



# รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ  
การพัฒนาแบบจำลองเชิงตัวเลขของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่ใช้พลังงานชีว  
มวลเป็นเชื้อเพลิง

Development of Numerical Simulation of Solid Oxide Fuel Cell fed  
Biomass Derived Fuel

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สินีนาฏ ศรีมงคล

โครงการวิจัยประเภทงบประมาณเงินรายได้  
จากเงินอุดหนุนรัฐบาล (งบประมาณแผ่นดิน)  
ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2559

# รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงการ

การพัฒนาแบบจำลองเชิงตัวเลขของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่ใช้พลังงานชีว  
มวลเป็นเชื้อเพลิง

Development of Numerical Simulation of Solid Oxide Fuel Cell fed  
Biomass Derived Fuel

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สินีนาฏ ศรีมงคล

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยบูรพา

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยจากงบประมาณเงินรายได้จากเงินอุดหนุนรัฐบาล (งบประมาณแผ่นดิน) ประจำปีงบประมาณ พ.ศ.2559 มหาวิทยาลัยบูรพา ผ่านสำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ เลขที่สัญญา 77/2559

## Acknowledgment

This work was financially supported by the Research Grant of Burapha University through National Research Council of Thailand (Grant no. 77/2559).

## บทคัดย่อ

เชื้อเพลิงชีวมวลมีการใช้อย่างแพร่หลายในประเทศไทย เซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งเป็นเซลล์เชื้อเพลิงที่สามารถใช้พลังงานได้หลากหลาย อีกทั้ง ในการทำการทดลองเกี่ยวกับเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งนั้นมีทุนสูงมาก ดังนั้น แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลจึงมีความสำคัญมาก สมการควบคุมของแบบจำลองประกอบด้วย สมการ current balance, สมการ mass transport, สมการ Navier-Stoke และ สมการ Brinkman โดยการ fully coupled การใช้เชื้อเพลิงชีวมวล ปฏิริยาเคมีจากกระบวนการ gasifying process ทำให้พบว่า hydrogen mole fraction ในเซลล์เชื้อเพลิงจะต่างกันตามแต่กระบวนการทำให้ได้ไฮโดรเจนบริสุทธิ์ จากการศึกษาพบว่า เมื่อเพิ่มค่าของ hydrogen mass fraction ค่าของ average current density ที่แสดงในกราฟ polarization ไม่เพิ่มขึ้น แต่ electrolyte current density มีรูปแบบการกระจายตัวจากจุดกึ่งกลางของเซลล์เชื้อเพลิง อย่างไรก็ตาม ในการศึกษาต่อไปควรพัฒนาค่าของ hydrogen mole fraction ให้มีความละเอียดเพิ่มมากขึ้น ผลที่ได้ไม่เพียงแต่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการขนส่งและโรงงานอุตสาหกรรมแล้ว คณะผู้วิจัยยังได้เพิ่มพูนความรู้ใหม่ ๆ

## Abstract

Biomass derived fuel has been widely used in Thailand. The solid oxide fuel cell can fed variety of fuels. Moreover, the experimental cost of the solid oxide fuel cell is very expensive. Therefore, the mathematical model of solid oxide fuel with biomass derived fuel is crucial. The governing equations for solid oxide fuel are the fully coupled of the current balance equations, the mass transport equations, the Navier-Stoke equations, and the Brinkman equations. Taken into account the biomass derived fuel, the chemical reactions from the gasifying process reveal that the hydrogen mole fraction is controlled. The effect of the hydrogen mole fraction is investigate. The results indicate that increase the mass fraction, the average current density is not increase. The electrolyte current density with high initial hydrogen mass fraction has the good distribution at the center of the solid oxide fuel cell than the lower one. However, the investigation in the precise values of the hydrogen mole fraction have to do for the further study. The results are not only applied to the transportation, industry but also increasing the knowledge of the research team.

# สารบัญ

<b>1</b>	<b>บทนำ</b>	<b>11</b>
1.1	ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย . . . . .	11
1.2	วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย . . . . .	11
1.3	ขอบเขตของโครงการวิจัย . . . . .	12
1.4	วิธีดำเนินการวิจัย . . . . .	12
1.5	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ . . . . .	12
<b>2</b>	<b>วิธีดำเนินการวิจัย</b>	<b>13</b>
2.1	โครงสร้างพื้นฐานของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็ง . . . . .	13
2.2	ปฏิกิริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิง . . . . .	13
2.3	สมการควบคุม (Governing Equations) . . . . .	14
2.4	เงื่อนไขค่าขอบ . . . . .	15
2.5	พารามิเตอร์ . . . . .	16
<b>3</b>	<b>ผลการวิจัย</b>	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>สรุปและอภิปรายผลการวิจัย</b>	<b>20</b>
<b>5</b>	<b>ข้อเสนอแนะ</b>	<b>21</b>
<b>6</b>	<b>ผลผลิต (Output)</b>	<b>22</b>
6.1	ผลงานตีพิมพ์ . . . . .	22
6.2	การผลิตบัณฑิต . . . . .	22
<b>7</b>	<b>บรรณานุกรม (Bibliography)</b>	<b>23</b>
<b>8</b>	<b>ภาคผนวก (Appendix)</b>	<b>26</b>
<b>9</b>	<b>ประวัตินักวิจัยและคณะ</b>	<b>44</b>

## สารบัญตาราง

1	ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาคำตอบของแบบจำลอง . . . . .	16
---	--	----



## สารบัญรูป

1	ภาพสามมิติของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง 1 เซลล์ . . . . .	13
2	โครงสร้างของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งขนาด 1 เซลล์ ประกอบด้วย anode flow channel ( $\Omega_1$ ), anode electrode ( $\Omega_2$ ), electrolyte ( $\Omega_3$ ), cathode electrode ( $\Omega_4$ ), และ cathode flow channel ( $\Omega_5$ ). . . . .	15
3	Computational mesh for a unit cell solid oxide fuel cell consists of 9,744 elements. . . . .	18
4	การกระจายของ mole fraction ของไฮโดรเจน ที่ anode electrode และ anode flow channel ที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ ( $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ ) . . . . .	18
5	Electrolyte current density ที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ ( $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ ) . . . . .	19
6	Polarization curve ที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ ( $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ ) . . . . .	19

# 1 บทนำ

## 1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

ปัจจุบันปริมาณน้ำมันถ่านหินกำลังลดลงอย่างรวดเร็วจากการใช้พลังงานจำนวนมาก ทำให้มีการศึกษาพลังงานทางเลือกมากมาย ได้แก่ พลังงานนิวเคลียร์ [27, 3, 18, 21], พลังงานจากทะเล [25], พลังงานชีวมวล [6, 14, 24], พลังงานไฮโดรเจน [1], พลังงานลม, พลังงานแสงอาทิตย์ ฯลฯ อีกทั้งปัญหามลพิษในอากาศ ภาวะโลกร้อน [4, 9, 11, 17, 23, 32] ที่เกิดจากการขนส่งทั้งทางบก ทางน้ำ การผลิตไฟฟ้า ฯลฯ ในการแก้ปัญหานี้ มีการศึกษาพลังงานทางเลือกมากมาย เช่น พลังงาน biodiesel [34, 15], แก๊สโซฮอล์ [7, 22] เป็นต้น ซึ่งเป็นการนำพลังงานจากชีวมวลมาแปรรูปเป็นพลังงานที่ใช้กับเครื่องยนต์และเครื่องจักรต่าง ๆ แต่ถ้าพิจารณาถึงสิ่งแวดล้อมด้วยแล้ว วิธีหนึ่งที่น่าจะเป็นคำตอบที่ดีสำหรับการลดมลพิษและใช้พลังงานบริสุทธิ์ คือ การใช้เซลล์เชื้อเพลิงที่ใช้ไฮโดรเจนเป็นเชื้อเพลิง

เซลล์เชื้อเพลิงที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบันมีด้วยกัน ๒ แบบ คือ เซลล์เชื้อเพลิงแบบ Polymer Electrolyte Membrane Fuel Cells (PEMFCs) และ เซลล์เชื้อเพลิงแบบ Solid Oxide Fuel Cells (SOFCs) เซลล์เชื้อเพลิง PEMFCs จะทำงานที่อุณหภูมิ 50-80 °C ส่วนเซลล์เชื้อเพลิงแบบ PEMFCs จะทำงานที่อุณหภูมิค่อนข้างสูงคือ 800-1,000 °C แต่มีข้อดี คือ สามารถใช้เชื้อเพลิงได้หลากหลายมากกว่า เช่น เชื้อเพลิงชีวมวล (Biomass Derived Fuel) มีเทน (Methane) เมทานอล (Methanol) เอทานอล (Ethanol) ก๊าซธรรมชาติ (Natural gas) รวมถึง ก๊าซชีวมวล (Biomass Derived Synthesis gas) [30, 16, 19, 20, 33] ด้วยเหตุนี้ จึงมีงานวิจัยจำนวนมากที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับเซลล์เชื้อเพลิง SOFCs [19, 20, 26, 8, 31, 5, 10, 29, 28] แต่ทว่าต้นทุนในการศึกษาเซลล์เชื้อเพลิงค่อนข้างสูง การใช้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์จึงเป็นทางเลือกที่จะสามารถลดค่าใช้จ่ายในการทำทดลองได้ สามารถให้ข้อมูลเชิงลึก รวมถึงทราบถึงพฤติกรรมภายในเซลล์เชื้อเพลิงได้

แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง มีผู้ศึกษาและพัฒนามากมายอย่างต่อเนื่อง [2, 12, 13, 19, 20, 26, 8, 31] Ni และทีมงาน [19, 20] ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับศึกษาเซลล์เชื้อเพลิงชนิด Ammonia fed และ Methane fed SOFCs จากการวิเคราะห์พารามิเตอร์ต่าง ๆ พบว่า เซลล์เชื้อเพลิงชนิด Methane fed SOFCs จะทำให้กระบวนการ Methane steam reforming และ Water gas shift reaction มีนัยสำคัญที่อุณหภูมิสูง โดยจะผลิตไฮโดรเจนได้ในปริมาณมากและมีอัตราส่วนของไฮโดรเจนต่อ น้ำสูง Tseronis และทีมงาน [31] ศึกษาการเคลื่อนที่ของมวล (Mass transport) ในช่องเชื้อเพลิงของเซลล์เชื้อเพลิง SOFCs จากการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อศึกษาในกรณีของ Multi-dimensional model ที่อุณหภูมิคงที่ ซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขของ Stefan–Maxwell model และ dusty-gas model สำหรับ porous medium จากการทดสอบแบบจำลองพบว่าให้ผลดีสอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง จากการศึกษาพบว่า มีแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์อยู่หลายแบบ แต่ยังมีแบบจำลองน้อยมากที่ศึกษาการใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิงในเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็ง อีกทั้งเมื่อระบบสมการที่ควบคุมพฤติกรรมของเซลล์เชื้อเพลิงมีความซับซ้อนมากขึ้นก็ยิ่งประสบปัญหาในการหาคำตอบทั้งคำตอบแท้จริงและคำตอบเชิงตัวเลข ดังนั้น ในงานวิจัยนี้จึงมุ่งพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์สำหรับเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่ใช้พลังงานชีวมวลเป็นเชื้อเพลิง

## 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

โครงการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิง

### 1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์จากงานวิจัย โดยใช้ข้อมูลจากงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในฐานข้อมูลต่าง ๆ โดยข้อมูลที่ใช้ได้แก่ ขนาดของเซลล์เชื้อเพลิง (Domain) สมการควบคุม (Governing Equations) และพารามิเตอร์

### 1.4 วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัยผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการดำเนินงาน ดังนี้

- 1 ศึกษาความรู้เบื้องต้นทั้งในเรื่องของเซลล์เชื้อเพลิงแบบต่าง ๆ และแบบจำลองต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง จากหนังสือและงานวิจัย เพื่อให้ได้แบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง
- 2 ศึกษาความเป็นไปได้ของคำตอบของระบบสมการที่เป็นแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง
- 3 กำหนดขอบเขตของบริเวณที่ศึกษา (Domain)
- 4 หาคำตอบเชิงตัวเลขโดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics
- 5 วิเคราะห์และสรุปผลคำตอบที่ได้

### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ในการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง ผู้วิจัยคาดว่าจะได้รับประโยชน์ ดังนี้

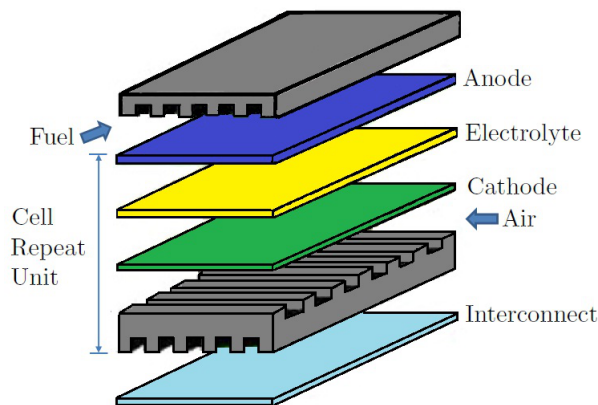
- 1 ได้แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถใช้วิเคราะห์ได้ โดยแบบจำลองนี้ได้ประยุกต์การใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเข้าไปในการศึกษาแบบจำลอง
- 2 ได้แบบจำลองที่มีการนำเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง ซึ่งเป็นเชื้อเพลิงที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม นำมาพัฒนาร่วมกับเชื้อเพลิงชีวมวลซึ่งเป็นพลังงานที่ใช้ในประเทศไทย
- 3 ได้ผลิตภัณฑ์ที่มีความรู้ทางด้านแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง

## 2 วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัยของโครงการวิจัยนี้ เริ่มต้นโดยการศึกษาความรู้พื้นฐานของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดต่าง ๆ ปฏิกริยาเคมีที่เกิดขึ้น รวมถึงกระบวนการในการทำงานของเซลล์เชื้อเพลิง จากนั้นผู้วิจัยจะศึกษาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องแล้วพัฒนาให้เหมาะสมกับการทำงานของเซลล์เชื้อเพลิง

### 2.1 โครงสร้างพื้นฐานของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็ง

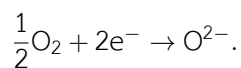
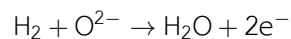
โครงสร้างพื้นฐานของเซลล์เชื้อเพลิงแบบออกไซด์ของแข็ง 1 เซลล์ ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ ขั้วแอโนด (Anode) ขั้วแคโทด (Cathode) และอิเล็กโทรไลต์ (Electrolyte) มาประกอบกัน โดยแต่ละส่วนนั้นจะมีอินเตอร์คอนเนค (Interconnect) เป็นตัวที่เชื่อมต่อเซลล์เข้าด้วยกัน โดยส่วนที่มีความพรุน ได้แก่ แอโนดอิเล็กโทรด (Anode Electrode) และแคโทดอิเล็กโทรด (Cathode Electrode) แสดงได้ดังรูปที่ 1



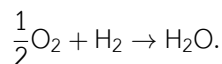
รูปที่ 1: ภาพสามมิติของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง 1 เซลล์

### 2.2 ปฏิกริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิง

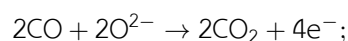
ปฏิกริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิงทั้งแอโนดและแคโทดสามารถแสดงได้โดยปฏิกริยาต่อไปนี้ตามลำดับ



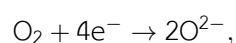
สมการรวมคือ



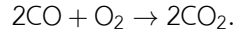
ถ้าใช้คาร์บอนมอนอกไซด์เป็นเชื้อเพลิงจะได้สมการเคมีที่แอโนด



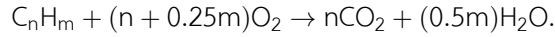
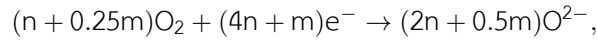
สมการเคมีที่แคโทด



และสมการรวม



เมื่อใช้ไฮโดรคาร์บอน (Hydrocarbons:  $\text{C}_n\text{H}_m$ ) เป็นเชื้อเพลิงจะได้สมการเคมีของเซลล์เชื้อเพลิงที่แอโนด แคโทด และสมการรวมของเซลล์ ตามลำดับดังนี้



## 2.3 สมการควบคุม (Governing Equations)

ในเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็งนอกเหนือจากปฏิกิริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิงแล้ว ยังมีการเคลื่อนที่ของกระแสไฟฟ้า รวมถึงสมบัติความพรุนของแต่ละชั้นในเซลล์เชื้อเพลิง จึงมีความจำเป็นที่จะต้องนำสมการที่ควบคุมลักษณะแต่ละแบบมารวมกัน โดยสมการที่เกี่ยวข้อง มีดังต่อไปนี้

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \mathbf{Q}, \quad (1)$$

โดยที่  $\mathbf{J}$  แทน current density vector in the electrolyte,  $\mathbf{Q}$  เป็นได้ทั้ง source และ sink

$$Q_{a,ct} = Q_{0,a} \left( \frac{c_{h2}}{c_{h2,ref}} \exp\left(\frac{0.5F}{RT}\eta\right) - \frac{c_{h2o}}{c_{h2o,ref}} \exp\left(\frac{-1.5F}{RT}\eta\right) \right), \quad (2)$$

โดยที่  $Q_{0,a}$  คือ anode exchange current density ( $\text{A}/\text{m}^2$ ),  $c_{h2}$  คือ molar concentration of hydrogen,  $c_{h2o}$  คือ molar concentration of water,  $c_t$  คือ total concentration of species ( $\text{mol}/\text{m}^3$ ),  $c_{h2,ref}$  และ  $c_{h2o,ref}$  คือ reference concentrations ( $\text{mol}/\text{m}^3$ ),  $F$  คือ Faraday's constant ( $\text{C}/\text{mol}$ ),  $R$  คือ ค่าคงที่ของแก๊ซ ( $\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ),  $T$  คือ อุณหภูมิ ( $\text{K}$ ) และ  $\eta$  คือ overvoltage ( $\text{V}$ ).

$$\eta = \phi_{\text{electronic}} - \phi_{\text{ionic}} - \Delta\phi_{eq} \quad (3)$$

เมื่อ  $\Delta\phi_{eq}$  คือ equilibrium potential difference ( $\text{V}$ ) [13].

mass transport equation สำหรับแต่ละ species  $i = 1, \dots, Q$  คือ

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_i + \nabla \cdot (\rho\omega_i\mathbf{u}) = \mathbf{R}_i \quad (4)$$

โดยที่  $\rho$  คือ mixture density และ  $\mathbf{u}$  คือ mass average velocity of the mixture

Navier-Stokes equations และ Brinkman equations ใช้ในการควบคุมการไหลที่มีความพรุนเข้ามาเกี่ยวข้อง

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (5)$$

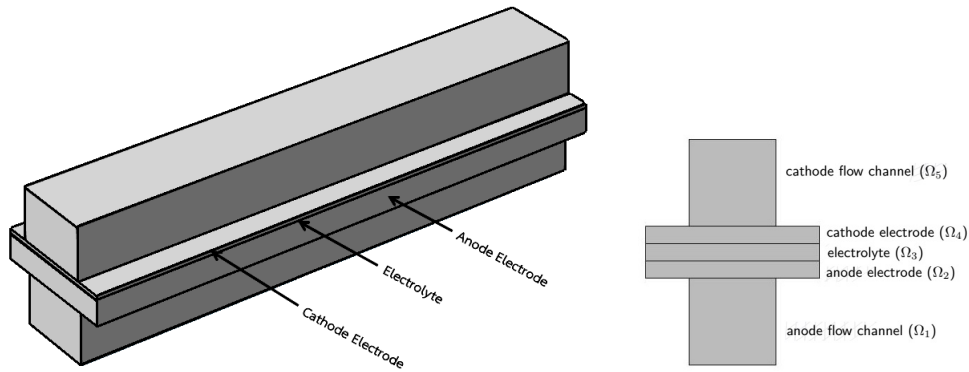
$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \nabla \cdot \left[ -p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T) - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} \right] + \mathbf{F} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = Q_{br} \quad (7)$$

$$\frac{\rho}{\epsilon} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{v}}{\epsilon} = \nabla \cdot \left[ -p\mathbf{I} + \frac{\mu}{\epsilon} (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) - \frac{2\mu}{3\epsilon} (\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} \right] - \left( \frac{\mu}{\kappa_{br}} + \beta_F |\mathbf{v}| + \frac{Q_{br}}{\epsilon^2} \right) \mathbf{v} + F \quad (8)$$

โดยที่  $\mu$  คือ dynamic viscosity,  $\mathbf{v}$  คือ velocity vector,  $\rho$  คือ ความหนาแน่น,  $p$  คือ ความดัน,  $\epsilon$  คือ ความพรุน,  $\kappa$  คือ permeability of the porous medium และ  $Q_{br}$  คือ source or sink,  $\beta_F |\mathbf{v}|$  คือ viscous force proportional to the square of the fluid velocity โดยที่  $\beta_F$  คือ Forchheimer drag option.

บริเวณที่ใช้ศึกษาแสดงได้ดังรูป 2.



รูปที่ 2: โครงสร้างของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งขนาด 1 เซลล์ ประกอบด้วย anode flow channel ( $\Omega_1$ ), anode electrode ( $\Omega_2$ ), electrolyte ( $\Omega_3$ ), cathode electrode ( $\Omega_4$ ), และ cathode flow channel ( $\Omega_5$ ).

จากการศึกษา ผู้วิจัยพบว่า ขั้นตอนหลายขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการนำพลังงานแบบต่าง ๆ เข้าไปใช้ในเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง เมื่อพิจารณาสมการเคมีของเชื้อเพลิงแบบต่าง ๆ พร้อมทั้งกระบวนการผลิตไฮโดรเจนบริสุทธิ์จากเชื้อเพลิงชีวภาพ จะทำให้ได้ไฮโดรเจนบริสุทธิ์เพื่อที่จะใช้ในเซลล์เชื้อเพลิง แล้วปริมาณไฮโดรเจนเท่าใดจึงจะทำให้เซลล์เชื้อเพลิงมีประสิทธิภาพที่สุด ดังนั้น ผู้วิจัยจะปรับค่าของ mass fraction เพื่อให้ได้แบบจำลองสำหรับเซลล์เชื้อเพลิงของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิงที่มีประสิทธิภาพดี

## 2.4 เงื่อนไขค่าขอบ

เซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งมีการไหลในลักษณะ counterflow โดยมีไฮโดรเจนมากที่แอโนดโดยไหลเข้าทางข้างของเซลล์เชื้อเพลิง สำหรับสมการ ionic charge balance equations ในช่องการไหลแคโทด อิเล็กโทรไลต์ และช่องการไหลแอโนด กำหนดให้ขอบโดยรอบเป็นฉนวน ดังสมการ (9)

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (9)$$

สำหรับ transport of species ในแอโนด ให้ค่า mass fraction เริ่มต้นเป็น ( $\omega_{h_2}$ ) 0.04, and 0.2 โดยใส่ค่าที่ด้านซ้ายของช่องการไหลแอโนด ในส่วนของด้านขวาของช่องการไหลแอโนดกำหนดให้เป็นช่องการไหลออก รอบนอกของช่องการไหลแอโนด และแคโทด กำหนดค่าของให้เป็น No flux boundary condition ดังสมการ (10)

$$-\mathbf{n} \cdot (\mathbf{j}_i + \rho \mathbf{u} \omega_i) = 0. \quad (10)$$

## 2.5 พารามิเตอร์

ตารางที่ 1: ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาคำตอบของแบบจำลอง

สัญลักษณ์	รายละเอียด	ค่าที่ใช้
$c_{H_2O}^{ref}$	Reference concentration, $H_2O$ at anode	$1.6223 \text{ mol/m}^3$
$c_{H_2}^{ref}$	Reference concentration, $H_2$ at anode	$9.7336 \text{ mol/m}^3$
$c_{O_2}^{ref}$	Reference concentration, $O_2$ at cathode	$1.2559 \text{ mol/m}^3$
$c_{tot}$	Total molar concentration	$11.356 \text{ mol/m}^3$
$D_{H_2H_2O}$	Diffusivity, $H_2 - H_2O$	$8.5871 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
$D_{H_2H_2O}^{eff}$	Effective diffusivity, $H_2 - H_2O$	$2.1724 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
$D_{N_2H_2O}$	Diffusivity, $N_2 - H_2O$	$2.4477 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
$D_{N_2H_2O}^{eff}$	Effective diffusivity, $N_2 - H_2O$	$6.1922 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
$D_{O_2H_2O}$	Diffusivity, $O_2 - H_2O$	$2.451 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
$D_{O_2H_2O}^{eff}$	Effective diffusivity, $O_2 - H_2O$	$6.2005 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
$D_{O_2N_2}$	Diffusivity, $O_2 - N_2$	$1.9235 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
$D_{O_2N_2}^{eff}$	Effective diffusivity, $O_2 - N_2$	$4.8662 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
$dp_a$	Pressure drop, anode	2 Pa
$dp_c$	Pressure drop, cathode	6 Pa
$e_{por}$	Porosity	0.4
$E_{eq_a}$	Equilibrium voltage, anode	0 V
$E_{eq_c}$	Equilibrium voltage, cathode	1 V
$H_{channel}$	Gas flow channel height	$5 \times 10^{-4} \text{ m}$
$H_{electrolyte}$	Electrolyte thickness	$1 \times 10^{-4} \text{ m}$
$H_{gde}$	Gas diffusion electrode thickness	$1 \times 10^{-4} \text{ m}$
$i_{0_a}$	Exchange current density, anode	$0.1 \text{ A/m}^2$
$i_{0_c}$	Exchange current density, cathode	$0.01 \text{ A/m}^2$
$K_d$	Reference diffusivity	$3.16 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
$K_l$	Electrolyte conductivity	5 S/m
$k_{leff_a}$	Electrolyte effective conductivity, anode	1 S/m
$k_{leff_c}$	Electrolyte effective conductivity, cathode	1 S/m
$K_s$	Current collector conductivity	5000 S/m
$k_{seff_a}$	Solid effective conductivity, anode	1000 S/m
$k_{seff_c}$	Solid effective conductivity, cathode	1000 S/m
$L$	Flow channel length	0.01 m
$M_{H_2}$	Molar mass, $H_2$	0.002 kg/mol

มีต่อหน้าถัดไป

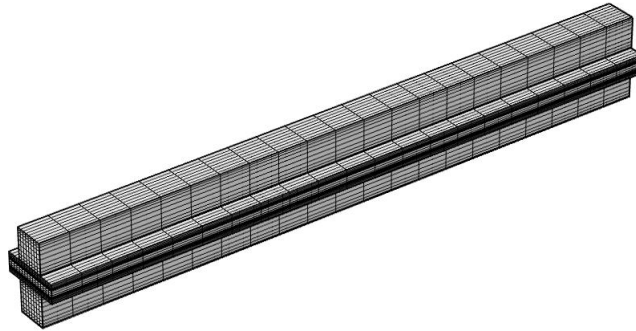
ตารางที่ 1 (ต่อ)

