


ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ธนวรรณ นัยเนตร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2560
ลิขสิทธิ์นี้เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ธนวรรณ นัยเนตร ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.พรรณทิพา ตันตินัย)



..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.พรรณทิพา ตันตินัย)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นาวาตรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่...11.....เดือน...กรกฎาคม.....พ.ศ. 2560

งานวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางด้าน
วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
(สสวท.)

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงจาก ดร.พรรณทิพา ตันตินัย อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่คอยให้คำปรึกษาและคำชี้แนะในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเมตตากรุณาเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต ประธาน และผู้ช่วยศาสตราจารย์ นาวาตรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร กรรมการ ที่ให้ความเมตตากรุณาในการให้คำแนะนำและคำชี้แนะทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสำเร็จสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ดร.สมกิต อินเทพ คุณครูศุภงค์ ศรีศาลา คุณครูสุจินต์ ชลิตตาภรณ์ และคุณครูณัฐพัชร พัวพันศรี ที่กรุณาเสียสละเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ให้ดียิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียน รองผู้อำนวยการ โรงเรียนทุกฝ่าย และคุณครูโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรีทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์และคอยอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ และขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 และนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4/8 ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือและการดำเนินการทดลอง จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และญาติมิตรทุกท่าน ขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอยสนับสนุน ให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือโดยตลอด จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สวท.) ที่ให้การสนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร และทุนการศึกษาในการทำวิจัยแก่นิสิต โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.)

ขอขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นความกตัญญูแก่บิดาแต่ บิดามารดา ครูบาอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จจนตราบเท่าทุกวันนี้

58910054: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์/ ฟังก์ชัน

ชววรรณ นัยเนตร: ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (THE EFFECTS OF ACTIVE LEARNING MANAGEMENT WITH HIGHER-ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND ACHIEVEMENT OF FUNCTION FOR MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: พรรณทิพา ตันดินัย, ค.ค., เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร, กศ.ด. 204 หน้า, ปี พ.ศ. 2560.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งเป็นแผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลกันยานุกูล จำนวน 49 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง จำนวน 9 แผน แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าทีสำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว (t -test for one sample) ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

58910054: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEY WORDS: ACTIVE LEARNING MANAGEMENT WITH HIGHER-ORDER QUESTIONS/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY/ MATHEMATICAL ACHIEVEMENT/ FUNCTION

THANAWAN NAIYANATE: THE EFFECTS OF ACTIVE LEARNING MANAGEMENT WITH HIGHER-ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY AND ACHIEVEMENT OF FUNCTION FOR MATHAYOMSUKSA 4 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: PANTIPA TANTINAI, Ph.D., VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D. 204 P. 2017.

The purposes of this research were to compare Mathayomsuksa 4 students' mathematical reasoning ability and achievement on function with 70 percent criterion after obtaining instrumental active learning management with higher-order questions. The design of research was One-group posttest-only design. Subjects of this study were 49 Mathayomsuksa 4/6 students who were studying in the second semester of the 2016 school year at Chonkanyanukoon School. They were selected by cluster random sampling method and were taught by 9 Active learning with higher-order questions lesson plans. The instruments for data collection were: mathematical reasoning ability test and achievement test with the reliability of 0.89 and 0.83 respectively. The data were analyzed by means (\bar{X}) standard deviation (S) and t -test for one sample. The results were as follows:

1. The mathematical reasoning ability on Function of Mathayomsuksa 4 students after obtaining instrumental active learning management with higher-order questions was statistically significant higher than 70 percent criterion with a .05 level.

2. The mathematical achievement on Function of Mathayomsuksa 4 students after obtaining instrumental active learning management with higher-order questions was statistically significant higher than 70 percent criterion with a .05 level.

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	6
ประโยชน์ที่ได้รับ.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	14
หลักสูตรสถานศึกษาของ โรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้	
คณิตศาสตร์.....	18
การจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	22
คำถามระดับสูง.....	50
การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง.....	59
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	62
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	77
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	96
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	100
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	100
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	101
การกำหนดแบบแผนการทดลอง.....	113
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	113
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	114
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	115

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	120
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	120
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	120
5 สรุปผลและอภิปรายผล.....	131
สรุปผลการวิจัย.....	132
อภิปรายผล.....	132
ข้อเสนอแนะ.....	138
บรรณานุกรม.....	139
ภาคผนวก.....	148
ภาคผนวก ก.....	149
ภาคผนวก ข.....	158
ภาคผนวก ค.....	185
ภาคผนวก ง.....	197
ภาคผนวก จ.....	199
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	204

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า	
2-1	มาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	18
2-2	หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลา (ชั่วโมง) และน้ำหนักคะแนน.....	20
2-3	ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่ใช้ในงานวิจัย.....	22
2-4	การสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนรู้เชิงรุกของผู้วิจัย.....	31
2-5	บทบาทหน้าที่ของผู้สอนในการเรียนรู้เชิงรุกตามแนวคิดของ CCEA.....	34
2-6	บทบาทของผู้เรียนในการเรียนรู้เชิงรุกตามแนวคิดของ Nist and Holschuh.....	36
2-7	บทบาทของผู้เรียนในการเรียนรู้เชิงรุกตามแนวคิดของ CCEA.....	37
2-8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสวท.....	75
2-9	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของเวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร.....	76
2-10	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสวท.....	76
2-11	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย.....	77
2-12	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุพฤติกรรมการเรียนรู้ คำบ่งชี้การกระทำ และเรื่องที่กระทำ.....	94
3-1	ตารางวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง.....	102
3-2	การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	106
3-3	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	107
3-4	การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	110
4-1	ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบทีของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	121
4-2	ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบทีของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	130

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1	กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 11
2-1	การจัดที่นั่งเป็นรูปตัวยู (U-shape) แบบที่ 1..... 44
2-2	การจัดที่นั่งเป็นรูปตัวยู (U-shape) แบบที่ 2..... 44
2-3	การจัดที่นั่งแบบทีม (Team-style)..... 45
2-4	การจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม (Conference table) แบบที่ 1..... 45
2-5	การจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม (Conference table) แบบที่ 2..... 45
2-6	การจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม (Conference table) แบบที่ 3..... 46
2-7	การจัดที่นั่งแบบวงกลม (Circle) แบบที่ 1..... 46
2-8	การจัดที่นั่งแบบวงกลม (Circle) แบบที่ 2..... 47
2-9	การจัดที่นั่งแบบกลุ่มซ้อนกลุ่ม (Group on group)..... 47
2-10	การจัดที่นั่งแบบสถานีงาน (Workstations)..... 48
2-11	การจัดที่นั่งแบบแตกคูก (Breakout grouping)..... 48
2-12	การจัดที่นั่งรูปตัววี (Chevron arrangement)..... 48
2-13	การจัดที่นั่งแบบชั้นเรียนปกติ (Traditional classroom)..... 49
2-14	การจัดที่นั่งแบบหอประชุม (Auditorium)..... 49
2-15	การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง..... 61
2-16	ระดับของการให้เหตุผลตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick..... 63
4-1	ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน..... 122
4-2	ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน สำหรับกรณีที่ 1..... 123
4-3	ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน สำหรับกรณีที่ 1..... 124
4-4	ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน สำหรับกรณีที่ 2..... 125

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-5 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน สำหรับกรณีที่ 3.....	126
4-6 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน สำหรับกรณีที่ 1.....	127

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการพัฒนาคนให้มีศักยภาพให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงในศตวรรษที่ 21 นั้น จำเป็นต้องอาศัยระบบการศึกษาที่มีคุณภาพ ที่เน้นพัฒนาศักยภาพของบุคคลให้มีความรู้อย่างรอบด้าน มีคุณธรรมและจริยธรรม มีทักษะในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง สามารถคิดพิจารณาตัดสินใจสิ่งต่าง ๆ อย่างสมเหตุสมผล รวมถึงผลิตผลงานที่มีคุณภาพเพื่อตอบสนองต่อความต้องการของประเทศ ดังเช่นการจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติของประเทศไทย พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2542 ในมาตรา 6 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้เป็นบุคคลที่มีคุณธรรม จริยธรรม มีสติปัญญา ความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การคิดแก้ปัญหา รวมถึงทักษะต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการประกอบอาชีพในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลง รู้จักแสวงหาความรู้เพื่อใช้ในการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2542; กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 4-5) ซึ่งคณิตศาสตร์จัดเป็นหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้ที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาชีวิตของมนุษย์ ทำให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถ่องถ้วนรอบคอบ ช่วยคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56) นอกจากนี้เมื่อพิจารณาถึงทักษะการให้เหตุผลของมนุษย์จะพบว่าเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการพัฒนาระดับสติปัญญา ช่วยให้บุคคลสามารถคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล นำไปสู่การพัฒนาตนเองและลดพฤติกรรมเสี่ยงที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต รวมถึงเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนสามารถใช้ชีวิตได้อย่างประสบความสำเร็จในศตวรรษที่ 21 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ก, หน้า 39; วิชัย เสวถงาม, 2557, หน้า 207)

ถึงแม้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญมากเพียงใดก็ตาม แต่ยังมีผู้เรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังต้องความสามารถในการแสดงเหตุผลหรือการอ้างอิงเหตุผลประกอบการอธิบาย (สสวท., 2555 ข, หน้า 1) สืบเกิดได้จากผลการประเมินนานาชาติ TIMSS (Trends in International

Mathematics and Science Study) ที่มุ่งประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ทั้งในด้านเนื้อหา อันได้แก่ จำนวน พีชคณิต เรขาคณิต ข้อมูลและโอกาส และด้านพฤติกรรม การเรียนรู้ ซึ่งได้แก่ ความรู้ การประยุกต์ใช้ และการใช้เหตุผล โดยผลการประเมินในปี ค.ศ. 2011 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยด้านเนื้อหาวิชาและด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เท่ากับ 427 และ 458 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งมีเกณฑ์อยู่ในระดับต่ำ เมื่อเทียบกับค่า กลางของการประเมิน คือ 500 คะแนน (สสวท., 2556, หน้า 9-13) และจากการพิจารณาผล การประเมินนักเรียนนานาชาติ PISA (Programme for International Student Assessment) ที่มุ่ง ประเมินความสามารถของผู้เรียนในการคิด ใช้ และตีความทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการอธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ (สสวท., 2558 ก, หน้า 8) โดยผลการประเมินในปี ค.ศ. 2006, 2009 และ 2012 พบว่าผู้เรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 417, 419 และ 427 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่า ผลคะแนนดังกล่าวถูกจัดให้อยู่ในกลุ่มต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มประเทศ OECD (Organization for Economic Co-operation and Development) คือ 500 คะแนน (สุนีย์ คล้ายนิล ปรีชาญู เดชศรี และอัมพิกา ประโมจันย์, 2550, หน้า 25; โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, หน้า 113, 2557, หน้า 40) ประกอบกับ ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในระดับประเทศของกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการทดสอบเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อใช้ ในการปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนของโรงเรียน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.), 2558 ข) พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยในปีการศึกษา 2556, 2557 และ 2558 เท่ากับ 20.48, 21.74 และ 26.59 คะแนน ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สำนักงาน รับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (สมศ.), 2557; สทศ., 2558 ก) ซึ่งถึงแม้คะแนน เฉลี่ยในแต่ละปีจะเพิ่มขึ้น แต่ยังคงไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาผลการทดสอบในระดับสถานศึกษาของโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี พบว่า ผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบทางการศึกษา ระดับขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในปีการศึกษา 2556, 2557 และ 2558 เท่ากับ 26.96, 30.13 และ 34.84 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งถึงแม้คะแนนเฉลี่ยในแต่ละปีจะสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ แต่ยังคง ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ประกอบกับผลการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนชล กันยานุกูล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้ทางเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับความรู้ความจำ นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่ได้ไปปรับใช้กับสถานการณ์อื่น ซึ่งส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ และเมื่อครูให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับที่มาของคำตอบที่ได้ พบว่า

นักเรียนไม่สามารถอธิบายได้อย่างสมเหตุสมผล โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ฟังก์ชัน ที่พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามนั้นได้ เนื่องด้วยเนื้อหาที่สอนนั้นส่วนใหญ่เป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และหลักการต่าง ๆ ทำให้ผู้เรียนเกิดความสับสนและไม่สามารถเรียบเรียงเหตุผลประกอบการตอบคำถามได้ ซึ่งสาเหตุอาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนการสอนที่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับการให้เหตุผลของนักเรียนเท่าที่ควร ทำให้ผู้เรียนขาดทักษะการคิดให้เหตุผล ซึ่งนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ (ณัฐพัชร พัวพันศรี; จินตรัตน์ ชำรงวิริยะวงศ์; ดิษพล เนตรนิมิตร, สัมภาษณ์, 28 กันยายน 2559)

จากการศึกษาผลการประเมินนักเรียนในระดับ โรงเรียน ระดับชาติ และระดับนานาชาติ ประกอบกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนดังกล่าวข้างต้น สะท้อนให้เห็นถึงการขาดความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ทั้งในด้านการให้เหตุผลและในด้านเนื้อหาสาระที่จำเป็นต่อการเรียนในระดับที่สูงขึ้น อีกทั้งผู้เรียนยังไม่สามารถนำความรู้ ความเข้าใจที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปปรับใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจเมื่อเผชิญกับสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 13) ซึ่งสาเหตุอาจเนื่องมาจากความคุ้นเคยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของผู้สอนที่ยังคงสอนเพื่อให้ความรู้แก่ผู้เรียน ผู้เรียนเรียนจากผู้สอน ทำโจทย์ตามตัวอย่าง และหาคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว (สสวท., 2558 ข, หน้า 45) สอดคล้องกับคำกล่าวของสถาพร พุฒพิทกุล (2555, หน้า 4) ที่ว่า การจัดการเรียนการสอนที่ผ่าน ๆ มาครูไทยส่วนใหญ่ยังจัดการเรียนรู้ในลักษณะเน้นเนื้อหาความจำ เน้นการฟังบรรยายจากครู เน้นการถ่ายทอดองค์ความรู้จากครูผู้สอน ไปสู่ผู้เรียนเป็นหลัก บางคนอาจเรียกว่าการเรียนรู้แบบผู้รับ หรือแบบซึมซับจากสิ่งที่ครูสอนอธิบาย (Passive learning) มากกว่าการเรียนรู้ที่ผู้เรียนลงมือกระทำด้วยตนเอง (Active learning) ด้วยเหตุนี้เอง จึงน่าจะเป็นสาเหตุสำคัญสาเหตุหนึ่งที่ส่งผลให้การศึกษไทยไม่ประสบความสำเร็จในด้านคุณภาพของผู้เรียนตามที่หลักสูตรต้องการ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้เชิงรุก (Active learning) พบว่าการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสนในการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง และมีส่วนร่วมในการลงมือปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียนอย่างกระตือรือร้น มากกว่าการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้จากการท่องจำเนื้อหาสาระที่ผู้สอนมอบให้ในห้องเรียน โดยการจัดการเรียนรู้เชิงรุกจะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการอภิปรายความรู้หรือประเด็นต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูดคุย คิดหาเหตุผล สะท้อนแนวคิด แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน และยังพัฒนาการคิดขั้นสูง อันได้แก่ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่าจากกิจกรรมการเรียนรู้ รวมทั้งการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนให้ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลประกอบ

การหาคำตอบของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล ในขณะที่ผู้สอนจะต้องลดบทบาทในการสอนและมอบความรู้แก่ผู้เรียน แต่ควรออกแบบกิจกรรมและจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการฟัง อ่าน เขียน แสดงความคิดเห็นและการคิดขั้นสูง และผู้สอนควรให้คำชี้แนะ คำแนะนำ คอยอำนวยความสะดวก หรือ ใช้คำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียนให้เกิดการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือ ประยุกต์ใช้ความรู้ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นและสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง จนนำไปสู่การปรับใช้กับการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องนอกห้องเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ (Bonwell & Eison, 1991, p. 2; Silberman, 1996, p. ix; Collins & O'Brien, 2003, p. 5; บุญหา วัฒนะ, 2546, หน้า 30-31; สุระ บรรจงจิตร, 2551, หน้า 34-38; สถาพร พุทธิพิบูล, 2555, หน้า 5; สุพรรณิ ชาญประเสริฐ, 2557, หน้า 3-5) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ พรณทิพา ทองนวล (2554, หน้า 198) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวา (Active learning) โดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนมีความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ประกอบกับงานวิจัยของวาสนา เจริญไทย (2557, หน้า 75) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ผู้เรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และในทำนองเดียวกันกับงานวิจัยของศิริมา วงษ์สกุลดี (2558, หน้า 123) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้น การจัดการเรียนรู้เชิงรุกจึงน่าจะเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียนได้ และส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้กว้างขวางมากขึ้น นอกจากนี้การใช้คำถามในชั้นเรียนเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้สอนควรนำไปปรับใช้กับการจัดการเรียนการสอนเชิงรุก เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น กล่าวหาเมื่อเกิดข้อสงสัย นำไปสู่การสืบค้นหาคำตอบและเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง (Wragg & Brown, 2001, p. 56)

การใช้คำถามในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของผู้สอนยังเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญอย่างยิ่งที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความคิดกระตุ้นหรือรื้อฟื้นในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากคำถามจะช่วยกระตุ้นความคิดของผู้เรียนให้เกิดการคิดวิเคราะห์ หาเหตุผล เปรียบเทียบ ข้อเท็จจริงต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง (สิริพร ทิพย์คง, 2543, หน้า 15) และหากพิจารณาถึงคำถามระดับสูง จะพบว่า เป็นคำถามประเภทหนึ่งที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผล สังเคราะห์ และประเมินค่าเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยผู้เรียนจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เคยเรียนมา หรือ ประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานในการสรุปคำตอบ และยังเป็นคำถามที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสามารถสืบค้นหาข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นของตนเอง แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน เข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนมากยิ่งขึ้น และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองในระหว่างการอภิปราย จนนำไปสู่การขยายความคิดในการปรับใช้กับการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อมูลข่าวสารที่เกิดขึ้นชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 อย่างราบรื่นของผู้เรียน ซึ่งผู้สอนควรนำคำถามระดับสูงไปปรับใช้กับการจัดการเรียนการสอนของตนเองให้มากขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะในการดำรงชีวิตของตนเอง (Brown, 1975, p. 116; Frazee & Rudnitski, 1995, p. 254; East Carolina University, 2014; สรวาดี เฟิงศรี โคตร, 2549, หน้า 60-61; กัญญา วีรยวธรชน, ม.ป.ป.) นอกจากนี้การใช้คำถามระดับสูงในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนในเนื้อหาต่าง ๆ เนื่องจากส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดระดับสูง เช่น การเปรียบเทียบ ค้นหารูปแบบ หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นต้น ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผล รวมทั้งการใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องของผู้สอนจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยในการใช้ความคิดเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง นำไปสู่การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนอย่างแท้จริง (Krulik & Rudnick, 1996, p. 2; อัมพร ม้าคอง, 2553, หน้า 80-82) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวิฑูรย์ หมทอง (2555, หน้า 85) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ประกอบกับงานวิจัยของดิษพล เนตรนิมิตร (2558, หน้า 116) ที่ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

อีกทั้งสอดคล้องกับงานวิจัยของสิริภพ สินธุประเสริฐ (2559, หน้า 121) ที่ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้น การใช้คำถามระดับสูงจึงน่าจะมีส่วนช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น

จากการศึกษาสาเหตุและสภาพการจัดการเรียนการสอนตามที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองและเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น โดยคำถามระดับสูงจะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรมในชั้นเรียน ให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์หาคำตอบ แสดงเหตุผล และยังส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และสะท้อนแนวคิด ซึ่งนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ผู้เรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูงได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
2. ครูคณิตศาสตร์ได้แนวทางในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูงในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 7 ห้องเรียน รวม 292 คน ซึ่งไม่นับรวมห้องเรียนพิเศษผู้มีความสามารถวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี (Gifted) ห้องเรียนเป็นเลิศทางวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ (Top star) และห้องเรียนพิเศษภาคภาษาอังกฤษ (English program)

2. กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 จำนวน 49 คน ที่เรียนรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ ผู้วิจัยจึงทำการจับสลาก 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง
2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่นำมาใช้ในงานวิจัยเป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลกันยานุกูล ซึ่งเนื้อหาประกอบด้วย

- | | | |
|-----------------------------------|---|-----|
| 1. ความหมายของฟังก์ชัน | 1 | คาบ |
| 2. ฟังก์ชันจาก A ไป B | 1 | คาบ |
| 3. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B | 1 | คาบ |
| 4. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B | 1 | คาบ |
| 5. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B | 1 | คาบ |

6. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	2	คาบ
7. การดำเนินการของฟังก์ชัน	2	คาบ
8. ฟังก์ชันประกอบ	2	คาบ
9. ฟังก์ชันผกผัน	2	คาบ
รวม	13	คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 15 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

1. จำนวนคาบที่ดำเนินการเรียนการสอน	13	คาบ
2. จำนวนคาบที่ทดสอบหลังเรียน	2	คาบ
รวม	15	คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง แสดงความคิดเห็น อภิปราย สะท้อนคิด และมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างกระตือรือร้น ผู้สอนเป็นผู้คอยส่งเสริมและชี้แนะผู้เรียน ให้สามารถเรียนรู้สิ่งนั้นและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ผู้สอนทบทวนความรู้เดิมหรือนำเสนอกิจกรรมใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่หรือแบบกลุ่ม

1.2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม

1.3 ขั้นอภิปรายและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำเสนอและอภิปรายสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

1.4 ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

2. คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างเป็นระบบ สามารถเปรียบเทียบหรือหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล โดยอาศัยความรู้ในระดับความจำ ความเข้าใจ

หรือ การวิเคราะห์ หรือ การสังเคราะห์มาเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงทั้งหมด 5 ประเภท ดังนี้

2.1 คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนอธิบายข้อความต่าง ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแสดงเหตุผล

2.2 คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความเหมือน ความแตกต่างของสองข้อมูลที่กำหนดให้

2.3 คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนบอกชื่อหรือนำเสนอความรู้หรือยกตัวอย่าง โดยอาศัยการสังเกตหรือความรู้ความจำทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ

2.4 คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแยกแยะเรื่องราวเป็นส่วนย่อยหรือพิสูจน์หาความจริงที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราว

2.5 คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนหาข้อสรุปของความสัมพันธ์หรือสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

3. การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง แสดงความคิดเห็น อภิปราย สะท้อนคิด และมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น โดยผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นความคิดของผู้เรียน คอยส่งเสริม และชี้แนะผู้เรียน ให้สามารถเรียนรู้สิ่งนั้นและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการทบทวนความรู้เดิมหรือนำเสนอกิจกรรมใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่ หรือแบบกลุ่ม

3.2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน พร้อมทั้งใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผลหรือความคิดเห็นของตนเอง เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม

3.3 ขั้นอภิปรายและสรุป เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้ผู้เรียนนำเสนอ อภิปราย แสดงความคิดเห็น และให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมจนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

3.4 ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นความคิดของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล สามารถวัดได้โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ของผู้เรียน อันเป็นผลมาจากการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 20 ข้อ โดยระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้ง 4 ระดับ ได้แก่

5.1 ความรู้ความจำ เป็นระดับที่วัดความสามารถในการระลึกเกี่ยวกับข้อเท็จจริงนิยามศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการคิดคำนวณอย่างง่ายตามที่คุณเรียนเคยเรียนมาแล้ว

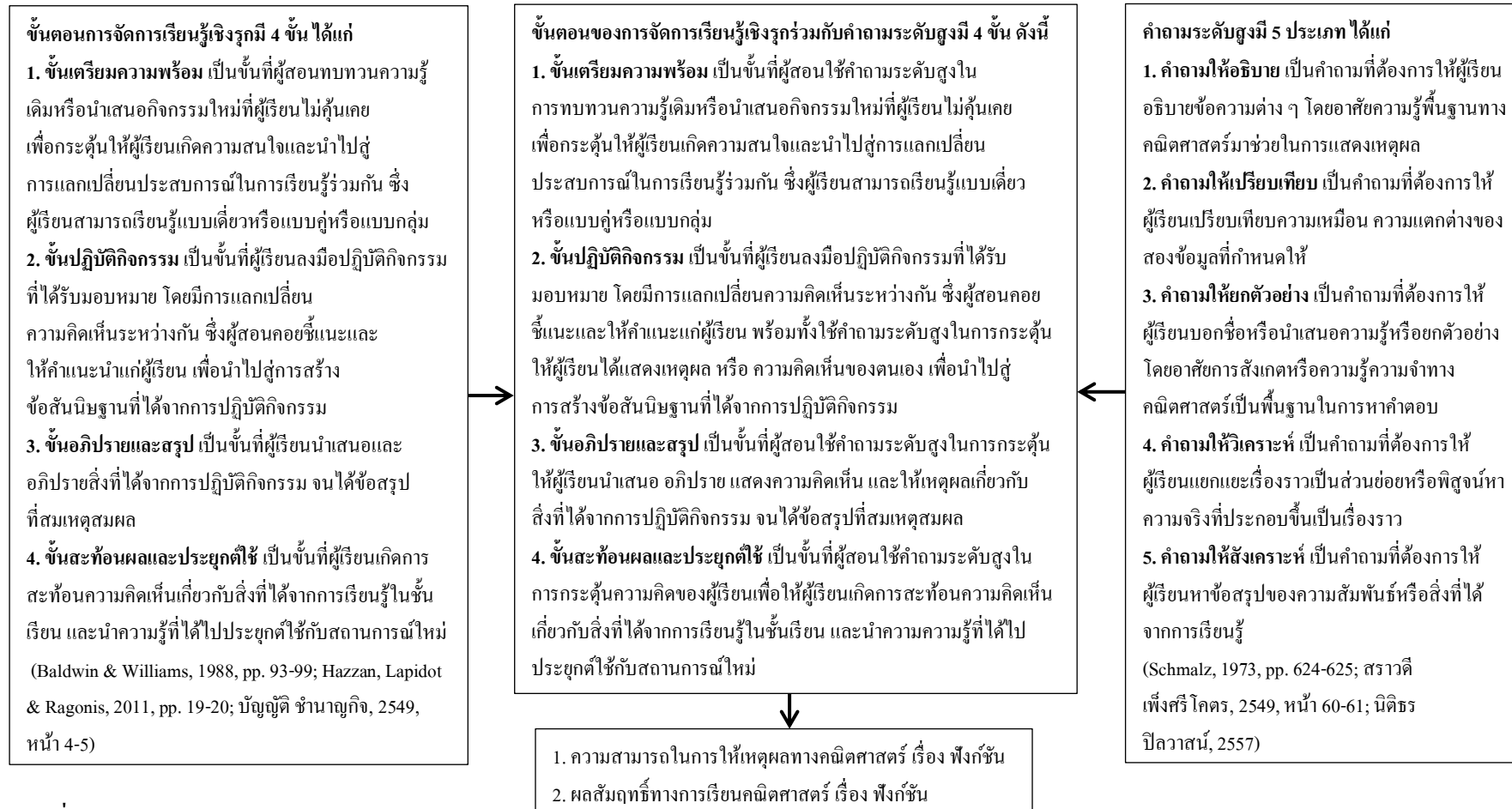
5.2 ความเข้าใจ เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้วมาใช้ในการอธิบาย ยกตัวอย่าง หรือ หาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

5.3 การนำไปใช้ เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนระลึก และประยุกต์ใช้ความรู้วิธีการดำเนินการ บทนิยาม หรือทฤษฎีบทตามที่เคยเรียนมาในการหาคำตอบของปัญหาใหม่ที่ผู้เรียนไม่เคยฝึกมาก่อน หรือ ตีความเพื่อเปรียบเทียบและตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลสองชุด

5.4 การวิเคราะห์ เป็นระดับที่ต้องการให้ผู้เรียนตรวจสอบ แสดงวิธีการพิสูจน์ หรือ แก้ปัญหาที่ไม่เคยฝึกฝนหรือไม่คุ้นเคยมาก่อน แต่อยู่ในขอบเขตเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้ว โดยอาศัยความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

6. เกณฑ์ หมายถึง ข้อกำหนดในการประเมิน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ร่วมกับคำถามระดับสูง ที่จะต้องมีความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับดีขึ้นไป หรือ ร้อยละ 70 ตามที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนด (กระทรวงศึกษาธิการ, 2557, หน้า 22)

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 ความสำคัญของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.2 จุดประสงค์ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.3 คุณภาพผู้เรียน
 - 1.4 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
2. หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.1 คำอธิบายรายวิชา ค 31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
 - 2.2 โครงสร้างรายวิชา ค 31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
3. การจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.1 ที่มาของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.2 ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.3 ลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.5 บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.6 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.7 แนวทางการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.7.1 การจัดกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้เชิงรุก
 - 3.7.2 การจัดสภาพแวดล้อมหรือการจัดที่นั่งในชั้นเรียน

4. คำถามระดับสูง
 - 4.1 ความหมายของคำถามระดับสูง
 - 4.2 ความสำคัญของคำถามระดับสูง
 - 4.3 ประเภทของคำถามระดับสูง
 - 4.4 ลักษณะของคำถามที่ดี
5. การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง
6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายของการให้เหตุผล
 - 6.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.4 รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.6 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.6.1 แนวทางในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.6.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
7. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 7.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 7.2 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 7.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 7.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 8.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 8.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ความสำคัญของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดทำขึ้นสำหรับท้องถิ่น และสถานศึกษาเพื่อใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาและการจัดการเรียน การสอนเพื่อพัฒนาเด็กและเยาวชนไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานให้มีคุณภาพด้าน ความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลงและแสวงหาความรู้ เพื่อพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต และในการกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จะช่วยให้เกิดความชัดเจนในเรื่อง การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน อีกทั้งยังช่วยแก้ปัญหาการเทียบโอนระหว่าง สถานศึกษา ซึ่งการพัฒนาหลักสูตรของทุกระดับจำเป็นต้องสะท้อนคุณภาพการจัดการศึกษาตามที่ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกำหนดไว้ รวมทั้งเป็นกรอบทิศทางในการจัดการศึกษาทุกรูปแบบ และครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 3)

จุดประสงค์ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มี ความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อและประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมาย เพื่อให้เกิดกับ ผู้เรียน เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 5)

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยและ ปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจ พอเพียง
2. มีความรู้อันเป็นสากลและมีความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต
3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมือง ไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิตและ การปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข
5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนา สิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกัน ในสังคม อย่างมีความสุข

คุณภาพผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนเมื่อเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 62-63)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้
3. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซต ไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา
8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ
9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร

การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาคุณภาพผู้เรียนเมื่อเรียนจบในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ผู้เรียนจะได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องระบบจำนวนจริง อัตราส่วนตรีโกณมิติ เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม การแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง สถิติและความน่าจะเป็น รวมถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งงานวิจัยนี้เน้นให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้จากการเรียนเรื่อง ฟังก์ชัน และทักษะและกระบวนการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการอธิบาย ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลในเรื่องของฟังก์ชัน ได้อย่างเหมาะสม

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 5)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิรนัย (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดดังกล่าวข้างต้น จะพบว่า งานวิจัยนี้สอดคล้องกับสาระที่ 4 พีชคณิต ในมาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในมาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยมีรายละเอียดของมาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ดังตารางที่

ตารางที่ 2-1 มาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษา
ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้
มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	- ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน - กราฟของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	-

หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
คำอธิบายรายวิชา ค 31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2

โรงเรียนชลกันยานุกูลได้กำหนดคำอธิบายรายวิชา ค 31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2
จำนวน 2.0 หน่วยกิต เวลา 80 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้ (โรงเรียนชลกันยานุกูล, 2559)

ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ/ กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องดังต่อไปนี้

ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ระบบสมการเชิงเส้น เมทริกซ์ ตัวผกผันการคูณของ
เมทริกซ์ การหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์และการใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

ฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ ผลคูณคาร์ทีเซียน ความสัมพันธ์ โดเมนและเรนจ์ของ
ความสัมพันธ์ ตัวผกผันของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ความหมายของฟังก์ชัน การดำเนินการของ
ฟังก์ชัน และฟังก์ชันผกผัน

เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ระยะทางระหว่างจุดสอง
จุด จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ความชันของเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมี
กราฟเป็นเส้นตรง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ภาคตัดกรวย วงกลม วงรี พาราโบลา
ไฮเพอร์โบลา และการเลื่อนขนาน

โดยใช้ความรู้ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน
สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา
การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์
ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน เชื่อมโยง
ความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับ
ศาสตร์อื่น ๆ

เพื่อให้เกิดคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ
ระเบียบความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ ซื่อสัตย์สุจริต
มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะและมี
ความเชื่อมั่นในตนเองเพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ในฐานะเป็น
พลเมืองไทยและพลโลก

จากคำอธิบายรายวิชา ค 31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ผู้เรียนจะได้เรียนในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบสมการ
เชิงเส้นและเมทริกซ์ ฟังก์ชัน และเรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งผู้วิจัยได้นำเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชัน รวมทั้ง
ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง เพื่อ
ช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากการเรียนเรื่อง ฟังก์ชัน ไปใช้ในการให้เหตุผลประกอบ
การตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างถูกต้องเหมาะสม โดยจะวัดและประเมินผลที่ได้จากการเรียนรู้
จากการใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

โครงสร้างรายวิชา ค 31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โรงเรียนชลกันยานุกูล ได้กำหนดโครงสร้างรายวิชา ค 31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 จำนวน 2.0 หน่วยกิต เวลา 80 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 2-2 (โรงเรียนชลกันยานุกูล, 2559)

ตารางที่ 2-2 หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เวลา (ชั่วโมง) และน้ำหนักคะแนน

ลำดับ ที่	หน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
1	เรขาคณิต วิเคราะห์	1. ทหาระยะระหว่างจุดสองจุด กึ่งกลาง ระยะห่างระหว่าง เส้นตรงกับจุดและระยะห่าง ระหว่างเส้นคู่ขนานได้ 2. หาความชันของเส้นตรง สมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และนำไปใช้ แก้ปัญหาได้ 3. เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟ เป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนด ส่วนต่าง ๆ ของความสัมพันธ์ นั้น ได้ 4. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกน ทางขนานไปใช้เขียนกราฟได้ 5. นำความรู้เรื่องเรขาคณิต วิเคราะห์ไปใช้แก้ปัญหาได้	1. ระยะห่างระหว่างจุด สองจุด 2. จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด 3. ความชันของเส้นตรง 4. เส้นขนาน 5. เส้นตั้งฉาก 6. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็น เส้นตรง 7. ระยะห่างระหว่างเส้นตรง กับจุด 8. ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับ เส้นตรง 9. วงกลม 10. วงรี 11. พาราโบลา 12. ไฮเพอร์โบลา	42
2	ฟังก์ชัน	6. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ความสัมพันธ์ 2. ฟังก์ชัน 3. ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชัน จาก A ไปทั่วถึง B ฟังก์ชันหนึ่ง ต่อหนึ่งจาก A ไป B	18

ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

ลำดับ ที่	หน่วย การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
		7. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้ แก้ปัญหาได้	ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป ทั่วถึง B 4. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด 5. การดำเนินการของฟังก์ชัน 6. ฟังก์ชันประกอบ 7. ฟังก์ชันผกผัน	
3	เมทริกซ์	8. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ เมทริกซ์และการดำเนินการของ เมทริกซ์ 9. หาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มไม่ เกิน 4 ได้ 10. วิเคราะห์และหาคำตอบของ ระบบสมการเชิงเส้นได้	1. เมทริกซ์ 2. ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) 3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์	20
4	กิจกรรม เสริมสร้าง ทักษะ กระบวนการ ทาง คณิตศาสตร์	11. ใช้วิธีหลากหลายใน การแก้ปัญหา ใช้ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและมีความคิด ริเริ่มในการสร้างสรรค์ ในการทำงาน	ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ บูรณาการกับศาสตร์อื่น ๆ และเทคโนโลยีเพื่อเสริมสร้าง ทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ได้อย่าง สร้างสรรค์ สามารถแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ ศาสตร์อื่น ๆ	-
		รวม		80

จากการศึกษาโครงสร้างรายวิชา ค 32102 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 โรงเรียนชลกันยานุกูล ซึ่งประกอบด้วย หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมงบังคับข้างต้น ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกใช้นิยามสาระคณิตศาสตร์ในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชัน โดยมีผลการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่ใช้ในงานวิจัย

หน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
ฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. ฟังก์ชัน 2. ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B 3. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด 4. การดำเนินการของฟังก์ชัน 5. ฟังก์ชันประกอบ 6. ฟังก์ชันผกผัน	15

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ที่มาของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก มาจากคำในภาษาอังกฤษที่เรียกว่า Active learning ซึ่งมีนักการศึกษาและนักวิจัยหลายท่านได้ให้ชื่อเรียกที่แตกต่างกัน เช่น การเรียนรู้ผ่านการลงมือกระทำ (กองบรรณาธิการคุณแม่, 2547) การจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวา (พรรณทิภา ทองนวล, 2554) การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (เชิดศักดิ์ ภัทติวิโรจน์, 2556; สุพิศ ชัยมงคล, 2556; เนาวนิศย์ สงคราม, 2557) เป็นต้น และในที่นี้ผู้วิจัยขอใช้คำว่า “การจัดการเรียนรู้เชิงรุก”

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนรู้ที่มีแนวคิดพื้นฐานมาจากทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism) โดยเป็นทฤษฎีที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเซาว์ ปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) และวิกตอทสกี (Vygotsky) ซึ่งกล่าวถึงการเรียนรู้ของผู้เรียนว่าจะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ และจะเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริงหรือสามารถสร้างความทรงจำระยะยาวได้ เมื่อผู้เรียนเรียนรู้สิ่งเหล่านั้นด้วยตนเอง ซึ่งสมองของผู้เรียนจะมี

การจัดกระทำกับข้อมูลหรือประสบการณ์ใหม่ผ่านทางกระบวนการทางปัญญา (Cognitive process) ตามทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเพียเจต์ กล่าวคือ สมอของนักเรียนจะทำการดูดซึมข้อมูลใหม่ (Assimilation) เมื่อข้อมูลเหล่านั้นสัมพันธ์กับองค์ความรู้เดิม หรือโครงสร้างทางปัญญาเดิม (Schema) แต่ถ้าข้อมูลใหม่ที่ได้รับ ไม่สัมพันธ์กับองค์ความรู้เดิม กล่าวคือ ข้อมูลใหม่นั้นทำให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย หรืออยู่ในสภาวะไม่สมดุล (Disequilibrium) สมอของนักเรียนจะทำการปรับโครงสร้างทางปัญญา (Accommodation) ของตนให้เกิดสภาวะสมดุล (Equilibrium) ซึ่งการปรับโครงสร้างทางปัญญาใหม่อาจทำได้โดยการสืบค้นข้อมูลเพิ่มเติม สอบถามผู้รู้ หรือ ระลึกได้เอง จนเกิดความเข้าใจ แล้วสมอจะนำข้อมูลใหม่ที่ได้ไปเก็บไว้ในโครงสร้างทางปัญญาที่ได้รับ การปรับแล้ว การเรียนของผู้เรียนแต่ละคนอาจแตกต่างกัน ได้ขึ้นอยู่กับสภาพสังคมและวัฒนธรรมของแต่ละคนที่ทำให้การแปลความหมายของสิ่งเดียวกันสามารถแตกต่างกันได้ (ทิสนา เขมมณี, 2558, หน้า 90-92; ชนาธิป พรกุล, 2557, หน้า 72-78)

การจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism) ให้ความสำคัญกับการสร้างโอกาสหรือประสบการณ์การเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ สืบค้นหาความรู้ด้วยตัวเอง เรียนรู้จากประสบการณ์ตรง แก้ปัญหา ทำงานร่วมกับผู้อื่น ฝึกฝนจนชำนาญ และผู้สอนจะเปลี่ยนบทบาทจากผู้บรรยายหรือผู้ให้ความรู้เป็นผู้ให้คำปรึกษา ส่งเสริม ชี้นำ สร้างแรงจูงใจ จัดสภาพแวดล้อม การเลือกรูปแบบ วิธีการสอน เทคนิค รวมถึงสื่อวัตกรรมการที่จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ส่งเสริมมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ความรู้ และประสบการณ์ อันจะส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ อย่างกว้างขวาง ชับซ้อนและหลากหลายมากยิ่งขึ้น สามารถนำตนเองและควบคุมการเรียนรู้ของตนเองได้ เช่น การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นด้วยตนเอง ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น มีความรับผิดชอบในการเรียนรู้ของตนเอง เป็นต้น (สุระ บรรจงจิตร, 2551, หน้า 4; ทิสนา เขมมณี, 2558, หน้า 95; สุนีย์ คล้ายนิล, 2550, หน้า 16)

ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

Bonwell and Eison (1991, p. 2) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือกระทำและตระหนักถึงสิ่งที่ตนเองกำลังกระทำด้วยตนเอง

