหาคืออะไร ข้อมูลที่กำหนดมีอะไรให้บ้าง ต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติม การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้น

2. วางแผนการแก้ปัญหา เป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ไว้แล้ว ผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาประกอบการวางแผน

3. ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินการแก้ปัญหาในภาพรวมทั้งด้านกลวิธีและวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ รวมถึงการขยายผลการแก้ปัญหาไปสู่การแก้ปัญหาอื่น

จากที่กล่าวมาข้างต้นพบว่า กระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ มีลักษณะ และขั้นตอนที่มีความใกล้เคียงกัน โดยมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาหลัก คือ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนการแก้ปัญหา 3) ดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของโพลยา ดังนั้น งานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยจึงใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่สรุปและสังเคราะห์จากแนวคิดของโพลยา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ไว้แล้วในข้อ 1 รวมถึงนำความรู้ หลักการ หรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วมากำหนดเป็นวิธีการที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 โดยดำเนินการตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่โจทย์ต้องการให้หา

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาว่าดำเนินการไปตามแผน หรือถูกต้องตามวิธีการทางคณิตศาสตร์หรือไม่ รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้

**5. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

National Council of Teacher of Mathematics (1991, p. 57) ได้เสนอแนวทางการจัดสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. จัดบรรยากาศทำให้นักเรียนยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน

2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมการทำงานเป็นรายบุคคลและกลุ่ม

4. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา

5. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993, p. 56) ได้เสนอ แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538, หน้า 66) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามวิธีการสอนของครู โดยพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจมีการฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมมือกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพหรือสร้างแบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้มีความเป็นรูปธรรมมากขึ้นสามารถเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็นหรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่า ข้อมูลที่กำหนดให้นั้นข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ใช้การกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปของการบอกหรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ ๆ จัดหาปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจมาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ

2.4 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธีเพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด และจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/ คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชินโดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 80-81) ได้กล่าวถึง แนวทางสำหรับครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่กระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน

2. ควรทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอนั้นครูต้องสอนเสริม หรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว

3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา

4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้แก่นักเรียน

5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการสอบถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้

6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบโดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7. ควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้ หรือปัญหาที่ลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ

9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน

10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือนำปัญหามาเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิด

จากการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้สอนควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิดด้วยตนเอง ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหา และสร้างข้อคาดเดา และให้เหตุผลสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์ โดยที่ครูอาจใช้คำถามในการกระตุ้นความคิดของนักเรียนอยู่เสมอ และควรส่งเสริมการทำงานเป็นรายบุคคล และทำงานเป็นกลุ่ม

**6. การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจัดเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับการวัดและประเมินนั้นสามารถทำได้โดยใช้วิธีและเครื่องมือในการประเมินที่หลากหลาย ได้แก่ การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การประเมินบันทึกการเรียนรู้ของผู้เรียน และการใช้คำถาม ในงานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยเลือกใช้การทดสอบโดยใช้ข้อสอบแบบอัตนัย ซึ่งเป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามมาให้แล้วให้ผู้ตอบแสดงความรู้ ความเข้าใจ และทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องอาศัยเกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือช่วยในการจำแนกคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเกณฑ์ที่นิยมใช้ในปัจจุบันนี้ คือ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric) ซึ่งจะนำเสนอดังต่อไปนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอเกี่ยวกับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ไว้ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 115-117) กล่าวว่า รูบริค คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนจากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic score) เป็นการให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยดูภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) เป็นการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อย และกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย

สถาบันส่งเสริมการสอนการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 199-201) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนอาจกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยได้

ในการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักจะนำมาใช้ในการประเมินผลเพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลการประเมินไปปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาต่อไป ซึ่งการประเมินจะมีประสิทธิภาพมากขึ้น เมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนแบบรูบริคที่ประเมินผลงานของนักเรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน เป็นการประเมินที่เหมาะสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวม ซึ่งจะมีประสิทธิภาพมากขึ้น เมื่อใช้กับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม

จากการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการประเมินคุณภาพนักเรียนว่ามีทักษะอยู่ในระดับใด โดยสามารถแบ่งเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคได้เป็น 2 รูปแบบ คือ การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) และการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) สำหรับงานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยเน้นการประเมินผลเพื่อหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา เพื่อนำผลไปใช้ในการปรับปรุงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ

**เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกองค์ประกอบไว้ ดังนี้

Charles and Lester (1982, pp. 11-12) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน

0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน

0 หมายถึง ไม่ลงมือทำ หรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

2 หมายถึง คำนวณถูกต้อง

1 หมายถึง ตอบถูกเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 114) ได้เสนอ เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกองค์ประกอบไว้ ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 114)

| รายการประเมิน | คะแนน | เกณฑ์การพิจารณา |
|---|---|---|
| 1. ความเข้าใจปัญหา | 2 | - สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง |
| | 1 | - สำหรับความเข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง |
| | 0 | - เมื่อมีหลักฐานเข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหาเลย |
| 2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 2 | - สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง |
| | 1 | - สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง |
| | 0 | - สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง |
| 3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 2 | - สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง |
| | 1 | - สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูก |
| | 0 | - สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง |
| 4. การตอบ | 2 | - สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์ |
| | 1 | - สำหรับการตอบคำถามที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด |
| | 0 | - เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ |

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 118) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 118)

| **องค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหา** | **คะแนน (ความหมาย)** | **ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น** |
|---|---|---|
| 1. การทำความเข้าใจปัญหา | 2 (ดี) | - เข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 (พอใช้) | - เข้าใจปัญหาถูกต้องบางส่วน |
| | 0 (ต้องปรับปรุง) | - ไม่เข้าใจปัญหา |
| 2. การวางแผนการแก้ปัญหา | 2 (ดี) | - วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสม ชัดเจน |
| | 1 (พอใช้) | - วางแผนการแก้ปัญหาได้บางส่วน |
| | 0 (ต้องปรับปรุง) | - วางแผนการแก้ปัญหาได้ไม่เหมาะสม |
| 3. การดำเนินการแก้ปัญหา | 2 (ดี) | - ดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 (พอใช้) | - ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน |
| | 0 (ต้องปรับปรุง) | - ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง |
| 4. การสรุปและตรวจสอบคำตอบ | 2 (ดี) | - มีการสรุปตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ |
| | 1 (พอใช้) | - มีการสรุปคำตอบแต่ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ |
| | 0 (ต้องปรับปรุง) | - ไม่มีการสรุปและไม่มีการตรวจสอบคำตอบ |

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 130) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากรายการประเมิน 4 ประเด็น ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 130)

| รายการประเมิน | คะแนน (ระดับคุณภาพ) | ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น |
|---|---|---|
| 1. ทำความเข้าใจปัญหา | 3 (ดี) | - เข้าใจปัญหาถูกต้อง |
| | 2 (พอใช้) | - เข้าใจปัญหาถูกต้องบางส่วน |
| | 1 (ต้องปรับปรุง) | - เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่เข้าใจปัญหา |
| 2. เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 3 (ดี) | - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา |
| | 2 (พอใช้) | - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสม หรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา |
| | 1 (ต้องปรับปรุง) | - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ |
| 3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา | 3 (ดี) | - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน |
| | 2 (พอใช้) | - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน |
| | 1 (ต้องปรับปรุง) | - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา |
| 4. การสรุปคำตอบ | 3 (ดี) | - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ |
| | 2 (พอใช้) | - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน |
| | 1 (ต้องปรับปรุง) | - ไม่มีการสรุป หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง |

จากการศึกษาค้นคว้าแนวทางการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) โดยปรับปรุงจากเกณฑ์ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 118) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 130) ให้เหมาะสมกับขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

| **องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา** | **คะแนน** | **ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น** |
|---|---|---|
| 1. การทำความเข้าใจปัญหา | 2 | - ระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใดได้ครบถ้วนและถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 | - ระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใดได้แต่ไม่ครบถ้วน หรือถูกต้องบางส่วน |
| | 0 | - ไม่สามารถระบุข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ได้ หรือระบุข้อมูลผิด |
| 2. การวางแผนการแก้ปัญหา | 2 | - วางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องเหมาะสม |
| | 1 | - วางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องบางส่วน |
| | 0 | - วางแผนการแก้ปัญหาได้ไม่เหมาะสม ไม่เป็นลำดับขั้นตอน หรือไม่มีการวางแผนการแก้ปัญหา |
| 3. การดำเนินการแก้ปัญหา | 2 | - ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 | - ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนถูกต้องบางส่วน |
| | 0 | - ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนตามแผนการแก้ปัญหา |

ตารางที่ 2-8 (ต่อ)

| องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา | คะแนน | ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น |
|---|---|---|
| 4. การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ | 2 | - ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 | - ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหา หรือความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้องเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง |
| | 0 | - ไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความถูกต้องของคำตอบ หรือตรวจสอบไม่ถูกต้อง |

## ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Wilson (1971, pp. 643-696) กล่าวถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิลสันได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ซึ่งมีพื้นฐานจากลำดับขั้นพฤติกรรมของบลูม (Bloom) ไว้ 4 ระดับ คือ

1. ด้านความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว ทั้งในด้านข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนความสามารถในการดำเนินการคิดโจทย์ปัญหาอย่างง่าย ๆ ไม่ยุ่งยากซับซ้อน ไม่ต้องอาศัยการตัดสินใจ ทั้งนี้รวมถึงโจทย์ปัญหาที่เหมือนกับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่เคยทำมาแล้ว ซึ่งถือเป็นพฤติกรรมในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว ตลอดจนพื้นฐานต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้สะสมมาเป็นเวลานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกถึงศัพท์นิยามต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้วโดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณและความรู้อื่นมาช่วยแต่อย่างใด

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง ศัพท์หรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอน

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาใหม่ ตลอดจนความสามารถในการตีความ แปลความ และขยายความได้ พฤติกรรมขั้นนี้แบ่งออกเป็น 6 ประเภท คือ

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถในการนำข้อเท็จจริงที่มีอยู่มาประมวลเข้าเป็นมโนทัศน์ ซึ่งมโนทัศน์นั้นมีความซับซ้อนกว่าข้อเท็จจริง ต้องอาศัยความรู้ต่าง ๆ มาผสมผสานกัน คำถามเกี่ยวกับมโนทัศน์นี้ครูจะต้องไม่เคยบอกหรือสอนมาก่อน เพราะถ้าเคยบอกมาก่อนแล้วจะกลายเป็นความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิงเป็นหลักการทั่วไปทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of principles, rules and generalization) เป็นความสามารถในการนำหลักการ กฎ และความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of mathematical structure) เป็นความสามารถที่จะอธิบายหรือแยกได้ว่าสิ่งใดเป็นคำนิยาม ข้อตกลงเบื้องต้นและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต่างจากพฤติกรรมขั้นความรู้ความจำที่เกี่ยวข้องกับศัพท์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

2.4 ความสามารถในการแปลงโจทย์ปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem element from one mode to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ซึ่งมีความหมายคงเดิม เช่น เปลี่ยนโจทย์ปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งการวัดในขั้นนี้ไม่รวมถึงวิธีการในการหาคำตอบของสมการนั้น

2.5 ความสามารถในการดำเนินความคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ และสามารถบอกได้ว่าผลสรุปแต่ละขั้นมาจากเหตุผลใด

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้เพื่อทราบว่าโจทย์ต้องการอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดยังขาดส่วนใดบ้าง รวมทั้งการแปลความหมายกราฟหรือข้อมูลจากสถิติ ตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่คล้ายคลึงกับที่เคยเรียนมาแล้ว นั่นคือ นักเรียนจะต้องผสมผสานความรู้ความสามารถในด้านความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณและความเข้าใจในการนำมาแก้ปัญหา ซึ่งมีหลายขั้นตอนในการจัดกระทำเพื่อให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา ดังนั้นจึงมีความจำเป็นมีการเลือกการตัดสินใจว่าจะทำขั้นตอนใดก่อน-หลัง พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ประเภท คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve routine problems) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่คล้ายคลึงแต่ไม่ใช่ข้อเดียวกันกับตัวอย่าง นักเรียนจำเป็นต้องอาศัยความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณและความเข้าใจ มาผสมผสานในการแก้ปัญหา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์โดยการเปรียบเทียบข้อมูลที่โจทย์ให้มา 2 ชุด ซึ่งในการแก้ปัญหาอาจจะต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและความเข้าใจ แล้วจึงนำมาเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการจำแนกและตัดสินได้ว่าข้อมูลส่วนใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา แยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องและพิจารณาว่าต้องการข้อมูลอะไรเพิ่มเติม รวมถึงพิจารณาว่ามีปัญหาใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกเป็นส่วน ๆ เพื่อพิจารณา โดยมีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to recognize patterns, isomorphisms, and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้หรือจากปัญหาที่กำหนดขึ้น

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำมาก่อนซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวจะต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนรู้มาร่วมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพทางสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ประเภท ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานความเข้าใจ มโนทัศน์ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษา เพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลโดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถในการใช้เหตุผลควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ โดยพฤติกรรมในข้อนี้ นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนทัศน์ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตร หรือกระบวนการแก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544, หน้า 24) กล่าวถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ และความสามารถต่าง ๆ ทางสมองที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ตามหลักสูตร

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 79) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่อง จากการจัดกิจกรรมตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

จากความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความสามารถของนักเรียนในด้านความรู้ความจำ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์ ที่ได้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

**2. ปัจจัยหรือองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์**

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ปัจจัย หรือองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

Bloom (1976, p. 176) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่มีผลกระทบต่อระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 3 องค์ประกอบ คือ

1. พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด (Cognitive entry behaviors) หมายถึง ความสามารถของผู้เรียน ทั้งความถนัดและพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียน

2. คุณลักษณะทางด้านจิตพิสัย (Affective entry behaviors) หมายถึง แรงจูงใจที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ใหม่ ได้แก่ ความสนใจและเจตคติที่มีต่อเนื้อหาวิชา โรงเรียน และระบบการเรียน ความคิดเห็นเกี่ยวกับตนเองและลักษณะต่าง ๆ ทางด้านจิตพิสัย ซึ่งบางอย่างเปลี่ยนแปลงได้ บางอย่างยังคงอยู่

3. คุณภาพของการสอน (Quality of instruction) ซึ่งได้แก่ การได้รับคำแนะนำ การมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การเสริมสร้างของผู้สอน การแก้ไขข้อผิดพลาด และการรู้ผลว่าตนเองทำได้ถูกต้องหรือไม่

Prescott (1961, p. 16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ การเรียนของนักเรียนทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน พบว่า ปัจจัยหรือองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพด้านร่างกาย ข้อบกพร่องทางด้านร่างกาย และบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ของเพื่อนในวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์

Carroll (1963, pp. 732-733) เชื่อว่า องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน คือ เวลาและคุณภาพของการสอน ซึ่งมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

Maddox (1965, p. 9) ได้ศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบด้านสติปัญญาและความสามารถทางสมองร้อยละ 50-60 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10-15

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีหลายองค์ประกอบด้วยกัน ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็นองค์ประกอบใหญ่ ๆ 2 กลุ่ม คือ องค์ประกอบด้านตัวนักเรียนและปัจจัยแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน และองค์ประกอบด้านคุณภาพการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ

**3. ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2546, หน้า 219) ได้ระบุว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ชุดของคำถามที่มุ่งวัดความรู้ความสามารถ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ของผู้เรียน

เยาวดี รางชัยกุล วิบูลย์ศรี (2553, หน้า 16) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนส่วนใหญ่ที่สร้างขึ้นมีจุดมุ่งหมายที่สำคัญเพื่อใช้วัดผลการเรียนรู้ด้านเนื้อหาวิชาการและทักษะต่าง ๆ ของแต่ละสาขาวิชา โดยเฉพาะอย่างยิ่งสาขาวิชาทั้งหลายที่จัดสอนในระดับชั้นเรียนต่าง ๆ ของแต่ละโรงเรียน โดยลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีทั้งที่เป็นข้อเขียน และที่เป็นภาคปฏิบัติจริง

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 260) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นเครื่องมือสำหรับครูที่จะใช้ในการตรวจสอบผลการเรียนรู้ของนักเรียนรวมถึงพฤติกรรมต่าง ๆ จากการเรียนหรือจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู เพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถเพียงใด เป็นไปตามมาตรฐาน ตัวชี้วัด อย่างไรบ้าง ซึ่งแบบทดสอบจะต้องมีคุณภาพผ่านการสร้างอย่างถูกต้อง มีประสิทธิภาพ มีความถูกต้องเที่ยงตรง เชื่อถือได้ มีกระบวนการหลักการสร้างแบบทดสอบตามหลักวิชาการ

จากที่กล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงเครื่องมือที่สร้างขึ้นตามหลักวิชาการ เพื่อใช้ในการวัดผลการเรียนรู้และพฤติกรรมต่าง ๆ จากการเรียนของนักเรียนเพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถเพียงใด

**4. ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์**

นักการศึกษาได้จำแนกประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

วิราพร พงษ์อาจารย์ (2542, หน้า 62) กล่าวว่า ชนิดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบ่งเป็น 2 รูปแบบ คือ

1. แบบทดสอบปรนัย เหมาะที่จะใช้วัดความสามารถเกี่ยวกับการเรียนรู้รายละเอียดต่าง ๆ ของเนื้อหา แต่ไม่เหมาะที่จะใช้วัดการวิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือการประเมินค่า โดยเฉพาะแบบถูก-ผิด แบบจับคู่ และแบบเติมคำหรือตอบสั้น ๆ ใช้วัดได้เพียงการระลึก หรือจดจำรายละเอียดของเนื้อหาเท่านั้น ยากที่จะสร้างให้วัดพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านอื่น ๆ ได้ ส่วนแบบเลือกตอบจัดได้ว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างได้ยากที่สุด เพราะประกอบด้วย ข้อคำถามกับตัวเลือกหลากหลายตัวเลือก แต่สามารถเขียนคำถามวัดพฤติกรรมที่สูงกว่าความรู้ความจำ และครอบคลุมหลักสูตรจึงทำให้เป็นที่นิยมใช้กันมากที่สุด

2. แบบทดสอบแบบอัตนัย (Subjective test) หรือแบบบรรยาย เป็นแบบที่กำหนดคำถามแล้วให้ผู้ตอบเขียนเรียบเรียงคำตอบจากความรู้ความคิดของตน โดยทั่วไปข้อสอบประเภทนี้มักมีข้อบกพร่อง คือ คำถามมักกว้าง ขาดความชัดเจน ทำให้ผู้ตอบอาจมองข้ามประเด็นปัญหาที่ถูกถามนอกจากนี้การตรวจให้คะแนนมักขึ้นอยู่กับอารมณ์และความรู้สึกของผู้ตรวจเป็นสำคัญ ทำให้คะแนนขาดความน่าเชื่อถือ ซึ่งถ้าแก้ข้อบกพร่องดังกล่าวได้ข้อสอบแบบนี้ก็จะมีอิสระในการตอบไม่จำกัดความคิดของผู้ตอบ สามารถแก้ปัญหาการเดาได้ ประหยัดเวลาในการออกข้อสอบ

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, หน้า 171-172) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ความสามารถของนักเรียนที่เรียนไปแล้วซึ่งมักจะเป็นคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (Paper and pencil test) กับให้นักเรียนปฏิบัติจริง (Performance test) แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 พวก คือ แบบทดสอบของครูที่สร้างขึ้น กับแบบทดสอบมาตรฐาน

1. แบบทดสอบของครูที่สร้างขึ้น หมายถึง ชุดคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งจะเป็นข้อคำถามที่เกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้อง ทดสอบว่านักเรียนมีความรู้มากแค่ไหนบกพร่องที่ตรงไหน จะได้สอนซ่อมเสริมหรือดูความพร้อมที่จะขึ้นเรียนใหม่ ตามแต่ที่ครูปรารถนา

2. แบบทดสอบมาตรฐาน แบบทดสอบประเภทนี้สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชาหรือจากครูผู้สอนวิชานั้นแต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพดีพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) ของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้หลักและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใด ๆ ก็จะได้อัตราความงอกงามของเด็กแต่ละวัยในแต่ละกลุ่มแต่ละภาคก็ได้ จะใช้สำหรับครูวินิจฉัยผลสัมฤทธิ์ระหว่างวิชาต่าง ๆ ในเด็กแต่ละคนก็ได้ข้อสอบมาตรฐานจะมีคุณภาพของแบบทดสอบสูงและยังมีมาตรฐานในด้านวิธีการดำเนินการสอบคือ ไม่ว่าโรงเรียนใด หรือส่วนราชการใดจะนำไปใช้ต้องดำเนินการแบบเดียวกัน แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบบอกถึงวิธีการสอบว่าทำอย่างไร และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2548, หน้า 96) กล่าวว่า โดยทั่วไปแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นใช้กันโดยทั่วไปในสถานศึกษา มีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper and pencil test) ซึ่งแบ่งออกได้อีก 2 ชนิด คือ

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective or essay test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียนโดยแสดงความรู้ ความคิด เจตคติ ได้อย่างเต็มที่

1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้ตอบสั้น ๆ (Objective test or short answer) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้น ๆ หรือมีคำตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ (Restricted response type) ผู้ตอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิดได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย โดยแบบทดสอบชนิดนี้แบ่งออกเป็น 4 แบบ คือ แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำ แบบทดสอบจับคู่ และแบบทดสอบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่ว ๆ ไป สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพมีมาตรฐาน กล่าวคือ มีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ วิธีการให้คะแนนและแปลความหมายของคะแนน

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 261) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง มุ่งใช้วัดผลนักเรียนเฉพาะกลุ่มที่ผู้สอนสอน มีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper test) ได้แก่

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาแล้วให้นักเรียนแสดงคำตอบโดยการเขียนแสดงความรู้ ความคิด เจตคติได้อย่างเต็มที่

1.2 แบบทดสอบปรนัย (Objective test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้เขียนตอบสั้น ๆ เป็นแบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำสั้น ๆ แบบทดสอบแบบจับคู่ และแบบทดสอบแบบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั่วไป สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์ ปรับปรุงจนมีคุณภาพ มีมาตรฐาน

จากข้างต้นสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง และแบบทดสอบมาตรฐาน โดยแต่ละประเภทนั้นสามารถแบ่งได้ 2 ชนิด คือ 1) แบบทดสอบปรนัย ซึ่งประกอบไปด้วย แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำสั้น ๆ แบบทดสอบแบบจับคู่ แบบทดสอบแบบเลือกตอบ และ 2) แบบทดสอบอัตนัย ซึ่งสำหรับงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

**5. การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2548, หน้า 97-99) ได้เสนอ การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาสาระและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด

2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่เป็นผลการเรียนรู้ที่ผู้สอนมุ่งหวังให้เกิดกับผู้เรียน โดยผู้สอนจะต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์

3. กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีการสร้าง โดยเลือกให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้และเหมาะสมกับวัยของผู้เรียนแล้วศึกษาวิธีการสร้างสอบชนิดนั้นให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักและวิธีการสร้างข้อสอบ

4. สร้างข้อสอบตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตรและให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

5. ตรวจทานข้อสอบ เพื่อให้ข้อสอบมีความถูกต้องตามหลักวิชา มีความสมบูรณ์ครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร

6. จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง พร้อมคำชี้แจง

7. ทดลองใช้ข้อสอบกับกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับกลุ่มที่ต้องการสอนจริงแล้วนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์และปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพ

8. จัดทำแบบทดสอบฉบับจริงเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 87-93) ได้เสนอขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้หรือเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยการเรียนหรือเรื่องที่ต้องการจะวัด

2. กำหนดจุดมุ่งหมายของการวัดและการประเมิน สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด

3. เลือกประเภทของแบบทดสอบโดยอาจเป็นแบบปรนัยทั้งหมด แบบอัตนัยทั้งหมดหรือแบบปรนัยผสมกับแบบอัตนัย เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถตามจุดมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการทดสอบ และเวลาที่ใช้สอบ เช่น การสอบย่อยหรือสอบเก็บคะแนนอาจใช้เวลา 30-60 นาที การสอบปลายปีอาจใช้เวลา 100-120 นาที เป็นต้น โดยในส่วนของจำนวนข้อสอบและคะแนนนั้นต้องสัมพันธ์หรือเหมาะสมกับเวลาที่ใช้สอบและรูปแบบของแบบทดสอบด้วย

5. จัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบ (Table of specification) เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบในแต่ละเนื้อหา และพฤติกรรมที่มุ่งวัดตามอัตราส่วนที่เหมาะสม โดยพฤติกรรมที่มุ่งวัดนั้นอาจใช้ความสามารถด้านความรู้ความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้ความจำและการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ หรืออาจผสมผสานระหว่างความรู้ความคิดกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้ ความจำ และการสื่อความหมาย ความเข้าใจ และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจและการให้เหตุผล การนำไปใช้และการแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งการจัดตารางวิเคราะห์ข้อสอบนี้จะช่วยทำให้ได้แบบทดสอบที่มีความตรงเชิงเนื้อหา

6. สร้างแบบทดสอบตามคุณลักษณะและแนวทางที่ได้กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์ข้อสอบที่กำหนด

7. ตรวจสอบความตรงและความเที่ยงของแบบทดสอบ

8. แก้ไขปรับปรุงจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพและจัดทำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 154) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างข้อสอบไว้ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หรือหลักสูตรสถานศึกษา แล้ววิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

2. จากข้อมูลในขั้นที่ 1 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียนในแต่ละเนื้อหา

3. วิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ซึ่งพฤติกรรมที่วัดในวิชาคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมระดับความรู้/ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ จากนั้นสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบจำแนกตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละเนื้อหา

4. จากข้อมูลในขั้นที่ 2 และ 3 นำมาวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

5. กำหนดลักษณะของข้อสอบ และทำการสร้างข้อสอบตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สร้างขึ้นในขั้นที่ 4

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ก, หน้า 30-32) ได้เสนอขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างแบบทดสอบไว้ ดังนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และเนื้อหาที่ต้องการ

2. วิเคราะห์เนื้อหาและระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด

3. กำหนดรูปแบบของข้อสอบที่จะใช้ในแบบทดสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหาและระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ซึ่งควรใช้รูปแบบที่หลากหลายเพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถอย่างเต็มศักยภาพ

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาที่ต้องการทดสอบและเวลาที่ใช้สอบ

5. สร้างข้อสอบตามที่กำหนดโดยคำนึงถึงเทคนิคของการสร้างข้อสอบและความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล

6. ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเที่ยงตรง และความเป็นปรนัยของข้อสอบ

นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้แนะนำแนวทางในการสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบไว้ ดังนี้

1. การสร้างคำถาม: คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1.1 สั้น ได้ใจความชัดเจน และใช้ภาษาที่เข้าใจได้ง่าย

1.2 ใช้เป็นประโยคบอกเล่า ในกรณีที่มีการใช้คำปฏิเสธ เช่น ไม่หรือห้ามต้องเน้นด้วยการทำตัวหนา หรือขีดเส้นใต้คำที่แสดงการปฏิเสธ

1.3 คำถามแต่ละข้อจะต้องเป็นอิสระต่อกัน การตอบคำถามของข้อหนึ่งจะต้องไม่ชี้นำ หรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง

1.4 หลีกเลี่ยงการใช้ภาษาที่ชี้นำหรือสื่อความไปถึงคำตอบถูกหรือคำตอบผิด

1.5 แต่ละคำถามต้องมีคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว (ยกเว้นข้อสอบเพื่อการวิเคราะห์ที่มีคำตอบถูกหลายคำตอบได้ แต่การแปลผลจะต้องคำนึงถึงความหมายของแต่ละคำตอบ)

2. การสร้างตัวเลือก: โดยทั่วไปตัวเลือกของข้อสอบเลือกตอบมีจำนวน 3-5 ตัวเลือกการกำหนดจำนวนตัวเลือกในแต่ละข้อสอบต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของผู้เรียนตัวเลือกที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

2.1 แต่ละตัวเลือกควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกันและมีความยาวใกล้เคียงกัน

2.2 ใช้คำที่สั้น ได้ใจความชัดเจน และหลีกเลี่ยงการใช้คำศัพท์หรือข้อความที่เข้าใจได้ยาก