สัญลักษณ์	รายละเอียด	ค่าที่ใช้
$M_{H_2O}$	Molar mass, H <sub>2</sub> O	0.018 kg/mol
$M_{N_2}$	Molar mass, N <sub>2</sub>	0.028 kg/mol
$M_{O_2}$	Molar mass, O <sub>2</sub>	0.032 kg/mol
$\mu$	Viscosity, air	$3 \times 10^{-5}$ Pa · s
$p_{atm}$	Atmospheric pressure	$1.0133 \times 10^5$ Pa
$perm_a$	Anode permeability	$1 \times 10^{-10}$ m <sup>2</sup>
$perm_c$	Cathode permeability	$1 \times 10^{-10}$ m <sup>2</sup>
$Sa_a$	Specific surface area, anode	$1 \times 10^9$ 1/m
$Sa_c$	Specific surface area, cathode	$1 \times 10^9$ 1/m
$T$	Temperature	1073.2 K
$V_{cell}$	Cell voltage	0.95 V
$V_{pol}$	Initial cell polarization	0.05 V
$v_{H_2}$	Kinetic volume, H <sub>2</sub>	$6 \times 10^{-6}$
$v_{H_2O}$	Kinetic volume, H <sub>2</sub> O	$1.27 \times 10^{-5}$
$v_{N_2}$	Kinetic volume, N <sub>2</sub>	$1.79 \times 10^{-5}$
$v_{O_2}$	Kinetic volume, O <sub>2</sub>	$1.66 \times 10^{-5}$
$W_{channel}$	Gas flow channel width	$5 \times 10^{-4}$ m
$W_{H_2Oref}$	Inlet weight fraction, H <sub>2</sub> O at cathode	0.37
$W_{H_2ref}$	Inlet weight fraction, H <sub>2</sub> at anode	0.4
$W_{O_2ref}$	Inlet weight fraction, O <sub>2</sub> at cathode	0.15
$W_{rib}$	Rib width	$5 \times 10^{-4}$ m



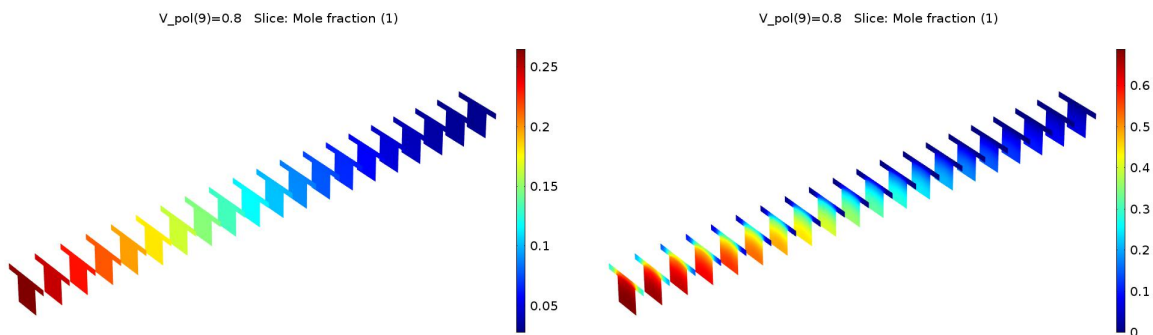
### 3 ผลการวิจัย

โครงสร้างตาข่าย (Mesh) ของแบบจำลองสำหรับการใช้ในการหาคำตอบเชิงตัวเลข แสดงได้ดังรูปที่ 3 จากนั้นหาคำตอบเชิงตัวเลข จากสมการควบคุมทุกสมการและเงื่อนไขค่าของโดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 5.2



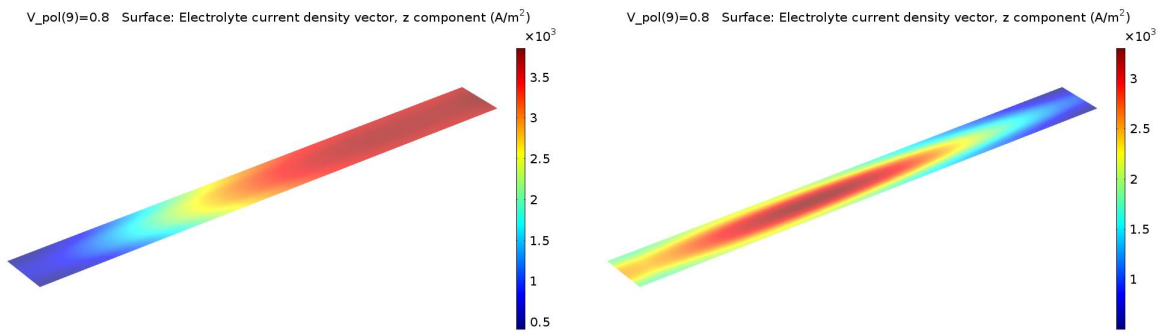
รูปที่ 3: Computational mesh for a unit cell solid oxide fuel cell consists of 9,744 elements.

ในการศึกษาผลของ mole fraction ที่มีต่อประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิง ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนที่ใช้เป็นค่าเริ่มต้น คือ 0.04 และ 0.2 การกระจายของ mole fraction ของไฮโดรเจน ที่ anode electrode และ anode flow channel ที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 4 ค่าสูงสุดของ mole fraction ของไฮโดรเจนเกิดขึ้นที่ช่องการไหลเข้าและค่อยๆ ลดลง โดยค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 มีรูปแบบคล้ายคลึงกัน

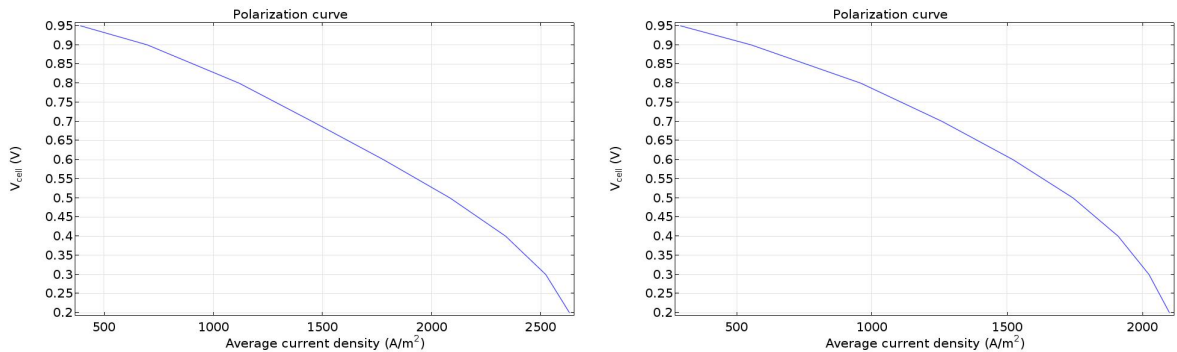


รูปที่ 4: การกระจายของ mole fraction ของไฮโดรเจน ที่ anode electrode และ anode flow channel ที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ ( $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ )

รูปที่ 5 เป็นกราฟแสดง electrolyte current density in the center ของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่มีค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ ค่าของ current density มีค่าสูงที่ปลายด้านหนึ่งของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่มีค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 ในขณะที่ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.2 มีค่า current density สูงที่บริเวณกลางเซลล์เชื้อเพลิง polarization curves ของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 6. โดยที่ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนที่ใช้เป็นค่าเริ่มต้น คือ 0.04 มีค่า average current density มากที่สุดประมาณ  $2,700 \text{ A/m}^2$  ซึ่งมากกว่าเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้นเป็น 0.2 อยู่ประมาณ  $500 \text{ A/m}^2$



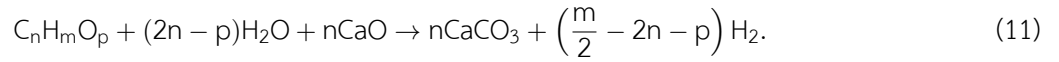
รูปที่ 5: Electrolyte current density ที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ ( $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ )



รูปที่ 6: Polarization curve ที่ใช้ค่าของ mole fraction ของไฮโดรเจนเป็นค่าเริ่มต้น 0.04 และ 0.2 ตามลำดับ ( $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ )

## 4 สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

ในการศึกษาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งที่ใช้พลังงานชีวมวลเป็นเชื้อเพลิง ผู้วิจัยพบว่า มีการนำเชื้อเพลิงหลายประเภทเข้ามาปรับใช้ โดยเชื้อเพลิงแต่ละประเภทที่นำมาปรับใช้นั้นจะต้องมีการผ่านกระบวนการต่าง ๆ เช่น bio-oil หรือ liquid ethanol จะต้องมีกระบวนการในการทำให้ได้ก๊าซไฮโดรเจนบริสุทธิ์ ซึ่งมักจะใช้ steam-iron process ซึ่งเป็นไปตามสมการเคมีต่อไปนี้



ส่วนพลังงานชีวมวลแบบอื่น ๆ ก็จำเป็นจะต้องมีกระบวนการในการทำให้ได้ก๊าซไฮโดรเจนบริสุทธิ์ ในรูปแบบที่แตกต่างกัน ดังนั้น ในแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ จึงมองว่า การใช้สัดส่วนของไฮโดรเจนบริสุทธิ์เท่าใด จึงจะทำให้เซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งมีประสิทธิภาพดี จากการศึกษาโดยใช้แบบจำลองแบบ fully couple ของสมการ mass transport, Maxwell-Stefan, Navier-Stoke และ Brinkman และโดยใช้เงื่อนไขค่าขอบที่เหมาะสม ระบบสมการที่ได้ นำไปหาคำตอบโดยโปรแกรม Comsol Multiphysics 5.2 พบว่า เมื่อเพิ่มค่าของ hydrogen mass fraction ค่าของ average current density ที่แสดงในกราฟ polarization ไม่เพิ่มขึ้น แต่ electrolyte current density มีรูปแบบการกระจายตัวจากจุดกึ่งกลางของเซลล์เชื้อเพลิง อย่างไรก็ตาม การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาเบื้องต้น เพื่อให้ทราบผลที่แน่นอนจำเป็นต้องวิเคราะห์ค่าที่หลากหลาย รวมถึงปัจจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อให้ได้เซลล์เชื้อเพลิงที่มีประสิทธิภาพที่ดี เพื่อที่จะเป็นแนวทางเบื้องต้นช่วยนักวิจัยในการตัดสินใจ

## 5 ข้อเสนอแนะ

จากผลสรุปของการวิจัย ยังให้ผลที่ไม่ชัดเจนว่าควรใช้สัดส่วนของไฮโดรเจนเป็นเท่าใดเพื่อจะได้เซลล์เชื้อเพลิงที่มีประสิทธิภาพดี แต่ถ้าได้มีการศึกษาสัดส่วนของไฮโดรเจนที่ใช้ให้มีค่าที่หลากหลายมากขึ้น หรือ สัดส่วนอื่น ๆ อีกทั้งในงานวิจัยนี้ยังขาดการเปรียบเทียบผลที่ได้กับงานวิจัยที่ทดลองจริง แต่อันเนื่องมาจากต้นทุนที่มหาศาล อาจจะไม่ใช่ว่าเรื่องง่ายที่จะมีงานวิจัยที่ทำการทดลองจริง แต่อาจจะต้องพยายามศึกษาจากบทความวิจัยที่มีผู้ทำการทดลองแล้วที่เกี่ยวข้อง แต่เท่าที่ผู้วิจัยศึกษายังไม่ค่อยมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์มากนัก จึงยังคงเป็นปัญหาที่ต้องหาทางออกกันต่อไป

ในการที่จะนำผลการวิจัยนี้ไปใช้ ในเบื้องต้นแบบจำลองสามารถใช้ในการวิเคราะห์ผลของปัจจัยต่าง ๆ ได้ผ่าน Comsol Multiphysics โดยในปัจจุบัน เซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งได้มีการนำไปใช้ทั้งในอุตสาหกรรมยานยนต์ โรงงานอุตสาหกรรม รวมถึงการประยุกต์ใช้ทางทะเล แต่ในประเทศไทยยังมีการพัฒนาในงานวิจัยด้านนี้น้อยมาก เนื่องจากงานค่อนข้างยากและใช้ศาสตร์หลายศาสตร์ ยังขาดผู้เชี่ยวชาญ รวมถึงงบประมาณ ผู้วิจัยจึงคิดว่าควรสนับสนุนการศึกษาค้นคว้า และงานวิจัยทางด้านนี้ให้มากขึ้น นอกเหนือจากการนำไปใช้ แต่ทฤษฎี ความรู้ ที่ล้ำหน้า จะส่งผลให้เกิดการพัฒนาในด้านต่าง ๆ

## 6 ผลผลิต (Output)

### 6.1 ผลงานตีพิมพ์

กำลังส่งบทความไปตีพิมพ์ในวารสารดังต่อไปนี้

1 International Journal of Computing Science and Mathematics

ชื่อเรื่อง Mathematical Analysis of the Planar Solid Oxide Fuel Cell: Temperature Effects  
ขณะนี้อยู่ในขั้นตอน Review

2 Mathematics in Computer Science Journal

ชื่อเรื่อง A Mathematical Model of Solid Oxide Fuel Cell fed Biomass Derived Fuel  
ขณะนี้อยู่ในขั้นตอน Review

### 6.2 การผลิตบัณฑิต

1 นายกัณฑ์ภณ ชัยเสนา

นิสิตปริญญาโท กำลังวิทยานิพนธ์

2 นางสาวกุลธิดา ทับทิมศรี

ปัญหาพิเศษ เรื่อง การใช้ Comsol Multiphysics ในการหาคำตอบเชิงตัวเลขของแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง

## 7 บรรณานุกรม (Bibliography)

### หนังสืออ้างอิง

- [1] Behling, N. H. Chapter 6 - history of solid oxide fuel cells. In *Fuel Cells*, N. H. Behling, Ed. Elsevier, 2013, pp. 223 – 421.
- [2] Bove, R., and Ubertini, S. Modeling solid oxide fuel cell operation: Approaches, techniques and results. *Journal of Power Sources* 159, 1 (2006), 543 – 559.
- [3] Brinton, S., and Kazimi, M. A nuclear fuel cycle system dynamic model for spent fuel storage options. *Energy Conversion and Management* 74, 0 (2013), 558 – 561.
- [4] Chavez-Baeza, C., and Sheinbaum-Pardo, C. Sustainable passenger road transport scenarios to reduce fuel consumption, air pollutants and {GHG} (greenhouse gas) emissions in the mexico city metropolitan area. *Energy* 66, 0 (2014), 624 – 634.
- [5] Chen, W.-H., Lin, M.-R., Jiang, T. L., and Chen, M.-H. Modeling and simulation of hydrogen generation from hightemperature and low-temperature water gas shift reactions. *International journal of hydrogen energy* 33 (2008), 6644–6656.
- [6] Curcio, S., and Ricca, E. 5 - membrane reactors for biodiesel production. In *Membranes for Clean and Renewable Power Applications*, A. Gugliuzza and A. Basile, Eds. Woodhead Publishing, 2014, pp. 122 – 142.
- [7] de Abrantes, R., de Assunção, J. V., Pesquero, C. R., Bruns, R. E., and Nóbrega, R. P. Emission of polycyclic aromatic hydrocarbons from gasohol and ethanol vehicles. *Atmospheric Environment* 43, 3 (2009), 648 – 654.
- [8] Flemming, A., and Adamy, J. Modeling solid oxide fuel cells using continuous-time recurrent fuzzy systems. *Engineering applications of artificial intelligence* 21 (2008), 1289–1300.
- [9] Fu, M., Ding, Y., Ge, Y., Yu, L., Yin, H., Ye, W., and Liang, B. Real-world emissions of inland ships on the grand canal, china. *Atmospheric Environment* 81, 0 (2013), 222 – 229.
- [10] Ho, T. X., Kosinski, P., Hoffmann, A. C., and Vik, A. Numerical modeling of solid oxide fuel cells. *Chemical Engineering Science* 63 (2008), 5356–5365.
- [11] Holmberg, K., Andersson, P., Nylund, N.-O., Mäkelä, K., and Erdemir, A. Global energy consumption due to friction in trucks and buses. *Tribology International* 78, 0 (2014), 94 – 114.
- [12] Hussain, M., Li, X., and Dincer, I. Mathematical modeling of planar solid oxide fuel cells. *Journal of Power Sources* 161 (2006), 1012–1022.

- [13] Hussain, M., Li, X., and Dincer, I. Mathematical modeling of transport phenomena in porous {SOFC} anodes. *International Journal of Thermal Sciences* 46, 1 (2007), 48 – 56.
- [14] Islam, S. M. The role of renewable energy in the energy system: An issue in the philosophy of renewal of natural resources. *Energy Economics* 17, 2 (1995), 117 – 124.
- [15] Khan, T. Y., Atabani, A., Badruddin, I. A., Badarudin, A., Khayoon, M., and Triwahyono, S. Recent scenario and technologies to utilize non-edible oils for biodiesel production. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 37, 0 (2014), 840 – 851.
- [16] Maher, A. R., and Al-Baghdadi, S. A cfd study of hygro-thermal stresses distribution in pem fuel cell during regular cell operation. *Renewable Energy* 34 (2009), 674--682.
- [17] Miola, A., and Ciuffo, B. Estimating air emissions from ships: Meta-analysis of modelling approaches and available data sources. *Atmospheric Environment* 45, 13 (2011), 2242 – 2251.
- [18] Murray, R. L., and Holbert, K. E. Chapter 24 - nuclear energy future. In *Nuclear Energy (Seventh Edition)*, R. L. Murray and K. E. Holbert, Eds., seventh edition ed. Butterworth-Heinemann, Boston, 2015, pp. 427 – 458.
- [19] Ni, M., Leung, D. Y., and Leung, M. K. Mathematical modeling of ammonia-fed solid oxide fuel cells with different electrolytes. *International Journal of Hydrogen Energy* 33, 20 (2008), 5765--5772.
- [20] Ni, M., Leung, D. Y., and Leung, M. K. Electrochemical modeling and parametric study of methane fed solid oxide fuel cells. *Energy Conversion and Management* 50 (2009), 268--278.
- [21] Pennington, C. W. Comparative population dose risks from nuclear fuel cycle closure and renewal of the commercial nuclear energy alternative in the u.s. *Progress in Nuclear Energy* 51, 2 (2009), 290 – 296.
- [22] Pereira, P. F., Marra, M. C., Munoz, R. A., and Richter, E. M. Fast batch injection analysis system for on-site determination of ethanol in gasohol and fuel ethanol. *Talanta* 90, 0 (2012), 99 – 102.
- [23] Proost, S., and Dender, K. V. Energy and environment challenges in the transport sector. *Economics of Transportation* 1, 1-2 (2012), 77 – 87.
- [24] Robinson, A. L., Junker, H., Buckley, S. G., Sclippa, G., and Baxter, L. L. Interactions between coal and biomass when cofiring. *Symposium (International) on Combustion* 27, 1 (1998), 1351 – 1359. Twenty-Seventh Symposium (International) on Combustion Volume One.
- [25] Rosen, G., Dolecal, R. E., Colvin, M. A., and George, R. D. Preliminary ecotoxicity assessment of new generation alternative fuels in seawater. *Chemosphere* 104, 0 (2014), 265 – 270.
- [26] Sadik, K., Anchasa, P. J., and Zhou, X. Y. A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells. *International journal of hydrogen energy* 32 (2007), 761--786.

- [27] Sahin, S., Ahmed, R., and Khan, M. J. Assessment of criticality and burn up behavior of candu reactors with nuclear waste trans uranium fuel. *Progress in Nuclear Energy* 60, 0 (2012), 19 -- 26.
- [28] Sharaf, O. Z., and Orhan, M. F. An overview of fuel cell technology: Fundamentals and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 32, 0 (2014), 810 -- 853.
- [29] Shiratori, Y., Oshima, T., and Sasaki, K. Feasibility of direct-biogas sofc. *International Journal of Hydrogen Energy* 33 (2008), 6316--6321.
- [30] Suwanwarangkul, R., Croiset, E., Entchev, E., Charojrochkul, S., Pritxker, M., Fowler, M., Douglas, P., Chewathanakup, S., and Mahaudom, H. Experimental and modeling study of solid oxide fuel cell operating with syngas fuel. *Journal of Power Sources* 161 (2006), 308--322.
- [31] Tseronis, K., Bonis, I., Kookos, I., and Theodoropoulos, C. Parametric and transient analysis of non-isothermal, planar solid oxide fuel cells. *International Journal of Hydrogen Energy* 37, 1 (2012), 530 -- 547. <ce:title>11th China Hydrogen Energy Conference</ce:title>.
- [32] Usón, A. A., Capilla, A. V., Bribián, I. Z., Scarpellini, S., and Sastresa, E. L. Energy efficiency in transport and mobility from an eco-efficiency viewpoint. *Energy* 36, 4 (2011), 1916 -- 1923. 5th Dubrovnik Conference on Sustainable Development of Energy, Water & Environment Systems.
- [33] Xuan, J., Leung, M. K., Leung, D. Y., and Ni, M. A review of biomass-derived fuel processors for fuel cell systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 13, 6-7 (2009), 1301--1313.
- [34] Özer Can. Combustion characteristics, performance and exhaust emissions of a diesel engine fueled with a waste cooking oil biodiesel mixture. *Energy Conversion and Management* 87, 0 (2014), 676 -- 686.



## 8 ภาคผนวก (Appendix)

บทความที่ส่งไปตีพิมพ์ 2 เรื่อง ดังนี้

1 International Journal of Computing Science and Mathematics

ชื่อเรื่อง Mathematical Analysis of the Planar Solid Oxide Fuel Cell: Temperature Effects  
ขณะนี้อยู่ในขั้นตอน Review

2 Mathematics in Computer Science Journal

ชื่อเรื่อง A Mathematical Model of Solid Oxide Fuel Cell fed Biomass Derived Fuel  
ขณะนี้อยู่ในขั้นตอน Review

# A Mathematical Model of Solid Oxide Fuel Cell fed Biomass Derived Fuel

Sineenart Srimongkol,

Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University, e-mail: sineenart@buu.ac.th

## Abstract

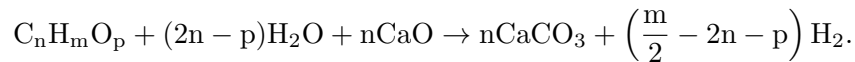
Biomass derived fuel has been widely used in Thailand. The solid oxide fuel cell can fed variety of fuels. Moreover, the experimental cost of the solid oxide fuel cell is very expensive. Therefore, the mathematical model of solid oxide fuel with biomass derived fuel is crucial. The governing equations for solid oxide fuel are the fully coupled of the current balance equations, the mass transport equations, and the Brinkman equations. Taken into account the biomass derived fuel, the chemical reactions from the gasifying process reveal that the hydrogen mole fraction is controlled. The effect of the hydrogen mole fraction is investigate. The results indicate that increase the mass fraction, the average current density is not increase. The electrolyte current density with high initial hydrogen mass fraction has the good distribution at the center of the solid oxide fuel cell than the lower one.

keywords : Solid oxide fuel cell, Mathematical model, Biofuel, Biomass derived fuel  
Classification Code: 93A30

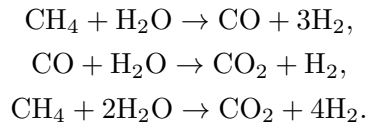
## 1. Introduction

Due to the energy problem, the renewable energy such as wind power, solar energy, nuclear energy, biofuel including hydrogen energy is a possible solution [4, 9]. Fuel cell is a device using hydrogen for the electrical power. It was firstly developed in 1983 by Friderich Schnbein. Nowadays, the fuel cells research works are focused on the development of various fuel cell for powers and transportation. Fuel cell can be classified as alkaline fuel cell (AFC), phosphoric acid fuel cell (PAFC), molten carbonate fuel cell (MCFC), polymer electrolyte membrane fuel cell (PEMFC), direct methanol fuel cell (DMFC), and solid oxide fuel cell (SOFC) [5, 7, 13]. Solid oxide fuel cell has the high efficiency (50-60%), high operating temperature (650-1,000 °C) and flexibility of feeding fuels not only pure hydrogen, but also many reformat composition consisting of multi-component species maybe used as fuel, such as water (H<sub>2</sub>O), carbonmonoxide (CO), carbondioxide (CO<sub>2</sub>), including biofuel [2, 6, 10]. In Thailand, biofuel is developed due to the rich of resources [3, 8, 11, 14, 15].

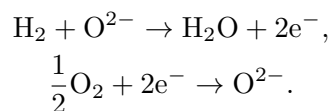
The liquid biofuel or bio ethanol or bio-oil can produce purify hydrogen by steam-iron process [1, 12]. It is gasifying as following chemical reaction,



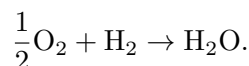
The syngas from the biomass gasifier enters the prereformer and CO is converted to H<sub>2</sub> and CO<sub>2</sub>. In the pre-reformer CH<sub>4</sub> and CO are converted into the hydrogen using the steam agent. The chemical reactions are as follow,



The chemical reactions in the solid oxide fuel cell system consist of the reaction in anode and cathode, respectively,



The overall reaction is



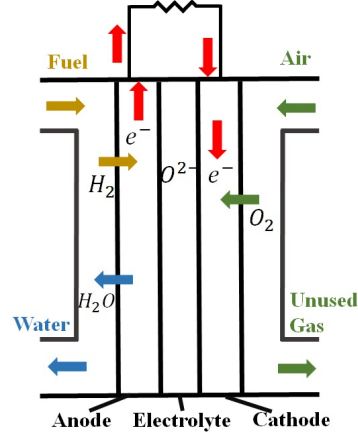


FIGURE 1. Solid oxide fuel cell and the flow of the chemical reaction to produce the electrical current.

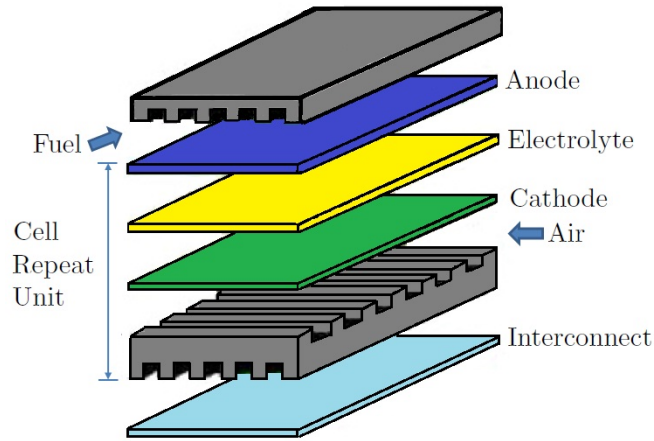


FIGURE 2. Three dimensional of a single cell planar solid oxide fuel cell.

The flow of the chemical reaction for producing the electrical current is shown in figure 1.

From the purified hydrogen process from liquid biofuel and syngas from biomass gasifier, the hydrogen is produced. The solid oxide fuel cell will obtain the rich hydrogen from those processes. However, how much hydrogen should increase the performance of the solid oxide fuel cell? Therefore, the effect of the hydrogen mass fraction is investigated.

## 2. Mathematical Model

Solid oxide fuel cells can produce more electrical power by increase the cells into the stack. Therefore, the performance of the solid oxide fuel cell is investigated using a single cell as shown in the figure 2. The computational domain is created as shown in the figure 3.