Collins and O'Brien (2003, p. 5) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่าเป็นกระบวนการส่งเสริมผู้เรียนในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ที่ทำให้ผู้เรียนสะท้อนแนวคิดและทราบวิธีการใช้แนวคิดนั้น ต้องการให้ผู้เรียนประเมินความเข้าใจและทักษะในการจัดการกับความคิดรวบยอดของตนเอง หรือประเมินปัญหาที่มีลักษณะเฉพาะเจาะจง องค์ความรู้ของผู้เรียนเกิดจาก

การได้รับการสนับสนุนและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม

Silberman (1996, p. 9) อธิบายถึงการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่า เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้รับมอบหมายให้ทำงานบ่อยที่สุด ผู้เรียนได้ใช้สมองในการเรียนรู้แนวความคิด แก้ปัญหา และประยุกต์สิ่งที่ได้เรียนรู้ ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว เกิดความสนุก ได้รับการสนับสนุน และการมีส่วนร่วม บ่อยครั้งที่ผู้เรียนจะลุกจากที่นั่งและแสดงความคิดเห็นของตน การเรียนรู้ได้คั้นจะช่วยให้ผู้เรียนได้ยืน ได้เห็น ถามเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนรู้ และอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งนั้นร่วมกับผู้อื่น ซึ่งผู้เรียนจำเป็นต้องลงมือทำด้วยตนเอง ใช้ตัวอย่างประกอบ ทดลอง และฝึกฝน การกระทำเหล่านี้ขึ้นอยู่กับความรูที่ผู้เรียนมีหรือได้รับมา

อุษณีย์ เทพรชัช (2543, หน้า 3) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นลักษณะการเรียนการสอนที่นักศึกษามีโอกาสในการเรียนและมีการควบคุมตัวเองอยู่ในระดับสูง มีอิสระในการทำกิจกรรมและคิดในสิ่งที่กำลังทำด้วย ซึ่งเป็นการฝึกคิดขั้นสูง คือ คิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และประเมินค่า แต่นักศึกษาต้องแสวงหาข้อมูลข่าวสารเอง เพื่อนำไปสู่การแปลความและถ่ายทอด โดยต้องมีกระบวนการวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินค่า และสะท้อนความคิดกลับด้วย เป็นการเรียนการสอนที่กำหนดให้นักศึกษาพูดและเขียนเกี่ยวกับเรื่องที่กำลังเรียน มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในอดีตและประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน นักศึกษาต้องทำอะไร ๆ ที่เกี่ยวข้องกับ การเรียนให้เป็นส่วนหนึ่งของตัวเอง ส่งผลให้นักศึกษามีทักษะในการแก้ปัญหาดีขึ้นและมีเจตคติต่อการเรียนดีขึ้น

บุหงา วัฒนะ (2546, หน้า 30-31) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความหมาย โดยร่วมมือระหว่างผู้เรียนด้วยกัน ในการนี้ครูต้องลดบทบาทในการสอนและการให้ข้อความรู้แก่ผู้เรียน โดยตรงลง แต่ไปเพิ่มกระบวนการและกิจกรรมที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการจะทำกิจกรรมต่าง ๆ มากขึ้น และอย่างหลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ โดยการพูดการเขียน การอภิปรายกับเพื่อน ๆ

ศักดา ไชกิจภิญโญ (2548, หน้า 12) ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่า เป็นการเรียนที่ผู้เรียนต้องหาความหมายและทำความเข้าใจด้วยตนเองหรือร่วมกันกับเพื่อน เช่น ร่วมสืบค้นหาคำตอบ ร่วมอภิปราย ร่วมนำเสนอ และสรุปความคิดรวบยอดร่วมกัน หรือ อีกนัยหนึ่งคือการเปลี่ยนผู้เรียนจากการเป็นผู้ฟังอย่างเดียว (Passive) มาเป็นผู้เรียนที่ร่วมกิจกรรมการแสวงหาความรู้ที่ผู้สอนกำหนด

สุระ บรรจงจิตร (2551, หน้า 34-38) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาศัยหลักการของวิทยาศาสตร์การรู้คิด ในการสร้าง

กระบวนการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับธรรมชาติการทำงานของสมอง ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความตื่นตัว และกระตือรือร้นด้านการรู้คิด (Cognitively active) มากกว่าการฟังผู้สอนในห้องเรียนและการท่องจำ เป็นการพัฒนาทักษะการเรียนรู้ของผู้เรียน ให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องนอกห้องเรียน (Life-long learning)

สถาพร พุทธพิบูล (2555, หน้า 5) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นกระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการสร้างสรรค์ทางปัญญา (Constructivism) ที่เน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ หรือสร้างความรู้ให้เกิดขึ้นในตนเอง ด้วยการลงมือปฏิบัติจริงผ่านสื่อหรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีครูผู้สอนเป็นผู้แนะนำ กระตุ้น หรืออำนวยความสะดวก ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ขึ้น โดยกระบวนการคิดขั้นสูง กล่าวคือ ผู้เรียนมีการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่าจากสิ่งที่ได้รับจากกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างมีความหมายและนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สุพรรณิ ชาญประเสริฐ (2557, หน้า 3) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนรู้ที่ให้ความสำคัญกับประสบการณ์ ความสนใจ ความกระตือรือร้น และการมีส่วนร่วมของผู้เรียน มุ่งเน้นความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองในตัวผู้เรียนมากขึ้น

โดยสรุป การจัดการเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง แสดงความคิดเห็น อภิปราย สะท้อนคิด และมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น ผู้สอนเป็นผู้คอยส่งเสริม ชี้นำ สนับสนุนผู้เรียนให้สามารถเรียนรู้สิ่งนั้นและสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

ลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

มีนักการศึกษาหลายท่านนำเสนอลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

Baldwin and Williams (1988, p. 4) ได้สรุปลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ดังนี้

1. เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่กระตือรือร้นของผู้เรียน
2. เริ่มต้นจากความสนใจ ความต้องการ และการสังเกตของผู้เรียน
3. เสริมสร้างประสบการณ์การเรียนรู้แก่ผู้เรียน ซึ่งสนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ

และการแสดงออกถึงความต้องการของตนเอง

4. สร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมที่นำไปสู่การเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
5. เชื่อว่าจะก่อให้เกิดความรับผิดชอบในเบื้องต้นและการควบคุมการเรียนรู้ของตนเองในผู้เรียน
6. ครูมีหน้าที่คอยช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียน
7. การเรียนรู้จะอยู่บนพื้นฐานของประสบการณ์ ความรู้ และความสามารถของผู้เรียน

8. ครูสามารถเรียนรู้ความต้องการของผู้เรียนได้จากครูท่านอื่นและตัวผู้เรียนเอง
9. สนับสนุนการเรียนรู้อย่างอิสระของผู้เรียน
10. เสริมสร้างกระบวนการเรียนรู้ภายในจิตใจของผู้เรียน
11. มีการประเมินการเรียนรู้ของตนเองของผู้เรียน ซึ่งผู้เรียนต้องตระหนักอยู่เสมอว่าการประเมินตนเองนั้นจะเป็นประโยชน์ต่อตัวผู้เรียนเอง
12. ครูและนักเรียนสร้างข้อตกลงร่วมกันภายในชั้นเรียน เพื่อใช้ในการประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียน

Bonwell and Eison (1991, p. 2) กล่าวถึงลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในชั้นเรียนมากกว่าเรียนรู้แบบเป็นผู้รับฟังฝ่ายเดียว
 2. ผู้เรียนได้รับการสนับสนุนในการทำกิจกรรม เช่น การอ่าน การอภิปราย การเขียน
 3. ให้ความสำคัญกับการพัฒนาทักษะของผู้เรียนมากกว่าการส่งผ่านความรู้
 4. ให้ความสำคัญกับทัศนคติและคุณค่าของการสืบค้น
 5. ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนเพิ่มขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้เรียนที่โตแล้ว
 6. ผู้เรียนสามารถรับผลสะท้อนกลับจากผู้สอนได้ทันที
 7. ผู้เรียนมีการคิดขั้นสูง นั่นคือ มีการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินคุณค่า
- วิธีการที่จะช่วยเพิ่มการจัดการเรียนรู้เชิงรุกของผู้เรียน คือ การส่งเสริมการเขียนในชั้นเรียน ซึ่งทำได้โดยการให้ผู้เรียนนำเสนองานเขียนของตนเองในกลุ่มขนาดเล็ก มีการอภิปราย และแสดงบทบาทสมมติ

บุหงา วัฒนะ (2546, หน้า 32-33) ได้กล่าวถึงลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน
2. มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้เรียนด้วยกัน
3. บรรลุผลสำเร็จทางด้านวิชาการ
4. เกิดทักษะทางด้านการติดต่อสื่อสารระหว่างกัน
5. มีการพัฒนาทักษะกระบวนการคิด ไปสู่ในระดับที่สูงขึ้น
6. เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาที่เรียนและเกิดแรงจูงใจต่อการเรียนรู้

ศักดิ์ดา ไชกิจภิญโญ (2546, หน้า 12) อธิบายลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่าประกอบด้วย

1. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง
3. ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง คือ วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผล

4. ผู้เรียนมีทัศนคติอยากเรียนรู้ เช่น กระทู้หรือร่นในการเข้าร่วมกิจกรรม
ไชยยศ เรื่องสุวรรณ (2553, หน้า 86-87) ได้กล่าวถึงลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ดังนี้

1. เป็นการเรียนการสอนที่พัฒนาศักยภาพทางสมอง: การคิด การแก้ปัญหา และ
การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้
 2. เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้สูงสุด
 3. ผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ และจัดระบบการเรียนรู้ของตนเอง
 4. ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอนทั้งในด้านการสร้างองค์ความรู้ การสร้าง
ปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน ร่วมมือกันมากกว่าการแข่งขัน
 5. เป็นการเรียนรู้ความรับผิดชอบร่วมกัน การมีวินัยในการทำงาน การแบ่งหน้าที่
ความรับผิดชอบ
 6. เป็นกระบวนการสร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้อ่าน พุด ฟัง และคิดอย่างลุ่มลึก ผู้เรียน
จะเป็นผู้จัดระบบการเรียนรู้ด้วยตนเอง
 7. กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นทักษะการคิดขั้นสูง
 8. กิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนบูรณาการสารสนเทศ หลักการและมโนทัศน์
 9. ผู้สอนจะเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเป็นผู้ปฏิบัติด้วย
ตนเอง
 10. ความรู้เกิดจากประสบการณ์การสร้างองค์ความรู้ และการสรุปบททวนของผู้เรียน
เอง
- เนาวนิตย์ สงคราม (2557, หน้า 39-40) กล่าวถึง ลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่า
ประกอบด้วย

1. เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย
2. การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันและผู้เรียนกับครู โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียน
3. เปิดโอกาสให้ใช้ทักษะการฟัง พุด อ่าน คิด และเขียนในการลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วย
ตนเอง
4. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการสื่อสาร ทักษะการคิดไปสู่ระดับที่สูงขึ้น
5. เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาและเกิดแรงจูงใจต่อการเรียนรู้
6. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

โดยสรุปแล้ว การจัดการเรียนรู้เชิงรุกมีลักษณะ ดังนี้ 1) ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม ในกิจกรรมของชั้นเรียนอย่างกระตือรือร้น ให้ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติและสร้างองค์ความรู้ ด้วยตัวผู้เรียนเอง ไม่เป็นผู้รับข้อมูลเพียงฝ่ายเดียว 2) ส่งเสริมการอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียน มีปฏิสัมพันธ์ต่อผู้สอนและเพื่อนร่วมชั้น 3) ส่งเสริมผู้เรียนให้เกิดการพัฒนาทักษะบนพื้นฐานของ ประสบการณ์ ความรู้และความสามารถมากกว่าการรับความรู้อย่างเดียว ให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดี ต่อการเรียนรู้ เกิดแรงจูงใจในการเรียน 4) ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง ส่งเสริม อำนวยความสะดวก และให้สะท้อนผลกลับแก่ผู้เรียน

ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

มีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

Baldwin and Williams (1988, pp. 93-99) ได้นำเสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ผู้สอนจัดสภาพการเรียนการสอนให้เหมาะสม เน้นสร้างการมีส่วนร่วมและส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น
2. ขั้นการตั้งกลุ่ม เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ผู้เรียนจัดกลุ่ม โดยสร้างความท้าทายและสร้างความมั่นใจให้แต่ละกลุ่มได้แบ่งปันและส่งเสริมซึ่งกันและกัน
3. ขั้นการทำงานเป็นกลุ่ม เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ผู้เรียนทำงานกลุ่ม หรือ กิจกรรมกลุ่มที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาวิชา มีความท้าทายในด้านเนื้อหา หรือ กระบวนการทำงานกลุ่ม ส่งเสริมการตัดสินใจ การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แบบพึ่งพา ผู้เรียนควรได้รับผลป้อนกลับจากเพื่อนในกลุ่มและยอมรับผลป้อนกลับเหล่านั้นเพื่อปรับปรุงตนเอง
4. ขั้นประยุกต์ เป็นขั้นที่แต่ละกลุ่มรวบรวมองค์ความรู้ของสมาชิกแต่ละคนหลังจากการทำงานกลุ่ม เพื่อประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่ท้าทายความคิดของผู้เรียนและการทำงานร่วมกับผู้อื่น
5. ขั้นสะท้อนผล เป็นขั้นที่เกิดขึ้นในทุกขั้นของการเรียนรู้ แต่ในขั้นนี้ให้ความสำคัญกับการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียนของผู้เรียน ผู้เรียนได้ตระหนักและใช้ประโยชน์จากการให้และการรับข้อมูลป้อนกลับ มีการประเมินตนเองเพื่อปรับปรุงการเรียนรู้ในครั้งต่อไป
6. ขั้นผ่อนคลาย เป็นขั้นที่เกิดขึ้นระหว่างขั้นสะท้อนผล ผู้สอนให้ผู้เรียนได้ผ่อนคลายจากสถานการณ์ตึงเครียดที่เกิดจากการทำกิจกรรม ผู้สอนให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการนำสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ไปปรับใช้ในการเรียนรู้ครั้งต่อไป หรือ ส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์จากการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

Hazzan, Lapidot, and Ragonis (2011, pp. 19-20) ได้นำเสนอรูปแบบการสอนบนพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกระตุ้น (Trigger) เป็นขั้นที่ผู้สอนแนะนำหัวข้อ หรือ กิจกรรมแบบใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย มีความซับซ้อนและสัมพันธ์กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียน ได้อภิปราย อธิบาย ชัดเจน และจัดระบบองค์ความรู้ของตนเอง ผู้สอนควรสนับสนุนผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ควรเลือกสื่อการสอนที่หลากหลายและเหมาะสมกับเนื้อหา และควรตั้งคำถาม สถานการณ์ปัญหา ทักษะคิด และความเข้าใจให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น โดยขั้นนี้สามารถเรียนรู้แบบเดี่ยว แบบจับคู่หรือแบบกลุ่มขนาดเล็ก ขึ้นกับวัตถุประสงค์หลักของการกระตุ้นผู้เรียน

2. ขั้นกิจกรรม (Activity) เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือทำกิจกรรมหลังจากได้รับการกระตุ้นในขั้นกระตุ้น ซึ่งเป็นขั้นที่ใช้เวลาไม่นาน หรือ อาจจะใช้เวลานานก็ได้ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้และเนื้อหาที่ผู้สอนนำเสนอในขั้นที่ 1 เพื่อให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้บทเรียนหลัก

3. ขั้นอภิปราย (Discussion) เป็นขั้นที่ผู้เรียน ได้นำเสนอและอภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้ หัวข้อ และแนวความคิดที่เกิดจากขั้นกิจกรรม ในขั้นนี้ผู้เรียนจะได้ชัดเจนความเข้าใจในมโนทัศน์ ทักษะคิด และแนวคิดของตนเอง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียน

4. ขั้นสรุป (Summary) เป็นขั้นที่ใช้เวลาไม่นาน เนื่องจากผู้สอนทำหน้าที่สรุปความคิดรวบยอด แนวการสอน กรอบแนวคิด และประเด็นอื่น ๆ ที่สำคัญ ที่เกิดจากการอภิปรายของผู้เรียนในขั้นอภิปราย

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, หน้า 5-6) กล่าวว่า กระบวนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นแลกเปลี่ยนประสบการณ์ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้สอนพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนดึงประสบการณ์เดิมของตนมาเชื่อมโยงหรืออธิบายประสบการณ์หรือเหตุการณ์ใหม่ แล้วนำไปสู่การขบคิดเพื่อเกิดข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่ และแบ่งปันประสบการณ์ของตนกับผู้อื่นที่อาจมีประสบการณ์เหมือนหรือต่างจากตนเอง เป็นการรวบรวมมวลประสบการณ์ที่หลากหลายจากแต่ละคน เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ร่วมกัน

2. ขั้นสร้างองค์ความรู้ร่วมกัน ขั้นนี้ทำให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ สร้างสรรค์ มวลประสบการณ์ ข้อมูลความคิดเห็น ฯลฯ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถ่องแท้ชัดเจนหรือเกิดข้อสรุป/องค์ความรู้ใหม่ หรือตรวจสอบ/ ปรับ/ เปลี่ยนความคิดความเชื่อของตนเอง กิจกรรมในขั้นนี้เป็นกิจกรรมกลุ่มที่เน้นการตั้งประเด็นให้ผู้เรียนได้คิด สะท้อนความคิด หรือบอกความคิดเห็นของตนเองให้คนอื่น ได้รับรู้ และได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกันอย่างลึกซึ้งจนเกิด

ความเข้าใจ ชัดเจน ได้ข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่ หรือเกิด/ ปรับ/ เปลี่ยนความคิดความเชื่อตาม จุดประสงค์ที่กำหนด

3. ชี้นำเสนอความรู้ เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนได้รับข้อมูลความรู้ แนวคิด ทฤษฎี หลักการ ขั้นตอน หรือข้อสรุปต่าง ๆ โดยครูเป็นผู้จัดให้ เพื่อใช้เป็นต้นทุนในการสร้างองค์ความรู้ใหม่ หรือ ช่วยให้การเรียนรู้บรรลุจุดประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้อาจทำได้โดยการให้แนวคิด ทฤษฎี หลักการ ข้อมูล ความรู้ ขั้นตอนทักษะ ซึ่งทำได้โดยการบรรยาย คู่มือทัศน์ ฟังแถบเสียง อ่านเอกสาร/ ใบความรู้/ ตำรา ฯลฯ หรือการรวบรวมประสบการณ์ของผู้เรียนที่เป็นผลให้เกิดการเรียนรู้เนื้อหา สาระเพิ่มขึ้น หรือการรวบรวมข้อสรุปของการสะท้อนความคิด และอภิปรายประเด็นที่มอบหมาย ให้

4. ชั้นประยุกต์ใช้หรือลงมือปฏิบัติ เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนได้นำความคิดรวบยอดหรือ ข้อสรุป หรือองค์ความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้น ไปประยุกต์หรือทดลองใช้ หรือเป็นการแสดงผลสำเร็จของ การเรียนรู้ในองค์ประกอบอื่น ๆ ซึ่งผู้สอนใช้กิจกรรมในองค์ประกอบนี้ในการประเมินผล การเรียนรู้ได้ และยังเป็นองค์ประกอบสำคัญที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้รู้จักการนำไปใช้ใน ชีวิตจริง

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกข้างต้นผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนรู้เชิงรุก ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 การสังเคราะห์ขั้นตอนการเรียนรู้เชิงรุกของผู้วิจัย

Baldwin and Williams (1988, pp. 93-99)	Hazzan et al. (2011, pp. 19-20)	บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, หน้า 5-6)	ผู้วิจัย
<p>1. ขั้นเตรียมความพร้อม จัดสภาพการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการเรียนรู้และการมีส่วนร่วม</p> <p>2. ขั้นการตั้งกลุ่ม ผู้เรียนจัดกลุ่ม เพื่อแบ่งปันและส่งเสริมซึ่งกันและกัน</p>	<p>1. ขั้นกระตุ้น (Trigger) ผู้สอนแนะนำหัวข้อ หรือ กิจกรรมใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย มีความซับซ้อนและสัมพันธ์กับผู้เรียน มีการอภิปรายจัดระบบของค้ความรู้ สามารถเรียนรู้แบบเดี่ยว จับคู่ หรือ กลุ่มขนาดเล็ก</p>	<p>1. ขั้นแลกเปลี่ยนประสบการณ์ ผู้เรียนดึงประสบการณ์เดิมของตน มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์ใหม่ นำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้สิ่งใหม่ร่วมกัน</p>	<p>1. ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ผู้สอนทบทวนความรู้เดิมหรือนำเสนอ กิจกรรมใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ และนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่หรือแบบกลุ่ม</p>
<p>3. ขั้นการทำงานเป็นกลุ่ม ผู้เรียนทำงานกลุ่มที่สัมพันธ์กับเนื้อหา เกิดการส่งเสริมซึ่งกันและกัน</p>	<p>2. ขั้นกิจกรรม (Activity) เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมหลังจากที่ได้รับการกระตุ้น</p>	<p>2. ขั้นสร้างองค์ความรู้ร่วมกัน เน้นการตั้งประเด็นที่ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ประสบการณ์ของตนเอง และอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกันจนได้ข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่</p>	<p>2. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม</p>

ตารางที่ 2-4 (ต่อ)

Baldwin and Williams (1988, pp. 93-99)	Hazzan et al. (2011, pp. 19-20)	บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, หน้า 5-6)	ผู้วิจัย
	3. ชั้นอภิปราย (Discussion) ผู้เรียนได้นำเสนอและอภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการทำกิจกรรม	3. ชื่นนำเสนอความรู้ ครูจัดสรรความรู้ แนวคิด หลักการแก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่	3. ชั้นอภิปรายและสรุป เป็นชั้นที่ผู้เรียนนำเสนอและอภิปรายสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล
	4. ชั้นสรุป (Summary) ผู้สอนทำหน้าที่สรุปความคิดรวบยอด แนวการสอน กรอบแนวคิด และประเด็นอื่น ๆ ที่สำคัญ ที่เกิดจากการอภิปรายของผู้เรียน	ซึ่งทำได้โดยการบรรยาย การอ่าน ใบความรู้/ ตำรา หรือการรวบรวมข้อสรุปของการสะท้อนความคิดและอภิปรายประเด็นที่มอบหมายให้	
4. ชั้นประยุกต์ แต่ละกลุ่มรวบรวมองค์ความรู้ของสมาชิก เพื่อประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่		4. ชั้นประยุกต์ใช้หรือลงมือปฏิบัติ ผู้เรียนนำความคิดรวบยอดหรือองค์ความรู้ใหม่ที่ได้ไปประยุกต์ใช้	4. ชั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ เป็นชั้นที่ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียนและนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่
5. ชั้นสะท้อนผล ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ และการทำงานร่วมกันผู้อื่น			
6. ชั้นผ่อนคลาย ผู้เรียนระบุนิเวศการเรียนรู้ร่วมกัน และปรับปรุงการเรียนรู้ในครั้งต่อไป			

จากตารางที่ 2-4 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้
ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งมีทั้งหมด 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ผู้สอนทบทวนความรู้เดิมหรือนำเสนอกิจกรรมใหม่ที่
ผู้เรียน ไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ใน
การเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่หรือแบบกลุ่ม
2. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมี
การแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่
การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม
3. ขั้นอภิปรายและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำเสนอและอภิปรายสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติ
กิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล
4. ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่ง
ที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

Biggs and MacLean (1969, pp. 55-59) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้
เชิงรุกว่าแตกต่างจากการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ผู้สอนมีการวางแผนและเตรียมการเรียนการสอนที่หลากหลาย สามารถสร้าง
ความสนใจให้แก่ผู้เรียน ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญมากที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน
2. ผู้สอนอาจเกริ่นนำให้ผู้เรียนมีการอภิปราย สืบค้นหาคำตอบ หาแหล่งอ้างอิง วัสดุ
อุปกรณ์ต่าง ๆ มาช่วยในการเรียนรู้
3. ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นการแก้ปัญหาของผู้เรียน ควรทราบว่ามีใครควรถาม เมื่อใครควร
เงียบเพื่อสังเกตการคิดของผู้เรียน
4. คอยส่งเสริมการเรียนรู้และเป็นแบบอย่างที่ดีแก่ผู้เรียน ไม่ใช่เป็นเพียงผู้ให้ข้อมูลเพียง
ฝ่ายเดียว
5. ผู้สอนควรให้เวลาผู้เรียนได้ใช้ความสามารถในการคิดด้วยตัวเอง
6. ผู้สอนควรมีความเชี่ยวชาญด้านเนื้อหาที่ได้รับฝึกสอน มีเหตุผล มีความคิดริเริ่ม
สร้างสรรค์ และสามารถสร้างพื้นฐานความรู้ให้แก่ผู้เรียนได้
7. ผู้สอนจำเป็นต้องประเมินและบันทึกผลการเรียนรู้ของผู้เรียนรายบุคคล
8. อภิปรายถึงการจัดการเรียนการสอนของตัวเองร่วมกับผู้สอนท่านอื่นที่อยู่ในสถาบัน
เดียวกัน เพื่อแลกเปลี่ยนประสบการณ์การสอน และสามารถนำมาปรับใช้กับการจัดการเรียน
การสอนของตน

9. แลกเปลี่ยนประสบการณ์จัดการเรียนการสอนกับสถาบันอื่น ๆ เพื่อให้เห็นปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนการสอนของตน หรือ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ และการจัดการเรียนรู้จะเกิดประสิทธิภาพมากที่สุด หากมีการแลกเปลี่ยนผู้สอนอย่างน้อย 1 วัน

10. เปิดโอกาสให้ผู้ปกครองมีส่วนร่วมในประเมินการเรียนการสอนของตน

Council for the Curriculum, Examinations and Assessment (CCEA) (2007, p. 4) ได้เปรียบเทียบบทบาทหน้าที่ของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบเดิมและการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 บทบาทหน้าที่ของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบเดิมและการจัดการเรียนรู้เชิงรุกตามแนวคิดของ CCEA

การเรียนรู้แบบเดิม	การจัดการเรียนรู้เชิงรุก
1. ครูเป็นศูนย์กลาง	1. ครูมีหน้าที่จัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
2. ครูมีหน้าที่จัดการเรียนการสอนที่เน้นผลสัมฤทธิ์	2. ครูมีหน้าที่จัดการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการ
3. ครูมีหน้าที่ถ่ายทอดความรู้	3. ครูเป็นผู้จัดสรรองค์ความรู้ของนักเรียน
4. ครูลงมือปฏิบัติแทนนักเรียน	4. ครูมีหน้าที่คอยช่วยเหลือ อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียน
5. ครูจัดการเรียนการสอนที่เน้นเนื้อหา	5. ครูจัดการเรียนการสอน โดยให้ความสำคัญกับการเรียนรู้โดยรวม ไม่เน้นเนื้อหาเพียงอย่างเดียว

Hazzan et al. (2011, p. 20) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่า ผู้สอนจำเป็นต้องสร้างสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความฉลาดและอารมณ์ของผู้เรียนให้เกิดการตื่นตัวอย่างเต็มที่ โดยบทบาทของผู้สอนมีรายละเอียดในแต่ละขั้นตอน ดังนี้

1. **ขั้นกระตุ้น (Trigger)** ผู้สอนทำหน้าที่สร้างและนำเสนอกิจกรรม สถานการณ์เพื่อกระตุ้นผู้เรียน โดยผู้สอนจำเป็นต้องออกแบบกิจกรรมหรือสถานการณ์อย่างละเอียดรอบคอบ เนื่องจากเป็นการสร้างฐานการเรียนรู้แบบเชิงรุก

2. **ขั้นกิจกรรม (Activity)** ผู้สอนให้ผู้เรียนเปลี่ยนกลุ่มการทำงานจากขั้นกระตุ้น ฟังความคิดเห็นของผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้การคิดขั้นสูง ผู้สอนคอยแนะแนวทางให้ผู้เรียนมีการอภิปราย

3. **ขั้นอภิปราย (Discussion)** ผู้สอนจะต้องเป็นผู้ฟังที่ดีและรับรู้การนำเสนอแนวคิดของผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อธิบายว่า เพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น ให้ผู้เรียนได้ค้นหาตัวเลือกหรือแนวคิดที่แตกต่างออกไป สนับสนุนให้เกิดกระบวนการสะท้อนคิด โดยผู้สอนไม่ตัดสินความคิดของผู้เรียนว่าถูกหรือผิด ผู้สอนอาจจะค้นพบแนวความคิดที่แตกต่างกันของผู้เรียน และให้ความสำคัญกับแต่ละแนวความคิด และแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่แตกต่างกัน

4. **ขั้นสรุป (Summary)** ผู้สอนมีหน้าที่สรุปแนวความคิดที่ผู้เรียนได้นำเสนอในขั้นก่อนหน้า สรุปอย่างเป็นระบบ สมเหตุสมผล ให้ความสำคัญกับประเด็นหลักที่ถูกนำเสนอขึ้นมา และผู้สอนเพิ่มแนวคิด และทำให้ผู้เรียนเกิดความกระจ่างในประเด็นที่ไม่ถูกนำเสนอ

สุพรรณิ ชาญประเสริฐ (2557, หน้า 3) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกนอกจากครูจะต้องจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้รับการเรียนรู้แบบองค์รวมแล้ว ผู้สอนยังต้องจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรอบรู้ทั้งด้านเนื้อหา ทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดสร้างสรรค์ การทำงานร่วมกับผู้อื่น การเรียนรู้บริบทสิ่งแวดล้อม สื่อและข้อมูลข่าวสาร เทคโนโลยี และทักษะชีวิต เช่น การเป็นผู้นำ การกำกับและชี้นำตนเอง การรับผิดชอบต่อสังคม รวมทั้งครูต้องมีการปรับเปลี่ยนแนวทางการจัดการเรียนรู้บริบทและบรรยากาศของชั้นเรียน และที่สำคัญคือการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีบทบาทสำคัญต่อการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ของตนเอง

จากคำกล่าวข้างต้น บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ได้แก่ 1) วางแผนออกแบบกิจกรรมและเลือกใช้สื่อการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและการสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียน 2) อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียน พร้อมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อภิปราย สืบค้นหาคำตอบ สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยอาจใช้คำถามช่วยกระตุ้นการคิดของผู้เรียนให้สามารถแก้ปัญหาได้ 3) เป็นแบบอย่างที่ดีแก่ผู้เรียนในการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นด้วยตนเอง 4) มีความเชี่ยวชาญในรายวิชาที่ตนสอน มีเหตุผล มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ รับผิดชอบต่อหน้าที่ และรับฟังความคิดเห็นของผู้เรียนและเพื่อนร่วมงาน 5) วัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน และนำมาปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน

บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

Nist and Holschuh (2000, p. 15) ได้เปรียบเทียบบทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนรู้แบบปกติ ดังตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนรู้แบบปกติ ตามแนวคิดของ Nist and Holschuh (2000)

การกระทำ	ผู้เรียนที่เรียนรู้แบบเชิงรุก	ผู้เรียนที่เรียนรู้แบบปกติ
1. การอ่าน	1. ผู้เรียนอ่านเพื่อทำความเข้าใจและเพื่อให้สามารถจำได้	1. ผู้เรียนอ่านแต่อาจจะไม่เข้าใจหรือ จำไม่ได้
2. การสะท้อนผลและการคิดอย่างมีวิจารณญาณ	2. ผู้เรียนมีการสะท้อนความคิดของตนและเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่ได้จากการอ่าน การฟังบรรยาย และการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อน	2. ผู้เรียนไม่ได้คิดอย่างมีวิจารณญาณและลงมือปฏิบัติเกี่ยวกับสิ่งที่อ่านและได้ยิน
3. การฟัง	3. ผู้เรียนได้รับการส่งเสริมในห้องเรียนและจัดระบบการจดบันทึกด้วยตนเอง	3. ผู้เรียนไม่ได้ให้ความสนใจในห้องเรียนและไม่มีมีการจัดระบบหรือเติมเต็มสมุดบันทึกของตน
4. การจัดการกับเวลา	4. ผู้เรียนได้เรียนรู้ในเวลาที่เหมาะสม	4. ผู้เรียนมีคาบการเรียนการสอนมากเกินไป
5. การได้รับการสนับสนุน	5. ผู้เรียนมีการสืบค้นมากและได้รับการช่วยเหลือจากผู้สอนอยู่เสมอ	5. ผู้เรียนมีการสืบค้นน้อยและได้รับการช่วยเหลือจากผู้สอนช้าเกินไป
6. ความรับผิดชอบ	6. ผู้เรียนเข้าใจหน้าที่ในการเรียนรู้ของตนเองเมื่อทราบว่าตนเองไม่ชำนาญในเรื่องใดและจะปรับเปลี่ยนพฤติกรรมของตนเองอย่างต่อเนื่อง	6. ผู้เรียนมักจะตำหนิผู้อื่น
7. การสอบถามข้อมูล	7. ผู้เรียนมักจะถามคำถามใหม่ ๆ เมื่อได้เรียนรู้สิ่งที่ไม่คุ้นเคย	7. ผู้เรียนไม่ถามคำถามใด ๆ หนึ่งที่หรือหลังจากเรียนรู้ในห้องเรียน

CCEA (2007, p. 4) ได้เปรียบเทียบบทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้แบบเดิมและการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้แบบเดิมและการจัดการเรียนรู้เชิงรุกตามแนวคิดของ CCEA (2007)

การจัดการเรียนรู้แบบเดิม	การจัดการเรียนรู้เชิงรุก
1. มีหน้าที่รับความรู้เพียงอย่างเดียว	1. มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น
2. ให้ความสำคัญกับการรอดตอบคำถามเพียงอย่างเดียว	2. ถามคำถามในชั้นเรียน
3. รอให้ครูช่วย ไม่เรียนรู้ด้วยตัวเอง	3. รับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเอง มีการตอบสนองต่อการเรียน
4. เรียนแบบแข่งขันกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน	4. เรียนรู้แบบพึ่งพาอาศัยกัน
5. ต้องการพูดเพียงคนเดียวโดยไม่ฟังผู้อื่น	5. ฟังผู้อื่นอย่างใส่ใจและแสดงความคิดเห็นเสมอ
6. ไม่มีการเชื่อมโยงความรู้ของตนเอง	6. มีการเชื่อมโยงความรู้ของตนเอง

บุหงา วัฒนะ (2546, หน้า 31-32) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. รู้ว่าตัวเองจะต้องเรียนรู้เกี่ยวกับอะไรบ้าง
2. สิ่งที่จะเรียนรู้นั้นไปเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียนไปแล้วอย่างไร
3. สิ่งที่เรียนนั้นมันสอดคล้องหรือไม่สอดคล้องกับความเป็นไปได้ของโลกปัจจุบันอย่างไร
4. ทำอย่างไรจึงจะรู้ว่าข้อเท็จจริงหรือข้อความรู้ที่ได้รับรู้นั้นถูกต้องแน่นอน
5. กลับไปตรวจสอบ “การบ้าน” หรือสิ่งที่ค้นคว้าอยู่ใหม่ที่เราได้คำตอบที่ถูกต้องใหม่หรือทำถูกต้องกับคำถามใหม่
6. สามารถสอบถามความรู้เพิ่มเติมจากผู้อื่น หรือไปทำงานร่วมกับผู้อื่นเพื่อให้ได้คำตอบมาก่อนที่จะสรุปคำตอบสุดท้าย โดยต้องฟังหรือหาคำตอบให้ได้มาอย่างสมบูรณ์ก่อนที่จะสรุปนำเสนอ

รวมทั้งการเตรียมตัวของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ควรมีลักษณะดังนี้

1. อ่านบทเรียนและ/ หรือทำการบ้านที่ได้รับมอบหมายมาล่วงหน้า
2. ทบทวนสิ่งที่ได้เรียนไปแล้ว
3. เตรียมใจที่จะเรียนอย่างสนใจ

4. เตรียมกายให้พร้อมที่จะเข้าร่วมกิจกรรมต่าง ๆ

ซึ่งผู้เรียนจะต้องไม่ออกไปนอกห้องบ่อย พยายามนั่งแถวหน้า พยายามเป็นผู้ฟังที่ Active คือ ตั้งใจตลอดเวลาว่าใครพูดอะไร ไม่ว่าจะเป็นผู้สอน หรือ เพื่อนร่วมชั้น และต้องมีส่วนร่วมในการสนทนาตอบต่อการพูดคุยนั่น และสุดท้ายต้องจดบันทึกสม่ำเสมอ

สถาพร พฤษพิบูล (2555, หน้า 8) กล่าวถึงบทบาทของผู้เรียนในห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากกว่าการรับฟังบรรยาย
2. ให้ความสำคัญต่อการถ่ายทอดความรู้ให้น้อยลงและเน้นการพัฒนาด้านทักษะของผู้เรียนมากขึ้น
3. นักเรียนใช้การเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อนวัตกรรม เพื่อให้เกิดความคิดวิเคราะห์ในระดับสูง (วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผล)

4. เน้นบทบาทให้ผู้เรียนได้ค้นหาคุณค่าและค่านิยมของตนเอง

จากคำกล่าวข้างต้น บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกควรมีดังนี้ 1) มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ตั้งใจฟังผู้สอน จดบันทึก และทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนอยู่เสมอ 2) สะท้อนความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้อื่น 3) พยายามพัฒนาปรับเปลี่ยนการเรียนรู้ของตนให้ดีขึ้น และนำความรู้ที่ได้ไปปรับใช้ 4) สืบค้นและแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง หรือขอคำปรึกษาจากผู้รู้ และ 5) รับผิดชอบในหน้าที่และงานที่ได้รับมอบหมาย พร้อมตรวจสอบความถูกต้องอยู่เสมอ

แนวทางการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้นำเสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งได้แก่ การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ และการจัดสภาพแวดล้อมหรือที่นั่งในชั้นเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

การจัดกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้เชิงรุก

Wellington and Ireson (2012, pp. 271-272) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. การระดมสมอง (Brainstorming) เป็นกิจกรรมที่ช่วยเปิดประเด็นทางความคิดของผู้เรียน มีการรวบรวมแนวความคิด การสื่อสาร และการแสดงออกในทุกประเด็นที่นำเสนอโดยผู้สอนอาจจะเป็นผู้เปิดประเด็นเพื่อกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน และเตรียมข้อมูลที่จะช่วยทบทวนความรู้ของผู้เรียน การระดมสมองนี้ทำให้ผู้เรียนเรียนรู้และยอมรับทัศนคติ และการแสดงความคิดเห็นของผู้อื่น เหมาะสำหรับการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อย เป็นคู่ หรือ รายบุคคลก็ได้

2. การใช้วัสดุอุปกรณ์ เช่น รูปภาพ การสาธิต หรือ การนำเสนอภาพนิ่ง เพื่อกระตุ้นการอภิปรายของผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่นำเสนอ (ก่อนข้างเหมือนการระดมสมอง) และสุดท้ายอภิปรายถึงความคิดเห็นของแต่ละคนว่าเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น

3. การแสดงบทบาทสมมติ เป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับเนื้อหาที่มีประเด็นการสนทนา ซึ่งการฝึกฝนผู้เรียนที่แท้จริงนั้นขึ้นอยู่กับรูปแบบ ความชำนาญ และจินตนาการของผู้สอน

ปรีชาญ เดชศรี (2545 ก, หน้า 53-55) ได้กล่าวถึงกิจกรรมการเรียนการสอนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนเป็นรายบุคคล

1.1 การฝึกหัดเป็นรายบุคคลทั้งการเรียน การโต้ตอบ และการคิด

1.1.1 การหยุดเพื่อนทำความเข้าใจ วิธีนี้จะใช้เมื่อบรรยายไปแล้วประมาณ 10-15 นาที ให้ผู้สอนหยุดพักแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจกับเรื่องที่เรียนมา ในขณะเดียวกันผู้สอนจะเดินไปรอบ ๆ ห้องเพื่อให้นักเรียนซักถามเป็นรายบุคคล รวมทั้งตรวจสอบการบันทึกของนักเรียนด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีโอกาสซักถามและทำความเข้าใจ สามารถเรียนรู้เรื่องต่อไปได้ง่ายขึ้น

1.1.2 การให้เขียนสรุปเมื่อเรียนจบ ผู้สอนจะให้ผู้เรียนเขียนสรุปความเข้าใจหลังจากที่เรียนจบในคาบนั้น ๆ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจพื้นฐานที่ผ่านมาของผู้เรียนและนำไปเชื่อมโยงกับความรู้ที่สอนในชั่วโมงถัดไป ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

1.1.3 ให้นักเรียนเขียนเรื่องที่เข้าใจดีที่สุดและน้อยที่สุด โดยผู้สอนจะให้เวลา 5 นาที ก่อนจบการสอนในแต่ละชั่วโมง ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจและทบทวนเนื้อหาที่เรียนในคาบนั้น ๆ ได้ทันที

1.1.4 การตอบสนองต่อการสาธิตของผู้สอน โดยให้ผู้เรียนเขียนแสดงความคิดเห็นหลังจากการทำกิจกรรมการสาธิตของผู้สอน เพื่อให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์และให้ข้อมูลป้อนกลับแก่ผู้สอนว่าได้อะไรและอย่างไรจากกิจกรรมดังกล่าว