2.3 ไม่ควรใช้ตัวเลือก “ถูกทุกข้อ” “ผิดทุกข้อ” หรือ “ไม่มีข้อใดถูก” (เพราะเป็นการสื่อความหมายถึงความไม่แน่ใจในคำถามหรือการเลือกตอบด้วยความไม่มั่นใจ)

2.4 ไม่ควรสร้างตัวเลือกโดยใช้ระดับของความถูกต้องเป็นประเด็นให้คิด เช่น ถูกครึ่ง-ผิดครึ่ง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน เพราะอาจทำให้เกิดความสับสนในการตัดสินใจเลือกคำตอบ

จากการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในงานวิจัยฉบับนี้ ดังนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และเนื้อหาที่ต้องการ

2. กำหนดรูปแบบของข้อสอบที่จะใช้ เป็นข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และศึกษาหลักการสร้างข้อสอบ จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4. สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ จำแนกตามระดับพฤติกรรม

5. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตามตารางการวิเคราะห์ข้อสอบที่จำแนกตามระดับพฤติกรรม

6. ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเที่ยงตรง และความเป็นปรนัยของข้อสอบ

7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

8. นำผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน มาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบ

9. แก้ไขปรับปรุงจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพและจัดทำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ แล้วนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยต่างประเทศ

Ozsoy and Ataman (2009) ได้ศึกษา ผลของการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และทักษะการคิดเชิงเมตาคอกนิชันของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 47 คน ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 9 สัปดาห์ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 24 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 23 คน กลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุมได้รับ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Sahin and Kendir (2013) ได้ศึกษา ผลของการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 75 คน ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 8 สัปดาห์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 39 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน กลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน และเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต มีการพัฒนาความสามารถในการรับรู้ความสำคัญของการแก้ปัญหาเพื่อที่จะเข้าใจปัญหา วางแผน และควบคุมกระบวนการแก้ปัญหา รวมถึงได้รับการปรับปรุงทัศนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

Laistner (2016) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ การคิดเชิงเมตาคอกนิชันและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรีโกณมิติ ที่มีผลการเรียนเฉลี่ยอยู่ในระดับ 80% ขึ้นไป จำนวน 19 คน ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 2 สัปดาห์ ใช้แบบแผนการทดลองกลุ่มเดียวสอบก่อนเรียนและสอบหลังเรียน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชัน โดยใช้การคิดออกมาดัง ๆ และการวางแผน กำกับควบคุม และการประเมินผลในการเรียน เรื่อง ตรีโกณมิติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชัน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

**2. งานวิจัยในประเทศ**

ทุติยา จันทร์ปลอด (2550) ได้ศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิด (Metacognition) ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการกำกับตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดนครศรีธรรมราช กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องละ 80 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้

กลวิธีการรู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุภาวดี คำนาดี (2551) ได้ทำการวิจัยและพัฒนากระบวนการกำกับตนเอง (Metacognition) สำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรับรู้ความสามารถของตนเอง เจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 จำนวน 83 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 43 คน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการกำกับตนเองในการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน ได้แก่ การประเมินตนเอง การเลือกปัญหาและตั้งเป้าหมาย การหาแนวทางการแก้ปัญหา การควบคุมตนเองและบันทึกพฤติกรรม การแสดงปฏิกิริยาต่อตนเอง และการควบคุมตนเองและบันทึกพฤติกรรมต่อเนื่อง โดยนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการกำกับตนเองในการแก้ปัญหา มีค่าเฉลี่ยคะแนนการรับรู้ความสามารถของตนเอง เจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการกำกับตนเองในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนการรับรู้ความสามารถตนเอง คะแนนเจตคติและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์ระหว่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554) ได้ศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ความตระหนักในการรู้คิดและการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ห้องเรียนจำนวน 42 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.67 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ความตระหนักในการรู้คิด และความสามารถในการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มัณฑนา พรมรักษ์ (2556) ได้ศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นการกำกับทางปัญญา (Metacognition) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหอวัง จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 108 คน แบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นการกำกับทางปัญญา และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ กลุ่มละ 54 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นการกำกับทางปัญญา มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณไปในทางที่ดีขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ โดยความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 รวมทั้งสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

# บทที่ 3
# วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามหัวข้อของการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การกำหนดแบบแผนการทดลอง
4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

## ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 13 ห้องเรียน รวม 595 คน ซึ่งเป็นนักเรียนห้องเรียนปกติ ที่มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถและไม่ใช่ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 1 ห้องเรียน ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

## การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา จำนวน 7 แผน

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

รายละเอียดในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 7 แผน มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา จากหนังสือ ตำรา เอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้เป็นพื้นฐานความรู้ในการจัดการเรียนการสอน

1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลราษฎรอำรุง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ เพื่อวิเคราะห์เกี่ยวกับคำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา มาตรฐาน/ ตัวชี้วัด และสาระสำคัญ รวมถึงศึกษาคู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

1.3 ศึกษาเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และตำราอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

1.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 13 คาบ (คาบละ 50 นาที) ซึ่งประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 7 แผน แต่ละแผนประกอบด้วยมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 ตารางวิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

| ตัวชี้วัด | แผนที่ | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | เวลา (คาบ) |
|---|---|---|---|---|
| ค 2.1 | 1 | รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก | 1. สรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก | 1 |
| ม. 4-6/1 | | | 2. หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ | |
| ค 2.2 | | | 3. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | |
| ม. 4-6/1 | 2 | อัตราส่วนตรีโกณมิติ | 1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | 2 |
| ค 6.1 | | | 2. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ | |
| ม. 4-6/1 | | | 3. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ | |
| ค 6.1 | | | 4. อธิบายความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | |
| ม. 4-6/2 | | | 5. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | |
| | 3 | อัตราส่วนตรีโกณมิติ | 1. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° ได้ | 2 |
| | | ของมุม 30° 45° | 2. คำนวณคำตอบของสมการโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° ได้ | |
| | | และ 60° | 3. เปรียบเทียบสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° ได้ | |
| | | | 4. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | |

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

| **ตัวชี้วัด** | **แผนที่** | **สาระการเรียนรู้** | **จุดประสงค์การเรียนรู้** | **เวลา (คาบ)** |
|---|---|---|---|---|
| ค 2.1<br>ม. 4-6/1<br>ค 2.2<br>ม. 4-6/1<br>ค 6.1 | 4 | อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° โดยใช้ตาราง | 1. บอกค่าโดยประมาณของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนท์ ของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° โดยใช้ตารางได้<br>2. ประมาณค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° ที่ไม่ปรากฏในตารางได้<br>3. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° โดยใช้ตาราง ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | 2 |
| ม. 4-6/1<br>ค 6.1<br>ม. 4-6/2 | 5 | อัตราส่วนตรีโกณมิติ-ส่วนกลับของมุม | 1. บอกนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้<br>2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุมได้<br>3. เปรียบเทียบความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุมได้<br>4. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | 2 |

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

| ตัวชี้วัด | แผนที่ | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | เวลา (คาบ) |
|---|---|---|---|---|
| ค 2.1 | 6 | ความสัมพันธ์ | 1. สรุปความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | 2 |
| ม. 4-6/1 | | ของอัตราส่วน | 2. คำนวณคำตอบของสมการโดยใช้ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | |
| ค 2.2 | | ตรีโกณมิติ | 3. นำความรู้เรื่องความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | |
| ม. 4-6/1 | 7 | การประยุกต์ของ | 1. อธิบายความหมายของมุมก้มและมุมเงยได้ | 2 |
| ค 6.1 | | อัตราส่วนตรีโกณมิติ | 2. หามุมก้มหรือมุมเงย จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ | |
| ม. 4-6/1 | | | 3. หาระยะทางและความสูง หรือคาดคะเนระยะทางและความสูง โดยใช้ความรู้ | |
| ค 6.1 | | | เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้ | |
| ม. 4-6/2 | | | 4. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวระยะทาง | |
| | | | และความสูงได้ | |
| | | | รวม | 13 |

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ความสอดคล้องและความเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนำข้อเสนอแนะที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไข โดยผู้วิจัยได้ทำการปรับปรุงภาษาที่ใช้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1.5.1 ในหัวข้อจุดประสงค์การเรียนรู้ในด้านความรู้ ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

1.5.1.1 ข้อ 3 จาก “หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้” เป็น “หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้”

1.5.2 ในหัวข้อจุดประสงค์การเรียนรู้ในด้านความรู้ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° ดังนี้

1.5.2.1 ข้อ 2 จาก “คำนวณหาคำตอบของสมการโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° ได้” เป็น “คำนวณคำตอบของสมการโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° 45° และ 60° ได้”

1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่แก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา ความสอดคล้องและความเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ โดยกำหนดเกณฑ์ประเมิน ดังนี้

5 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

3 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

1 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

และมีเกณฑ์การแปลความหมาย ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, หน้า 162)

ค่าเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความเหมาะสมจะต้องมีค่าเฉลี่ย ตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป จากนั้นปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

ซึ่งผลจากการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.74 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงในส่วนของรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

1.6.1 ในหัวข้อจุดประสงค์การเรียนรู้ในด้านความรู้ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

1.6.1.1 ข้อ 1. จาก “บอกนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้” เป็น “บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้”

1.6.1.2 ข้อ 2. จาก “หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และนำไปประยุกต์ใช้ได้” เป็น “บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้” และ “หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้”

1.6.2 เพิ่มคำถามเกี่ยวกับการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินตนเอง ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา ให้ชัดเจนและครอบคลุมยิ่งขึ้น ดังนี้

1.6.2.1 จากคำถามเดิม คือ “นักเรียนจะแก้ปัญหาโจทย์ข้อนี้โดยใช้ความรู้เรื่องใด” เป็น “นักเรียนกำลังแก้ปัญหาเกี่ยวกับสิ่งใด” และ “ในการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง”

1.6.2.2 และเพิ่มเติมคำถามในการประเมินตนเอง คือ “จากความรู้ที่นักเรียนมี นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้ได้หรือไม่”

1.6.3 เพิ่มคำถามที่ครูใช้กระตุ้นความคิดนักเรียน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด ดังนี้

1.6.3.1 “กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนมีจุดเด่น-จุดด้อย อย่างไร”

1.6.3.2 “นักเรียนคิดว่าควรปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองหรือไม่อย่างไร”

1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/13 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง จำนวน 50 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหา

ข้อบกพร่องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งหลังจากการทดลองพบว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีความเหมาะสมในด้านเนื้อหาและเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม แต่ต้องมีการปรับปรุงเอกสารแนะแนวทาง โดยเพิ่มตัวอย่างคำตอบให้มากขึ้น เพื่อให้นักเรียนสามารถเติมคำตอบต่าง ๆ ในเอกสารแนะแนวทางได้อย่างถูกต้อง

1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ที่ได้รับการปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย ตามขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบอัตนัย การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

2.2 วิเคราะห์สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-2

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริง 6 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้

ตารางที่ 3-2 ตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

| จุดประสงค์การเรียนรู้ | จำนวนข้อสอบ | |
|---|---|---|
| | ทั้งหมด | ใช้จริง |
| 1. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติและอัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | 4 | 2 |
| 2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° โดยใช้ตารางไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | 2 | 1 |
| 3. นำความรู้เรื่องความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | 2 | 1 |
| 4. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงได้ | 4 | 2 |
| รวม | 12 | 6 |

2.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบแยกองค์ประกอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา | คะแนน | ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น |
|---|---|---|
| 1. การทำความเข้าใจปัญหา | 2 | - ระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใดได้ครบถ้วนและถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 | - ระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใดได้แต่ไม่ครบถ้วน หรือถูกต้องบางส่วน |
| | 0 | - ไม่สามารถระบุข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ได้ หรือระบุข้อมูลผิด |

ตารางที่ 3-3 (ต่อ)

| องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา | คะแนน | ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น |
|---|---|---|
| 2. การวางแผนการแก้ปัญหา | 2 | - วางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องเหมาะสม |
| | 1 | - วางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องบางส่วน |
| | 0 | - วางแผนการแก้ปัญหาได้ไม่เหมาะสม ไม่เป็นลำดับขั้นตอน หรือไม่มีการวางแผนการแก้ปัญหา |
| 3. การดำเนินการแก้ปัญหา | 2 | - ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 | - ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนถูกต้องบางส่วน |
| | 0 | - ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนตามแผนการแก้ปัญหา |
| 4. การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ | 2 | - ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด |
| | 1 | - ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหา หรือความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้องเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง |
| | 0 | - ไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความถูกต้องของคำตอบ หรือตรวจสอบไม่ถูกต้อง |

2.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อคำถามและเฉลย ความเหมาะสมของภาษา และความครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว นำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษาของแบบทดสอบ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of Objective Congruence) โดยดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่า ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 248-250)

+1 คะแนน เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 คะแนน เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 คะแนน เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยผลการประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า แบบทดสอบทั้ง 12 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

2.7.1 ปรับปรุงโจทย์ในข้อที่ 3 ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ดังนี้

2.7.1.1 จาก “กำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง และให้ $\sin \theta = 0.3356$ จงหาว่า $\theta$ มีค่าเท่าใด” เป็น “กำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง และให้ $\sin \theta = 0.3356$ จงหาว่า $\theta$ มีค่าประมาณเท่าใด”

2.7.2 ปรับปรุงภาษาในเฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา ให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น

2.7.2.1 จาก “วาดภาพจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้” เป็น “วาดภาพจากข้อมูลที่โจทย์กำหนด โดยกำหนดให้ จุด A แทน สมชาย จุด B แทนยอดต้นไม้ และจุด C แทนโคนต้นไม้ และ AD แทนเส้นระดับสายตา”

2.7.2.2 จาก “หาความสูงของต้นไม้โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ” เป็น “หาความสูงของต้นไม้โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม $45°$ และ $30°$”

2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

2.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/13 จำนวน 50 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ที่ผ่านการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มาแล้ว (กลุ่มที่ทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา)

2.10 นำผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 3-3 มาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบจากผลคะแนนที่ได้ โดยการหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ซึ่งทำการวิเคราะห์เป็นรายข้อ แล้วทำการคัดเลือกแบบทดสอบที่มีความยาก ตั้งแต่ .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 6 ข้อ ซึ่งข้อสอบ 6 ข้อที่ผู้วิจัยได้ทำการคัดเลือกนั้น มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .52-.63 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .26-.31

2.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกไว้จำนวน 6 ข้อมาหาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .96

2.12 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ตามขั้นตอนดังนี้

3.1 ศึกษาหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการวิเคราะห์ข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.2 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

3.3 สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม โดยผู้วิจัยได้นำระดับพฤติกรรม 4 ระดับ ตามแนวคิดของวิลสัน มาเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 ตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

| ตัวชี้วัด | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม | | | | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ความรู้ ความจำ | ความเข้าใจ | การนำไปใช้ | การวิเคราะห์ | |
| ค 2.1 ม. 4-6/1 | รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก | 1. สรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก | - | 4 (2) | - | - | 4 (2) |
| ค 2.2 ม. 4-6/1 | | 2. หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ | - | - | 2 (1) | - | 2 (1) |
| ค 6.1 ม. 4-6/1 | อัตราส่วนตรีโกณมิติ | 1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | 2 (1) | - | - | - | 2 (1) |
| ค 6.1 ม. 4-6/2 | | 2. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ | - | 2 (1) | 4 (2) | - | 6 (3) |
| | | 3. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ | 2 (1) | - | - | - | 2 (1) |
| | | 4. อธิบายความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | - | - | - | 2 (1) | 2 (1) |

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

| ตัวชี้วัด | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม | | | | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ความรู้ความจำ | ความเข้าใจ | การนำไปใช้ | การวิเคราะห์ | |
| ค 2.1<br>ม. 4-6/1 | อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° | 1. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° ได้ | 2<br>(1) | - | - | - | 2<br>(1) |
| ค 2.2<br>ม. 4-6/1 | | 2. คำนวณคำตอบของสมการโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° ได้ | - | 2<br>(1) | 2<br>(1) | - | 4<br>(2) |
| ค 6.1<br>ม. 4-6/1 | | 3. เปรียบเทียบความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° ได้ | - | - | - | 2<br>(1) | 2<br>(1) |
| ค 6.1<br>ม. 4-6/2 | อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° โดยใช้ตาราง | 1. บอกค่าโดยประมาณของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนท์ของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° โดยใช้ตารางได้ | 2<br>(1) | - | - | - | 2<br>(1) |
| | | 2. ประมาณค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมระหว่าง 0° ถึง 90° ที่ไม่ปรากฏในตารางได้ | - | 2<br>(1) | 2<br>(1) | - | 4<br>(2) |

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

| ตัวชี้วัด | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม | | | | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ความรู้ ความจำ | ความเข้าใจ | การนำไปใช้ | การวิเคราะห์ | |
| ค 2.1 | อัตราส่วนตรีโกณมิติ | 1. บอกนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุม | 2 | | | | 2 |
| ม. 4-6/1 | ส่วนกลับของมุม | ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ | (1) | - | - | - | (1) |
| ค 2.2 | | 2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติส่วนกลับของมุมได้ | | 2 | 2 | | 4 |
| ม. 4-6/1 | | | - | (1) | (1) | - | (2) |
| ค 6.1 | | 3. เปรียบเทียบความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ | | | | 2 | 2 |
| ม. 4-6/1 | | ส่วนกลับของมุมได้ | - | - | - | (1) | (1) |
| ค 6.1 | ความสัมพันธ์ของ | 1. สรุปความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | | 4 | | | 4 |
| ม. 4-6/2 | อัตราส่วนตรีโกณมิติ | | - | (2) | - | - | (2) |
| | | 2. คำนวณคำตอบของสมการโดยใช้ความสัมพันธ์ | | | 2 | 2 | 4 |
| | | ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | - | - | (1) | (1) | (2) |

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

| ตัวชี้วัด | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม | | | | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ความรู้ความจำ | ความเข้าใจ | การนำไปใช้ | การวิเคราะห์ | |
| ค 2.1 ม. 4-6/1 | การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ | 1. อธิบายความหมายของมุมก้มและมุมเงยได้ | - | 2 (1) | - | - | 2 (1) |
| ค 2.2 ม. 4-6/1 | | 2. หามุมก้มหรือมุมเงย จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ | - | - | 2 (1) | - | 2 (1) |
| ค 6.1 ม. 4-6/1 ค 6.1 ม. 4-6/2 | | 3. หาระยะทางและความสูง หรือคาดคะเนระยะทางและความสูง โดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | - | 2 (1) | 4 (2) | 2 (1) | 8 (4) |
| | | รวม | 10 (5) | 20 (10) | 20 (10) | 10 (5) | 60 (30) |

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ ตามตารางการวิเคราะห์ข้อสอบที่จำแนกตามระดับพฤติกรรม โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อคำถามและเฉลย ความเหมาะสมของภาษา เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ ความครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข โดยผู้วิจัยได้ทำการแก้ไขภาษาที่ใช้ในแบบทดสอบ ดังนี้

3.5.1 ข้อ 8. จาก “กำหนดให้ DEG เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่ง sin D = 0.5 ถ้าสามเหลี่ยม DEF เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาว่าสามเหลี่ยมด้านเท่า DEF มีพื้นที่เท่าใด” เป็น “กำหนดให้ DEG เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่ง sin D = 0.5 ถ้ารูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่า DEF มีพื้นที่เท่าใด”

3.5.2 ข้อ 16. จาก “กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และมุม A กาง 27° จงหาว่าพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่าใด” เป็น “กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และมุม A กาง 27° จงหาว่าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่าใด”

3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว นำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษาของแบบทดสอบ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of Objective Congruence) โดยดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่า ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 248-250)

+1 คะแนน เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 คะแนน เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 คะแนน เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า แบบทดสอบทั้ง 60 ข้อ มีค่า IOC ตั้งแต่ .60-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

3.7.1 ปรับภาษาในโจทย์ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น เช่น

3.7.1.1 ข้อ 10 จาก "อัตราส่วนใดแตกต่างจากข้ออื่น" เป็น "ค่าของอัตราส่วนใด <u>แตกต่าง</u> จากข้ออื่น"

3.7.1.2 ข้อ 28 จาก "ปลาจ้องแมลงที่เกาะอยู่บนดอกไม้ริมน้ำเป็นมุมเงย 30° โดยดอกไม้สูง $2\sqrt{3}$ เซนติเมตร ถ้าปลาพ่นน้ำใส่แมลง จนแมลงตกลงมาในน้ำ จงหาว่าปลาต้องว่ายน้ำไปกี่เซนติเมตร ถึงจะได้กินแมลง" เป็น "ปลาที่ผิวน้ำจ้องแมลงที่เกาะอยู่บนดอกไม้ริมน้ำ เป็นมุมเงย 30° โดยดอกไม้สูง $2\sqrt{3}$ เซนติเมตร ถ้าปลาพ่นน้ำใส่แมลง จนแมลงตกลงมาบนผิวน้ำในแนวดิ่ง จงหาว่าปลาต้องว่ายน้ำไปกี่เซนติเมตร ถึงจะได้กินแมลง"

3.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/13 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง จำนวน 50 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ที่ผ่านการเรียน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มาแล้ว (กลุ่มที่ทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา)

3.9 นำผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนด มาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบจากผลคะแนนที่ได้ โดยการหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ซึ่งทำการวิเคราะห์เป็นรายข้อ แล้วทำการคัดเลือกแบบทดสอบที่มีความยาก ตั้งแต่ .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 30 ข้อ ซึ่งข้อสอบ 30 ข้อที่ผู้วิจัยได้ทำการคัดเลือกนั้น มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .44-.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20-.66

3.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกไว้ จำนวน 30 ข้อ มาหาความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .85

3.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

**การกำหนดแบบแผนการทดลอง**

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงกึ่งทดลอง (Quasi-experimental design) ซึ่งมีกลุ่มการทดลองเพียงกลุ่มเดียว และวัดผลเฉพาะหลังการทดลอง (One-group posttest only design) มีแบบแผนการวิจัยดังนี้ (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2551, หน้า 137)

| กลุ่ม | ทดลอง | การทดสอบหลังเรียน |
|---|---|---|
| E | X | O |

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

O แทน การวัดผลที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

**การเก็บรวบรวมข้อมูล**

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองที่โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ในภาคเรียนที่ 2 การศึกษา 2559 โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้เวลา 13 คาบ (คาบละ 50 นาที)

2. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอน ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลา 1 คาบ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 คาบ

3. ตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่กำหนด จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อประเมินผลที่ได้จากการทดลอง

## การวิเคราะห์ข้อมูล และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample โดยกำหนดระดับนัยสำคัญที่ระดับ .01

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample โดยกำหนดระดับนัยสำคัญที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ มาจำแนกความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกเป็น 4 ด้าน ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอให้อยู่ในรูปความเรียง

## สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

สถิติพื้นฐานที่ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ ได้แก่

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) คำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2551, หน้า 267)

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$\sum x$ แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด

$n$ แทน จำนวนข้อมูล หรือขนาดตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) คำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2551, หน้า 276)

$$S = \sqrt{\frac{n\sum x^2-(x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

x แทน ข้อมูล หรือคะแนนแต่ละตัว

n แทน จำนวนข้อมูล หรือขนาดตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

2.1 หาค่าความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยคำนวณได้จากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากสูตรของจอห์นสัน (Johnson) โดยใช้เทคนิค 50% ในการแบ่งนักเรียนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 162)

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ

$R_h$ แทน จำนวนผู้เรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

$R_l$ แทน จำนวนผู้เรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

$n_h$ แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูง

$n_l$ แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มต่ำ

2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากสูตรของจอห์นสัน (Johnson) โดยใช้เทคนิค 50% ในการแบ่งนักเรียนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 165)

$$r = \frac{R_h - R_l}{n}$$

เมื่อ $r$ แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

$R_h$ แทน จำนวนผู้เรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

$R_l$ แทน จำนวนผู้เรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

$n$ แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร KR-20 ของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ $r_{tt}$ แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$k$ แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

$p$ แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูก

$q$ แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิด

$s_t^2$ แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม

2.5 หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากสูตรของ วิทนีย์-ซาเบอร์ โดยใช้เทคนิค 50% ในการแบ่งนักเรียนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$p = \frac{s_h + s_l - (n_t)(x_{min})}{n_t(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ

$s_h$ แทน ผลรวมคะแนนของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนน กับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนนั้น ($f_x$) ในกลุ่มสูง

$s_l$ แทน ผลรวมคะแนนของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนน กับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนนั้น ($f_x$) ในกลุ่มต่ำ

$n_t$ แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

$x_{max}$ แทน คะแนนสูงสุด

$x_{min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

2.6 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากสูตรของ วิทนีย์-ซาเบอร์ โดยใช้เทคนิค 50% ในการแบ่งนักเรียนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{s_h - s_l}{n(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

$s_h$ แทน ผลรวมคะแนนของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนน กับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนนั้น ($f_x$) ในกลุ่มสูง

$s_l$ แทน ผลรวมคะแนนของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนน กับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนนั้น ($f_x$) ในกลุ่มต่ำ

n แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

$x_{max}$ แทน คะแนนสูงสุด

$x_{min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

2.7 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) โดยคำนวณจากสูตรของครอนบัค (Cronbach) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ $\alpha$ แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$k$ แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

$s_i^2$ แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

$s_t^2$ แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน คือ การทดสอบ t-test for one sample (สุรวาท ทองบุ, 2553, หน้า 150) โดยกำหนดระดับนัยสำคัญที่ระดับ .01 ซึ่งมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \qquad ; df = n-1$$

เมื่อ $t$ แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่วัดได้จากกลุ่มตัวอย่าง

$\mu$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากรที่คาดว่าจะเป็น สำหรับงานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยกำหนดให้เท่ากับร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มของแบบทดสอบ

$s$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่วัดได้จากกลุ่มตัวอย่าง

$n$ แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

# บทที่ 4
# ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

## สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อนำเสนอผลการวิจัย ดังนี้

$n$ แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$S$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\mu_0$ แทน เกณฑ์ร้อยละ 70

$t$ แทน การทดสอบที (t-test for one sample)

$p$ แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ

* แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

ในการวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 1 ผู้วิจัยนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

| การทดสอบ | n | คะแนนเต็ม | $\mu_0$ (ร้อยละ 70) | $\overline{X}$ | S | t | sig |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 50 | 48 | 33.6 | 39.72 | 4.64 | 9.322* | .00 |

*p < .01

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 39.72 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.64 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ที่ตั้งไว้

นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบของนักเรียน ผู้วิจัยสามารถจำแนกความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกเป็น 4 ด้าน ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

1. ด้านการทำความเข้าใจปัญหา

ในการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ผู้วิจัยนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งได้ผล ดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

| **การทดสอบ** | **n** | **คะแนนเต็ม** | $\mu_0$ **(ร้อยละ 70)** | $\bar{X}$ | **S** | **t** | **sig** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา | 50 | 12 | 8.4 | 11.08 | 1.10 | 17.171* | .00 |

*p < .01

จากตารางที่ 4-2 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 11.08 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.10 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา โดยพิจารณาจากจำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการทำความเข้าใจปัญหา จำแนกตามระดับคะแนน ปรากฏผลดังตารางที่ 4-3