### 2.1. Governing Equations

The governing equations consist of Maxwell-Stefan equations as shown in equation (1)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{c}_i) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{c}_i \mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{j}_i + \mathbf{R}_i \quad (1)$$

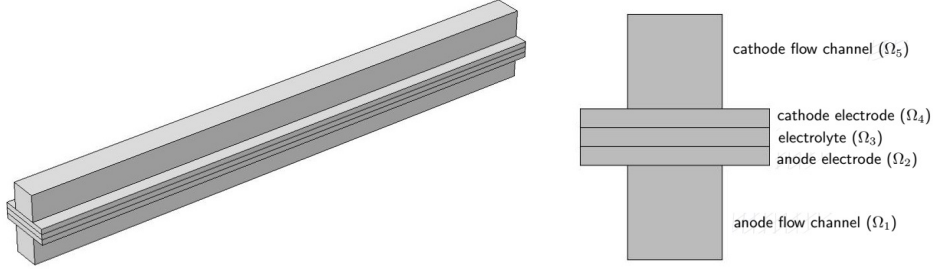


FIGURE 3. Configuration of a unit cell solid oxide fuel cell; anode flow channel ( $\Omega_1$ ), anode electrode ( $\Omega_2$ ), electrolyte ( $\Omega_3$ ), cathode electrode ( $\Omega_4$ ), and cathode flow channel ( $\Omega_5$ ).

where,  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) is the mixture density,  $\mathbf{u}$  ( $m/s$ ) is the mass average velocity of the mixture,  $c_i$  is the mass fraction,  $\mathbf{j}_i$  ( $kg/(m^2s)$ ) is the mass flux relative to the mass average velocity, and  $R_i$  ( $kg/(m^3s)$ ) is the rate expression describing its production or consumption.

The current balance in the electrolyte is governed by

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \mathbf{Q}, \quad \text{in } \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4 \quad (2)$$

where  $\mathbf{J}$  denotes the current density vector in the electrolyte,  $\mathbf{Q}$  can be any source or sink. Navier-Stokes equations for describing the flow in open regions, and the Brinkman equations for the flow in porous regions.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}_c) = 0, \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial t} + \rho (\mathbf{u}_c \cdot \nabla) \mathbf{u}_c = \nabla \cdot \left[ -pc\mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{u}_c + (\nabla \mathbf{u}_c)^T) - \frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{u}_c) \mathbf{I} \right] + \mathbf{F}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial (\epsilon_p \rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}_c) = Q_{br} \quad (5)$$

$$\frac{\rho}{\epsilon_p} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial t} + (\mathbf{u}_c \cdot \nabla) \frac{\mathbf{u}_c}{\epsilon_p} \right) \quad (6)$$

$$= \nabla \cdot \left[ -pc\mathbf{I} + \frac{\mu}{\epsilon_p} (\nabla \mathbf{u}_c + (\nabla \mathbf{u}_c)^T) - \frac{2\mu}{3\epsilon_p} (\nabla \cdot \mathbf{u}_c) \mathbf{I} \right] \quad (7)$$

$$- \left( \frac{\mu}{\kappa_{br}} + \beta_F |\mathbf{u}_c| + \frac{Q_{br}}{\epsilon_p^2} \right) \mathbf{u}_c + F \quad (8)$$

where  $\mu$  ( $kg/(m \cdot s)$ ) is the dynamic viscosity,  $\mathbf{u}_c$  ( $m/s$ ) is the velocity vector,  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) is the density,  $pc$  ( $Pa$ ) is the pressure,  $\epsilon_p$  is the porosity,  $\kappa_p$  ( $m^2$ ) is the permeability of the porous medium, and  $Q_{br}$  ( $kg/(m^3 \cdot s)$ ) is a mass source or sink.  $\beta_F |\mathbf{u}_c| \mathbf{u}_c$  is viscous force proportional to the square of the fluid velocity where  $\beta_F$  is the Forchheimer drag option ( $kg/m^4$ ).

## 2.2. Boundary Conditions

The fuel feed in the cathode and anode is counterflow, with hydrogen-rich anode gas entering from the left. For the ionic charge balance equations in cathode electrode, electrolyte, and anode electrode, the insulating boundary condition is applied on all external boundaries as shown below.

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (9)$$

For the transport of species in anode, initial mass fraction ( $\omega_{h_2}$ ) 0.04, and 0.2 are used at the left of the anode flow channel. The outflow is at the right of the anode flow channel. No flux boundary

condition is applied to all external boundaries of the anode electrode and the anode flow channel as given below.

$$-\mathbf{n} \cdot (\mathbf{j}_i + \rho \mathbf{u} \omega_i) = 0. \quad (10)$$

### 3. Numerical Simulation

The computational mesh is consisted of 9,744 hexahedral elements as shown in figure 4. The numerical solutions of the fully couple equations (1) - (8) and all boundary conditions are obtained by Comsol Multiphysics 5.2.

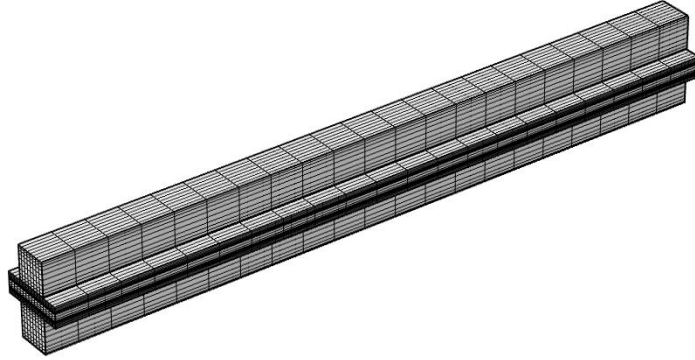


FIGURE 4. Computational mesh for a unit cell solid oxide fuel cell consists of 9,744 elements.

To investigate the effect of hydrogen mole fraction to the performance of solid oxide fuel cell, the hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2 are used in the initial values. The plots of the distribution of the hydrogen mole fraction in the anode electrode and anode flow channel with the initial hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2, respectively, are shown in figure 5. The highest value of the hydrogen mole fraction is at the inlet and gradually decrease with quite same pattern for both initial values. Figure 6 is the plots of the electrolyte current density in the center of the solid oxide fuel cell with the the initial hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2, respectively. The high current density is located at the end of the solid oxide fuel cell for the initial hydrogen mole fraction 0.04 while the high current density is located at the center of the solid oxide fuel cell for the initial hydrogen mole fraction 0.2. The polarization curves of the solid oxide fuel cell with the initial hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2, respectively, are shown in figure 7. The initial mas fraction 0.04, the maximum average current density is around  $2,700 \text{ A/m}^2$  which is more than other around  $500 \text{ A/m}^2$ .

### 4. Conclusion and Discussion

The variety of fuels can used for feeding solid oxide fuel cell. The biofuel of biogas are the government support fuel in Thailand. In this research, the effect of the hydrogen mass fraction is investigated when the biofuel and biogas are changed to hydrogen due to the chemical reactions. A mathematical model of solid oxide fuel cell is fully coupled the mass transport equations, the Maxwell-Stefan Equations, the Navier-Stoke Equations and the Brinkman equations with the appropriate boundary conditions. The governing equations and boundary conditions are solved using Comsol Multiphysic 5.2. The results indicate that increase the mass fraction, the average current density as shown in polarization graph is not increase. The electrolyte current density with hydrogen initial mass fraction 0.2 has the good distribution at the center of the solid oxide fuel cell. However, the initial mass fraction of hydrogen is

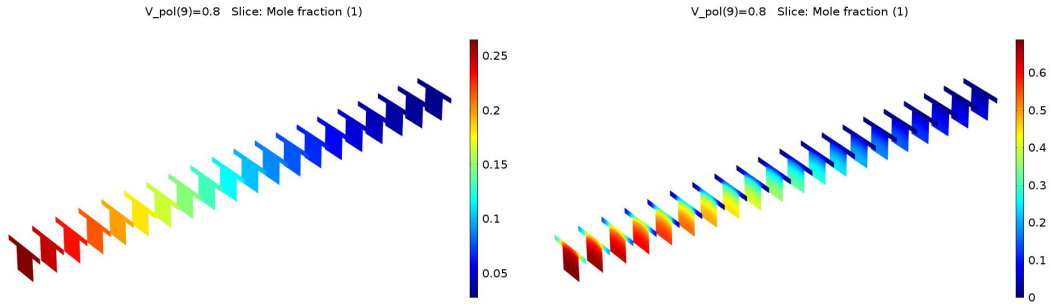


FIGURE 5. Hydrogen mole fraction with the initial mass fraction  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ , respectively

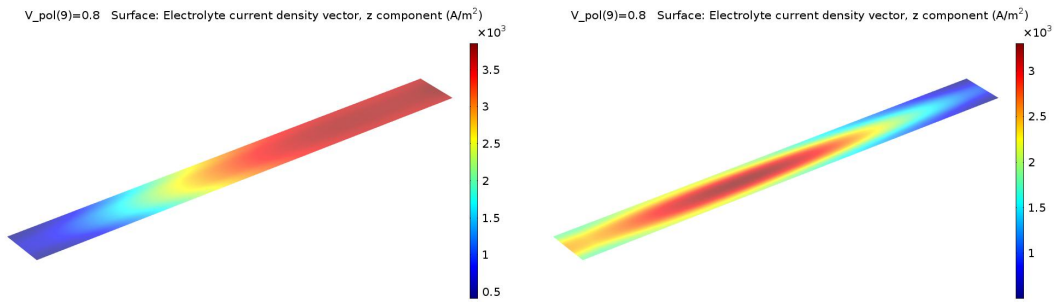


FIGURE 6. Electrolyte current density with the initial mass fraction  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ , respectively

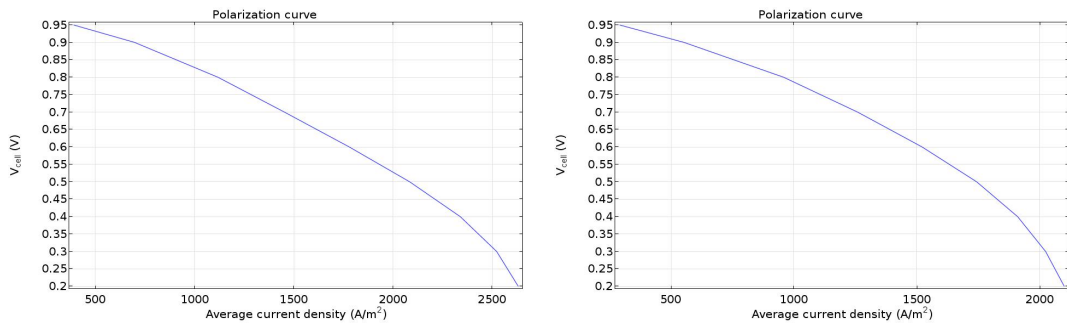


FIGURE 7. Polarization curve with the initial mass fraction  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ , respectively

used only 2 values. To improve the results more values of the hydrogen mole fraction have to be taken into account to find the relation between hydrogen mass fraction with the performance of the solid oxide fuel.

## Acknowledgment

This work was financially supported by the Research Grant of Burapha University through National Research Council of Thailand (Grant no. 77/2559).

## References

- [1] Mahsa Aghaie, Mehdi Mehrpooya, and Fathollah Pourfayaz. Introducing an integrated chemical looping hydrogen production, inherent carbon capture and solid oxide fuel cell biomass fueled power plant process configuration. *Energy Conversion and Management*, 124:141 – 154, 2016.

- [2] Luis E. Arteaga-Prez, Yannay Casas-Ledn, Ral Prez-Bermdez, Luis M. Peralta, Jo Dewulf, and Wolter Prins. Energy and exergy analysis of a sugar cane bagasse gasifier integrated to a solid oxide fuel cell based on a quasi-equilibrium approach. *Chemical Engineering Journal*, 228:1121 – 1132, 2013.
- [3] David R. Bell, Thapat Silalertruksa, Shabbir H. Gheewala, and Richard Kamens. The net cost of biofuels in thailand?an economic analysis. *Energy Policy*, 39(2):834 – 843, 2011. Special Section on Offshore wind power planning, economics and environment.
- [4] Weizi Cai, Qian Zhou, Yongmin Xie, Jiang Liu, Guohui Long, Shuang Cheng, and Meilin Liu. A direct carbon solid oxide fuel cell operated on a plant derived biofuel with natural catalyst. *Applied Energy*, 179:1232 – 1241, 2016.
- [5] S. Ahmad Hajimolana, M. azlan Hussain, W.M. Ashri Wan daud, M. Soroush, and A. Shamiri. Mathematical modeling of solid oxide fuel cells: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15:1893–1917, 2011.
- [6] Wen-Tang Hong, Tzu-Hsiang Yen, Tsang-Dong Chung, Cheng-Nan Huang, and Bao-Dong Chen. Efficiency analyses of ethanol-fueled solid oxide fuel cell power system. *Applied Energy*, 88(11):3990 – 3998, 2011.
- [7] Sadik Kakac, Anchasa Pramuanjaroenkij, and Xiang Yang Zhou. A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells. *International Journal of Hydrogen Energy*, 32(7):761 – 786, 2007.
- [8] Naruetep Lecksiwilai, Shabbir H. Gheewala, Thapat Silalertruksa, and Jitti Mungkalasiri. LCA of biofuels in thailand using thai ecological scarcity method. *Journal of Cleaner Production*, pages –, 2016.
- [9] Jiefeng Lin, Thomas A. Trabold, Mark R. Walluk, and Daniel F. Smith. Bio-fuel reforming for solid oxide fuel cell applications. part 2: Biodiesel. *International Journal of Hydrogen Energy*, 39(1):183 – 195, 2014.
- [10] Shixue Liu, Wei Kong, and Zijing Lin. Three-dimensional modeling of planar solid oxide fuel cells and the rib design optimization. *Journal of Power Sources*, 194(2):854 – 863, 2009.
- [11] Prathana Nimmanterdwong, Benjapon Chalermssinsuwan, and Pornpote Piumsomboon. Energy evaluation of biofuels production in thailand from different feedstocks. *Ecological Engineering*, 74:423 – 437, 2015.
- [12] J. Plou, P. Durn, J. Herguido, and J.A. Pea. Hydrogen from bio-fuels by ?steam-iron? process: Modelling and kinetics. *International Journal of Hydrogen Energy*, pages –, 2016.
- [13] Kakac Sadik, Pramuanjaroenki JB Anchasa, and Xiang Yang Zhou. A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells. *International journal of hydrogen energy*, 32:761–786, 2007.
- [14] Suthin Wianwiwat and John Asafu-Adjaye. Is there a role for biofuels in promoting energy self sufficiency and security? a CGE analysis of biofuel policy in thailand. *Energy Policy*, 55:543 – 555, 2013. Special section: Long Run Transitions to Sustainable Economic Structures in the European Union and Beyond.
- [15] Jin Xuan, Michael K.H. Leung, Dennis Y.C. Leung, and Meng Ni. A review of biomass-derived fuel processors for fuel cell systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 13(6-7):1301–1313, 2009.