1.1.5 การบันทึกประจำวัน (หรือสัปดาห์) โดยผู้สอนจะให้ประเด็น คำถาม หรือ ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้ไปศึกษาข้อมูลเพิ่มเติม และผู้สอนจำเป็นต้องให้ผลสะท้อนกลับอยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนตื่นตัวในงานที่มอบหมาย

1.1.6 การตั้งคำถามสั้น ๆ ผู้สอนให้ผู้เรียนตั้งคำถามก่อนเริ่มการเรียนการสอน และร่วมกันหาคำตอบหรือร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปัญหานั้นภายในเวลา 1-2 นาที วิธีการนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้ทราบว่าเรื่องที่จะเรียนหรือเรื่องที่สนใจคืออะไร

1.2 กิจกรรมที่เกี่ยวกับคำถามและคำตอบ เป็นกิจกรรมที่มีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้เพิ่มความรู้ในเรื่องที่จะเรียนรู้ ส่งเสริมความคิดวิเคราะห์วิจารณ์ กระตุ้นการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และการให้ข้อมูลป้อนกลับในทันทีของผู้สอน

1.2.1 ใ้เวลารอคำตอบ ในการถามคำถามผู้สอนจำเป็นต้องให้เวลาผู้เรียนในการคิดอย่างเพียงพอก่อนที่จะให้ผู้เรียนแสดงคำตอบ ผู้สอนควรให้ความสำคัญแก่ผู้เรียนทุกคนอย่างเท่าเทียม และเมื่อนักเรียนพร้อมจะตอบให้นักเรียนยกมือเพื่อตอบคำถามนั้น

1.2.2 ใ้ให้นักเรียนในห้องเรียนตอบคำถามเอง หลังจากที่ผู้สอนให้คำถามและผู้เรียนตอบคำถามโดยผู้สอนจะต้องไม่ทวนคำตอบซ้ำอีก แต่ให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจเองหรือซักถามเพื่อนจนกว่าจะเข้าใจอย่างชัดเจน แต่ถ้าไม่มีผู้เรียนคนใดซักถาม ผู้สอนอาจถามคำถามที่เกี่ยวข้องกันเพิ่มเติมให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนขึ้นก็ได้ ถ้าผู้สอนคอยแต่ทวนคำตอบซ้ำจะทำให้ผู้เรียนไม่สนใจในคำตอบของแต่ละคน แต่จะรอให้ผู้สอนสรุปคำตอบในตอนท้าย

1.2.3 ส่งเสริมให้ฟังอย่างตั้งใจ เมื่อมีผู้เรียนคนหนึ่งตอบแล้วผู้สอนให้ผู้เรียนอีกคนสรุปคำตอบของเพื่อนตามความเข้าใจของตนเอง

1.2.4 การเลือกสุ่มปัญหาหรือเรื่องที่ต้องการทำความเข้าใจ ผู้สอนให้ผู้เรียนเขียนปัญหาหรือเรื่องที่ต้องการทำความเข้าใจมากที่สุดจากนั้นจับสลากขึ้นมาเพื่ออภิปรายร่วมกัน

1.2.5 การทดสอบแบบสั้น ๆ ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละคนเขียนข้อสอบของตนเองเพื่อรวบรวมไว้ทำเป็นแบบทดสอบต่อไป

1.3 การให้ข้อมูลป้อนกลับในทันทีทันใด เพื่อต้องการเพิ่มพูนความรู้ในเรื่องที่กำลังเรียน ส่งเสริมให้เกิดการคิดวิเคราะห์วิจารณ์

1.3.1 การให้สัญญาณมือ หลังจากที่ผู้สอนให้คำถามแก่ผู้เรียน ผู้สอนจะให้ผู้เรียนตอบโดยการให้สัญญาณมือที่อกของตน โดยไม่ต้องส่งเสียง เช่น ข้อสอบแบบ 4 ตัวเลือก อาจกำหนดให้แต่ละนิ้วแทนตัวเลือก ซึ่งจะทำให้ผู้สอนสามารถประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนได้ทันที

1.3.2 ป้ายกระดาษ ผู้สอนให้คำถามหรือปัญหาโดยเขียนบนป้ายกระดาษและให้ผู้เรียนตอบโดยใช้สัญญาณมือเช่นเดียวกับข้อ 12)

ปรีชาญ เดชศรี (2545 ข, หน้า 48-49) ได้กล่าวถึงกิจกรรมการเรียนการสอนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1.4 การกระตุ้นให้เกิดการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ เพื่อส่งเสริมให้เกิดทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ กระตุ้นการสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียนเอง ส่งเสริมการประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้จากการเรียนของผู้เรียน

1.4.1 การคาดการณ์ล่วงหน้าถึงเรื่องที่จะเรียนของผู้เรียน โดยก่อนเริ่มกิจกรรม การเรียนการสอนผู้สอนสอบถามและให้ผู้เรียนเขียนเรื่องที่จะเรียนตามความรู้ ประสบการณ์เดิม และประเมินตนเองว่าเมื่อเรียนจบแล้วจะได้รับความรู้มากน้อยเพียงใด

1.4.2 ให้อุปกรณ์หรือข้อโต้แย้ง ผู้สอนให้อุปกรณ์หรือข้อโต้แย้งแก่ผู้เรียน เพื่อให้เกิดข้อขัดข้องในใจของผู้เรียนก่อนได้รับคำตอบ เพื่อเพิ่มความเป็นไปได้ของนักเรียนใน การประเมินทฤษฎีอย่างมีวิจารณญาณเมื่อพบปัญหาเหล่านั้นในภายหลัง

2. กิจกรรมที่ทำเป็นคู่ กิจกรรมต่อไปนี้จะเกี่ยวข้องกับนักเรียนสองคนที่ทำกิจกรรม ร่วมกัน ซึ่งต้องการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ เพิ่มการคิดระดับสูง กระตุ้น การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง กระตุ้นการตรวจสอบเจตคติและคุณค่าที่เกิดขึ้นกับตนเอง และ ส่งเสริมการรับฟังและพิจารณาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน

2.1 การอภิปราย ผู้สอนให้ผู้เรียนอภิปรายหรือแลกเปลี่ยนการบันทึกกับเพื่อนที่นั่ง ติดกัน ผู้สอนอาจกำหนดบทบาทในการอภิปรายของผู้เรียน เช่น ผู้ถามผู้ตอบ หรือ ร่วมกันอภิปราย เป็นต้น

2.2 การเปรียบเทียบสมุดบันทึกหรือการใช้สมุดบันทึกร่วมกัน เนื่องจากมีผู้เรียน บางคนมีทักษะในการจดบันทึกอยู่ในระดับต่ำ วิธีการหนึ่งที่จะช่วยเพิ่มพูนทักษะการจดบันทึก คือ ให้ใช้วิธีเลียนแบบการบันทึกของผู้ที่มีทักษะ หรือเปรียบเทียบกัน โดยผู้สอนอาจจะให้เวลาผู้เรียน ได้ แลกเปลี่ยนการอ่านบันทึกและเพิ่มเติมในส่วนที่ตนเองบันทึกได้ไม่ครบ

2.3 ประเมินผลงานของผู้อื่น ผู้สอนให้ผู้เรียนทำงานที่ได้รับมอบหมาย 2 ชุด โดยชุดหนึ่งส่งผู้สอนอีกชุดหนึ่งให้เพื่อน เพื่อแลกเปลี่ยนประเมินการทำงานกับเพื่อน

3. การทำกิจกรรมทดลองหรือทำปฏิบัติการร่วมกัน โดยเป็นกิจกรรมกลุ่ม 3-5 คน ซึ่งจะช่วยพัฒนาการเรียนรู้และทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม กระตุ้นทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ เพิ่มพูน ความคิดระดับสูง เร่งเร้าให้เกิดความรู้ความคิดด้วยตนเองและสำรวจตรวจสอบเจตคติและคุณค่า ของตนเอง

3.1 การทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม (3-5 คน) ผู้สอนตั้งคำถามหรือปัญหาหลาย ๆ ประเด็น เพื่อให้แต่ละกลุ่มร่วมกันทำและให้หมุนเวียนคำถามกันไปทั่วห้องเรียน เพื่อหาคำตอบหรือ ถามคำถามใหม่ ต่อจากนั้นให้แต่ละกลุ่มแสดงผลที่ได้กับทั้งห้อง และอภิปรายร่วมกันถึงแนวทางที่ เป็นไปได้ของคำตอบที่เสนอ

3.2 งานกลุ่มบนกระดานดำ ผู้สอนให้แต่ละกลุ่มออกมาแสดงการแก้ปัญหาบน กระดานดำ ซึ่งปัญหาดังกล่าวต้องมีความยากและซับซ้อน

3.3 การทบทวน ผู้สอนให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหาเพื่อทบทวนสิ่งที่เรียนมาและออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ จากนั้นให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันอภิปราย

3.4 การทำแผนผังแนวคิด เป็นการแสดงความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่จะเรียนรู้ในห้องเรียนซึ่งสามารถทำได้หลายแนวทาง

3.5 Jigsaw group เป็นวิธีการเรียนที่ให้แต่ละกลุ่มศึกษาเรื่องใดเรื่องหนึ่งจนเข้าใจแล้วแยกไปตั้งกลุ่มใหม่ที่มีสมาชิกมาจากกลุ่มที่ไม่ซ้ำกัน ต่อจากนั้นจึงให้สมาชิกแต่ละคนเผยแพร่ความรู้ที่มีแก่สมาชิกของกลุ่มที่รวมกันใหม่จนครบทุกคน

3.6 การแสดงสถานการณ์สมมติ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.7 การระดมความคิดด้วยการเขียน ผู้สอนให้แต่ละกลุ่มระดมความคิดและเขียนแนวคิด เรื่อง ประเด็นหรือหัวข้อที่ได้เรียนมาแล้วลงบนกระดาษ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในเรื่องนั้นของผู้เรียน

3.8 การเล่นเกมส เป็นวิธีการที่เหมาะสมกับเนื้อหาที่ยากและมีหลายแนวคิดอยู่ด้วยกัน

3.9 การอภิปรายแบบมีผู้นำเสนอ เป็นกิจกรรมที่เหมาะสมสำหรับการนำเสนอของกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งในเรื่องที่ได้รับมอบหมายต่อเพื่อนร่วมห้อง

3.10 การโต้วาที เป็นวิธีการที่ส่งเสริมการกล้าแสดงออกในการคิดและนำเสนอข้อมูลที่จัดกระทำแล้ว การโต้วาทีจะมีทั้งฝ่ายเสนอที่ทำหน้าที่สนับสนุนและฝ่ายโต้แย้ง

สุพรรณิ ชาญประเสริฐ (2557, หน้า 4) ได้กล่าวถึงรูปแบบการจัดกิจกรรมที่นิยมนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. กิจกรรมเป็นรายบุคคล (Individual activities)
2. กิจกรรมแบบจับคู่ (Paired activities)
3. กิจกรรมกลุ่มย่อย (Small group activities)
4. กิจกรรมแบบโครงการ (Project activities)

โดยการเลือกใช้กิจกรรมรูปแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรม จำนวนผู้เรียน ระยะเวลาในการทำกิจกรรม ขนาดของห้องเรียน พื้นที่ในการทำกิจกรรม รวมทั้งทักษะความสามารถในการดำเนินกิจกรรมของผู้สอน ผู้สอนควรคำนึงถึงเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ ควรบริหารจัดการเวลาในชั้นเรียนให้คุ้มค่าที่สุด ผู้สอนต้องให้ความสำคัญกับการวางแผนและการเตรียมความพร้อมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งนี้ควรให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมด้วย ผู้สอนและผู้เรียนจำเป็นต้องรับผิดชอบในบทบาทของตนเองในการจัดกิจกรรมดังกล่าว

โดยผู้สอนจำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนแต่ละคนมีความรับผิดชอบต่อการฝึกฝนตนเองเพื่อให้มีทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่

1. ทักษะการฟัง ต้องเป็นการฟังอย่างมีประสิทธิภาพ
2. ทักษะการอ่าน การดู การมอง และการสังเกต ต้องเป็นการอ่าน ดู มอง และสังเกตอย่างมีเป้าหมาย
3. ทักษะการพูด ต้องเป็นการพูดอย่างมีความหมาย
4. ทักษะการเขียน ต้องเป็นการเขียนอย่างมีความเข้าใจ
5. ทักษะการทำงานแบบร่วมมือ ต้องเป็นการทำงานที่มีความรับผิดชอบต่อบทบาทหน้าที่ของตนเอง

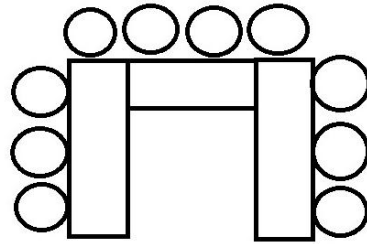
Smith (1999, pp. 108-110) กล่าวว่า กิจกรรมทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะบรรลุการเรียนรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน ผู้สอนจำเป็นต้องนำการเรียนรู้เชิงรุกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลสำเร็จมากยิ่งขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิดของตนเอง อภิปรายกับเพื่อนในชั้นเรียน สามารถสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมถึงการสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียนจนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน อีกทั้งผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคาดหวังของตนเองเพื่อนำไปสู่การปรับใช้ในชีวิตประจำวัน

จากคำกล่าวข้างต้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้เชิงรุกสามารถทำได้หลากหลายแนวทาง เช่น การจัดกิจกรรมแบบรายบุคคล แบบจับคู่ หรือ แบบกลุ่มย่อย การเลือกใช้เทคนิคการสอนที่ให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิดของตนเอง อภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้น สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ รวมทั้งการเลือกใช้สื่อการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหาและการจัดกิจกรรม เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับระยะเวลา เนื้อหาและสภาพแวดล้อมที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน ได้แก่ การกิจกรรมการเรียนรู้แบบรายบุคคล แบบจับคู่ และแบบกลุ่ม รวมถึงกิจกรรมการระดมสมอง

การจัดสภาพแวดล้อมหรือการจัดที่นั่งในชั้นเรียน

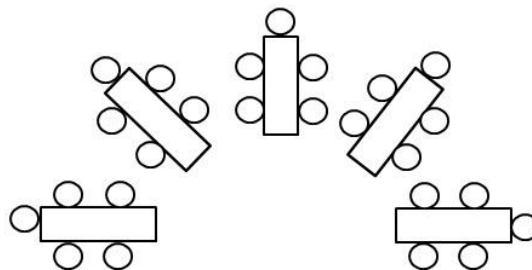
Silberman (1996, pp. 9-16) กล่าวว่า สภาพแวดล้อมในชั้นเรียนทำให้เกิดการสร้างหรือการทำลายการจัดการเรียนรู้เชิงรุกได้ ซึ่ง ไม่มีผู้ใดสามารถสร้างสภาพแวดล้อมดังที่คาดหวังได้ทั้งหมด ทำได้เพียงใช้ตัวเลือกบางตัวเลือกเข้ามาช่วยในการจัดการเรียนการสอนเท่านั้น และการจัดที่นั่งในชั้นเรียนเป็นหนึ่งในตัวเลือกที่นำมาใช้ในการจัดสภาพการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งมี 10 รูปแบบ ดังนี้

1. การจัดที่นั่งเป็นรูปตัวยู (U-shape) รูปแบบนี้เป็นจุดประสงค์ทั้งหมดของการจัดวางเก้าอี้ ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อ่าน เขียน ผู้เรียนทุกคนสามารถมองเห็นผู้สอน และได้เผชิญหน้าซึ่งกันและกัน เป็นรูปแบบที่สะดวกต่อการจับคู่ การแจกใบกิจกรรมหรือใบงาน และการเข้าถึงผู้เรียน ซึ่งการวางเก้าอี้เป็นรูปตัวยู (U-shape) ดังภาพที่ 2-1 และ 2-2



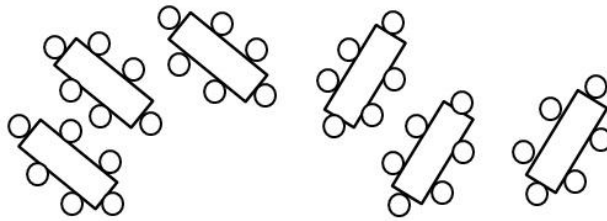
ภาพที่ 2-1 การจัดที่นั่งเป็นรูปตัวยู (U-shape) แบบที่ 1

การจัดที่นั่งรูปแบบนี้ต้องมีพื้นที่มากพอให้ผู้เรียนสามารถย้ายเก้าอี้กลับกลุ่มของตนเอง ผู้สอนสามารถจัดที่นั่งในชั้นเรียนเป็นรูปตัวยูในแบบอื่น ๆ ได้ เช่น



ภาพที่ 2-2 การจัดที่นั่งเป็นรูปตัวยู (U-shape) แบบที่ 2

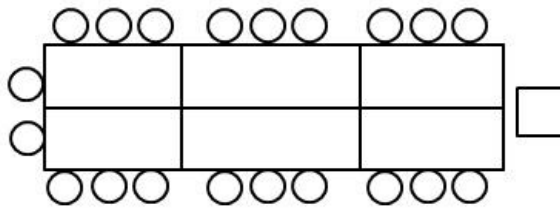
2. การจัดที่นั่งแบบทีม (Team-style) เป็นการจัดกลุ่มเป็นวงกลมหรือเป็นวงรีที่ผู้เรียนสามารถโต้ตอบกันได้ ผู้สอนสามารถจัดที่นั่งให้เต็มรอบโต๊ะเพื่อให้ผู้เรียนได้สนิทกันมากขึ้น ซึ่งผู้เรียนจะหันหน้ามาทางหน้าห้องเรียนเพื่อฟังผู้สอน หรือ มองกระดานหน้าห้อง ดังภาพที่ 2-3



ภาพที่ 2-3 การจัดที่นั่งแบบทีม (Team-style)

หรืออาจจะจัดที่นั่งให้ผู้เรียนหันหน้าไปทางหน้าห้องได้ทางเดียวก็ได้

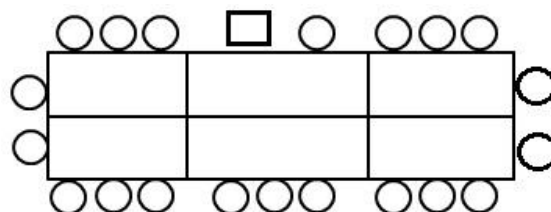
3. การจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม (Conference table) การจัดที่นั่งแบบนี้เหมาะสำหรับโต๊ะกลมหรือโต๊ะสี่เหลี่ยม เป็นการจัดที่นั่งที่ให้ความสำคัญกับทั้งชั้นเรียน และถ้าที่นั่งของผู้สอนอยู่หัวโต๊ะ จะทำให้เกิดความรู้สึกที่เป็นทางการมากขึ้น ดังภาพที่ 2-4



ภาพที่ 2-4 การจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม (Conference table) แบบที่ 1

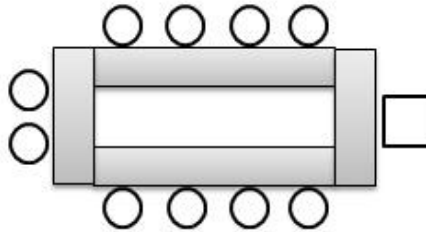
แต่ผู้สอนนั่งตรงกลางของโต๊ะด้านใดด้านหนึ่ง ผู้เรียนจะรู้สึกผ่อนคลายยิ่งขึ้น ดังภาพ

ที่ 2-5



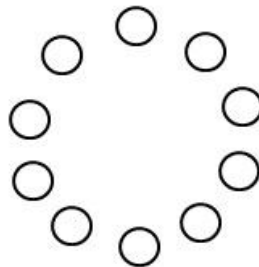
ภาพที่ 2-5 การจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม (Conference table) แบบที่ 2

ผู้สอนสามารถจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม โดยรวมหลายโต๊ะเข้าด้วยกัน โดยที่ตรงกลางเว้นว่างไว้ ดังภาพที่ 2-6



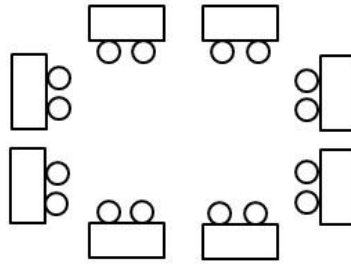
ภาพที่ 2-6 การจัดที่นั่งแบบโต๊ะประชุม (Conference table) แบบที่ 3

4. การจัดที่นั่งแบบวงกลม (Circle) เป็นการจัดที่นั่งของผู้เรียน โดยที่ไม่ใช้โต๊ะ เพื่อให้ผู้เรียนได้เผชิญหน้าซึ่งกันและกัน ดังภาพที่ 2-7 ซึ่งเหมาะแก่การจัดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้อภิปรายและถ้ามีพื้นที่มากเพียงพอ ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนย้ายเก้าอี้หันหน้าเข้าหากลุ่มย่อยได้



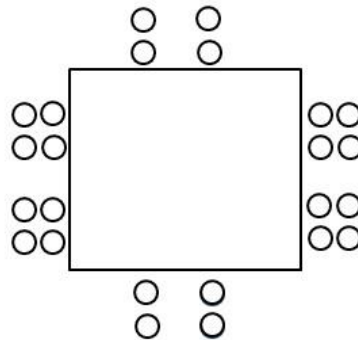
ภาพที่ 2-7 การจัดที่นั่งแบบวงกลม (Circle) แบบที่ 1

ถ้าผู้สอนต้องการให้ผู้เรียนได้ลงมือเขียน ก็สามารถจัดเก้าอี้นั่งโดยใช้โต๊ะมาช่วยเสริมได้ โดยให้ผู้เรียนหันเก้าอี้เข้าหากับเพื่อน ๆ เมื่อต้องการอภิปราย ดังภาพที่ 2-8



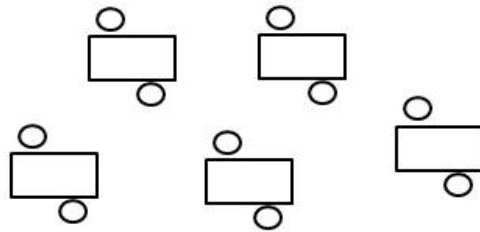
ภาพที่ 2-8 การจัดที่นั่งแบบวงกลม (Circle) แบบที่ 2

5. การจัดที่นั่งแบบกลุ่มซ้อนกลุ่ม (Group on group) เป็นการจัดที่นั่งที่ผู้สอนสามารถนั่งแบบ Fishbowl หรือ การจัดกลุ่มย่อยภายในกลุ่มใหญ่ เพื่อให้เกิดการอภิปราย การแสดงบทบาทสมมติ การโต้วาที หรือ การสังเกตกิจกรรมกลุ่ม ผู้เรียนสามารถจัดที่นั่งโดยมีกลุ่มย่อยกลุ่มเดียว หรือ สองกลุ่มอยู่ตรงกลางโดยที่ล้อมรอบด้วยที่นั่งของผู้เรียนแต่ละคน ดังภาพที่ 2-9



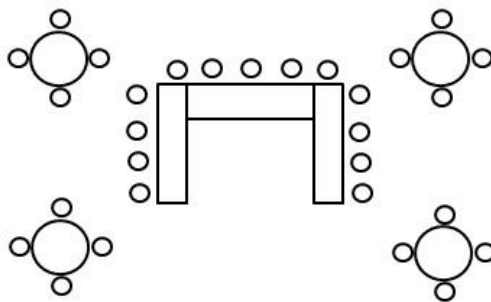
ภาพที่ 2-9 การจัดที่นั่งแบบกลุ่มซ้อนกลุ่ม (Group on group)

6. การจัดที่นั่งแบบสถานีงาน (Workstations) การจัดที่นั่งแบบนี้ส่งเสริมให้เกิดสภาพแวดล้อมที่กระตือรือร้น ซึ่งผู้เรียนจะนั่งประจำสถานีของตนเองเพื่อทำงานกับเพื่อนอีกคนที่สถานี ดังภาพที่ 2-10



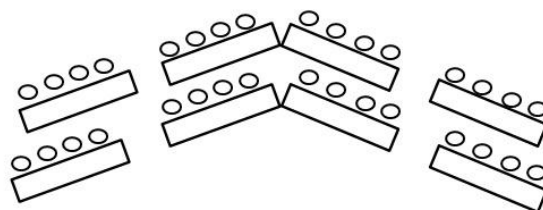
ภาพที่ 2-10 การจัดที่นั่งแบบสถานีงาน (Workstations)

7. การจัดที่นั่งแบบแหกคุก (Breakout groupings) เหมาะสำหรับห้องเรียนที่มีขนาดใหญ่ที่มีพื้นที่สำหรับโต๊ะ หรือเก้าอี้ ให้สามารถจัดกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยได้ ดังภาพที่ 2-11 ซึ่งการจัดที่นั่งลักษณะนี้ทำให้แต่ละกลุ่มทำงานได้โดยไม่ถูกรบกวน



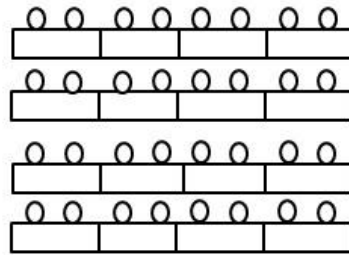
ภาพที่ 2-11 การจัดที่นั่งแบบแหกคุก (Breakout groupings)

8. การจัดที่นั่งรูปตัววี (Chevron arrangement) เหมาะสำหรับชั้นเรียนที่มีผู้เรียนมากกว่า 30 คน ลดระยะทางระหว่างผู้เรียนด้วยกันและมีช่องทางเดินสะดวก ผู้สอนเห็นผู้เรียนได้ทั่วถึง ดังภาพที่ 2-12



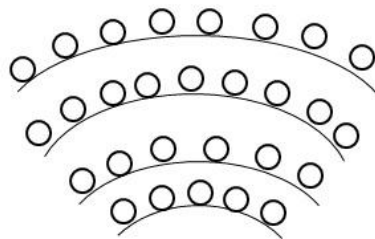
ภาพที่ 2-12 การจัดที่นั่งรูปตัววี (Chevron arrangement)

9. การจัดที่นั่งแบบชั้นเรียนปกติ (Traditional classroom) การจัดชั้นเรียนแบบนี้ ถ้าผู้สอนไม่สามารถเดินดูได้ทุกที่นั่ง ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนจับคู่ หรือ ถ้าผู้เรียนมีเป็นจำนวนคี่แล้ว ผู้เรียนคู่หน้าสามารถทำงานร่วมกันสี่คนกับผู้เรียน 1 คู่ด้านหลัง ดังภาพที่ 2-13



ภาพที่ 2-13 การจัดที่นั่งแบบชั้นเรียนปกติ (Traditional classroom)

10. การจัดที่นั่งแบบหอประชุม (Auditorium) วิธีการจัดที่นั่งแบบนี้มีข้อจำกัดสำหรับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก แต่ถ้าที่นั่งสามารถเคลื่อนได้ ควรจัดให้มีลักษณะโค้ง ดังภาพที่ 2-14 เพื่อให้ผู้เรียนไม่รู้สึกอึดอัดและสามารถมองเห็นผู้สอนได้ชัดเจน



ภาพที่ 2-14 การจัดที่นั่งแบบหอประชุม (Auditorium)

ไม่ว่าชั้นเรียนจะมีขนาดเล็กหรือใหญ่เพียงใด การจัดที่นั่งอย่างน้อยที่สุดที่ควรทำ คือ การนั่งเป็นคู่และใช้กิจกรรมที่ส่งเสริมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การจัดสภาพแวดล้อมหรือการจัดที่นั่งใน ชั้นเรียนที่ช่วยส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้เชิงรุก สามารถทำได้ 10 รูปแบบ ได้แก่ การจัดที่นั่งเป็นรูป ตัวยู (U-shape) การจัดที่นั่งแบบทีม (Team-style) การจัดที่นั่งแบบ โต๊ะประชุม (Conference table) การจัดที่นั่งแบบวงกลม (Circle) การจัดที่นั่งแบบกลุ่มซ้อนกลุ่ม (Group on group) การจัดที่นั่งแบบ

สถานีงาน (Workstations) การจัดที่นั่งแบบแหกคุก (Breakout groupings) การจัดที่นั่งรูปตัววี (Chevron arrangement) การจัดที่นั่งแบบชั้นเรียนปกติ (Traditional classroom) และการจัดที่นั่งแบบหอประชุม (Auditorium) ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกลักษณะของการจัดที่นั่งที่เหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน และขนาดของห้องเรียน ซึ่งได้แก่ การจัดที่นั่งแบบสถานีงาน (Workstations) และการจัดที่นั่งแบบชั้นเรียนปกติ (Traditional classroom)

คำถามระดับสูง

ความหมายของคำถามระดับสูง

มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของคำถามระดับสูง ดังนี้

Schmalz (1973, p. 619) กล่าวว่า คำถามระดับสูง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบ ค้นหาแบบรูป สร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล เป็นต้น เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่จากการประมวลองค์ความรู้ที่มี

Brown (1975, p. 111) กล่าวว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่มีหลายคำตอบ และไม่สามารถนำความรู้ความจำมาใช้ในการตอบได้

Morgan and Saxton (1991, p. 62) กล่าวว่า คำถามระดับสูง เป็นคำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือ ประเมินค่า ซึ่งเป็นสามประเภทสุดท้ายของ Bloom's taxonomy และเป็นคำถามที่มีความซับซ้อน นำไปสู่การคิดขั้นสูง

Collins and O'Brien (2003, p. 165) ให้ความหมายของคำถามระดับสูงว่า เป็นคำถามที่มีความซับซ้อนและมีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งต้องประมวลความคิดอย่างลึกซึ้งในการแก้ปัญหา มากกว่าการใช้ความรู้ความจำ หรือ การถามข้อเท็จจริง

สรวดี เฟิงศรี โคตร (2549, หน้า 60-61) กล่าวว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ส่งเสริมให้เด็กคิด โดยนำความรู้และประสบการณ์เดิม หรือจากความจำที่ได้จากคำถามระดับต่ำมาเป็นพื้นฐาน และสรุปหาคำตอบ

สายันห์ พาน้อย (2549, หน้า 110) กล่าวว่า คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามที่ต้องการคำตอบที่ต้องใช้สติปัญญาสูงขึ้น คือ คำถามในระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า การตอบคำถามระดับนี้ผู้ตอบจะต้องใช้ความคิด ความสัมพันธ์ และการแปลผล โดยอาศัยพื้นฐานความจำสัมพันธ์กัน

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 80) กล่าวว่า คำถามระดับสูง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้การคิดในระดับสูง เช่น ให้เปรียบเทียบ ค้นหาแบบรูป หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นคำถาม

ที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ

โดยสรุปแล้ว คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างเป็นระบบ สามารถเปรียบเทียบหรือหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล โดยอาศัยความรู้ในระดับความจำ ความเข้าใจ หรือ การวิเคราะห์ หรือการสังเคราะห์มาเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ

ความสำคัญของคำถามระดับสูง

มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความสำคัญของคำถามระดับสูง ดังนี้

Brown (1975, p. 116) กล่าวว่า คำถามระดับสูงจะช่วยสร้างองค์ความรู้ใหม่แก่ผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนสามารถคิดหาคำตอบได้อย่างอิสระ อีกทั้งยังส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ในระหว่างการอภิปราย

Fraze and Rudnitski (1995, p. 254) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคำถามระดับสูงว่าเป็นคำถามที่ช่วยขยายการเรียนรู้พื้นฐานของผู้เรียนให้กว้างขวางขึ้น และช่วยเตรียมความพร้อมให้แก่ผู้เรียนในการรับข้อมูลข่าวสารที่เกิดขึ้นในสังคม โดยอาศัยข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่สามารถเรียนรู้ได้ผ่านทางเทคโนโลยีและไม่ใช้เทคโนโลยี ซึ่งการใช้คำถามระดับสูงในชั้นเรียนจะช่วยสร้างทักษะการคิดให้เหตุผล การแก้ปัญหา การค้นหาคำตอบของสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน และผู้สอนควรใช้คำถามระดับสูงให้บ่อยครั้งขึ้นในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะชีวิตและความสามารถในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

Wragg and Brown (2001, p. 21) กล่าวว่า คำถามระดับสูงช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในบทเรียนและยังเกิดความมั่นใจในการประเมินการจัดการเรียนการสอนของผู้สอนมากยิ่งขึ้น

Alsop and Hicks (2001, p. 56) กล่าวว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ส่งเสริมการให้เหตุผลและให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้ หรือ ประยุกต์ใช้ความรู้กับสถานการณ์ใหม่

East Carolina University (2014) นำเสนอถึงความสำคัญของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

1. คำถามระดับสูงช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องที่เรียนมากยิ่งขึ้น เนื่องจากลักษณะของคำถามนั้นจะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการวิเคราะห์ การประเมินค่า การสร้างสรรค์ และการตั้งคำถามของตนเอง
2. คำถามระดับสูงช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากการเรียนไปปรับใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ
3. คำถามระดับสูงส่งเสริมการสืบค้นและเรียนรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน เนื่องจากคำถามประเภทนี้จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดคำถามว่า “จะหาคำตอบได้อย่างไร” มากกว่า “อะไรคือคำตอบ” นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนได้ประเมินการเรียนรู้ของตนเอง เพื่อปรับปรุงการเรียนรู้ของตนเองต่อไป

4. คำถามระดับสูงช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตของผู้เรียนให้ดีขึ้น เนื่องจากคำถามระดับสูงนั้นช่วยให้ผู้เรียนสามารถสังเคราะห์และประเมินค่าเกี่ยวกับข้อมูลข่าวสาร หรือ สถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จและสามารถดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 ได้อย่างราบรื่น

สายัณห์ ผาน้อย (2549, หน้า 110) กล่าวว่า คำถามระดับสูงจะช่วยพัฒนาความคิดและการใช้เหตุผล รายงานการวิจัยพบว่า คำถามระดับสูงเหมาะในการพัฒนาการคิด และเหมาะสมอย่างยิ่งกับนักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูง เพื่อฝึกวิคิดให้แก่ผู้เรียน

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 80-82) กล่าวไว้ว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรใช้ในห้องเรียนให้มากขึ้น เนื่องจากคำถามประเภทนี้ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในการหาคำตอบ การใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนคุ้นเคยจะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนอย่างแท้จริง ซึ่งในบางครั้งผู้สอนจำเป็นต้องใช้คำถามระดับสูงในการขยายความคิดในสิ่งที่ผู้เรียนเข้าใจเป็นอย่างดีแล้ว

กัญญา วีรยวธรชน (ม.ป.ป.) กล่าวว่า คำถามระดับสูงจะทำให้ให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดระดับสูง และเป็นคนมีเหตุผล นักเรียนไม่เพียงแต่จดจำความรู้ ข้อเท็จจริงได้อย่างเดียวแต่สามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา วิเคราะห์ และประเมินสิ่งที่ถามได้ นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจสาระสำคัญของเรื่องราวที่เรียนได้อย่างถูกต้องและกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาข้อมูลมาตอบคำถามด้วยตนเอง

จากการศึกษาความสำคัญของคำถามระดับสูงของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์และให้เหตุผล อันจะนำไปสู่การสืบค้นหาคำตอบได้ถูกต้องสมเหตุสมผล โดยผู้สอนควรนำคำถามระดับสูงมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้บ่อยครั้งขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นในระหว่างการอภิปราย เกิดทักษะการคิด การให้เหตุผล เกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน และสามารถปรับใช้ในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อมูลข่าวสารที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ประเภทของคำถามระดับสูง

มีนักวิชาการหลายท่านได้แบ่งประเภทของคำถามระดับสูง ดังนี้

สราวดี เฟิงศรี โคตร (2549, หน้า 60-61) ได้แบ่งประเภทของคำถามระดับสูง ดังนี้

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมีคำว่า ทำไม อย่างไร และ เพราะเหตุใด ประกอบอยู่

ด้วย

2. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้เด็กคิดเปรียบเทียบสิ่งของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติหรือลักษณะคล้ายกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่เด็กสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบและมีคำตอบหลายอย่าง

4. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด ค้นหาความจริง ที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์หรือให้แยกแยะเรื่องราวออกเป็นส่วนย่อย เพื่อหาสาเหตุและผลของปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

5. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยมาเป็นความคิดใหม่ และพัฒนาสิ่งที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น

6. คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่ให้เด็กพิจารณาคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ และตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินผลโดยใช้เนื้อหา เรื่องราวรวมทั้งกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงแล้วนำมาสนับสนุนความคิดเห็นของตนเอง

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2553, หน้า 58) ได้แบ่งคำถามระดับสูงออกเป็น 7 ประเภท ดังนี้

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ผู้ตอบจะต้องนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานสรุปหาคำตอบ

2. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ที่จุดมุ่งหมายให้เด็กใช้ความคิดเปรียบเทียบของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติหรือลักษณะคล้ายคลึงกันหรือต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้จำแนกประเภท เป็นคำถามเพื่อส่งเสริมให้เด็กรู้จักจัดกลุ่ม จัดหมวดหมู่ โดยใช้เกณฑ์ของตนเองหรือของผู้อื่น หรือบอกเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดกลุ่มที่ผู้อื่นทำไว้

4. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบบอกชื่อหรือยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้ โดยอาศัยทักษะการสังเกต และมีความรู้ความจำเรื่องต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ

5. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กหาความจริงหรือแยกแยะเรื่องราวเพื่อหาสาเหตุและผลต่าง ๆ ของปัญหาที่เกิดขึ้น หรือให้นักเรียนได้คิดค้นหาความจริงต่าง ๆ ที่ประกอบขึ้นมาเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์

6. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นการสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไปให้เกิดเป็นของใหม่ขึ้นมา เป็นแนวคิดใหม่ หรือพัฒนาของเก่าให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น คำถามให้สังเคราะห์เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้เด็กใช้กระบวนการคิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยขึ้นเป็นหลักการ

7. คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้ได้พิจารณาคุณค่าของสิ่งของก่อนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินค่าของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้หลักเกณฑ์ที่เป็นจริง และเป็นที่ยอมรับของสังคมแล้วมาสนับสนุนความคิดเห็นของตนก่อนตัดสินใจ

นิติธร ปิลวาสน์ (2557) ได้จำแนกประเภทของคำถามระดับสูง ดังนี้

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ผู้ตอบต้องนำความรู้ประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ
2. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ต้องการให้เด็กคิดเปรียบเทียบสิ่งของแต่ละสิ่งว่ามีความคล้ายกันหรือแตกต่างกันอย่างไร
3. คำถามให้จำแนก เป็นคำถามที่ให้แบ่งประเภทของสิ่งของและเรียงลำดับสิ่งของโดยใช้เกณฑ์ของตนเองและผู้อื่น
4. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้บอกชื่อหรือยกตัวอย่างสิ่งของต่าง ๆ
5. คำถามให้วิเคราะห์ ใช้เพื่อให้ค้นหาความจริงที่เป็นเรื่องราวเหตุการณ์หรือแยกแยะเรื่องราวออกเป็นส่วนย่อย เช่น เพราะสาเหตุอะไรจึงเกิดสึนามิ
6. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นกระบวนการคิดที่ต่อจากการวิเคราะห์แล้วนำข้อมูลมาสรุปโดยเลือกคำตอบที่ดีที่สุด
7. คำถามให้ประเมินค่า ใช้เพื่อให้เด็กฝึกพิจารณาคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ ก่อนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินค่าของสิ่งต่าง ๆ

มีผู้ศึกษาประเภทของคำถามระดับสูงที่สามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Schmalz (1973, pp. 624-625) ได้กล่าวว่า ประเภทของคำถามระดับสูงสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแปลความหมายของสิ่งที่เป็นนามธรรม เช่น หลักการหรือ นิยาม โดยการยกตัวอย่าง ตัวอย่างเช่น

- จงยกตัวอย่างของความสัมพันธ์ที่ไม่ใช่การถ่ายทอด

- ในบางครั้ง ตัวดำเนินการของฟังก์ชันที่เรียกว่า Composition สามารถสลับที่ได้

จงยกตัวอย่างฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่ $f \circ g = g \circ f$ สำหรับทุกจำนวนจริง

2. เป็นคำถามที่ถามให้ผู้เรียนใช้ตัวดำเนินการใหม่ที่เพิ่งเรียนมา เพื่อนำมาปรับใช้ในการแก้ปัญหา หรือ ตัดสิน ซึ่งอาจจะช่วยเติมเต็มองค์ความรู้ใหม่ของผู้เรียน ตัวอย่างเช่น

- เซต A มีสมบัติปิดภายใต้ตัวดำเนินการ $\#$ เมื่อ $a \# b \in A$ อยากทราบว่า เซตของจำนวนตรรกยะมีสมบัติปิดภายใต้ตัวดำเนินการการคูณหรือไม่

- ให้นักเรียนแต่ละคนลองหาคำตอบจากการหาร $4x^2 - 3x + 7$ ด้วย $x + 2$ โดยใช้วิธีของตนเอง

3. เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปลี่ยนรูปแบบของคำถาม หลักการ แนวคิด โดยไม่เปลี่ยนแปลงใจความสำคัญของสิ่งเหล่านั้น ตัวอย่างเช่น

- นักเรียนสามารถถอดความจากคำกล่าวจากหนังสือได้หรือไม่
- การที่นักเรียนบอกว่า การหารไม่มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม นักเรียนหมายความว่าอย่างไร
- เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความยาวเท่ากัน จงเปลี่ยนประโยคดังกล่าวให้อยู่ในรูปประโยค “ถ้า.....แล้ว.....”