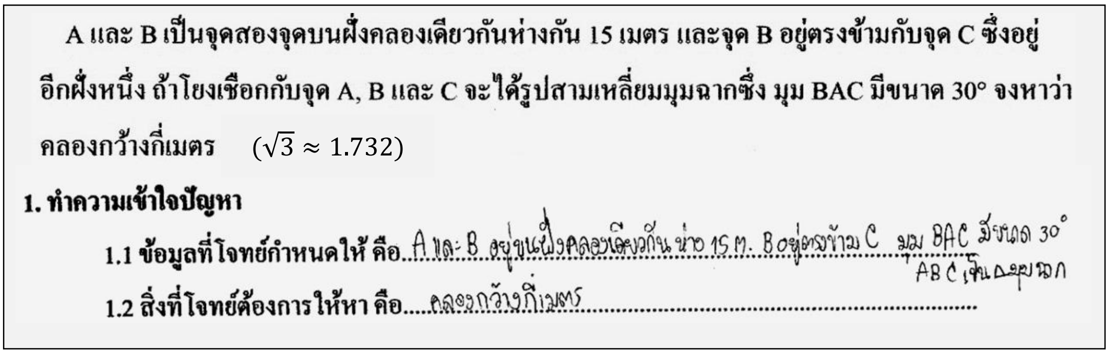
ตารางที่ 4-3 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการทำความเข้าใจปัญหา จำแนกตามระดับคะแนน

| ระดับคะแนน | จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) | | | | | | ร้อยละ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **ข้อที่ 1** | **ข้อที่ 2** | **ข้อที่ 3** | **ข้อที่ 4** | **ข้อที่ 5** | **ข้อที่ 6** | |
| ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา | | | | | | | |
| 2 คะแนน | 49 | 45 | 43 | 49 | 35 | 46 | 89.00 |
| | (98.00) | (90.00) | (86.00) | (98.00) | (70.00) | (92.00) | |
| 1 คะแนน | 1 | 5 | 5 | 0 | 14 | 1 | 8.67 |
| | (2.00) | (10.00) | (10.00) | (0.00) | (28.00) | (2.00) | |
| 0 คะแนน | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2.33 |
| | (0.00) | (0.00) | (4.00) | (2.00) | (2.00) | (6.00) | |
| รวม | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 100.00 |
| | (100) | (100) | (100) | (100) | (100) | (100) | |

หมายเหตุ ตัวเลขในตารางแสดงจำนวนนักเรียนและตัวเลขในวงเล็บแสดงร้อยละของนักเรียน โดยร้อยละของจำนวนนักเรียน ในแต่ละระดับคะแนนซึ่งปรากฏในคอลัมน์สุดท้ายของตาราง คำนวณมาจากการนำจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนในระดับนั้นในแต่ละข้อมารวมกันแล้วหารด้วย 300 จากนั้นนำไปคูณด้วย 100

จากตารางที่ 4-3 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 89.00 รองลงมา คือ ระดับ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 8.67 และในระดับ 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 2.33 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน จำแนกในแต่ละกลุ่ม แสดงดังนี้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 2 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา เป็นกลุ่มนักเรียนที่สามารถระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใดได้ครบถ้วนและถูกต้องทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 89.00 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 3



A และ B เป็นจุดสองจุดบนฝั่งคลองเดียวกันห่างกัน 15 เมตร และจุด B อยู่ตรงข้ามกับจุด C ซึ่งอยู่อีกฝั่งหนึ่ง ถ้าโยงเชือกกับจุด A, B และ C จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่ง มุม BAC มีขนาด 30° จงหาว่าคลองกว้างกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

**1. ทำความเข้าใจปัญหา**

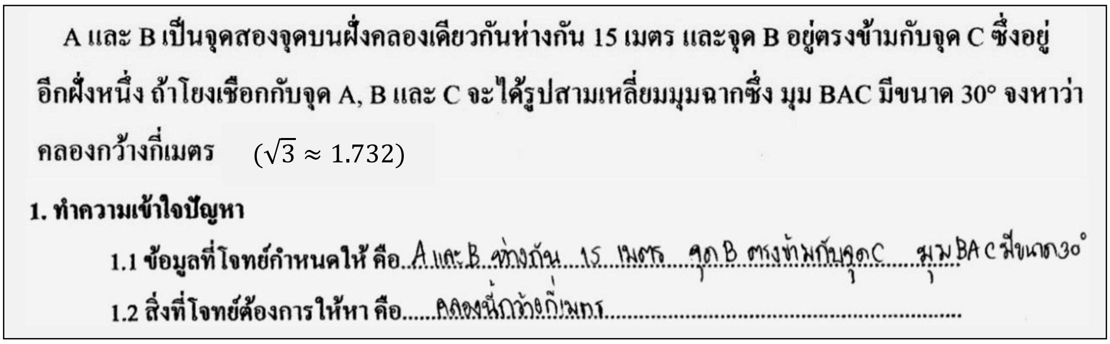
**1.1 ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ** A และ B อยู่บนฝั่งคลองเดียวกัน ห่าง 15 ม. B อยู่ตรงข้าม C มุม BAC มีขนาด 30° ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

**1.2 สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ** คลองกว้างกี่เมตร

ภาพที่ 3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 3 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน โดยนักเรียนเขียนตอบข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ “A และ B อยู่บนฝั่งคลองเดียวกัน ห่างกัน 15 เมตร B อยู่ตรงข้าม C มุม BAC มีขนาด 30° ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ “คลองกว้างกี่เมตร” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องครบถ้วนตามสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 1 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา เป็นกลุ่มนักเรียนที่สามารถระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใดได้ แต่ไม่ครบถ้วน หรือถูกต้องบางส่วน คิดเป็นร้อยละ 8.67 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 4



A และ B เป็นจุดสองจุดบนฝั่งคลองเดียวกันห่างกัน 15 เมตร และจุด B อยู่ตรงข้ามกับจุด C ซึ่งอยู่อีกฝั่งหนึ่ง ถ้าโยงเชือกกับจุด A, B และ C จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่ง มุม BAC มีขนาด 30° จงหาว่าคลองกว้างกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

**1. ทำความเข้าใจปัญหา**

**1.1 ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ** A และ B ห่างกัน 15 เมตร จุด B ตรงข้ามกับจุด C มุม BAC มีขนาด 30°

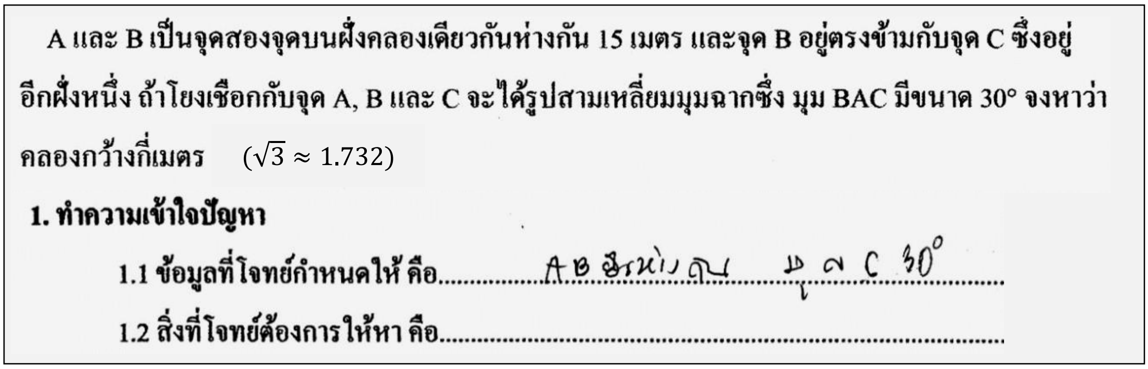
**1.2 สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ** คลองนี้กว้างกี่เมตร

ภาพที่ 4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้เพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน ยังขาดข้อมูลที่สำคัญจากโจทย์ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาให้สำเร็จ โดยนักเรียนเขียนตอบข้อมูลที่กำหนดให้ คือ “A และ B ห่างกัน 15 เมตร จุด B ตรงข้ามกับจุด C มุม BAC

มีขนาด 30°” และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ “คลองนี้กว้างกี่เมตร” ซึ่งจะเห็นว่า นักเรียนระบุข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน แต่ยังขาดข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้ นั่นคือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น หากจะให้ถูกต้อง นักเรียนควรตอบสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ “ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่ง A และ B อยู่บนฝั่งคลองเดียวกันห่างกัน 15 เมตร จุด B ตรงข้ามกับจุด C และมุม BAC มีขนาด 30°” และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ “คลองนี้กว้างกี่เมตร”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา เป็นกลุ่มนักเรียนที่ไม่สามารถระบุข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ได้ หรือระบุข้อมูลผิด คิดเป็นร้อยละ 2.33 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5


**A และ B เป็นจุดสองจุดบนฝั่งคลองเดียวกันห่างกัน 15 เมตร และจุด B อยู่ตรงข้ามกับจุด C ซึ่งอยู่อีกฝั่งหนึ่ง ถ้าโยงเชือกกับจุด A, B และ C จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่ง มุม BAC มีขนาด 30° จงหาว่าคลองกว้างกี่เมตร** $(\sqrt{3} \approx 1.732)$

**1. ทำความเข้าใจปัญหา**

**1.1 ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ**......A B ยืนห่างกัน มุม C 30°......

**1.2 สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ**......................................................

ภาพที่ 5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 5 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนเขียนตอบ ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ “A B ยืนห่างกัน มุม C 30°” ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง รวมทั้งนักเรียนไม่สามารถเขียนตอบสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้

2. ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา

ในการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา ผู้วิจัยนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

| **การทดสอบ** | **n** | **คะแนนเต็ม** | **$\mu_0$ (ร้อยละ 70)** | **$\bar{X}$** | **S** | **t** | **sig** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา | 50 | 12 | 8.4 | 9.02 | 1.70 | 2.585* | .01 |

$^*p < .01$

จากตารางที่ 4-4 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 9.02 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.70 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากจำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา จำแนกตามระดับคะแนน ปรากฏผลดังตารางที่ 4-5

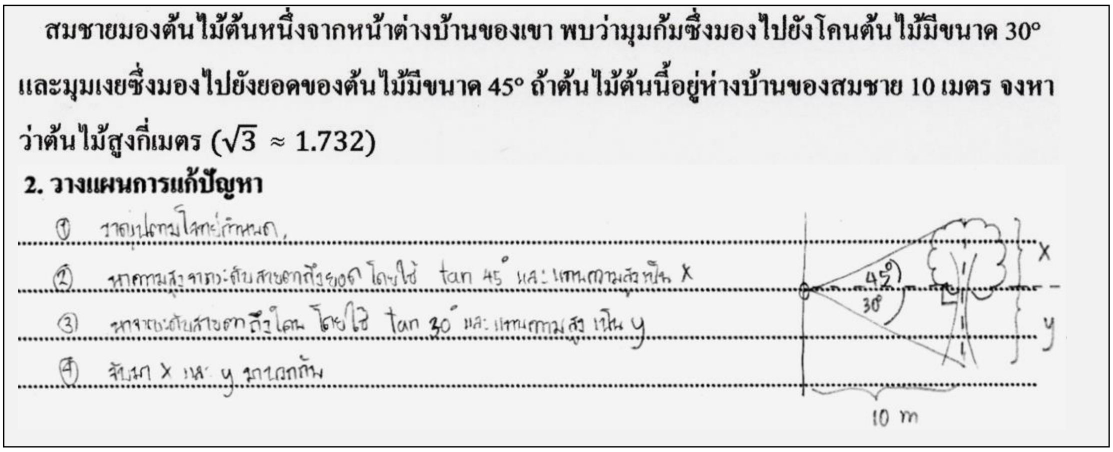
ตารางที่ 4-5 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา
จำแนกตามระดับคะแนน

| ระดับคะแนน | จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) | | | | | | ร้อยละ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ข้อที่ 1 | ข้อที่ 2 | ข้อที่ 3 | ข้อที่ 4 | ข้อที่ 5 | ข้อที่ 6 | |
| ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา | | | | | | | |
| 2 คะแนน | 35<br>(70.00) | 19<br>(38.00) | 16<br>(32.00) | 35<br>(70.00) | 41<br>(82.00) | 36<br>(72.00) | 60.67 |
| 1 คะแนน | 12<br>(24.00) | 28<br>(56.00) | 19<br>(38.00) | 12<br>(24.00) | 8<br>(16.00) | 8<br>(16.00) | 29.00 |
| 0 คะแนน | 3<br>(6.00) | 3<br>(6.00) | 15<br>(30.00) | 3<br>(6.00) | 1<br>(2.00) | 6<br>(12.00) | 10.33 |
| รวม | 50<br>(100) | 50<br>(100) | 50<br>(100) | 50<br>(100) | 50<br>(100) | 50<br>(100) | 100.00 |

<u>หมายเหตุ</u> ตัวเลขในตารางแสดงจำนวนนักเรียนและตัวเลขในวงเล็บแสดงร้อยละของนักเรียน โดยร้อยละของจำนวนนักเรียน ในแต่ละระดับคะแนนซึ่งปรากฏในคอลัมน์สุดท้ายของตาราง คำนวณมาจากการนำจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนในระดับนั้นในแต่ละข้อมารวมกันแล้วหารด้วย 300 จากนั้นนำไปคูณด้วย 100

จากตารางที่ 4-5 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 60.67 รองลงมา คือ ระดับ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 29.00 และในระดับ 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 10.33 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนจำแนกในแต่ละกลุ่ม แสดงดังนี้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 2 คะแนน ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา เป็นกลุ่มนักเรียนที่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 60.67 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 6


สมชายมองต้นไม้ต้นหนึ่งจากหน้าต่างบ้านของเขา พบว่ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้มีขนาด 30° และมุมเงยซึ่งมองไปยังยอดของต้นไม้มีขนาด 45° ถ้าต้นไม้ต้นนี้อยู่ห่างบ้านของสมชาย 10 เมตร จงหาว่าต้นไม้สูงกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

① วาดรูปตามโจทย์กำหนด,

② หาความสูงจากระดับสายตาถึงยอด โดยใช้ tan 45° และแทนความสูงเป็น x

③ หาจากระดับสายตาถึงโคน โดยใช้ tan 30° และแทนความสูงเป็น y

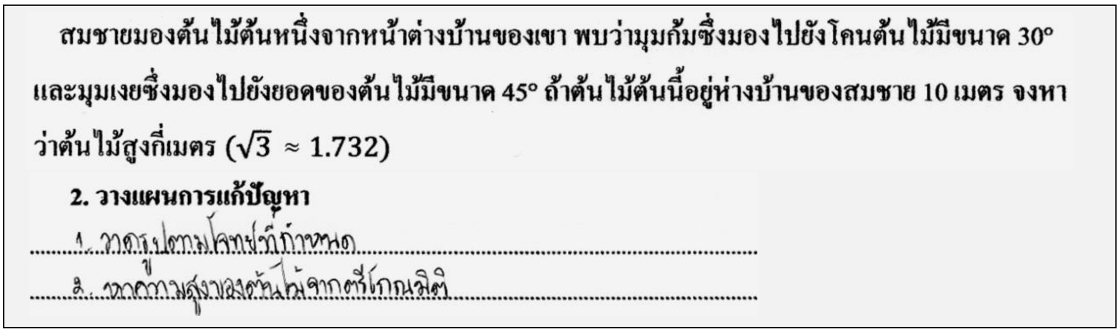
④ จับมา x และ y มาบวกกัน



ภาพที่ 6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนน 2 คะแนน ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 6 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนแสดงการวางแผนอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องและเหมาะสม โดยคำตอบที่นักเรียนตอบ คือ "1) วาดรูปตามโจทย์กำหนด 2) หาความสูงจากระดับสายตาถึงยอด โดยใช้ tan 45° และแทนความสูงเป็น x 3) หาจากระดับสายตาถึงโคน โดยใช้ tan 30° และแทนความสูงเป็น y 4) จับ x และ y มาบวกกัน" ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องและมีลำดับขั้นตอนที่เหมาะสม

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 1 คะแนน ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องบางส่วน คิดเป็นร้อยละ 29.00 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 7


สมชายมองต้นไม้ต้นหนึ่งจากหน้าต่างบ้านของเขา พบว่ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้มีขนาด 30° และมุมเงยซึ่งมองไปยังยอดของต้นไม้มีขนาด 45° ถ้าต้นไม้ต้นนี้อยู่ห่างบ้านของสมชาย 10 เมตร จงหาว่าต้นไม้สูงกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

1. วาดรูปตามโจทย์ที่กำหนด

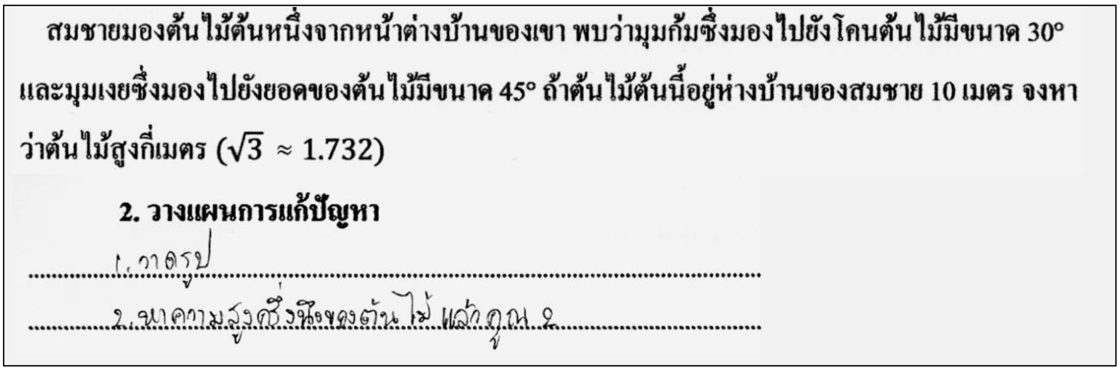
2. หาความสูงของต้นไม้จากตรีโกณมิติ

ภาพที่ 7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนแสดงการวางแผนการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนถูกต้องบางส่วน แต่ไม่ครบถ้วน โดยคำตอบที่นักเรียนตอบ คือ "1) วาดรูปตามที่โจทย์กำหนด 2) หาความสูงของต้นไม้จากตรีโกณมิติ" ซึ่งถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน

โดยนักเรียนยังไม่มีการแสดงว่าจะหาความสูงของต้นไม้โดยใช้ความรู้อัตราส่วนตรีโกณมิติอย่างไร หากให้ถูกต้องนักเรียนควรตอบว่า “1) วาดรูปตามที่โจทย์กำหนด 2) กำหนดความสูงจากเส้นระดับสายตาถึงยอดต้นไม้ สูง x และความสูงที่วัดจากเส้นระดับสายตาถึงโคนต้นไม้ สูง y 3) หาความสูงของต้นไม้ โดยหา x และ y จาก tan 45° และ tan 30° จากนั้นนำค่า x และ y ที่คำนวณได้มาบวกกัน”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่วางแผนการแก้ปัญหาได้ไม่เหมาะสม ไม่เป็นลำดับขั้นตอน หรือไม่มีการวางแผนการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 10.33 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 8



**สมชายมองต้นไม้ต้นหนึ่งจากหน้าต่างบ้านของเขา พบว่ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้มีขนาด 30° และมุมเงยซึ่งมองไปยังยอดของต้นไม้มีขนาด 45° ถ้าต้นไม้ต้นนี้อยู่ห่างบ้านของสมชาย 10 เมตร จงหาว่าต้นไม้สูงกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)**

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

1. วาดรูป

2. หาความสูงครึ่งหนึ่งของต้นไม้ แล้วคูณ 2

ภาพที่ 8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนน 0 คะแนน ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่า นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาได้ไม่เหมาะสม ไม่แสดงถึงขั้นตอนและวิธีการในการหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยคำตอบของนักเรียน คือ “1) วาดรูป 2) หาความสูงครึ่งหนึ่งของต้นไม้แล้วคูณ 2” ซึ่งไม่ถูกต้อง เนื่องจากในขั้นตอนที่สองการหาความสูงของต้นไม้แล้วคูณ 2 เป็นคำตอบที่ผิด เพราะจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ มุมก้มและมุมเงยมีขนาดไม่เท่ากัน เมื่อวาดรูปจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดจะพบว่า ความสูงที่วัดจากเส้นระดับสายตาถึงยอดต้นไม้ ไม่เท่ากับความสูงที่วัดจากเส้นระดับสายตาไปถึงโคนต้นไม้ ดังนั้นจึงไม่สามารถหาความสูงครึ่งหนึ่งของต้นไม้แล้วคูณ 2 ได้

3. ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา

ในการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา ผู้วิจัยนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 4-6

ตารางที่ 4-6 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

| **การทดสอบ** | **n** | **คะแนนเต็ม** | $\mu_0$ **(ร้อยละ 70)** | $\bar{X}$ | **S** | **t** | **sig** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา | 50 | 12 | 8.4 | 10.40 | 1.37 | 10.321* | .00 |

*p < .01

จากตารางที่ 4-6 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 10.40 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.37 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากจำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา จำแนกตามระดับคะแนน ปรากฏผลดังตารางที่ 4-7

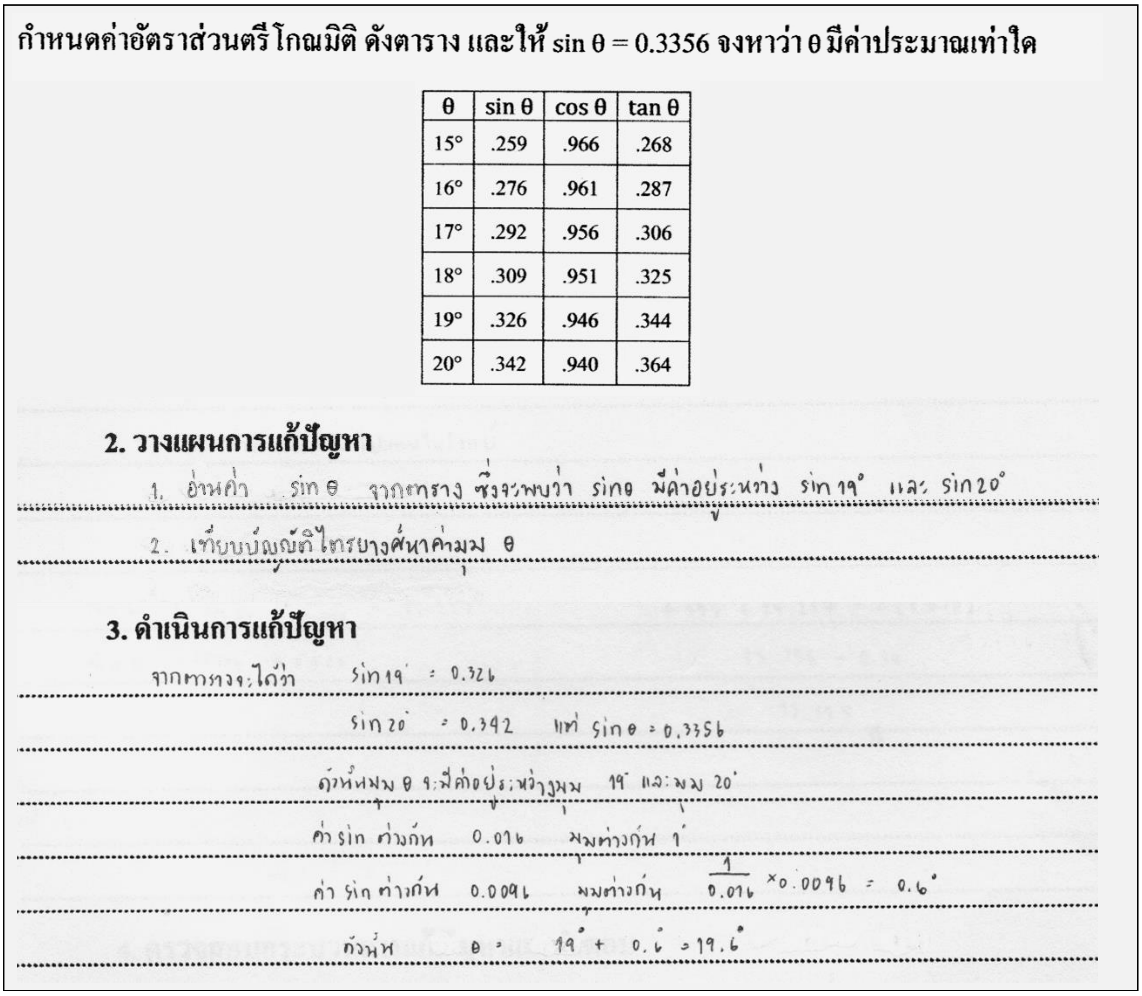
ตารางที่ 4-7 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา จำแนกตามระดับคะแนน

| ระดับคะแนน | จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) | | | | | | ร้อยละ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **ข้อที่ 1** | **ข้อที่ 2** | **ข้อที่ 3** | **ข้อที่ 4** | **ข้อที่ 5** | **ข้อที่ 6** | |
| ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา | | | | | | | |
| 2 คะแนน | 46 | 42 | 36 | 46 | 45 | 36 | 83.67 |
| | (92.00) | (84.00) | (72.00) | (92.00) | (90.00) | (72.00) | |
| 1 คะแนน | 4 | 5 | 5 | 2 | 4 | 4 | 8.00 |
| | (8.00) | (10.00) | (10.00) | (4.00) | (8.00) | (8.00) | |
| 0 คะแนน | 0 | 3 | 9 | 2 | 1 | 10 | 8.33 |
| | (0.00) | (6.00) | (18.00) | (4.00) | (2.00) | (20.00) | |
| รวม | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 100.00 |
| | (100) | (100) | (100) | (100) | (100) | (100) | |

หมายเหตุ ตัวเลขในตารางแสดงจำนวนนักเรียนและตัวเลขในวงเล็บแสดงร้อยละของนักเรียน โดยร้อยละของจำนวนนักเรียน ในแต่ละระดับคะแนนซึ่งปรากฏในคอลัมน์สุดท้ายของตาราง คำนวณมาจากการนำจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนในระดับนั้นในแต่ละข้อมารวมกันแล้วหารด้วย 300 จากนั้นนำไปคูณด้วย 100

จากตารางที่ 4-7 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.67 รองลงมา คือ ระดับ 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 8.33 และในระดับ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 8.00 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนจำแนกในแต่ละกลุ่ม แสดงดังนี้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 2 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหา ตามลำดับขั้นตอนถูกต้องทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 83.67 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 9



**กำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง และให้ sin θ = 0.3356 จงหาว่า θ มีค่าประมาณเท่าใด**

| θ | sin θ | cos θ | tan θ |
|---|---|---|---|
| 15° | .259 | .966 | .268 |
| 16° | .276 | .961 | .287 |
| 17° | .292 | .956 | .306 |
| 18° | .309 | .951 | .325 |
| 19° | .326 | .946 | .344 |
| 20° | .342 | .940 | .364 |

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

1. อ่านค่า sin θ จากตาราง ซึ่งจะพบว่า sin θ มีค่าอยู่ระหว่าง sin 19° และ sin 20°
2. เทียบบัญญัติไตรยางศ์หาค่ามุม θ

**3. ดำเนินการแก้ปัญหา**

จากตารางจะได้ว่า sin 19° = 0.326

sin 20° = 0.342 แต่ sin θ = 0.3356

ดังนั้นมุม θ จะมีค่าอยู่ระหว่างมุม 19° และมุม 20°

ค่า sin ต่างกัน 0.016 มุมต่างกัน 1°

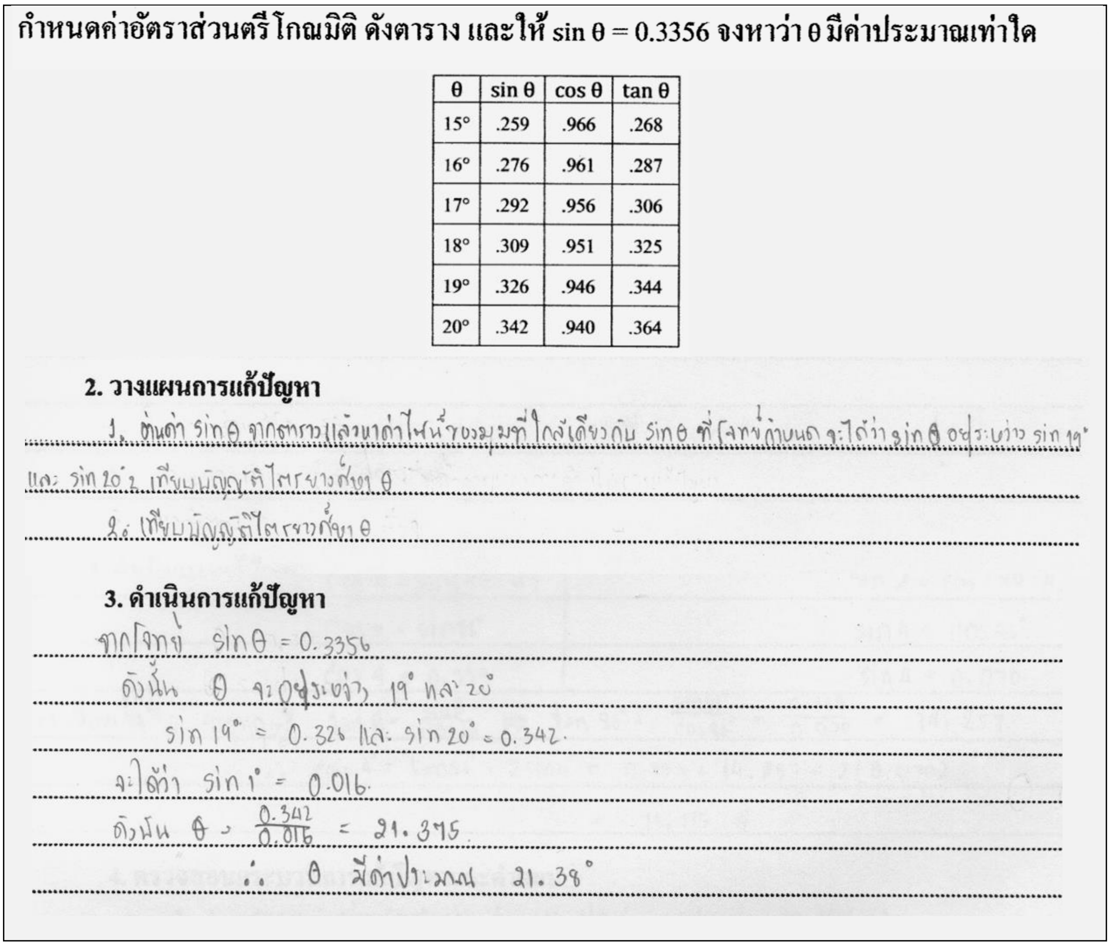
ค่า sin ต่างกัน 0.0096 มุมต่างกัน $\frac{1}{0.016} \times 0.0096 = 0.6°$