---

# Mathematical Analysis of the Planar Solid Oxide Fuel Cell: Temperature Effects

---

**Abstract:** In this work, a mathematical model for a planar solid oxide fuel cell has been developed to analyse the effect of temperature on the performance of the fuel cell. Chemical reaction and porosity in the cathode and anode, and the temperature effect are taken into account in the mathematical model. The governing equations include the current balance equations, the mass transport equations, the Navier-Stokes equations, and the Brinkman equations. The simulation results of the solid oxide fuel cell for temperatures 700-1500  $K$  show that the highest performance of the solid oxide fuel cell is achieved at temperature 800  $K$ .

**Keywords:** mathematical model, solid oxide fuel cell, chemical reaction, current balance equations, mass transport equation, Navier-Stoke equations, Brinkman equation

**Reference** to this paper should be made as follows: xxxx (xxxx) 'xxxx', xxxx, Vol. x, No. x, pp.xxx-xxx.

---

## 1 Introduction

Hydrogen energy is an alternative energy. Due to the pollution, global warming, and the limitation of fossil fuel, hydrogen energy may be a solution these problems. Hydrogen is high in energy and engines that use hydrogen as fuel produce almost no pollution. A fuel cell is a device that can convert fuel directly into electricity using chemical energy. The fuel cell will produce electricity as long as fuel is supplied. Solid oxide fuel cells (SOFCs) offer great flexibility in the choice of fuels; not only pure hydrogen, but also many reformat composition consisting of multi-component species maybe used as fuel, such as water ( $H_2O$ ), carbonmonoxide ( $CO$ ), carbondioxide ( $CO_2$ ), including biofuel. The planar design of SOFCs has the higher power density and simplicity in manufacturing than the tubular design [7, 8, 11]. Therefore, the planar SOFCs are widely used in both small and large scale applications.

The electrolyte of SOFCs normally use a solid material, and the most commonly used material is a ceramic material called yttria-stabilized zirconia (YSZ). SOFCs operate at the high temperature, around 1000  $^{\circ}C$ . Due to the high temperature operation, there are some problems in SOFCs such as internal stresses arising from thermal shocks or heat cycles, nonhomogeneous temperature distribution, and thermal expansion of the cell components [8].

Over the last decade, many studies have been carried out to investigate various phenomena in SOFCs. In 2006, Bove and Ubertini [2] studied the phenomena in each component of solid oxide fuel cell using a three-dimensional, time-dependent numerical model. The results indicate that the boundary conditions strongly affect the accuracy of the model and represent a significant part of the computational effort. In 2006-2007, Hussain and Dincer [7, 8] developed a mathematical model to describe the transportation of multi-component species inside the porous solid oxide fuel cell anodes. Their model can apply both



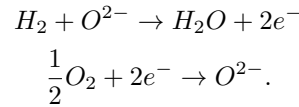
pure hydrogen and reformat composition such as water, methane, carbon dioxide as a fuel. By using the finite-volume method, they found that the anode concentration overpotential in an anode-supported SOFC is about four orders of magnitude smaller than the anode ohmic overpotential at the reaction zone layers. In 2011, Meng Ni [11] developed a two dimensional thermo-electrochemical model to investigate the performance of planar solid oxide fuel cells running on ammonia by integrating a two dimensional computational fluid dynamics model with an electrochemical model as well as a chemical model. The result indicates that the inclusion of  $NH_3$  in the solid oxide fuel cell impacts the electric output and temperature field. Pengfei Fan, Guojun Li, Yikai Zeng, and Xiongwen Zhang [5] used the finite element model to study the effect of thermal stresses on a planar solid oxide fuel cell. By using the Abaqus commercial finite element software, they found that cracks could probably found in the anode structure when the SOFC structure is at room temperature.

Temperature distribution was measured in a large solid oxide fuel cell short stack by using experiments. It is found that the temperature distribution is uniform in the short stack [14, 3, 17]. Due to the high operating temperature, the practical application of the SOFCs is limited. Recently, a number of studies investigate the effects of lowering temperature in SOFCs [4, 18, 6, 12]. Some work has also been done to investigate the fuel cell performance [1, 13, 15]. In this work, fully coupled mathematical model of the cathode, anode, and electrolyte is developed to investigate the effect of operation temperature in the system performance.

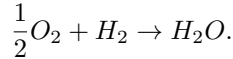
## 2 Mathematical Model

In SOFCs, negative charged oxygen ions travel from the cathode to the anode; while in other types of fuel cells, positive charged hydrogen ions travel from the cathode to the anode. Oxygen gas which fed through the cathode reacts with electrons to produce oxygen ions. Then the oxygen ions travel to the electrolyte and react with hydrogen gas at the anode. At the anode, the chemical reaction produces electricity and water. By using hydrogen as a fuel, carbon dioxide is not produced. The chemical reactions for the SOFC system are given below.

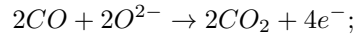
The chemical reactions in the anode and cathode can be described respectively by the formulae below,



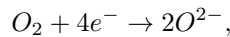
The overall reaction is



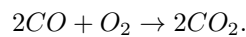
When using carbon monoxide fuel, the chemical reaction of the SOFC at the anode is



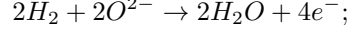
while at the cathode, the reaction is



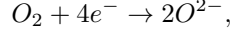
and the overall cell reaction is



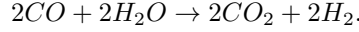
At high temperature, carbon monoxide can be oxidized by water to form carbon dioxide and hydrogen gas due to the water-gas-shift reaction [13]. The chemical reaction at the anode is



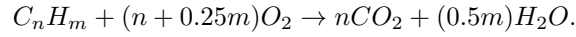
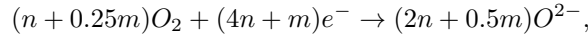
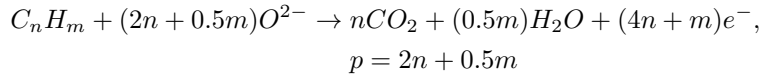
while at the cathode, the reaction is



and the overall reaction is



When using hydrocarbons ( $C_nH_m$ ) as fuel, the chemical reaction of the SOFC at the anode, cathode, and the overall cell reaction are as follow;



## 2.1 Computational Domain

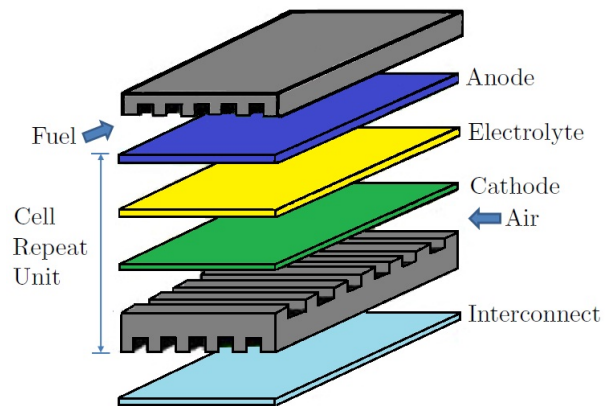
A SOFC design geometry commonly include planar or tubular type geometry, where the electrolyte is sandwiched in between the electrodes. A planar single cell of SOFC is shown in Figure 1. In this work, a unit cell planar SOFC domain is used which consists of three main parts including the cathode, electrolyte ( $\Omega_3$ ) and anode. The anode consists of the anode flow channel ( $\Omega_1$ ) and the anode electrode ( $\Omega_2$ ); the cathode consists of the cathode electrode ( $\Omega_4$ ) and the cathode flow channel ( $\Omega_5$ ) as shown in Figure 2. Electric current is distributed in the cathode electrode, electrolyte, and anode electrode. Cathode and anode are porous media. The concentrated species are transported in the cathode and anode. The dimension of a typical planar solid oxide fuel cell [10, 16] is shown in Table 2.1.

**Table 1** Planar solid oxide fuel cell geometry

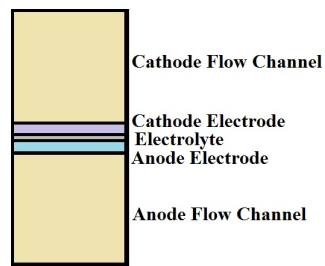
Anode thickness (m)	$5 \times 10^{-5}$
Cathode thickness (m)	$5 \times 10^{-5}$
Electrolyte thickness (m)	$2 \times 10^{-5}$
Gas flow channel thickness (m)	$5 \times 10^{-4}$
Flow channel width (m)	$5 \times 10^{-4}$
Flow channel length (m)	$1 \times 10^{-2}$

## 2.2 Governing Equations

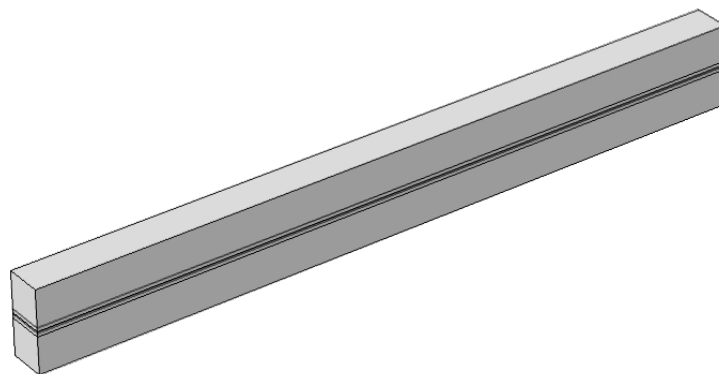
The modeling problem includes secondary current distribution, transport of concentration species and porous media. To model the phenomena in the anode electrode and reaction zone layers, the governing equations include the conservation of species equation, the Stefan-Maxwell equations, the Knudsen diffusion equation for multi-component gas diffusion, and the Butler-Volmer equation, which are detailed below.



**Figure 1** Three dimensional of a single cell planar solid oxide fuel cell.



**Figure 2** Configuration of a unit cell solid oxide fuel cell.



**Figure 3** Computational domain for a unit cell solid oxide fuel cell.

### 2.2.1 Current Distribution

The current balance in the electrolyte is governed by

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \mathbf{Q}, \quad \text{in } \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4 \quad (1)$$

where  $\mathbf{J}$  denotes the current density vector in the electrolyte,  $\mathbf{Q}$  can be any source or sink.

Assume that the Butler-Volmer charge transfer kinetics describe the charge transfer current density. Hydrogen is reduced to form water at the anode. Thus, the first transferred electron is assumed to be the rate determining step. The charge transfer kinetics equation is applied as follow:

$$Q_{a,ct} = Q_{0,a} \left( \frac{c_{h2}}{c_{h2,ref}} \exp\left(\frac{0.5F}{RT}\eta\right) - \frac{c_{h2o}}{c_{h2o,ref}} \exp\left(\frac{-1.5F}{RT}\eta\right) \right), \quad (2)$$

where  $Q_{0,a}$  is the anode exchange current density ( $A/m^2$ ),  $c_{h2}$  is the molar concentration of hydrogen,  $c_{h2o}$  is the molar concentration of water,  $c_t$  is the total concentration of species ( $mol/m^3$ ),  $c_{h2,ref}$  and  $c_{h2o,ref}$  are the reference concentrations ( $mol/m^3$ ). Furthermore,  $F$  is Faraday's constant ( $C/mol$ ),  $R$  is the gas constant ( $J/(mol \cdot K)$ ),  $T$  is the temperature ( $K$ ), and  $\eta$  is the overvoltage ( $V$ ).

$$\eta = \phi_{\text{electronic}} - \phi_{\text{ionic}} - \Delta\phi_{eq} \quad (3)$$

where  $\Delta\phi_{eq}$  is the equilibrium potential difference ( $V$ ) [8]. The concentration dependent kinetics expression is used to set up the above charge transfer expressions.

In the cathode, the following relation is used,

$$Q_{c,ct} = Q_{0,c} \left( \exp\left(\frac{3.5F}{RT}\eta\right) - x_{o2} \frac{c_t}{c_{o2,ref}} \exp\left(\frac{-0.5F}{RT}\eta\right) \right), \quad (4)$$

where  $Q_{0,c}$  is the cathode exchange current density ( $A/m^2$ ), and  $x_{o2}$  is the molar fraction of oxygen.

At the anode's inlet boundary, the potential is fixed at a reference potential of zero. At the cathode's inlet boundary, set the potential to the cell voltage,  $V_{cell}$ . The latter is given by

$$V_{cell} = \Delta\phi_{eq,c} - \Delta\phi_{eq,a} - V_{pol} \quad (5)$$

where  $V_{pol}$  is the polarization.

### 2.2.2 Transport of Species

The mass transport equation for an individual species  $i = 1, \dots, Q$  is

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_i + \nabla \cdot (\rho\omega_i \mathbf{u}) = \mathbf{R}_i, \quad \text{in } \Omega_1, \Omega_2, \Omega_4, \Omega_5, \quad (6)$$

where,  $\rho$  is the mixture density and  $\mathbf{u}$  is the mass average velocity of the mixture. The remaining variables are specific for the species,  $i$ , which is being described by the mass transfer equation,  $\omega_i$  is the mass fraction of specie  $i$ ,  $\mathbf{j}_i$  is the mass flux relative to the mass

## 6 Mathematical Analysis of Planar SOFC

average velocity, and  $\mathbf{R}_i$  is the rate expression describing its production or consumption. The relative mass flux vector  $\mathbf{j}_i$  can include contributions due to molecular diffusion and thermal diffusion.