4. เป็นการถามคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแปลงความสัมพันธ์ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ ให้อยู่ในภาษาพูดหรือภาษาเขียน ตัวอย่างเช่น

- การสังเกตค่า b จากทั้งสามกรณี พบว่า มีหนึ่งกรณีที่มีค่ามากกว่าค่า c นักเรียนสามารถแสดงให้อยู่ในรูปสมการได้หรือไม่
- กำหนดให้ x แทนอายุของจอห์น ถ้าพี่ชายของจอห์นมีอายุ $x + 5$ ปี นักเรียนทราบอะไรบ้างเกี่ยวกับอายุของพี่ชายของจอห์น

5. เป็นการถามคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความสามารถในการนำเสนอสิ่งที่สังเกตบันทึกข้อมูล หรือ นำเสนอมนทัศน์ให้เห็นภาพได้ ตัวอย่างเช่น

- จากการหาระยะห่างระหว่างจุดทั้งหมด ภาพจากการวาดเส้นเชื่อมระหว่างจุดมีลักษณะอย่างไร
- เส้นทแยงเป็นเส้นที่ไม่ใช่ทั้งเส้นแนวนอนหรือเส้นแนวตั้ง จิม (ครูเรียกชื่อนักเรียนคนหนึ่ง) ลองวาดเส้นทแยงบนกระดาน

6. เป็นคำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนเปรียบเทียบหรือหาข้อขัดแย้ง ตัวอย่างเช่น

- ระหว่างสมการเชิงเส้นและฟังก์ชันเชิงเส้นมีความแตกต่างกันอย่างไร
- จากเซต $\{3, 9, 15, 27, 45, 72, 105\}$ สมาชิกแต่ละตัวสัมพันธ์กันหรือไม่

7. เป็นการถามคำถามโดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ผู้เรียนเข้าใจ แต่ไม่ทราบวิธีการหาคำตอบ ตัวอย่างเช่น

- รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดใหญ่ที่สุดรูปใด ที่สามารถสร้างให้อยู่ในรูปสามเหลี่ยมได้
- ห้องพักของนายสมิทมีพื้นที่ขนาด 9 ฟุต x 14 ฟุต และนายสมิทมีพรมขนาด 8 ฟุต x 11 ฟุต ถ้าเขาต้องการปูพรมในห้องพัก อยากทราบว่าในส่วนที่ไม่ถูกปูด้วยพรมมีพื้นที่เท่าใด
- ถ้าผู้เรียนมีไม้บรรทัดและวงเวียน นักเรียนสามารถสร้างสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้อย่างไร

8. เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้วิธีการพิสูจน์ หรือแสดงข้อขัดแย้ง ทั้งที่เป็นทางการหรือไม่ทางการ ตัวอย่างเช่น

- จงพิสูจน์เกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของสามเหลี่ยมแบบ มุม-ด้าน-มุม
- ประโยคนี้เป็นจริงหรือไม่ $\forall x \forall y [x][y] = [xy]$

9. เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของการใช้หลักการ หรือหลักตรรกศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

- บ็อบคาดว่า ถ้าแมรี่มางานปาร์ตี้ แล้วจิมจะมาด้วย แต่ถ้าสัปดาห์นี้ จิมไปต่างจังหวัด แล้วแมรี่คงไม่ได้มาปาร์ตี้ในคืนนี้ อยากทราบว่าความคิดของบ็อบสมเหตุสมผลหรือไม่ อย่างไร

- กำหนด “ $(x * y) * (z * w) = (x * z) * (y * w)$ เมื่อ $*$ เป็นตัวดำเนินการบวกลบหรือการคูณปกติ เพราะทั้งสองตัวดำเนินการมีสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่ม” อยากทราบว่าเราสามารถตรวจสอบได้หรือไม่ อย่างไรว่า ประโยคดังกล่าวเป็นเท็จสำหรับตัวดำเนินการลบปกติ เพราะตัวดำเนินการลบไม่มีสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่ม

10. เป็นคำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนค้นหาแบบรูป ใช้แบบรูป หรือ แก้ปัญหาโดยการค้นหาแบบรูป ตัวอย่างเช่น

- กำหนดให้ S_2, S_3, S_5, S_7 เป็นฟีลด์ และ $S_4, S_6, S_8, S_9, S_{10}$ ไม่เป็นฟีลด์ นักเรียนคิดว่า n ควรจะเป็นจำนวนอะไรจึงจะทำให้ S_n เป็นฟีลด์

- กำหนดให้ 1, 3, 6, 10, ... เป็นลำดับ อยากทราบว่าพจน์ที่ 200 มีค่าเท่ากับเท่าใด

11. เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนสร้างกลวิธี หรือ รวบรวมข้อมูลเบื้องต้นเพื่อใช้แก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น

- ถ้ากำหนดให้เซตหนึ่งมีสมาชิก 40 ตัว ถ้าต้องการทราบขนาดของเซตย่อยของเซตนี้ สามารถหาคำตอบโดยใช้ข้อมูลใดได้บ้าง

- การเอียงระนาบส่งผลต่อระยะเวลาที่ลูกบอลเคลื่อนที่จากจุด A ไป B หรือไม่ อย่างไร

12. เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนมีวิสัยทัศน์ที่แปลกใหม่และหลากหลาย ตัวอย่างเช่น

- จงสร้างสถานการณ์ให้สอดคล้องกับอสมการ $t + 5 > 18$

- ถ้ากำหนดให้ $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$ แล้ว มีคำตอบใดบ้างที่สอดคล้องกับสิ่งที่กำหนดให้

จากที่กล่าวมาข้างต้น คำถามระดับสูงสามารถแบ่งประเภทออกได้เป็นหลากหลายแนวทาง ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ในการแบ่ง และผู้วิจัยได้เลือกใช้คำถามระดับสูงที่เหมาะสมกับเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมี 5 ประเภท ได้แก่ 1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนอธิบายข้อความต่าง ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแสดงผล

2) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความเหมือน ความแตกต่างของสองข้อมูลที่กำหนดให้ 3) คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนบอกชื่อหรือนำเสนอความรู้หรือยกตัวอย่าง โดยอาศัยการสังเกตหรือความรู้ความจำทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ 4) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแยกแยะเรื่องราวเป็นส่วนย่อยหรือพิสูจน์หาความจริงที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราว และ 5) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนหาข้อสรุปของความสัมพันธ์หรือสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

ลักษณะของคำถามที่ดี

การใช้คำถามในการจัดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงลักษณะของคำถามว่ามีความเหมาะสมดีพอที่จะช่วยกระตุ้นความคิดของผู้เรียนหรือไม่ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอลักษณะของคำถามที่ดีไว้ดังนี้

Fraze and Rudnitski (1995, pp. 243-249) กล่าวว่า คำถามที่ดีนั้นจะต้องทำให้ผู้เรียนสนใจในประเด็นที่ถาม และสร้างความคิดที่สำคัญให้กับผู้เรียน คำถามที่ดีสร้างจากวัตถุประสงค์และขึ้นอยู่กับคำถามที่ผู้สอนได้ไตร่ตรองแล้ว คำถามควรจะอยู่บนพื้นฐานของความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียน

เสริมศรี ไชยสร (2536, หน้า 14) กล่าวว่า การสอนที่ดีมักจะเกี่ยวข้องกับการที่ผู้สอนรู้จักตั้งคำถามผู้เรียนเสมอและคำถามที่ดีมีลักษณะดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น
2. ทำให้ผู้เรียนอยากศึกษาค้นคว้า
3. ท้าทายความคิดของผู้เรียน
4. ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาบทเรียนได้กระจ่างขึ้น
5. ทำให้ผู้เรียนเกิดจินตนาการอันเป็นประโยชน์และเหมาะสมกับวัย

ภพ เลหาไพบูลย์ (2542, หน้า 206-207) กล่าวว่า คำถามที่ดีจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดอย่างมีระบบ และเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ คำถามที่ดีมีลักษณะดังนี้ คือ

1. มีความหมายชัดเจน ไม่คลุมเครือ ใช้ภาษาง่าย ๆ ชัดเจน เจาะจง เมื่อนักเรียนฟังคำถามแล้วจะเข้าใจอย่างถูกต้อง
2. เป็นข้อความที่กะทัดรัด และไม่ควรมีคำถามหลายประเด็นพร้อมกัน
3. เป็นข้อความที่สมบูรณ์ ไม่ควรละข้อความบางส่วนของคำถามให้นักเรียนคิดเอาเอง
4. มีความเหมาะสมกับระดับของนักเรียน มีระดับความยากง่ายพอเหมาะ ไม่เป็นคำถามที่ยากเกินไปหรือง่ายเกินไป ควรระวังการตั้งคำถามที่ยากเกินกว่าเนื้อหาวิชาที่กำหนดในหลักสูตร

นักเรียนจะไม่สามารถตอบคำถามได้และจะเกิดความท้อถอย ส่วนคำถามที่ง่ายเกินไปนักเรียนจะไม่ได้ฝึกคิด

5. เป็นคำถามที่ส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิดเพื่อหาคำตอบที่เหมาะสม กิตติชัย สุชาติ โนบล (2557, หน้า 101) กล่าวว่า คำถามที่ดีช่วยให้การใช้คำถามของผู้สอน บรรลุวัตถุประสงค์มากยิ่งขึ้น สามารถดำเนินการสอนอย่างมีประสิทธิภาพและมีประโยชน์ต่อผู้เรียน ในการพัฒนาความคิดในระดับสูง ซึ่งลักษณะของคำถามที่ดีมีดังนี้

1. สามารถกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดทั้งในด้านเหตุผล การวิเคราะห์ สร้างสรรค์ และเป็นคำถามที่ท้าทาย ช่วยผู้ตอบ
2. สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการเรียนแต่ละเนื้อหา
3. เหมาะสมกับระดับชั้นของผู้เรียน ไม่ยากหรือง่ายเกินไป
4. ใช้ภาษาง่าย ๆ เฉพาะเจาะจง สั้น กระชับ ได้ความครบ
5. ขึ้นต้นประโยคโดยใช้คำถามแทนที่จะบอกข้อความก่อนแล้วถามคำถามทีหลัง
6. ไม่ควรตั้งคำถามหลายคำถามในขณะเดียวกัน และไม่ตั้งคำถามนิเสธพร้อมทั้งควรเป็น

คำถามแบบเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดแบบอนนกันย

7. ต้องมีระดับความยากง่ายพอเหมาะกับชั้นที่เรียนและวุฒิภาวะของผู้เรียน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2557, หน้า 17) กล่าวว่า ในการตั้งคำถามให้ผู้เรียนตอบแต่ละครั้ง ผู้สอนต้องอาศัยหลักในการตั้งคำถามที่ดี ซึ่งคำถามที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ชัดเจน คำถามที่ดีต้องมีความชัดเจน เพื่อให้ผู้เรียนรู้ว่าต้องการถามอะไร
2. เข้าใจง่าย คำถามที่ดีต้องใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย
3. สัมพันธ์กับสิ่งที่เรียน คำถามที่ดีต้องมีความสัมพันธ์กับวัตถุประสงค์การเรียนการสอน เรื่องราว เนื้อหา และกิจกรรมการเรียนการสอน

4. หลากหลาย คำถามที่ดีต้องมีหลายประเภท กลมกลืนกับเรื่องราวกิจกรรม และเร้าความสนใจ

5. มีคุณค่า คำถามที่สร้างขึ้นต้องมีคุณค่า และเร้าให้อยากตอบ
6. ปลายเปิด คำถามที่ดีควรเป็นแบบปลายเปิด เพราะจะทำให้ผู้เรียนกระตือรือร้นที่จะตอบ

7. ได้คิด คำถามที่ดีควรให้ผู้เรียนได้คิด ได้บรรยาย อธิบายเหตุผลว่าทำไม เพราะเหตุใด หรือได้ประเมินค่าสิ่งที่เรียนรู้อีกผู้ถามต้องพยายามหลีกเลี่ยงคำถามที่ต้องการคำตอบเดียวว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่”

8. พัฒนาสมอง คำถามที่ดีต้องสามารถให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางสมองได้สูงขึ้น

9. สั้นกระชับ คำถามที่ดีควรสั้น กระชับ และชัดเจนที่สุด

จากคำกล่าวข้างต้น คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังนี้ 1) สอดคล้องกับวัตถุประสงค์และกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่บนพื้นฐานของความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียน เหมาะสมกับวัย ไม่ยากหรือง่ายเกินไป 2) สร้างความสนใจในประเด็นต่าง ๆ และท้าทายผู้เรียน มีคุณค่า กระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและค้นคว้าหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล 3) ภาษาที่ใช้มีความชัดเจน ไม่คลุมเครือ เข้าใจง่าย กะทัดรัด เจาะจงมีขอบเขตในการตอบ และมีประเด็นเดียว 4) ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากยิ่งขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้นำลักษณะของคำถามที่ดีไปปรับใช้กับการสร้างคำถามในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจในเนื้อหาได้อย่างชัดเจนและตรงประเด็น

การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกดังกล่าวในหัวข้อ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก หน้า 28-32 ทำให้ผู้วิจัยได้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ผู้สอนทบทวนความรู้เดิมหรือนำเสนอกิจกรรมใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่หรือแบบกลุ่ม
2. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม
3. ขั้นอภิปรายและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำเสนอและอภิปรายสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล
4. ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

และจากการศึกษาประเภทของคำถามระดับสูงในหัวข้อ ประเภทของคำถามระดับสูง หน้า 48-52 ทำให้ผู้วิจัยได้ประเภทของคำถามระดับสูง 5 ประเภทที่สามารถนำไปใช้กับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนอธิบายข้อความต่าง ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแสดงเหตุผล
2. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความเหมือน ความแตกต่างของสองข้อมูลที่กำหนดให้

3. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนบอกชื่อหรือนำเสนอความรู้หรือยกตัวอย่าง โดยอาศัยการสังเกตหรือความรู้ความจำทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ

4. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแยกแยะเรื่องราวเป็นส่วนย่อยหรือพิสูจน์หาความจริงที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราว

5. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนหาข้อสรุปของความสัมพันธ์หรือสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้นำคำถามระดับสูงมาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังภาพที่ 2-15

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมี 4 ขั้น ได้แก่

- 1. ขั้นเตรียมความพร้อม** เป็นขั้นที่ผู้สอนทบทวนความรู้เดิม หรือ นำเสนอกิจกรรมใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่หรือแบบกลุ่ม
- 2. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม** เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม
- 3. ขั้นอภิปรายและสรุป** เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำเสนอและอภิปรายสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล
- 4. ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้** เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

(Baldwin & Williams, 1988, pp. 93-99; Hazzan, Lapidot & Ragonis, 2011, pp. 19-20; บัญญัติ ชำนาญกิจ, 2549, หน้า 4-5)

ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงมี 4 ขั้น ดังนี้

- 1. ขั้นเตรียมความพร้อม** เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการทบทวนความรู้เดิมหรือนำเสนอกิจกรรมใหม่ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่หรือแบบกลุ่ม
- 2. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม** เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน พร้อมทั้งใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผลหรือความคิดเห็นของตนเอง เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม
- 3. ขั้นอภิปรายและสรุป** เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้ผู้เรียนนำเสนอ อภิปราย แสดงความคิดเห็น และให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล
- 4. ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้** เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นความคิดของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

คำถามระดับสูงมี 5 ประเภท ได้แก่

- 1. คำถามให้อธิบาย** เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนอธิบายข้อความต่าง ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแสดงเหตุผล
- 2. คำถามให้เปรียบเทียบ** เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความเหมือน ความแตกต่างของสองข้อมูลที่กำหนดให้
- 3. คำถามให้ยกตัวอย่าง** เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนบอกชื่อหรือนำเสนอความรู้หรือยกตัวอย่าง โดยอาศัยการสังเกตหรือความรู้ความจำทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ
- 4. คำถามให้วิเคราะห์** เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแยกแยะเรื่องราวเป็นส่วนย่อยหรือพิสูจน์หาความจริงที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราว
- 5. คำถามให้สังเคราะห์** เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนหาข้อสรุปของความสัมพันธ์หรือสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

(Schmalz, 1973, pp. 624-625; สรวาดิ เเพ็งศรี โดต, 2549, หน้า 60-61; นิติธร ปิลาวาสัน, 2557)

ภาพที่ 2-15 การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง

จากภาพที่ 2-15 ผู้วิจัยได้ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง ดังนี้

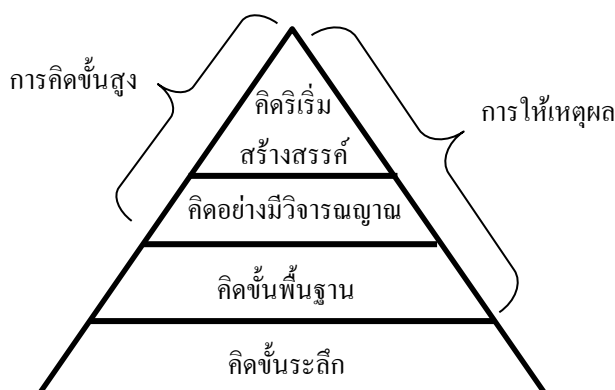
1. **ขั้นเตรียมความพร้อม** เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการทบทวนความรู้เดิม หรือ นำเสนอกิจกรรมใหม่ให้ผู้เรียนไม่คุ้นเคย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและนำไปสู่การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้แบบเดี่ยวหรือแบบคู่ หรือแบบกลุ่ม
2. **ขั้นปฏิบัติกิจกรรม** เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ซึ่งผู้สอนคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียน พร้อมทั้งใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงผลหรือความคิดเห็นของตนเอง เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม
3. **ขั้นอภิปรายและสรุป** เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้ผู้เรียนนำเสนอ อภิปราย แสดงความคิดเห็น และให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล
4. **ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้** เป็นขั้นที่ผู้สอนใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นความคิดของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผล ดังนี้

Krulik and Rudnick (1996, pp. 2-3) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดซึ่งถูกจัดอยู่ในอันดับที่สูงกว่าการคิดขั้นระลึก โดยการให้เหตุผลประกอบด้วย การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ดังภาพที่ 2-16



ภาพที่ 2-16 ระดับของการให้เหตุผลตามแนวคิดของ Krulik and Rudnick (1996, p. 2)

โดยการคิดขั้นพื้นฐาน เป็นการคิดในระดับความเข้าใจและตระหนักถึงมโนทัศน์ของเนื้อหานั้น ๆ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นการรวบรวม การจัดระบบข้อมูล การหาความสัมพันธ์ของความรู้เดิมที่เคยเรียนมากับความรู้หรือข้อมูลใหม่ ตรวจสอบความสมเหตุสมผล การวิเคราะห์ข้อมูล และการประเมินค่าสถานการณ์ หรือปัญหาต่าง ๆ รวมถึงการสะท้อนกลับของความคิด โดยธรรมชาติ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นการคิดริเริ่มสร้างสรรค์สิ่งที่ซับซ้อนและมีประสิทธิภาพ โดยอาศัยการคิดสังเคราะห์ รวบรวม และประยุกต์ใช้

Krulik and Rudnick ยังกล่าวเพิ่มเติมว่า การจัดประเภทของการคิด ดังภาพที่ 2-16 มีส่วนที่เชื่อมต่อกันอยู่ นั่นคือ การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นการคิดให้เหตุผล (Reasoning) และถ้าพิจารณาการคิดอย่างมีวิจารณญาณและการคิดริเริ่มสร้างสรรค์จะจัดว่าเป็น การคิดขั้นสูง (Higher order thinking) แต่การคิดในความเป็นจริงจะมีการปรับเปลี่ยนอันดับขึ้นลงอยู่เสมอและมีความสัมพันธ์กัน ดังนั้น จึงไม่สามารถระบุอันดับของการคิดได้อย่างชัดเจน

วรรณิ ธรรมโชติ (2550, หน้า 3) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับการแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยการนำเอาความจริงอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างในระบบซึ่งเรียกว่า เหตุหรือข้อตั้ง (Premise) มาวิเคราะห์แจกแจงความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดความจริงอันใหม่ขึ้นซึ่งเรียกว่า ผล หรือ ผลสรุป หรือ ข้อยุติ (Conclusion)

วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 207) กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่เป็นอิสระจากความรู้เดิมที่ได้มา

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผล เป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่ใช้ในการอธิบายโดยอาศัยความรู้ หรือ แนวคิดต่าง ๆ ในการหาข้อสรุป

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking) และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน โดยถือว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ (เวชฤทธิ อังคนะภักทรขจร, 2554, หน้า 30) ซึ่งการคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking) ประกอบด้วยทักษะการคิดที่ใช้คณิตศาสตร์ เพื่อให้เข้าใจแนวคิด ค้นพบความจริงของแนวคิดต่าง ๆ นำมาสรุปหรือยืนยันข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิด หรือความสัมพันธ์ หรือใช้ในการแก้ปัญหาที่ต้องใช้แนวคิดนั้น (สสวท., 2547, หน้า 4) ซึ่งมีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

NCTM (2000, p. 56) ได้เสนอความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นอุปนิสัยของจิตใจและเหมือนกับทุกลักษณะนิสัยที่มนุษย์กระทำ ซึ่งควรจะได้รับพัฒนาผ่านการเรียนรู้ในเนื้อหาต่าง ๆ เพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างสมมติฐานและกฎเกณฑ์ต่าง ๆ

Reys, Lindquist, Lambdin, Smith, and Suydam (2004, p. 102) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับการสังเกต คิดพิจารณาแบบรูปต่าง ๆ และการอธิบายโดยใช้เหตุผลว่า เพราะเหตุใดสิ่งที่พิจารณาจึงเป็นจริง

Lannin (2011) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคาดการณ์ รูปทั่วไป การสืบค้นหาสาเหตุ การพัฒนาและการประเมินค่าในประเด็นที่สำคัญ

สสวท. (2547, หน้า 4) ได้เสนอความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยการสรุปเป็นกรณีทั่วไป หรือการสรุปอย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดเหล่านั้น การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และการคิดสร้างสรรค์

สสวท. (2555 ข, หน้า 39) ได้เสนอความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 48) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไปและการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

เวททรี อังกะภทฺรขจร (2554, หน้า 32) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จากการให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการอธิบายเหตุผลโดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

NCTM (2000, p. 56) ได้เสนอมาตรฐานสำหรับความสามารถในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนควรจะมีปฏิบัติไว้ดังนี้

1. ตระหนักถึงการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและสืบเสาะหาข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินค่าข้อโต้แย้งและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
4. เลือกและใช้รูปแบบการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย

สสวท. (2546, หน้า 19) ได้เสนอความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการรวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องในกระบวนการแก้ปัญหา เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป และตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายที่สำคัญมีดังต่อไปนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และในการอธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์ และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ได้

สสวท. (2555 ข, หน้า 79) ได้เสนอความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น ๆ

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบการตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มืองค์กรทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

NCTM (2000, p. 56) ได้เสนอความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มีอิทธิพลต่อการพัฒนาการและการแสดงออกทางด้านการหยั่งรู้ ซึ่งผู้ที่ให้เหตุผลและคิดวิเคราะห์มักจะสังเกตเห็นแบบรูป โครงสร้าง หรือ สถานการณ์ในชีวิตจริงและสิ่งที่ใช้แทนสัญลักษณ์ต่าง ๆ และยังกล่าวอีกว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญในการเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยพัฒนาแนวความคิด ค้นหาปรากฏการณ์ต่าง ๆ แสดงผลลัพธ์ รวมถึงคาดการณ์เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

สสวท. (2547, หน้า 4) ได้นำเสนอความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์นั้น ๆ ได้ดี และสามารถปรับแนวคิดให้มีความแจ่มชัดและลึกซึ้งขึ้น

2. ช่วยให้นักเรียนสามารถตรวจสอบแนวคิดพร้อมทั้งให้เหตุผลได้

3. นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกันและกัน

4. ช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายและสรุปผลที่ได้เหมาะสม

5. ช่วยให้นักเรียนยอมรับแนวคิดใหม่ที่มีเหตุผลกว่าแนวคิดเดิม

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 9-10) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging idea) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียน เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ

3. ระบุความเข้าใจคลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
4. จัดหาสถานการณ์และสร้างบริบทที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
5. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2554, หน้า 32) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตจริง และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สวท. (2555 ก, หน้า 79) ได้นำเสนอความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าจะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน แก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทำให้ตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้ การคิดอย่างมีเหตุผลยังเป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงาน และในการดำรงชีวิต

สวท. (2555 ข, หน้า 39) ได้นำเสนอความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น คิดอย่างเป็นระบบ สามารถคาดการณ์ วางแผน อธิบาย และสรุปผลที่ได้อย่างสมเหตุสมผล เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้แนวความคิดของผู้อื่น โดยยอมรับในแนวความคิดที่มีความสมเหตุสมผล ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตของผู้เรียนในอนาคต อีกทั้งยังช่วยให้ผู้สอนเข้าใจข้อบกพร่องหรือแนวคิดใหม่ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนและนำไปใช้ปรับปรุงการเรียนการสอน และสร้างสภาพแวดล้อมที่เอื้ออำนวยต่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น

รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้จำแนกรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ Baroody (1993, p. 61) ได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่ปรากฏอยู่ตามธรรมชาติ มีมาแต่กำเนิด หรือเป็นการให้เหตุผลโดยใช้สามัญสำนึกของบุคคลซึ่งการให้เหตุผลในลักษณะนี้สามารถนำไปสู่ข้อผิดพลาดต่าง ๆ ได้ง่าย

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ทำให้ทราบรูปทั่วไป โดยการพิจารณาแบบรูป หรือ ตัวอย่างที่กำลังศึกษา ซึ่งข้อสรุปนี้อาจจะไม่เป็นจริงเสมอไป ตัวอย่างเช่น ข้อสรุปที่ได้มีผลสำหรับกลุ่มตัวอย่าง แต่ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับกลุ่มประชากรทั้งหมดได้ เป็นต้น

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ก่อให้เกิดการสร้างข้อสรุป โดยใช้องค์ความรู้ที่เคยทราบมาแล้ว ซึ่งการให้เหตุผลแบบนิรนัยนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้เฉพาะตามข้อกำหนด กฎเกณฑ์ที่ตั้งไว้เท่านั้น อีกทั้งการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นพื้นฐานสำหรับการอธิบายการให้เหตุผลแบบสหัชญาณหรือแบบอุปนัย แต่อย่างไรก็ตามการให้เหตุผลแบบนิรนัยก็มีข้อจำกัด เนื่องจากอาจนำไปสู่การประยุกต์ใช้ได้อย่างผิดพลาดได้เมื่อหลักฐานที่นำมาใช้ในการให้เหตุผลเป็นเท็จหรือไม่สมเหตุสมผล

สสวท. (2547, หน้า 4) ได้จำแนกการให้เหตุผลออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้การสังเกตขึ้นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูป หรือสร้างข้อคาดเดา แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือ กฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50-54) ได้จำแนกลักษณะของการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป ไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริง โดยมีการพิสูจน์แล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

1.3 การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน เป็นต้น

1.4 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.4.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปร จากปัญหาสัดส่วน

1.4.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลขเป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน เช่น นิดซื้อไข่ไก่ 3 ฟอง 10 บาท หน้อยซื้อไข่ไก่ขนาดเดียวกัน 5 ฟอง 16 บาท แสดงว่า หน้อยซื้อไข่ไก่อราคาราฟองละ $\frac{16}{5}$ บาท ซึ่งถูกกว่าราคาราฟองละ $\frac{10}{3}$ บาท ที่นิดซื้อ

1.5 การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

สสวท. (2555 ข, หน้า 40) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนี้ว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อัจฉริยะที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ซึ่งการให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

2.1 เหตุหรือสมมติฐาน หมายถึง สิ่งที่เป็นอย่างจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ คำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่าง ๆ

2.2 ผลหรือผลสรุป หมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

การให้เหตุผลแบบนิรนัยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของผลสรุปที่ตามมาจากเหตุเป็นสำคัญ โดยไม่ได้คำนึงถึงว่า ผลสรุปนั้นจะเป็นจริงหรือไม่ ถ้าหากเหตุที่เรายอมรับเป็นเท็จ ผลสรุปที่สมเหตุสมผลนั้นอาจเป็นเท็จก็ได้

สสวท. (2555 ก, หน้า 79) ได้จำแนกประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลจากการสังเกตส่วนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบหลักการ หรือ ข้อสรุปทั่วไป เพื่อนำไปใช้ในวงกว้างมากขึ้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลจากการใช้ข้อเท็จจริง หลักการ กฎ บทนิยาม หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษารูปแบบของการให้เหตุผลข้างต้น จะพบว่า การให้เหตุผลสามารถจำแนกได้หลากหลายแนวทาง แต่ส่วนใหญ่แล้วนักการศึกษาและองค์กรทางการศึกษาได้จำแนกการให้เหตุผลออกเป็น 2 รูปแบบ ได้แก่ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของแบบรูป ตัวอย่าง ข้อเท็จจริงย่อยที่มีลักษณะร่วมกัน เพื่อสร้างข้อสรุปของความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปทั่วไป 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ หลักการ ความรู้เพื่อประกอบการอธิบายและสรุปความสัมพันธ์ของกรณีย่อยที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หรือหลักการดังกล่าว ซึ่งงานวิจัยนี้ได้นำหลักการของรูปแบบของการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและแบบนิรนัยมาช่วยในการสร้างคำถามในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

NCTM (2000, pp. 265-346) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สำหรับนักเรียนเกรด 6 ถึง เกรด 8 ผู้สอนจะต้องคอยอำนวยความสะดวก และจัดสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนฝึกคิดและให้เหตุผลในชั้นเรียน ควรจะมอบหมายงานที่เหมาะสมกับวัยและความสนใจของผู้เรียน และจะต้องเป็นงานที่ส่งเสริมการสร้างและการจัดระบบข้อมูล มีคุณค่า หรือ ปฏิเสธข้อคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล และผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงข้อผิดพลาดของการสร้างข้อสรุปจากการรวบรวมข้อมูลที่น้อยเกินไป และผู้สอนจะต้องคิดอย่างเป็นระบบและตื่นตัวอยู่เสมอเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง

2. นักเรียนเกรด 9 ถึงเกรด 12 ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาการคิดและการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลจนเป็นอุปนิสัย ซึ่งตัวผู้สอนเองควรจะเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ควรจัดสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมให้เกิดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการเรียนเรื่อง

แบบรูป หรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ ซึ่งการจัดสภาพแวดล้อมทำได้โดยการสร้างบรรยากาศการอภิปรายในห้องเรียน การใช้คำถาม การรับฟังข้อคิดเห็นต่าง ๆ ของผู้เรียน รวมถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สืบค้นหาข้อมูล และอธิบายแนวความคิดของตนเอง เพื่อนำไปสู่การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน ได้อย่างถูกต้อง โดยผู้เรียนจะต้องพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของตนเองอยู่เสมอ และผู้สอนไม่ควรมองข้ามข้อผิดพลาดจากการตอบคำถามของผู้เรียน แต่ควรจะอธิบายหรือใช้วิธีการต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและสามารถอธิบายได้ถูกต้องสมเหตุสมผล

Rey et al. (2004, p. 103) กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบความคิดของตนเอง และผู้อื่นอยู่เสมอ และคอยช่วยเหลือให้ผู้เรียนเข้าใจข้อบกพร่องจากการให้เหตุผลของตนเองเพื่อปรับปรุงแก้ไขต่อไป

สวท. (2547, หน้า 19) ได้นำเสนอแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับขั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่อง โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวความคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่า ควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผลครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. ครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนตามปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ เป็นต้น

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 32) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล จากบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหาและชี้แจงเหตุร่วมกัน และควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กับการสอนเนื้อหาตามปกติ

จากการศึกษาแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น ผู้สอนจำเป็นต้องคอยอำนวยความสะดวกและจัดสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดและให้เหตุผลภายในชั้นเรียน สร้างบรรยากาศให้เกิดการอภิปราย มีการแลกเปลี่ยนแนวคิด หรือใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความคิดและอธิบายแนวความคิดของตนเอง หรืออาจจะมอบหมายงานที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการอธิบายแนวความคิดของตนเอง และควรให้ผลป้อนกลับในการให้เหตุผลของผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การแก้ไขปรับปรุง และสามารถให้เหตุผลได้อย่างชัดเจนและสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แนวทางในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Krulik and Rudnick (1996, pp. 8-9) ได้กล่าวถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้องเพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาในกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน
2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สสวท. (2547, หน้า 50) ได้นำเสนอเกี่ยวกับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลว่า นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

และในการประเมินควรคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้ จะประเมินด้วยการวิเคราะห์ เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมิน

แบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 176-177) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มักประเมินตามประเภทของการให้เหตุผลและลักษณะของเนื้อหา คณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนมากจะใช้ปัญหาหรือกิจกรรมเป็นเครื่องมือ และประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น และอาจประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียวกัน

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลากหลายแนวทาง เช่น การสังเกต การใช้แบบทดสอบอัตนัย การใช้คำถาม การใช้ปัญหาหรือกิจกรรม เป็นต้น ซึ่งการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ และงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน โดยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

มีองค์กรและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ดังนี้

Rey et al. (2004, pp. 70-71) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชั้นเรียนได้ ซึ่งจำแนกออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนที่พิจารณาภาพรวมของคุณสมบัติ หรือ ลักษณะของผลผลิตหรือกระบวนการทำงานของผู้เรียนโดยรวม
2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนที่พิจารณาคุณสมบัติของงานแบบแยกส่วน เพื่อวิเคราะห์ผลงานอย่างหลากหลายมิติ

สสวท. (2546, หน้า 22) ได้นำเสนอเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนว่าสามารถจำแนกได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. แบบรวม เป็นเกณฑ์ที่ใช้ประเมินผลการปฏิบัติงานหรือความสำเร็จของงานแต่ละชิ้นในภาพรวม ตามสาระสำคัญที่ระบุไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้
2. แบบวิเคราะห์ เป็นเกณฑ์ที่ใช้ประเมินผลการปฏิบัติงานหรือผลงานที่แยกประเมินเป็นรายองค์ประกอบย่อย ผลที่ได้จากการประเมินจะมีรายละเอียดที่นำไปใช้ประโยชน์เพื่อวินิจฉัยผู้เรียน และให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับการบรรลุผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

เวททรี อังคะภัทรขจร (2554, หน้า 115-117) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนน เป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินเชิงคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และการปฏิบัติงานของผู้เรียนซึ่งสามารถแยกแยะความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตรวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละระดับ/ กลุ่มในมาตรวัดไว้อย่างชัดเจน ซึ่งรูบริก (Rubric) เป็นหนึ่งในเกณฑ์การให้คะแนนที่แสดงถึงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนจากระดับยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบคือ

1. การให้คะแนนแบบเป็นภาพรวม (Holistic score) คือการให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยดูภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น
2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) เป็นการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 255-256) กล่าวว่า เกณฑ์การประเมิน (Rubric) คือแนวการให้คะแนนเพื่อประเมินผลงานหรือการปฏิบัติงานของผู้เรียน หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า Rubric เป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่ง ใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของผู้เรียน ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ (Criteria) ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของผู้เรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่า การปฏิบัติงานหรือผลงานนั้น ๆ จะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้าง ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่า การปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้รับระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนนั้น ๆ ของเกณฑ์แต่ละตัว มีลักษณะอย่างไร เกณฑ์การประเมิน จึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะ เฉพาะของการปฏิบัติหรือผลงานนั้น ๆ ในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้ง 2 ประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน โดยเกณฑ์การประเมิน มี 2 ชนิด คือ เกณฑ์การประเมิน แบบภาพรวม (Holistic rubric) และเกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic rubric) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. เกณฑ์การประเมิน แบบภาพรวม (Holistic rubric) ครูจะให้คะแนนโดยดูจากภาพรวมของกระบวนการหรือผลงาน ไม่แยกพิจารณาเป็นส่วน เกณฑ์การประเมินแบบนี้จะใช้เมื่อต้องการดูภาพโดยรวมมากกว่าจะดูข้อบกพร่องส่วนย่อย ๆ ซึ่งจะเหมาะกับการปฏิบัติที่ต้องการให้ผู้เรียนสร้างสรรค์และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจนแน่นอน
2. เกณฑ์การประเมิน แบบแยกส่วน (Analytic rubric) ใช้เมื่อต้องการเน้นการตอบสนองที่มีลักษณะเฉพาะ และไม่ได้เน้นความคิดสร้างสรรค์ ใช้เป็นตัวแทนของการประเมินหลายมิติ การใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงได้ผลสะท้อนกลับก่อนข้างสมบูรณ์ เป็นประโยชน์

สำหรับผู้เรียนและผู้สอนมาก ผู้สอนที่ใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงสามารถสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่น-จุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคนได้

จากการศึกษาเกณฑ์การประเมินข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบ รุบริคเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนแบบหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วย 2 ชนิด คือ เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม และเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ เลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เนื่องจากผู้วิจัยต้องการให้ผู้เรียนได้เขียนอธิบายและแสดงเหตุผลของตนเอง อย่างอิสระ โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

สสวท. (2547, หน้า 52) ได้นำเสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสสวท.

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/ แนวคิดไม่ถูกต้องเลย
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 2 แห่ง
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจรร (2554, หน้า 116) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบ ภาพรวมของทักษะการให้เหตุผล ดังตารางที่ 2-9

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์
อังกนะภัทรขจร

ระดับคะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน
3 (ดี)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้เกือบสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบแต่ ไม่ถูกต้อง
1 (ปรับปรุง)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการตอบคำถามและไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

สสวท. (2555 ก, หน้า 177) ได้นำเสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-10

ตารางที่ 2-10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ สสวท.