ดังนั้น θ = 19° + 0.6° = 19.6°

ภาพที่ 9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่า นักเรียนมีการเขียนแสดงการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้อง ครบถ้วน ตามแผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนได้วางแผนไว้ คือ 1) อ่านค่า sin θ จากตาราง ซึ่งจะพบว่า sin θ มีค่าอยู่ระหว่าง sin 19° และ sin 20° 2) เทียบบัญญัติไตรยางศ์หาค่ามุม θ ซึ่งจากการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถอ่านค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตาราง และเทียบบัญญัติไตรยางศ์เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 1 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหา ตามลำดับขั้นตอนถูกต้องบางส่วน คิดเป็นร้อยละ 8.00 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 10



**กำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง และให้ sin θ = 0.3356 จงหาว่า θ มีค่าประมาณเท่าใด**

| θ | sin θ | cos θ | tan θ |
|---|---|---|---|
| 15° | .259 | .966 | .268 |
| 16° | .276 | .961 | .287 |
| 17° | .292 | .956 | .306 |
| 18° | .309 | .951 | .325 |
| 19° | .326 | .946 | .344 |
| 20° | .342 | .940 | .364 |

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

1. อ่านค่า sin θ จากตาราง แล้วหาค่าไซน์ของมุมที่ใกล้เคียงกับ sin θ ที่โจทย์กำหนด จะได้ว่า sin θ อยู่ระหว่าง sin 19° และ sin 20° 2. เทียบบัญญัติไตรยางศ์หา θ

2. เทียบบัญญัติไตรยางศ์หา θ

**3. ดำเนินการแก้ปัญหา**

จากโจทย์ sin θ = 0.3356

ดังนั้น θ จะอยู่ระหว่าง 19° และ 20°

sin 19° = 0.326 และ sin 20° = 0.342

จะได้ค่า sin 1° = 0.016

ดังนั้น $\theta = \frac{0.342}{0.016} = 21.375$

∴ θ มีค่าประมาณ 21.38°

ภาพที่ 10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยแผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้ คือ 1) อ่านค่า sin θ จากตาราง แล้วหาค่าไซน์ของมุมที่ใกล้เคียงกับ sin θ ที่โจทย์กำหนด จะได้ว่า sin θ อยู่ระหว่าง sin 19° และsin 20° 2) เทียบบัญญัติไตรยางศ์หา θ ซึ่งจากการแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถอ่านค่า sin θ จากตารางได้อย่างถูกต้อง แต่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาข้ามขั้นตอนจากแผนที่วางไว้ นั่นคือ นักเรียนไม่แสดงการเทียบบัญญัติไตรยางศ์เพื่อหาค่า θ แต่คำนวณคำตอบ โดยการตั้งหาร และคำตอบที่นักเรียนคำนวณได้นั้นเป็นคำตอบที่ผิด

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ดำเนินการแก้ปัญหาตาลำดับขั้นตอนตามแผนการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 8.33 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 11

**กำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง และให้ sin θ = 0.3356 จงหาว่า θ มีค่าประมาณเท่าใด**

| θ | sin θ | cos θ | tan θ |
|---|---|---|---|
| 15° | .259 | .966 | .268 |
| 16° | .276 | .961 | .287 |
| 17° | .292 | .956 | .306 |
| 18° | .309 | .951 | .325 |
| 19° | .326 | .946 | .344 |
| 20° | .342 | .940 | .364 |

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

1. หาค่า sin θ ที่ใกล้เคียงกับค่าที่โจทย์กำหนดให้จากตาราง
2. เทียบบัญญัติไตรยางศ์หาค่า θ

**3. ดำเนินการแก้ปัญหา**

$$\frac{0.0064}{0.016} = \frac{20-\theta}{1}$$

$$0.4 = 20 - \theta$$

$$\theta = 19.6$$

ภาพที่ 11 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 11 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาไม่เป็นลำดับขั้นตอน และไม่ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้ โดยแผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้ คือ 1) หาค่า sin θ ที่ใกล้เคียงกับค่าที่โจทย์กำหนดให้จากตาราง 2) เทียบบัญญัติไตรยางศ์หาค่า θ แต่จากการแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน จะเห็นได้ว่านักเรียนไม่มีการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ แต่นักเรียนคำนวณคำตอบที่โจทย์ต้องการโดยการแก้สมการของตนเอง หากให้ถูกต้องนักเรียนควรเขียนแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ (ค่า sin θ) ที่อ่านได้จากตาราง จากนั้นนำค่า sin θ ที่อ่านได้ มาเทียบบัญญัติไตรยางศ์เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

4. ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

ในการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ผู้วิจัยนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 4-8

ตารางที่ 4-8 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

| **การทดสอบ** | **n** | **คะแนนเต็ม** | **$\mu_0$ (ร้อยละ 70)** | **$\bar{X}$** | **S** | **t** | **sig** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ | 50 | 12 | 8.4 | 9.22 | 2.10 | 2.758* | .00 |

*p < .01

จากตารางที่ 4-8 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 9.22 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.10 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ โดยพิจารณาจากจำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ จำแนกตามระดับคะแนน ปรากฏผลดังตารางที่ 4-9

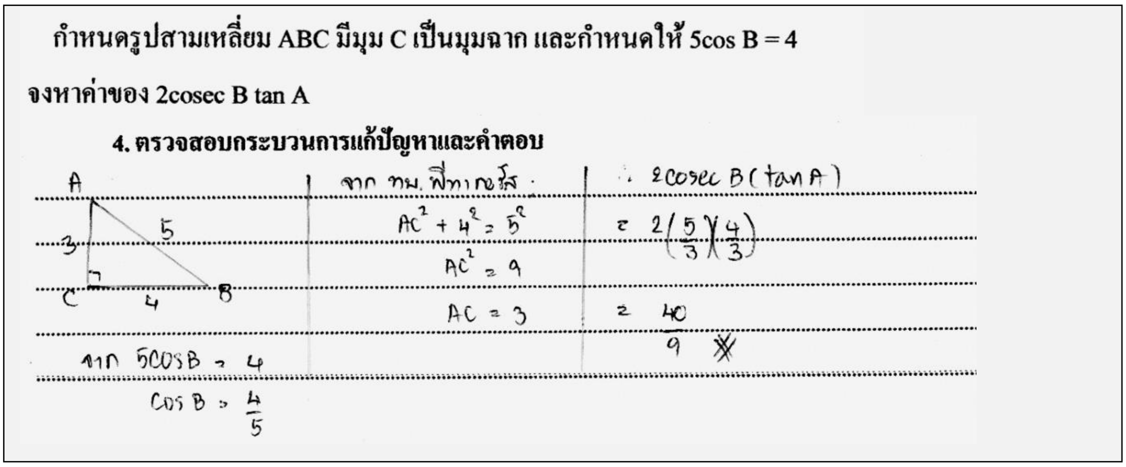
ตารางที่ 4-9 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อของขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ จำแนกตามระดับคะแนน

| **ระดับคะแนน** | **จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)** | | | | | | **ร้อยละ** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **ข้อที่ 1** | **ข้อที่ 2** | **ข้อที่ 3** | **ข้อที่ 4** | **ข้อที่ 5** | **ข้อที่ 6** | |
| ขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ | | | | | | | |
| 2 คะแนน | 39 | 36 | 33 | 36 | 41 | 28 | 71.00 |
| | (78.00) | (72.00) | (66.00) | (72.00) | (82.00) | (56.00) | |
| 1 คะแนน | 6 | 7 | 4 | 5 | 0 | 1 | 7.67 |
| | (12.00) | (14.00) | (8.00) | (10.00) | (0.00) | (2.00) | |
| 0 คะแนน | 5 | 7 | 13 | 9 | 9 | 21 | 21.33 |
| | (10.00) | (14.00) | (26.00) | (18.00) | (18.00) | (42.00) | |
| รวม | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 100.00 |
| | (100) | (100) | (100) | (100) | (100) | (100) | |

หมายเหตุ ตัวเลขในตารางแสดงจำนวนนักเรียนและตัวเลขในวงเล็บแสดงร้อยละของนักเรียน โดยร้อยละของจำนวนนักเรียน ในแต่ละระดับคะแนนซึ่งปรากฏในคอลัมน์สุดท้ายของตาราง คำนวณมาจากการนำจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนในระดับนั้นในแต่ละข้อมารวมกันแล้วหารด้วย 300 จากนั้นนำไปคูณด้วย 100

จากตารางที่ 4-9 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.00 รองลงมา คือ ระดับ 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 21.33 และในระดับ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 7.67 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของนักเรียนจำแนกในแต่ละกลุ่ม แสดงดังนี้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 2 คะแนน ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 71.00 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 12


กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และกำหนดให้ 5cos B = 4

จงหาค่าของ 2cosec B tan A

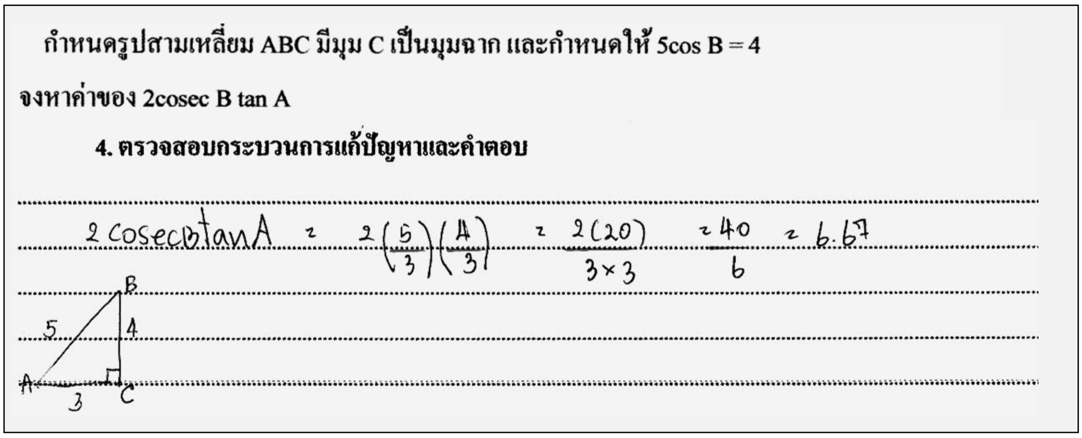
**4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ**



ภาพที่ 12 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการ
แก้ปัญหาและคำตอบ

จากภาพที่ 12 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เป็นลำดับ และตรวจสอบอย่างละเอียดทุกขั้นตอน รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ถูกต้องทั้งหมด

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 1 คะแนน ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหา หรือความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้องเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง คิดเป็นร้อยละ 7.67 โดยมีตัวอย่างของคำตอบดังภาพที่ 13


กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และกำหนดให้ 5cos B = 4

จงหาค่าของ 2cosec B tan A

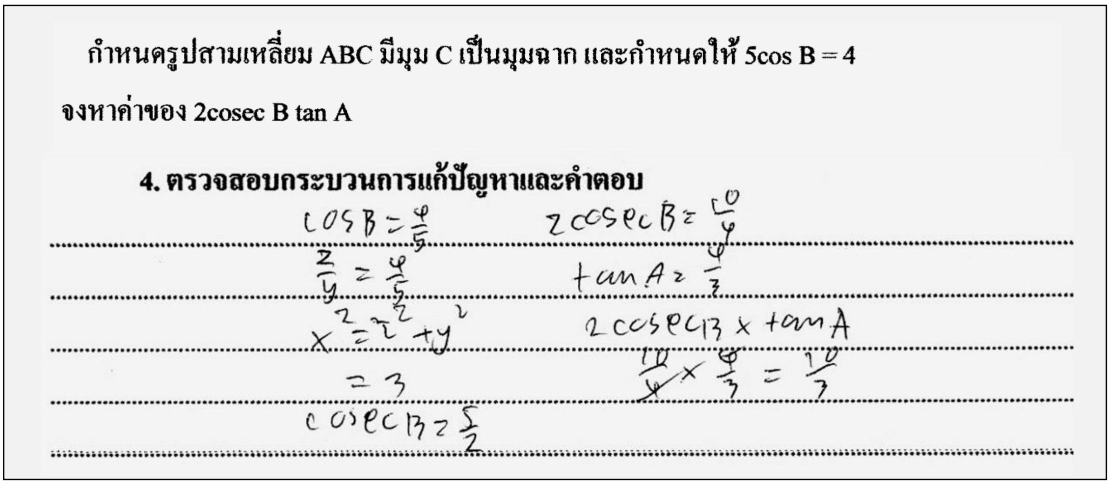
**4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ**



ภาพที่ 13 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการ
แก้ปัญหาและคำตอบ

จากภาพที่ 13 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนแสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง มีการวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและเขียนความยาวแต่ละด้านกำกับไว้ เพื่อใช้คำนวณหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ นักเรียนสามารถแทนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติในสมการที่ต้องการหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่เมื่อคำนวณคำตอบนักเรียนคำนวณคำตอบผิดเช่นเดียวกับคำตอบในขั้นดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนั้นจึงส่งผลให้การตรวจสอบคำตอบของนักเรียนนั้นไม่ถูกต้อง หากให้ถูกต้อง นักเรียนควรตอบว่า “2 cosec B tan A = $\frac{40}{9}$ ”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบเป็นนักเรียนกลุ่มที่ไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและความถูกต้องของคำตอบ หรือตรวจสอบไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 21.33 โดยมีตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 14


**กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และกำหนดให้ 5cos B = 4**

**จงหาค่าของ 2cosec B tan A**

**4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ**

$\cos B = \frac{4}{5}$ $\quad 2\operatorname{cosec} B = \frac{10}{4}$

$\frac{z}{y} = \frac{4}{5}$ $\quad \tan A = \frac{4}{3}$

$x^2 = z^2 + y^2$ $\quad 2\operatorname{cosec} B \times \tan A$

$= 3$ $\quad \frac{10}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$

$\operatorname{cosec} B = \frac{5}{2}$

ภาพที่ 14 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

จากภาพที่ 14 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนแสดงการตรวจสอบไม่เป็นลำดับขั้นตอน ทำให้กระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนตรวจสอบนั้นไม่ถูกต้อง รวมถึงนักเรียนแทนค่าในสมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการผิด คำตอบที่นักเรียนได้จึงผิดพลาด การตรวจสอบคำตอบของนักเรียนนั้นจึงไม่ถูกต้อง

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

ในการวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 2 ผู้วิจัยได้นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ได้ผลดังตารางที่ 4-10

ตารางที่ 4-10 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

| **การทดสอบ** | **n** | **คะแนนเต็ม** | $\mu_0$ **(ร้อยละ 70)** | $\bar{X}$ | **S** | **t** | **sig** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | 50 | 30 | 21 | 24.26 | 3.11 | 7.415* | .00 |

*$p < 0.01$

จากตารางที่ 4-10 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 24.26 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.11 ซึ่งเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ที่ตั้งไว้

# บทที่ 5
# สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 7 แผน มีความเหมาะสมเฉลี่ย เท่ากับ 4.74 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .52-.63 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .26-.31 มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ .96 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .44-.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20-.66 มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ .85 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ t-test for one sample

## สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ละด้าน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา และด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทุกด้าน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยขอนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ย 39.72 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.75 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาได้ เนื่องจากในขั้นนี้นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอให้เป็นรายบุคคล นักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและระบุว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด จากนั้นนักเรียนจะต้องประเมินข้อมูลที่วิเคราะห์ได้ว่าถูกต้องเพียงใด และเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ แต่ก็ยังมีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดและโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด หรือนักเรียนบางส่วนที่สามารถบอกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้เพียงบางส่วน ซึ่งเมื่อระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ไม่ได้หรือได้เพียงบางส่วนส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำข้อมูลเหล่านั้นไปแก้โจทย์ปัญหาได้สำเร็จ สำหรับในขั้นระบุและนิยามปัญหานี้ เมื่อนักเรียนระบุข้อมูลต่าง ๆ แล้ว นักเรียนจะต้องประเมินข้อมูลที่วิเคราะห์ได้อีกครั้ง ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสทบทวนข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้ว่าถูกต้อง ครบถ้วนตามที่

โจทย์กำหนด และเพียงพอต่อการหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ รวมทั้งได้ทบทวนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาว่านักเรียนระบุได้ตรงกับโจทย์หรือไม่ นอกจากนี้ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน เช่น โจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้ โจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร เพื่อให้นักเรียนได้สำรวจและวิเคราะห์ข้อมูลอีกครั้ง ทำให้นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาต้องเน้นที่การคิดวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนด ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้ผู้เรียนเห็นแนวทาง หรือวิธีการในการแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาและขยายความคำตอบได้

ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนจะต้องสำรวจความรู้ของตนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา โดยประเมินว่าตนเองมีความรู้เรื่องใดที่จะใช้ในการแก้ปัญหานี้ และตนเองยังขาดความรู้เรื่องใด โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียน เช่น นักเรียนกำลังแก้ปัญหาเกี่ยวกับสิ่งใด ในการแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง ความรู้ที่นักเรียนมีสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และให้นักเรียนศึกษาเอกสารแนะแนวทาง เพื่อสร้างความรู้ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา จากนั้นนักเรียนนำข้อมูลที่วิเคราะห์ในขั้นที่ 1 และความรู้ที่มีไปวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรมพบว่า นักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเป็นลำดับขั้นตอน แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากไม่รู้ว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา และนักเรียนบางส่วนยังวางแผนการแก้ปัญหาไม่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งครูจะใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียน เช่น นักเรียนรู้ข้อมูลใดที่โจทย์กำหนดให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบสิ่งใด และนักเรียนมีความรู้เกี่ยวเรื่องใดบ้างที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ แล้วนักเรียนจะใช้ความรู้นั้นในการแก้ปัญหาอย่างไร ขั้นแรกนักเรียนจะแก้ปัญหาอะไร และขั้นต่อไปนักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไร จนกระทั่งนักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้สำเร็จ จากนั้นนักเรียนจะต้องทำการประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเองอีกครั้งว่าแผนการแก้ปัญหานั้นสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ ถ้าไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ นักเรียนจะต้องย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง เมื่อนักเรียนได้ฝึกฝนการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบทำให้นักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และมีลำดับขั้นตอนที่เหมาะสม จะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาที่โจทย์ต้องการได้สำเร็จ สอดคล้องกับแนวคิดของ

Baker and Brown (1984 อ้างถึงใน ทิศนา แขมมณี และคณะ, 2544, หน้า 157-158) ที่กล่าวว่า ในการทำงานเพื่อให้สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จสมบูรณ์นั้น จะต้องรู้ว่าจะทำงานนั้นอย่างไร (How to do) และเมื่อไร (When to do) องค์ประกอบนี้เป็นความสามารถในการกำกับตนเอง ในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา ซึ่งรวมไปถึงการพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมินความพยายามในการทำงาน การวางแผน และขั้นตอนในการทำงาน การทดสอบวิธีการใช้ การตัดสินใจในการใช้เวลา และการใช้ความสามารถที่มีอยู่ และการเปลี่ยนไปใช้วิธีอื่น ๆ เพื่อแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาขั้นการดำเนินการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ โดยนักเรียนมีการกำกับเป้าหมายของการแก้ปัญหาอยู่เสมอว่าโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หากับสิ่งที่นักเรียนกำลังจะหาเป็นสิ่งเดียวกันหรือไม่ ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่โจทย์ต้องการได้ตรงประเด็น จากนั้นนักเรียนจะต้องเขียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบตามแผนที่วางไว้ รวมทั้งประเมินการแก้ปัญหาของตนเอง เพื่อเป็นการทบทวนอีกครั้งว่านักเรียนหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ และนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาหรือไม่ ซึ่งในขั้นนี้จะช่วยฝึกให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบ และดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนตามแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้ จากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และเป็นลำดับขั้นตอนตามแผนที่วางไว้ รวมถึงมีการกำกับเป้าหมายในการแก้ปัญหาอยู่เสมอ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่แก้ปัญหาอย่างไม่เป็นลำดับขั้นตอนตามแผนที่วางไว้ ส่งผลให้เกิดความผิดพลาดในการแก้ปัญหา หาคำตอบไม่ได้หรือหาคำตอบผิด และเสียเวลาในการย้อนกลับไปแก้ปัญหาใหม่ทั้งหมด ซึ่งครูจะใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน เช่น นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้โดยใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาหรือไม่ นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่ ในขั้นตอนแรกนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาไว้อย่างไร นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาขั้นต่อไปอย่างไร นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยการดำเนินการตามแผนที่วางไว้หรือไม่ ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้นักเรียนจะปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเมื่อให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตามแผนที่วางไว้ และประเมินการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเองอยู่เสมอ ทำให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับแนวคิดของ สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 77) ที่กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหานั้น ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบได้ เนื่องจากในขั้นนี้นักเรียนจะได้ร่วมกันอภิปรายตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาเป็นกลุ่ม โดยที่สมาชิกของกลุ่มเป็นนักเรียนที่มีความสามารถเก่ง กลาง อ่อนคละกัน จากการทำใบกิจกรรม พบว่า สมาชิกภายในกลุ่มของนักเรียนมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาร่วมกัน ทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น โดยส่วนใหญ่นักเรียนจะได้คำตอบที่ตรงกัน แต่จะมีวิธีดำเนินการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน นักเรียนที่เก่งมักจะมีวิธีการคิดที่ง่ายและรวดเร็วกว่าสมาชิกคนอื่น ในขณะที่นักเรียนอ่อนมักจะไม่สามารถแก้ไขปัญหาได้ หรือได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนที่เก่งจะช่วยอธิบายให้สมาชิกในกลุ่มฟังถึงวิธีการและแนวคิดด้วยภาษาในวัยเดียวกัน ทำให้นักเรียนที่อ่อนสามารถแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้อง และสมาชิกคนอื่นก็พบแนวทางที่หลากหลายในการแก้ปัญหารวมถึงได้ย้อนกลับไปพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง แต่ในบางกลุ่มนักเรียนที่เก่งจะแก้ปัญหาด้วยวิธีลัด โดยการคำนวณหาคำตอบ แต่ไม่แสดงวิธีทำเป็นขั้นตอน ซึ่งสมาชิกในกลุ่มคนอื่น ๆ ก็จะเรียนรู้วิธีการคิดหาคำตอบที่รวดเร็วจากนักเรียนที่เก่ง ในขณะที่นักเรียนที่เก่งก็จะเรียนรู้วิธีการแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนจากสมาชิกคนอื่น ๆ นอกจากนี้หากสมาชิกในกลุ่มพบว่า สมาชิกคนใดคำตอบผิด หรือมีวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสมก็จะช่วยหาจุดผิดพลาดและช่วยกันแก้ไข จากนั้นสมาชิกในกลุ่มจะร่วมกันเขียนกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดของกลุ่มเพื่อออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนภายในห้องจะได้แลกเปลี่ยนความคิดร่วมกันถึงจุดเด่น-จุดด้อยของกระบวนการในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เมื่อมีกลุ่มใดเสนอกระบวนการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากตนเอง นักเรียนที่เหลือจะมีการอภิปรายถึงจุดเด่น-จุดด้อยความเหมาะสมที่จะใช้กระบวนการแก้ปัญหานั้น ๆ ในการแก้ปัญหา รวมถึงมีการยกมือซักถามข้อสงสัยที่เกิดขึ้น ซึ่งนักเรียนในห้องจะร่วมกันตอบคำถาม ช่วยกันอธิบาย รวมทั้งครูก็จะใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนเพิ่มเติม เช่น นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนเหมาะสมหรือไม่อย่างไร จุดเด่น-จุดด้อยของกระบวนการแก้ปัญหาที่เพื่อนนำเสนอคืออะไร กระบวนการแก้ปัญหานี้ควรปรับปรุงหรือไม่ อย่างไร นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนกลุ่มใดเหมาะสมกับโจทย์ปัญหาข้อนี้ที่สุด และเหมาะสมที่สุดเพราะเหตุใด มีวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมมากกว่านี้หรือไม่ ถ้ามีคือวิธีใด จนกระทั่งนักเรียนสามารถสรุปแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด และสร้างองค์ความรู้จากการเรียนครั้งนั้นได้ ซึ่งการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด และสร้างองค์ความรู้ร่วมกันนี้ เป็นการส่งเสริมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้พบกับแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้ตรวจสอบความคิดของตนเองจากการฟังผู้อื่น ได้นำแนวคิดที่ดีของผู้อื่นมาพัฒนากระบวนการ

แก้ปัญหาของตนเอง ทำให้นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนประเมิน และขยายความคิดจากการแก้ปัญหาในประเด็นต่าง ๆ เช่น ความเหมาะสมและประสิทธิภาพของวิธีการหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนเลือกใช้ ความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ ความสอดคล้องระหว่างการแก้ปัญหากับเงื่อนไขของปัญหา การประเมินและการขยายความคิดจากการแก้ปัญหาจะช่วยให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของตน ซึ่งจะเป็นบทเรียนสำหรับการแก้ปัญหาในอนาคต

ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด ในขั้นนี้นักเรียนจะได้ฝึกการสะท้อนความเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดของตนเองในประเด็นต่าง ๆ ทั้งประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา จุดเด่น-จุดด้อยของกระบวนการการแก้ปัญหาของตนเอง รวมทั้งพิจารณาข้อควรปรับปรุงแก้ไขของกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง ก่อนที่จะนำไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาอื่น ๆ ซึ่งการฝึกการสะท้อนคิดในขั้นนี้จะช่วยให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสามารถประยุกต์ใช้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์อื่น ๆ ได้ จากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า ในช่วงแรกนักเรียนไม่สามารถเขียนสะท้อนความคิดตนเอง แต่นักเรียนสามารถพูดสะท้อนความคิดของตนเองให้ผู้วิจัยฟังได้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนเขียนสิ่งที่นักเรียนพูดลงในกระดาษ จากนั้นให้นักเรียนเรียบเรียงจากภาษาพูดให้เป็นภาษาเขียน และเขียนลงในใบกิจรรมของตนเอง เพื่อเป็นการฝึกฝนให้นักเรียนคุ้นเคยกับการเขียนสะท้อนความคิดของตน เมื่อได้รับการฝึกฝนบ่อย ๆ นักเรียนก็สามารถเขียนสะท้อนคิดกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองได้ และเมื่อนักเรียนได้ฝึกการสะท้อนคิดอย่างสม่ำเสมอ ส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ สอดคล้องกับแนวคิดของ นันทณัตร วงษ์ปัญญา (2555, หน้า 17) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง เพื่อผู้เรียนจะได้ตระหนักรู้ตนเอง รู้ว่าตนเองมีหลักการคิดอย่างไร มีที่มาของการคิดอย่างไร รู้ว่าตนเองเรียนรู้ได้มากน้อยเพียงใด มีจุดแข็งและจุดบกพร่องอย่างไร และมีการประเมินผลลัพธ์ในการเรียนรู้ รวมทั้งมีการทบทวนความเหมาะสมของยุทธวิธีที่ใช้ในการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ พบว่า ในภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกด้านอยู่ในระดับ 2 คะแนน แต่เมื่อพิจารณารายข้อ พบว่า