In the Maxwell-Stefan diffusion model, the relative mass flux vector is

$$\mathbf{j}_i = -\rho\omega_i\sum_{k=1}^Q D_{ik}\mathbf{d}_k - \frac{D_i^T}{T}\nabla T \quad (7)$$

where  $D_{ik}$  are the multicomponent of Fick's first law diffusivity matrix [9],  $\mathbf{d}_k$  is the diffusion driving force,  $T$  is the temperature, and  $D_i^T$  is the thermal diffusion coefficient. The diffusional driving force is defined as

$$\mathbf{d}_k = \nabla x_k + \frac{1}{p}(x_k - c_k)\nabla p, \quad (8)$$

$$x_k = \frac{\omega_k}{A_k}M_n, \quad (9)$$

$$M_n = \left(\sum_i \frac{\omega_i}{M_i}\right)^{-1}. \quad (10)$$

### 2.2.3 Porous Media Flow

The Navier-Stokes equations are used to describe the flow in the open regions, and the Brinkman equations are used for the flow in porous regions, namely

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0, \quad \text{in } \Omega_1, \Omega_2, \Omega_4, \Omega_5 \quad (11)$$

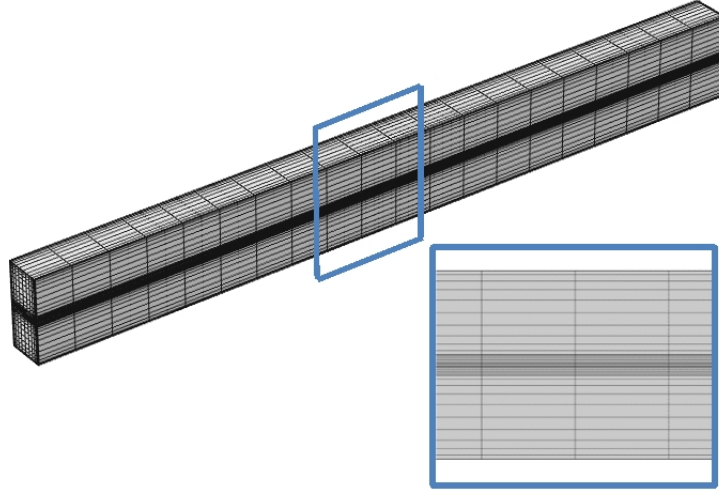
$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \nabla \cdot \left[ -p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T) - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} \right] + \mathbf{F}, \quad (12)$$

in  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_4, \Omega_5$

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = Q_{br} \quad \text{in } \Omega_2, \Omega_4, \quad (13)$$

$$\frac{\rho}{\epsilon}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\frac{\mathbf{v}}{\epsilon} = \nabla \cdot \left[ -p\mathbf{I} + \frac{\mu}{\epsilon}(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T) - \frac{2\mu}{3\epsilon}(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} \right] - \left( \frac{\mu}{\kappa_{br}} + \beta_F|\mathbf{v}| + \frac{Q_{br}}{\epsilon^2} \right)\mathbf{v} + F \quad \text{in } \Omega_2, \Omega_4, \quad (14)$$

where  $\mu$  is the dynamic viscosity,  $\mathbf{v}$  is the velocity vector,  $\rho$  is the density,  $p$  is the pressure,  $\epsilon$  is the porosity,  $\kappa$  is the permeability of the porous medium, and  $Q_{br}$  is a mass source or sink,  $\beta_F|\mathbf{v}|$  is the viscous force proportional to the square of the fluid velocity where  $\beta_F$  is the Forchheimer drag option.



**Figure 4** Computational mesh for a unit cell solid oxide fuel cell.

### 2.3 Boundary Conditions

The fuel feed in the cathode and anode is counterflow, with hydrogen-rich anode gas entering from the left. For the ionic charge balance equations in cathode electrode, electrolyte, and anode electrode, we apply the insulating boundary conditions on all external boundaries as shown below.

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (15)$$

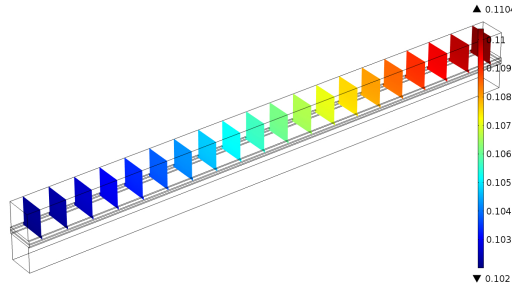
For the transport of species in anode, initial mass fraction is set ( $\omega_{h_2} = 0.4$ ) on the left of the anode flow channel, and the outflow is on the right of the anode flow channel. No flux boundary condition is applied to all external boundaries of the anode electrode and the anode flow channel as given below.

$$-\mathbf{n} \cdot (\mathbf{j}_i + \rho \mathbf{u} \omega_i) = 0. \quad (16)$$

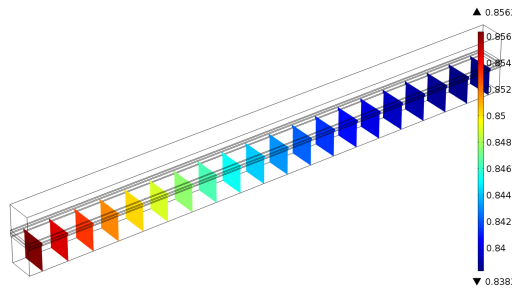
## 3 Numerical Result

To find the numerical solutions of the model, the Comsol Multiphysics commercial package was used. The computational mesh consists of 10,600 hexahedral elements as shown in Figure 4.

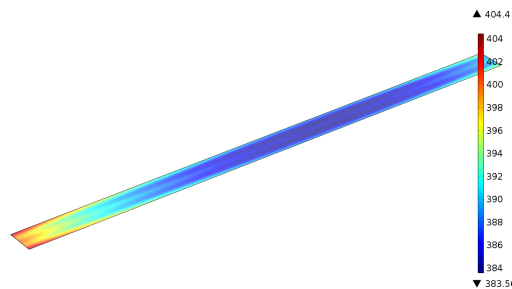
At temperature 1000 K, the oxygen mole fraction in the SOFC from the simulation is shown in Figure 5. The maximum value of the oxygen mole fractions in the cathode occurs on the outflow channel. The values are between 0.1020 and 0.1104. Hydrogen mole fraction is shown in Figure 6. The maximum value of the hydrogen mole fractions in the anode occurs on inlet. The values are between 0.8383 and 0.8563. The electrolyte current density vector in  $z$  direction is plotted along the central of the electrolyte layer as shown in Figure



**Figure 5** The oxygen mole fraction at temperature 1000 K.



**Figure 6** The hydrogen mole fraction at temperature 1000 K.



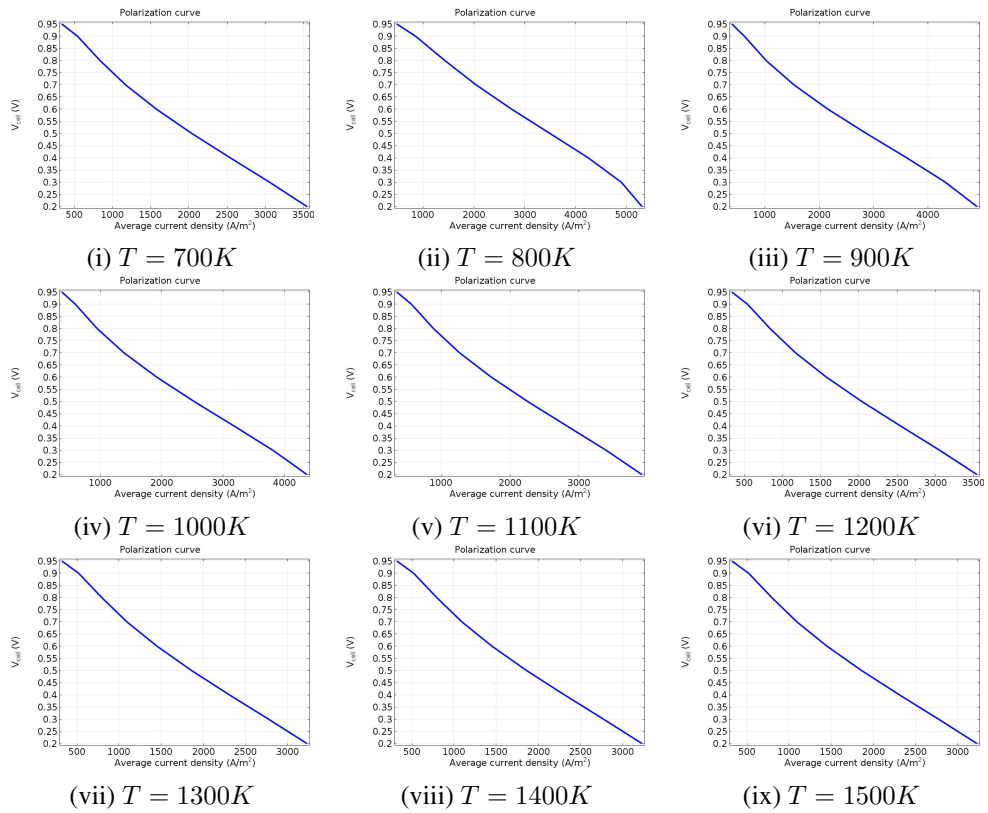
**Figure 7** The surface plot of the electrolyte current density vector ( $A/m^2$ ) at temperature 1000 K.

7. The maximum value is on the inlet boundary. The values are between  $383.56$  and  $404.4 A/m^2$ .

To investigate the effect of temperature on the performance of the SOFCs, the polarization curves at difference temperature are shown in Figure 8. It is clearly shown that the average current density for temperature at  $800 K$  is higher than those SOFC operated at other temperatures.

#### 4 Conclusions

A mathematical model of SOFCs is developed which fully couples the mass transport equations, the Maxwell-Stefan Equations, the Navier-Stoke Equations and the Brinkman



**Figure 8** Polarization curve from the simulation results at temperature 700-1500 K.



equations. The results from simulation show that the maximum value of oxygen mole fractions in the cathode is located on the outflow channel. The distribution of oxygen and hydrogen mole fraction are shown. The polarization curves show that the highest average current density is achieved when the temperature is at 800 K. The results are consistent with those experiment results in literature. The lower operation temperature may achieve better performance and higher reliability for SOFCs [5]. However, we shall address that the effect of stress, fuel cell geometry, chemical reactions may also affect the SOFC performance and reliability. For further work, some more complexity behavior of the SOFCs will be taken into account for the system performance investigation.

## References

- [1] Mona Bavarian and Masoud Soroush. Mathematical modeling and steady-state analysis of a proton-conducting solid oxide fuel cell. *Journal of Process Control*, 22(8):1521 – 1530, 2012. <ce:title>Ken Muske Special Issue</ce:title>.
- [2] R. Bove and S. Ubertini. Modeling solid oxide fuel cell operation: Approaches, techniques and results. *Journal of Power Sources*, 159(1):543 – 559, 2006.
- [3] Selahattin Celik, Bora Timurkutluk, and Mahmut D. Mat. Measurement of the temperature distribution in a large solid oxide fuel cell short stack. *International Journal of Hydrogen Energy*, 38(25):10534 – 10541, 2013.
- [4] Rajalekshmi Chockalingam, Ashok Kumar Ganguli, and Suddhasatwa Basu. Praseodymium and gadolinium doped ceria as a cathode material for low temperature solid oxide fuel cells. *Journal of Power Sources*, 250(0):80 – 89, 2014.
- [5] Pengfei Fan, Guojun Li, Yikai Zeng, and Xiongwen Zhang. Numerical study on thermal stresses of a planar solid oxide fuel cell. *International Journal of Thermal Sciences*, 77(0):1 – 10, 2014.
- [6] Massimiliano Lo Faro and Antonino S. Aricò. Electrochemical behaviour of an all-perovskite-based intermediate temperature solid oxide fuel cell. *International Journal of Hydrogen Energy*, 38(34):14773 – 14778, 2013.
- [7] M.M. Hussain, X. Li, and I. Dincer. Mathematical modeling of planar solid oxide fuel cells. *Journal of Power Sources*, 161:1012–1022, 2006.
- [8] M.M. Hussain, X. Li, and I. Dincer. Mathematical modeling of transport phenomena in porous {SOFC} anodes. *International Journal of Thermal Sciences*, 46(1):48 – 56, 2007.
- [9] Hugo A. Jakobsen. *Chemical Reactor Modeling: Multiphase Reactive Flows*. Springer, 2008.
- [10] Sadik Kakac, Anchasa Pramuanjaroenkij, and Xiang Yang Zhou. A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells. *International Journal of Hydrogen Energy*, 32(7):761 – 786, 2007.
- [11] Meng Ni. Thermo-electrochemical modeling of ammonia-fueled solid oxide fuel cells considering ammonia thermal decomposition in the anode. *International Journal of Hydrogen Energy*, 36(4):3153 – 3166, 2011.

- [12] Shujun Peng, Yanying Wei, Jian Xue, Yan Chen, and Haihui Wang.  $pr_{1.8}la_{0.2}ni_{0.74}cu_{0.21}ga_{0.05}O_{4+\delta}$  as a potential cathode material with  $\{CO_2\}$  resistance for intermediate temperature solid oxide fuel cell. *International Journal of Hydrogen Energy*, 38(25):10552 – 10558, 2013.
- [13] Anchasa Pramuanjaroenkij, Sadik KakaÃ§, and Xiang Yang Zhou. Mathematical analysis of planar solid oxide fuel cells. *International Journal of Hydrogen Energy*, 33(10):2547 – 2565, 2008.
- [14] Omid Razbani, Ivar Wærnhus, and Mohsen Assadi. Experimental investigation of temperature distribution over a planar solid oxide fuel cell. *Applied Energy*, 105(0):155 – 160, 2013.
- [15] Bu-Won Son, Seok-Joo Park, Seung-Bok Lee, Tak-Hyoung Lim, Rak-Hyun Song, and Jong-Won Lee. A tubular segmented-in-series solid oxide fuel cell with metallic interconnect films: A performance study through mathematical simulations. *Current Applied Physics*, 13(9):1906 – 1913, 2013.
- [16] Tanvir Tanim, David J. Bayless, and Jason P. Trembly. Modeling a 5  $kw_e$  planar solid oxide fuel cell based system operating on jp-8 fuel and a comparison with tubular cell based system for auxiliary and mobile power applications. *Journal of Power Sources*, 245(0):986 – 997, 2014.
- [17] Periasamy Vijay and Moses O. Tadé. An adaptive non-linear observer for the estimation of temperature distribution in the planar solid oxide fuel cell. *Journal of Process Control*, 23(3):429 – 443, 2013.
- [18] Yicheng Zhao, Chun Xia, Lijun Jia, Zhiming Wang, Hongjiao Li, Jinshuai Yu, and Yongdan Li. Recent progress on solid oxide fuel cell: Lowering temperature and utilizing non-hydrogen fuels. *International Journal of Hydrogen Energy*, 38(36):16498 – 16517, 2013.

## 9 ประวัตินักวิจัยและคณะ

### หัวหน้าโครงการวิจัย

- ชื่อ - นามสกุล (ภาษาไทย) นางสาวสินีนาม ศรีมงคล  
ชื่อ - นามสกุล (ภาษาอังกฤษ) Miss Sineenart Srimongkol

2. ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์

3. เวลาที่ใช้ทำวิจัย 20 ชั่วโมง/สัปดาห์

#### 4. หน่วยงานและสถานที่ติดต่อ

หน่วยงาน ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ที่อยู่ 169 ถ. ลาดยาวบางแสน ต. แสนสุข อ. เมือง จ.ชลบุรี 20131

โทรศัพท์ 0-3810-3176

โทรสาร 0-3839-3256

e-mail sineenart@buu.ac.th

#### 5. ประวัติการศึกษา

2556-2557 Postdoctoral fellows, Department of Mathematics and Statistics,  
Faculty of Science, Curtin University, WA, Australia

2547-2551 พร.ด. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยมหิดล

2545-2547 วท.ม. (คณิตศาสตร์ประยุกต์) มหาวิทยาลัยมหิดล

2541-2545 วท.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศิลปากร

6. สาขาวิชาที่มีความชำนาญพิเศษ Fluid Dynamics, Numerical Techniques, Mathematical Models

#### 7. ประสบการณ์งานวิจัย

##### 7.1 หัวหน้าโครงการวิจัย

ลำดับที่	ชื่อโครงการ	แหล่งทุน	ผลการดำเนินงาน
1	Study in Total Hip Replacement Using Mathematical Model	คณะ วิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา	ดำเนินการแล้วเสร็จ
2	Three-dimensional mathematical model of bio-mass derived fuel fed solid oxide fuel cells	ศูนย์ ความ เป็น เลิศ ด้านคณิตศาสตร์	ดำเนินการแล้วเสร็จ
3	แบบจำลองเชิงตัวเลขของเวลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งสำหรับการใช้งานทางทะเล	กองทุน วิจัย และ พัฒนา มหาวิทยาลัย บูรพา	ดำเนินการแล้วเสร็จ
4	ผลของความหนาของแคโทด แอนโนด และอิเล็กโทรไลต์ต่อประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงสำหรับการประยุกต์ใช้งานทางทะเล	คณะ วิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา	ดำเนินการแล้วเสร็จ

## 7.2 ผลงานวิจัยที่ทำเสร็จแล้ว

- [1] D. Poltem, S. Ngamprawpraw, **S. Srimongkol**. Simulations of solid oxide fuel cell for the investigation of the porosity effect, Far East Journal of Mathematical Sciences, 2016, 99(11), 1677-1692. [แหล่งทุน : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา]
- [2] A. Wiwatwanich, D. Poltem, **S. Srimongkol**. A novel technique for series solutions to a class of initial value problem, Global Journal of Pure and Applied Mathematics, 2015, 11(6), 4053-4061.
- [3] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkolkul, D. Poltem. A mathematical model of solid oxide fuel cell with temperature effect for marine applications, Proceeding of The 19<sup>th</sup> International Annual Symposium on Computational Science and Engineering (ANSCSE 19), Ubon Ratchathani University, Thailand, 17-19 June, 2015, 152-158. [แหล่งทุน : กองทุนวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยบูรพา]
- [4] S. Ngamprawpraw, **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, D. Poltem, Effect of thickness of anode and cathode electrodes on the efficiency of solid oxide fuel cell, Journal of Science and Technology Mahasarakham University, 2014, 33 (6), 537-545.
- [5] J. Rattanawan, **S. Srimongkol**. The effect of cooperative learning activities with learning together technique on analytical thinking abilities in probability for Mathayomsuksa 5 students, Tratrakarnkhun School, Trat Province. Proceeding of Institutional Research for Sustainable Organization Development. 4-5 August 2014, Khonkean University, Thailand. pp. 114-119.
- [6] H. Tepphun, v. Pongsakchat, **S. Srimongkol**. Constructing logical thinking test. Proceeding of 6<sup>th</sup> National Science Research Conference, 20-21 March 2014, Burapha University, Thailand. pp. 120-125.
- [7] T. Komolkiat, **S. Srimongkol**. Effects of mathematics learning activities using creative problem solving process on mathematics problem solving abilities and creative thinking in application I for Mathayomsuksa I students. Proceeding of WMS Management Research National Conference. 3, May 2, 2014 Walailak University, Nakhonsrithammaraj, Thailand.
- [8] T. Pongduang, **S. Srimongkol**. Using inductive and deductive techniques to develop the cognitive concept of integration functions. Proceeding of 2013 SPUC National Conference, May 3, 2013 at Sripatum University, Chonburi, Thailand.
- [9] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, A. Pakapongpun, D. Poltem. Mathematical modeling for stress distribution in total hip arthroplasty. International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Issue 7, Volume 6, 885-892. [แหล่งทุน : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา]
- [10] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, A. Pakapongpun, S. Pleumpreedaporn, D. Poltem. Mathematical modeling of fuel cell cathode with high temperature. International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Issue 6, Volume 6, 731-735. [แหล่งทุน : ศูนย์ความเป็น

เลิศด้านคณิตศาสตร์]

- [11] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, D. Poltem. Numerical solutions of high temperature on fuel cell cathode. Proceedings of the 12th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS '12). Singapore City, Singapore. May 11-13, 2012, pp.160-163. [แหล่งทุน : ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์]
- [12] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, D. Poltem. Mathematical modeling for stress distribution comparing static and dynamic loads in total hip arthroplasty. Proceedings of the 12th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS '12). Singapore City, Singapore. May 11-13, 2012, pp.47-51. [แหล่งทุน : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา]
- [13] **S. Srimongkol**, D. Poltem. A mathematical model of a planar solid oxide fuel cell. Proceeding of International Conference in Mathematics and Applications Mahidol University (ICMA-MU 2011). Twin Towers Hotel, Bangkok, Thailand. December 17-19, 2011, pp. 341-349. [แหล่งทุน : ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์]
- [14] S. Rungrueng, **S. Srimongkol**. An on-line learning lesson on the topic of functions using BUU-LMS for Matthayom 4 students. National conference Burapha Univeristy. Burapha University. July 6-7, 2011. pp.1-10.
- [15] V. Meesuk, S. Boonya-aroonnet, **S. Srimongkol**, A. Chankarn, R. Chitradon. Sediment transport in Mahachai canal and Lung canal, Samutsakhon province. The 14th National Convention on Civil Engineering. Suranaree University of Technology. May 13-15, 2009. pp. 1281--1286.
- [16] B. Wiwatanapataphee, **S. Srimongkol**, Y. H. Wu. Modeling of PMMA bone cement flow through femoral canal and cancellous bone. International Journal of Pure and Applied Mathematics Vol. 43 No.2, 2008. pp. 295-308.
- [17] **S. Srimongkol**, B. Wiwatanapataphee, Y. H. Wu. Computer simulation of PMMA bone cement flow through femoral canal and cancellous bone. ANZIAM Journal (EMAC 2005) Vol. 47, 2006. pp. C404-C418.
- [18] **S. Srimongkol**, B. Wiwatanapataphee. A Mathematical Model and Numerical Solutions of Wave Propagation in Shallow Water, *Proc. of the 9th Annual National Symposium on Computational Science and Engineering*, Mahidol University, Thailand, 2005. pp.349-358.

## ผู้ร่วมวิจัย

- ชื่อ - นามสกุล (ภาษาไทย) นางสาวดวงกมล ผลเต็ม  
ชื่อ - นามสกุล (ภาษาอังกฤษ) Miss Duangkamol Poltem
- ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์
- เวลาที่ใช้ทำวิจัย 15 ชั่วโมง/สัปดาห์
- หน่วยงานและสถานที่ติดต่อ  
หน่วยงาน ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา  
ที่อยู่ 169 ถ. ลาดยาวแสน ต. แสนสุข อ. เมือง จ.ชลบุรี 20131  
โทรศัพท์ 0-3810-3099  
โทรสาร 0-3839-3256  
e-mail duangkamolp@buu.ac.th
- ประวัติการศึกษา  
2544-2549 ป.ด. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยมหิดล  
2540-2544 วท.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยมหิดล
- สาขาวิชาที่มีความชำนาญพิเศษ Fluid Dynamics, Numerical Techniques, Differential Equations
- ประสบการณ์งานวิจัย

### 7.1 หัวหน้าโครงการวิจัย

ชื่อโครงการ	แหล่งทุน	ผลการดำเนินงาน
แบบจำลอง ทาง คณิตศาสตร์ และ แบบจำลองเชิงตัวเลขในเซลล์เชื้อเพลิงแบบออกไซด์ของแข็ง	คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา	ดำเนินการแล้วเสร็จ

### 7.2 ผู้ร่วมวิจัย

ชื่อโครงการ	แหล่งทุน	ผลการดำเนินงาน
The Extension of Hypercircle Inequality for Inaccurate Data (Hide) with Applications	ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์	ดำเนินการแล้วเสร็จ

### 7.3 ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารนานาชาติ

- [1] Poltem D, Ngamprawpraw, S, Srimongkol, S. (2016) Simulations of solid oxide fuel cell for the investigation of the porosity effect, Far East Journal of Mathematical Sciences, 99(11), 1677-1692.
- [2] Wiwatwanich, A, Poltem, D, Srimongkol, S. (2015) A novel technique for series solutions to a class of initial value problem, Global Journal of Pure and Applied Mathematics, 11(6), 4053-4061.
- [3] Ngamprawpraw, S, Srimongkol, S, Rattanamongkonkul, S, Poltem, D.(2014) Effect of thickness of anode and cathode electrodes on the efficiency of solid oxide fuel cell, Journal of Science and Technology Mahasarakham University, 33 (6), 537-545.

- [4] Poltem D, Khompurngson K, Novaprateeep B, (2012), Function Representation Using Hypercircle Inequality for Data Error, International Journal of Mathematics and Computers in Simulation, Issue 6, Volume 6, 521-528.
- [5] Khompurngson K, Novaprateeep B, Poltem D, (2012), Learning the Value of a Function from Inaccurate Data with Different Error Tolerance of Data Error, International Journal of Mathematics and Computers in Simulation, Issue 6, Volume 6, 513-520.
- [6] Srimongkol S, Rattanamongkonkul S, Pakapongpun A, Pleumpreedaporn S, Poltem D, (2012), Mathematical Modeling of Fuel Cell Cathode with High Temperature, International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Issue 6, Volume 6, 731-735.
- [7] Srimongkol S, Poltem D, A Mathematical Model of a Planar Solid Oxide Fuel Cell, East-West Journal of Mathematics, a special volume 2012, 305-315.
- [8] Srimongkol S, Rattanamongkonkul S, Pakapongpun A, Poltem D, (2012), Mathematical Modeling for Stress Distribution in Total Hip Arthroplasty, International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Issue 6, Volume 6, 885-892.
- [9] Novaprateeep B, Khompurngson K, Poltem D. Learning the Value of a Function by Using Hypercircle Inequality for Data Error. International Journal of Mathematics and Computers in Simulation 2011;1(5):1-8.

#### 7.4 ผลงานวิจัยที่ได้รับการนำเสนอในที่ประชุมทางวิชาการ ระดับนานาชาติ

- [1] Srimongkol, S, Rattanamongkolkul, S, Poltem, D. (2015) A mathematical model of solid oxide fuel cell with temperature effect for marine applications, Proceeding of The 19<sup>th</sup> International Annual Symposium on Computational Science and Engineering (ANSCSE 19), Ubon Ratchathani University, Thailand, 17-19 June,2015, 152-158.
- [2] D. Poltem, K. Khompurngson, B. Novaprateeep, A Function Approximation in the Learning Value of a Function from Inaccurate Data. Proceedings of the 12th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS'12), Singapore City, Singapore; 2012, p. 32-36.
- [3] Novaprateeep B, Khompurngson K, Poltem D. The Application of Hide on Learning Problem with Data Error Measured with Square Loss and Different Error Tolerance. Proceedings of the 12th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS'12), Singapore City, Singapore; 2012, p. 43-46.
- [4] Khompurngson K, Poltem D, Yamarat A, Novaprateeep B. The Use of Hide in Learning the Value of a Function. Selected Topics in Applied Computer Science: 10th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS'10); 2010 October 4-6; Iwate Prefectural University, Japan; 2010. p. 193-7.

#### 8. งานวิจัยที่กำลังทำ

การปรับปรุงวิธีการแปลงเชิงอนุพันธ์ โดยใช้การแปลงลาปลาซ