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ต้องปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจและไม่ระบุ การอ้างอิง

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของ สสวท. (2547, หน้า 52) สสวท. (2555 ก, หน้า 177) และเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า
116) ผู้วิจัยได้สังเคราะห์เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ดังตารางที่ 2-11

ตารางที่ 2-11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3 (ดีมาก)	ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล
2 (ดี)	- ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วน - ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล
1 (พอใช้)	- ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ - ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่แสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สมเหตุสมผล - ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สมเหตุสมผล - ไม่มีร่องรอยการตอบคำถาม

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

มีนักศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และระดับพฤติกรรมที่ใช้ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

Wilson (1970, pp. 648-649) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นผลทางสติปัญญาของผู้เรียนที่บ่งบอกถึงความรู้ในด้านเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์และระดับพฤติกรรมที่ได้

จากการเรียนรู้ ซึ่งการวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละเนื้อหาทำได้โดยวัดจากระดับ พฤติกรรม 4 ระดับ ได้แก่

1. ความรู้ความจำ เป็นระดับที่วัดความสามารถในการระลึกและการบอกเกี่ยวกับ ข้อเท็จจริง นิยามศัพท์ หรือแก้ปัญหาคตามที่ผู้เรียนเรียนมาแล้ว โดยไม่ได้ให้ความสำคัญกับวิธีการ ที่ผู้เรียนเลือกใช้ สามารถจำแนกออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ต้องการให้ผู้เรียนได้ตระหนักหรือทำตามรูปแบบ ความรู้พื้นฐานเหมือนกับที่เรียนมาแล้ว

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ โดยต้องการให้ผู้เรียนระลึกถึงชื่อหรือความหมายของ คำศัพท์ที่เคยเรียนมา

1.3 ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการตามขั้นตอนที่เรียนมา เป็นความสามารถใน การเลียนแบบ หรือกระทำตามหลักการดำเนินการตามที่เคยเรียนมา

2. ความเข้าใจ เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนระลึกและอธิบายเกี่ยวกับมโนทัศน์ ความสัมพันธ์ รูปทั่วไป หรือแปลงองค์ประกอบของปัญหาจากวิธีการเดียวไปสู่วิธีการอื่น ๆ ตาม ความเข้าใจของตนเองเพื่อช่วยในการหาคำตอบ สามารถจำแนกได้ 6 ประเภท ได้แก่

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือความคิดรวบยอด โดยต้องการให้ผู้เรียนใช้ มโนทัศน์ในการหาคำตอบ หรือ ยกตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น ๆ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และรูปทั่วไป โดยต้องการให้ผู้เรียนใช้หลักการ กฎ และรูปทั่วไปในการหาคำตอบ หรือ ยกตัวอย่างของหลักการ กฎ และรูปทั่วไป

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการให้ผู้เรียนใช้ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

2.4 ความสามารถในการแปลงปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการให้ผู้เรียนแปลง จากคำพูดเป็นภาพแทนความหมายหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือแปลงจากภาพแทน ความหมายและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นการพูดอธิบาย

2.5 ความสามารถในการดำเนินการโดยใช้เหตุผล เป็นความสามารถในการอ่านหรือ การฟังข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการพร้อมอธิบายอย่างสมเหตุสมผล

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการ ให้ผู้เรียนอ่านและทำความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

3. การนำไปใช้ เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนระลึกและประยุกต์ใช้มโนทัศน์และ ความรู้ที่เกี่ยวข้อง หรือเลือกใช้การดำเนินการที่เหมาะสมตามที่เคยฝึกฝนมาแล้ว แบ่งได้ 4 ประเภท ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย โดยต้องการให้ผู้เรียนเลือกใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับปัญหา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ โดยต้องการให้ผู้เรียนระลึกรถึงมโนทัศน์ กฎ โครงสร้างการทางคณิตศาสตร์ หรือคำศัพท์ ต้องการให้ผู้เรียนค้นพบความสัมพันธ์ และ ทำการเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูล 2 ชุด

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล โดยต้องการให้ผู้เรียนอ่าน ตีความ แยกแยะ ส่วนประกอบของปัญหา ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็น สร้างความสัมพันธ์ระหว่างปัญหาย่อย ๆ ที่ เคยแก้มาแล้ว

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูป โครงสร้างที่เหมือนกัน และความสมมาตร กัน โดยต้องการให้ผู้เรียนได้ระลึกรถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้อง เพื่อทำการแปลงและปรับปัญหาย่อย ๆ ให้ เป็นลำดับขั้นตอนแบบรูป โครงสร้างที่เหมือนกัน หรือปรับข้อมูลให้สมมาตรกัน

4. การวิเคราะห์ เป็นระดับพฤติกรรมที่มีความซับซ้อน ต้องการให้ผู้เรียนตรวจสอบ ความสัมพันธ์ ค้นหาแบบรูป และแก้ปัญหาในสิ่งที่ไม่เคยฝึกฝนหรือไม่คุ้นเคยมาก่อน โดยใช้ มโนทัศน์และการดำเนินการที่เคยเรียนมาประกอบการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 5 ประเภท ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย โดยต้องการให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยน ขั้นตอน วิธีการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนหน้าในการแก้ปัญหาใหม่ที่ไม่คุ้นเคย

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ โดยต้องการให้ผู้เรียนค้นหา ความสัมพันธ์ หรือปรับเปลี่ยนโครงสร้างของปัญหาให้อยู่ในรูปแบบใหม่

4.3 ความสามารถในการแสดงวิธีการพิสูจน์ โดยต้องการให้ผู้เรียนได้พิสูจน์ข้อความ โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือขั้นตอนการพิสูจน์

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ทาง คณิตศาสตร์และประสบการณ์การพิสูจน์มาใช้ในการวิเคราะห์ วิจารณ์ความสมเหตุสมผลของ การพิสูจน์

4.5 ความสามารถในการสร้างและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของกรณีทั่วไป เป็น ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และแสดงวิธีการพิสูจน์สิ่งที่ค้นพบในรูปทั่วไป

เวทฤทธิ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 150-154) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทาง คณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกตาม พฤติกรรมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำและการคำนวณ (Computation) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนผ่านไปแล้ว เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนกระบวนการคิดคำนวณอย่างง่าย ๆ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกได้เป็น 3 ชั้น ได้แก่

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หมายถึง ความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในลักษณะเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เป็นการถามเพื่อให้ผู้เรียนบอกความหมายของศัพท์และนิยามที่เคยเรียนมาแล้วโดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใด

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการตามกระบวนการคิดคำนวณตามที่เคยเรียนมาแล้ว

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการนำความรู้ที่รู้หรือเรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถอธิบาย ยกตัวอย่าง จำแนก แปลความ ตีความ สรุปความ หรือขยายความได้ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ได้แก่

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนมาตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนรู้ไปแล้วมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่งด้วยตนเอง

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป หมายถึง ความสามารถในการสรุปหรือบอกความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์กับตัวปัญหา ซึ่งผู้เรียนควรจะรู้หลังจากเรียนจบเรื่องนั้นแล้ว

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปศัพท์และนิยามทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือการหาค่าสัญลักษณ์โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความเข้าใจในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง หมายถึง ความสามารถในการแปลงข้อความให้เป็นสัญลักษณ์หรือสมการ โดยมีได้รวมถึงการคำนวณหาคำตอบของสมการนั้น

2.5 ความเข้าใจในการดำเนินตามเหตุผล หมายถึง ความสามารถในการบ่งชี้ความสมเหตุสมผลของข้อความ บทความ หรือผลงานทางคณิตศาสตร์

2.6 ความเข้าใจในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ว่าโจทย์กำหนดอะไรบ้างและต้องการถามเรื่องอะไร รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลผลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการนำความรู้ กุญ
 หลักการ ข้อเท็จจริงหรือทฤษฎีต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้อย่างเต็มที่ไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ ทั้งนี้
 โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในระดับนี้ต้องไม่ใช่โจทย์ข้อเดิมที่ผู้เรียนเคยฝึกทำมาแล้ว พฤติกรรมระดับนี้
 แบ่งออกเป็น 4 ชั้น ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาธรรมดา หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาที่
 คล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียน

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนึกถึง
 รายละเอียดที่เกี่ยวข้องกัน เช่น มโนทัศน์ กุญ เพื่อค้นพบความสัมพันธ์ เปรียบเทียบและนำมาสรุป
 เพื่อตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะ
 จำแนกส่วนประกอบย่อยของปัญหาหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดว่าจำเป็นหรือไม่ ในการแก้ปัญหาโจทย์
 นั้น ๆ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและ
 สมมาตร หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้ หรือจาก
 ปัญหาที่กำหนดให้

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่า
 ธรรมดา มีลักษณะซับซ้อน หรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยกับที่รู้มาก่อน แต่ต้องอยู่ในของข่าย
 เนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมาแล้ว พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ได้แก่

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หมายถึง ความสามารถในการ
 ถ่ายทอดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้วไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาลักษณะนี้
 ส่วนมากเป็นปัญหาที่ไม่สามารถคิดคำนวณโดยตรงได้

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการค้นพบ
 ความสัมพันธ์ใหม่หรือนำสัญลักษณ์จากสิ่งที่กำหนดให้มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเอง หรือเพื่อ
 นำมาใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ

4.3 ความสามารถในการแสดงพิสูจน์ หมายถึง ความสามารถในการพิสูจน์ด้วย
 ตนเองโดยอาศัยทฤษฎีหรือบทนิยามต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการพิสูจน์

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ หมายถึง ความสามารถในการใช้เหตุผลเพื่อ
 วิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณี
 ทั่วไป หมายถึง ความสามารถในการค้นพบ

จากการศึกษาความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาสาระ คณิตศาสตร์ของผู้เรียน อันเป็นผลมาจากการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถวัดได้จากระดับ พฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้ง 4 ระดับ ได้แก่

1. ความรู้ความจำ เป็นระดับที่วัดความสามารถในการระลึกเกี่ยวกับข้อเท็จจริง นิยาม ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ หรือ การคิดคำนวณอย่างง่ายตามที่ผู้เรียนเคยเรียนมาแล้ว
2. ความเข้าใจ เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว มาใช้ในการอธิบาย ยกตัวอย่าง หรือ หาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล
3. การนำไปใช้ เป็นระดับที่ต้องการให้นักเรียนระลึกและประยุกต์ใช้ความรู้ วิธีการ ดำเนินการ บทนิยาม หรือ ทฤษฎีบทตามที่เคยเรียนมาในการหาคำตอบของปัญหาใหม่ที่ผู้เรียน ไม่เคยฝึกมาก่อน หรือ ตีความเพื่อเปรียบเทียบและตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลสองชุด
4. การวิเคราะห์ เป็นระดับที่ต้องการให้ผู้เรียนตรวจสอบ แสดงวิธีการพิสูจน์ หรือ แก้ปัญหาที่ไม่เคยฝึกฝนหรือไม่คุ้นเคยมาก่อน แต่อยู่ในขอบเขตเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้ว โดยอาศัย ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ซึ่งผู้วิจัยได้นำระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้ง 4 ระดับดังกล่าวข้างต้น ไปใช้ในการ สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งความหมายของ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไว้ดังนี้

Eysenck, Wurrzburg and Berne (1979, pp. 17-18) ได้นิยามความหมายของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement test) ว่า เป็นการวัดผลความพยายาม ความมานะอดทน สหะ จากการฝึกฝน ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนถูกนำมาใช้ในการทดสอบสมรรถนะของ นักเรียนมากที่สุด และยังมีแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่เกี่ยวกับวิชาชีพ ตัวอย่างเช่น การวัด ความชำนาญการจดบันทึกเร็วและอื่น ๆ ที่ใช้ตรวจสอบความสำเร็จในการเรียนรู้และใช้คัดเลือก จุดประสงค์การเรียนรู้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, หน้า 20) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) ว่าเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดเนื้อหาวิชาที่เรียนผ่านมาแล้วว่า นักเรียนมีความรู้ความสามารถเพียงใด ดังเช่น การสอบวัดผลการเรียนการสอนในชั้นเรียนปัจจุบัน

บรรพต สุวรรณประเสริฐ (2544, หน้า 124) กล่าวว่า แบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความก้าวหน้าของผู้เรียนในส่วนที่เป็นมโนคติทั้งหลายในเนื้อหา แบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์จะเป็นแบบทดสอบที่แสดงให้เห็นความสามารถของผู้เรียน แบบทดสอบชนิดนี้จะรวมข้อทดสอบที่เป็นแบบวินิจฉัยบางข้อ และมีข้อทดสอบที่มีระดับ เหนือกว่าขั้นวิเคราะห์ นอกจากนี้ข้อสอบในแบบทดสอบชนิดนี้จะรวมถึงการแก้ค่าของปัญหา ที่ต้องใช้ความคิดขั้นวิพากษ์วิจารณ์ ความรู้ขั้นการนำไปใช้ในเรื่องการให้เหตุผลแบบอุปมาน และ แบบอนุมาน

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 193) ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ว่า หมายถึงชุดคำถามที่มุ่งวัดพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ ทักษะ และ สมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ไปแล้วมากน้อยเพียง

วิทยากร เชียงกุล (2546, หน้า 10) ได้นิยามความหมายของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งออกแบบมาเพื่อวัดความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ ฯลฯ หรือความสำเร็จทางวิชาการของผู้เรียนในสาขาใดสาขาหนึ่ง

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2552, หน้า 96) ได้สรุปความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และความสามารถทางวิชาการที่ผู้เรียนได้ เรียนรู้มาแล้วว่าบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

ราชบัณฑิตยสถาน (2555, หน้า 9-10) ได้นิยามความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) ว่าเป็นกระบวนการที่เป็นระบบในการวัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ภาษาไทย แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางภาษาอังกฤษ แบบทดสอบปลายภาค ทั้งที่เป็นข้อเขียนและภาคปฏิบัติ

สมนึก ภัททิยธนี (2555, หน้า 73) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด

ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 260) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นเครื่องมือสำหรับผู้สอนที่จะใช้ในการตรวจสอบผลการเรียนรู้ของผู้เรียนรวมถึงพฤติกรรมต่าง ๆ จากการเรียนหรือการจัดการเรียนรู้ของผู้สอนเพื่อประเมินว่า ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับใด บรรลุตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้มากน้อยเพียงใด เป็นไปตามมาตรฐาน ตัวชี้วัดอย่างไรบ้าง ซึ่งแบบทดสอบจะต้องมีคุณภาพ ผ่านการสร้างอย่างถูกต้อง มีประสิทธิภาพ มีความถูกต้องเที่ยงตรง เชื่อถือได้ มีกระบวนการหลักการสร้างแบบทดสอบตามหลักวิชาการ

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้ในการทดสอบผู้เรียน ซึ่งมุ่งวัดเนื้อหาสาระที่ผู้เรียนเคยเรียนมาแล้วว่า ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในการเรียนรู้มากน้อยเพียงใด

ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 193) ได้จำแนกประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งมี 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน (Standardized achievement test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญด้านวัดและประเมินผลร่วมกับผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชาเฉพาะ มีการวางแผนการสร้างข้อสอบอย่างมีระบบ กำหนดวัตถุประสงค์ มีการทดลองใช้แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความเป็นมาตรฐาน มีการกำหนดเวลาของการทดสอบและวิธีดำเนินการสอน ตลอดจนมีคู่มือประกอบการใช้แบบทดสอบอย่างละเอียด แบบทดสอบมาตรฐานจะมีการวิเคราะห์และปรับปรุงหลายครั้งจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพดี

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้าง (Teacher made test) เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นเองเพื่อใช้ในการวัดผลการเรียนของนักเรียนในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว ซึ่งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นมี 2 ประเภท คือ

2.1 แบบทดสอบเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน (Formative test) เป็นแบบทดสอบที่วัดภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยหรือแต่ละบทย่อย ๆ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะนำผลของการวัดไปแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน และปรับปรุงวิธีการสอนของครูก่อนที่จะเรียนหน่วยหรือบทใหม่ต่อไป ดังนั้น แบบทดสอบนี้จึงเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral objective) ของการเรียนการสอนแต่ละหน่วย

2.2 แบบทดสอบเพื่อประเมินสรุปผลการเรียน (Summative test) เป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดความคิดรวบยอดและการนำความรู้ไปใช้ภายหลังการเรียนการสอนในแต่ละเรื่องเสร็จสิ้นลงหรือสิ้นภาคการศึกษา เพื่อตรวจสอบความรู้ที่นักเรียนเรียนไปแล้วทั้งหมดว่านักเรียนยังสามารถระลึกได้ถึงความรู้เหล่านั้นทั้งหมดหรือไม่ มีความเข้าใจในความรู้เหล่านั้นอย่างต่อเนื่องหรือไม่ แบบทดสอบชนิดนี้มุ่งวัดพฤติกรรมในตารางวิเคราะห์หลักสูตรเฉพาะวิชา

ทิวัดต์ มณีโชติ (2549, หน้า 43-44) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement tests) ถ้าแบ่งตามกลุ่มผู้สร้างและวิธีการสร้างแบบทดสอบ แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized tests) เป็นแบบทดสอบที่สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญที่มีความรู้ในเนื้อหาและมีทักษะการสร้างแบบทดสอบมีการทดลองใช้และวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบหลายด้านหลายครั้งจนได้มาตรฐาน

2. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher made tests) เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง เพื่อใช้ในการทดสอบนักเรียนในชั้นเรียน

ประเภทของแบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้ว่าจะแบ่งในมิติอื่น เช่น แบ่งตามลักษณะของแบบทดสอบ แบ่งได้ 2 ประเภท เช่นกัน คือ

1. แบบทดสอบปรนัย (Objective tests) ได้แก่

1.1 แบบถูก-ผิด (True-false)

1.2 แบบจับคู่ (Matching)

1.3 แบบเติมคำหรือข้อความให้สมบูรณ์ (Completion)

1.4 แบบคำตอบสั้น (Short answer)

1.5 แบบเลือกตอบ (Multiple choices)

2. แบบทดสอบอัตนัย (Essay tests) ได้แก่

2.1 แบบจำกัดคำตอบ (Restricted response item)

2.2 แบบไม่จำกัดคำตอบหรือตอบอย่างเสรี (Extended response item)

นอกจากนี้อาจจะแบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลการการเรียนรู้ในลักษณะอื่น ๆ ซึ่งก็จะครอบคลุม 2 ลักษณะดังกล่าวข้างต้น

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2552, หน้า 96) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นใช้กันโดยทั่วไปในสถานศึกษา มีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper and pencil test) ซึ่งแบ่งออกได้อีก 2 ชนิด คือ

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective or essay test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียน โดยแสดงความรู้ ความคิด เจตคติได้อย่างเต็มที่

1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้คำตอบสั้น ๆ (Objective test or short answer) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้น ๆ หรือมีคำตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ (Restricted response type) ผู้ตอบ ไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิด ได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบชนิดนี้แบ่งออกเป็น 4 แบบคือ แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำ และแบบทดสอบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่ว ๆ ไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพ มีมาตรฐาน กล่าวคือ มีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ วิธีการให้คะแนนและการแปลความหมายของคะแนน

เยาวดี รวงษ์กุล วิบูลย์ศรี (2552, หน้า 20-26) กล่าวว่า เราสามารถจำแนกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ได้ดังนี้

1. จำแนกตามขอบข่ายของเนื้อหาวิชาที่วัด เช่น แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์บางประเภทจะวัดเนื้อหาวิชาทางคณิตศาสตร์ หรือประวัติศาสตร์ หรือการสะกดคำ ฯลฯ ขอบข่ายเนื้อหาของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์นั้น อาจกำหนดให้กว้างได้ เช่น กำหนดเนื้อหาวิชาเกี่ยวกับประวัติศาสตร์ไทยโดยทั่วไป หรือจำกัดให้แคบลง เช่น กำหนดเนื้อหาวิชาเฉพาะที่เกี่ยวกับศึกเก้าทัพของประวัติศาสตร์ไทย เป็นต้น

2. จำแนกตามลักษณะหน้าที่ทั่วไปของแบบทดสอบ โดยแบ่งแบบสอบผลสัมฤทธิ์ ออกได้ 3 ลักษณะ ดังนี้

2.1 แบบสอบเพื่อการสำรวจผลสัมฤทธิ์ (Survey tests) เป็นแบบสอบผลสัมฤทธิ์ที่ทำหน้าที่ในการสำรวจความสามารถทั่ว ๆ ไปของนักเรียน โดยประเมินความรู้ในเนื้อหาวิชาหรือทักษะต่าง ๆ เพื่อแสดงระดับความสามารถของนักเรียน ดังนั้น แบบสอบเพื่อการสำรวจผลสัมฤทธิ์จึงมักจะครอบคลุมเนื้อหาทั้งในระดับกว้างและระดับทั่วไป และถือคะแนนรวมที่ได้จากแบบสอบเป็นตัวชี้ถึงระดับความสามารถที่วัดได้

2.2 แบบสอบเพื่อวินิจฉัยผลสัมฤทธิ์ (Diagnostic tests) เป็นแบบสอบผลสัมฤทธิ์ที่ทำหน้าที่ในการวินิจฉัยเกี่ยวกับจุดเด่นและจุดด้อยขององค์ประกอบสำคัญทางด้านทักษะต่าง ๆ ของนักเรียน จึงสามารถแบ่งออกเป็นแบบสอบชุดย่อย ๆ ได้อีก นอกจากนั้นคะแนนจากแบบสอบยังจำแนกตามองค์ประกอบที่สำคัญของแต่ละองค์ประกอบ ซึ่งจะช่วยให้ค้นจิตวิทยาหรือครูสามารถที่จะตัดสินใจได้ว่า อะไรคือจุดบกพร่องของผู้สอบซึ่งจะช่วยให้สามารถสอนเสริมในส่วนของเนื้อหาวิชาหรือทักษะที่ยังขาดอยู่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.3 แบบสอบเพื่อวัดความพร้อม (Readiness tests) เป็นแบบสอบผลสัมฤทธิ์ซึ่งทำหน้าที่ในการวัดทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนในชั้นที่สูงขึ้น แบบสอบเพื่อวัดความพร้อมใช้สำหรับทำนายการกระทำในอนาคต จึงทำหน้าที่เป็นเครื่องมือในการวัดความถนัดไปในตัวด้วย ตัวอย่างทั่ว ๆ ไปของแบบสอบเพื่อวัดความพร้อม เช่น แบบสอบวัดความพร้อมในการอ่าน ซึ่งจะสอบเมื่อเด็กจบอนุบาล หรือชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพื่อตัดสินใจว่าเด็กเหล่านั้น ได้เรียนรู้ทักษะที่จำเป็นสำหรับการอ่าน เพื่อเตรียมพร้อมจะเข้าเรียนต่อในชั้นเรียนปกติของการศึกษาในระบบได้ อย่างเหมาะสมหรือไม่ เพียงใด

3. จำแนกตามคำตอบที่ใช้ โดยทั่วไปแล้ว แบบสอบผลสัมฤทธิ์ส่วนใหญ่ที่ใช้กันมักจะเป็นแบบสอบประเภทข้อเขียน และที่ใช้กันค่อนข้างมาก ได้แก่ แบบสอบภาคปฏิบัติ (Performance test) ซึ่งเป็นแบบสอบที่ต้องการให้นักเรียนหรือผู้เข้าสอบได้สาธิตทักษะของตนเอง เป็นต้นว่า ให้แสดงทักษะในการแก้ไขเครื่องยนต์กลไกที่ไม่ทำงาน หรือให้แสดงทักษะในการเล่นดนตรี ฯลฯ

สำหรับแบบสอบประเภทข้อเขียน ยังแยกออกได้กว้าง ๆ อีก 2 ระดับ คือ

1. ระดับของการเลือกคำตอบจากที่กำหนดไว้แล้ว (Recognition) แบบสอบในระดับนี้แต่ละข้อจะมีคำตอบที่ตายตัว และจะประกอบด้วยตัวเลือกหลาย ๆ ตัวที่เป็นไปได้รวมอยู่ในคำถามที่เกี่ยวข้อง ผู้เข้าสอบจะต้องตัดสินใจเลือกคำตอบอย่างรอบคอบและถูกต้องให้สอดคล้องกับชนิดของคำถามที่ระบุไว้ ตัวอย่างของแบบสอบระดับนี้ ได้แก่ แบบสอบประเภทหลายตัวเลือก

(Multiple choices) แบบสอบประเภทถูก-ผิด (True-false) และแบบสอบประเภทจับคู่ (Matching)

2. ระดับของการเขียนคำตอบจากความรู้หรือความทรงจำที่มีอยู่เดิม (Recall) แบบสอบระดับนี้ต้องใช้ความรู้และความทรงจำที่มีอยู่เดิมมาเขียนตอบนั้น ลักษณะของคำตอบอาจจะไม่ตายตัว ขึ้นอยู่กับเหตุผลและความถูกต้องในเชิงวิชาการ ผสมผสานกับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เข้าสอบเป็นสำคัญ แบบสอบระดับนี้ ได้แก่ แบบสอบประเภทเติมคำหรือข้อความในช่องว่าง (Completion) แบบสอบประเภทตอบสั้น (Short answer) และแบบสอบประเภทความเรียง (Essay)

นอกจากนี้แบบสอบผลสัมฤทธิ์โดยทั่วไปยังอาจแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. แบบสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน เป็นแบบสอบที่สร้างขึ้น โดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญมากกว่าที่จะสร้างขึ้น โดยบุคคลใดบุคคลหนึ่งเพียงบุคคลเดียวเท่านั้น ตามปกติแล้วผู้สร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐานมักจะประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญทางการวัดและการประเมินผล รวมทั้งผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชานั้น ๆ ตลอดจนครูในโรงเรียนต่าง ๆ ซึ่งมีบทบาทในการกำหนดขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่ต้องการทดสอบให้เหมาะสม แบบสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐานไม่จำเป็นต้องครอบคลุมเนื้อหาและทักษะที่มีในหลักสูตร เนื้อหาและทักษะของแบบสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐานส่วนมากมักจะได้จากตำราเรียนและความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทางด้านหลักสูตร เนื้อหาโดยทั่วไปจะเป็นความรู้และทักษะในระดับกว้าง ๆ เพื่อให้สามารถนำไปใช้กับนักเรียนในโรงเรียนต่าง ๆ ได้ สำหรับขั้นตอนในการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน จะต้องมีการวางแผนการสร้างอย่างมีระบบ คือ มีการระบุหลักการและเหตุผลของการสร้างแบบสอบ มีการกำหนดวัตถุประสงค์ของการสร้างที่ชัดเจน มีการทดลองใช้แบบสอบที่สร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความเป็นมาตรฐาน โดยการวิเคราะห์ระดับความยากง่ายและอำนาจจำแนก มีการหาค่าความตรง (Validity) และความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบพร้อมทั้งพัฒนาตารางปกติวิสัย (Norm table) เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ

มีการกำหนดเวลาของการทดสอบและวิธีการดำเนินการสอบ ตลอดจนมีคู่มือประกอบการใช้แบบสอบ ซึ่งจะระบุความมุ่งหมายของแบบสอบ ประสิทธิภาพของแบบสอบ รวมทั้งวิธีการใช้แบบสอบ และวิธีการตรวจหรือวิธีการให้คะแนน พร้อมทั้งตารางปกติวิสัยของกลุ่ม

โดยทั่วไปแล้ว การสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐานนั้น มีความมุ่งหมายเพื่อนำไปใช้เปรียบเทียบความสามารถของนักเรียนแต่ละคน หรือเปรียบเทียบระหว่างชั้นเรียนต่าง ๆ หรือระหว่างระบบของโรงเรียนต่าง ๆ กับกลุ่มประชากรที่กว้างขึ้น

2. แบบสอบผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อใช้ในชั้นเรียน เป็นแบบสอบซึ่งใช้เป็นการเครื่องมือสำหรับการเรียนการสอน โดยเฉพาะ คือใช้สำหรับวัดความก้าวหน้าเกี่ยวกับผลการเรียนของนักเรียน และค้นหาข้อบกพร่องของระบบการเรียนการสอน ทั้งนี้เพื่อจะได้จัดหน่วยการสอน ซึ่งใช้ซ่อมเสริมข้อบกพร่องในการเรียนให้กับนักเรียนได้ตรงตามความต้องการอย่างเหมาะสม และที่สำคัญคือ ใช้ในการตัดสินใจเป้าหมายของหลักสูตรในแต่ละหน่วยการเรียนการสอนว่า ได้บรรลุผลตามที่คาดหวังไว้หรือไม่ เพียงใด รวมทั้งการให้คะแนนหรือระดับผลการเรียนแก่นักเรียนด้วย

อนึ่งปัจจุบันนี้นักการศึกษาที่มีแนวความคิดว่า การเรียนการสอนนั้นควรจะเน้นในเรื่องของการเปรียบเทียบความสามารถระหว่างกลุ่มนักเรียน จึงเกิดแนวคิดในการแบ่งประเภทของแบบสอบผลสัมฤทธิ์ออกเป็น 2 ลักษณะคือ

1. แบบสอบอิงกลุ่ม เป็นแบบสอบที่เน้นลำดับของคะแนน (Rank) หรือช่วงของคะแนนที่แต่ละคนได้รับ (Range) เมื่อเทียบกับกลุ่มผู้เข้าสอบกลุ่มเดียวกัน

2. แบบสอบอิงเกณฑ์ เป็นแบบสอบที่ต้องการทราบว่า ผู้เข้าสอบแต่ละคนมีความรู้ความสามารถในเชิงวิชาการที่ได้รับจากการเรียนการสอนมากน้อยเพียงใด เมื่อเทียบกับเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้

สุริพร อนุศาสนนันท์ (2554, หน้า 63-66) กล่าวว่า การจัดประเภทของแบบสอบมีเกณฑ์เพื่อแบ่งประเภทของแบบสอบออกเป็น 10 แบบ คือ

1. ธรรมชาติของสิ่งเร้า

1.1 แบบสอบที่ใช้ภาษา (Verbal tests) เป็นแบบสอบที่ใช้ภาษาของสังคมนั้น ๆ เพื่อเขียนสื่อความหมายกับผู้สอบ เหมาะสำหรับผู้ที่สามารถอ่านออกเขียนได้ แบบสอบประเภทนี้นำมาใช้สอบทั่ว ๆ ไป

1.2 แบบสอบที่ไม่ใช้ภาษา (Non-verbal tests) เป็นแบบสอบที่ไม่ใช้ภาษา แต่จะใช้รูปภาพ สัญลักษณ์ รูปทรงเรขาคณิตต่าง ๆ ของจริง ของจำลอง เหมาะสำหรับผู้ที่ไม่สามารถอ่านออกเขียนไม่ได้ เช่น ใช้วัดความพร้อมสำหรับเด็กนักเรียนระดับปฐมวัย แต่นำมาใช้กับผู้ที่สามารถอ่านออกและเขียนได้

เช่นกัน ในกรณีเพื่อลดความแตกต่างทางวัฒนธรรมที่เกิดจากภาษา แบบสอบประเภทนี้จึงสามารถนำไปทดสอบได้กับคนทุกชาติทุกภาษา

2. เวลาที่ใช้ในการสอบ

2.1 แบบสอบที่ใช้ความเร็วในการตอบ (Speed test) เป็นแบบสอบที่จำกัดเวลาในการตอบ โดยมีข้อสอบให้จำนวนมากและให้เวลาในการตอบช่วงสั้น ๆ เช่น ให้ข้อสอบมา 100 ข้อตอบภายใน 30 นาที ดังนั้น ข้อสอบประเภทนี้จะเป็นข้อสอบที่ง่าย มักใช้วัดความถนัดของผู้เรียน

2.2 แบบสอบไม่จำกัดเวลาในการตอบ (Power test) เป็นแบบสอบที่ให้เวลาตอบข้อสอบมาก หรือบางครั้งก็ไม่จำกัดเวลาในการตอบ ข้อสอบจึงค่อนข้างยาก และมีจำนวนข้อสอบไม่มาก ข้อสอบประเภทนี้จะใช้วัดการคิดขั้นสูง เช่น วิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินค่า

3. วิธีดำเนินการสอบ

3.1 แบบสอบรายบุคคล (Individual test) เป็นแบบสอบที่ใช้สอบทีละคนเพื่อใช้วัดพฤติกรรมที่ซับซ้อน เช่น การสอนภาคปฏิบัติที่ต้องประเมินทั้งกระบวนการและผลงาน เพื่อสังเกตการณ์การปฏิบัติงานทุกขั้นตอน ดังนั้น วิธีนี้เหมาะสำหรับการสอบที่มีผู้สอบไม่มากนัก

3.2 แบบสอบรายกลุ่ม (Group test) เป็นแบบสอบที่ใช้กับผู้สอบจำนวนมาก เช่น การสอบในห้องเรียน การสอบแข่งขัน สามารถจัดสอบพร้อมกันทั้งโรงเรียนและทั่วประเทศได้

4. วิธีการตอบ

4.1 แบบสอบปากเปล่า (Oral test) เป็นการให้แบบสอบที่ใช้การพูดแบบตัวต่อตัวแทนการเขียน เหมาะสำหรับผู้สอบที่อ่านไม่ออกเขียนไม่ได้และเด็กเล็ก เนื่องจากค่อนข้างใช้เวลาในการทดสอบ ดังนั้น จึงมีข้อสอบจำนวนไม่มากนัก

4.2 แบบสอบแบบเขียนตอบ (Paper-pencil test) เป็นแบบสอบที่ผู้สอบเขียนคำตอบลงในกระดาษ เป็นแบบสอบที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย

4.3 แบบสอบภาคปฏิบัติ (Performance test) เป็นแบบสอบที่ให้ผู้สอบลงมือปฏิบัติงานจริง เช่น การปลูกต้นไม้ การถักไหมพรม การซ่อมเครื่องยนต์ เพื่อครูจะได้สังเกตกระบวนการทำงาน ตลอดจนผลงานของผู้เรียน

5. ลักษณะการให้คะแนน

5.1 แบบสอบปรนัย (Objective test) เป็นแบบสอบที่มีคำถามและคำตอบให้เลือกมาให้ ผู้เรียนก็จะเลือกข้อที่คิดว่าถูก การให้คะแนนมีความเป็นปรนัย ตรวจให้คะแนนก็ครั้งก็ได้ผลคะแนนเหมือนเดิม แบบสอบปรนัย คือ แบบเลือกหลายคำตอบ จับคู่ ถูก-ผิด

5.2 แบบสอบอัตนัย (Subjective test) เป็นแบบสอบที่ให้มาเฉพาะข้อความ ส่วนผู้เรียนจะต้องเขียนคำตอบเอง การให้คะแนนไม่ค่อยมีความเป็นปรนัย คะแนนที่ได้ขึ้นอยู่กับผู้ตรวจแบบสอบอัตนัย คือ แบบเขียนตอบ แบบตอบสั้น แบบเติมคำ

6. ความเป็นมาตรฐานของแบบสอบ

6.1 แบบสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher-made test) เป็นแบบสอบที่ครูสร้างขึ้นมาเพื่อวัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เมื่อผู้เรียนได้เรียนเนื้อหาแล้ว การสร้างแบบสอบประเภทนี้อาจจะไม่ได้มาตรฐานเนื่องจากสร้างขึ้นมาใช้ในห้องเรียน ไม่ได้วิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบและแบบสอบเนื่องจากข้อสอบอาจจะรู้ว่าได้

6.2 แบบสอบมาตรฐาน (Standardized test) เป็นแบบสอบที่สร้างขึ้นอย่างมีขั้นตอน ได้มาตรฐานและได้ผ่านการวิเคราะห์ข้อสอบและแบบสอบเพื่อพัฒนาคุณภาพของข้อสอบให้มีคุณภาพ โดยทั่วไปแบบสอบมาตรฐานจะมีการหาเกณฑ์ปกติวิสัย (Norm) เพื่อใช้เปรียบเทียบความสามารถกับกลุ่ม เช่น เกณฑ์ปกติวิสัยระดับจังหวัด เกณฑ์ปกติวิสัยระดับประเทศ

7. การแปลความหมายคะแนน

7.1 แบบสอบอิงกลุ่ม (Norm-referenced test) เป็นแบบสอบที่นำคะแนนจากการสอบไปเปรียบเทียบกับกลุ่ม เช่น คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ส่วนใหญ่มักเป็นแบบสอบที่ใช้แข่งขัน

7.2 แบบสอบอิงเกณฑ์ (Criterion-referenced test) เป็นแบบสอบที่มุ่งตรวจสอบความรู้ (Master) ของผู้เรียนในเนื้อหา นั้น ๆ ว่า คะแนนถึงตามเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้าคะแนนถึงตามเกณฑ์ขั้นต่ำก็จะจัดผู้เรียนคนนั้นว่ารอบรู้ในเนื้อหา นั้น สามารถเรียนเนื้อหาถัดไป หรือ เรียนในระดับต่อไปได้ แต่ถ้าคะแนนสอบไม่ถึงตามเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดจะถือว่า ไม่รอบรู้ ผู้สอนก็จะจัดซ่อมเสริมต่อไป

8. วัตถุประสงค์ที่มุ่งวัด

8.1 แบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement test) เป็นแบบสอบที่ใช้วัดผลการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนเนื้อหาวิชานั้น ๆ แล้ว ว่าผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้มากน้อยเพียงใด

8.2 แบบสอบวัดความถนัด (Aptitude test) เป็นแบบสอบที่ใช้วัดความสามารถที่จะเรียนรู้ในอนาคต โดยจะพยากรณ์ว่าผู้เรียนคนนี้จะมีความสามารถที่จะเรียนรู้เพียงใด แบบสอบวัดความถนัด 2 ชนิด คือ

- แบบสอบวัดความถนัดทางการเรียน (Scholastic aptitude test) เป็นแบบสอบที่ใช้วัดความถนัดทางวิชาการ แบบสอบจะวัด 2 ส่วนคือ ด้านภาษา และด้านคณิตศาสตร์

- แบบสอบวัดความถนัดเฉพาะ (Specific aptitude test) เป็นแบบสอบที่วัดความถนัดทางวิชาชีพ เช่น ความสามารถทางเครื่องยนต์ ความสามารถทางศิลปะ เป็นต้น

8.3 แบบสอบวัดความสามารถ (Ability test) เป็นแบบสอบที่วัดความสามารถในการทำงานที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน

9. ลักษณะของการใช้ประโยชน์

9.1 แบบสอบระหว่างเรียน (Formative test) เป็นแบบสอบที่วัดเนื้อหาที่ละบทเรียน โดยการสร้างข้อสอบจะสร้างตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลคะแนนที่ได้ครูจะนำมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน เช่น การจัดสอนซ่อมเสริมแก่นักเรียนที่ไม่ผ่าน จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนกลุ่มนั้น

9.2 แบบสอบหลังการเรียนการสอน (Summative test) เป็นแบบสอบที่นำเนื้อหาที่เรียนทั้งหมดมาทดสอบ ข้อสอบจะวัดเนื้อหากว้าง ๆ ไม่ลงรายละเอียดเหมือนแบบสอบระหว่างเรียน ผลการสอบที่ได้จะนำไปใช้ในการตัดสินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

10. ที่มาของคำตอบ

10.1 แบบมีคำตอบให้เลือก (Select response test) เป็นแบบสอบที่กำหนดคำตอบไว้ให้ผู้สอบเลือกคำตอบ มีด้วยกัน 3 แบบ คือ แบบถูกผิด (True-false) แบบจับคู่ (Matching) และแบบเลือกตอบ (Multiple choices)

10.2 แบบผู้สอบเขียนคำตอบขึ้นมา (Supply response test) เป็นแบบสอบที่ผู้สอบเขียนคำตอบขึ้นมาเอง อาจเขียนสั้นหรือยาว ตามลักษณะข้อสอบ 4 แบบ คือ แบบเติมคำ (Completion) แบบตอบสั้น (Short answer items) แบบจำกัดคำตอบ (Restricted response item) และแบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended response item)

จากการศึกษาประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถสรุปได้ว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถแบ่งประเภทได้อย่างหลากหลายขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง เช่น มาตรฐานของแบบทดสอบ ลักษณะของผู้ตอบ ขอบข่ายของเนื้อหาวิชา เวลาที่ใช้สอบ การแปลความหมายของคะแนน ลักษณะของการใช้ประโยชน์ เป็นต้น ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยทำการทดสอบหลังเรียน เนื่องจากผู้วิจัยต้องการพิจารณาว่าผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระ เรื่อง ฟังก์ชัน มากน้อยเพียงใด หลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

พิชิต ฤทธิจักรูญ (2552, หน้า 97) นำเสนอขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่สามารถดำเนินการได้ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร การสร้างแบบทดสอบควรเริ่มต้นด้วยการวิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาสาระและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด ตารางวิเคราะห์หลักสูตรจะใช้เป็นกรอบในการออกข้อสอบ โดยระบุจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัดไว้
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้เป็นพฤติกรรมที่เป็นผล การเรียนรู้ที่ผู้สอนมุ่งหวังจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนซึ่งผู้สอนจะต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าสำหรับเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนและการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์
3. กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง โดยการศึกษาตารางวิเคราะห์หลักสูตร และจุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาและตัดสินใจเลือกใช้ชนิดของข้อสอบที่จะใช้วัดว่าเป็นแบบใด โดยต้องเลือกให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน แล้วศึกษาวิธีเขียนข้อสอบชนิดนั้นให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักและวิธีการเขียนข้อสอบ
4. เขียนข้อสอบ ผู้ออกข้อสอบลงมือเขียนข้อสอบตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตรและให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยอาศัยหลักและวิธีการเขียนข้อสอบที่ได้ศึกษามาแล้วในข้อที่ 3
5. ตรวจสอบข้อสอบ เพื่อให้ข้อสอบที่เขียนไว้แล้วในข้อที่ 4 มีความถูกต้องตามหลักวิชา มีความสมบูรณ์ครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาทบทวนตรวจสอบข้อสอบอีกครั้งก่อนที่จะจัดพิมพ์และนำไปใช้ต่อไป
6. จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง เมื่อตรวจสอบข้อสอบเสร็จแล้วให้พิมพ์ข้อสอบทั้งหมด จัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับทดลองโดยมีคำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีตอบแบบทดสอบ (Direction) และจัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม
7. ทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ การทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบเป็นวิธีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบก่อนนำไปใช้จริง โดยนำแบบทดสอบไปทดลองสอบกับกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกลุ่มที่ต้องการสอบจริง แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์และปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพ
8. จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบ หากพบว่าข้อสอบใดไม่มีคุณภาพหรือมีคุณภาพไม่ดีพอ อาจจะต้องตัดทิ้งหรือปรับปรุงแก้ไขข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น แล้วจึงจัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับจริงที่จะนำไปทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 261) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นพฤติกรรมเป็นผลการเรียนรู้ที่ผู้สอนกำหนดและคาดหวังจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน โดยผู้สอนจะกำหนดไว้ล่วงหน้าสำหรับเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน และการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์

3. กำหนดชนิดของข้อสอบ

4. เขียนข้อสอบ

5. ตรวจสอบ

6. จัดพิมพ์แบบทดสอบ

7. ทดลองสอบเพื่อนำผลมาวิเคราะห์ข้อสอบ

8. แก้ไขปรับปรุงแล้วได้แบบทดสอบฉบับจริง

โชติกา ภาษีผล (2558, หน้า 39-52) ได้นำเสนอขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของการสอบ ให้ชัดเจนว่าต้องการนำผลการวัดไปใช้ประเมินแบบอิงกลุ่มหรืออิงเกณฑ์

- 1.1 แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม มีจุดมุ่งหมายเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ในรายวิชาต่าง ๆ ตามที่หลักสูตรกำหนด และจะใช้เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยการสอนหรือแต่ละบทหรือแต่ละเรื่องหรือในรายวิชานั้น ๆ หรือ ประเมินผลสรุปตอนปลายภาคเรียนหรือปลายปี เพื่อการสรุปและตัดสินผลการเรียนของผู้เรียนแต่ละคนว่าอยู่ในระดับใดหรืออยู่ในลำดับใด ซึ่งผลที่ได้จากการวัดและแปลความหมายโดยเปรียบเทียบกับกลุ่มผู้สอบด้วยกัน

- 1.2 แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการเรียนในรายวิชานั้น ๆ หรือเพื่อตรวจสอบความรู้ความสามารถของผู้เรียนว่าเป็นผู้รอบรู้หรือไม่รอบรู้ในเนื้อหาแต่ละเรื่องนั้น ๆ โดยนำผลการวัดที่ได้มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์หรือมาตรฐานที่กำหนดไว้ เพื่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน และการจัดการสอนซ่อมเสริม ตลอดจนนำผลการวัดไปใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนเป็นสำคัญ