โจทย์ข้อที่ 3 และ โจทย์ ข้อที่ 6 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา และด้านการตรวจสอบการบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ อยู่ในระดับ 0 คะแนน มากกว่าโจทย์ข้ออื่น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก โจทย์ข้อที่ 3 เป็นโจทย์ที่นักเรียนต้องอ่านค่าจากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ แล้วเทียบบัญญัติไตรยางศ์ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ ซึ่งนักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถเขียนอธิบายการวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนที่ถูกต้องเหมาะสม แต่นักเรียนใช้วิธีหาคำตอบโดยการคำนวณจากสมการที่ตนเองเขียนขึ้นอย่างไม่มีลำดับขั้นตอน หรือข้ามขั้นตอนในการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนได้คำตอบที่ผิด และโจทย์ข้อที่ 6 นักเรียนต้องวางแผนการแก้ปัญหาจากการวาดรูป และกำหนดค่าตัวแปรต่าง ๆ ลงในรูปจากสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด เพื่อนักเรียนจะได้เห็นแนวทางในการหาคำตอบที่โจทย์ต้องการจากการใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งนักเรียนบางส่วนไม่สามารถวาดรูปแสดงตัวแทนของปัญหาที่โจทย์กำหนดให้ได้ ส่งผลให้ไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ รวมทั้งในขั้นการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนบางส่วนเขียนการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบโดยใช้วิธีซ้ำกับขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความผิดพลาดในการตรวจสอบทั้งกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้ ซึ่งนักเรียนส่วนนี้ยังต้องได้รับการพัฒนาฝึกฝนในการเขียนอธิบายสะท้อนการแก้ปัญหาของตนเองในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้มากยิ่งขึ้น เพื่อให้คุ้นเคยกับการเขียนอธิบายการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ ซึ่งจะทำให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทั้ง 5 ขั้นตอน ที่กล่าวในข้างต้น เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนอย่างเป็นประจำ จากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองและการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบจากกิจกรรมกลุ่ม รวมทั้งการฝึกการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินความคิดของตนเองอยู่สม่ำเสมอ จะทำให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบ มีลำดับขั้นตอนที่เหมาะสม สามารถแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง สอดคล้องกับคำกล่าวของ วิชัย พานิชย์สวย (2546, หน้า 88) ที่กล่าวว่า หากนักเรียนใช้เมตาคอกนิชันในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะทำให้สามารถระลึกรู้ได้ คือ มีสติอยู่เสมอว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และโจทย์ต้องการถามสิ่งใด เมื่อตัดสินใจเลือกวิธีการหาคำตอบได้แล้ว ก็จะควบคุมและตรวจสอบตนเองให้ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ท้ายที่สุดเมื่อ

ได้คำตอบแล้ว ก็จะพิจารณาคำตอบอย่างรอบคอบว่าเป็นไปได้หรือไม่ นั่นคือ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังมีผลการวิจัยที่แสดงให้เห็นว่าเมตาคอกนิชันสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยของ ทุติยา จันทร์ปลอด (2550, หน้า 111-117) ที่ได้ศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิด (Metacognition) ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการกำกับตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดนครศรีธรรมราช ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554, หน้า 138-149) ที่ได้ศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 รวมถึงงานวิจัยของ มัณฑนา พรมรักษ์ (2556, หน้า 159-172) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นการกำกับทางปัญญา (Metacognition) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นการกำกับทางปัญญา มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปในทางที่ดีขึ้น

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ย 24.26 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 80.87 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน

พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินความคิดของตนเองอย่างเป็นระบบ ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการคิด และการใช้เหตุผลที่หลากหลาย นักเรียนได้มีโอกาสสะท้อนกระบวนการคิด ความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง และมีการกำกับควบคุมตนเองด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนทราบว่าในการเรียนของตนนั้นมีสิ่งใดที่ตนรู้แล้ว ความรู้ใดที่ตนยังขาด และมีสิ่งใดที่นักเรียนยังต้องเรียนรู้เพิ่มเติม โดยการใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหานี้ จะทำให้นักเรียนเกิดการสะท้อนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาของตนเองในทุก ๆ ขั้นตอน ส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยนักเรียนจะมีสติอยู่เสมอว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด มีการประเมินและสร้างความรู้ของตนเองเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหา รวมทั้งมีการควบคุมและตรวจสอบตนเองให้ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ท้ายที่สุดเมื่อได้คำตอบแล้วก็จะพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเองอย่างรอบคอบว่าถูกต้องหรือไม่ ทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา และเมื่อนักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น ดังคำกล่าวของ Jinfar Chai and Fank Lester (2010, p. 1) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการท้าทายความสามารถของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งต่อเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยพัฒนาความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ และสอดคล้องกับคำกล่าวของ สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจหลักของคณิตศาสตร์ กิจกรรมของคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนมติ หลักการและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งจากคำกล่าวของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 113) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิด ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังมีผลการวิจัยที่แสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยของ Sahin and Kendir (2013, pp. 1777-1790) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาเรขาคณิต มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ Laistner (2016, pp. 1-17) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชัน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรีโกณมิติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ สุภาวดี คำนาดี (2551, หน้า 158-167) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการกำกับตนเอง (Metacognition) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการกำกับตนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหาและพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมากให้ขึ้น โดยเฉพาะในขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา และขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด นักเรียนควรมีเวลาในการพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองอย่างรอบคอบ ละเอียดถี่ถ้วน เพื่อความถูกต้องในการแก้ปัญหา รวมทั้งนักเรียนควรมีเวลาในการทบทวนความคิดของตนเองมากขึ้น เพื่อที่จะสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองทั้งหมดได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. ครูควรเตรียมพร้อมในการตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียนอย่างเป็นระบบ โดยเตรียมคำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนเกี่ยวกับการวางแผน การกำกับควบคุม และการประเมินความคิดตนเองในทุก ๆ ขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้ร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น ซักถาม และเสนอแนะแนวทางการแก้ปัญหาของตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดของตนเองกับผู้อื่น และเห็นถึงกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

4. ครูควรฝึกให้นักเรียนได้เขียนสะท้อนความคิดของตนเอง เนื่องจากเป็นเรื่องใหม่ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย ในช่วงแรกครูอาจใช้วิธีให้นักเรียนพูดสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาให้ครูฟัง จากนั้นให้นักเรียนเขียนคำพูดของตนเองลงในกระดาษ แล้วให้นักเรียนพยายามเรียบเรียงให้เป็นภาษาเขียน เมื่อนักเรียนได้ฝึกเขียนสะท้อนการคิดของตนเอง 2-3 ครั้ง จากนั้นในการแก้ปัญหาครั้งต่อ ๆ ไปนักเรียนก็จะสามารถเขียนสะท้อนกระบวนการคิดด้วยตนเองได้ ทำให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

**ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป**

1. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา ในระดับชั้นอื่น ๆ หรือในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ความน่าจะเป็น เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา โดยศึกษาร่วมกับตัวแปรอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

3. ควรมีการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหากับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอื่น ๆ

4. ควรกำหนดแบบแผนการทดลองแบบอื่นในการวิจัย เช่น การกำหนดแผนการดำเนินงานวิจัยเพื่อศึกษาการเจริญเติบโต (Growth study) หรือแนวโน้ม (Trends) เพื่อศึกษาความคงทนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

# บรรณานุกรม


กรมวิชาการ. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กรมวิชาการ. (2545). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน* (พิมพ์ครั้งที่ 4). โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์*, *46*(1), 54-58.

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). *กรอบโครงสร้างการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA 2009*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร*. สมุทรปราการ: แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส.

จันทร์ขจร มะลิจันทร์. (2554). *ผลของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และการกำกับตนเอง ในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่*. ปริญญานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชานนท์ จันทรา. (2555). *การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: อาร์ แอนด์ เอ็น ปริ้น.

ทิศนา แขมมณี, พิมพันธ์ เดชะคุปต์, ศิริชัย กาญจนวาสี, ปัทมศิริ ธีรานุรักษ์, นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์, ศรินธร วิทยะสิรินันท์. (2544). *วิทยาการด้านการคิด*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์.

ทิศนา แขมมณี. (2553). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทุติยา จันทร์ปลอด. (2550). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการรู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการกำกับตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดนครศรีธรรมราช*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นันทฉัตร วงษ์ปัญญา. (2555). เราจะวัด metacognition ได้อย่างไร. *นิตยสาร สสวท.*, *40*(179), 14-17.

บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยสำหรับครู* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). *"การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา*. สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ออฟเคอร์มีสท์.

พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2551). *ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ออฟเคอร์มีสท์.

ไพฑูรย์ สินลารัตน์, สุมน อมรวิวัฒน์, ทิศนา แขมมณี, สิริภักตร์ ศิริโท, ทวีศักดิ์ จินดานุรักษ์, ศรเนตร อารีโสภณพิเชฐ, อุทัย ดุลยเกษม, พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์, พรรณี เกษกมล. *ศาสตร์การคิด*. กรุงเทพฯ: DPU Coolprint มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต.

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2546). *ประมวลสาระวิชาชุดวิชาการพัฒนาเครื่องมือสำหรับการประเมินการศึกษา หน่วยที่ 1-7* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

มัณฑนา พรมรักษ์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้ปัญหา. *วารสารคณิตศาสตร์*, *42*, 5-12.

เยาวดี รางชัยกุล วิบูลย์ศรี. (2553). *การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์* (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โรงเรียนชลราษฎรอำรุง. (2551). *"การจัดทำหลักสูตร" กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. ชลบุรี: ม.ป.ท.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.

วราวรรณ จันทรนุวงศ์ และกิ่งฟ้า สินธุวงษ์. (2557). *การคิดและการคิดเกี่ยวกับการรู้*. ขอนแก่น: คลังนานาวิทยา.

วิชัย พานิชย์สวย. (2546). *สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

วิทยากร เชียงกูล. (2548). *เรียนลึก รู้ไว ใช้สมองอย่างมีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: สถาบันวิทยาการเรียนรู้ (สวร.).

วิทยากร เชียงกูล. (2549). *การเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: สายธาร.

วิราพร พงศ์อาจารย์. (2542). *การประเมินผลการเรียน*. พิษณุโลก: สถาบันราชภัฏพิบูลสงคราม พิษณุโลก.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. เอกสารคำสอนวิชาทักษะและกระบวนการ, ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

ศรัณญ์พร ปรีดากรณ์ และวัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์. (2559, 18 สิงหาคม). *ครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนชลราษฎรอำรุง*. สัมภาษณ์.

ศศิธร แม้นสงวน. (2555). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: เจริญการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *การวัดผลประเมินผลวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2558). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558*. เข้าถึงได้จาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx.

สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem solving). *วารสารคณิตศาสตร์*, *51*(581-583), 71-79.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สุภาวดี คำนาดี. (2551). *การวิจัยและพัฒนากระบวนการกำกับตนเองสำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรับรู้ความสามารถของตนเอง เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุรวาท ทองบุ. (2553). *การวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 6). มหาสารคราม: อภิชาติการพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำ. (2549). *กลยุทธ์การสอนคิดแก้ปัญหา*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2559). *สภาวะการศึกษาไทย ปี 2557/2558 จะปฏิรูปการศึกษาไทย ให้ทันโลกในศตวรรษที่ 21 ได้อย่างไร*. กรุงเทพฯ: พิมพ์ดีการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Anderson, K. B., & Pingry, R. E. (1973). *Problem-Solving in mathematics. The learning mathematics: It's theory and practice*. Washington. D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Baker, L., & Brown, A. J. (1984). *Metacognitive skill and reading: Handbook of reading research*. New York: Longman.

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan.

Beyer, B. K. (1987). *Practical Strategies for Teaching of Thinking*. Boston: Allyn & Bacon.

Bloom, B. S. (1976). *Human Characteristics and School Learning*. New York: McGraw-Hill.

Boekaerts, M. (1997). Self-regulated learning: A new concept embraced by researchers, policy makers, educators, teachers, and students. *Learning and Instruction*, *7*(2), 161-186.

Carroll, J. B. (1963). A Model of School Learning. *Teacher College Record*, *64*, 723-733.

Charles, R., & Lester, F. K. (1982). *Teaching problem solving: What, Why & How*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

Costa, A. L. (1984). Mediating the metacognition. *Educational Leadership*, *42*, 57-62.

Davidson, J. E., Deuser, R., & Sternberg, R. J. (1994). *The Role of Metacognition in Problem Solving. In J. Metcalfe & A. P. Shimamura, in Metacognition*. pp. 207-226. Massachusetts: The MIT Press.

Derry, S. J. & Murphy, D. A. (1986). Designing systems that train learning ability: From theory to practice. *Review of Educational Research*, *56,* 1-39.

Dossey, J. (2005). *Developing students' literacy levels through interdisciplinary applications of mathematical problem solving*. Bangkok: n.p.

Flavell, J. H. (1985). *Cognitive development*. New Jersey: Prentice-Hall.

Gagne, R. M. (1977). *The conditions of learning*. New York: Holt, Rinehert & Winston.

Garner, R., & Alexander, P. A. (1989). Metacognition: Answered and unanswered questions. *Educational Psychologist, 24*(2), 143-158.

Garofalo, J. & Lester, F. K. (1985). Metacognition, Cognitive monitoring and mathematical performance. *Journal of Research in Mathematics Education*, *16*(3), 163-176.

Jinfa Cai & Fank Lester. (2010). *Why is teaching with problem solving important to student learning? (pp. 1-6)*. Retrieved from http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_and_Advocacy/research_brief_and_clips/Research_brief_14_-_Problem_Solving.pdf.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teacher*. Boston: Allyn & Bacon.

Laistner, N. (2016). *Metacognition and student achievement in mathematics*. Master degree, Education and Human Development, State University of New York.

Maddox, H. (1965). *How to study*. London: The English Language Book Society.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Verginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Ozsoy, G., & Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *1*(2), 67-82.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematic method*. New York: Doubleday & company.

Prescott , D. A. (1961). *Report of conference on child study, Education bulletin*. Bangkok: Faculty of Education, Chulalongkorn University.

Reys, R. E., Suydam, M. N., & Lindquist, M. M. (1992). *Helping children learn mathematics* (3rd ed.). Boston: Allyn & bacon.

Sahin, S. M., & Kendir, F. (2013). The effect of using metacognitive strategies for solving geometry problem on student' achievement and attitude. A*cademic Journals, 8*(19), 1777-1792.

Sternberg, R. J., & Williams, W. M. (2002). *Educational psychology*. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Wells, A. (2000). *Emotional disorders and metacognition: innovative cognitive therapy*. Chichester: John Wiley & Sons.

Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics*. in Handbook on formative and Summative Evaluation of Student Learning. U.S.A.: McGraw-Hill.

Woolfolk, A. E. (2004). *Educational psychology*. Boston: Allyn & Bacon.

Yimer, A. (2004). *Metacognitive and cognitive functioning of college students during mathematical problem solving*. (Doctoral dissertation), Illinois State University, IL.

Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2006). Cognitive and metacognitive aspects of mathematical problem solving: An emerging model. *Identities, cultures, and learning space,* 575-582.

# ภาคผนวก

**ภาคผนวก ก**

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรง ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพ ของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

# รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

| | |
|---|---|
| 1. ดร.ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์ | อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรการสอนและการเรียนรู้<br>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ |
| 2. ดร.วศิน วิพิศมากูล | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. อาจารย์ศรัณญ์พร ปรีดากรณ์ | ครู คศ.3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนชลราษฎรอำรุง |
| 4. อาจารย์วัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์ | ครู คศ.3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนชลราษฎรอำรุง |
| 5. อาจารย์สุกัญญา ประสมศรี | ครู คศ.3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br>โรงเรียนบ้านแหลมวิทยา |

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ว.๑๐๒๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๐ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร.ทิพย์รัตน์ นพฤทธิ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘-๐๐๒๒-๔๒๓๓

(สำเนา)

# บันทึกข้อความ

**ส่วนงาน** คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙

**ที่** ศธ ๖๒๑๘.๔/ ๑๕๔๒ **วันที่** ๒๐ ธันวาคม ๒๕๕๙

**เรื่อง** ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

**เรียน** ดร.วศิน วิพิศมากูล

ด้วย นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้ว เห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่าน ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ว.๑๐๒๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๐ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวศรัณญ์พร ปรีดากรณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘-๐๐๒๒-๔๒๓๓

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ว.๑๐๒๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๐ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางวัลภา เกียรติบุญญาฤทธิ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘-๐๐๒๒-๔๒๓๓

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ว.๑๐๒๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๐ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวสุกัญญา ประสมศรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘-๐๐๒๒-๔๒๓๓

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๒๐๙

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๗ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนชลราษฎรอำรุง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๑๓ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๓๐ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๗ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘-๐๐๒๒-๔๒๓๓

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๒๑๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๗ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลราษฎรอำรุง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๑๑ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๐ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๒๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘-๐๐๒๒-๔๒๓๓

**ภาคผนวก ข**

- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา
- ตัวอย่างผลงานนักเรียน
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้  เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
รหัส ค 31101 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เวลา 2 คาบ

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.1  เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2  แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 6.1  มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม. 4-6/1     ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมในการคาดคะเนระยะทางและความสูง

ค 2.2 ม. 4-6/1     แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ค 6.1 ม. 4-6/1     ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 4-6/2     ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

3. สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ หมายถึง อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งประกอบด้วย ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
2. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
3. หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
4. อธิบายความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้

ด้านทักษะและกระบวนการ

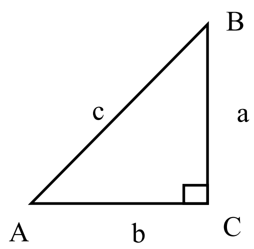
5. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

6. มีวินัย

5. สาระการเรียนรู้

กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และด้าน BC, AC และ AB ยาว a, b และ c หน่วย ตามลำดับ ดังรูป




1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ หมายถึง อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งประกอบด้วย

- อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก หรือ $\frac{a}{c}$ เรียกว่า ไซน์ (sine) ของมุม A หรือ sin A

- อัตราส่วนของความยาวของด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก หรือ $\frac{b}{c}$ เรียกว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A หรือ cos A

- อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A หรือ $\frac{a}{b}$ เรียกว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A หรือ tan A

2. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A และมุม B มีความสัมพันธ์กัน โดย $\sin A = \cos B$, $\sin B = \cos A$ และ $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ เมื่อ $\cos A \neq 0$

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา

1. ครูนำเสนอใบกิจกรรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

2. นักเรียนแต่ละคนอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา และระบุข้อมูลที่ได้จากการอ่านโจทย์ ดังนี้

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ (ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉาก AC ยาว 12 หน่วย, BC ยาว 5 หน่วย, AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วย)

- และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา (ค่า sin A, sin B, cos A, cos B, tan A, tan B) จากนั้นให้นักเรียนประเมินข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้ ว่าเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร ถ้าไม่เพียงพอ ให้นักเรียนระบุว่ายังขาดข้อมูลใด

ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา

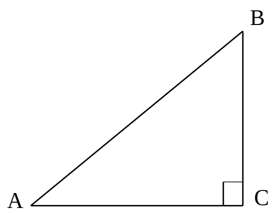
3. นักเรียนแต่ละคนสำรวจความรู้ของตนเองที่จะใช้ในการแก้ปัญหา โดยประเมินว่าตนเองมีความรู้เรื่องใดที่จะใช้ในการแก้ปัญหานี้แล้ว และตนเองยังขาดความรู้เรื่องใด โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียน ดังนี้

- นักเรียนกำลังแก้ปัญหาเกี่ยวกับสิ่งใด (รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก)

- ในการแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเรื่องไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม)

- จากความรู้ที่นักเรียนมี นักเรียนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่ได้ เพราะยังขาดความรู้เรื่อง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม)

4. ครูนำเสนอเอกสารแนะแนวทาง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษา เพื่อสร้างความรู้ที่จะใช้ในการนำไปสู่การแก้ปัญหา ผ่านการใช้คำถามของครู โดยครูยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก บนกระดาน ดังรูป




และใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนดังนี้

- ด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุม A และด้านประชิดมุม A คือด้านใด (AB, BC และ AC)

- ด้านตรงข้ามมุม A กับด้านประชิดมุม B มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร (มีความสัมพันธ์กัน โดยด้านตรงข้ามมุม A และด้านประชิดมุม B คือด้านเดียวกัน)

- ถ้าจับคู่อัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนจะสามารถจับคู่ได้กี่คู่ อะไรบ้าง (6 คู่ ประกอบด้วย $\frac{BC}{AB}$, $\frac{AC}{AB}$, $\frac{BC}{AC}$, $\frac{AC}{BC}$, $\frac{AB}{BC}$ และ $\frac{AB}{AC}$ )

จากนั้นครูแนะความหมายของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมต่าง ๆ ตามเอกสารแนะแนวทาง และใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน ดังนี้

- cos A และ sin B หมายถึงอัตราส่วนของความยาวด้านใด

(cos A $= \frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\text{AC}}{\text{AB}}$ และ sin B $= \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\text{AC}}{\text{AB}}$)

- จากการสังเกต นักเรียนคิดว่าค่าไซน์ และโคไซน์ ของมุม A และ B มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร (มีความสัมพันธ์กัน โดย sin A = cos B และ sin B = cos A)

- ถ้าโจทย์กำหนดค่า sin B = 5 นักเรียนสามารถตอบได้หรือไม่ว่า cos A มีค่าเท่าใด (สามารถหาคำตอบได้ โดย cos A = sin B = 5)

- อัตราส่วน sin A ต่อ cos A มีค่าเท่ากับอัตราส่วนใด ( $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$ ) ซึ่งตรงกับอัตราส่วนตรีโกณมิติใด (tan A)

- ดังนั้น sin A, cos A และ tan A มีความสัมพันธ์กันอย่างไร tan A $= \frac{\sin A}{\cos A}$)

5. ครูแนะนำนักเรียนว่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม A และเรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ

6. เมื่อนักเรียนสร้างความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติแล้ว จากนั้นนักเรียนแต่ละคนวางแผนการแก้ปัญหาจากข้อมูลที่นักเรียนได้วิเคราะห์ไว้ข้างต้น โดยครูใช้คำถามถามนำนักเรียนก่อนการวางแผนแก้ปัญหาดังนี้

- ในการแก้ปัญหานี้นักเรียนคิดว่าขั้นแรกควรจะทำอะไรเป็นอันดับแรก (หาความยาวด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

- นักเรียนจะหาค่า sin A, cos A, tan A ได้อย่างไร (หาจากนิยามความหมายของ sin A, cos A, tan A เช่น sin A $= \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ )

- นักเรียนจะหาค่า sin B, cos B, tan B ได้อย่างไร (หาจากนิยาม หรือหาจากความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A และมุม B)

7. เมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาเสร็จแล้วให้นักเรียนประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเองว่าแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้นั้นสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ ให้นักเรียนย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ

8. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนกำกับเป้าหมายในการแก้ปัญหาของตนในใบกิจกรรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ผ่านการใช้คำถามของครู ดังนี้

- โจทย์ต้องการให้หาสิ่งใด (ค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม A และมุม B)

- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่นักเรียนกำลังจะหา เป็นสิ่งเดียวกันหรือไม่

- นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ข้อนี้โดยใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาหรือไม่

- นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่

9. นักเรียนแต่ละคนลงมือแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาที่ตนได้วางไว้ โดยครูเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียน ตอบคำถาม หรือใช้คำถามเพื่อไปกระตุ้นความคิดของนักเรียน หากในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนสามารถทำการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแผนการแก้ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนประเมินการแก้ปัญหาของตนเองว่าได้คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา

10. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบจากใบกิจกรรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของสมาชิกภายในกลุ่ม

11. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนสรุปกระบวนการแก้ปัญหาจากใบกิจกรรมเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของกลุ่ม หลังจากที่สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปรายแล้ว โดยครูเดินดูการอภิปรายของนักเรียน ตอบคำถาม หรือใช้คำถามเพื่อไปกระตุ้นความคิดของนักเรียน

12. ครูสุ่มนักเรียนออกมา 2 กลุ่ม เพื่อนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มตนเองจากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนในห้อง ดังนี้

- นักเรียนคิดว่าวิธีของเพื่อนเหมาะสมหรือไม่ อย่างไร

- นักเรียนกลุ่มไหนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากที่นำเสนอหรือไม่

13. ครูและนักเรียนร่วมกันประเมิน การแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอว่ามีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร และสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด โดยครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้

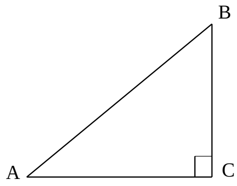
- นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมานำเสนอ แต่ละกลุ่มมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร

- นักเรียนคิดว่าควรแก้ไขจุดด้อยของกระบวนการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมานำเสนออย่างไร

- นักเรียนคิดว่าวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อนกลุ่มใด เหมาะสมกับโจทย์ปัญหาข้อนี้ที่สุดและเหมาะสมที่สุดเพราะเหตุใด

- นักเรียนคิดว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมมากกว่านี้หรือไม่ ถ้ามีคือวิธีใด

14. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนเกี่ยวกับความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ และการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยครูยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาน และใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้




- จงบอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ (อัตราส่วนตรีโกณมิติ หมายถึง อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก)

- เมื่อพิจารณาที่มุม A นักเรียนจะให้นิยาม sin A , cos A และ tan A ว่าอย่างไร (sin A คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก cos A คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก tan A คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A)

- sin A , cos A และ tan A มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร (มีความสัมพันธ์กัน โดย $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ เมื่อ $\cos A \neq 0$)

- อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A และมุม B มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร (มีความสัมพันธ์กันโดย sin A = cos B และ sin B = cos A)

ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด

15. นักเรียนแต่ละคนย้อนกลับไปสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเองว่ามีประสิทธิภาพหรือไม่ มีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร และเขียนลงในใบกิจกรรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของตนเอง โดยระหว่างที่นักเรียนเขียนแสดงจุดเด่น-จุดด้อย ของกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง หากนักเรียนไม่สามารถเขียนได้ ครูต้องใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองได้ ดังนี้

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนมีข้อดี-ข้อเสีย อะไรบ้าง
- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนมีจุดเด่น-จุดด้อย อย่างไร
- นักเรียนคิดว่าควรปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองหรือไม่ อย่างไร

16. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้

1. เอกสารแนะแนวทาง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ใบกิจกรรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
3. แบบฝึกหัด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

| สิ่งที่ต้องการวัด/ ประเมิน | วิธีการ | เครื่องมือ | การประเมินผล |
|---|---|---|---|
| **ด้านความรู้**<br>1. บอกความหมายของ อัตราส่วนตรีโกณมิติได้<br>2. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ | ตรวจจากการทำแบบฝึกหัด | แบบฝึกหัด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ | ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 70 |
| **ด้านความรู้**<br>3. หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของมุมที่กำหนดให้ของ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้<br>4. อธิบายความสัมพันธ์ของ อัตราส่วนตรีโกณมิติได้ | ตรวจจากการทำแบบฝึกหัด | แบบฝึกหัด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ | ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 70 |
| **ด้านทักษะและกระบวนการ**<br>5. นำความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | ตรวจจากการทำแบบฝึกหัด | แบบฝึกหัด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ | ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 70 |
| **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**<br>6. วินัย | ประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน | แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ | มีผลการประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป |

9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

นักเรียนให้ความร่วมมือในการศึกษาเอกสารแนะแนวทาง เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ และทำใบกิจกรรมด้วยความตั้งใจ ตอบคำถามที่ครูถามได้อย่างถูกต้อง ให้ความร่วมมือในการอภิปรายตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมาเสนอหน้าชั้นเรียน สามารถบอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติ และบอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ รวมทั้งสามารถหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และอธิบายความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ปัญหา/ อุปสรรค

นักเรียนบางคนยังระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดได้ไม่ครบถ้วน ทำให้ไม่สามารถนำไปวางแผนการแก้ปัญหาได้ รวมทั้งนักเรียนบางคนยังไม่สามารถเขียนสะท้อนการแก้ปัญหาของตนเองได้ แต่นักเรียนสามารถพูดสะท้อนความคิดของตนเองให้ครูฟังได้

ข้อเสนอแนะ/ แนวทางแก้ไข

ครูใช้คำถามในการกระตุ้นความคิดนักเรียน เช่น โจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง นักเรียนระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดได้ครบถ้วนหรือไม่ ข้อมูลที่โจทย์กำหนดเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอยังขาดข้อมูลใด เพื่อให้นักเรียนได้อ่านพิจารณาทบทวนข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้อีกครั้ง รวมถึงครูใช้คำถามในการกระตุ้นความคิดนักเรียน เช่น กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร มีข้อควรปรับปรุงอย่างไร จากนั้นให้นักเรียนเรียบเรียงจากภาษาพูดให้เป็นภาษาเขียน และเขียนลงในใบกิจรรมของตนเอง

(ลงชื่อ) สลิลดา ลิ้มเจริญ

(นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ)

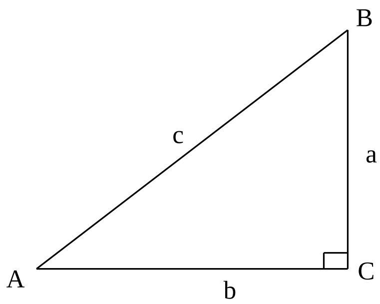
วันที่.......................................

ชื่อ.........เลขที่ ......../ชั้น ม.4 .....................................................

**เอกสารแนะแนวทาง**

**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

1. ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC และตอบคำถามดังต่อไปนี้




- ด้านตรงข้ามมุม A คือ ด้าน…………………….
- ด้านประชิดมุม A คือ ด้าน……………………..
- ด้านตรงข้ามมุม B คือ ด้าน…………………….
- ด้านประชิดมุม B คือ ด้าน……………………..
- ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ ด้าน…………………..

เมื่อพิจารณาจับคู่อัตราส่วนของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่าอัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ประกอบด้วย $\frac{BC}{AB}$, …………………..…………………..……

2. ให้นักเรียนพิจารณาอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากข้อที่ 1 และเติมคำตอบลงในตาราง

| **อัตราส่วนของความยาวของด้าน** | **พิจารณาที่มุม A** | **พิจารณาที่มุม B** |
|---|---|---|
| $\frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ |
| $\frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$ | | |
| | | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}$ |
| $\frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$ | | |

| **อัตราส่วนของความยาวของด้าน** | **พิจารณาที่มุม A** | **พิจารณาที่มุม B** |
|---|---|---|
| | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$ | |
| | | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}$ |

จากตารางในข้อที่ 2 จะได้ว่า

1. อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า ไซน์ (sine) ของมุม A หรือ sin A ดังนั้น sin A = …………
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A หรือ cos A ดังนั้น cos A = …………
3. อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A เรียกว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A หรือ tan A ดังนั้น tan A = …………

และในทำนองเดียวกัน นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

sin B หมายถึง $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ และ sin B = $\frac{b}{c}$

cos B หมายถึง …………………………………… และ cos B = …………

tan B หมายถึง …………………………………… และ tan B = …………

ซึ่ง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม A และ มุม B เรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ

| |
|---|
| ดังนั้น อัตราส่วนตรีโกณมิติ หมายถึง ………………………………………………………………… |

จากกิจกรรมข้างต้น นักเรียนจะเห็นได้ว่า เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์) ของมุม A และ มุม B ได้ โดยที่

- $\frac{\sin A}{\cos A}$ = ……………..= ………………. = tan A

- $\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{AC}{AB}}{\frac{BC}{AB}}$ = ……………….= ……………..

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า tan A = ………..เมื่อ cos A $\neq$ 0

และ sin A = cos……..

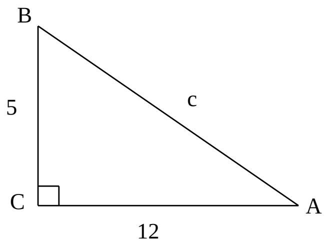
sin B = cos……..

ชื่อ..........เลขที่ ......../ชั้น ม.4 .....................................................

**ใบกิจกรรม**

**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

<u>คำสั่ง</u> จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาค่า ไซน์, โคไซน์ และ แทนเจนต์ของมุม A และมุม B




1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ............................................................
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ............................................................

**ประเมินข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้**

- ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (ถ้าไม่เพียงพอให้นักเรียนระบุว่ายังขาดข้อมูลใด)............................................................

2. วางแผนการแก้ปัญหา

**ประเมินความรู้ของตนเอง**

- ความรู้ที่นักเรียนจะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา คือ ความรู้ เรื่อง......................
- ความรู้ที่นักเรียนรู้แล้ว คือ ความรู้ เรื่อง ..............................................
- ความรู้ที่นักเรียนยังไม่รู้ คือ ความรู้ เรื่อง..............................................

**วางแผนการแก้ปัญหา**

2.1 หาความยาวด้าน AB โดยใช้ความรู้เรื่อง.....................................................................

2.2 หา sin A โดย.....................................................................................................

หา cos A โดย.....................................................................................................

หา tan A โดย.....................................................................................................

2.3 หา sin B โดย.....................................................................................................

หา cos B โดย.....................................................................................................

หา tan B โดย.....................................................................................................

**ประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเอง**

- แผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้สามารถดำเนินการได้หรือไม่……………………..

- แผนการแก้ปัญหาของนักเรียนสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่

□ สอดคล้อง และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ

□ ไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ (ให้นักเรียนย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง)

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

**ประเมินการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเอง**

- นักเรียนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ …………………………………

- นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่ อย่างไร…………………………

…………………………………………………………………………………………

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

<u>สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง</u>

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีประสิทธิภาพหรือไม่

□ มีประสิทธิภาพ เพราะ......................................................................................

□ ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะ……………………..............................................

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร………………

…………………………………………………………………………………………

- ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร………………………………………

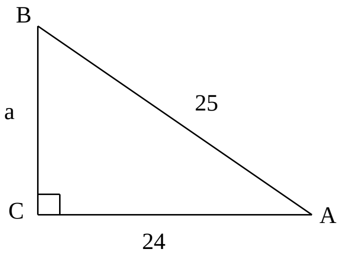
…………………………………………………………………………………………

ชื่อ.........เลขที่ ......../ชั้น ม.4 ......................................................

**แบบฝึกหัด**

**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

<u>คำสั่ง</u> จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาค่า ไซน์, โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ B




1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ………………………………………………………………

- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ………………………………………………………………

**ประเมินข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้**

- ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (ถ้าไม่เพียงพอให้นักเรียนระบุว่ายังขาดข้อมูลใด)……………………………………………………………….

2. วางแผนการแก้ปัญหา

**ประเมินความรู้ของตนเอง**

- ความรู้ที่นักเรียนจะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา คือ ความรู้เรื่อง……………………...

- ความรู้ที่นักเรียนรู้แล้ว คือ ความรู้เรื่อง ………………………………………..……..

- ความรู้ที่นักเรียนยังไม่รู้ คือ ความรู้เรื่อง…………………………………………………

**วางแผนการแก้ปัญหา**

2.1 หาความยาวด้าน BC โดยใช้ความรู้เรื่อง.......................................................................

2.2 หา sin A โดย.......................................................................................................

หา cos A โดย.......................................................................................................

หา tan A โดย.......................................................................................................

2.3 หา sin B โดย.......................................................................................................

หา cos B โดย.......................................................................................................

หา tan B โดย.......................................................................................................

**ประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเอง**

- แผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้สามารถดำเนินการได้หรือไม่.........................

- แผนการแก้ปัญหาของนักเรียนสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่

☐ สอดคล้อง และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ

☐ ไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ (ให้นักเรียนย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง)

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

.......................................................................................................

.......................................................................................................

.......................................................................................................

.......................................................................................................

**ประเมินการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเอง**

- นักเรียนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ .....................................

- นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่ อย่างไร.............................

.......................................................................................................

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

.......................................................................................................

.......................................................................................................

.......................................................................................................

.......................................................................................................

<u>สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง</u>

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีประสิทธิภาพหรือไม่

☐ มีประสิทธิภาพ เพราะ..........................................................................................

☐ ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะ......................................................................................

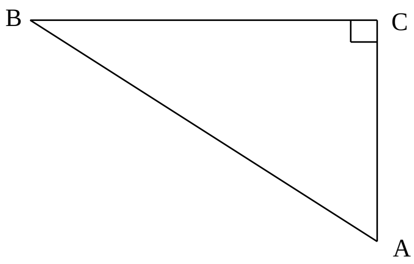
- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร.................

.......................................................................................................

- ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร............................................

.......................................................................................................

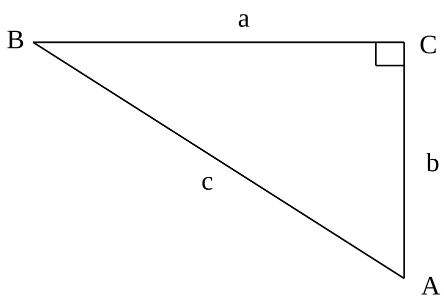
<u>คำสั่ง</u> จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้ เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A หรือ B




1) sin…... = $\frac{BC}{AB}$ 2) cos…...= $\frac{BC}{AB}$ 3) tan…...= $\frac{AC}{BC}$

4) sin…... = $\frac{AC}{AB}$ 5) cos…...= $\frac{AC}{AB}$ 6) tan…....= $\frac{BC}{AC}$

<u>คำสั่ง</u> จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นค่า sin, cos หรือ tan ของมุมที่กำหนดให้

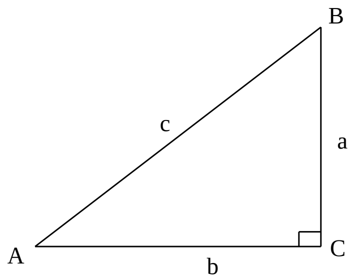



1) ……A = $\frac{a}{c}$ 2) ……B = $\frac{a}{c}$ 3) ……A = $\frac{b}{c}$

4) ……B = $\frac{b}{c}$ 5) ……B = $\frac{b}{a}$ 6) ……A = $\frac{a}{b}$

**เฉลยเอกสารแนะแนวทาง**
**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

1. ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC และตอบคำถามดังต่อไปนี้




- ด้านตรงข้ามมุม A คือ ด้าน BC
- ด้านประชิดมุม A คือ ด้าน AC
- ด้านตรงข้ามมุม B คือ ด้าน AC
- ด้านประชิดมุม B คือ ด้าน BC
- ด้านตรงข้ามมุมฉากคือ ด้าน AB

เมื่อพิจารณาจับคู่อัตราส่วนของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่าอัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ประกอบด้วย $\frac{BC}{AB}$, $\frac{AC}{AB}$, $\frac{BC}{AC}$, $\frac{AC}{BC}$, $\frac{AB}{BC}$ และ $\frac{AB}{AC}$

2. ให้นักเรียนพิจารณาอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากข้อที่ 1 และเติมคำตอบลงในตาราง

| **อัตราส่วนของความยาวของด้าน** | **พิจารณาที่มุม A** | **พิจารณาที่มุม B** |
|---|---|---|
| $\frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ |
| $\frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ |
| $\frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}$ |
| $\frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}$ |

| **อัตราส่วนของความยาวของด้าน** | **พิจารณาที่มุม A** | **พิจารณาที่มุม B** |
|---|---|---|
| $\frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}$ |
| $\frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}$ |

จากตารางในข้อที่ 2 จะได้ว่า

1. อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า ไซน์ (sine) ของมุม A หรือ sin A ดังนั้น sin A = $\frac{a}{c}$
2. อัตราส่วนของความยาวของด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A หรือ cos A ดังนั้น cos A = $\frac{b}{c}$
3. อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A เรียกว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A หรือ tan A ดังนั้น tan A = $\frac{a}{b}$

และในทำนองเดียวกัน นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

sin B หมายถึง $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ และ sin B = $\frac{b}{c}$

cos B หมายถึง $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ และ cos B = $\frac{a}{c}$

tan B หมายถึง $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม B}}$ และ tan B = $\frac{b}{a}$

ซึ่ง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม A และ มุม B เรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ

| |
|---|
| ดังนั้น อัตราส่วนตรีโกณมิติ หมายถึง อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก |

จากกิจกรรมข้างต้น นักเรียนจะเห็นได้ว่า เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรีโกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์) ของมุม A และ มุม B ได้ โดยที่

- $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \frac{BC}{AC} = \tan A$

- $\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{AC}{AB}}{\frac{BC}{AB}} = \frac{AC}{BC} = \tan B$

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ เมื่อ $\cos A \neq 0$

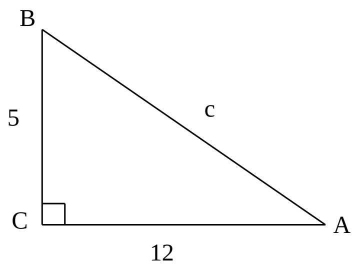
และ $\sin A = \cos B$

$\sin B = \cos A$

**เฉลยใบกิจกรรม**

**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

คำสั่ง จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาค่าไซน์, โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B




1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉาก AC ยาว 12 หน่วย BC ยาว 5 หน่วย, AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วย

- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ค่า sin A, sin B, cos A, cos B, tan A, tan B

**ประเมินข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้**

- ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (ถ้าไม่เพียงพอให้นักเรียนระบุว่ายังขาดข้อมูลใด) เพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหา เนื่องจากโจทย์ต้องการให้หาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ มุม B ซึ่งข้อมูลที่มีอยู่ คือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก AC ยาว 12 หน่วย, BC ยาว 5 หน่วย เราสามารถหาความยาวด้าน AB โดยใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสได้ จากนั้นก็จะสามารถหาค่า sin A, sin B, cos A, cos B, tan A, tan B ที่โจทย์ต้องการได้

2. วางแผนการแก้ปัญหา

**ประเมินความรู้ของตนเอง**

- ความรู้ที่นักเรียนจะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา คือ ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส, การหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

- ความรู้ที่นักเรียนรู้แล้ว คือ ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

- ความรู้ที่นักเรียนยังไม่รู้ คือ ความรู้เรื่อง การหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

**วางแผนการแก้ปัญหา**

2.1 หาความยาวด้าน AB โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.2 หา $\sin A = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$, $\cos A = \dfrac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$,

$\tan A = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$

2.3 หา $\sin B = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$, $\cos B = \dfrac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$,

$\tan B = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}$

**ประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเอง**

- แผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้สามารถดำเนินการได้หรือไม่ แผนการแก้ปัญหาสามารถดำเนินการได้

- แผนการแก้ปัญหาของนักเรียนสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่

☑ สอดคล้อง และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ

☐ ไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ (ให้นักเรียนย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง)

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

3.1 $AB^2 = AC^2 + BC^2$, $c^2 = 12^2 + 5^2 = 169$, $c = 13$ นั่นคือ AB ยาว 13 หน่วย

3.2 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$, $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$, $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}$

3.3 $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$, $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$, $\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{5}$

**ประเมินการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเอง**

- นักเรียนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ สามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ นั่นคือ สามารถหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ B ได้ โดย คำตอบที่หาได้ คือ $\sin A = \frac{5}{13}$, $\cos A = \frac{12}{13}$, $\tan A = \frac{5}{12}$, $\sin B = \frac{12}{13}$, $\cos B = \frac{5}{13}$, $\tan B = \frac{12}{5}$ ซึ่งตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่ ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยหาความยาวด้าน AB โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นนำความยาวของด้านทั้ง 3 ของสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มาหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ B

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

1. จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $13^2 = 12^2 + 5^2 = 169$ จริง

และจากนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติ จะได้ว่า

2. $\sin A = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$, $\sin B = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$

3. $\cos A = \frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$, $\cos B = \frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$

4. $\tan A = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}} = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}$, $\tan B = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{5}$

ดังนั้นคำตอบคือ

$\sin A = \frac{5}{13}$, $\cos A = \frac{12}{13}$, $\tan A = \frac{5}{12}$, $\sin B = \frac{12}{13}$, $\cos B = \frac{5}{13}$, $\tan B = \frac{12}{5}$

<u>สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง</u>

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีประสิทธิภาพหรือไม่

☑ มีประสิทธิภาพ เพราะ ขั้นตอนนี้นำไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้จริง

☐ ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะ …...........................................................................

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร

จุดเด่น คือ วางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน และหาคำตอบโดยใช้นิยามของไซน์, โคไซน์ และ แทนเจนต์ ของมุม A และ มุม B

จุดด้อย คือ ไม่มีการวาดรูปประกอบในการวางแผนการแก้ปัญหา

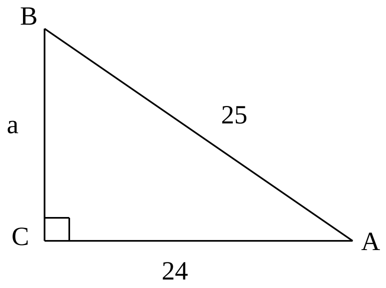
- ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร

ควรวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากประกอบในการวางแผนการแก้ปัญหา เพื่อให้มองเห็นภาพชัดเจนว่าด้านใดคือด้านประชิดมุม A หรือด้านใดคือด้านตรงข้ามมุม A เป็นต้น

**เฉลยแบบฝึกหัด**

**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

คำสั่ง จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาค่า ไซน์, โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ B




1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉาก AC ยาว 24 หน่วยและ AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว 25 หน่วย

- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ค่า sin A, sin B, cos A, cos B, tan A, tan B

**ประเมินข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้**

- ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (ถ้าไม่เพียงพอให้นักเรียนระบุว่ายังขาดข้อมูลใด) เพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหา เนื่องจากโจทย์ต้องการให้หาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ มุม B ซึ่งข้อมูลที่มีอยู่ คือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก AC ยาว 24 หน่วย และ AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว 25 หน่วย เราสามารถหาความยาวด้าน BC ได้โดยใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสได้ จากนั้นก็จะสามารถหาค่า sin A, sin B, cos A, cos B, tan A, tan B ที่โจทย์ต้องการได้

2. วางแผนการแก้ปัญหา

**ประเมินความรู้ของตนเอง**

- ความรู้ที่นักเรียนจะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา คือ ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ

- ความรู้ที่นักเรียนรู้แล้ว คือ ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ

- ความรู้ที่นักเรียนยังไม่รู้ คือ ความรู้เรื่อง (ไม่มี)

**วางแผนการแก้ปัญหา**

2.1 หาความยาวด้าน BC โดยใช้ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

2.2 หา $\sin A = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$, $\cos A = \dfrac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$,

$\tan A = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$

2.3 หา sin B, cos B และ tan B โดยใช้ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

$\sin B = \cos A$

$\cos B = \sin A$

$\tan B = \dfrac{1}{\tan A}$

**ประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเอง**

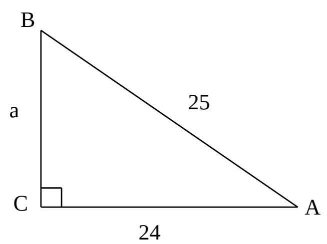
- แผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้สามารถดำเนินการได้หรือไม่ แผนการแก้ปัญหาสามารถดำเนินการได้

- แผนการแก้ปัญหาของนักเรียนสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการและสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่

☑ สอดคล้อง และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ

☐ ไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ (ให้นักเรียนย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง)

3. ดำเนินการแก้ปัญหา




3.1 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ , $25^2 = 24^2 + a^2 = 49$ , $a = 7$

นั่นคือ BC ยาว 7 หน่วย

3.2 $\sin A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{7}{25}$, $\cos A = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{24}{25}$, $\tan A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{7}{24}$

3.3 $\sin B = \cos A = \dfrac{24}{25}$

$\cos B = \sin A = \dfrac{7}{25}$

$\tan B = \dfrac{1}{\tan A} = \dfrac{24}{7}$

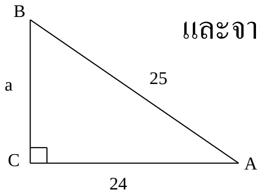
**ประเมินการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเอง**

- นักเรียนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ สามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ นั่นคือ สามารถหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ B ได้ โดยคำตอบที่หาได้ คือ $\sin A = \dfrac{7}{25}$, $\cos A = \dfrac{24}{25}$, $\tan A = \dfrac{7}{24}$, $\sin B = \dfrac{24}{25}$, $\cos B = \dfrac{7}{25}$, $\tan B = \dfrac{24}{7}$ ซึ่งตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่ อย่างไร ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยหาความยาวด้าน BC โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นนำความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มาหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ B

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $25^2 = 24^2 + 7^2 = 625$ จริง




และจากนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติ จะได้ว่า

$$\sin B = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{AC}{AB} = \frac{24}{25} = \cos A$$

$$\cos B = \frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{25} = \sin A,$$

$$\tan B = \frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}} = \frac{AC}{BC} = \frac{24}{7} = \frac{1}{\tan A}$$

ซึ่งคำตอบที่ได้ ตรงกับการหารค่า sin A, cos A, tan A, sin B, cos B, tan B

ดังนั้นคำตอบคือ

$$\sin A = \frac{7}{25}, \cos A = \frac{24}{25}, \tan A = \frac{7}{24}, \sin B = \frac{24}{25}, \cos B = \frac{7}{25}, \tan B = \frac{24}{7}$$

<u>สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง</u>

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีประสิทธิภาพหรือไม่

☑ มีประสิทธิภาพ เพราะ ขั้นตอนนี้นำไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้จริง

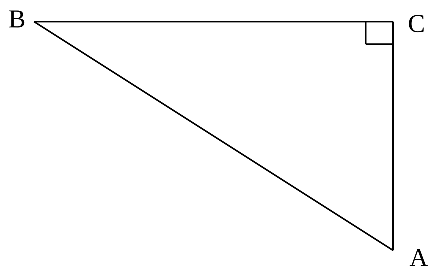
☐ ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะ.......................................................................................

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร

จุดเด่น คือ การนำความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติมาใช้ในการหาค่า sin B, cos B และ tan B หลังจากที่หาค่า sin A, cos A และ tan A มาแล้ว ทำให้สามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ง่าย และไม่ต้องเทียบอัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในการหาค่า sin B, cos B และ tan B รวมถึงในขั้นตรวจสอบคำตอบ ใช้การตรวจสอบโดยการหา ค่า sin B, cos B และ tan B จากนิยาม แล้วให้ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ หาค่า sin A, cos A และ tan A แล้วนำคำตอบมาเทียบกัน

- ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร การแก้ปัญหาในครั้งนี้มีการวางแผนในการแก้ปัญหาที่ชัดเจน เป็นขั้นตอน ใช้นิยามและความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติมาหาคำตอบ ง่ายในการดำเนินการตามแผน ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และถูกต้อง การตรวจสอบทำอย่างเป็นระบบ ดังนั้นการแก้ปัญหาในครั้งนี้จึงไม่มีข้อควรปรับปรุง

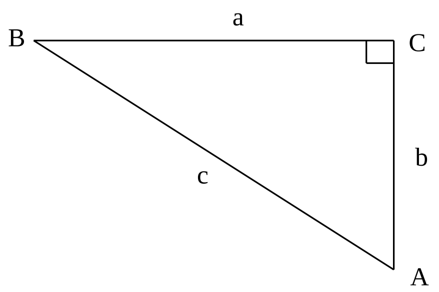
<u>คำสั่ง</u> จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้ เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A หรือ B




1) $\sin A = \frac{BC}{AB}$ 2) $\cos B = \frac{BC}{AB}$ 3) $\tan B = \frac{AC}{BC}$

4) $\sin B = \frac{AC}{AB}$ 5) $\cos A = \frac{AC}{AB}$ 6) $\tan A = \frac{BC}{AC}$

<u>คำสั่ง</u> จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นค่า sin, cos หรือ tan ของมุมที่กำหนดให้



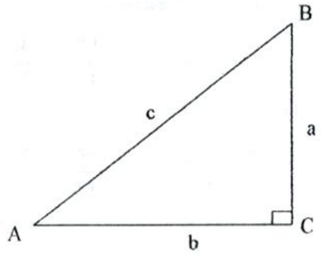

1) $\sin A = \frac{a}{c}$ 2) $\cos B = \frac{a}{c}$ 3) $\cos A = \frac{b}{c}$

4) $\sin B = \frac{b}{c}$ 5) $\tan B = \frac{b}{a}$ 6) $\tan A = \frac{a}{b}$

## ตัวอย่างผลงานนักเรียน

### เอกสารแนะแนวทาง
### เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC และตอบคำถามดังต่อไปนี้




- ด้านตรงข้ามมุม A คือ ด้าน......BC......
- ด้านประชิดมุม A คือ ด้าน......AC......
- ด้านตรงข้ามมุม B คือ ด้าน......AC......
- ด้านประชิดมุม B คือ ด้าน......BC......
- ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ ด้าน......AB......

เมื่อพิจารณาจับคู่อัตราส่วนของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่าอัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ประกอบด้วย $\frac{BC}{AB}$, ...$\frac{AC}{AB}$..., $\frac{BC}{AC}$..., $\frac{AB}{AC}$..., $\frac{AB}{BC}$ และ $\frac{AC}{Bc}$...........

2. ให้นักเรียนพิจารณาอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจากข้อที่ 1. และเติมคำตอบลงในตาราง

| อัตราส่วนของความยาวของด้าน | พิจารณาที่มุม A | พิจารณาที่มุม B |
|---|---|---|
| $\frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ |
| $\frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ |
| $\frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}$ |
| $\frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$ |
| $\frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}$ |
| $\frac{AC}{bC} = \frac{b}{a}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม A}}$ | $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}$ |

จากตารางในข้อที่ 2. จะได้ว่า

1) อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า **ไซน์ (sine) ของมุม A หรือ sin A** ดังนั้น sin A = $\frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$

2) อัตราส่วนของความยาวของด้านประชิดมุม A ต่อความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เรียกว่า **โคไซน์ (cosine) ของมุม A หรือ cos A** ดังนั้น cos A = $\frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$

3) อัตราส่วนของความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ต่อความยาวของด้านประชิดมุม A เรียกว่า **แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A หรือ tan A** ดังนั้น tan A = $\frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$

และในทำนองเดียวกัน นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

sin B หมายถึง $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ และ sin B = $\frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$

cos B หมายถึง $\frac{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ และ cos B = $\frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$

tan B หมายถึง $\frac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม B}}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม B}}$ และ tan B = $\frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$

ซึ่ง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม A และ มุม B เรียกว่า **อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

| ดังนั้น อัตราส่วนตรีโกณมิติ หมายถึง อัตราส่วนด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ของขนาดมุมของ |
|---|

จากกิจกรรมข้างต้น นักเรียนจะเห็นได้ว่า เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตรี โกณมิติ (ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์) ของมุม A และ มุม B ได้ โดยที่

➢ $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \frac{BC}{AC} = \tan A$

➢ $\frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{AC}{AB}}{\frac{BC}{AB}} = \frac{AC}{BC} = \tan B$

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า tan A = $\frac{\sin A}{\cos A}$ เมื่อ $\cos A \neq 0$

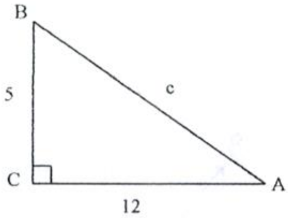
และ sin A = cos B

sin B = cos A

## ใบกิจกรรม

## เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

คำสั่ง จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาค่า ไซน์, โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B




**1. ทำความเข้าใจปัญหา**

1.1) ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ ด้าน BC ยาว 5 หน่วย , ด้าน AC ยาว 12 หน่วย , $\Delta ABC$ มีมุม C เป็นมุมฉาก

1.2) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ sin , cos , tan ของมุม A และมุม B

***ประเมินข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้***

- ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (ถ้าไม่เพียงพอ ให้นักเรียนระบุว่ายังขาดข้อมูลใด) เพียงพอ เพราะจากโจทย์ที่กำหนดให้ สามารถหาด้านของ AB จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

***ประเมินความรู้ของตนเอง***

- ความรู้ที่นักเรียนจะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา คือ ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส , อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- ความรู้ที่นักเรียนรู้แล้ว คือ ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส , อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- ความรู้ที่นักเรียนยังไม่รู้ คือ ความรู้เรื่อง -

**วางแผนการแก้ปัญหา**

1. หาความยาวด้าน AB โดยใช้ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. หา sin A โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม A / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา cos A โดย หาจาก ความยาวด้านประชิดมุม A / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา tan A โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม A / ความยาวด้านประชิดมุม A
3. หา sin B โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม B / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา cos B โดย หาจาก ความยาวด้านประชิดมุม B / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา tan B โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม B / ความยาวด้านประชิดมุม B

***ประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเอง***

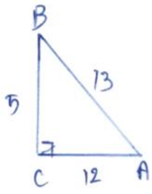
- แผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้สามารถดำเนินการได้หรือไม่ ดำเนินการได้

- แผนการแก้ปัญหาของนักเรียนสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการ และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่

☑ สอดคล้อง และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ

☐ ไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ (ให้นักเรียนย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง)

**3. ดำเนินการแก้ปัญหา**

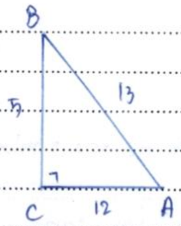



จาก ทบ. พีทาโกรัส ;

$5^2+12^2 = c^2$

$c^2 = 169$

$\therefore c = 13$




$\sin A = \frac{5}{13}$ , $\sin B = \frac{12}{13}$

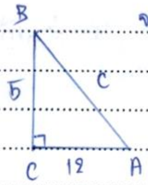
$\cos A = \frac{12}{13}$ , $\cos B = \frac{5}{13}$

$\tan A = \frac{5}{12}$ , $\tan B = \frac{12}{5}$

*ประเมินการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเอง*

- นักเรียนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ ได้
- นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่ อย่างไร ดำเนินตามแผนที่วางไว้ เพราะมีขั้นตอนที่เข้าใจง่าย โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความยาวด้านที่เหลือ แล้วจึงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ

**4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ**




จาก ทบ. พีทาโกรัส ;

$5^2 + 12^2 = c^2$

$c^2 = 169$

$\therefore c = 13$


$\sin A = \frac{5}{13}$ , $\sin B = \frac{12}{13}$

$\cos A = \frac{12}{13}$ , $\cos B = \frac{5}{13}$

$\tan A = \frac{5}{12}$ , $\tan B = \frac{12}{5}$

**<u>สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง</u>**

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีประสิทธิภาพหรือไม่

☑ มีประสิทธิภาพ เพราะ มีขั้นตอนการคิดที่ง่ายและเป็นขั้นตอน

☐ ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะ

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร

จุดเด่น - มีขั้นตอนการคิดที่เป็นระบบ

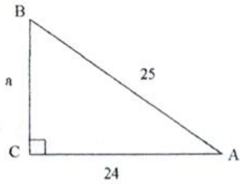
จุดด้อย - อาจมีการคำนวณเลขผิดพลาด

- ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร ไม่มี

## แบบฝึกหัด

## เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป จงหาค่า ไซน์, โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และ B




**1. ทำความเข้าใจปัญหา**

1.1) ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ ด้าน AB ยาว 25 หน่วย , ด้าน AC ยาว 24 หน่วย , ΔABC มี มุม C เป็นมุมฉาก

1.2) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ sin , cos , tan ของมุม A และมุม B

***ประเมินข้อมูลที่นักเรียนวิเคราะห์ได้***

- ข้อมูลที่โจทย์ให้มาเพียงพอต่อการนำไปแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร (ถ้าไม่เพียงพอ ให้นักเรียนระบุว่ายังขาดข้อมูลใด) เพียงพอ เพราะจากโจทย์ที่กำหนดให้ สามารถหาด้าน BC จากอัตราส่วนตรีโกณมิติ ได้

**2. วางแผนการแก้ปัญหา**

***ประเมินความรู้ของตนเอง***

- ความรู้ที่นักเรียนจะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา คือ ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- ความรู้ที่นักเรียนรู้แล้ว คือ ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส , อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- ความรู้ที่นักเรียนยังไม่รู้ คือ ความรู้เรื่อง -

**วางแผนการแก้ปัญหา**

1. หาความยาวด้าน BC โดยใช้ความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. หา sin A โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม A / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา cos A โดย หาจาก ความยาวด้านประชิดมุม A / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา tan A โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม A / ความยาวด้านประชิดมุม A
3. หา sin B โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม B / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา cos B โดย หาจาก ความยาวด้านประชิดมุม B / ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
   หา tan B โดย หาจาก ความยาวด้านตรงข้ามมุม B / ความยาวด้านประชิดมุม B

***ประเมินแผนการแก้ปัญหาของตนเอง***

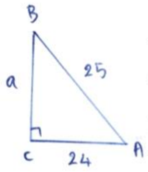
- แผนการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางไว้สามารถดำเนินการได้หรือไม่ ดำเนินการได้

- แผนการแก้ปัญหาของนักเรียนสอดคล้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการ และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการหรือไม่

☑ สอดคล้อง และสามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ

☐ ไม่สอดคล้อง หรือไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ต้องการ (ให้นักเรียนย้อนกลับไปปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาของตนเอง)

**3. ดำเนินการแก้ปัญหา**

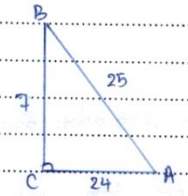



จาก ทบ. พีทาโกรัส ;

$a^2 + 24^2 = 25^2$

$a^2 = 49$

$\therefore a = 7$




$\sin A = \frac{7}{25}$ , $\sin B = \frac{24}{25}$

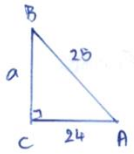
$\cos A = \frac{24}{25}$ , $\cos B = \frac{7}{25}$

$\tan A = \frac{7}{25}$ , $\tan B = \frac{24}{7}$

***ประเมินการดำเนินการแก้ปัญหาของตนเอง***

- นักเรียนสามารถหาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้หรือไม่ ทำได้
- นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือไม่ อย่างไร ดำเนินการตามที่วางแผนไว้ เพราะมีขั้นตอนการคิดที่เป็นระบบ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความยาวด้านที่เหลือ แล้วจึงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ

**4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ**

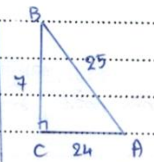



จาก ทบ. พีทาโกรัส ;

$a^2 + 24^2 = 25^2$

$a^2 = 49$

$\therefore a = 7$




$\sin A = \frac{7}{25}$ , $\sin B = \frac{24}{25}$

$\cos A = \frac{24}{25}$ , $\cos B = \frac{7}{25}$

$\tan A = \frac{7}{24}$ , $\tan B = \frac{24}{7}$

**<u>สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง</u>**

- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีประสิทธิภาพหรือไม่

☑ มีประสิทธิภาพ เพราะ มีกระบวนการคิดที่เป็นขั้นตอน

☐ ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะ

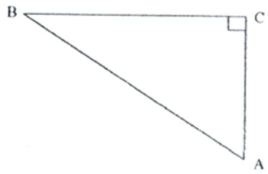
- นักเรียนคิดว่ากระบวนการแก้ปัญหาของตนเองมีจุดเด่น-จุดด้อยอย่างไร

จุดเด่น - มีขั้นตอนการคิดที่เป็นระบบ

จุดด้อย - อาจมีการผิดพลาดด้านการคิดคำนวณเลข

- ควรมีการปรับปรุงการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร ไม่มี

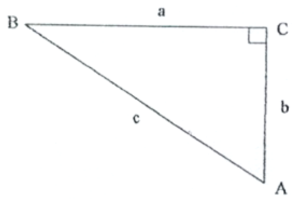
2. จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้ เป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A หรือ B




1) sin A = $\frac{BC}{AB}$ 2) cos B = $\frac{BC}{AB}$ 3) tan B = $\frac{AC}{BC}$

4) sin B = $\frac{AC}{AB}$ 5) cos A = $\frac{AC}{AB}$ 6) tan A = $\frac{BC}{AC}$

3. จงหาว่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นค่า sin, cos หรือ tan ของมุมที่กำหนดให้




1) sin A = $\frac{a}{c}$ 2) cos B = $\frac{a}{c}$ 3) cos A = $\frac{b}{c}$

4) sin B = $\frac{b}{c}$ 5) tan B = $\frac{b}{a}$ 6) tan A = $\frac{a}{b}$

ชื่อ……………………………………………ชั้น……..เลขที่……

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**
**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

คำชี้แจง แบบทดสอบมีจำนวน 6 หน้าเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในแบบทดสอบฉบับนี้ ในบริเวณพื้นที่ที่เว้นไว้ให้

1. กำหนดให้ $x = \cot^2 45° + \frac{3}{4}\sec^2 30° - \frac{1}{3}\sin^2 60°$ จงหาว่า x มีค่าเท่าใด

วิธีทำ 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ..............................................................................
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ..............................................................................

2. วางแผนการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................

ดังนั้นคำตอบ คือ..........................................................................................................

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และกำหนดให้ 5cos B = 4
จงหาค่าของ 2cosec B tan A

<u>วิธีทำ</u> 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ............................................................................
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ............................................................................

2. วางแผนการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

<u>ดังนั้นคำตอบ คือ</u>...........................................................................................................

3. กำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง และให้ $\sin\theta = 0.3356$ จงหาว่า $\theta$ มีค่าประมาณเท่าใด

| $\theta$ | $\sin\theta$ | $\cos\theta$ | $\tan\theta$ |
|---|---|---|---|
| 15° | .259 | .966 | .268 |
| 16° | .276 | .961 | .287 |
| 17° | .292 | .956 | .306 |
| 18° | .309 | .951 | .325 |
| 19° | .326 | .946 | .344 |
| 20° | .342 | .940 | .364 |

วิธีทำ 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ……………….........

……………………………………………………………

……………………………………………………………

- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ……………………...

……………………………………………………………

……………………………………………………………

2. วางแผนการแก้ปัญหา

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

ดังนั้นคำตอบ คือ……………………………………………………………………………

4. กำหนดให้ $\sin 86° = 0.998$ และ $\cos 86° = 0.070$ จงหาว่า $\cos 4° + \tan 86° - 2\sin 4°$ มีค่าเท่าใด

<u>วิธีทำ</u> 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ..............................................................................

- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ..............................................................................

2. วางแผนการแก้ปัญหา

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

....................................................................................................................................

<u>ดังนั้นคำตอบ คือ</u>...............................................................................................

5. A และ B เป็นจุดสองจุดบนฝั่งคลองเดียวกันห่างกัน 15 เมตร และจุด B อยู่ตรงข้ามกับจุด C ซึ่งอยู่อีกฝั่งหนึ่ง ถ้าโยงเชือกกับจุด A, B และ C จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่ง มุม BAC มีขนาด $30°$ จงหาว่าคลองกว้างกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

<u>วิธีทำ</u> 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ..............................................................................
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ..............................................................................

2. วางแผนการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

<u>ดังนั้นคำตอบ คือ</u>..........................................................................................................

6. สมชายมองต้นไม้ต้นหนึ่งจากหน้าต่างบ้านของเขา พบว่ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้มีขนาด 30° และมุมเงยซึ่งมองไปยังยอดของต้นไม้มีขนาด 45° ถ้าต้นไม้ต้นนี้อยู่ห่างบ้านของสมชาย 10 เมตร จงหาว่าต้นไม้สูงกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

วิธีทำ 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ.............................................................................
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ.............................................................................

2. วางแผนการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

ดังนั้นคำตอบ คือ..........................................................................................................

**เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**
**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

1. กำหนดให้ $x = \cot^2 45° + \frac{3}{4}\sec^2 30° - \frac{1}{3}\sin^2 60°$ จงหาว่า x มีค่าเท่าใด

<u>วิธีทำ</u> 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ $x = \cot^2 45° + \frac{3}{4}\sec^2 30° - \frac{1}{3}\sin^2 60°$
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ x มีค่าเท่าใด

2. วางแผนการแก้ปัญหา

2.1 หาค่า cot 45° และ sec 30° จาก $\cot 45° = \frac{1}{\tan 45°}$ และ $\sec 30° = \frac{1}{\cos 30°}$

2.2 หาค่า cot 45° , $\sec^2 30°$ และ $\sin^2 60°$ แล้วแทนในสมการที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

$\cot 45° = \frac{1}{\tan 45°} = \frac{1}{1} = 1$ , $\cot^2 45° = 1$

$\sec 30° = \frac{1}{\cos 30°} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ , $\sec^2 30° = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$

$\sin^2 60° = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

ดังนั้น $x = \cot^2 45° + \frac{3}{4}\sec^2 30° - \frac{1}{3}\sin^2 60° = 1 + \frac{3}{4}\left(\frac{4}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4}$

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

$x = \cot^2 45° + \frac{3}{4}\sec^2 30° - \frac{1}{3}\sin^2 60°$

$= \frac{1}{\tan^2 45°} + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{\cos^2 30°}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 1 + \frac{3}{4}\left(\frac{4}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}\right)$

$= \frac{3}{4}$

<u>ดังนั้นคำตอบ คือ</u> $x = \frac{3}{4}$

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และกำหนดให้ 5cos B = 4 จงหาค่าของ 2cosec B tan A

<u>วิธีทำ</u> 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และ 5cos B = 4
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ค่าของ 2cosec B tan A

2. วางแผนการแก้ปัญหา

2.1 จาก 5cos B = 4 จะได้ว่า cos B = $\frac{4}{5}$ นั่นคือ ด้านประชิดมุม B ยาว = 4 หน่วย และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย

2.2 หาความยาวด้านที่เหลือ (ด้านตรงข้ามมุม B) โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

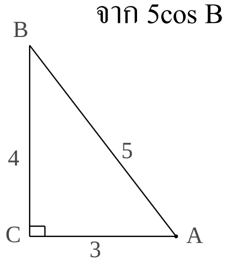
2.3 วาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC กำหนดชื่อมุม และเขียนความยาวของแต่ละด้าน

2.4 หาค่า tan A และหาค่า cosec B จาก cosec B = $\frac{1}{\sin B}$

2.5 แทนค่า tan A และ cosec B ลงในสมการเพื่อหาคำตอบ

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

จาก 5cos B = 4 จะได้ว่า cos B = $\frac{4}{5}$ ซึ่งสามารถวาดรูปสามเหลี่ยม ABC ได้ ดังนี้



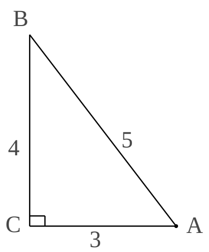

และจากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ว่า $5^2 = AC^2 + 4^2$

ดังนั้น AC = 3 หน่วย

นั่นคือ tan A = $\frac{BC}{AC} = \frac{4}{3}$ และ cosec B = $\frac{1}{\sin B} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$

ดังนั้น 2cosec B tan A = $2\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{40}{9}$

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ




พิจารณาสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ว่า $5^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

และ cos B = $\frac{4}{5}$ ดังนั้น tan A = $\frac{4}{3}$ และ cosec B = $\frac{1}{\sin B} = \frac{5}{3}$

นั่นคือ 2cosec B tan A = $2\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{40}{9}$

<u>ดังนั้นคำตอบ คือ</u> 2cosec B tan A = $\frac{40}{9}$

3. กำหนดค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังตาราง และให้ $\sin\theta = 0.3356$ จงหาว่า $\theta$ มีค่าประมาณเท่าใด

| $\theta$ | $\sin\theta$ | $\cos\theta$ | $\tan\theta$ |
|---|---|---|---|
| 15° | .259 | .966 | .268 |
| 16° | .276 | .961 | .287 |
| 17° | .292 | .956 | .306 |
| 18° | .309 | .951 | .325 |
| 19° | .326 | .946 | .344 |
| 20° | .342 | .940 | .364 |

<u>วิธีทำ</u> 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ ตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ และ $\sin\theta = 0.3356$
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ $\theta$ มีค่าเท่าใด

2. วางแผนการแก้ปัญหา

2.1 อ่านค่าไซน์จากตาราง จะได้ว่าค่า $\sin\theta = 0.3356$ อยู่ระหว่าง $\sin 19°$ และ $\sin 20°$

2.2 เทียบบัญญัติไตรยางศ์ หาค่า $\theta$

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

จาก $0.326 = \sin 19°$, $0.342 = \sin 20°$, และ $\sin\theta = 0.3356$

จะได้ว่า ค่าไซน์ต่างกัน 0.016 มุมต่างกัน 1°

ค่าไซน์ต่างกัน 0.0096 มุมต่างกัน $\frac{1}{0.016} \times 0.0096 = 0.6°$

ดังนั้น $\theta = 19° + 0.6° = 19.6°$

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

$\sin 19° = 0.326$, $\sin 20° = 0.342$

จะได้ว่า มุมต่างกัน 1° ค่าไซน์ต่างกัน 0.016

มุมต่างกัน 0.6° ค่าไซน์ต่างกัน $0.016 \times 0.6 = 0.0095$

นั่นคือ $\sin 19.6° = 0.326 + 0.0095 = 0.3356$

<u>ดังนั้นคำตอบ</u> <u>คือ</u> $\theta = 19.6°$

4. กำหนดให้ $\sin 86° = 0.998$ และ $\cos 86° = 0.070$ จงหาว่า $\cos 4° + \tan 86° - 2 \sin 4°$ มีค่าเท่าใด

<u>วิธีทำ</u> 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ $\sin 86° = 0.998$ และ $\cos 86° = 0.070$
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ $\cos 4° + \tan 86° - 2 \sin 4°$ มีค่าเท่าใด

2. วางแผนการแก้ปัญหา

2.1 หาค่า $\cos 4°$, $\tan 86°$ และ $\sin 4°$ จากความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

$\cos 4° = \sin (90° - 4°) = \sin 86°$

$\sin 4° = \cos (90° - 4°) = \cos 86°$

$\tan 86° = \dfrac{\sin 86°}{\cos 86°}$

2.2 นำค่า $\cos 4°$, $\tan 86°$ และ $\sin 4°$ ไปแทนค่าสมการที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

$$\begin{aligned}\cos 4° + \tan 86° - 2 \sin 4° &= \sin 86° + \frac{\sin 86°}{\cos 86°} - 2(\cos 86°)\\ &= 0.998 + \frac{0.998}{0.070} - 2(0.070)\\ &= 0.998 + 14.257 - 0.140\\ &= 15.115\end{aligned}$$

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

$\cos 4° = \sin 86° = 0.998$

$\sin 4° = \cos 86° = 0.070$ , $2 \sin 4° = 0.140$

$\tan 86° = \dfrac{\sin 86°}{\cos 86°} = \dfrac{0.998}{0.070} = 14.257$

จะได้ว่า $\cos 4° + \tan 86° - 2 \sin 4° = 0.998 + 14.257 - 0.140 = 15.115$

<u>ดังนั้นคำตอบ คือ</u> $\cos 4° + \tan 86° - 2 \sin 4° = 15.12$

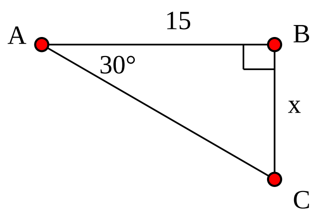
5. A และ B เป็นจุดสองจุดบนฝั่งคลองเดียวกันห่างกัน 15 เมตร และจุด B อยู่ตรงข้ามกับจุด C ซึ่งอยู่อีกฝั่งหนึ่ง ถ้าโยงเชือกกับจุด A, B และ C จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่ง มุม BAC มีขนาด 30° จงหาว่าคลองกว้างกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

วิธีทำ 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ A, B และ C เป็นจุดอยู่บนฝั่งคลอง โดย A และ B อยู่บนฝั่งเดียวกัน แต่จุด C อยู่ฝั่งตรงข้ามกับจุด B เมื่อโยงเชือกกับจุดทั้งสาม จะได้ว่า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม B เป็นมุมฉาก มุม A มีขนาด 30° และ AB ยาว 15 เมตร

- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ คลองกว้างกี่เมตร (BC ยาวกี่เมตร)

2. วางแผนการแก้ปัญหา



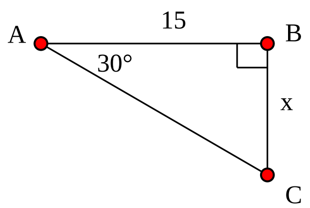

2.1 วาดรูปสามเหลี่ยม ABC โดยที่มุม B เป็นมุมฉาก มุม A มีขนาด 30° และ AB ยาว 15 เมตร

2.2 กำหนดให้ BC ยาว x เมตร นั่นคือ กำหนดให้คลองกว้าง x เมตร

2.3 หาค่า x จากค่า $\tan 30° = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } 30°}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } 30°}$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

3. ดำเนินการแก้ปัญหา




จากรูปจะได้ว่า $\tan 30° = \dfrac{x}{15} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

ดังนั้น $x = 5\sqrt{3} \approx 5(1.732) \approx 8.66$

นั่นคือ คลองกว้างประมาณ 8.66 เมตร

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

จาก $\tan 30° = \dfrac{\text{ความยาวด้านตรงข้ามมุม } 30°}{\text{ความยาวด้านประชิดมุม } 30°} = \dfrac{x}{15} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

จะได้ว่า $x = 5\sqrt{3} \approx 5(1.732) \approx 8.66$

BC ยาว x เมตร และ BC คือ ความกว้างของคลอง ดังนั้นคลองกว้างประมาณ 8.66 เมตร

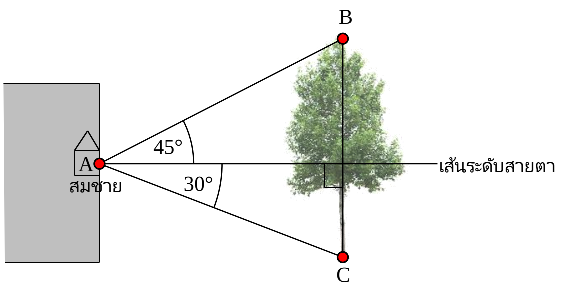
ดังนั้นคำตอบ คือ คลองกว้างประมาณ 8.66 เมตร

6. สมชายมองต้นไม้ต้นหนึ่งจากหน้าต่างบ้านของเขา พบว่ามุมก้มซึ่งมองไปยังโคนต้นไม้มีขนาด 30° และมุมเงยซึ่งมองไปยังยอดของต้นไม้มีขนาด 45° ถ้าต้นไม้ต้นนี้อยู่ห่างบ้านของสมชาย 10 เมตร จงหาว่าต้นไม้สูงกี่เมตร ($\sqrt{3} \approx 1.732$)

วิธีทำ 1. ทำความเข้าใจปัญหา

- ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คือ สมชายมองต้นไม้ต้นหนึ่งจากหน้าต่างบ้านด้วยมุมก้ม 30° จะเห็นโคนต้นไม้ และเมื่อมองด้วยมุมเงย 45° จะมองเห็นยอดต้นไม้ และต้นไม้ต้นนี้อยู่ห่างบ้านของสมชาย 10 เมตร
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ ต้นไม้สูงกี่เมตร

2. วางแผนการแก้ปัญหา




2.1 วาดภาพจากข้อมูลที่โจทย์กำหนด โดยกำหนดให้ จุด A แทน สมชาย จุด B แทนยอดต้นไม้ และจุด C แทน โคนต้นไม้ และ AD แทนเส้นระดับสายตา ดังรูป

2.2 กำหนดมุม DAB มีขนาด 45 และมุม DAC มีขนาด 30° และเนื่องจากต้นไม้อยู่ห่างจากบ้านสมชาย 10 เมตร ดังนั้น AD ยาว 10 เมตร

2.3 หาความสูงของต้นไม้ โดยใช้ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45°, 30°

3. ดำเนินการแก้ปัญหา

จาก $\tan 45^\circ = \frac{BD}{10} = 1$ ดังนั้น BD ยาว 10 เมตร

จาก $\tan 30^\circ = \frac{DC}{10} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ดังนั้น DC ยาว $\frac{10\sqrt{3}}{3} \approx 5.77$ เมตร

ดังนั้น ต้นไม้สูง เท่ากับ $10 + 5.77 \approx 15.77$ เมตร

4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ

ต้นไม้สูงเท่ากับความยาวของ BD + DC

จาก $\tan 45^\circ = \frac{BD}{10} = 1$ จะได้ BD ยาว 10 เมตร

และ จาก $\tan 30^\circ = \frac{DC}{10} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ จะได้ DC ยาว $\frac{10\sqrt{3}}{3} \approx 5.77$ เมตร

ดังนั้น ต้นไม้สูง ประมาณ $10 + 5.77 \approx 15.77$ เมตร

<u>ดังนั้นคำตอบ คือ</u> ต้นไม้สูง ประมาณ 15.77 เมตร

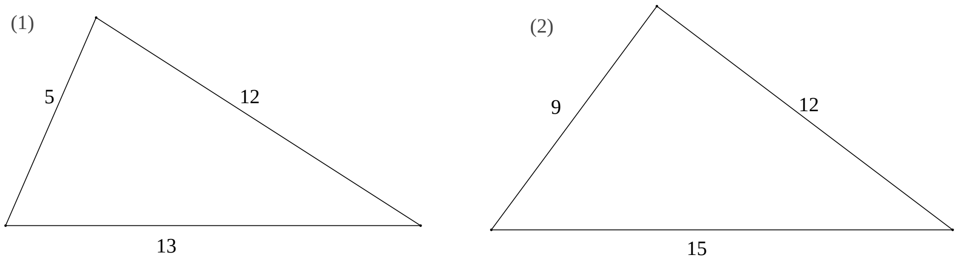
**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์**
**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

<u>คำชี้แจง</u> 1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 1 คาบ (50 นาที)

2. แบบทดสอบนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษร ก ข ค ง ที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ลงในกระดาษคำตอบ

---

1. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง



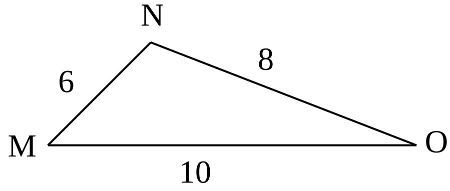

ก. รูปที่ (1) และ (2) เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข. รูปที่ (1) เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แต่ รูปที่ (2) ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ค. รูปที่ (1) ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ รูปที่ (2) เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ก. รูปที่ (1) และ (2) ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

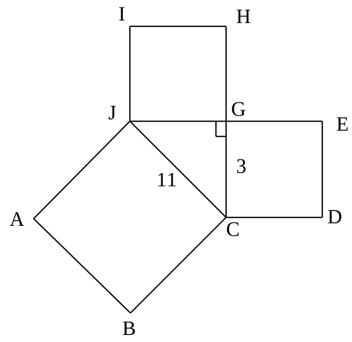
2. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม MNO ดังรูป จงหาว่ารูปสามเหลี่ยม MNO มีพื้นที่เท่าใด




ก. 24 ตร.ซม. ข. 30 ตร.ซม.

ค. 40 ตร.ซม. ง. 48 ตร.ซม.

3. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCJ, CDEG และ GHIJ เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยม CDEG และ GHIJ มีพื้นที่รวมกันเท่าใด



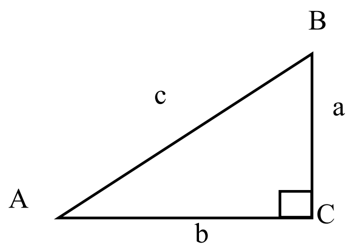

ก. 130 ตารางหน่วย

ข. 121 ตารางหน่วย

ค. 119 ตารางหน่วย

ง. 112 ตารางหน่วย

จากรูปจงตอบคำถามข้อ 4-5




4. sin A + tan B มีค่าตรงกับข้อใด

ก. $\frac{b}{c}+\frac{b}{a}$ ข. $\frac{a}{c}+\frac{b}{a}$ ค. $\frac{a}{c}+\frac{a}{b}$ ง. $\frac{b}{c}+\frac{a}{b}$

5. $\frac{a}{b}$ มีค่าเท่ากับอัตราส่วนตรีโกณมิติข้อใด

ก. sin A ข. $\frac{1}{\sin A}$ ค. tan A ง. $\frac{1}{\tan A}$

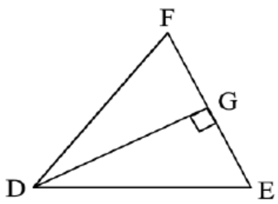
6. กำหนดให้ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และ tan B = $\frac{8}{15}$ จงหาว่า sin A มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{15}{17}$ ข. $\frac{8}{17}$ ค. $\frac{17}{8}$ ง. $\frac{15}{8}$

7. กำหนดให้ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก โดยที่ cos A = $\frac{5}{b}$ และ tan A = $\frac{a}{5}$ แล้ว cos B มีค่า เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{a}{b}$ ข. $\frac{5}{b}$ ง. $\frac{b}{a}$ ง. $\frac{5}{a}$

8. กำหนดให้ DEG เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่ง sin D = 0.5 ถ้ารูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่า DEF มีพื้นที่เท่าใด




ก. $\frac{2}{\sqrt{3}}$　　ข. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ค. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　ง. $\sqrt{3}$

9. $2 \sin A - 3 \cos B + 2 \tan A - \frac{1}{\tan B}$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. sin A – tan A　　ข. tan A – sin A

ค. cos B – tan B　　ง. tan B – cos B

10. ค่าของอัตราส่วนใด <u>แตกต่าง</u> จากข้ออื่น

ก. $\sqrt{3}$　　ข. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　ค. $\tan 30°$　　ง. $\frac{1}{\tan 60°}$

11. $\sin 45° \cos 45° \tan^2 45°$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. sin 45°　　ข. cos 45°　　ค. sin 30°　　ง. cos 30°

12. ให้ $\frac{x}{\cos 60°} - \sin^2 45° = 2 \tan 30° \cos 30° \sin 30°$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{1}{2}$　　ข. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　ค. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　ง. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

13. ข้อใดมีค่า <u>แตกต่าง</u> จากข้ออื่น

ก. $\frac{\cos 30° \sin^2 60°}{\sin^2 30° \cos 60°}$　　ข. $\frac{\cos^2 30° \sin 60°}{\sin 30° \cos^2 60°}$

ค. $3\sqrt{3} \tan^3 45°$　　ง. $\frac{\tan 30°}{\tan^2 60°}$

14. จากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ จงหาว่า อัตราส่วนใดมีค่าใกล้เคียง 0.85 มากที่สุด

| θ | sin θ | cos θ | tan θ |
|---|---|---|---|
| 56° | .829 | .559 | 1.483 |
| 57° | .839 | .545 | 1.540 |
| 58° | .848 | .530 | 1.600 |
| 59° | .857 | .515 | 1.664 |
| 60° | .866 | .500 | 1.732 |

ก. sin 57°　　ข. sin 58°

ค. sin 59°　　ง. sin 60°

15. จากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่กำหนดให้ จงหาว่า sin 26.3 มีค่าเท่าใด

| θ | sin θ | cos θ | tan θ |
|---|---|---|---|
| 23° | .391 | .921 | .424 |
| 24° | .407 | .914 | .445 |
| 25° | .423 | .906 | .466 |
| 26° | .438 | .899 | .488 |
| 27° | .454 | .891 | .510 |

ก. 0.4428 ข. 0.4232

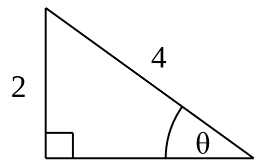
ค. 0.4460 ง. 0.4588

16. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และมุม A กาง 27° จงหาว่าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่าใด

ก. 2,500 ตารางหน่วย ข. 2,525 ตารางหน่วย

ค. 2,550 ตารางหน่วย ง. 2,575 ตารางหน่วย

17. จากรูป จงหาว่า cot θ มีค่าเท่าใด




ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ง. $\sqrt{3}$

18. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ sin 35° cosec 35° มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ข. $\sqrt{3}$ ค. 1 ง. 3

19. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า cot A = $\frac{4}{3}$ แล้ว $\frac{\sec A + \sec B}{\text{cosec}^2 B}$ มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{21}{20}$ ข. $\frac{28}{15}$ ค. $\frac{35}{9}$ ง. $\frac{35}{16}$

20. $(\sin 5° \cos 5° \tan 5° \cot 5° \sec 5° \text{cosec } 5°)^{79}$ มีค่าเท่าใด

ก. 1 ข. 79 ค. $79^6$ ง. 0

21. กำหนดให้ cos 77° = 0.225 แล้ว $\frac{1}{5}$ sin 13° มีค่าเท่าใด

ก. 0.045 ข. 0.225 ค. 0.775 ง. 1.125

22. กำหนดให้ cos 88° = 0.035 แล้ว $\sin^2 2°$ มีค่าเท่าใด

ก. 0.000 ข. 0.001 ค. 0.02 ง. 0.07

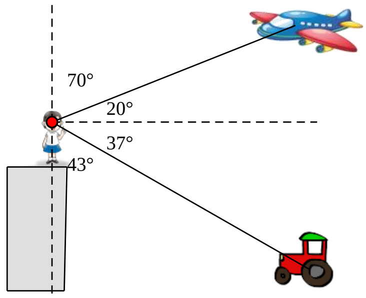
23. ถ้า $\cot A = \frac{12}{5}$ แล้ว $10 \operatorname{cosec} A + 12 \sec A$ มีค่าเท่าใด

ก. 13 ข. 26 ค. 30 ง. 39

24. กำหนดให้ $x = \cot 45° \left(\frac{\sin 52° \sin 12°}{\cos 12° \cos 38°}\right) \tan 78°$ จงหาว่า x มีค่าเท่าใด

ก. 1 ข. 2 ค. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

25. จากรูป จงหาว่าเด็กนักเรียนมองรถยนต์ด้วยมุมก้ม หรือมุมเงยขนาดเท่าใด




ก. มุมก้ม 43° ข. มุมเงย 43° ค. มุมก้ม 37° ง. มุมเงย 37°

26. นกเกาะอยู่บนต้นไม้ต้นหนึ่ง ซึ่งเงาของต้นไม้ทอดถึงตัวแมวพอดี เป็นระยะทาง 28 เมตร ถ้าแมวอยู่ห่างจากนก 56 เมตร นกจะต้องก้มหน้ากี่องศาจึงจะเห็นแมว

ก. 30° ข. 45° ค. 60° ง. 90 °

27. แจนมองเครื่องบินเป็นมุมเงย 60° ซึ่งขณะนั้นแจนอยู่ห่างจากเครื่องบิน $10\sqrt{3}$ กิโลเมตร ถ้าแจนยืนอยู่บนตึกสูง 750 เมตร อยากทราบว่า เครื่องบินอยู่สูงจากพื้นเท่าใด

ก. 15 กิโลเมตร ข. 15.75 กิโลเมตร ค. 22 กิโลเมตร ง. 22.75 กิโลเมตร

28. ปลาที่ผิวน้ำจ้องแมลงที่เกาะอยู่บนดอกไม้ริมน้ำเป็นมุมเงย 30° โดยดอกไม้สูง $2\sqrt{3}$ เซนติเมตร ถ้าปลาพ่นน้ำใส่แมลง จนแมลงตกลงมาบนผิวน้ำในแนวดิ่ง จงหาว่าปลาต้องว่ายน้ำไปกี่เซนติเมตร ถึงจะได้กินแมลง

ก. 2 เซนติเมตร ข. 3 เซนติเมตร ค. 6 เซนติเมตร ง. $4\sqrt{6}$ เซนติเมตร

29. กุ๊กไก่มองจากหน้าต่างห้องชั้นสอง พบว่าถ้ามองด้วยมุมก้ม 60° จะเห็นฐานของตึก A แต่ถ้าเงยหน้า 30° จะมองเห็นยอดของตึก A พอดี ถ้ากุ๊กไก่อยู่ห่างจากยอดของตึก A 20 เมตร จงหาว่าตึก A สูงกี่เมตร

ก. 10 เมตร ข. $20\sqrt{3}$ เมตร ค. $30\sqrt{3}$ เมตร ง. 40 เมตร

30. พี่สนยืนอยู่ระหว่างตึกสองหลัง ถ้าพี่สนมองยอดตึกที่หนึ่งด้วยมุมเงย 30° แล้วหันหลังกลับเขาจะมองเห็นยอดตึกที่สองด้วยมุมเงย 60° กำหนดให้ตึกที่สองสูงกว่าตึกที่หนึ่ง $20\sqrt{3}$ เมตร และตึกทั้งสองห่างกัน 100 เมตร จงหาว่าพี่สนยืนอยู่ห่างจากตึกที่หนึ่งกี่เมตร

ก. 60 เมตร ข. 65 เมตร ค. $67\sqrt{3}$ เมตร ง. 72 เมตร

**เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์**
**เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | ก | 16. | ค |
| 2. | ก | 17. | ง |
| 3. | ข | 18. | ก |
| 4. | ข | 19. | ข |
| 5. | ค | 20. | ก |
| 6. | ก | 21. | ก |
| 7. | ก | 22. | ข |
| 8. | ง | 23. | ง |
| 9. | ข | 24. | ก |
| 10. | ก | 25. | ค |
| 11. | ค | 26. | ค |
| 12. | ก | 27. | ข |
| 13. | ง | 28. | ค |
| 14. | ข | 29. | ง |
| 15. | ก | 30. | ก |

**ภาคผนวก ค**

- ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา
- ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ค่าความสอดคล้องของเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตารางภาคผนวก ค-1 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

| รายการประเมิน | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | ค่าเฉลี่ย | S | การแปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | | |
| 1. มาตรฐานการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 2. ตัวชี้วัด | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3. สาระสำคัญ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4. จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5. สาระการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6. กิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4.20 | 0.45 | เหมาะสมมาก |
| ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4.20 | 0.45 | เหมาะสมมาก |
| ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4.20 | 0.45 | เหมาะสมมาก |
| 7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | | | | | | 4.70 | 0.31 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-2 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

| รายการประเมิน | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | ค่าเฉลี่ย | S | การแปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | | |
| 1. มาตรฐานการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 2. ตัวชี้วัด | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3. สาระสำคัญ | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4. จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5. สาระการเรียนรู้ | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6. กิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา | 4 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.40 | 0.55 | เหมาะสมมาก |
| ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 4 | 4 | 4.40 | 0.55 | เหมาะสมมาก |
| 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | | | | | | 4.73 | 0.38 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-3 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

| รายการประเมิน | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | ค่าเฉลี่ย | S | การแปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | | |
| 1. มาตรฐานการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 2. ตัวชี้วัด | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3. สาระสำคัญ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4. จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5. สาระการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6. กิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4.20 | 0.45 | เหมาะสมมาก |
| ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ | 5 | 4 | 5 | 4 | 4 | 4.40 | 0.55 | เหมาะสมมาก |
| ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 4 | 4 | 4.40 | 0.55 | เหมาะสมมาก |
| ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | | | | | | 4.75 | 0.31 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-4 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

| รายการประเมิน | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | ค่าเฉลี่ย | S | การแปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **คนที่ 1** | **คนที่ 2** | **คนที่ 3** | **คนที่ 4** | **คนที่ 5** | | | |
| 1. มาตรฐานการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 2. ตัวชี้วัด | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3. สาระสำคัญ | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4.40 | 0.55 | เหมาะสมมาก |
| 4. จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5. สาระการเรียนรู้ | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6. กิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | | | | | | 4.77 | 0.40 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-5 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5

| รายการประเมิน | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | ค่าเฉลี่ย | S | การแปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | | |
| 1. มาตรฐานการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 2. ตัวชี้วัด | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3. สาระสำคัญ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4. จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5. สาระการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6. กิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | | | | | | 4.82 | 0.32 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-6 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

| รายการประเมิน | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | ค่าเฉลี่ย | S | การแปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | | |
| 1. มาตรฐานการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 2. ตัวชี้วัด | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3. สาระสำคัญ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4.20 | 0.45 | เหมาะสมมาก |
| 4. จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5. สาระการเรียนรู้ | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6. กิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4.20 | 0.45 | เหมาะสมมาก |
| 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4.20 | 0.45 | เหมาะสมมาก |
| เฉลี่ย | | | | | | 4.63 | 0.40 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-7 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7

| **รายการประเมิน** | **ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ** | | | | | **ค่าเฉลี่ย** | **S** | **การแปลผล** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **คนที่ 1** | **คนที่ 2** | **คนที่ 3** | **คนที่ 4** | **คนที่ 5** | | | |
| 1. มาตรฐานการเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 2. ตัวชี้วัด | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3. สาระสำคัญ | 4 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4.40 | 0.55 | เหมาะสมมาก |
| 4. จุดประสงค์การเรียนรู้ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5. สาระการเรียนรู้ | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6. กิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | | | | |
| ขั้นที่ 1 ขั้นระบุและนิยามปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดกระบวนการแก้ปัญหา | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลการแก้ปัญหา | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| ขั้นที่ 5 ขั้นซึมซับทางความคิด | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 4.80 | 0.45 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 7. สื่อ/ แหล่งเรียนรู้ | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4.60 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4.40 | 0.55 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | | | | | | 4.75 | 0.37 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-8 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ | ค่าเฉลี่ย | การแปลผล |
|---|---|---|
| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 | 4.70 | เหมาะสมมากที่สุด |
| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 | 4.73 | เหมาะสมมากที่สุด |
| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 | 4.75 | เหมาะสมมากที่สุด |
| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 | 4.77 | เหมาะสมมากที่สุด |
| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 | 4.82 | เหมาะสมมากที่สุด |
| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 | 4.63 | เหมาะสมมากที่สุด |
| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 | 4.75 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | 4.74 | เหมาะสมมากที่สุด |

ตารางภาคผนวก ค-9 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| **ข้อที่** | **ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ** | | | | | **IOC** | **ผลการวิเคราะห์** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **คนที่ 1** | **คนที่ 2** | **คนที่ 3** | **คนที่ 4** | **คนที่ 5** | | |
| 1. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 2. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 3. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 4. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 5. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 6. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 7. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 8. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 9. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 10. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 11. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 12. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |

ตารางภาคผนวก ค-10 ผลการประเมินความสอดคล้องของเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| **รายการประเมิน** | **ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ** | | | | | **IOC** | **ผลการวิเคราะห์** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **คนที่ 1** | **คนที่ 2** | **คนที่ 3** | **คนที่ 4** | **คนที่ 5** | | |
| 1. การทำความเข้าใจปัญหา | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 2. การวางแผนการแก้ปัญหา | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 3. การดำเนินการแก้ปัญหา | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 4. การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |

ตารางภาคผนวก ค-11 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

| **ข้อที่** | **ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ** | | | | | **IOC** | **ผลการวิเคราะห์** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **คนที่ 1** | **คนที่ 2** | **คนที่ 3** | **คนที่ 4** | **คนที่ 5** | | |
| 1. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 2. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 3. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 4. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 5. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 6. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 7. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 8. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 9. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 10. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 11. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 12. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 13. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 14. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 15. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 16. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 17. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 18. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 19. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 20. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 21. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 22. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 23. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 24. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |

ตารางภาคผนวก ค-11 (ต่อ)

| ข้อที่ | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | IOC | ผลการวิเคราะห์ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | |
| 25. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 26. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 27. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 28. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 29. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 30. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 31. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 31. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 33. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 34. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 35. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 36. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 37. | 1 | -1 | 1 | 1 | 1 | .60 | ใช้ได้ |
| 38. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 39. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 40. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 41. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 42. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 43. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 44. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 45. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 46. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 47. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 48. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 49. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |

ตารางภาคผนวก ค-11 (ต่อ)

| ข้อที่ | ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ | | | | | IOC | ผลการวิเคราะห์ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | |
| 50. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 51. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 52. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 53. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 54. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 55. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 56. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 57. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 58. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 59. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |
| 60. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ใช้ได้ |

ตารางภาคผนวก ค-12 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| **ข้อที่** | **p** | **r** | **ผลการพิจารณา** |
|---|---|---|---|
| 1. | .50 | .18 | ไม่นำไปใช้ |
| 2. | .63 | .31 | นำไปใช้ |
| 3. | .64 | .22 | ไม่นำไปใช้ |
| 4. | .52 | .26 | นำไปใช้ |
| 5. | .53 | .12 | ไม่นำไปใช้ |
| 6. | .54 | .31 | นำไปใช้ |
| 7. | .58 | .27 | นำไปใช้ |
| 8. | .44 | .15 | ไม่นำไปใช้ |
| 9. | .55 | .20 | ไม่นำไปใช้ |
| 10. | .58 | .28 | นำไปใช้ |
| 11. | .28 | .14 | ไม่นำไปใช้ |
| 12. | .54 | .31 | นำไปใช้ |

จากตารางภาคผนวก ค-12 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา จำนวน 6 ข้อ จากทั้งหมด 12 ข้อ ซึ่งมีค่าค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .52-.63 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .26-.31 จากนั้นนำมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right]$$

$$= \frac{6}{6-1}\left[1-\frac{40.61}{201.59}\right]$$

$$= (1.2)(0.80)$$

$$= .96$$

นั่นคือ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ .96

ตารางภาคผนวก ค-13 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

| ข้อที่ | p | r | ผลการพิจารณา |
|---|---|---|---|
| 1. | 1 | 0 | ไม่นำไปใช้ |
| 2. | .76 | .24 | นำไปใช้ |
| 3. | .54 | .44 | นำไปใช้ |
| 4. | .90 | .04 | ไม่นำไปใช้ |
| 5. | .70 | .20 | ไม่นำไปใช้ |
| 6. | .74 | .28 | นำไปใช้ |
| 7. | .82 | .20 | ไม่นำไปใช้ |
| 8. | 1 | 0 | ไม่นำไปใช้ |
| 9. | .78 | .36 | นำไปใช้ |
| 10. | .80 | .32 | นำไปใช้ |
| 11. | .80 | .40 | นำไปใช้ |
| 12. | .82 | .12 | ไม่นำไปใช้ |
| 13. | .90 | .20 | ไม่นำไปใช้ |
| 14. | .78 | .44 | นำไปใช้ |
| 15. | .78 | .28 | ไม่นำไปใช้ |
| 16. | .48 | .32 | นำไปใช้ |
| 17. | .82 | .36 | ไม่นำไปใช้ |
| 18. | .52 | .32 | นำไปใช้ |
| 19. | .90 | .12 | ไม่นำไปใช้ |
| 20. | .72 | .32 | นำไปใช้ |
| 21. | 1 | 0 | ไม่นำไปใช้ |
| 22. | .78 | .44 | นำไปใช้ |
| 23. | .82 | .28 | ไม่นำไปใช้ |
| 24. | .70 | .20 | นำไปใช้ |
| 25. | .98 | -.04 | ไม่นำไปใช้ |

ตารางภาคผนวก ค-13 (ต่อ)

| ข้อที่ | p | r | ผลการพิจารณา |
|---|---|---|---|
| 26. | .62 | .44 | นำไปใช้ |
| 27. | .74 | .20 | นำไปใช้ |
| 28. | .62 | .04 | ไม่นำไปใช้ |
| 29. | .64 | .24 | ไม่นำไปใช้ |
| 30. | .62 | .44 | นำไปใช้ |
| 31. | 1 | 0 | ไม่นำไปใช้ |
| 32. | .52 | .24 | นำไปใช้ |
| 33. | .80 | .32 | ไม่นำไปใช้ |
| 34. | .58 | .20 | นำไปใช้ |
| 35. | .76 | .16 | ไม่นำไปใช้ |
| 36. | .62 | .44 | นำไปใช้ |
| 37. | .88 | .08 | ไม่นำไปใช้ |
| 38. | .60 | .24 | นำไปใช้ |
| 39. | .14 | .20 | ไม่นำไปใช้ |
| 40. | .62 | .44 | นำไปใช้ |
| 41. | .88 | .08 | ไม่นำไปใช้ |
| 42. | .24 | .08 | ไม่นำไปใช้ |
| 43. | .76 | .40 | นำไปใช้ |
| 44. | .78 | .36 | นำไปใช้ |
| 45. | .70 | .36 | นำไปใช้ |
| 46. | .62 | -.04 | ไม่นำไปใช้ |
| 47. | .64 | .32 | นำไปใช้ |
| 48. | .42 | .20 | ไม่นำไปใช้ |
| 49. | .92 | .16 | ไม่นำไปใช้ |
| 50. | .80 | .40 | นำไปใช้ |
| 51. | .56 | .16 | ไม่นำไปใช้ |

ตารางภาคผนวก ค-13 (ต่อ)

| ข้อที่ | p | r | ผลการพิจารณา |
|---|---|---|---|
| 52. | .58 | .20 | นำไปใช้ |
| 53. | .56 | .32 | ไม่นำไปใช้ |
| 54. | .44 | .40 | นำไปใช้ |
| 55. | .22 | .28 | ไม่นำไปใช้ |
| 56. | .58 | .12 | ไม่นำไปใช้ |
| 57. | .66 | .20 | นำไปใช้ |
| 58. | .34 | .20 | นำไปใช้ |
| 59. | .46 | .28 | นำไปใช้ |
| 60. | .60 | .16 | ไม่นำไปใช้ |

จากตารางภาคผนวก ค-13 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ จากทั้งหมด 60 ข้อ ซึ่งมีค่าค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .44-.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20-.66 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ตารางภาคผนวก ค-14 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

| ข้อที่ | p | q | pq |
|---|---|---|---|
| 1. | .76 | .24 | .18 |
| 2. | .54 | .46 | .25 |
| 3. | .74 | .26 | .19 |
| 4. | .78 | .22 | .17 |
| 5. | .80 | .20 | .16 |
| 6. | .80 | .20 | .16 |
| 7. | .78 | .22 | .17 |
| 8. | .48 | .52 | .25 |
| 9. | .52 | .48 | .25 |
| 10. | .72 | .28 | .20 |
| 11. | .78 | .22 | .17 |
| 12. | .70 | .30 | .21 |
| 13. | .62 | .38 | .24 |
| 14. | .74 | .26 | .19 |
| 15. | .62 | .38 | .24 |
| 16. | .52 | .48 | .25 |
| 17. | .58 | .42 | .24 |
| 18. | .62 | .38 | .24 |
| 19. | .60 | .40 | .24 |
| 20. | .62 | .38 | .24 |
| 21. | .76 | .24 | .18 |
| 22. | .78 | .22 | .17 |
| 23. | .70 | .30 | .21 |
| 24. | .64 | .36 | .23 |
| 25. | .80 | .20 | .16 |
| 26. | .58 | .42 | .24 |

ตารางภาคผนวก ค-14 (ต่อ)

| ข้อที่ | p | q | pq |
|---|---|---|---|
| 27. | .44 | .56 | .25 |
| 28. | .66 | .34 | .22 |
| 29. | .34 | .66 | .22 |
| 30. | .46 | .54 | .25 |
| | | | $\sum pq = 6.38$ |

จากตารางภาคผนวกที่ 14 สามารถหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2}\right]$$

$$= \frac{30}{30-1}\left[1 - \frac{6.38}{35.93}\right]$$

$$= (1.034)(0.822)$$

$$= .85$$

นั่นคือ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เท่ากับ .85

ตารางภาคผนวก ค-15 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

| **คนที่** | **คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 48 คะแนน)** |
|---|---|
| 1 | 48 |
| 2 | 46 |
| 3 | 46 |
| 4 | 44 |
| 5 | 44 |
| 6 | 42 |
| 7 | 41 |
| 8 | 41 |
| 9 | 39 |
| 10 | 38 |
| 11 | 37 |
| 12 | 36 |
| 13 | 35 |
| 14 | 35 |
| 15 | 33 |
| 16 | 33 |
| 17 | 37 |
| 18 | 40 |
| 19 | 42 |
| 20 | 44 |
| 21 | 45 |
| 22 | 43 |
| 23 | 41 |

ตารางภาคผนวก ค-15 (ต่อ)

| **คนที่** | **คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 48 คะแนน)** |
|---|---|
| 24 | 47 |
| 25 | 46 |
| 26 | 37 |
| 27 | 35 |
| 28 | 33 |
| 29 | 33 |
| 30 | 35 |
| 31 | 39 |
| 32 | 33 |
| 33 | 42 |
| 34 | 38 |
| 35 | 36 |
| 36 | 36 |
| 37 | 47 |
| 38 | 46 |
| 39 | 46 |
| 40 | 43 |
| 41 | 41 |
| 42 | 38 |
| 43 | 46 |
| 44 | 40 |
| 45 | 35 |
| 46 | 35 |
| 47 | 35 |
| 48 | 35 |

ตารางภาคผนวก ค-15 (ต่อ)

| **คนที่** | **คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 48 คะแนน)** |
|---|---|
| 49 | 44 |
| 50 | 35 |
| คะแนนรวม | 1986 |
| คะแนนเฉลี่ย | 39.72 (คิดเป็นร้อยละ 82.75 ของคะแนนเต็ม) |

ตารางภาคผนวก ค-16 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหา

| **คนที่** | **คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)** |
|---|---|
| 1 | 29 |
| 2 | 28 |
| 3 | 27 |
| 4 | 27 |
| 5 | 26 |
| 6 | 26 |
| 7 | 26 |
| 8 | 25 |
| 9 | 25 |
| 10 | 25 |
| 11 | 24 |
| 12 | 23 |
| 13 | 22 |
| 14 | 21 |
| 15 | 19 |
| 16 | 15 |
| 17 | 23 |
| 18 | 25 |
| 19 | 26 |
| 20 | 26 |
| 21 | 27 |
| 22 | 26 |
| 23 | 25 |

ตารางภาคผนวก ค-16 (ต่อ)

| คนที่ | คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน) |
|---|---|
| 24 | 29 |
| 25 | 28 |
| 26 | 24 |
| 27 | 22 |
| 28 | 20 |
| 29 | 19 |
| 30 | 22 |
| 31 | 25 |
| 32 | 19 |
| 33 | 26 |
| 34 | 25 |
| 35 | 22 |
| 36 | 23 |
| 37 | 29 |
| 38 | 28 |
| 39 | 27 |
| 40 | 26 |
| 41 | 26 |
| 42 | 24 |
| 43 | 28 |
| 44 | 25 |
| 45 | 22 |
| 46 | 21 |
| 47 | 20 |
| 48 | 21 |

ตารางภาคผนวก ค-16 (ต่อ)

| **คนที่** | **คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)** |
|---|---|
| 49 | 26 |
| 50 | 20 |
| คะแนนรวม | 1213 |
| คะแนนเฉลี่ย | 24.26<br>(คิดเป็นร้อยละ 80.87 ของคะแนนเต็ม) |

**ภาคผนวก ง**

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 15

One-Sample Statistics

| | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|
| ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 50 | 39.72 | 4.642 | 0.657 |

One-Sample Test

| | Test Value = 33.6 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | Lower | Upper |
| ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 9.322 | 49 | .000 | 6.120 | 4.80 | 7.44 |

ภาพที่ 15 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 16

One-Sample Statistics

| | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|
| การทำความเข้าใจปัญหา | 50 | 11.08 | 1.104 | 0.156 |

One-Sample Test

| | Test Value = 8.4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | Lower | Upper |
| การทำความเข้าใจปัญหา | 17.171 | 49 | 0.000 | 2.680 | 2.37 | 2.99 |

ภาพที่ 16 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจปัญหา โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

3. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 17

One-Sample Statistics

| | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|
| การวางแผนการแก้ปัญหา | 50 | 9.02 | 1.696 | 0.240 |

One-Sample Test

| | Test Value = 8.4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | Lower | Upper |
| การวางแผนการแก้ปัญหา | 2.585 | 49 | 0.013 | 0.620 | 0.14 | 1.10 |

ภาพที่ 17 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

4. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 18

One-Sample Statistics

| | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 50 | 10.40 | 1.370 | 0.194 |

One-Sample Test

| | Test Value = 8.4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | Lower | Upper |
| การวางแผนการแก้ปัญหา | 10.321 | 49 | 0.000 | 2.000 | 1.61 | 2.39 |

ภาพที่ 18 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

5. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 19

One-Sample Statistics

| | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|
| การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ | 50 | 9.22 | 2.102 | 0.297 |

One-Sample Test

| | Test Value = 8.4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | Lower | Upper |
| การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ | 2.758 | 49 | 0.008 | 0.820 | 0.22 | 1.42 |

ภาพที่ 19 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

6. ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 20

One-Sample Statistics

| | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|---|---|---|---|---|
| ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | 50 | 24.26 | 3.109 | 0.440 |

One-Sample Test

| | Test Value = 8.4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | Lower | Upper |
| ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ | 7.415 | 49 | 0.000 | 3.260 | 2.38 | 4.14 |

ภาพที่ 20 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

# ประวัติย่อของผู้วิจัย

| | |
|---|---|
| ชื่อ-สกุล | นางสาวสลิลดา ลิ้มเจริญ |
| วัน เดือน ปีเกิด | 4 กรกฎาคม พ.ศ. 2535 |
| สถานที่เกิด | จังหวัดเพชรบุรี |
| สถานที่อยู่ปัจจุบัน | 46/2 หมู่ 5 ตำบลบ้านแหลม<br>อำเภอบ้านแหลม จังหวัดเพชรบุรี |
| ประวัติการศึกษา | |
| พ.ศ. 2557 | วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์)<br>มหาวิทยาลัยมหิดล |
| พ.ศ. 2560 | การศึกษามหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)<br>มหาวิทยาลัยบูรพา |