2. วิเคราะห์ข้อสอบ เป็นการแยกแยะให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุประสงค์การเรียนการสอน เนื้อเรื่อง กิจกรรม/ ประสพการณ์ และพฤติกรรมที่เป็นจุดมุ่งหมายปลายทางของหลักสูตร ในการกำหนดวัตถุประสงค์การเรียนการสอนต้องแปลงคุณลักษณะที่ต้องการวัดให้เป็น

พฤติกรรมที่วัดได้หรือที่เรียกว่า จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งพฤติกรรมที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน ในด้านพุทธิพิสัย แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ได้แก่ ชั้นความรู้ความจำ ชั้นความเข้าใจ ชั้นการนำไปใช้ ชั้นการวิเคราะห์ ชั้นการประเมินค่า และชั้นการสร้างสรรค์ ซึ่งผู้สอนจะต้องพิจารณาและตัดสินใจว่า ในวิชานั้น ๆ จะวัดพฤติกรรมใดบ้าง มีกี่พฤติกรรม และแต่ละพฤติกรรมสามารถวัดหรือสังเกตได้ โดยวิธีใดอย่างไร ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละพฤติกรรมดังตารางที่ 2-12

ตารางที่ 2-12 จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุพฤติกรรมการเรียนรู้ คำบ่งชี้การกระทำ และ เรื่องที่กระทำ

พฤติกรรม การเรียนรู้	คำบ่งชี้การกระทำ	เรื่องที่กระทำ
ความรู้ความจำ	บอก ชี้บ่ง บรรยาย ให้รายการ จับคู่ บอกหัวข้อ แยกประเภท ให้นิยาม	ชื่อ วัน เวลา เหตุการณ์ บุคคล สถานที่ ข้อเท็จจริง เรื่องราว อักษรย่อ ระเบียบ แบบแผน ลำดับชั้น แนวโน้ม ประเภท เกณฑ์ วิธีการ หลักการ ทฤษฎี ความสัมพันธ์ อิทธิพล ฯลฯ
ความเข้าใจ	แปล เปลี่ยนรูป บอกความแตกต่าง ความคล้ายคลึง ขยายความ อธิบาย ความหมาย สรุป จัดใหม่ เรียบเรียง ใหม่ บอก ฯลฯ	ความหมาย เหตุการณ์ เรื่องราว สัญลักษณ์ นิยาม คำพูด ความสัมพันธ์ ข้อมูล ภาษา ความน่าจะเป็น จุดมุ่งหมายของเรื่อง ความสำคัญของเรื่อง ความสำคัญของเรื่อง คติ พจน์ หลักการ ฯลฯ
การนำไปใช้	ใช้ คำนวณ สาธิต สร้าง เตรียม เสนอ แก้ปัญหา บอก ฯลฯ	กฎ ผล วิธีการ โจทย์ ทฤษฎี ฯลฯ
การวิเคราะห์	บอก จำแนก ค้นหา เปรียบเทียบ บอกความแตกต่างหรือคล้ายคลึง ใช้เหตุผลจัดประเภท	ความสำคัญ ต้นตอ สาเหตุ ความสัมพันธ์ (สนับสนุนขัดแย้ง)
การประเมินค่า	ประเมิน ตัดสิน โต้แย้ง เปรียบเทียบ เกณฑ์ วิพากษ์วิจารณ์	ความถูกต้อง ความเชื่อถือได้ ความผิดพลาด คุณค่า เรื่องราว เหตุผล ประสิทธิภาพ
การสร้างสรรค์	บอก เขียน สร้าง แก้ไข วางแผน ออกแบบ จัดผลิต แสดงเหตุผล วางโครงการ ปรับปรุง ฯลฯ	ความสัมพันธ์ แผนงาน จุดมุ่งหมาย ศัพท์ทาง วิชาการ สมมติฐาน แนวคิด หลักการ คำโครง ข้อสรุป ฯลฯ

ในวิเคราะห์ขอบเขตของเนื้อหาและพฤติกรรมที่จะนำไปใช้เป็นการสอบในการสร้างข้อสอบจะต้องมีความชัดเจน เพื่อประโยชน์สำหรับการทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบต่อไป

3. ออกแบบการสร้างแบบทดสอบ เป็นการกำหนดรูปแบบ ขอบเขต และแนวทางการสร้าง ประกอบด้วยกิจกรรมดังนี้

3.1 วางแผนการทดสอบ ครูจะต้องวางแผนการวัดผลก่อนว่า จะมีการทดสอบกี่ครั้ง ในภาคการศึกษา มีความถี่ห่างของการสอบแต่ละครั้งเท่าไร และแต่ละครั้งครอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมายและใช้เวลาเท่าใด

3.2 กำหนดรูปแบบของแบบทดสอบ ครูจะต้องเลือกรูปแบบให้เหมาะสมกับสมรรถภาพของผู้เรียนและเนื้อหาที่ต้องการจะวัด

3.3 สร้างแผนผังการสอน ช่วยให้เห็นจุดมุ่งหมายที่ต้องการวัด การให้น้ำหนัก ความสำคัญ ความถี่บ่อยของการสอบและรูปแบบของแบบทดสอบ

3.4 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ (Table of specifications) เป็นตารางที่ระบุเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ระดับพุทธิพิสัย รวมจำนวนข้อสอบที่สร้างขึ้น

4. เขียนข้อสอบ เขียนข้อสอบหลังจากกำหนดแบบแผนแล้ว ซึ่งมีขั้นตอนสำคัญดังนี้

4.1 กำหนดแบบแผนข้อสอบ ทำให้สามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์และพฤติกรรมการเรียนรู้

4.2 ร่างข้อสอบ เป็นการร่างข้อสอบตามแบบแผนที่วางไว้ โดยทั่วไปแล้วควรเขียนข้อสอบให้มีระดับความยาก ง่าย และปานกลาง

4.3 ทบทวนร่างข้อสอบ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับจุดประสงค์และพฤติกรรมที่ต้องการวัดหรือไม่

4.4 บรรณาธิการข้อสอบ เป็นการแบ่งหมวดหมู่ของข้อสอบ เช่น เรียงข้อจากข้อง่ายไปหาข้อยาก

4.5 ทดลองใช้ข้อสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ ในเชิงปริมาณนั้นควรวิเคราะห์จากค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกจากผลการตอบของผู้สอบทั้งหมด โดยข้อที่ผ่านเกณฑ์จะมีค่าความยาก 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนก 0.2 ขึ้นไป

4.6 นำแบบทดสอบไปใช้

4.7 วิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

จากการศึกษาขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้น สามารถสรุปขั้นตอนการสร้างได้ดังนี้ 1) วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพื่อวิเคราะห์

เนื้อหาสาระและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด โดยระบุจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องและแต่ละพฤติกรรม 2) กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ 3) กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีการสร้าง 4) เขียนข้อสอบตามรายละเอียดของตารางการวิเคราะห์หลักสูตรและให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ 5) ตรวจสอบข้อสอบ 6) จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง โดยระบุคำชี้แจงการทำแบบทดสอบให้ชัดเจน 7) ทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข วิเคราะห์จากค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกจากผลการตอบของผู้สอบทั้งหมด โดยข้อที่ผ่านเกณฑ์จะมีความยากอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป 8) จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก คำถามระดับสูง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกและคำถามระดับสูงที่ผลิตในต่างประเทศ ดังนี้

Wimer, Ridenour, Thomas, and Place (2001, pp. 90-91) ได้ศึกษาการตอบสนองต่อการใช้คำถามระดับสูงของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา โดยกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนรัฐบาลและโรงเรียนเอกชน จำนวน 249 คน โดยสังเกตจากการใช้คำถามระดับสูงและคำถามระดับต่ำของครูผู้สอนในแต่ละโรงเรียน ซึ่งผลจากการวิจัยพบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ทั้งเพศชายและเพศหญิงตอบสนองต่อการใช้คำถามระดับต่ำมากกว่าการใช้คำถามระดับสูงของครู และนักเรียนหญิงส่วนใหญ่ได้รับถามคำถามมากกว่านักเรียนชาย

Matveev and Milter (2010, pp. 209-211) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการทำงานเป็นทีมตามแนวคิดของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ของนักศึกษาปริญญาตรี เกี่ยวกับประสบการณ์ในการทำงานเป็นทีม การเผชิญหน้ากันระหว่างผู้เรียนและประสิทธิภาพของวิธีการที่นำไปสู่ผลสำเร็จของการทำงานสำหรับการศึกษาขั้นสูง ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยพบว่า การทำงานเป็นทีมเป็นเครื่องมือในการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ และทักษะการนำเสนอ การทำงานเป็นทีม การเรียนรู้อย่างพิถีพิถัน และการประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะในอนาคต มีคุณค่าต่อตัวผู้เรียนและเป็นตัวอย่างสำหรับผู้สอนท่านอื่นที่สนใจในการจัดการเรียนการสอนเชิงรุก

Rotgan and Schmidt (2011, pp. 40-41) ได้ศึกษาบทบาทหน้าที่ของผู้สอนในการอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในชั้นเรียน โดยทำการสำรวจความคิดเห็นของผู้เรียน โรงเรียนสารพัดช่างจำนวน 498 คน เกี่ยวกับบทบาทของครูผู้สอน 3 ลักษณะ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนพึงพอใจในผู้สอนที่คอยอำนวยความสะดวก ส่งเสริมสนับสนุนการเรียนรู้ ซึ่งด้านพุทธิพิสัยถูกจัดว่าเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจ และยังพบอีกว่า บทบาทของผู้สอนส่งผลต่อความสนใจในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกของผู้เรียน

Cretu (2014, p. 171) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการรวบรวมวิธีการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในระหว่างการจัดการเรียนการสอนแบบบรรยายในมหาวิทยาลัย ซึ่งได้ศึกษาความเป็นไปได้ของการใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในแบบต่าง ๆ ในแต่ละช่วงของการจัดการเรียนการสอน ได้แก่ ช่วงตอนเริ่มต้นการบรรยาย ช่วงกลางของการบรรยาย และช่วงท้ายของการบรรยาย โดยได้สำรวจความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่พึงพอใจกับการใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกระหว่างการบรรยายภายในห้องเรียน แต่ก็มีนักเรียนส่วนหนึ่งแสดงความคิดเห็นว่าบางเทคนิคก็ไม่สามารถนำมาใช้ได้ เช่น เทคนิค Think pair share small group การอภิปราย ไม่เหมาะกับการบรรยายในชั้นเรียนที่มีขนาดใหญ่ หรือ บางส่วนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่าไม่เหมาะสำหรับห้องเรียนที่มีเฟอร์นิเจอร์ เนื่องจากก่อให้เกิดความลำบากในการเคลื่อนที่เก้าอี้

Shahrill and Mundia (2014, pp. 26-28) ได้ศึกษาการใช้คำถามระดับต่ำและคำถามระดับสูงในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้สอน ซึ่งผู้วิจัยทำการสังเกตและวิเคราะห์จากการบันทึกวิดีโอ โดยกลุ่มตัวอย่างคือ ผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์แก่นักเรียนที่กำลังศึกษาในระดับเกรด 8 ในประเทศสหรัฐอเมริกาและออสเตรเลีย ซึ่งผู้สอนเป็นเพศชาย 2 คน และเพศหญิง 4 คน รวม 6 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า คำถามที่ผู้สอนนำมาใช้การจัดการเรียนการสอนส่วนใหญ่คือคำถามระดับต่ำ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 75.8 ในขณะที่ร้อยละของการใช้คำถามระดับสูงมีค่าเท่ากับ 24.2 นอกจากนี้ผู้สอนได้ใช้คำถามกับนักเรียนชายมากกว่านักเรียนหญิง เนื่องจากนักเรียนชายมีการตอบสนองต่อคำถามได้ดีกว่านักเรียนหญิง และผู้สอนทุกคนให้คำชมแก่ผู้เรียนเมื่อผู้เรียนตอบคำถาม เพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียนของผู้เรียน

งานวิจัยในประเทศ

มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก คำถามระดับสูง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผลิตภายในประเทศ ดังนี้

พรรณทิพา ทองนวล (2554, หน้า 198) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวา โดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและ

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 48 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน มีความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันสูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิฑูรย์ หมทอง (2555, หน้า 85) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 51 คน โดยเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 26 คน ซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig และกลุ่มควบคุมจำนวน 25 คน ซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วาสนา เจริญไทย (2557, หน้า 75) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 188 คน โดยเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 40 คน ซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก และกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คน ซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิษพล เนตรนิมิตร (2558, หน้า 116) ได้ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 44 คน และผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลัง ได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิริมา วงษ์สกุลดี (2558, หน้า 123) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ด้วยการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 48 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิรภพ สินธุประเสริฐ (2559, หน้า 121) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีควบคู่กับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีควบคู่กับคำถามระดับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้เชิงรุกและคำถามระดับสูง พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกและการใช้คำถามระดับสูงอาจส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การกำหนดแบบแผนการทดลอง
4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

1. ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 7 ห้องเรียน รวม 292 คน ซึ่งไม่นับรวมห้องเรียนพิเศษผู้มีความสามารถวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี (Gifted) ห้องเรียนเป็นเลิศทางวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ (Top star) และห้องเรียนพิเศษภาคภาษาอังกฤษ (English program)

2. กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 จำนวน 49 คน ที่เรียนรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ ผู้วิจัยจึงทำการจับสลาก 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ 1) เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง จำนวน 9 แผน 2) เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 9 ข้อ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 20 ข้อ ซึ่งรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 9 แผน ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวกับการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูงจากหนังสือ ตำราเอกสาร และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้เป็นพื้นฐานความรู้ในการจัดการเรียนการสอน

1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลกันยานุกูล ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อวิเคราะห์เกี่ยวกับผลการเรียนรู้ คำอธิบายรายวิชาและ โครงสร้างรายวิชา และคู่มือครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสสวท.

1.3 ศึกษาเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และตำราอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

1.4 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ จุดประสงค์ สาระการเรียนรู้ และจำนวนคาบ เพื่อใช้ในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 9 แผน ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 ตารางวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง

แผนการจัด การเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
1. ความหมายของ ฟังก์ชัน	1. มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียน กราฟของฟังก์ชันและ	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ 2. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน หรือไม่	1. ความหมายของฟังก์ชัน	1
2. ฟังก์ชันจาก A ไป B	สร้างฟังก์ชันจากโจทย์ ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชัน ไปใช้แก้ปัญหาได้	1. นักเรียนบอกโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้ถูกต้อง 3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B	1. โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน 2. ฟังก์ชันจาก A ไป B	1
3. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B	3. ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป ทั่วถึง B	1. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B 2. การตรวจสอบการเป็น ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B	1
4. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B		1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B ได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถอธิบายประกอบการพิสูจน์ได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็น ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B	1. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B 2. การตรวจสอบการเป็น ฟังก์ชัน 1-1	1
5. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B		1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B ได้ ถูกต้อง 2. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B	1. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป ทั่วถึง B 2. การตรวจสอบการเป็น ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B	1

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนการจัด การเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
6. ฟังก์ชันเพิ่มและ ฟังก์ชันลด	1. มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับ ฟังก์ชัน เขียนกราฟของ	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายประกอบการพิสูจน์ได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือ ฟังก์ชันลด	1. ฟังก์ชันเพิ่มและ ฟังก์ชันลด	2
7. การดำเนินการ ของฟังก์ชัน	ฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชัน จากโจทย์ ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชัน ไปใช้แก้ปัญหาได้	1. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ได้ 2. นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชัน $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ได้ 3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชัน $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ สามารถหาค่าได้ หรือไม่	1. การดำเนินการ ของฟังก์ชัน	2
8. ฟังก์ชัน ประกอบ	3. ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม	1. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบตามที่กำหนดให้ได้ 2. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันประกอบได้ 3. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชัน ประกอบได้	1. ฟังก์ชันประกอบ	2
9. ฟังก์ชันผกผัน		1. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันตามที่กำหนดได้ 2. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันผกผันได้ 3. นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันผกผันได้ถูกต้อง 4. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีฟังก์ชันผกผัน	1. ตัวผกผันของ ฟังก์ชัน 2. ฟังก์ชันผกผัน	2
		รวม		13

1.5 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับการจัดการเรียนการสอนแต่ละคาบ โดยแต่ละแผนใช้เวลาในการจัดการเรียนการสอน 50 นาที (1 คาบ) และแต่ละแผนประกอบด้วยผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การประเมินผลการเรียนรู้

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และนำข้อเสนอแนะที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ชัดเจน เหมาะสมของภาษา เนื้อหา เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เป็นแบบประเมินมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ตามวิธีของลิเคิร์ต (Likert) ดังนี้ (Likert, 1932, pp. 14-15)

5 คะแนน	เห็นด้วยมากที่สุด
4 คะแนน	เห็นด้วย
3 คะแนน	ไม่สามารถตัดสินใจได้
2 คะแนน	ไม่เห็นด้วย
1 คะแนน	ไม่เห็นด้วยมากที่สุด

และทำการวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) แล้วทำการเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
4.51-5.00	เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
3.51-4.50	เหมาะสมอยู่ในระดับมาก
2.51-3.50	เหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
1.51-2.50	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
1.00-1.50	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

ซึ่งผลจากการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ ทั้ง 9 แผน มีค่าความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด โดยมี $\bar{X} = 4.62$ และ $S = 0.17$ (ดังตารางที่ ก-1 ในภาคผนวก ก) จากนั้นนำผลการประเมินไปปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะ

1.8 ทำการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและข้อควรปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

- ปรับคำชี้แจงในใบกิจกรรมเพื่อให้สอดคล้องกับเวลาและเพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น จาก “จงนำตัวเลขต่อไปนี้เติมลงในเซต A ให้สอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดให้” เป็น “จงวาดแผนภาพของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้”

- แก้ไขคำผิดในแผนการจัดการเรียนรู้

จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้เชิงบูรณาการร่วมกับคำถามระดับสูงที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนชลกันยานุกูล ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่องของแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้สามารถใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นไปตามเวลาที่กำหนด

1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้เชิงบูรณาการร่วมกับคำถามระดับสูงที่ได้รับการปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ 1 ฉบับ โดยมีรายละเอียดของขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบอัตนัย การวัดและการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

2.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลกันยานุกูล ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อวิเคราะห์เกี่ยวกับผลการเรียนรู้ คำอธิบายรายวิชาและโครงสร้างรายวิชา และคู่มือครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสสวท.

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ความสอดคล้องของผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 9 ข้อ โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้ 3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. ความหมายของฟังก์ชัน	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่	2	1
	2. ฟังก์ชันจาก A ไป B	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B	2	1
	3. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่	2	1
	4. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B และ	1. นักเรียนสามารถอธิบายประกอบการพิสูจน์ได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B	2	1
	5. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B	2	1
	6. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	1. นักเรียนสามารถอธิบายประกอบการพิสูจน์ได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด	2	1
	7. การดำเนินการของฟังก์ชัน	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชัน $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ สามารถหาค่าได้หรือไม่	2	1
	8. ฟังก์ชันประกอบ	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันประกอบได้	2	1
	9. ฟังก์ชันผกผัน	1. นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีฟังก์ชันผกผัน	2	1
	รวม		18	9

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 18 ข้อ จากนั้นคัดเลือกข้อสอบเหลือจำนวน 9 ข้อ

2.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น แบบองค์รวม ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3 (ดีมาก)	ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล
2 (ดี)	- ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วน - ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล
1 (พอใช้)	- ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ - ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่แสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สมเหตุสมผล - ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สมเหตุสมผล - ไม่มีร่องรอยการตอบคำถาม

2.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น นำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความชัดเจนของ

ภาษาและนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขให้แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนมีความชัดเจนมากขึ้น

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้แก้ไขปรับปรุงแล้ว นำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษาของแบบทดสอบ และให้ข้อเสนอแนะสำหรับปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบให้ดีขึ้น โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of Item Objective Congruence) ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนเป็นดังนี้ (สมนึก กัททิยธนี, 2555, หน้า 218-220)

ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ ให้กา/ ลงในช่อง 1 คะแนน

ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ ให้กา/ ลงในช่อง 0 คะแนน

ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ ให้กา/ ลงในช่อง -1 คะแนน

ซึ่งคะแนนเฉลี่ยของดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ .50 ถึง 1.00

และจากผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน พบว่า ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบมีค่าระหว่าง 0.80-1.00 (ดังตารางที่ ค-2 ในภาคผนวก ค)

2.8 ทำการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะในเรื่องของการปรับภาษาที่ใช้ในคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

- จาก “จงพิสูจน์เพื่อตรวจสอบว่า ฟังก์ชัน $f(x) = 7x - 10$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด เมื่อ $x \in R$ ” เป็น “จงตรวจสอบว่า $f(x) = 7x - 10$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน R หรือไม่ เพราะเหตุใด”

จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

2.10 นำผลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 3-3 และวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) จากนั้นทำการคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 9 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งจากการคัดเลือกข้อสอบ พบว่า แบบทดสอบมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.54-0.73 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.39-0.51 (ดังตารางที่ ค-3 ในภาคผนวก ค)

2.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 9 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่าตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะนัทขจร, 2555, หน้า 161) ซึ่งจากการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น พบว่าแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ เท่ากับ 0.89 (ดังตารางที่ ค-3 ในภาคผนวก ค)

2.12 นำแบบทดสอบที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 1 ฉบับ จำนวน 20 ข้อ ซึ่งมีรายละเอียดของขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลกันยานุกูล หนังสือคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของ สสวท. และคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาเพิ่มเติมในเรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาสาระและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด

3.2 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

3.3 สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วยผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ 40 ข้อ ตามระดับพฤติกรรม โดยผู้วิจัยได้นำระดับพฤติกรรม 4 ระดับ ตามแนวคิดของ Wilson (1970, pp. 648-649) มาเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตามพฤติกรรมที่ต้องการวัด				จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง
			ความรู้ ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์		
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	1. ความหมายของฟังก์ชัน	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้	2 (1)	2 (1)	-	-	4	2
	2. ฟังก์ชันจาก A ไป B	1. นักเรียนสามารถบอกโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้	-	2 (1)	-	-	2	1
		2. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B ได้ถูกต้อง	-	2 (1)	-	-	2	1
	3. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้ถูกต้อง	2 (1)	-	-	-	2	1
	4. ฟังก์ชัน 1-1 และ ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B ได้ถูกต้อง	-	2 (1)	-	-	2	1
	5. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B ได้ถูกต้อง	2 (1)	-	-	-	2	1
	6. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดได้	2 (1)	2 (1)	-	-	4	2
7. ฟังก์ชันที่มีตัวดำเนินการ	1. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน $f+g, f-g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ได้	-	2 (1)	-	-	2	1	

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตามพฤติกรรมที่ต้องการวัด				จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	
			ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์			
1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ 2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้	2. นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชัน $f + g, f - g, fg$ และ $\frac{f}{g}$ ได้		-	-	2 (1)	2 (1)	4	2	
		8. ฟังก์ชันประกอบ	1. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันประกอบตามที่กำหนดให้ได้	-	-	2 (1)	2 (1)	4	2
			2. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันประกอบตามที่กำหนดให้ได้	2 (1)	-	2 (1)	-	4	2
		9. ฟังก์ชันผกผัน	1. นักเรียนสามารถหาฟังก์ชันผกผันตามที่กำหนดได้	-	-	-	2 (1)	2	1
			2. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันผกผันได้	-	-	2 (1)	-	2	1
			3. นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันผกผันได้ถูกต้อง	-	-	2 (1)	2 (1)	4	2
		รวม		10 (5)	12 (6)	10 (5)	8 (4)	40	20

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งเป็นข้อสอบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ ตามตารางการวิเคราะห์ข้อสอบที่จำแนกตามระดับพฤติกรรมในข้อ 3.3 จากนั้นคัดเลือกข้อสอบให้ได้จำนวน 20 ข้อ โดยเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ ความสอดคล้องของเนื้อหา กับผลการเรียนรู้ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปแก้ไขปรับปรุงต่อไป

3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษาของแบบทดสอบ และให้ข้อเสนอแนะสำหรับปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบให้ดีขึ้น โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of Item Objective Congruence) ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนเป็นดังนี้ (สมนึก กัททิษณี, 2555, หน้า 218-220)

ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ ให้กา/ ลงในช่อง 1 คะแนน

ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ ให้กา/ ลงในช่อง 0 คะแนน

ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ ให้กา/ ลงในช่อง -1 คะแนน

ซึ่งคะแนนเฉลี่ยของดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ .50 ถึง 1.00 และผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน ได้ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบที่มีค่าเท่ากับ 1.00 (ดังตารางที่ ค-4 ในภาคผนวก ค)

3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

3.8 นำผลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไปตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด และวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบจากผลคะแนนที่ได้ โดยการหาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) จากนั้นทำการคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 20 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งจากการเลือกข้อสอบ พบว่า แบบทดสอบมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.58-0.74 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.32-0.53 (ดังตารางที่ ค-5 ในภาคผนวก ค)

3.9 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 20 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยคำนวณจากสูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson

method) โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่าตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังคะภักทรจรรยา, 2555, หน้า 160-161) ซึ่งจากการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น พบว่า แบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นที่ฉบับ เท่ากับ 0.83 (ดังตารางที่ ค-5 ในภาคผนวก ค)

3.10 นำแบบทดสอบที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การกำหนดแบบแผนการทดลอง

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงกึ่งทดลอง (Quasi-experimental design) ซึ่งมีกลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว และวัดผลเฉพาะหลังการทดลอง (One-group posttest-only design) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2551, หน้า 137) ซึ่งมีแบบแผนการวิจัยดังนี้

กลุ่ม	ทดลอง	การสอบหลังเรียน
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>O</i>

เมื่อ *E* แทน กลุ่มทดลอง
X แทน การจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง
O แทน คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้อง โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 และดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ขั้นตอนเตรียมการ ในการเตรียมการก่อนการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยได้ทำการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง เรื่อง ฟังก์ชัน

1.2 ทำการจัดเตรียมสื่อและอุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงตามที่ระบุไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ในข้อ 1.1

1.3 ผู้วิจัยทำการติดต่อบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อขอความอนุเคราะห์กับทางโรงเรียนชลกันยานุกูลในการดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ในการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยทำการชี้แจงจุดประสงค์และบทบาทหน้าที่ของผู้เรียนสำหรับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนสามารถปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง เรื่อง ฟังก์ชัน ที่เตรียมไว้เป็นระยะเวลา 13 คาบ

2.3 หลังจากดำเนินการทดลองสอนตามกำหนดการทดลอง ผู้วิจัยได้ดำเนินการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวอย่างหลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง

2.4 ทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้เพื่อการประเมินผลที่ได้จากการทดลอง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนจากทั้งแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มาทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลคะแนนจากทั้งแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ด้วยการวิเคราะห์ค่าที่แบบ *t*-test for one sample

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ด้วยการวิเคราะห์ค่าที่แบบ *t*-test for one sample

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยจำแนกตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วเขียนนำเสนอให้อยู่ในรูปความเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในงานวิจัยนี้ประกอบด้วยสถิติในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

สถิติพื้นฐาน

สถิติพื้นฐานที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต \bar{X} คำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2552, หน้า 176)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$\sum x$ แทน ผลรวมของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูล

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2552, หน้า 186)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

x แทน ข้อมูลหรือคะแนนแต่ละตัว

n แทน จำนวนข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย ได้แก่

1. การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถคำนวณได้จากสูตร (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2552, หน้า 150)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนจากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. การหาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซนต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$P = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
 S_h แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
 S_l แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
 n_t แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
 x_{\max} แทน คะแนนสูงสุด
 x_{\min} แทน คะแนนต่ำสุด

3. การหาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซนต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	x_{max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	x_{min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

4. การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

5. การหาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์แบบรายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซ็นต์
ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 162)

$$P = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	R_h	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	n_h	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูง
	n_l	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

6. การหาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์แบบรายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มและสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซ็นต์
ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 165)

$$r = \frac{R_h - R_l}{n}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	R_h	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

7. การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
แบบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร $KR-20$ ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson method)
(เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 160-161) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_{it}	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง เรื่อง ฟังก์ชัน กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานดังกล่าวนี้คือ t -test for one sample (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 134) ซึ่งมีสูตรในการคำนวณหาค่าที่ดังนี้

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
	μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -Distribution
- \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน
- μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
- S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- p แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
- $*$ แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ในการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของผู้เรียนหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบทีของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	S	t	p
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	49	27	18.9	19.96	2.32	3.199*	.001
				(ร้อยละ 73.93)			

* $p < .05$ และ $t_{(\alpha=0.05, df=48)} = 1.6772$

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 19.96 คะแนน จากคะแนนเต็ม 27 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.93 ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูงมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

และจากการพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีรายละเอียดดังนี้

นักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คือ นักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 4-1

9. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $f = \{(x, y) / y = 2x + 3\}$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ให้น้ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ สัมมติ $f(x_1) = f(x_2)$

$$2x_1 + 3 = 2x_2 + 3 \quad (\text{จากสมบัติสมมาตร})$$

$$2x_1 = 2x_2 \quad (\text{บวก } -3 \text{ ทั้งสองตร})$$

$$x_1 = x_2 \quad (\text{คูณ } \frac{1}{2} \text{ ทั้งสองตร})$$

$\therefore f$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จากทุกขัณฑ์ $\therefore f$ มีฟังก์ชันผกผัน

จาก $y = 2x + 3$ พิจารณา $x = 2y + 3$

$$x - 3 = 2y \quad (\text{บวก } -3 \text{ ทั้งสองตร})$$

$$\frac{x-3}{2} = y \quad (\text{คูณ } \frac{1}{2} \text{ ทั้งสองตร})$$

$$y = \frac{x-3}{2} \quad (\text{จากสมบัติสมมาตร})$$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$

โดยมี $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ และ $R_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

ภาพที่ 4-1 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน

จากภาพที่ 4-1 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง และสามารถแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล พิจารณาจากการตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน 1-1 ที่มีการแสดงเหตุผลด้วยการพิสูจน์อย่างสมเหตุสมผลและมีการเขียนอธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง อีกทั้งมีการอ้างอิงทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับการมีฟังก์ชันผกผัน ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถสรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คือ นักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วน หรือตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วน โดยตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 4-2

9. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $f = \{(x, y) / y = 2x + 3\}$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ~~มี~~ ~~เพราะ~~ ~~เพื่อ~~ ~~กำหนด~~ ~~ให้~~ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ทั่วไป

$$2x_1 + 3 = 2x_2 + 3$$

$$2x_1 = 2x_2 \quad (\text{ลบ } 3 \text{ ทั้งสมการ})$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน 1-1 เพราะจากทุกตัว f มีเพียงชิ้นผกผัน

จาก $y = 2x + 3$ พิจารณา $x = 2y + 3$

$$x - 3 = 2y \quad (\text{ลบ } 3 \text{ ทั้งสมการ})$$

$$\frac{x-3}{2} = y \quad (\text{คูณ } \frac{1}{2} \text{ ทั้งสมการ})$$

$$y = \frac{x-3}{2} \quad (\text{จากสมมติการสะท้อน})$$

ดังนั้น $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$

โดเมน $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$ และ $R_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

ภาพที่ 4-2 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน สำหรับกรณีที่ 1

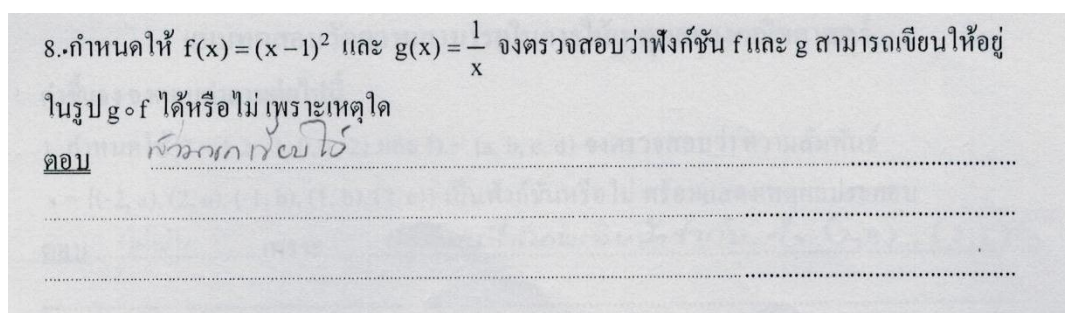
จากภาพที่ 4-2 จะเห็นว่า นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง สังเกตได้จากข้อความที่ว่า “ f มีฟังก์ชันผกผัน” แต่การแสดงเหตุผลโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนถูกต้องเพียงบางส่วน เนื่องจากการพิสูจน์ของนักเรียนยังขาดการระบุข้อความสำคัญ คือ “สมมติว่า $f(x_1) = f(x_2)$ ” ประกอบกับนักเรียนใช้สมบัติทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายประกอบการพิสูจน์ยังไม่ถูกต้อง สังเกตได้จากข้อความที่ว่า “ $y = \frac{x-3}{2}$ (จากสมบัติการสะท้อน)” ซึ่งที่ถูกต้อง คือการใช้สมบัติสมมาตร อีกทั้งการพิสูจน์ของนักเรียนยังไม่แล้วเสร็จ เนื่องจากขาดการสรุปว่า “ $x_1 = x_2$ ” ทำให้การพิสูจน์เพื่อตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน 1-1 ถูกต้องเพียงบางส่วน

กรณีที่ 2 ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งพบว่า ไม่ปรากฏลักษณะการตอบคำถามที่สอดคล้องกับกรณีนี้

นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คือ นักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือ ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่แสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทาง

คณิตศาสตร์ได้ไม่สมเหตุสมผล หรือ ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 4-3



ภาพที่ 4-3 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน สำหรับกรณีที่ 1

จากภาพที่ 4-3 จะเห็นว่า นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถาม โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “สามารถเขียนได้” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่มีการแสดงเหตุผลประกอบการตอบนั้น

กรณีที่ 2 ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่แสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สมเหตุสมผล โดยตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 4-4

9. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $f = \{(x, y) / y = 2x + 3\}$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ f^{-1}

สมมติ $x_1 = x_2$ $y = 2x - 3$

$f(x_1) = f(x_2)$ $x = 2y + 3$

$2x_1 + 3 = 2x_2 + 3$ $\frac{x-3}{2} = y$

$2x_1 = 2x_2$

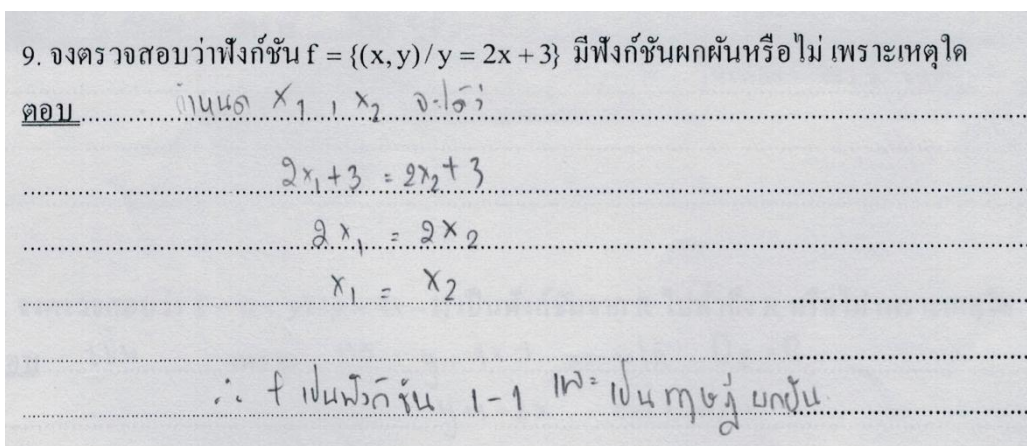
$x_1 = x_2$

\therefore มีฟังก์ชันผกผัน

ภาพที่ 4-4 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน สำหรับกรณีที่ 2

จากภาพที่ 4-4 จะเห็นว่า นักเรียนตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง สังเกตได้จากข้อความที่ว่า “ดังนั้น มีฟังก์ชันผกผัน” แต่การแสดงผลของนักเรียนยังไม่สมเหตุสมผล เนื่องจากนักเรียนขาดการระบุนความเชื่อมโยงจากบรรทัดที่มีข้อความว่า “ $x_1 = x_2$ ” ไปสู่ข้อความ “ $f(x_1) = f(x_2)$ ” ซึ่งการพิสูจน์ที่ถูกต้องจะต้องเริ่มต้นจาก “สมมติ $f(x_1) = f(x_2)$ ” แล้วแสดงให้ได้ว่า “ $x_1 = x_2$ ” รวมทั้งนักเรียนไม่มีการสรุปการพิสูจน์ดังกล่าวว่าฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชัน 1-1 และไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการมีฟังก์ชันผกผันที่จะนำไปสู่การตอบคำถามได้อย่างสมเหตุสมผล

กรณีที่ 3 ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน โดยตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 4-5

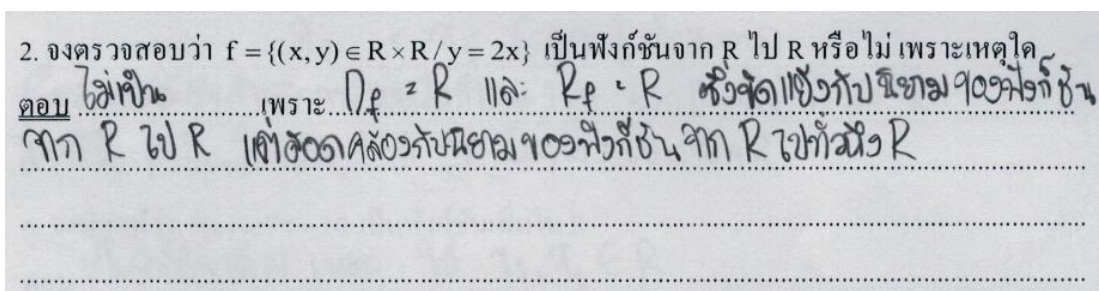


ภาพที่ 4-5 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน สำหรับกรณีที่ 3

จากภาพที่ 4-5 จะเห็นว่า นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนให้คำตอบว่า “ f เป็นฟังก์ชันผกผัน” ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ “ f มีฟังก์ชันผกผัน” ประกอบกับการแสดงผลของนักเรียนถูกต้องเพียงบางส่วน เนื่องจากนักเรียนขาดการระบุขอบเขตของตัวแปร x_1 และ x_2 สังเกตได้จากข้อความที่ว่า “กำหนด x_1, x_2 จะได้ว่า” หากจะให้ถูกต้องนักเรียนควรระบุว่า “ $x_1, x_2 \in R$ ” และถึงแม้ในการพิสูจน์จากบรรทัด “ $2x_1 + 3 = 2x_2 + 3$ ” สู่บรรทัด “ $x_1 = x_2$ ” ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบถ้วน ซึ่งการพิสูจน์ที่ถูกต้องจะต้องเริ่มต้นจากการ “สมมติ $f(x_1) = f(x_2)$ ” แล้วจึงตามด้วยข้อความ “ $2x_1 + 3 = 2x_2 + 3$ ” อย่างไรก็ตามนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า “ f เป็นฟังก์ชัน 1-1” แต่ยังขาดการอ้างอิงทฤษฎีบทที่ทำให้ f มีฟังก์ชันผกผัน

นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน คือ นักเรียนที่ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สมเหตุสมผล หรือ ไม่มีร่องรอยการตอบคำถาม ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สมเหตุสมผล โดยตัวอย่างข้อสอบ ดังภาพที่ 4-6



ภาพที่ 4-6 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน สำหรับกรณีที่ 1

จากภาพที่ 4-6 จะเห็นว่า การตอบคำถามของนักเรียนไม่ถูกต้อง และการแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามนั้นไม่สมเหตุสมผล ถึงแม้จะพยายามอธิบายเหตุผลเพิ่มเติมว่า ฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันทั่วถึง พิจารณาจากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “ไม่เป็น” ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง และเมื่อพิจารณาการแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามของนักเรียน พบว่า นักเรียนพยายามสนับสนุนคำตอบที่ได้โดยการอ้างอิงนิยามของฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} สืบเนื่องจากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “เพราะ $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = \mathbb{R}$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} ” ซึ่งไม่ถูกต้อง โดยคำตอบที่ถูกต้องคือ “เพราะ จาก $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = \mathbb{R}$ ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} ” และถึงแม้นักเรียนพยายามอธิบายเพิ่มเติมว่า “สอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R} ” แต่ข้อความดังกล่าวไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการ จึงทำให้การแสดงเหตุผลประกอบการตอบของนักเรียนไม่สมเหตุสมผล

กรณีที่ 2 ไม่มีร่องรอยการตอบคำถาม นั่นคือ นักเรียนไม่มีการระบุคำตอบ และไม่มี การแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถาม ซึ่งทำให้นักเรียนได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่ผู้วิจัยได้ทำการจัดการเรียนการสอนด้วยตนเอง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่หนึ่ง (การจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3) ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่า ในขั้นปฏิบัติการกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามได้ ตัวอย่างเช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของ

ฟังก์ชัน ที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลว่า ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะแตกต่างกันหรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งพบว่า นักเรียนไม่สามารถอธิบายประกอบการตอบคำถามได้ ครูต้องคอยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะของข้อมูล เช่น สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร เป็นต้น อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นชินกับการจัดกิจกรรมแบบกลุ่ม ทำให้มีนักเรียนบางคนไม่มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกรรรมกลุ่ม ครูต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรม และคอยให้คำชี้แนะนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างข้อสันนิษฐานได้ด้วยตนเอง และเมื่อครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในขั้นอภิปรายและสรุป นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่กล้าแสดงความคิดเห็นของตนเอง ครูต้องคอยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นอยู่เสมอ และในขั้นการสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในครั้งนี้ ซึ่งพบว่า มีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถบอกได้ว่า สิ่งที่ได้จากการเรียนในวันนี้คืออะไร และเมื่อครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน เช่น “ทุกความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด” พบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถอธิบายเหตุผลประกอบการตอบคำถามได้ถูกต้อง และในส่วนของการทำงานแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังเขียนอธิบายประกอบการตอบคำถามได้ไม่สมเหตุสมผล ครูต้องคอยปรับแก้ให้นักเรียนสามารถเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลมากขึ้น

ช่วงที่สอง (การจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6) ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่า ในขั้นปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มมากขึ้น และมีนักเรียนบางกลุ่มสามารถแสดงเหตุผลของตนได้ถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน ครูต้องคอยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด สังเกต และแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถาม เช่น ในใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B ในตอนที่ 2 ข้อ 1 ที่ต้องการให้นักเรียนบอกลักษณะร่วมกันของฟังก์ชัน 1-1 พบว่า นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B มีโดเมนเป็นเซต A และเรนจ์เป็นสับเซตของเซต B แต่นักเรียนไม่สามารถอธิบายลักษณะการส่งสมาชิกตัวหน้าไปยังสมาชิกตัวหลังของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชัน 1-1 ได้อย่างถูกต้อง เป็นต้น ครูต้องคอยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้น เช่น “การส่งสมาชิกตัวหน้าไปยังสมาชิกตัวหลังของฟังก์ชัน 1-1 มีลักษณะอย่างไร” หรือ “ในฟังก์ชัน 1-1 ถ้าสมาชิกตัวหลังของอันดับเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัวหน้าของอันดับมีลักษณะอย่างไร เพราะเหตุใด” เป็นต้น ในขั้นการอภิปรายและสรุป นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นและการอภิปรายมากขึ้น และนักเรียนสามารถระบุประเด็นสำคัญที่ใช้ในการสรุปความหมายได้อย่างถูกต้อง แต่ครูยังต้องให้คำชี้แนะเพื่อสร้างข้อสรุปให้อยู่ในรูปนัยทั่วไปและเพื่อนำข้อสรุปดังกล่าวมาประยุกต์ใช้กับการทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง

ตัวอย่างเช่น ในใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด ที่ต้องการให้นักเรียนสรุปนิยามของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดให้อยู่ในรูปนัยทั่วไป ครูใช้คำถามกระตุ้นว่า “ในฟังก์ชันเพิ่ม ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1)$ และ $f(x_2)$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร” เป็นต้น และในขั้นการสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในครั้งนี้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ได้อย่างถูกต้อง และเมื่อครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน เช่น “ฟังก์ชันจาก A ไป B เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด” พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามและแสดงเหตุผลประกอบได้อย่างถูกต้อง และเนื่องจากในช่วงที่สองของการจัดการเรียนรู้เนื้อหาส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับ การพิสูจน์ทำให้ครูต้องคอยใช้คำถามกระตุ้น ให้คำชี้แนะเพื่อให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง ตัวอย่างเช่น ในการพิสูจน์ข้อความ “ถ้า...แล้ว...” นักเรียนมีวิธีการพิสูจน์อย่างไร เป็นต้น ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเขียนพิสูจน์พร้อมทั้งอธิบายประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้องมากขึ้น

ช่วงที่สาม (การจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-9) ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง พบว่า ในขั้นปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนสามารถเขียนอธิบายคำตอบได้อย่างถูกต้องมากขึ้น โดยครูยังคงใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้นักเรียนสามารถสังเกตและอธิบายเหตุผลของตนเองในการตอบคำถาม เช่น ในใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง การดำเนินการของฟังก์ชันข้อ 1-3 ที่ให้นักเรียนบอกโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ว่าเกิดจากเซตใดบ้าง พบว่านักเรียนสามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง แต่ในฟังก์ชันผลหาร นักเรียนยังระบุโดเมนของฟังก์ชันได้ไม่ครบถ้วน ครูต้องใช้คำถามระดับสูงกระตุ้น เช่น “ในนิยามการหารของจำนวนเต็มใดตัวส่วนเป็นศูนย์ได้หรือไม่ นักเรียนสามารถเขียนโดเมนของฟังก์ชันผลหารได้อย่างไร” เป็นต้น ในขั้นอภิปรายและสรุป นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงความคิดเห็นในการอภิปรายคำตอบมากขึ้น และสามารถสร้างข้อสรุปได้ถูกต้องมากขึ้น โดยครูคอยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้น และคอยให้คำชี้แนะ คำแนะนำแก่นักเรียนในระหว่างการอภิปรายและการสร้างข้อสรุป และในขั้นการสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ พบว่า นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการเรียนในวันนี้ และสามารถแสดงเหตุผลประกอบการตอบได้ถูกต้องมากขึ้น เมื่อครูใช้คำถามระดับสูงในการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน เช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ฟังก์ชันผกผัน นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามได้ว่า ถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B แล้ว f ไม่จำเป็นต้องมีฟังก์ชันผกผัน เพราะจากทฤษฎีบท f มีฟังก์ชันผกผัน ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน 1-1 แต่ในฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 เสมอไป เป็นต้น และในส่วนของการทำงานแบบฝึกหัด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายประกอบการตอบคำถามในการทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องมากขึ้น โดยมี การอ้างอิงเกี่ยวกับนิยามหรือทฤษฎีบทประกอบการอธิบายคำถามได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ในการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของผู้เรียน หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยได้ทำการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบทีของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	μ _(ร้อยละ 70)	\bar{X}	S	t	p
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	49	20	14	14.65	1.466	3.119*	.0015
				(ร้อยละ 73.25)			

* $p < .05$ และ $t(\alpha = 0.05, df = 48) = 1.6772$

จากตารางที่ 4-2 จะพบว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง มีค่าเท่ากับ 14.65 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.25 ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

บทที่ 5

สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 7 ห้องเรียน รวม 292 คน ซึ่งไม่นับรวมห้องเรียนพิเศษผู้มีความสามารถวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี (Gifted) ห้องเรียนเป็นเลิศทางวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ (Top star) และห้องเรียนพิเศษภาคภาษาอังกฤษ (English program) และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 จำนวน 49 คน ที่เรียนรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบลดความสามารถ ผู้วิจัยจึงทำการจับสลาก 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง และในส่วนของเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ เนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนชลกันยานุกูล

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ร่วมกับคำถามระดับสูง รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 9 แผน ซึ่งมีความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้เฉลี่ยเท่ากับ 4.62 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.17 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.80-1.00 มีค่าความยากง่าย (P) ตั้งแต่ 0.54-0.73 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.39-0.51 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 และ 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

จำนวน 20 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00 มีค่าความยากง่าย (P) ตั้งแต่ 0.58-0.74 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.32-0.53 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าทีสำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว (t -test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากรับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ส่งเสริมกระบวนการคิดให้เหตุผล การแสดงความคิดเห็น การอภิปราย และการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันในชั้นเรียน จนนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน ตลอดจนมีการสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้เพื่อนำไปสู่การประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น สอดคล้องกับสตาพร พุทธติกุล (2555, หน้า 5) ที่กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ให้เกิดขึ้นในตนเอง ด้วยการลงมือปฏิบัติจริงผ่านสื่อหรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีครูผู้สอนเป็นผู้แนะนำ กระตุ้น หรืออำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ขึ้น โดยกระบวนการคิดขั้นสูง กล่าวคือ ผู้เรียนมีการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่าจากสิ่งที่ได้เรียนรู้ยิ่งขึ้น ประกอบกับ Silberman (1996, p. ix) ที่กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่าเป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้รับมอบหมาย

ให้ทำงานด้วยตนเองบ่อยที่สุด ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น ถามเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนรู้ และอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งนั้นร่วมกับผู้อื่น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสุพรรณิ ชาญประเสริฐ (2557, หน้า 5) ที่กล่าวว่า การฝึกให้ผู้เรียนได้อภิปราย โต้แย้งเป็นอีกเทคนิคหนึ่งซึ่งช่วยพัฒนาการคิด ขั้นสูงและทักษะการให้เหตุผลอย่างมีตรรกะ

และเมื่อพิจารณาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นเตรียมความพร้อม 2) ขั้นปฏิบัติกิจกรรม 3) ขั้นอภิปรายและสรุป และ 4) ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ ซึ่งจะพบว่าในขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่ผู้วิจัยให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามที่ได้รับมอบหมาย ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ฝึกให้ผู้เรียนได้สังเกตลักษณะร่วมและลักษณะที่แตกต่างกันของตัวอย่างที่กำหนดให้ จากนั้นให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันแสดงความคิดเห็น อธิบายเหตุผลเกี่ยวกับที่มาของคำตอบ โดยผู้วิจัยคอยใช้คำถามกระตุ้นและให้คำชี้แนะแก่ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม เช่น ข้อมูลทั้งสองมีลักษณะร่วมกันอย่างไร เป็นต้น ในขั้นที่ 3 ขั้นอภิปรายและสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำเสนอคำตอบประกอบการให้เหตุผล และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ โดยผู้สอนคอยใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดให้เหตุผล มีส่วนร่วมในการอภิปราย คอยให้คำแนะนำ และคำชี้แนะ จนผู้เรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ตัวอย่างคำถามเช่น คำตอบที่ได้มีที่มาอย่างไร หรือ มีนักเรียนกลุ่มใดได้คำตอบแตกต่างจากเพื่อนหรือไม่ อย่างไรบ้าง หรือ นักเรียนสามารถสรุปความหมายได้อย่างไร เป็นต้น และขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยให้ผู้เรียนสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม สอดคล้องกับ Krulik and Rudnick (1996, p. 2) ที่กล่าวว่า การสะท้อนกลับของความคิด โดยธรรมชาติเป็นการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผล ทั้งนี้ผู้วิจัยคอยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการสะท้อนความคิด เช่น สิ่งที่ได้จากการเรียนในวันนี้มีอะไรบ้าง เป็นต้น และผู้วิจัยใช้แบบฝึกหัดในการตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนว่า สามารถประยุกต์ใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามได้ถูกต้องหรือไม่ รวมทั้งคอยให้คำแนะนำและคำชี้แนะแก่ผู้เรียนเพื่อให้สามารถอธิบายและให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น

จากขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ข้างต้นจะเห็นว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกสามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของพรรณทิพา ทองนวล (2554, หน้า 198) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจากงานวิจัยของศิริมา วงษ์สกุลดี (2558, หน้า 123) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำคำถามระดับสูงที่สังเคราะห์ขึ้นมาช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยการแทรกคำถามระดับสูงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมความพร้อม ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงมาช่วยในการทบทวนความรู้ของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้าสู่ความรู้ใหม่ และกระตุ้นผู้เรียนให้มีส่วนร่วมในกิจกรรมของชั้นเรียนอย่างกระตือรือร้น เพื่อเตรียมความพร้อมสู่การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน เช่น ความสัมพันธ์มีลักษณะอย่างไร หรือ จงยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่นักเรียนรู้จัก เป็นต้น ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นความคิดของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผลประกอบการตอบคำถาม นำไปสู่การสร้างข้อสันนิษฐานจากการปฏิบัติกิจกรรม เช่น ฟังก์ชันที่กำหนดมีลักษณะร่วมกันหรือลักษณะแตกต่างหรือไม่ อย่างไร หรือ นักเรียนสามารถสรุปความหมายได้อย่างไรบ้าง เป็นต้น ขั้นที่ 3 ขั้นอภิปรายและสรุป ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น ให้เหตุผล อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้ เช่น จากการทำใบกิจกรรม ฟังก์ชันที่กำหนดให้มีลักษณะแตกต่างกันอย่างไรบ้าง จงยกตัวอย่างประกอบ หรือ นักเรียนสามารถสรุปความหมายได้อย่างไร เป็นต้น ซึ่งทำให้ผู้เรียนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ นำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ และขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้ ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นความคิดของผู้เรียนให้เกิดการสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้รับจากการปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน เช่น นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างจากการเรียนรู้ในวันนี้ หรือ นักเรียนมีวิธีการเรียนรู้อย่างไร เป็นต้น ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ คิดอย่างมีระบบ และคิดให้เหตุผลประกอบการสะท้อนผลการเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถจัดระบบการเรียนรู้ของตนเองได้ดียิ่งขึ้น อีกทั้งผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้มาประยุกต์ใช้กับการทำแบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เช่น นักเรียนสามารถนำข้อสรุปเกี่ยวกับนิยามหรือความหมายที่ได้มาช่วยในการตอบคำถามได้

อย่างไรบ้าง หรือ จากโจทย์นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไร เพราะเหตุใด เป็นต้น ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการอธิบาย การให้เหตุผลประกอบการตอบคำถาม โดยอาศัยนิยาม ความรู้ หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล เป็นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 82) ที่ว่า คำถามระดับสูงช่วยในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากคำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้ใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์และคิดอย่างมีวิจารณญาณในการหาคำตอบ และการใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนคุ้นเคยจะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนอย่างแท้จริง สอดคล้องกับกัญญา วิธวรรณ (ม.ป.ป.) ที่กล่าวว่า คำถามระดับสูงจะทำให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดระดับสูงและเป็นคนมีเหตุผล ช่วยให้นักเรียนเข้าใจสาระสำคัญของเรื่องราวที่เรียนได้อย่างถูกต้องและกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาข้อมูลมาตอบคำถามด้วยตนเอง และสอดคล้องกับสายัณห์ ผาน้อย (2549, หน้า 110) ที่ว่า คำถามระดับสูงจะช่วยพัฒนาความคิดและการใช้เหตุผล โดยคำถามระดับสูงที่ผู้วิจัยใช้ มี 5 ประเภท ได้แก่ 1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามให้ผู้เรียนเขียนอธิบายข้อความต่าง ๆ โดยอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแสดงเหตุผล 2) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ต้องการให้เปรียบเทียบความเหมือนความแตกต่างของสองข้อมูลที่กำหนด 3) คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามให้ผู้เรียนบอกชื่อ หรือนำเสนอความรู้ หรือยกตัวอย่าง โดยอาศัยการสังเกตหรือความรู้ความจำทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ 4) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามให้แยกแยะเรื่องราวเป็นส่วนย่อยหรือพิสูจน์หาความจริงที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราว 5) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามให้หาข้อสรุปของความสัมพันธ์หรือสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงทั้ง 5 ประเภทร่วมกัน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถอธิบายประกอบการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล

จากการใช้คำถามระดับสูงดังกล่าวข้างต้นจะเห็นว่า คำถามระดับสูงทั้ง 5 ประเภทที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้นนั้น สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้เพิ่มมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวิฑูรย์ หมทอง (2555, หน้า 85) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ซึ่งการคิดอย่างมีวิจารณญาณเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผล อีกทั้งถูกจัดว่าเป็นการคิดขั้นสูง (Higher order thinking) (Krulik & Rudnick, 1996, p. 3) และงานวิจัยของศิษย์พล เนตรนิมิตร (2558, หน้า 116) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะบนพื้นฐานของประสบการณ์และพัฒนาความรู้ความสามารถที่ได้จากการลงมือปฏิบัติมากกว่าการจดจำความรู้ที่ผู้สอนมอบให้เพียงฝ่ายเดียว อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นของตนเอง มีส่วนร่วมในการอภิปรายเกี่ยวกับประเด็นที่ผู้สอนนำเสนอ ทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดขั้นสูง ซึ่งผู้วิจัยได้นำกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มและแบบคู่มาช่วยส่งเสริมการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมอย่างกระตือรือร้นกล้าแสดงความคิดเห็นของตนเองกับเพื่อนในกลุ่มมากยิ่งขึ้น รวมทั้งมีส่วนร่วมในการอภิปรายข้อสรุปหรือความหมายที่เกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดเห็นของตนเองเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม เพื่อทบทวนความรู้ที่ได้จากการเรียน เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงระดับการเรียนรู้ของตนเองและพัฒนาการเรียนรู้ของตนเองให้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสุพรรณิชาญประเสริฐ (2557, หน้า 5-6) ที่ว่า การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ทำงานร่วมกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าผู้เรียนผ่านการฝึกปฏิบัติอย่างสม่ำเสมอ จะช่วยให้เกิดทักษะการทำงานแบบร่วมมืออย่างมีประสิทธิภาพ ช่วยเพิ่มความจำ ความเข้าใจ การสร้างความตระหนักและเห็นคุณค่าของเพื่อนร่วมงาน อีกทั้งการให้ผู้เรียนได้ร่วมแสดงความคิดเห็นต่อเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์การเรียนรู้จะช่วยเพิ่มระดับความสนใจ ความกระตือรือร้น และการสร้างบรรยากาศของการเรียนรู้นั้นเท่ากับเป็นการเพิ่มขีดความสามารถด้านความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีทางเลือกในการบรรลุเป้าหมายการเรียนรู้ของตนเองมากขึ้น ประกอบกับ Smith (1999, pp. 108-110) ที่กล่าวว่า กิจกรรมทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะบรรลุการเรียนรู้ด้วยตนเองของผู้เรียน ผู้สอนจำเป็นต้องนำการเรียนรู้เชิงรุกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้อคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพและประสบความสำเร็จมากยิ่งขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิดของตนเอง อภิปรายกับเพื่อนในชั้นเรียน สามารถสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมถึงการสะท้อนสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียนจนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน สอดคล้องกับงานวิจัยของพรณทิพา ทองนวล (2554, หน้า 198) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และงานวิจัยของวาสนา เจริญไทย (2557, หน้า 75) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำคำถามระดับสูงที่สังเคราะห์ขึ้นทั้ง 5 ประเภท มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกในแต่ละชั้น เพื่อส่งเสริมและพัฒนาการผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น และเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินค่า ข้อมูลความรู้เดิมและความรู้ใหม่ในการหาคำตอบ รวมทั้งกระตุ้นให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นในระหว่างปฏิบัติกิจกรรมและการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งทำให้ผู้เรียนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ นำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาวิธีการเรียนรู้ให้ดียิ่งขึ้น จนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้อย่างถูกต้องครบถ้วน รวมทั้งสามารถนำความรู้ที่ได้ปรับใช้กับการทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ Wragg and Brown (2001, p. 21) ที่กล่าวว่า คำถามระดับสูงช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในบทเรียนมากยิ่งขึ้น และสอดคล้องกับ East Carolina University (2014) ที่กล่าวว่า คำถามระดับสูงช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องที่เรียนมากยิ่งขึ้น ส่งเสริมการสืบค้นและการเรียนรู้ด้วยตนเอง ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยของวิฑูรย์ หมมทอง (2555, หน้า 85) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทาง

คณิตศาสตร์ของ Fraivillig สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของสิริภพ สินธุประเสริฐ (2559, หน้า 126-127) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวร่วมกับคำถามระดับสูงมีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกผู้สอนควรคำนึงถึงกิจกรรมที่ใช้ในการสร้างองค์ความรู้และเวลาในแต่ละคาบให้มีความเหมาะสมและสามารถจัดการเรียนรู้ได้จริง เนื่องจากในการสร้างองค์ความรู้จำเป็นต้องอาศัยเวลาค่อนข้างมาก ผู้สอนควรออกแบบกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่าย และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้อย่างรวดเร็ว
2. ในการใช้คำถามระดับสูงในชั้นเรียนควรจัดลำดับการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถคิดและลำดับภาพตามได้ และช่วยให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ของคำถาม ไม่ควรเร่งรัดให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรม แต่ควรให้นักเรียนคอยสังเกตลักษณะของตัวอย่างที่กำหนด โดยครูคอยใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นจนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้เอง

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรนำการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงไปปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหาหรือการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น
2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทรีโกณมิติ ความน่าจะเป็น เวกเตอร์ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลาง
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุม
สหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กองบรรณาธิการคุณแม่. (2547). Active learning เรียนรู้ผ่านการ “ลงมือกระทำ”. *บันทึกคุณแม่*,
10(129), 156-157.
- กัญญา วิธวรรณ. (ม.ป.ป.). *เทคนิคการตั้งคำถาม*. เข้าถึงได้จาก [http://www1.nsdv.go.th/
innovation/questioning.htm](http://www1.nsdv.go.th/innovation/questioning.htm)
- กิตติชัย สุชาติโนบล. (2557). เทคนิคการใช้คำถาม. *สารานุกรมศึกษาศาสตร์*, (49), 95-106.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554).
ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ:
อรุณการพิมพ์.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557).
*ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และ
ทำอะไรได้บ้าง*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- จินตรัตน์ ช่างวิริยะวงศ์. (2559, 28 กันยายน). ครู โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
ชนาธิป พรกุล. (2557). *การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*.
กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชวลิต ชุกาแพง. (2549). *การหาคุณภาพเครื่องมือการประเมินการเรียนรู้*. เข้าถึงได้จาก
http://www.elearning.msu.ac.th/opencourse/0506704/page03_03_02.html
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2553). *เทคนิคการใช้คำถามพัฒนาการคิด: คิดวิเคราะห์ คิดแก้ปัญหา คิด
สร้างสรรค์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ*. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2557). *เทคนิคการใช้คำถามพัฒนาการคิด (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: วิพรินท์
(1991).
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2553). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12)*. กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ
อินเตอร์ โปรดักส์.

- โชติกา ภาษีผล. (2558). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้*. (ม.ป.ท.): ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เชิดศักดิ์ ภักดีวิโรจน์. (2556). *ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณและความเชื่อมั่นในตนเอง*. ปรินญาณิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2553). *การออกแบบพัฒนาโปรแกรมบทเรียนและบทเรียนบนเว็บ (พิมพ์ครั้งที่ 14 ปรับปรุงแก้ไข)*. มหาสารคาม: ม.ป.ท.
- ณัฐพัชร์ พัวพันศรี. (2559, 28 กันยายน). ครูชำนาญการ โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
- ดิษพล เนตรนิมิตร. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ดิษพล เนตรนิมิตร. (2559, 28 กันยายน). ครูผู้ช่วย โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
- ทิวัดต์ มณีโชติ. (2549). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน*. นนทบุรี: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- ทิสนา แยมมณี. (2558). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 19). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิดิช ปิลวาสน์. (2557). *ถามอย่างไรให้ลูกคิดเป็น (Teaching children about critical thinking)*. เข้าถึงได้จาก <http://taamkru.com/th/ถามอย่างไรให้ลูกคิดเป็น>
- เนาวนิตย์ สงคราม. (2557). *การศึกษานอกสถานที่และการศึกษานอกสถานที่เสมือนเพื่อการเรียนรู้เชิงรุก = Field trip & virtual field trip for active learning*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บรรพต สุวรรณประเสริฐ. (2544). *การพัฒนาหลักสูตร โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. เชียงใหม่: The Knowledge Center.
- บัญญัติ ชำนาญกิจ. (2549). *จึงจำเป็นต้องจัดการเรียนรู้แบบใฝ่รู้ในระดับอุดมศึกษา*. *วารสารการจัดการความรู้ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์*, 1(1), 3-7.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- บุหงา วัฒนะ. (2546). Active learning. *วารสารวิชาการ*, 6(9), 30-34.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2545 ก). การเรียนรู้แบบ Active learning: ทำได้อย่างไร. *วารสารการศึกษา
วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*, 30(116), 53-55.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2545 ข). การเรียนรู้แบบ Active learning: ทำได้อย่างไร (ต่อ). *วารสารการศึกษา
วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*, 30(117), 48-49.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญา
นิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2551). *ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: เข้า ออฟ
เคอร์มิสท์.
- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2552). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: เข้า ออฟ
เคอร์มิสท์.
- ภพ เลหาไพบูลย์. (2542). *แนวการสอนวิทยาศาสตร์* (ฉบับปรับปรุง). กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- เยาวดี ราชชัยกุล วิบูลย์ศรี. (2552). *การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์* (พิมพ์ครั้งที่ 8).
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2555). *ศัพท์ศึกษาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.
- โรงเรียนชลกันยานุกูล. (2559). *หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนชลกันยานุกูล กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. ชลบุรี: โรงเรียนชลกันยานุกูล.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วรรณิ ธรรมโชติ. (2550). *หลักการคณิตศาสตร์*. สงขลา: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา.
- วาสนา เจริญไทย. (2557). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา,
คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- วิชัย เสวกงาม. (2557). ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนใน
ศตวรรษที่ 21. *วารสารครุศาสตร์*, 42(2), 207-223.

- วิฑูรย์ หมทอง. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามระดับสูง ประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี.
- วิทยากร เชียงกูล. (2546). อธิบายศัพท์การศึกษาและความรู้สาขาต่าง ๆ. กรุงเทพฯ: สายธาร.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2554). เอกสารคำสอน วิชา 410541 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (*Mathematica skills and processes*). ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จริยสุนันทวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศักดิ์ ไชกกิจญโญ. (2548). สอนอย่างไรให้ Active learning. *วารสารนวัตกรรมการเรียนการสอน*, 2(2), 12-15.
- ศิริมา วงษ์สกุลดี. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.). (2558 ก). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558*. เข้าถึงได้จาก http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM6_2558.pdf
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.). (2558 ข). *O-NET (Ordinary National Educational Test)*. เข้าถึงได้จาก <http://www.niets.or.th/th/catalog/view/211>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก [http://primarymath.ipst.ac.th/images/math_curriculum/pdf_math_standard/NewAssessmentMath\[1\].pdf](http://primarymath.ipst.ac.th/images/math_curriculum/pdf_math_standard/NewAssessmentMath[1].pdf)

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: บริษัททราฟวิญจำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2555 ก). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2555 ข). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2556). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. เข้าถึงได้จาก <https://drive.google.com/file/d/0BwqFSkq5b7zSbUdGWmU2QkQwT00/view>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2558 ก). *PISA โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ Programme for International Student Assessment*. เข้าถึงได้จาก <https://drive.google.com/file/d/0BwqFSkq5b7zSTTdkYXJjVi1TVkE/view>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2558 ข). *การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย : การพัฒนา-ผลกระทบ-ภาวะถดถอยในปัจจุบัน*. เข้าถึงได้จาก <https://drive.google.com/file/d/0BwqFSkq5b7zSWUduVm1XWVVIIdk/view>
- สถาพร พุทธิพิทกุล. (2555). คุณภาพผู้เรียน...เกิดจากกระบวนการเรียนรู้ Quality of students derived from active learning process. *วารสารการบริหารการศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา*, 6(2), 1-13.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2555). *การวัดผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 8). กทม: ประสานการพิมพ์.
- สรวดี เฟิงศรีโคตร. (2549). คำถามนั้น...สำคัญไฉน. *วิทยาจารย์*, 105(5), 58-61.
- สายัณฑ์ ผาน้อย. (2549). การสอนกระบวนการคิดโดยการตั้งคำถาม. *วารสารวงการศึกษา*, 3(30), 108-110.
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (สมศ.). (2557). *คะแนนผลการทดสอบ O-NET ช่วงชั้นที่ 4(ม.6) จำนวน 8 กลุ่มสาระวิชาของสถานศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2556*. เข้าถึงได้จาก <http://www.onesqa.or.th/th/contentdownload/944/?inputFilter=&TextSearch=&Category=151&gotoPage=1&PageSize=10>
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และแก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545*. เข้าถึงได้จาก http://onec.go.th/onec_back office/uploaded/Category/Laws/Act/acteng/01/0101-a.pdf

- ศิริภพ ดินฐประเสริฐ. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิว ร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สิริพร ทิพย์คง. (2543). ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับพิเศษ*, (ฉบับพิเศษ), 15-19.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ(พว.).
- สุนีย์ คล้ายนิล ปรีชาญู เดชศรี และอัมพลิกา ประโมจน์ย์. (2550). *บทสรุปเพื่อการบริหาร: การรู้ วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก <https://drive.google.com/file/d/0BwqFSkq5b7zSWmxmeWJLMHB5c2c/view>
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2550). จะสอนวิทยาศาสตร์อย่างไร: แคล่ถามก็ผิดแล้ว. *นิตยสาร สสวท*, 35(149), 16.
- สุพรรณิชา ชาญประเสริฐ. (2557). Active learning: การจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21. *นิตยสาร สสวท*, 42(188), 3-6.
- สุพิช ชัยมงคล. (2556). กลยุทธ์การพัฒนาสมรรถนะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกของครูผู้สอนระดับ ประถมศึกษาในพื้นที่สูง. *วารสารบริหารการศึกษามศว*, 10(18), 91-102.
- สุระ บรรจงจิตร. (2551). “Active learning”: คาบสองคม. *วารสาร โรงเรียนนายเรือ*, 8(1), 35-42.
- สุริพร อนุศาสนนันท์. (2554). *การวัดและประเมินในชั้นเรียน (Measurement and evaluation in classroom)*. ชลบุรี: เกี๊ยกู้ดครีเอชั่น.
- เสริมศรี ไชยสร. (2536). การใช้คำถามในการสอน. *ข่าวสารกองบริการการศึกษา*, 4(42), 14-16.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- อุษณีย์ เทพวรชัย. (2543). *การเรียนการสอนเชิงรุก*. นนทบุรี: โครงการสวัสดีการวิชาการ สถาบันพระบรมราชชนก.
- Alsop, S., & Hicks, K. (2001). *Teaching science: A handbook for primary and secondary school teachers*. London: Kogan Page.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: helping children think mathematically*. Cliffs, NJ: Macmillan Publishing Company.

- Baldwin, J., & Williams, H. (1988). *Active learning: A trainer's guide*. Oxford, England: Basil Blackwell.
- Biggs, E. E., & MacLean, J. R. (1969). *Freedom to learn: An active learning approach to mathematics*. Ontario: Addison Wesley.
- Bonwell, C. C., & Eison, J. A. (1991). *Active learning: Creating excitement in the classroom*. *ASHE-ERIC higher education report no.1*. Washington, D.C.: The George Washington University, School of Education and Human Development.
- Brown, G. A. (1975). *Microteaching: a programme of teaching skills*. London: Methuen.
- Collins, J. W., & O'Brien, N. P. (2003). *The greenwood dictionary of education*. Westport, CT: Greenwood Press. Retrieved from http://twitmails3.s3-website-eu-west-1.amazonaws.com/users/355757832/16/attachment/_JV1IiEbdy%20%20%D9%85%D8%B1%D8%AC%D8%B9%20%D8%A7%D8%AC%D9%86%D8%A8%D9%8A.pdf
- Council for the Curriculum, Examinations and Assessment (CCEA). (2007). *Active learning and teaching method for key stage 3*. Belfast, UK: PMB.
- Cretu, D. (2014). Integrating active learning methods during university lectures. *Journal Plus Education, X(2014)(1)*, 166-172.
- East Carolina University. (2014). *Question & review: Higher order questions games*. Retrieved from <http://www.ecu.edu/cs-educ/TQP/upload/ISLES-S-Question-Declarative-Aug2014.pdf>
- Eysenck, H. J., Wurrzburg, W.A., & Berne, R. M. (1979). *Encyclopedia of psychology*. New York: The Seabury Press.
- Frazee, B., & Rudnitski, R. A. (1995). *Integrated teaching methods: theory, classroom applications, and field-based connections*. Albany, NY: Delmar Publishers.
- Hazzan, O., Lapidot T., & Ragonis, N. (2011), *Guide to teaching computer science*. London: Springer-Verlag.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1996). *A new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in elementary school*. Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.
- Lannin, J. K. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

- Likert, S. (1932). A technique for the measurement of attitudes. *Archives of Psychology*, 22(140), 1-55.
- Matveev, A. V., & Milter, R. G. (2010). An implementation of active learning: assessing the effectiveness of the team infomercial assignment. *Innovations in Education and Teaching International*, 47(2), 201-203.
- Morgan, N., & Saxton, J. (1991). *Teaching, questioning and learning*. London: Routledge.
- Nist, S. L., & Holschuh, J. P. (2000). *Active learning: Strategies for college success*. United States: Allyn & Bacon.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., Smith, N. L., & Suydam, M. N. (2004). *Helping children learn mathematics*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Rotgan, J. I., & Schmidt, H. G. (2011). The role of teachers in facilitating situational interest in an active-learning classroom. *Teaching and Teacher Education*, 27(2011), 37-42.
- Schmalz, R. S. P. (1973). Categorization of Questions that Mathematics Teachers Ask. *The Mathematics Teacher*, 66(7), 619-626.
- Shahrill, M., & Mundia, L. (2014). The use of low-order and higher-order questions in mathematics teaching: Video analyses case study. *Journal of Studies in Education*, 4(2), 15-34.
- Silberman, M. L. (1996). *Active Learning: 101 Strategies to Teach Any Subject*. Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.
- Smith, J. (1999). Active learning of mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(2), 108-110.
- The National council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Wellington, J. J., & Ireson, G. (2012). *Science learning, science teaching*. Abingdon, NY: Routledge.
- Wilson, J. W. (1970). Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. In B. S. Bloom, J. T. Hastings & G. F. Madaus (Eds.), *Handbook on formative and summative evaluation of student learning* (643-694). New York: McGraw-Hill.

Wimer, J. W., Ridenour, C. S., & Thomas, K. (2001). Higher order teacher questioning of boys and girls in elementary mathematics Classrooms. *The Journal of Education Research*, 95(2), 84-92.

Wragg, E. C., & Brown, G. (2001). *Questioning in the primary school*. London: Routledge.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อ

การวิจัย

- สำเนาขอหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาขอหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร. สมคิด อินเทพ อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นายสุจินต์ ชลิตตาภรณ์ ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
4. นายศุภงค์ ศรีศาลา ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
5. นางณัฏฐพัชร พัวพันศรี ตำแหน่ง ครูชำนาญการ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๑, ๑๕๓๖ วันที่ ๑๙ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๙
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
 เรียน อาจารย์ ดร.อาพันธ์ชนิด เจริญจิต

ด้วยนางสาวธนาวรรณ นัยเนตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๑.๑๕๗๖ วันที่ ๑๙ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๙
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการท่ววิจัย
 เรียน อาจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ

ด้วยนางสาวธนวรรณ นัยเนตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้ซึ่งรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/ ว. ๑๐๑๘

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๙ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายสุจินต์ ชลิตตาภรณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวธรรณ นัยเนตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรหมทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๙๓-๙๒๐๓๐๙๕



ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/ว. ๑๐๗๕

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๕ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายศุภงค์ ศรีศาลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวธนวรรณ นัยเนตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรณทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศรีสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๙๓-๙๒๐๓๐๙๕



ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๑.๑๐๑๔

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๙ ธันวาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางณัฐพัชร์ พัวพันศรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวธนวรรณ นัยเนตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับค่าถมาระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรณทิพา ตันดินัย ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ สิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๙๓-๙๒๐๓๐๙๕



ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๒๐๕

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวธนวรรณ นัยเนตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง
“ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” ใน
ความควบคุมดูแลของ ดร.พรพนทิพา ตันตินัย ประธานกรรมการมีความประสงค์ ขออำนาจ
ความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๘ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาต
เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๗ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๐ – ๓ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๐
อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพา
เรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(Signature)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๕-๖๕๙๗๒๒๙

ที่ ศธ ๖๒๑๘/ ๒๒๗



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓๑ มกราคม ๒๕๖๐

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล
สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวธนวรรณ นัยเนตร นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรณทิพา ดันตินัย ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๖ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๒๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ.๒๕๖๐ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙, ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

โทรผู้วิจัย ๐๘๕-๖๕๙๗๒๒๙

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูง
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชัน	เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน	
ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2559	เวลา 1 คาบ

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักเรียนเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. ด้านความรู้
 - 1.1 นักเรียนสามารถบอกความหมายของฟังก์ชันได้
2. ด้านทักษะและกระบวนการ
 - 2.1 นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
 - 3.1 นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการเรียน

สาระสำคัญ

นิยาม ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ r ใด ๆ ที่มีเงื่อนไขว่า คู่อันดับสองคูใดในความสัมพันธ์ r ถ้าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน กล่าวคือ ความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x,y) \in r$ และ $(x,z) \in r$ แล้ว $y = z$

สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ r ใด ๆ ที่มีเงื่อนไขว่า คู่อันดับสองคูใดในความสัมพันธ์ r ถ้าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน กล่าวคือ ความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x,y) \in r$ และ $(x,z) \in r$ แล้ว $y = z$

ตัวอย่างของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน เช่น

$r_1 = \{(1,5), (2,5), (3,6), (4,7)\}$ เป็นฟังก์ชัน เพราะ ไม่มีคู่อันดับสองคู่ใดใน ความสัมพันธ์ที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับ บทนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_1 เป็นฟังก์ชัน

$r_2 = \{(x, y) \in R \times R / y = 3x + 2\}$ เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_2$ เป็นสมาชิกใด ๆ

จะได้ว่า $y = 3x + 2$ ----- (1)

$$z = 3x + 2$$
 ----- (2)

จากสมบัตการถ่ายทอด จะได้ว่า $y = z$ ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_2 เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างของความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน เช่น

$r_3 = \{(2, a), (3, b), (5, a), (5, b)\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ มีคู่อันดับสองคู่ใน ความสัมพันธ์ r_3 ที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน ได้แก่ $(5, a)$ และ $(5, b)$ ซึ่งขัดแย้งกับบทนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

$r_4 = \{(x, y) \in R \times R / y^2 = x\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_4$ เป็นสมาชิกใด ๆ

จะได้ว่า $y^2 = x$ ----- (1)

$$z^2 = x$$
 ----- (2)

จากสมบัตการถ่ายทอด จะได้ว่า

$$y^2 = z^2$$

$$y = \pm z \quad (\text{จากนิยามของรากที่สอง})$$

จะพบว่า เมื่อแทน $y = z$ และ $y = -z$ ลงในสมการ (1) ทำให้สมการเป็นจริง

นั่นคือ $(x, z), (x, -z) \in r_4$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_4 ไม่เป็นฟังก์ชัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเตรียมความพร้อม

1. ครูทบทวนความรู้เดิม เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้น ดังนี้

- ความสัมพันธ์คืออะไร
- กำหนดให้ $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{a,b,c,d\}$ จงยกตัวอย่างความสัมพันธ์จาก A ไป B
- กำหนดความสัมพันธ์ $r = \{..., (2,4), (1,1), (0,0), (1,1), (2,4), (3,9), \dots\}$ จง

พิจารณาว่าสมาชิกตัวหน้าสัมพันธ์กับสมาชิกตัวหลังอย่างไร

2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้ หากมีข้อผิดพลาดครูและนักเรียนร่วมกันแก้ไขให้ถูกต้อง จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ในวันนี้ให้นักเรียนทราบ

3. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนแบบละความสามารถ กลุ่มละ 3-4 คน

ขั้นปฏิบัติกิจกรรม

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาคำตอบในตอนต้นที่ 1 ข้อ 1 ถึงข้อ 3 โดยครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นความคิดของนักเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนแสดงเหตุผลร่วมด้วย ดังนี้

- จากความสัมพันธ์ที่กำหนดสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้อย่างไร

จากนั้นครูกล่าวว่ “ความสัมพันธ์ r_1 ถึง r_3 เป็นฟังก์ชัน ขณะที่ความสัมพันธ์ r_4 ถึง r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน ”

5. ครูให้แต่ละกลุ่มร่วมกันระดมความคิดเพื่อตอบคำถามในข้อที่ 4 ถึง 6 โดยครูใช้คำถามระดับสูง ดังนี้

- ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะร่วมกันอย่างไร เพราะเหตุใด

- ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร เพราะเหตุใด

- นักเรียนสรุปความหมายของฟังก์ชันได้อย่างไร เพราะเหตุใด

และในระหว่างปฏิบัติกิจกรรมครูคอยให้คำชี้แนะและคำแนะนำแก่นักเรียน เพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างข้อสันนิษฐานที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง

ขั้นอภิปรายและสรุป

6. ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมานำเสนอคำตอบที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมบนกระดาน

7. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น และให้เหตุผลเกี่ยวกับลักษณะความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน โดยครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นนักเรียน ดังนี้

- คำตอบที่นักเรียนได้แตกต่างจากเพื่อนหรือไม่ ทำไมจึงคิดเช่นนั้น เพราะเหตุใด

8. ครูและนักเรียนรวบรวมสิ่งที่ได้จากการอภิปราย เพื่อสรุปความหมายของฟังก์ชัน โดยครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นนักเรียน ดังนี้

- จากการอภิปราย นักเรียนสามารถสรุปความหมายของฟังก์ชันได้อย่างไร เพราะเหตุใด

- สมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะอย่างไร

ถ้านักเรียนให้คำตอบที่ไม่สมบูรณ์ ครูและนักเรียนร่วมกันแก้ไขให้ถูกต้อง จากนั้นครูกล่าวถึงข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่ใช้ว่า ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันเขียนแทนด้วย “ f ” ซึ่งมาจากคำว่า Function และเขียน $(x, y) \in f$ แทนด้วย $y = f(x)$

ขั้นสะท้อนผลและประยุกต์ใช้

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสะท้อนผลที่ได้จากการเรียนรู้ในครั้งนี้ โดยครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลประกอบการสะท้อนคิด ดังนี้

- นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างในการเรียนในวันนี้

- นักเรียนยังมีข้อสงสัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันหรือไม่ อะไรบ้าง

- ทุกฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์หรือไม่ เพราะเหตุใด

- ทุกความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

10. ครูมอบหมายงานให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจที่ได้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียน และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่

สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน
2. แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

การประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือที่ใช้วัด	เกณฑ์การประเมิน
1. ด้านความรู้ - นักเรียนสามารถบอกความหมายของฟังก์ชันได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1	ใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1	นักเรียนทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
2. ด้านทักษะและกระบวนการ - นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่	แบบฝึกหัดที่ 1	แบบฝึกหัดที่ 1	นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการเรียน	การสังเกตพฤติกรรมด้านความมุ่งมั่นในการเรียน	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านความมุ่งมั่นในการเรียน	นักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับพอใช้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3 (ดีมาก)	ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล
2 (ดี)	- ตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วน - ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล
1 (พอใช้)	- ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลหรือการอธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ - ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่แสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่สมเหตุสมผล - ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	- ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบการพิสูจน์ โดยอาศัยความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่สมเหตุสมผล - ไม่มีร่องรอยการตอบคำถาม

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชัน เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง ให้ครูทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับพฤติกรรมการณ์การเรียนของนักเรียน

เลขที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมิน			รวม
		ความมุ่งมั่นในการทำงาน			
		2	1	0	
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านความมุ่งมั่นในการเรียน

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่ปรากฏ
2/ดี	- มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและการปฏิบัติกิจกรรมทุกครั้ง - ส่งงานครบและตรงเวลาทุกครั้ง
1/พอใช้	- มีส่วนร่วมในการตอบคำถามและการปฏิบัติกิจกรรมบางครั้ง - ส่งงานครบ หรือ ส่งงานตรงเวลาบางครั้ง
0/ต้องปรับปรุง	- ไม่มีส่วนร่วมในการจัดการเรียนการสอนทุกครั้ง - ส่งงานไม่ครบ หรือ ไม่ส่งงาน หรือ ส่งงานไม่ตรงเวลาทุกครั้ง

บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการจัดการเรียนรู้

ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นของตนเอง ทำให้ครูต้องคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกลุ่มมากขึ้น และในส่วนของการทำงานกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง สามารถอธิบายลักษณะที่เหมือนและลักษณะที่แตกต่างกันของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันได้ถูกต้องบางส่วน และสามารถสรุปความหมายของฟังก์ชันได้ถูกต้องบางส่วน โดยครูต้องคอยใช้คำถามกระตุ้นและชี้แนะแนวทางในการตอบอยู่เสมอ และเนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นชินกับการเขียนอธิบายให้เหตุผล ทำให้ครูต้องคอยแนะนำแนวทางในการเขียนเพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น และในส่วนของการทำงานแบบฝึกหัด นักเรียนส่งงานครบตรงเวลา และนักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องบางส่วน ครูต้องคอยปรับแก้และให้คำแนะนำในการตอบคำถามให้ถูกต้องยิ่งขึ้น

ปัญหา/อุปสรรค

นักเรียนไม่สนใจแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรมกับเพื่อนในช่วงแรก และมีนักเรียนบางส่วนไม่กล้าแสดงความคิดเห็นของตนเอง อีกทั้งนักเรียนยังไม่คุ้นชินกับกิจกรรมที่ต้องสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ไม่ทราบแนวทางในการปฏิบัติกิจกรรมที่ถูกต้อง ครูต้องคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมและอธิบายแนวทางการปฏิบัติกิจกรรมให้นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ถูกต้องมากขึ้น

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

ครูคอยให้คำแนะนำในการสร้างข้อสรุป เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้อย่างถูกต้อง และคอยปรับแก้เมื่อนักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่ได้ไปปรับใช้กับการทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง

ลงชื่อ.....ผู้ชี้แผนการจัดการเรียนรู้

(นางสาวชนวรรณ นัยเนตร)

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง จงตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. กำหนดให้ A แทน เซตของน้ำหนักของแตงโม (หน่วย: กิโลกรัม)

B แทน เซตของราคาของแตงโม (หน่วย: บาท)

A	1	2	3	4	5	6
B	30

1.1 จงหาความสัมพันธ์จาก A ไป B ที่ผลต่างของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับมีค่ามากกว่า 60

$r_1 =$

2. กรุงเทพมหานครได้จัดคอนเสิร์ตเพื่อการกุศลในวันที่ 13-19 มกราคม พ.ศ. 2560 โดยได้เชิญนักร้องจากสังกัดต่าง ๆ มาร่วมงานทั้งหมด 116 คน

ถ้ากำหนดให้ E แทน เซตของวันที่จัดคอนเสิร์ต

และ F แทน เซตของจำนวนนักร้องที่มาร่วมคอนเสิร์ตในวันนั้น ดังตาราง

E	13	14	15	16	17	18	19
F	14	13	15	15	20	16	23

จงหา

2.1 จงหาความสัมพันธ์จาก E ไป F โดยที่สมาชิกตัวหน้าน้อยกว่าหรือเท่ากับสมาชิกตัวหลัง

$r_2 =$

2.2 จงหาความสัมพันธ์จาก E ไป F โดยที่สมาชิกตัวหน้ามากกว่าหรือเท่ากับสมาชิกตัวหลัง

$r_3 =$

3. กำหนดให้ $C = \{x/x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}\}$ และ $D = \{y/y \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

3.1 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับกำลังสองของสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$r_4 = \dots\dots\dots$

3.2 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับกำลังสี่ของสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$r_5 = \dots\dots\dots$

3.3 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$r_6 = \dots\dots\dots$

เราจะกล่าวว่า “ ความสัมพันธ์ r_1 ถึง r_3 เป็นฟังก์ชัน แต่ความสัมพันธ์ r_4 ถึง r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน ”

4. ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีคุณลักษณะร่วมกันอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

5. ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

6. นักเรียนสามารถสรุปความหมายของฟังก์ชัน ได้อย่างไร

ตอบ ฟังก์ชัน คือ.....
.....
.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง จงตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. กำหนดให้ A แทน เซตของน้ำหนักของแตงโม (หน่วย: กิโลกรัม)
 B แทน เซตของราคาของแตงโม (หน่วย: บาท)

A	1	2	3	4	5	6
B	30	60	90	120	150	180

- 1.1 จงหาความสัมพันธ์จาก A ไป B ที่ผลต่างของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับมีค่ามากกว่า 60

$$r_1 = \{(3, 90), (4, 120), (5, 150), (6, 180)\}$$

2. กรุงเทพมหานคร ได้จัดคอนเสิร์ตเพื่อการกุศลในวันที่ 13-19 มกราคม พ.ศ. 2560 โดยได้เชิญนักร้องจากสังกัดต่าง ๆ มาร่วมงานทั้งหมด 116 คน

ถ้ากำหนดให้ E แทน เซตของวันที่จัดคอนเสิร์ต

และ F แทน เซตของจำนวนนักร้องที่มาร่วมคอนเสิร์ต ดังตาราง

E	13	14	15	16	17	18	19
F	14	13	15	15	20	16	23

จงหา

- 2.1 จงหาความสัมพันธ์จาก E ไป F โดยที่สมาชิกตัวหน้าน้อยกว่าหรือเท่ากับสมาชิกตัวหลัง

$$r_2 = \{(13, 14), (15, 15), (17, 20), (19, 23)\}$$

- 2.2 จงหาความสัมพันธ์จาก E ไป F โดยที่สมาชิกตัวหน้ามากกว่าหรือเท่ากับสมาชิกตัวหลัง

$$r_3 = \{(14, 13), (15, 15), (16, 15), (18, 16)\}$$

3. กำหนดให้ $C = \{x/x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}\}$ และ $D = \{y/y \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

3.1 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับกำลังสองของสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r_4 = \{\dots, (16, -4), (9, -3), (4, -2), (1, -1), (1, 1), (4, 2), (9, 3), (16, 4), \dots\}$$

3.3 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับกำลังสี่ของสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r_5 = \{\dots, (256, -4), (81, -3), (16, -2), (1, -1), (1, 1), (16, 2), (81, 3), (256, 4), \dots\}$$

3.4 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r_6 = \{\dots, (4, -4), (3, -3), (2, -2), (1, -1), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), \dots\}$$

เราจะกล่าวว่า “ ความสัมพันธ์ r_1 ถึง r_3 เป็นฟังก์ชัน แต่ความสัมพันธ์ r_4 ถึง r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน ”

4. ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีคุณลักษณะร่วมกันอย่างไร

ตอบ คู่อันดับในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีสมาชิกตัวหน้าแตกต่างกันทั้งหมด

5. ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร

ตอบ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับในความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันแตกต่างกันทั้งหมด แต่ในความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจะพบว่ามียังน้อย 2 คู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน

6. นักเรียนสามารถสรุปความหมายของฟังก์ชันได้อย่างไร

ตอบ ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ r ใด ๆ ที่มีเงื่อนไขว่า คู่อันดับสองคู่ใดในความสัมพันธ์ r

ถ้าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

กล่าวคือ r เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$

แบบฝึกหัดที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง จงตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $r_1 = \{(1,9), (-2,3), (4,7), (-2,7), (-1,9)\}$

ตอบ..... เพราะ

.....

2. $r_2 = \{(a,s), (b,s), (c,s), (1,5), (2,5)\}$

ตอบ..... เพราะ

.....

3. $r_3 = \{(2,a), (3,b), (5,a), (5,b)\}$

ตอบ..... เพราะ

.....

4. $r_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 3x + 2\}$

ตอบ เพราะ

.....

.....

.....

.....

5. $r_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = |x| + 2\}$

ตอบ เพราะ

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง จงตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

$$1. r_1 = \{(1,9), (-2,3), (4,7), (-2,7), (-1,9)\}$$

ตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ มีคู่อันดับสองคู่ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน ได้แก่ $(-2, 3)$ และ $(-2, 7)$ ซึ่งขัดแย้งกับบทนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$2. r_2 = \{(a, s), (b, s), (c, s), (1, 5), (2, 5)\}$$

ตอบ เป็นฟังก์ชัน เพราะ ไม่มีคู่อันดับสองคู่ใดที่มีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับบทนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_2 เป็นฟังก์ชัน

$$3. r_3 = \{(2, a), (3, b), (5, a), (5, b)\}$$

ตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ มีคู่อันดับสองคู่ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน ได้แก่ $(5, a)$ และ $(5, b)$ ซึ่งขัดแย้งกับบทนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$4. r_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 3x + 2\}$$

ตอบ เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_4$ จะได้ว่า

$$y = 3x + 2 \quad \text{----- (1)}$$

$$z = 3x + 2 \quad \text{----- (2)}$$

จากสมบัติการถ่ายทอด จะได้ว่า $y = z$ ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_4 เป็นฟังก์ชัน

$$5. r_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = |x| + 2\}$$

ตอบ เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_5$ จะได้ว่า

$$y = |x| + 2 \quad \text{----- (1)}$$

$$z = |x| + 2 \quad \text{----- (2)}$$

จากสมบัติการถ่ายทอด จะได้ว่า $y = z$ ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_5 เป็นฟังก์ชัน

$$6. r_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / |y| = x\}$$

ตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะจากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_6$ จะได้ว่า

$$|y| = x \quad \text{----- (1)}$$

$$|z| = x \quad \text{----- (2)}$$

จากสมบัติการถ่ายทอด จะได้ว่า $|y| = |z|$

จากนิยามของค่าสัมบูรณ์ จะได้ว่า $y = \pm z$

จะพบว่า เมื่อแทน $y = z$ และ $y = -z$ ลงในสมการ (1) ทำให้สมการเป็นจริง

นั่นคือ $(x, z), (x, -z) \in r_6$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$7. r_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x = y^2\}$$

ตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะจากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_7$ จะได้ว่า

$$x = y^2 \quad \text{----- (1)}$$

$$x = z^2 \quad \text{----- (2)}$$

จากสมบัติการถ่ายทอด จะได้ว่า $y^2 = z^2$

จากนิยามของรากที่สอง จะได้ว่า $y = \pm z$

จะพบว่า เมื่อแทน $y = z$ และ $y = -z$ ลงในสมการ (1) ทำให้สมการเป็นจริง

นั่นคือ $(x, z), (x, -z) \in r_7$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_7 ไม่เป็นฟังก์ชัน

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน
2. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ และ $D = \{a, b, c, d\}$ จงตรวจสอบว่า ความสัมพันธ์ $s = \{(-2, a), (2, a), (-1, b), (1, b), (2, c)\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมแสดงเหตุผลประกอบ

ตอบเพราะ.....

2. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 2x\}$ เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

3. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x, y) / y = 4x - 1\}$ เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

4. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x,y)/y = 1 - \sqrt{x}\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0, \infty)$ ไป \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

5. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x,y)/y = \sqrt{3x}\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0, \infty)$ ไปทั่วถึง \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

6. จงตรวจสอบว่า $f(x) = 7x - 10$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

7. กำหนดให้ $f = \{(1,4), (2,3), (4,2), (6,9), (8,10)\}$

และ $g = \{(1,3), (2,0), (3,7), (4,9), (5,11), (6,13), (7,15), (8,17)\}$

จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $\frac{f}{g}(2)$ สามารถหาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. กำหนดให้ $f(x) = (x-1)^2$ และ $g(x) = \frac{1}{x}$ จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน f และ g สามารถเขียนให้อยู่
ในรูป $g \circ f$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $f = \{(x,y)/y = 2x + 3\}$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบเพราะ.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน
2. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยแสดงเหตุผลประกอบการตอบคำถามอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ และ $D = \{a, b, c, d\}$ จงตรวจสอบว่า ความสัมพันธ์ $s = \{(-2, a), (2, a), (-1, b), (1, b), (2, c)\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมแสดงเหตุผลประกอบ

ตอบ f ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน จะพบว่า มีคู่อันดับสองคู่ในความสัมพันธ์ s ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน ซึ่งได้แก่ $(2, a)$ และ $(2, c)$ ดังนั้น ความสัมพันธ์ s ไม่เป็นฟังก์ชัน

2. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 2x\}$ เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ f เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} เพราะ โดเมนของฟังก์ชัน f คือ \mathbb{R} และเรนจ์ของฟังก์ชันคือ \mathbb{R} ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R}

3. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x, y) / y = 4x - 1\}$ เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ f เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R} เพราะ
จาก $y = 4x - 1$ จะได้ว่า $D_f = \mathbb{R}$

หา R_f จาก $y = 4x - 1$

$$y + 1 = 4x \quad (\text{บวก 1 ทั้งสองข้างของสมการ})$$

$$\frac{y+1}{4} = x \quad (\text{คูณ } \frac{1}{4} \text{ ทั้งสองข้างของสมการ})$$

จะได้ว่า $R_f = \mathbb{R}$

ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}

4. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x,y)/y=1-\sqrt{x}\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไป \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ f เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไป \mathbb{R} เพราะ เมื่อกำหนด $f(x)=1-\sqrt{x}$ และ

ให้ $x_1, x_2 \in [0,\infty)$

สมมติ

$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$1 - \sqrt{x_1} = 1 - \sqrt{x_2} \quad (\text{สมบัติสมมาตร})$$

$$-\sqrt{x_1} = -\sqrt{x_2} \quad (\text{นำ } -1 \text{ บวกทั้งสองข้างของสมการ})$$

$$\sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \quad (\text{นำ } -1 \text{ คูณทั้งสองข้างของสมการ})$$

$$x_1 = x_2 \quad (\text{ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ})$$

จะพบว่า สอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไป \mathbb{R}

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไป \mathbb{R}

5. จงตรวจสอบว่า $f = \{(x,y)/y=\sqrt{3x}\}$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไปทั่วถึง \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ f ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไปทั่วถึง \mathbb{R} เพราะจาก $y = \sqrt{3x}$ และ $D_f = [0,\infty)$

จะพบว่า $R_f = [0,\infty) \subset \mathbb{R}$

ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไปทั่วถึง \mathbb{R}

ดังนั้น f ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $[0,\infty)$ ไปทั่วถึง \mathbb{R}

6. จงตรวจสอบว่า $f(x) = 7x - 10$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R} หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R} เพราะ จากนิยามของฟังก์ชันเพิ่ม

กำหนดให้ $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)) \in f$ เมื่อ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

สมมติ $x_1 < x_2$

$$7x_1 < 7x_2 \quad (\text{นำ } 7 \text{ คูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการ})$$

$$7x_1 - 10 < 7x_2 - 10 \quad (\text{นำ } -10 \text{ บวกเข้าทั้งสองข้างของอสมการ})$$

$$f(x_1) < f(x_2) \quad (\text{จากสมบัติการสมมาตร } f(x) = 7x - 10)$$

จะพบว่า สอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชันเพิ่ม

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน \mathbb{R}

7. กำหนดให้ $f = \{(1,4), (2,3), (4,2), (6,9), (8,10)\}$

และ $g = \{(1,3), (2,0), (3,7), (4,9), (5,11), (6,13), (7,15), (8,17)\}$

จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $\frac{f}{g}(2)$ สามารถหาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ $\frac{f}{g}(2)$ ไม่สามารถหาค่าได้ เพราะจากนิยามผลหารของฟังก์ชัน f และ g จะพบว่า

$$g(2) = 0 \text{ ซึ่ง } \frac{f}{g}(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{3}{0} \text{ ไม่นิยามในทางคณิตศาสตร์}$$

ดังนั้น ฟังก์ชัน $\frac{f}{g}(2)$ ไม่สามารถหาค่าได้

8. กำหนดให้ $f(x) = (x-1)^2$ และ $g(x) = \frac{1}{x}$ จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน f และ g สามารถเขียนให้อยู่

ในรูป $g \circ f$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ f และ g สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $g \circ f$ ได้ เพราะจากนิยามของฟังก์ชันประกอบ จะพบว่า

$$R_f = [0, \infty) \text{ และ } D_g = \mathbb{R} - \{0\} \text{ ดังนั้น } R_f \cap D_g = (0, \infty) \text{ จะได้ว่า } D_{g \circ f} = \mathbb{R} - \{1\}$$

ดังนั้น ฟังก์ชัน f และ g สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $g \circ f$ ได้ และ

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g((x-1)^2) = \frac{1}{(x-1)^2}$$

9. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $f = \{(x, y) / y = 2x + 3\}$ มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ f มีฟังก์ชันผกผัน เพราะ เมื่อกำหนดให้ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

$$\text{สมมติ} \quad f(x_1) = f(x_2)$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad 2x_1 + 3 = 2x_2 + 3 \quad (\text{จากสมบัติสมมาตร})$$

$$2x_1 = 2x_2 \quad (\text{บวก } -3 \text{ ทั้งสองข้างของสมการ})$$

$$x_1 = x_2 \quad (\text{คูณ } \frac{1}{2} \text{ ทั้งสองข้างของสมการ})$$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน 1-1 และจากทฤษฎีบททำให้ f มีฟังก์ชันผกผัน

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน

2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย X ในกระดาษคำตอบ

1. จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชัน

ก) $r_1 = \{(1,0), (-2,5), (3,1), (4,1), (-2,0)\}$ ข) $r_2 = \{(3,-2), (4,-2), (-4,0), (7,5), (5,0)\}$

ค) $r_3 = \{(-1,2), (-2,4), (-4,8), (-4,7), (4,-2)\}$ ง) $r_4 = \{(-5,0), (6,3), (7,-3), (6,-3), (-5,-3)\}$

2. จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นฟังก์ชัน

ก) $r = \{(x,y) / |y-1| = x\}$ ข) $r = \{(x,y) / y = 3x^4\}$

ค) $r = \{(x,y) / y = 4x - 9\}$ ง) $r = \{(x,y) / y = \sqrt{x} + 9\}$

3. จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน $f = \{(x,y) / y = |4x - 1|\}$

ก) $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = [0, \infty)$ ข) $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = [\frac{1}{4}, \infty)$

ค) $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = \mathbb{R}$ ง) $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = \mathbb{R}^+$

4. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นฟังก์ชันจาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R}

ก) $f = \{(x,y) / y = x^2 + 10x + 25\}$ ข) $f = \{(x,y) / y = (1-x)^2\}$

ค) $f = \{(x,y) / y = \frac{2x}{4x+4}\}$ ง) $f = \{(x,y) / y = |2x+6|\}$

5. กำหนดให้ $A = \{u, v, w, y, z\}$ และ $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง A

ก) $f = \{(5,u), (8,u), (7,v), (6,w), (9,z)\}$ ข) $f = \{(u,5), (w,6), (v,7), (y,8), (z,9)\}$

ค) $f = \{(9,u), (7,z), (8,v), (5,w), (6,y)\}$ ง) $f = \{(v,9), (w,7), (u,5), (y,6), (z,7)\}$

6. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R}

ก) $f = \{(x,y) / y = 7-x\}$ ข) $f = \{(x,y) / y = x + 2x^3\}$

ค) $f = \{(x,y) / y = x^3\}$ ง) $f = \{(x,y) / y = |x-5|\}$

7. กำหนดให้ $A = \{6,7,8,9,10\}$ และ $B = \{-6,-5,-4,-3,-2\}$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B

ก) $f = \{(6,-6), (7,-4), (8,-3), (9,-2), (10,-5)\}$

ข) $f = \{(6,-6), (7,-5), (8,-4), (9,-3), (10,-2)\}$

ค) $f = \{(6,-6), (7,-6), (8,-5), (9,-4), (10,-3)\}$

ง) $f = \{(6,-2), (7,-3), (8,-4), (9,-5), (10,-6)\}$

8. กำหนดให้ $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{2,4,6,8,10\}$ และ $C = \{-1,-2,-3,-4,-5,-6\}$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก) $f = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4), (5,-5)\}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน C

ข) $f = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,10)\}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน A

ค) $f = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4), (5,-5)\}$ เป็นฟังก์ชันลดใน C

ง) $f = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,2)\}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน B

9. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก) $f = \{(x,y)/y = |1-x|\}$ เป็นฟังก์ชันลดใน $(1, \infty)$

ข) $f = \{(x,y)/y = -x^2\}$ เป็นฟังก์ชันลดใน $[0, \infty)$

ค) $f = \{(x,y)/y = 2-x\}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน R

ง) $f = \{(x,y)/y = -7x-14\}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน R

10. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = -8x$ และ $g(x) = x^2$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก) $(f+g)(x) = x^2 - 8x$ โดยที่ $D_{f+g} = R$ และ $R_{f+g} = [0, \infty)$

ข) $(f-g)(x) = x^2 + 8x$ โดยที่ $D_{f-g} = R$ และ $R_{f-g} = R^+$

ค) $(fg)(x) = -8x^3$ โดยที่ $D_{fg} = R$ และ $R_{fg} = [0, \infty)$

ง) $(\frac{f}{g})(x) = \frac{-8}{x}$ โดยที่ $D_{\frac{f}{g}} = R - \{0\}$ และ $R_{\frac{f}{g}} = R - \{0\}$

11. ให้ $f(x) = 3x$ และ $(fg)(3) = 81$ จงหา $(\frac{g}{f})(3)$

ก) $\frac{1}{3}$

ข) 1

ค) 3

ง) 9

12. ให้ $(fg)(x) = 4x^2 + 2x$ และ $(f-g)(x) = 3x + 2$ จงหาค่าของ $(f+g)(10)$

ก) 41

ข) 52

ค) 56

ง) 70

13. ให้ $f(x) = 4x$ และ $(g \circ f)(2) = 2\sqrt{2}$ จงหาฟังก์ชัน $(f \circ g)(8)$

ก) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ข) $2\sqrt{2}$

ค) $4\sqrt{2}$

ง) $8\sqrt{2}$

14. ให้ $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ และ $(h \circ (g \circ f))(x) = 3x + 4$ จงหา $g \circ (h \circ f)$
 ก) $\sqrt{3x^2 + 4}$ ข) $3x + 4$ ค) $(3\sqrt{x} + 4)^2$ ง) $3\sqrt{x} + 4$
15. ให้ $f = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16), (5,25)\}$ และ $g = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4), (5,-5), \dots\}$
 จงหา $D_{g \circ f}$ และ $R_{g \circ f}$
 ก) $D_{g \circ f} = \{1,2,3,4,5\}$ และ $R_{g \circ f} = \{-1,-4,-9,-16,-25\}$
 ข) $D_{g \circ f} = \{1,2,3,4,5\}$ และ $R_{g \circ f} = \{-1,-2,-3,-4,-5\}$
 ค) $D_{g \circ f} = \{1,2\}$ และ $R_{g \circ f} = \{-1,-4\}$
 ง) $D_{g \circ f} = \{1,2,3\}$ และ $R_{g \circ f} = \{-1,-4,-9\}$
16. ให้ $(g \circ f)(x) = 3x + 6$ และ $g(x) = \sqrt{x}$ จงหา $D_{g \circ f}$ และ $R_{g \circ f}$
 ก) $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$ และ $R_{g \circ f} = [-2, \infty)$ ข) $D_{g \circ f} = [-2, \infty)$ และ $R_{g \circ f} = (-2, \infty)$
 ค) $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$ และ $R_{g \circ f} = [0, \infty)$ ง) $D_{g \circ f} = [-2, \infty)$ และ $R_{g \circ f} = [0, \infty)$
17. ให้ $f(x) = 2x + 4$ และ $g(x) = x^3$ จงหา $(f \circ g)^{-1}$
 ก) $\frac{\sqrt{x} - 4}{2}$ ข) $\frac{\sqrt[3]{x} - 4}{2}$ ค) $\sqrt{\frac{x-4}{2}}$ ง) $\sqrt[3]{\frac{x-4}{2}}$
18. ให้ $f(x) = 4x$ และ $g(x) = \frac{1}{2x}$ จงหาว่า $D_{(f \circ g)^{-1}}$ และ $R_{(f \circ g)^{-1}}$ คือข้อใดต่อไปนี้
 ก) $D_{(f \circ g)^{-1}} = (0, \infty)$ และ $R_{(f \circ g)^{-1}} = [0, \infty)$
 ข) $D_{(f \circ g)^{-1}} = (0, \infty)$ และ $R_{(f \circ g)^{-1}} = \mathbb{R} - \{0\}$
 ค) $D_{(f \circ g)^{-1}} = \mathbb{R} - \{0\}$ และ $R_{(f \circ g)^{-1}} = \mathbb{R}$
 ง) $D_{(f \circ g)^{-1}} = \mathbb{R} - \{0\}$ และ $R_{(f \circ g)^{-1}} = \mathbb{R} - \{0\}$
19. ให้ $f(x) = 3x + 2$ และ $g(x) = \frac{1}{x}$ จงหาค่าของ $(f \circ g)^{-1}(7)$
 ก) $\frac{3}{5}$ ข) $\frac{17}{7}$ ค) $\frac{-11}{21}$ ง) $\frac{-13}{21}$
20. ให้ $f(x) = 5x$ และ $g(x) = 1 - x$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด
 ก) $(f^{-1} \circ g^{-1})(5) = -\frac{4}{5}$ ข) $(f \circ g)^{-1}(-5) = 0$
 ค) $(f^{-1} + g^{-1})(1) = \frac{1}{5}$ ง) $(g \circ f)^{-1}(1) = 0$

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- | | |
|--------|--------|
| 1. ข) | 11. ข) |
| 2. ก) | 12. ข) |
| 3. ก) | 13. ง) |
| 4. ก) | 14. ก) |
| 5. ค) | 15. ก) |
| 6. ง) | 16. ค) |
| 7. ค) | 17. ง) |
| 8. ข) | 18. ง) |
| 9. ข) | 19. ก) |
| 10. ง) | 20. ข) |

ภาคผนวก ค

- ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกพร้อมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

- คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6

- คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6

ตารางที่ ค-1 ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	คะแนนเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่	คนที่	คนที่	คนที่	คนที่			
	1	2	3	4	5			
1. ความหมายของฟังก์ชัน	4.7	4.6	5	4.4	4.7	4.68	0.22	มากที่สุด
2. ฟังก์ชันจาก A ไป B	4.6	4.4	4.8	4.4	4.7	4.58	0.18	มากที่สุด
3. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B	4.7	4.4	4.7	4.3	4.7	4.56	0.19	มากที่สุด
4. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไป B	4.7	4.4	4.9	4.3	4.7	4.6	0.24	มากที่สุด
5. ฟังก์ชัน 1-1 จาก A ไปทั่วถึง B	4.7	4.6	4.7	4.4	4.7	4.62	0.13	มากที่สุด
6. ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	4.8	4.6	4.6	4.4	4.7	4.62	0.15	มากที่สุด
7. การดำเนินการของฟังก์ชัน	4.8	4.7	4.7	4.4	4.7	4.66	0.15	มากที่สุด
8. ฟังก์ชันประกอบ	4.7	4.6	4.8	4.4	4.7	4.64	0.15	มากที่สุด
9. ฟังก์ชันผกผัน	4.6	4.6	4.7	4.4	4.7	4.6	0.12	มากที่สุด

ตารางที่ ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ΣR	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
10	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
14	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
15	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
18	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ ค-3 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.69	0.33	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
2	0.73	0.4	ใช้ได้	คัดเลือก
3	0.7	0.28	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.61	0.44	ใช้ได้	คัดเลือก
5	0.73	0.29	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
6	0.59	0.42	ใช้ได้	คัดเลือก
7	0.63	0.35	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
8	0.62	0.46	ใช้ได้	คัดเลือก
9	0.65	0.35	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
10	0.59	0.51	ใช้ได้	คัดเลือก
11	0.58	0.46	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
12	0.67	0.46	ใช้ได้	คัดเลือก
13	0.54	0.4	ใช้ได้	คัดเลือก
14	0.71	0.29	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
15	0.62	0.39	ใช้ได้	คัดเลือก
16	0.58	0.35	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
17	0.67	0.39	ใช้ได้	คัดเลือก
18	0.61	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.89

ตารางที่ ค-4 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง
ฟังก์ชัน

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ΣR	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
13	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
14	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
15	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
16	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
17	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
18	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
19	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
20	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
21	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
22	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
23	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ ก-4 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ΣR	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
24	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
25	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
26	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
27	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
28	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
29	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
30	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
31	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
32	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
33	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
34	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
35	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
36	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
37	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
38	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
39	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
40	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ ค-5 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.71	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.82	0.26	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.68	0.21	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.61	0.47	ใช้ได้	คัดเลือก
5	0.63	0.21	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
6	0.68	0.32	ใช้ได้	คัดเลือก
7	0.66	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
8	0.71	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก
9	0.79	0.21	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
10	0.74	0.32	ใช้ได้	คัดเลือก
11	0.71	0.16	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
12	0.66	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก
13	0.68	0.21	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
14	0.71	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก
15	0.74	0.32	ใช้ได้	คัดเลือก
16	0.76	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
17	0.68	0.42	ใช้ได้	คัดเลือก
18	0.63	0.32	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
19	0.68	0.42	ใช้ได้	คัดเลือก
20	0.61	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
21	0.66	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
22	0.68	0.42	ใช้ได้	คัดเลือก
23	0.61	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
24	0.63	0.42	ใช้ได้	คัดเลือก

ตารางที่ ค-5 (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
25	0.68	0.32	ใช้ได้	คัดเลือก
26	0.61	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
27	0.39	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
28	0.63	0.42	ใช้ได้	คัดเลือก
29	0.84	0.21	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
30	0.71	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก
31	0.61	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
32	0.68	0.32	ใช้ได้	คัดเลือก
33	0.66	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
34	0.66	0.47	ใช้ได้	คัดเลือก
35	0.61	0.47	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
36	0.63	0.53	ใช้ได้	คัดเลือก
37	0.58	0.42	ใช้ได้	คัดเลือก
38	0.55	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
39	0.63	0.32	ใช้ได้	คัดเลือก
40	0.53	0.21	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.83				

ตารางที่ ค-6 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)
1	20
2	21
3	20
4	20
5	25
6	18
7	20
8	20
9	23
10	19
11	20
12	16
13	21
14	18
15	18
16	19
17	24
18	18
19	22
20	20
21	21
22	21
23	22
24	23
25	23
26	19
27	19

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)
28	20
29	18
30	18
31	21
32	21
33	17
34	18
35	15
36	18
37	21
38	15
39	16
40	18
41	24
42	19
43	24
44	21
45	22
46	20
47	21
48	22
49	19
คะแนนเฉลี่ย	19.96

ตารางที่ ค-7 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)
1	18
2	16
3	15
4	14
5	17
6	12
7	14
8	15
9	15
10	14
11	15
12	12
13	14
14	12
15	15
16	12
17	17
18	13
19	14
20	16
21	15
22	16
23	15
24	18
25	15
26	14
27	15
28	14

ตารางที่ ค-7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)
29	14
30	14
31	17
32	14
33	16
34	14
35	12
36	16
37	17
38	12
39	14
40	16
41	17
42	15
43	15
44	15
45	14
46	14
47	14
48	15
49	14
คะแนนเฉลี่ย	14.65

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ดังภาพที่ ง-1

One-Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
VAR00001	49	19.9592	2.31804	.33115		

One-Sample Test						
	Test Value = 18.9					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	3.199	48	.002	1.05918	.3934	1.7250

ภาพที่ ง-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ดังภาพที่ ง-2

One-Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
VAR00002	49	14.6531	1.46559	.20937		

One-Sample Test						
	Test Value = 14					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00002	3.119	48	.003	.65306	.2321	1.0740

ภาพที่ ง-2 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียน

ชื่อ-สกุล น.ส. ดิเรก พวงเมฆ เลขที่ 17
 ชื่อ-สกุล น.ส. พันธกมล เรืองโอบ เลขที่ 28
 ชื่อ-สกุล น.ส. มีวิษ ธีรวง เลขที่ 32
 ชื่อ-สกุล น.ส. คณิตาภรณ์ อภิมพร เลขที่ 45
 ชั้น ม. 4/6...

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง จงตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. กำหนดให้

น้ำหนักของแตงโม (กก.)	1	2	3	4	5	6
ราคา (บาท)	30	40	90	120	150	180

ถ้า A แทน เซตของน้ำหนักของแตงโม (หน่วย: กิโลกรัม)

B แทน เซตของราคาของแตงโม (หน่วย: บาท)

1.1 จงหาความสัมพันธ์จาก A ไป B ที่ผลต่างของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับมีค่ามากกว่า 60

$$r_1 = \{ (3, 90), (4, 120), (5, 150), (6, 180) \}$$

2. กรุงเทพมหานครได้จัดคอนเสิร์ตเพื่อการกุศลในวันที่ 13-19 มกราคม พ.ศ. 2560 โดยได้เชิญ

นักร้องจากสังกัดต่าง ๆ มาร่วมงานทั้งหมด 116 คน

ถ้ากำหนดให้ E แทน เซตของวันที่จัดคอนเสิร์ต

และ F แทน เซตของจำนวนนักร้องที่มาร่วมคอนเสิร์ตในวันนั้น ดังตาราง

วันที่	13	14	15	16	17	18	19
จำนวนนักร้อง	14	13	15	15	20	16	23

จงหา

2.1 จงหาความสัมพันธ์จาก E ไป F โดยที่สมาชิกตัวหน้าน้อยกว่าหรือเท่ากับสมาชิกตัวหลัง

$$r_2 = \{ (13, 14), (15, 15), (17, 20), (19, 23) \}$$

2.2 จงหาความสัมพันธ์จาก E ไป F โดยที่สมาชิกตัวหน้ามากกว่าหรือเท่ากับสมาชิกตัวหลัง

$$r_3 = \{ (14, 13), (15, 15), (16, 15), (18, 16) \}$$

3. กำหนดให้ $C = \{x/ x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}\}$ และ $D = \{y/ y \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

3.1 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับกำลังสองของสมาชิกตัวหลัง

โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r_4 = \{ \dots, (9, -3), (4, -2), (1, -1), (1, 1), (4, 2), (9, 3), (16, 4), \dots \}$$

3.2 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับกำลังสี่ของสมาชิกตัวหลัง

โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r_5 = \{ \dots, (256, -4), (81, -3), (16, -2), (1, -1), (1, 1), (16, 2), \dots \}$$

3.3 จงหาความสัมพันธ์จาก C ไป D ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนให้อยู่ในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก

$$r_6 = \{ \dots, (4, -4), (3, -3), (2, -2), (1, -1), (1, 1), (2, 2), \dots \}$$

เราจะกล่าวว่า “ ความสัมพันธ์ r_1 ถึง r_3 เป็นฟังก์ชัน แต่ความสัมพันธ์ r_4 ถึง r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน ”

4. ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีคุณลักษณะร่วมกันอย่างไร

ตอบ... สอดคล้องในโดเมนและจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์เพียงทีละตัว

5. ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร

ตอบ... สอดคล้องหรือคู่เดียวในความสัมพันธ์ทั้งหมดที่จับคู่กับทุกตัวในเรนจ์ทั้งหมด แต่ในความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน มีคู่จับคู่อย่างน้อย 2 คู่ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

6. นักเรียนสามารถสรุปความหมายของฟังก์ชันได้อย่างไร

ตอบ ฟังก์ชัน คือ... ความสัมพันธ์ที่สมาชิกตัวหน้าทุกตัวในเซตทั้งหมด จับคู่กับสมาชิกตัวหลังเพียงตัวเดียว
ก็คือเมื่อ มี $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$

ชื่อ นางสาวปานิตา นามสกุล 6 ชั้น ม. 4/ 6 เลขที่ 24

แบบฝึกหัดที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คำชี้แจง จงตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $r_1 = \{(1, 9), (-2, 3), (4, 7), (-2, 7), (-1, 9)\}$

ตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ มีคู่ลำดับต้นสองคู่ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน ได้แก่ $(-2, 3)$ และ $(-2, 7)$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2. $r_2 = \{(a, s), (b, s), (c, s), (1, 5), (2, 5)\}$

ตอบ เป็นฟังก์ชัน เพราะ ไม่มีคู่ลำดับสองคู่ใดที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_2 เป็นฟังก์ชัน

3. $r_3 = \{(2, a), (3, b), (5, a), (5, b)\}$

ตอบ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ มีคู่ลำดับสองคู่ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน ได้แก่ $(5, a)$ และ $(5, b)$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

4. $r_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 3x + 2\}$

ตอบ เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_4$ จะได้

$$y = 3x + 2 \quad (1)$$

$$z = 3x + 2 \quad (2)$$

จากสมการที่ทราบค่าของ x จะได้ $y = z$ ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชัน
ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_4 เป็นฟังก์ชัน

5. $r_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = |x| + 2\}$

ตอบ เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_5$ จะได้

$$y = |x| + 2 \quad (1)$$

$$z = |x| + 2 \quad (2)$$

จากสมการที่ทราบค่าของ x จะได้ $y = z$ ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของฟังก์ชัน
ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_5 เป็นฟังก์ชัน

$$6. r_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |y| = x\}$$

ตอบ

ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_6$ จะได้

$$|y| = x \quad \text{--- (1)}$$

$$|z| = x \quad \text{--- (2)}$$

จากสมบัติการถ่ายทอด จะได้ว่า $|y| = |z|$

จากนิยามของค่าสัมบูรณ์ จะได้ว่า $y = \pm z$

จากนั้น เรียงแทน $y = z$ และ $y = -z$ ลงในสมการ (1) ทำให้สมการทั้งสอง

นั้นคือ $(x, z), (x, -z) \in r_6$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_6 ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$7. r_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y^2\}$$

ตอบ

ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ จากนิยามของฟังก์ชัน

กำหนดให้ $(x, y), (x, z) \in r_7$ จะได้

$$x = y^2 \quad \text{--- (1)}$$

$$x = z^2 \quad \text{--- (2)}$$

จากสมบัติการถ่ายทอด จะได้ว่า $y^2 = z^2$

จากนิยามของรากที่สอง จะได้ว่า $y = \pm z$

จากนั้น เรียงแทน $y = z$ และ $y = -z$ ลงในสมการ (1) ทำให้สมการทั้งสอง

นั้นคือ $(x, z), (x, -z) \in r_7$ ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของฟังก์ชัน

ดังนั้น ความสัมพันธ์ r_7 ไม่เป็นฟังก์ชัน

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นางสาวธนวรรณ นัยเนตร
วัน เดือน ปีเกิด	23 ธันวาคม พ.ศ. 2535
สถานที่เกิด	จังหวัดศรีสะเกษ
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 1260/3 ถนนเทพา ตำบลเมืองเหนือ อำเภอเมือง จังหวัดศรีสะเกษ 33000
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2554	ระดับชั้นมัธยมศึกษา โรงเรียนศรีสะเกษวิทยาลัย
พ.ศ. 2558	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยขอนแก่น
พ.ศ. 2560	การศึกษามหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา