บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและตรวจสอบโมเดลความสัมพันธ์เชิงสาเหตุความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยอาศัยพื้นฐานจากแนวคิดเชิงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมาเป็นเหตุผลสนับสนุนการเชื่อมโยงตัวแปรต่าง ๆ ในการสร้างโมเดล ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 3 ตัวแปรที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตอนที่ 4 โมเดลลิสเรล

ตอนที่ 1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ธรรมชาติ / ลักษณะเฉพาะ

คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้นและนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล มีความสมบูรณ์ในตัวเอง

คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนช่วงชั้นที่ 3 ผู้เรียนควรจะมีความสามารถดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมเส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

4. มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (Transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

5. สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ในการแก้ปัญหาได้

6. มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูล รวมทั้งอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลต่าง ๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจนเข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

7. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

8. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

9. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

สาระ

สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้นี้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ ศูนย์ และจำนวนตรรกยะ

2. รู้จักจำนวนตรรกยะและจำนวนจริง

3. เข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

4. เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ($A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม) ได้

5. เข้าใจเกี่ยวกับรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

1. บวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยแยกตัวประกอบและไปใช้แก้ปัญหาได้

3. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการหารากของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะพร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของการดำเนินการของจำนวนต่าง ๆ ได้

4. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณและการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

1. เข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงโดยการประมาณ การเปิดตาราง หรือการใช้เครื่องคำนวณ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

1. เข้าใจสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับจำนวนเต็มและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

2. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนในระบบจำนวนจริง

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

1. เข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

2. เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

1. คาดคะเนเวลา ระยะทาง ขนาด และน้ำหนักได้อย่างใกล้เคียง และสามารถอธิบายวิธีการที่ใช้คาดคะเนได้

2. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

2. สร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่ายโดยไม่เน้นการพิสูจน์ได้

3. วิเคราะห์ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

1. เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทปีทาโกรัสและบทกลับ และนำไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

2. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลง ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน และนำไปใช้ได้

3. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบและสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

1. แก้สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

2. เขียนสมการหรืออสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้และนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

3. เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุด หรือสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้

4. อ่านและแปลความหมายกราฟที่กำหนดให้ได้

5. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

6. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนบนระนาบพิกัดฉากได้

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

1. กำหนดประเด็นเขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลได้

2. เข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม

3. นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

1. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติและใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2. เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

2. ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

1. สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือ สร้างแผนภาพ

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

1. เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการทำงาน

ตอนที่ 2 แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหา เป็นสถานการณ์ที่บุคคลเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที (Post, 1992, p. 50) ปัญหาประกอบด้วยสิ่งสำคัญ 3 ประการ คือ ความต้องการที่จะค้นหาคำตอบ ตอบคำถามของปัญหานั้นทันทีทันใดไม่ได้ และต้องใช้ความพยายามอย่างสม่ำเสมอจึงจะแก้ปัญหานั้นได้ (สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 9-10) ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด ความแตกต่างระหว่างปัญหากับการทำแบบฝึกหัดคือ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะต้องมีการตัดสินใจแล้วลงมือทำ ส่วนการทำ

แบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจ (Adam, 1977, p. 176) ครูริคและรูดนิค (Krulik & Rudnick, 1993, pp. 6-7) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ ปริมาณ หรือ อื่น ๆ ที่บุคคลหรือกลุ่มคนเผชิญอยู่ซึ่งต้องการคำอธิบายและพยายามหาวิถีทางเพื่อให้รู้คำตอบ สถานการณ์นั้นจะไม่ใช่ปัญหาถ้าสามารถหาคำตอบได้ด้วยวิธีง่าย ๆ ที่เคยเรียนมาหรือเหมือนกับสถานการณ์ที่เคยพบเห็นมาแล้ว ความแตกต่างระหว่าง คำถาม แบบฝึกหัด และปัญหา มีดังนี้

1. คำถาม เป็นสถานการณ์ที่สามารถหาคำตอบได้ด้วยการระลึกจากความจำ

2. แบบฝึกหัด เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการฝึกฝนและการปฏิบัติเพื่อเสริมทักษะหรือวิธีการที่ได้เรียนมา

3. ปัญหา เป็นสถานการณ์ที่ต้องการการคิดและการสังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อหาคำตอบ

นอกจากนี้ปัญหาต้องเกิดจากการรับรู้ของนักเรียนโดยไม่คำนึงถึงเหตุผลใด ๆ ถ้านักเรียนไม่ยอมรับความท้าทายหรือไม่สนใจสถานการณ์นั้น สถานการณ์นั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาสำหรับนักเรียนคนนั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) ได้สรุปลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ จำนวน หรือคำอธิบายในเชิงเหตุผล ที่บุคคลเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องการการคิดและการสังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อหาคำตอบ และสถานการณ์นั้นเป็นสถานการณ์ที่บุคคลไม่คุ้นเคยหรือเคยเห็นมาก่อน

การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่ได้เรียนมาเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน กระบวนการนี้เริ่มตั้งแต่พบปัญหาจนกระทั่งสรุปผลเมื่อได้รับคำตอบแล้ว ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องสังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาและประยุกต์ใช้ความรู้นั้นกับสถานการณ์ใหม่ (Krulik & Rudnick, 1993, p. 6) โพลยา (Polya, 1981, p. 117)

กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด และเป็นกระบวนการที่ประกอบด้วยวิธีการ 4 ระยะ ได้แก่ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ทบทวนไตร่ตรองวิธีการแก้ปัญหาในระยะต่าง ๆ ที่ผ่านมา (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2540, หน้า 224) ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 39) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหาจะต้องมีการวางแผน การรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็น เสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

กาเย่ (Gagne, 1970, pp. 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา หมายถึง ความสามารถในการนำ กฎ สูตร ความคิดรวบยอด และหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิดอย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

จากความหมายของการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ ทักษะ และหลักการต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาใช้ในการหาคำตอบในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1981, pp. 118-121) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ตามจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ปัญหาประเภทนี้ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา เงื่อนไขซึ่งสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการหา และข้อมูลของปัญหา

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ รูปแบบทั่วไปของข้อความนี้ประกอบด้วย สมมติฐาน (Hypothesis) และ ข้อสรุป (Conclusion) ส่วนของสมมติฐานขึ้นต้นด้วย "ถ้า" และส่วนของข้อสรุปขึ้นต้นด้วย "แล้ว" สมมติฐานและข้อสรุปนี้เรียกว่า ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์

ชาร์ลสและเลสเตอร์ (Charles & Lester, 1982, pp. 6-10) แบ่งประเภทของปัญหาตามลักษณะและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ แนวคิด และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำการรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ แนวคิดและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

นอกจากนี้ถ้าพิจารณาปัญหาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาออกได้เป็น 2 ประเภท (Kutz, 1991, p. 93) ดังนี้

1. การแก้ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (Routine or Word Problem Solving) ปัญหาที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา

2. การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (Non-Routine Problem Solving) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยพบเห็นมาก่อนหรือปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ท้าทาย และให้ความสนุกสนาน

ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา (Krulik & Reys, 1980, p. 208) ไม่ควรเป็นคำถามที่วัดเพียงความจำหรือง่ายเกินไป หรือเป็นคำถามที่กว้างเกินไป (ฉวีวรรณ เศวตมาลย์, 2544, หน้า 7) ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์ ไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป (Clyde, 1967, p. 108) ครูริคและรูดนิค (Krulik & Rudnick, 1993, pp. 10-11) กล่าวว่า ปัญหาที่ดีควรจะต้องมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้อย่างน้อย 1 ข้อ

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์
3. เป็นปัญหาที่ให้โอกาสสำหรับการอธิบายและมุ่งให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน
4. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความเข้าใจด้านแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ทักษะทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่ทำให้ได้หลักการทางคณิตศาสตร์และสามารถอ้างอิงไปยังสถานการณ์อื่น ๆ ได้
6. เป็นปัญหาที่มีประโยชน์กับปัญหาอื่น ๆ อีกและมีคำตอบหลายคำตอบหรือสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 18) ได้สรุปลักษณะของปัญหาที่ดีไว้ดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย

2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถของนักเรียน

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ

5. สถานการณ์ปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10.นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาเป็นวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา กระบวนการแก้ปัญหาที่ได้รับการยอมรับโดยทั่วไป คือ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1985, pp. 6-19) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังมีรายละเอียด ต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ต้องเข้าใจปัญหา ต้องระบุได้ว่า อะไรคือสิ่งที่ต้องการหา อะไรคือข้อมูล และอะไรคือเงื่อนไขที่กำหนดให้ เงื่อนไขเหล่านั้นเพียงพอหรือไม่ที่จะนำมาพิจารณาหาสิ่งที่ต้องการ ในขั้นตอนนี้อาจใช้การวาดรูป ตั้งข้อสังเกต แยกแยะส่วนต่าง ๆ ของเงื่อนไขและเขียนเงื่อนไขเหล่านั้นออกมา

2. วางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและสิ่งที่ต้องการหา ซึ่งอาจดูจากปัญหาที่มีลักษณะคล้าย ๆ กัน ถ้ายังหาความสัมพันธ์ไม่พบก็ควรวางแผนเพื่อแก้ปัญหาโดยพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานี้หรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาที่เหมือน ๆ กับปัญหานี้แต่มีข้อแตกต่างกันเล็กน้อย มีทฤษฎีอะไรที่อาจจะนำมาใช้เป็นประโยชน์ได้บ้าง มองดูสิ่งที่ต้องการหาและพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยทำมาก่อนว่าสามารถนำมาใช้ได้หรือไม่ สามารถแก้ปัญหาได้บางส่วนไหม มีอะไรที่เป็นประโยชน์จากสิ่งที่กำหนดบ้าง ข้อมูลและเงื่อนไขที่ให้มาได้ใช้หมดหรือไม่ สามารถเปลี่ยนสิ่งที่ต้องการหาหรือข้อมูลได้หรือไม่เพื่อว่าสิ่งที่ต้องการหาใหม่ หรือข้อมูลใหม่จะได้สัมพันธ์กันมากขึ้น

3. ดำเนินการตามแผน ทำตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางเอาไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งต้องอาศัย ความรู้ที่ได้เรียนมา สุขภาพจิตที่ดี และความตั้งใจ จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้นสำเร็จลงได้ ในขั้นตอนนี้ต้องทำการตรวจสอบในแต่ละขั้น และดูว่าในแต่ละขั้นนั้นถูกต้องอย่างเห็นได้ชัดหรือไม่ สามารถพิสูจน์ได้ไหมว่าขั้นตอนนั้นถูกต้อง

4. ตรวจสอบผล เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นในการตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ และสามารถใช้ผลที่ได้หรือวิธีการนี้กับปัญหาอื่น ๆ ได้หรือไม่

นอกจากโพลยาแล้วก็ยังมีนักคณิตศาสตร์และนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนะขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้หลายรูปแบบ ดังนี้

จอห์นสันและริสซิง (Johnson & Rising, 1972, pp. 247-250) ได้เสนอแนะขั้นตอนทั่วไปที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ผู้แก้ปัญหาต้องรู้ก่อนว่าปัญหานั้นคืออะไร มีข้อมูลอะไรบ้าง ต้องการหาอะไร

2. ผู้แก้ปัญหาต้องเชื่อมโยงปัญหานั้นกับแนวคิดที่คล้าย ๆ กัน หรือ กับปัญหาที่เคยหาคำตอบมาแล้ว

3. ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา โดยระบุโครงสร้างของปัญหานั้น ซึ่งประกอบด้วย ข้อเท็จจริง เงื่อนไข และตัวแปร แล้วเลือกตัวแบบ (Model) แทนโครงสร้างของปัญหานั้น

4. ผู้แก้ปัญหาควรใช้ตัวแบบที่ได้เลือกไว้ในขั้นที่ 3 เพื่อหาคำตอบของคำถาม

5. ผู้แก้ปัญหาควรอธิบายผลลัพธ์ที่ได้ในรูปของการสรุปอ้างอิง

6. ผู้แก้ปัญหาควรวิเคราะห์วิธีการที่ทำให้ได้คำตอบของปัญหา

เวียร์ (Weir, 1974, pp. 16-18) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับการคิดและประสบการณ์การเรียนรู้ ซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องฝึกฝนนักเรียนให้มีความพยายามในการแก้ปัญหา และการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาเพื่อช่วยให้นักเรียนมีเหตุผลที่จะนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เขาประสบในชั้นเรียนและชีวิตประจำวัน ซึ่งเวียร์ ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นระบุปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา
3. ขั้นเสนอวิธีการแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์

นอกจากนี้ เวียร์ได้ให้หลักการแก้ปัญหา 6 ประการ ซึ่งจะสามารถช่วยในการแก้ปัญหาได้ ดังนี้

1. เริ่มต้นการวิเคราะห์ว่าปัญหาคืออะไร ทบทวนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งได้รูปแบบที่ครอบคลุมเรื่องทั้งหมด ต่อไปคือ การแยกแยะปัญหาที่แท้จริงจากสิ่งที่เห็นได้ง่าย จากนั้นให้โยงปัญหาที่ใกล้ ๆ ตัวเข้ากับปัญหาทั้งหมด

2. การตัดสินในการนิยามปัญหา สร้างนิสัยของการระมัดระวังการนิยามความหมายของคำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

3. การเรียบเรียงเหตุการณ์ต่าง ๆ ของปัญหา

4. ถ้าพบว่าไม่มีทางหาคำตอบจากวิธีการเดิมให้หาวิธีการใหม่ โดยการไตร่ตรองหนทางที่เป็นไปได้

5. ให้หยุดพักเมื่อติดขัดหรือพบอุปสรรค

6. ปรึกษาปัญหากับผู้อื่น ควรมีการอภิปรายปัญหากับคนอื่น ๆ ซึ่งจะทำให้เกิดแง่คิดต่าง ๆ ที่อาจมองข้ามไป

ไรเดเซล (Riedesel, 1990, p. 90) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างง่ายไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. การวางแผน

2. การได้มาซึ่งข้อมูล

3. การจัดระบบข้อมูล

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

5. การสรุปอ้างอิงและ/หรือการสังเคราะห์จากข้อมูล

6. การตัดสินใจเลือกวิธีที่ดีที่สุด

หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2534, หน้า 90) ได้ศึกษากระบวนการแก้ปัญหาที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ

องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาต่าง ๆ ต้องใช้ความคิดซึ่งอาศัยกระบวนการทางสมอง ประสบการณ์ ความรู้ที่ได้ศึกษามา ความพยายาม และการหยั่งรู้ เพื่อตัดสินว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหานั้น บางคนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ เนื่องจากไม่มีความรู้พื้นฐานในเรื่องนั้น ขาดความกระตือรือร้น มีความเครียดสูง ไม่คุ้นเคยกับปัญหาลักษณะนี้ องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาได้ (สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 38) มีดังนี้

1. ประสบการณ์ เช่น สิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย อายุ

2. จิตพิสัย เช่น ความสนใจ ความตั้งใจ ความอดทน ความกระตือรือร้น ความกลัวแต่ก็รู้สึกว่าจำเป็นต้องทำ ความพยายาม

3. สติปัญญา เช่น ความสามารถทางการอ่าน ความสามารถในการให้เหตุผล ความจำ ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการมองภาพ 3 มิติ

จอห์นสัน และริสซิง กล่าวว่า องค์ประกอบหนึ่งของการแก้ปัญหา คือ แรงขับ ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตมโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันทีจะต้องมีแรงขับที่สร้างพลังความคิด (Johnson & Rising, 1967, pp. 107-110) นอกจากนี้ การแก้ปัญหายังเกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับแนวคิด ข้อเท็จจริง และโครงสร้างที่นักเรียนสามารถระลึกได้ เมื่อนักเรียนสามารถเลือกโครงสร้างของความสัมพันธ์ หรือโครงสร้างของวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง จะทำให้นักเรียนสามารถแสดงสถานการณ์ในรูปสัญลักษณ์ได้ ทำให้สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ (Johnson & Rising, 1972, p. 239)

ออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 551) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ทำให้บุคคลแตกต่างกันในการแก้ปัญหา แบ่งออกได้เป็น 3 ประการ ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชาและความเคยชินในการคิดเกี่ยวกับเรื่องนั้น

2. การคิดที่ไวต่อปัญหา ความอยากรู้อยากเห็น แบบการคิด ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับปัญหา ความรอบรู้ในขั้นตอนการแก้ปัญหา

3. คุณลักษณะทางบุคลิกภาพ เช่น แรงขับ ความมั่นคงในอารมณ์ ความวิตกกังวล เป็นต้น

ชาร์ลสและเลสเตอร์ (Charles & Lester, 1982, pp. 10-12) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาไว้ 3 ด้าน ดังนี้

1. ด้านประสบการณ์ ทั้งที่เป็นสิ่งแวดล้อมและประสบการณ์ส่วนตัว

2. ด้านความรู้สึก เช่น ความสนใจ ความอดทน ความพากเพียร การกระตุ้น ความกดดัน ความวิตกกังวล เป็นต้น

3. ด้านสติปัญญาและความคิด เช่น ความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ความสามารถในการให้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณ เป็นต้น

บารูดี้ (Baroody, 1998, pp. 2-4) กล่าวว่า ความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้รับอิทธิพลมาจากปัจจัย 3 ประการ ดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ (Cognitive Factor) ซึ่งประกอบด้วย ความเข้าใจทางด้านแนวคิด และ ยุทธวิธีในการประยุกต์ใช้ความรู้เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Affective Factor) ซึ่งจะเป็นแรงขับที่ช่วยในการแก้ปัญหา เช่น ความสนใจ ความเชื่อมั่น

3. องค์ประกอบทางด้านเมตาคอคนิชั่น (Metacognition Foctor) ซึ่งประกอบด้วย การกำกับตนเองหรือตรวจสอบตนเองว่ารู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาหรือไม่

จากแนวคิดและทฤษฎีดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 2 องค์ประกอบใหญ่ ๆ คือ องค์ประกอบด้านความรู้ ได้แก่ ความรู้ความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งที่เป็นความรู้เดิมและความรู้ในปัจจุบัน และองค์ประกอบด้านความรู้สึก ได้แก่ ความสนใจ เจตคติ อัตมโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความเครียด ความวิตกกังวล

ตอนที่ 3 ตัวแปรที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Achievement Motivation)

แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นความปรารถนาที่จะทำบางสิ่งบางอย่างให้ประสบความสำเร็จด้วยมาตรฐานอันดีเลิศ และเหนือกว่าบุคคลอื่น พยายามต่อสู้กับอุปสรรคต่าง ๆ มีความสบายใจเมื่อประสบความสำเร็จ และมีความวิตกเมื่อพบกับความล้มเหลว แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นองค์ประกอบที่ผลักดันให้บุคคลต้องการอยู่ในตำแหน่งที่สูงขึ้น มีความรับผิดชอบมากขึ้นและต้องการความสำเร็จสูงขึ้น (McClelland, Atkinson, Clark, & Lowell, 1953, p. 104) ซึ่งแอทคินสัน (Atkinson, 1966, pp. 240-241) กล่าวว่าแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์เป็นแรงผลักดันที่เกิดขึ้นเมื่อบุคคลรู้ตัวว่า การกระทำของตนจะต้องได้รับการประเมินจากตัวเองหรือบุคคลอื่น โดยเทียบกับมาตรฐานอันดีเยี่ยม ผลจากการประเมินอาจเป็นสิ่งที่พอใจเมื่อกระทำจนสำเร็จ หรือไม่พอใจเมื่อกระทำไม่สำเร็จก็ได้ และแอทคินสัน (Atkinson, 1964, cited in Weiner, 1980, pp. 190-197) ได้เสนอทฤษฎีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

เป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้อธิบายแนวโน้มที่จะประสบผลสำเร็จในการทำงานของบุคคลไว้ดังนี้

$$T_s = M_s \times P_s \times I_s$$

เมื่อ T_s คือ แนวโน้มที่จะประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่วางไว้

M_s คือ แรงจูงใจที่จะทำงานให้สำเร็จ

P_s คือ โอกาสที่จะประสบความสำเร็จ

I_s คือ ค่าของสิ่งล่อใจเมื่อประสบความสำเร็จ

ถ้านักเรียนมีแรงจูงใจที่จะทำงานให้สำเร็จ (Motive for Success: M_s) มากกว่ามีแรงจูงใจที่จะหลีกเลี่ยงความล้มเหลว (Motive to Avoid Failure: M_{AF}) นักเรียนจะมีแนวโน้มที่จะรับรู้ว่างานที่ทำนั้นมีความยากง่ายระดับปานกลาง แต่ถ้าความสัมพันธ์ระหว่าง M_s และ M_{AF} ไปในลักษณะ $M_{AF} > M_s$ นักเรียนจะมีแนวโน้มที่จะรับรู้ว่างานที่ทำมีความง่ายหรือไม่ก็ยาก เหตุที่เลือกงานง่ายทำเพราะกลัวความล้มเหลว และเหตุที่เลือกงานยากเพราะถ้าทำไม่สำเร็จก็เป็นเพราะงานยากไม่ใช่เพราะตนไร้ความสามารถ

เมห์ราเบียน (Mehrabian, 1968, pp. 493-502) ได้ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และพบว่าประกอบด้วย 8 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความเป็นอิสระ เป็นการเปิดโอกาสในด้านการคิดที่เป็นอิสระ
2. การเลือกกิจกรรมที่แสดงความสำเร็จ เป็นการค้นหากิจกรรมหรือวิธีการใหม่ ๆ มาประยุกต์ใช้อย่างมีเหตุผล
3. การต้องการความสำเร็จ เป็นการกระทำที่บุคคลรู้สึกว่าเมื่อทำแล้วประสบความสำเร็จ
4. การเลือกเสี่ยงในระดับที่เหมาะสม เป็นการที่บุคคลสามารถตัดสินใจทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดที่เป็นไปได้ มีความยากพอเหมาะกับความสามารถของตน
5. การเลือกงานที่ยากและท้าทายความสามารถ เป็นการคิดกิจกรรมที่ตนทำได้เหมาะสมกับความสามารถของบุคคล เป็นงานที่ท้าทายความสามารถ
6. การเลือกกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการแข่งขันและฝึกความชำนาญ เป็นการเลือกกิจกรรมที่บุคคลคิดว่าน่าสนใจ ต้องการที่จะมีชัยชนะเมื่อมีการแข่งขัน
7. การหวังผลระยะยาว เป็นการคิดการณ์ล่วงหน้าว่าจะประสบความสำเร็จอย่างมีระบบคิดหาวิธีการที่มุ่งจะทำสิ่งที่ต้องการให้ได้
8. ความผูกพันกับอนาคต มีการวางแผนไว้ล่วงหน้าอย่างเป็นทางการ มีการเลือกเพื่อนที่สามารถร่วมงานได้ มีการรวบรวมข้อมูลก่อนการตัดสินใจ

กิลฟอร์ด (Guilford, 1959, pp. 437-439) กล่าวถึงผู้ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ว่าประกอบด้วยคุณลักษณะดังต่อไปนี้

1. ความทะเยอทะยานทั่วไป คือ ปรารถนาที่จะทำกิจกรรมนั้นให้สำเร็จ

2. มีความเพียรพยายาม ได้แก่ ทำงานให้เป็นผลสำเร็จ

3. มีความอดทนเต็มที่แม้จะลำบากหรือยากเพียงใดก็ตาม

แมคคลีแลนด์ (McClelland, 1961, pp. 207-256) กล่าวว่า ผู้มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์จะมีลักษณะ ดังนี้

1. กล้าเสี่ยงอย่างเหมาะสม มีการตัดสินที่เด็ดเดี่ยว เลือกทำสิ่งที่ยากเหมาะสมกับความสามารถของตน

2. ความกระตือรือร้น หรือความขยันขันแข็งในการกระทำสิ่งแปลก ๆ ใหม่ ๆ เอาใจใส่มานะพากเพียรต่อสิ่งที่ท้าทาย

3. ความรับผิดชอบต่อตนเอง พยายามทำงานให้เสร็จเพื่อความพึงพอใจของตนเอง ไม่หวังการยกย่องชมเชยจากผู้อื่น

4. ต้องการทราบผลของการตัดสินใจ จะติดตามผลการตัดสินใจของตนว่าเป็นเช่นไร เพื่อปรับปรุงการกระทำของตนให้บรรลุเป้าหมายดีกว่าเดิม

5. คาดการณ์ล่วงหน้า เป็นผู้ที่มีแผนการระยะยาว เพราะเล็งเห็นการณ์ไกล

6. มีทักษะในการจัดระบบงาน ให้เกิดประสิทธิภาพในการทำงานอย่างเป็นระบบ

ไวเนอร์ (Weiner, 1972, pp. 203-215) ได้สรุปลักษณะเด่นของผู้มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์สูงเปรียบเทียบกับผู้ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่ำไว้ดังนี้

1. ผู้ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์สูงจะตั้งใจทำงานดีกว่า อดทนต่อความล้มเหลว ชอบเลือกงานสลับซับซ้อนมากกว่าผู้ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่ำ

2. ผู้ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์สูง ชอบริเริ่มกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยความคิดของตนเองมากกว่าและมีความภาคภูมิใจที่ได้เลือกงานยากกว่าผู้ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่ำ

จากแนวคิดและทฤษฎีของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ข้างต้น สรุปได้ว่า แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความปรารถนาของนักเรียนที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ และเหนือกว่าบุคคลอื่น พยายามต่อสู้อุปสรรคต่าง ๆ เพื่อให้ได้รับความสำเร็จ

แฟรงค์ (Frank, 1985) ได้ศึกษาบทบาทของความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ลงทะเบียนเรียนในวิชาการเริ่มต้นการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ด้วยคอมพิวเตอร์ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียนแต่ละคนเกี่ยวกับประสบการณ์ในวิชาคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับ

วิชาคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงคุณภาพ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มี 5 ประเภท ได้แก่ ความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถของบุคคลในวิชาคณิตศาสตร์ ความเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระเบียบ แบบแผน ความเชื่อเกี่ยวกับที่มาของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนและการสอนคณิตศาสตร์ที่ควรจะเป็น ซึ่งความเชื่อแต่ละประเภทนี้มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหา และจากการวิเคราะห์ข้อมูลการสัมภาษณ์เห็นได้ชัดว่า นอกจากความเชื่อแล้วยังมีองค์ประกอบอื่น ๆ อีกที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน องค์ประกอบเหล่านั้นได้แก่ ประสบการณ์เดิมในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแรงจูงใจ

ซาร์บาทานี (Zarbatany, 1985) ได้ศึกษาอิทธิพลของแรงจูงใจที่มีต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหาของเด็กที่ได้รับความนิยมมาก, ปานกลาง, น้อย กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอนุบาลจำนวน 103 คน ผลการวิจัยพบว่า แรงจูงใจและการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กันในลักษณะที่ซับซ้อน พฤติกรรมการแก้ปัญหาของเด็กได้รับอิทธิพลมาจากระดับความสัมพันธ์ที่มีอยู่ในกลุ่มสมาชิก

บุชานัน (Buchanan, 1987, pp. 399-415) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยทำการศึกษา 8 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่อยู่ในระดับเก่งแตกต่างจากความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่อยู่ในระดับปานกลาง เจตคติ แรงจูงใจ และความเชื่อมีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมในการแก้ปัญหาของนักเรียนหญิงและนักเรียนชายแตกต่างกัน

แอนเดอร์สันและกรีเบล (Anderson & Greabell, 1992, pp. 142-144) กล่าวว่า องค์ประกอบหลัก 6 ประการของวิธีการอ่านที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การพัฒนาทางด้านคำศัพท์ ภูมิหลังและแรงจูงใจ การกำหนดจุดมุ่งหมาย การอ่านในใจ การตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และการอ่านทบทวน องค์ประกอบเหล่านี้จะทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา

จากแนวคิดของจอห์นสัน และริสซิง (Johnson & Rising, 1967, pp. 107-110) และการศึกษาแฟรงค์ (Frank, 1985) บุชานัน (Buchanan, 1987, pp. 399-415) แสดงว่า แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ (Mathematics Anxiety)

ความวิตกกังวลเป็นความเครียดซึ่งเกิดจากความมั่นคงปลอดภัยของบุคคลถูกคุกคาม โดยสิ่งที่คุกคามนั้นอาจมีจริงหรืออาจเกิดจากการทำนายเหตุการณ์ล่วงหน้า ความวิตกกังวลทำให้

ประสิทธิภาพในการตอบสนองความต้องการของบุคคลลดลงและมีผลเสียต่อการสร้างสัมพันธภาพระหว่างบุคคล ความวิตกกังวลมีหลายระดับ ขึ้นอยู่กับความรุนแรงของสิ่งที่ก่อให้เกิดความวิตกกังวลและประสิทธิภาพในการประเมินสถานการณ์ของบุคคลนั้น ความวิตกกังวลระดับพอเหมาะจะกระตุ้นให้บุคคลมีประสิทธิภาพในการปฏิบัติงานมากขึ้น แต่ความวิตกกังวลที่มากเกินไปจะทำให้ประสิทธิภาพในการปฏิบัติงานของบุคคลลดลง (Spielberger, 1966, p. 11) การเกิดความวิตกกังวลจะทำให้เกิดความกดดัน ความไม่สุขสบาย ความรู้สึกหงุดหงิดไม่สบายใจต่อสถานการณ์ที่ไม่แน่นอน ความรู้สึกหวั่นเกรงต่อผลที่จะเกิดขึ้น ความรู้สึกกระสับกระส่าย ความรู้สึกอึดอัดไม่สบาย ความรู้สึกตื่นตระหนก ความรู้สึกไม่มั่นใจเกี่ยวกับอนาคต (Ladder & Mark, 1971, pp. 1-4) กระวนกระวายใจและหวั่นวิตกว่าจะมีอันตรายเกิดขึ้นโดยหาสาเหตุไม่ได้ มีการแสดงออกทั้งทางร่างกายและอารมณ์ (Zung, 1971, pp. 371-379)

ริชาร์ดสันและซูอินน์ (Richardson & Suinn, 1972, p. 551) กล่าวว่า ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์เป็นความรู้สึกเครียดและวิตกกังวลที่เกิดขึ้น เนื่องจากมีการจัดกระทำเกี่ยวกับจำนวน หรือตัวเลข และเมื่อต้องมีการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั้งที่พบในชีวิตประจำวัน และในการศึกษา

ซอว์ชิค (Sovchik, 1989, p. 115) ได้ให้ความหมายของความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นรูปแบบของความวิตกกังวลที่เกิดขึ้นเนื่องจากสถานการณ์เฉพาะ คือ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หรือการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดอาการของความวิตกกังวลตามมา

จากแนวคิดและทฤษฎีของความวิตกกังวลดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกไม่มั่นคงปลอดภัย หวั่นเกรงต่อผลที่จะเกิดขึ้น เมื่อนึกถึงหรือต้องเผชิญกับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์

ความวิตกกังวล แบ่งออกเป็น 2 ประเภท (Spielberger, 1972, pp. 487-489) ดังนี้

1. ความวิตกกังวลต่อสถานการณ์ เป็นความวิตกกังวลที่เกิดขึ้นจากการตอบสนองต่อสถานการณ์เฉพาะอย่าง โดยจะเกิดขึ้นทันทีทันใดเมื่อมีสิ่งเร้ามากระตุ้นให้เกิดความไม่พอใจหรือทำให้เกิดอันตราย มีผลทำให้เกิดพฤติกรรมตอบสนองต่อสิ่งเร้านั้น โดยที่ในช่วงเวลาที่ถูกกระตุ้นจากสิ่งเร้านั้น จะเป็นภาวะที่ตึงเครียด หวาดหวั่น กระวนกระวาย มีการตื่นตัวของระบบประสาทอัตโนมัติ ซึ่งความรุนแรงที่แสดงออกต่อสภาวะเช่นนี้จะแตกต่างกันไปตามความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. ความวิตกกังวลที่เป็นลักษณะประจำตัว เป็นความวิตกกังวลที่มีอยู่ในตัวบุคคลจนกลายเป็นลักษณะประจำตัวและมีลักษณะคงที่ และความวิตกกังวลที่เป็นลักษณะประจำตัวนี้จะไม่ปรากฏออกมาเป็นพฤติกรรม แต่จะเป็นตัวเสริมของความวิตกกังวลต่อสถานการณ์ คือ เมื่อมี

สิ่งเร้ามากระตุ้นให้เกิดความไม่พอใจหรือทำให้เกิดอันตราย บุคคลที่มีความวิตกกังวลที่เป็นลักษณะประจำตัวสูงจะมีความไวในการรับรู้สิ่งเร้าที่ทำให้ไม่พอใจหรือทำให้เกิดอันตรายได้เร็วกว่าบุคคลที่มีความวิตกกังวลที่เป็นลักษณะประจำตัวต่ำ นอกจากนี้ความวิตกกังวลที่เป็นลักษณะประจำตัวจะมีผลต่อความรุนแรงของการเกิดความวิตกกังวลต่อสถานการณ์

ระดับความรุนแรงของความวิตกกังวล แบ่งออกได้เป็น 4 ระดับ (Johnson, 1986, pp. 36-37) ดังนี้

1. ความวิตกกังวลระดับเล็กน้อย เป็นความวิตกกังวลในระดับที่กระตุ้นให้บุคคลเกิดความตื่นตัว กระตุ้นประสาทรับสัมผัสทั้ง 5 ให้รับรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ทำให้เรียนรู้และแก้ปัญหาได้ดีขึ้น และทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์

2. ความวิตกกังวลระดับปานกลาง เป็นความวิตกกังวลในระดับที่ทำให้บุคคลสนใจต่อความวิตกกังวลที่เกิดขึ้น มีผลทำให้การรับรู้ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ลดลง ความสามารถเกี่ยวกับการเรียนรู้ลดลง ร่างกายมีปฏิกิริยาตอบสนองต่อความวิตกกังวล เช่น มีอาการเกร็งของกล้ามเนื้อ มีอาการปั่นป่วนภายในท้อง มีอาการหอบหายใจเข้าออกแรง ปวดศีรษะ เป็นต้น

3. ความวิตกกังวลระดับสูง เป็นความวิตกกังวลในระดับที่ทำให้การรับรู้ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ลดลงอย่างมาก จนอาจทำให้รับรู้สภาพแวดล้อมบิดเบือนไปจากความเป็นจริง รับรู้รายละเอียดของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเพียงบางส่วน ทำให้ไม่สามารถเชื่อมโยงรายละเอียดของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้ และบุคคลมีปฏิกิริยาตอบสนองต่อความวิตกกังวลทั้งทางร่างกาย อารมณ์ และพฤติกรรม

4. ความวิตกกังวลระดับรุนแรงที่สุด เป็นความวิตกกังวลในระดับที่ทำให้บุคคลรับรู้สภาพแวดล้อมผิดไปจากความเป็นจริงจนอาจมีอาการของประสาทหลอน บุคคลสูญเสียการควบคุมตนเอง บุคลิกภาพและความคิดผิดปกติจนอาจมีอาการหลงผิด ความสามารถเกี่ยวกับการเรียนรู้เสียไป ร่างกายมีการตอบสนองต่อความวิตกกังวลอย่างรุนแรง

ความวิตกกังวลไม่ได้มีผลในทางลบเพียงอย่างเดียว ความวิตกกังวลในระดับเล็กน้อยและปานกลาง จะมีประโยชน์เป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการตื่นตัวให้เกิดการเรียนรู้ แก้ปัญหา ทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ดีขึ้น และเกิดความคิดสร้างสรรค์ แต่ความวิตกกังวลในระดับสูงและรุนแรงที่สุดจะมีผลในทางลบ อาจทำให้เกิดโรคจิตหรือโรคประสาทได้

การเกิดความวิตกกังวลมาจากสาเหตุ 3 ประการ (Epstein, 1972, pp. 299-337) ดังนี้

1. สาเหตุจากการที่มีสิ่งเร้าทางกายภาพมากระตุ้นเร้าบุคคล จนเกินขีดระดับความสามารถของบุคคลที่จะทนได้ ดังนั้นการตอบสนองต่อความวิตกกังวลที่มาจากสาเหตุนี้จะแสดงออกมาเป็น

ความเจ็บปวด แล้วมีผลทำให้เกิดความกลัวและวิตกกังวล นอกจากนี้แล้วขีดระดับความสามารถของบุคคลที่จะทนต่อสิ่งเร้าที่มากระตุ้นนั้น จะมีความแตกต่างกันระหว่างบุคคล

2. สาเหตุจากความไม่สอดคล้องกันของความคิด คือ เป็นความไม่สอดคล้องกันระหว่างประสบการณ์ของตนและความคาดหวัง ซึ่งจะเป็นภาวะที่รู้สึกถูกคุกคามและนำไปสู่การเกิดอาการวิตกกังวล

3. สาเหตุจากความไม่สามารถตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่เกิดขึ้นได้ ซึ่งอาจเกิดจากการไม่รู้ว่าสิ่งเร้าใดเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดความวิตกกังวล และเกิดจากการขัดแย้งระหว่างการที่จะต้องเลือกการตอบสนองซึ่งภาวะเช่นนี้จะนำไปสู่การเกิดความวิตกกังวล

ความวิตกกังวลจะทำให้เกิดผลกระทบต่อบุคคลในด้านสรีระ อารมณ์ ความคิด และพฤติกรรม (Goldberger, 1982, pp. 36-44) ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. ด้านสรีระ การเปลี่ยนแปลงทางด้านสรีระนั้นส่วนมากจะเกิดขึ้นกับระบบประสาทอัตโนมัติ ระบบกล้ามเนื้อ ระบบขับถ่าย การเปลี่ยนแปลงทางระบบประสาทอัตโนมัติมักจะเป็นผลสืบเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงทางด้านเคมี เช่น สารอดรีนาลินจะมีผลทำให้อัตราการไหลเวียนของเลือดมีมากขึ้น ร่างกายขับน้ำย่อยมากกว่าปกติ สารอิพินฟริน จะมีผลทำให้หัวใจเต้นเร็วและแรง ใจสั่น ขนลุก เหงื่อออกง่าย เพิ่มอัตราการเผาผลาญอาหาร สารคอร์ติโคสเตรียรอยด์จะมีผลต่อระบบประสาทส่วนกลาง เช่น ทำให้นอนไม่หลับ กระวนกระวาย ร่างกายขาดภูมิต้านทาน การเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับระบบขับถ่าย ได้แก่ อาการคลื่นไส้ อาเจียน ท้องอืดท้องเฟ้อ ท้องผูก หรือท้องเสีย ปัสสาวะบ่อย

2. ด้านอารมณ์ ความวิตกกังวลจะทำให้เกิดอาการตื่นเต้น หวาดหวั่น หงุดหงิด ตกใจง่าย โกรธง่าย เหนื่อยหน่าย ท้อแท้ โศกเศร้า เสียใจ ร้องไห้บ่อย เป็นต้น

3. ด้านความคิด ความจำและการรับรู้ ผลของความวิตกกังวลจะทำให้เกิดความผิดปกติเกี่ยวกับความคิดได้แก่ การเกิดความคิดในทางลบ ระบบความคิดถูกรบกวน สับสน หมกมุ่นย้ำคิด การตัดสินใจช้า ไม่ยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา ความสนใจลดลง เป็นต้น ความผิดปกติเกี่ยวกับความจำ ได้แก่ มีอาการหลงลืม ความสามารถเกี่ยวกับการจำลดลง และมีความผิดปกติเกี่ยวกับการรับรู้

4. ด้านพฤติกรรม ความวิตกกังวลทำให้หลีกหนีสถานการณ์หรือบุคคลที่ทำให้เกิดความวิตกกังวล ยับยั้งการแสดงพฤติกรรมบางอย่าง ทำพฤติกรรมบางอย่างซ้ำ ๆ เช่น เดินไปเดินมา หรือล้างมือบ่อย ๆ ใช้ยา สุรา เป็นต้น เพื่อช่วยให้สามารถเผชิญกับภาวะวิตกกังวล มีพฤติกรรมการระแวดระวังเป็นพิเศษ

ฟิชเชอร์ (Fisher, 1996, pp. 439-446) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความวิตกกังวลกับทักษะในการแก้ปัญหาของเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนและเด็กที่ไม่มีความบกพร่องทางการเรียน โดยทำการเปรียบเทียบอิทธิพลของความวิตกกังวลก่อนการสอบที่มีต่อการแก้ปัญหาของเด็กชาย 45 คน (อายุ 9 ปี ถึง 11 ปี) ที่มีความบกพร่องทางการเรียน และเด็กชายที่ไม่มีความบกพร่องทางการเรียน 45 คน ผลการศึกษาพบว่า ความวิตกกังวลก่อนการสอบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญทั้ง 2 กลุ่ม

เฟลมิง (Fleming, 1998) ได้ศึกษาถึงอิทธิพลของการรับรู้ประสิทธิภาพในตนเอง บทบาททางเพศ มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง ความวิตกกังวล ประสบการณ์ ที่มีต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลสมการโครงสร้างเชิงเส้นในการตรวจสอบความสัมพันธ์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนในวิชาสถิติ จำนวน 232 คน ผลการวิจัยพบว่า ความวิตกกังวลมีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์

ชาร์ฟ และคณะ (Sharp et al., 2000, pp. 52-61) ได้ศึกษาการเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการฝึกผ่อนคลาย โดยศึกษากับนักศึกษาปริญญาตรีที่ลงทะเบียนเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ห้อง ห้องละ 30 คน กลุ่มหนึ่งได้รับการฝึกผ่อนคลายในคาบเรียนแรก และ5-7 นาทีแรกก่อนการเรียนการสอนในคาบเรียนต่อ ๆ ไป เมื่อจบหลักสูตรแล้วพบว่ากลุ่มที่ได้รับการฝึกผ่อนคลายมีความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการฝึกผ่อนคลายและมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าอย่างมีนัยสำคัญ

จากแนวคิดของออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 551) จอห์นสัน (Johnson, 1986, pp. 36-37) โกล์ดเบอร์เกอร์(Goldberger, 1982, pp. 36-44) และการศึกษาของเฟลมิง (Fleming, 1998) ชาร์ฟ และคณะ (Sharp et al., 2000, pp. 52-61) แสดงว่า ความวิตกกังวลมีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบการคิด (Cognitive Style)

แบบการคิดเป็นวิธีการที่แสดงออกถึงพฤติกรรมเกี่ยวกับประสาท การจดจำ และความสามารถในการจัดระบบ จินตนาการ สัญลักษณ์และความคิดรวบยอดของการคิด การรู้จักใช้เหตุผลและการแก้ปัญหาตามความรู้ ความเชื่อที่เกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม (Kagan, Lee, & Rabson, 1963, pp. 433-442) ซึ่งเมสสิค (Messick, 1976, p. 54 อ้างถึงใน ภัทรทิรา นิจจอหอ, 2541, หน้า 10) ได้นิยามแบบการคิดว่า หมายถึง วิธีการที่แต่ละบุคคลใช้ในการรับ คิด จำ และการจัดการกับข่าวสาร ข้อมูล และประสบการณ์รวมทั้งการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการหรือลักษณะของจิตไร้สำนึก ที่มีต่อการตอบสนองอย่างคงที่ต่อสถานการณ์ต่าง ๆ ทันทีโดยไม่มีการวางแผน แบบการคิดนี้แตกต่างกับความสามารถ ความสามารถมักจะคำนึงถึงระดับของการกระทำ การแสดงออก หรือคำนึงถึงว่าเกิด

พฤติกรรมอะไรบ้าง มีการกำหนดคุณค่าไปในด้านเดียว เช่น เก่ง ไม่เก่ง เน้นเรื่องเนื้อหาและองค์ประกอบ และมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการทดสอบด้านสติปัญญา ซึ่งเกี่ยวกับการศึกษา แต่แบบการคิดคำนึงถึงวิธีการคิดว่าคิดอย่างไร และเกิดพฤติกรรมได้อย่างไร มีการกำหนดคุณค่าว่าแตกต่างกัน เน้นการนำไปใช้ และมีพื้นฐานจากการทดสอบการรับรู้และบุคลิกภาพซึ่งเกี่ยวข้องกับการทดลองในห้องปฏิบัติการและคลินิค ส่วนสมิท (Smith, 1982, p. 80 cited in Zashle, 1984, p. 74) ให้นิยามว่าแบบการคิด ก็คือ คุณลักษณะประจำตัวของบุคคลที่จะจัดกระบวนการสาระ มีความรู้สึก และมีพฤติกรรมในสถานการณ์การเรียนรู้ ซึ่งคุณลักษณะดังกล่าวจะแตกต่างกันไปตามบุคคล เช่น แต่ละคนจะมีวิธีการแก้ปัญหาต่างกัน รับสาระแตกต่างกัน บางคนรับสาระโดยภาพรวม บางคนรับสาระเฉพาะในรายละเอียด บางคนรับสาระในลักษณะที่โยงไปสู่การปฏิบัติ แต่บางคนก็ไม่เป็นเช่นนั้น สอดคล้องกับบราวน์ (Brown, 1983, p. 348 อ้างถึงใน ขนิษฐา โมกขาว, 2537, หน้า 9) ที่ได้อธิบายว่าแบบการคิดเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของบุคคลในด้านการแก้ปัญหา และความรู้ ความคิด มีลักษณะค่อนข้างคงที่จนเป็นนิสัย

แบบการคิดมีหลายประเภท ซึ่งเกณฑ์การแบ่งในแต่ละประเภทจะแตกต่างกัน เช่น เคแกนและคณะ (Kagan et al., 1963, pp. 433-442) ได้แบ่งแบบการคิดออกเป็น 3 แบบ ดังนี้

1. การคิดแบบวิเคราะห์ (Analytical Style) คือ การคิดที่ถือเอาสิ่งที่ปรากฏอยู่จริงในสิ่งเร้าเป็นเกณฑ์ เช่น การมองเห็นส่วนย่อย ขนาด รูปร่าง สี อาการ เหมือนกันในสิ่งเร้า 2 ชนิด การคิดแบบนี้เป็นการคิดของผู้มีอารมณ์มั่นคง มองสิ่งต่าง ๆ โดยไม่ถือตนเป็นใหญ่ เป็นแบบการคิดที่เป็นพื้นฐานของการคิดแบบวิทยาศาสตร์ และเป็นแบบการคิดของบุรุษเพศ

2. การคิดแบบจัดประเภท (Categorical Style) เป็นการคิดที่พยายามจัดกลุ่มหรือประเภทของสิ่งเร้า ตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป เป็นกลุ่มเดียวกัน

3. การคิดแบบโยงความสัมพันธ์ (Relational Style) เป็นการคิดที่เกิดจากการมองหาความสัมพันธ์ในสิ่งเร้า 2 ชนิดขึ้นไป โดยอาศัยความสัมพันธ์กันด้วยหน้าที่หรือเวลา เป็นการคิดที่สัมพันธ์กับอารมณ์อ่อนไหวแสดงลักษณะการมองสิ่งต่าง ๆ โดยถือตนเองเป็นใหญ่

วิทคิน (Witkin, 1974, p. 39) ได้แบ่งการคิดออกเป็น 2 แบบด้วยกัน คือ แบบเป็นอิสระจากสิ่งรอบข้าง (Field Independence) กับแบบขึ้นอยู่กับสิ่งรอบข้าง (Field Dependence) การคิดแบบที่เป็นอิสระจากสิ่งรอบข้าง การตัดสินใจจะขึ้นอยู่กับเหตุผลและการรับรู้วัตถุประสงค์ในลักษณะวิเคราะห์แยกแยะ การคิดแบบนี้อาจเทียบได้กับการคิดแบบวิเคราะห์ตามแนวคิดของเคแกนและคณะ ส่วนการคิดแบบขึ้นอยู่กับสิ่งรอบข้างเป็นการคิดที่ต้องอาศัยข้อมูลภายนอก หรือสภาพแวดล้อมรอบข้างมาสัมพันธ์ และช่วยในการพิจารณาตัดสินปัญหา ซึ่งลักษณะการคิดแบบนี้ก็คล้ายกับการคิดแบบโยงความสัมพันธ์นั่นเอง

การทดสอบการคิดแบบนี้วิทคินได้ทำในห้องทดลองที่ใช้แบบทดสอบ Body Adjustment Test (BAT) โดยห้องทดลองจะมีลักษณะพิเศษ คือ มีลักษณะเอียงผิดสัดส่วน พื้นที่เอียงไปข้างหนึ่ง เพดานเอียงไปอีกข้างหนึ่ง ผู้ที่นั่งอยู่ในห้องจะไม่สามารถทราบแนวดิ่งของห้อง กลางห้องมีเก้าอี้ที่สามารถปรับสภาพที่ผู้นั่งต้องการได้ วิธีการทดลองนั้นเขาจะให้ผู้นั่งเก้าอี้ปรับเก้าอี้ให้อยู่ในแนวดิ่ง ซึ่งผลการทดลองพบว่าพวกที่มีการคิดแบบเป็นอิสระจากสิ่งรอบข้าง ที่อาศัยน้ำหนักของตนเป็นเครื่องตัดสินจะสามารถปรับเก้าอี้ได้ใกล้เคียงกับแนวดิ่งดีกว่า พวกที่มีการคิดแบบขึ้นอยู่กับสิ่งรอบข้าง ที่อาศัยมองเก้าอี้บ้าง มองเพดานบ้างเป็นหลักในการปรับเก้าอี้

วิทคิน ได้สรุปผลการวิจัยเกี่ยวกับลักษณะและพฤติกรรมที่มีแบบการคิดต่างกันไว้ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 บุคคลที่มีการคิดแบบอิสระจากสิ่งรอบข้าง เป็นผู้ที่มีความคิดแบบนามธรรม ชอบวิเคราะห์วิจารณ์ มุ่งที่จะเรียนและทำงานที่ต้องใช้ทักษะทางสมอง สนใจวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ มักเลือกอาชีพเป็นนักวิทยาศาสตร์ พยาบาล ห้องผ่าตัด ชอบทำงานอิสระ ไม่สนใจต่อสิ่งชี้แนะทางสังคม ไม่ชอบเข้าสังคม ไม่ค่อยคำนึงถึงความรู้สึกของผู้อื่น เป็นตัวของตัวเองมาก ไม่ค่อยยึดติดกับผู้อื่น

กลุ่มที่ 2 บุคคลที่มีการคิดแบบขึ้นอยู่กับสิ่งรอบข้าง เป็นผู้ที่ระมัดระวังกับความคิดของผู้อื่น ให้ความสำคัญต่อกิริยาท่าทาง สีหน้าของผู้อื่น สนใจสิ่งแวดล้อมด้านตัวบุคคล การเรียนจึงขึ้นกับสิ่งแวดล้อมภายนอก จึงต้องการแรงจูงใจ หรือแรงเสริมจากสังคม ชอบวิธีการเรียนแบบอภิปรายกลุ่มมากกว่าการสอนแบบบรรยาย หรือการให้คิดด้วยตนเองมีความประทับใจในสิ่งที่พบเห็นครั้งแรก สนใจในวิชาสังคมศาสตร์และเรียนได้ดี เลือกอาชีพครู นักสังคมสงเคราะห์ นักแนะแนว ถ้าเป็นพยาบาลก็จะเลือกคนไข้ตัวต่อตัว ชอบทำงานกับผู้อื่น รักหมู่คณะ ใส่ใจต่อสิ่งชี้แนะทางสังคม เป็นผู้ที่เข้าสังคมเก่ง พยายามเข้าใจในความรู้สึกของผู้อื่น

จากแนวคิดนี้ ได้มีผู้นำไปพัฒนาแบบวัดแบบการคิดเป็นที่รู้จักกันโดยทั่วไป ดังนี้

แบบวัดที่ 1 The Preschool Embedded Figures Test (PEFT) สร้างโดยโคทส์ (Cotes) ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดซ้อนภาพ เพื่อศึกษาแบบการคิดของเด็กปฐมวัย ใช้วิธีการทดสอบโดยให้เด็กหารูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีลักษณะและขนาดเหมือนกับรูปสามเหลี่ยมในภาพตัวอย่างที่กำหนดให้ แบบทดสอบนี้ไม่ต้องอาศัยความเข้าใจทางภาษา

แบบวัดที่ 2 The Group Embedded Figures Test (GEFT) สร้างโดยวิทคิน เป็นแบบวัดที่มีชื่อเสียงมากประกอบด้วยรูปภาพ 18 รูป ใช้ศึกษาแบบการคิดตั้งแต่ระดับประถมศึกษาขึ้นไป มีกำหนดเวลาในการทดสอบ ผู้ใดสามารถหารูปได้ถูกต้อง จะได้รูปละ 1 คะแนน มีพิสัยคะแนนตั้งแต่ 0-18 คะแนน ผู้ใดได้คะแนนต่ำกว่าหรือเท่ากับ 9 คะแนน เป็นผู้มีแบบการคิดขึ้นอยู่กับ

สิ่งรอบข้างสูง และผู้ที่ได้รับคะแนนสูงกว่า 9 คะแนน เป็นผู้มีแบบการคิดอิสระจากสิ่งรอบข้างสูง เพราะเขาสามารถแยกรูปง่ายที่ซ่อนอยู่ในรูปยากได้ง่าย

จากความหมายของแบบการคิดดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า แบบการคิด หมายถึง วิธีการหรือคุณลักษณะประจำตัวของแต่ละบุคคลที่ใช้ในการรับ คิด จำ และจัดการกับข่าวสาร ข้อมูล ประสบการณ์ รวมทั้งการแก้ปัญหา

จำนงค์ จันทฤกษ์ (2539, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการฝึกแบบการคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านตลุกตาสาม จังหวัดนครสวรรค์ ซึ่งกำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 โดยสุ่มตัวอย่างมา 108 คน ด้วยวิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น มีระดับความถนัดทางการเรียนด้านคณิตศาสตร์เป็นชั้น จากนั้นจึงสุ่มกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 3 กลุ่ม ได้กลุ่มตัวอย่างกลุ่มละ 36 คน โดยกลุ่มที่ 1, 2 และ 3 ทำการฝึกแบบการคิดแบบวิเคราะห์ แบบจำแนกประเภท และแบบโยงความสัมพันธ์ตามลำดับ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกการคิดแบบวิเคราะห์กับนักเรียนที่ได้รับการฝึกการคิดแบบโยงความสัมพันธ์มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อ้อมใจ บุญหล้า (2541, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาและเปรียบเทียบความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีแบบการคิดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดมหาสารคาม ปีการศึกษา 2540 จำนวน 374 คน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐาน วิเคราะห์ t-test และ วิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงและต่ำ มีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบสุขุมรอบคอบ แบบหุนหัน แบบคิดเร็วและแม่นยำ และแบบคิดช้าแต่ไม่แม่นยำ มีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อทดสอบเป็นรายคู่โดยวิธีของเชฟเฟ่ พบว่า นักเรียนที่มีแบบการคิดแบบสุขุมรอบคอบ มีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีแบบการคิดแบบหุนหัน และแบบคิดช้าแต่ไม่แม่นยำ ส่วนนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบคิดเร็วและแม่นยำ มีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีแบบการคิดแบบหุนหัน

เคิร์ก (Kirk, 2000) ได้สำรวจตัวแปรด้านนักเรียนที่มีอิทธิพลต่อการสอนวิชาเคมีในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาและศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านั้นกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตัวแปรที่ศึกษาประกอบด้วย แบบการคิด เจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ และอัตมโนทัศน์ โดยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีจาก ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลสัมฤทธิ์ในการใช้ห้องปฏิบัติการ และผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหา วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

และ t-test ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า การคิดแบบเป็นอิสระจากสิ่งรอบข้างมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และผลสัมฤทธิ์ในการใช้ห้องปฏิบัติการอย่างมีนัยสำคัญ

วิลเลี่ยมส์ (Williams, 2001) ได้ศึกษาอิทธิพลของแบบการคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาในวิชาสิ่งแวดล้อม และตรวจสอบว่าความรู้เดิมในวิชาถ่ายรูป ประสบการณ์เดิมในวิชาถ่ายรูป การเล่นคอมพิวเตอร์ และความสนใจในวิชาถ่ายรูปของนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบขึ้นอยู่กับสิ่งรอบข้างและเป็นอิสระจากสิ่งรอบข้างมีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างไร โดยศึกษากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีจำนวน 61 คน และใช้แบบทดสอบ GEFT แบ่งผู้สอบเป็นกลุ่มที่มีการคิดแบบขึ้นอยู่กับสิ่งรอบข้างและเป็นอิสระจากสิ่งรอบข้าง ใช้แบบการวิจัยแบบ Pretest/Posttest Control Group วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ t-test การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว และการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่มีแบบการคิดต่างกันมีความสามารถในการแก้ปัญหาต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ โดยกลุ่มที่มีการคิดแบบเป็นอิสระจากสิ่งรอบข้างมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่า และคะแนนการแก้ปัญหาที่เพิ่มขึ้นหลังการทดลองมีความสัมพันธ์กับแบบการคิดอย่างมีนัยสำคัญ

จากแนวคิดของออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 551) เคแกนและคณะ (Kagan et al., 1963, pp. 433-442) บราวน์ (Brown, 1983, p. 348 อ้างถึงใน ขนิษฐา โมกขาว, 2537, หน้า 9) และการศึกษาของ จำนงค์ จันทฤกษ์ (2539, บทคัดย่อ) แสดงว่า แบบการคิดมีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Attitude Toward Mathematics)

เจตคติ มีลักษณะเป็นตัวแปรเชิงสมมุติ เป็นนามธรรมหรือมโนทัศน์ (Concept) ที่ใช้แทนกลุ่มของการกระทำหรือพฤติกรรมหลาย ๆ อย่าง ซึ่งไทแอนดิส (Triandis, 1971, pp. 6-7) ได้ให้ความหมายของเจตคติสรุปเป็นนัย 2 ประการ คือ เจตคติเป็นความพร้อมที่จะตอบสนอง และเป็นความสม่ำเสมอในการตอบสนองของบุคคลต่อบุคคลอื่น หรือสภาพทางสังคม ซิมบาร์โด (Zimbardo, 1977, pp. 19-20) ได้ให้ความหมายของเจตคติสรุปได้ว่า หมายถึง ความพึงพอใจและไม่พึงพอใจ ความชอบและไม่ชอบที่บุคคลมีต่อบุคคล กลุ่ม สังคม สถานการณ์ วัตถุหรือแนวคิด และถ้ามีสถานการณ์ใด ๆ เกิดขึ้น บุคคลเพียงแต่มีความรู้สึกต่อสิ่งนั้นโดยไม่จำเป็นต้องร่วมมือก็ได้ชื่อว่ามีเจตคติต่อสิ่งนั้น ซึ่งคล้ายกับ บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542, หน้า 118) ที่ได้ให้ความหมายของเจตคติว่า หมายถึง กริยา ท่าทีรวม ๆ ของบุคคลที่เกิดจากความโน้มเอียงของจิตใจและแสดงออกต่อสิ่งหนึ่ง ๆ โดยแสดงออกในทางสนับสนุน มีความรู้สึกเห็นดีเห็นชอบต่อสิ่งเร้านั้น หรือแสดงออกในทางต่อต้าน ซึ่งมีความรู้สึกที่ไม่เห็นชอบต่อสิ่งเร้านั้น ๆ

กู๊ด (Good, 1973, p. 49) ได้ให้ความหมายของเจตคติไว้ว่า หมายถึง แนวโน้มที่จะตอบสนองต่อวัตถุ สถานการณ์ หรือค่านิยมอย่างใดอย่างหนึ่ง ปกติแล้วประกอบด้วยความรู้สึกและอารมณ์ เจตคติไม่สามารถสังเกตได้โดยตรงแต่ต้องอ้างอิงจากพฤติกรรมที่เปิดเผยทั้งที่แสดงออกโดยใช้ภาษาและท่าทาง

สุรางค์ โค้วตระกูล (2536, หน้า 246) ได้ให้ความหมายของเจตคติว่าเป็นอัชฌาสัย (Disposition) หรือความโน้มที่มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมสนองตอบต่อสิ่งแวดล้อมหรือสิ่งเร้า ซึ่งอาจเป็นได้ทั้งคน วัตถุ สิ่งของ หรือความคิด เจตคติอาจจะเป็นบวกหรือลบ ถ้าบุคคลมีเจตคติในทางบวกต่อสิ่งใดก็มักจะมีพฤติกรรมที่จะเผชิญกับสิ่งนั้น ถ้ามีเจตคติในทางลบ ก็จะหลีกเลี่ยง เจตคติเป็นสิ่งที่เรียนรู้ได้และเป็นการแสดงออกของค่านิยมและความเชื่อของบุคคล

ชอว์และไรท์ (Shaw & Wright, 1967, pp. 13-14) ได้กล่าวเกี่ยวกับลักษณะของเจตคติ ซึ่งสรุปได้ ดังนี้

1. เจตคติเป็นผลจากที่บุคคลประเมินผลจากสิ่งเร้า แล้วแปรเปลี่ยนมาเป็นความรู้สึกภายในที่ก่อให้เกิดแรงจูงใจในการที่จะแสดงพฤติกรรม

2. เจตคติของบุคคลจะแปรค่าได้ทั้งในด้านคุณภาพและความเข้ม ซึ่งจะมีทั้งทางบวกและทางลบ

3. เจตคติเป็นสิ่งที่เกิดจากการเรียนรู้มากกว่าที่จะมีมาตั้งแต่เกิด หรือเป็นผลมาจากโครงสร้างภายในตัวบุคคลหรือวุฒิภาวะ

4. เจตคติขึ้นอยู่กับสิ่งเร้าเฉพาะอย่างทางสังคม

5. เจตคติที่บุคคลมีต่อสิ่งเร้าที่เป็นกลุ่มเดียวกันจะมีความสัมพันธ์ระหว่างกัน

6. เจตคติเป็นสิ่งที่เมื่อเกิดขึ้นแล้วจะเปลี่ยนแปลงได้

จากความหมายของเจตคติข้างต้น จึงพอสรุปได้ว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง แนวโน้มของนักเรียนที่จะตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งในทางบวกและทางลบ

องค์ประกอบของเจตคติ มีอยู่ 3 ประการ (McGuire, 1969, pp. 155-156) ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านความรู้ (Cognitive Component) เป็นองค์ประกอบด้านความรู้ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้านั้น ๆ เพื่อเป็นเหตุผลในการที่จะสรุปรวมเป็นความเชื่อหรือช่วยในการประเมินสิ่งเร้านั้น ๆ

2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก (Feeling Component) เป็นองค์ประกอบด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ของบุคคลที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเร้า อันเป็นผลเนื่องมาจากที่บุคคลได้ประเมินสิ่งเร้านั้นว่า พอใจ - ไม่พอใจ ต้องการ – ไม่ต้องการ ดี - เลว

3. องค์ประกอบด้านการกระทำ (Action Tendency Component) เป็นองค์ประกอบด้านความพร้อมหรือความโน้มเอียงที่บุคคลจะประพฤติปฏิบัติ หรือตอบสนองต่อสิ่งเร้านั้น ๆ ในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง เช่น สนับสนุน หรือคัดค้าน เป็นต้น การตอบสนองจะเป็นไปในทิศทางใดขึ้นอยู่กับความเชื่อหรือความรู้สึกของบุคคล

ไทแอนดิส (Triandis, 1971, pp. 3-7) ได้อธิบายถึงองค์ประกอบของเจตคติไว้ 3 ส่วน ซึ่งคล้ายกับแมคไกร์ ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านความรู้ (Cognitive Component) เป็นองค์ประกอบทางด้านความรู้หรือความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้านั้น ๆ เพื่อเป็นเหตุผลในการที่จะสรุปรวมเป็นความเชื่อหรือช่วยประเมินผลสิ่งเร้านั้น ๆ

2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก (Affective Component) จัดเป็นส่วนประกอบทางด้านอารมณ์ความรู้สึก ซึ่งจะเป็นตัวเร้าความคิดอีกต่อหนึ่ง ถ้าบุคคลมีภาวะความรู้สึกที่ดีหรือไม่ดีขณะที่คิดถึงสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แสดงว่าบุคคลนั้นมีความรู้สึกในด้านบวกและลบตามลำดับ

3. องค์ประกอบด้านพฤติกรรม (Behavioral Component) คือ ความพร้อมหรือความโน้มเอียงเพื่อตอบสนองต่อสิ่งเร้าในทิศทางที่สนับสนุนหรือคัดค้าน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเชื่อหรือความรู้สึกที่ได้จากการประเมินผล

สปิลเบอร์เกอร์และแวกก์ (Spielberger & Vagg, 1995, pp. 3-14) ได้เสนอรูปแบบที่อธิบายถึงความวิตกกังวลในการสอบ โดยกล่าวว่า ทฤษฎีที่จะทำให้เกิดความเข้าใจในการสอบจะต้องอธิบายถึงธรรมชาติของการรับรู้และความคิดที่อยู่ภายในตัวบุคคลและธรรมชาติของกระบวนการประมวลผลข้อมูลและการเรียกใช้ข้อมูลซึ่งกระบวนการเหล่านี้เป็นตัวกลางที่ทำให้เกิดความวิตกกังวล นอกจากนี้ยังมีตัวแปรอื่น ๆ อีกที่ส่งผลต่อความวิตกกังวล เช่น นิสัยและเจตคติต่อการเรียน

เพ็ญ จรูญธรรมพินิจ (2530, หน้า 120-127) ได้ศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างสภาพแวดล้อมภายในครอบครัว ลักษณะของนักเรียน และลักษณะของครู กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 695 คน ตัวแปรสาเหตุที่ศึกษาในการวิจัย ได้แก่ ความสามารถเชิงเหตุผล ผลสัมฤทธิ์เดิม อัตมโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ นิสัยในการเรียน เจตคติต่อวิทยาศาสตร์ คุณภาพการสอน ประสบการณ์ในการสอน บรรยากาศทางอารมณ์ภายในครอบครัว บรรยากาศทางปัญญาภายในครอบครัว ผลการวิจัยพบว่า เจตคติต่อวิทยาศาสตร์มีอิทธิพลทางตรงต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทั้งในกลุ่มนักเรียนชายและกลุ่มนักเรียนหญิง

ประสงค์ ต่อโชติ (2534, หน้า 95-101) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างองค์ประกอบด้านคุณลักษณะของนักเรียนและครู สภาพแวดล้อมทางบ้าน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาฟิสิกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เขตการศึกษา 11 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2533 ที่เรียนสายวิทยาศาสตร์ จำนวน 432 คน จากโรงเรียน 13 โรงเรียนในจังหวัดนครราชสีมา ชัยภูมิ บุรีรัมย์ สุรินทร์ และศรีสะเกษ ตัวแปรสาเหตุที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ ความสามารถในการตีความหมายจากข้อมูลหรือกราฟ ความสามารถในการคำนวณทักษะการเรียน ความรู้พื้นฐานเดิมวิชาฟิสิกส์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติเชิงวิทยาศาสตร์ของนักเรียน คุณภาพการสอน เจตคติเชิงวิทยาศาสตร์ของครู ประสบการณ์การสอนของครู เจตคติต่อการสอนวิทยาศาสตร์ ความสัมพันธ์ภายในครอบครัว สถานะทางเศรษฐกิจ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เส้นทาง โดยทดสอบความสอดคล้องของรูปแบบความสัมพันธ์กับข้อมูลเชิงประจักษ์ด้วยวิธีการของสเปค (Specht) ผลการวิจัยพบว่า เจตคติเชิงวิทยาศาสตร์ของนักเรียนมีอิทธิพลทางตรงต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

ชัยยุทธ ทองทิพย์ (2537, บทคัดย่อ) ได้ศึกษารูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุขององค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษา สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 2, 3 และ 4 คณะศึกษาศาสตร์ สาขาการมัธยมศึกษามหาวิทยาลัยขอนแก่น จำนวน 188 คน ตัวแปรสาเหตุที่ศึกษาในการวิจัย ได้แก่ เวลาที่ใช้ในการศึกษาเพิ่มเติม แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ นิสัยในการเรียน ความรู้พื้นฐานเดิม ทัศนคติต่อวิชาชีพ ความสัมพันธ์ในครอบครัว ผลการวิจัยพบว่า ทัศนคติต่อวิชาชีพครูมีอิทธิพลทางตรงต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

ทัศนีย์ บุญเติม (2538) ได้ศึกษาปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในกรุงเทพมหานคร โดยการวิเคราะห์เส้นทางตามโมเดลลิสเรลที่มีตัวแปรแฝง ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่ ความสามารถเชิงภาษาและคณิตศาสตร์ แบบการคิด วิธีการเรียน การเรียนพิเศษ การรับรู้เกี่ยวกับการสอน การใช้เวลา เพศ เจตคติเชิงวิทยาศาสตร์เดิม ลักษณะเพื่อน และบรรยากาศทางวิชาการในโรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรความสามารถเชิงภาษาและคณิตศาสตร์ เพศ และบรรยากาศทางวิชาการในโรงเรียน มีอิทธิพลทางตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาฟิสิกส์ แบบการคิด วิธีการเรียน การเรียนพิเศษ ความสามารถเชิงภาษาและคณิตศาสตร์ การรับรู้เกี่ยวกับการสอน และการใช้เวลามีอิทธิพลทางอ้อมโดยส่งผ่านความสามารถเชิงภาษาและคณิตศาสตร์ ตัวแปรเจตคติเชิงวิทยาศาสตร์เดิมและลักษณะเพื่อนมีอิทธิพลทางอ้อมโดยส่งผ่านการใช้เวลา วิธีการเรียน การรับรู้เกี่ยวกับการสอน แบบการคิด และความสามารถเชิงภาษาและคณิตศาสตร์

นริศา อุปกูล (2539, หน้า 98-107) ได้ศึกษาองค์ประกอบด้านนักเรียน แบบการคิด คุณภาพการสอน ที่มีผลต่อความมั่นใจในการตอบแบบสอบแบบเลือกตอบ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2538 ที่มีรายชื่ออยู่ในบัญชีเรียกชื่อ (ป. 03) ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 381 คน ตัวแปรสาเหตุที่ใช้ศึกษาในการวิจัย ได้แก่ ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ แบบการคิด แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ การรับรู้คุณภาพการสอน และเพศ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เส้นทาง ผลการวิจัยพบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีอิทธิพลทางตรงต่อแบบการคิดและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

ทรายทอง พวกสันเทียะ (2542, หน้า 129-131) ได้ศึกษารูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส1 ของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2541 โดยแยกทำการศึกษารูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุในกลุ่มนักศึกษาชายและกลุ่มนักศึกษาหญิง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2541 ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จำนวน 314 คน เป็นนักศึกษาชาย จำนวน 205 คน และนักศึกษาหญิง จำนวน 109 คน ตัวแปรสาเหตุที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วย ความรู้เดิม ความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติต่อการเรียนวิชาแคลคูลัส 1 เวลาที่ใช้ในการศึกษาเพิ่ม เวลาที่ใช้ทำกิจกรรมในมหาวิทยาลัย นิสัยในการเรียน และการปรับตัวของนักศึกษา วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติวิเคราะห์เส้นทาง (Path Analysis) ด้วยการวิเคราะห์ถดถอยพหุคูณ ผลการวิจัยพบว่า เจตคติต่อการเรียนวิชาแคลคูลัส 1 มีอิทธิพลทางตรงต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทั้งในกลุ่มนักศึกษาชายและกลุ่มนักศึกษาหญิง

โทมัส (Thomas, 1999) ได้ศึกษาองค์ประกอบด้านความรู้ และองค์ประกอบด้านความรู้สึกที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์ ตัวแปรต้นที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา ความสามารถในการประยุกต์ใช้วิชาคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ ความสนใจของบิดามารดาในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา และเพศ ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมหาวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา คือ นักศึกษาชาวแอฟริกัน อเมริกัน จำนวน 276 คนที่เรียนคณะวิศวกรรมศาสตร์ในประเทศสหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีอิทธิพลทางตรงต่อความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญ โดยนักเรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์จะมีความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์น้อย

จากแนวคิดของจอห์นสัน และริสซิง (Johnson & Rising, 1967, pp. 107-110) สปีลเบอร์เกอร์ และแวกก์ (Spielberger & Vagg, 1995, pp. 3-14) และการศึกษาของเพ็ญ จรูญธรรมพินิจ (2530, หน้า 120-127) ประสงค์ ต่อโชติ (2534, หน้า 95-101) ชัยยุทธ์ ทองทิพย์ (2537, บทคัดย่อ) ทรายทอง พวกสันเทียะ (2542, หน้า 129-131) นริศา อุปกูล (2539, หน้า 98-107) โทมัส (Thomas, 1999) แสดงว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และมีอิทธิพลทางอ้อมผ่านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ และแบบการคิด

ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ (Prior Knowledge in Mathematics)

ดีวาย (Devine, 1986, p. 25) ได้ให้ความหมายของความรู้พื้นฐานเดิมไว้ว่าหมายถึง ความรู้ทั่ว ๆ ไปที่บุคคลสะสมไว้ในหน่วยความจำ เป็นข้อมูล ความคิด การรับรู้ มโนทัศน์ การแก้ปัญหา และอารมณ์ ซึ่งความรู้พื้นฐานเดิมนี้จะแตกต่างกันไปในแต่ละบุคคล นักเรียนมักจะมีความรู้พื้นฐานเดิมน้อยกว่าผู้ใหญ่ และบุคคลในวัยเดียวกันอาจมีความรู้พื้นฐานเดิมเรื่องต่าง ๆ แตกต่างกันขึ้นอยู่กับประสบการณ์และการเรียนรู้ในชีวิตของแต่ละบุคคล

แอนเดอร์สันและลินช์ (Anderson & Lynch, 1988, p. 14) กล่าวว่า ความรู้พื้นฐานเดิมเป็นโครงสร้างทางด้านความคิด ประกอบด้วย ความรู้ ความทรงจำ และประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ทำให้บุคคลสามารถรวมโครงสร้างทางความคิดดังกล่าวที่สะสมไว้กับข้อมูลใหม่ที่กำลังเรียนรู้จึงทำให้เกิดความเข้าใจในข้อมูลใหม่ที่กำลังเรียนรู้

ลอง (Long, 1989, p. 34) ได้ให้ความเห็นว่า ความรู้พื้นฐานเดิม หมายถึง ความรู้ที่สะสมจากประสบการณ์และสามารถทำให้แต่ละบุคคลมีความคิดในการอ้างอิง และคิดข้อมูลที่คาดคะเนไว้ล่วงหน้าได้

องค์ประกอบด้านความรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ 5 สาระ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 27) ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ
2. การวัด
3. เรขาคณิต
4. พีชคณิต
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

วิลสัน (Wilson, 1971 , pp. 645-696) ได้จำแนกพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมา

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เป็นความสามารถในการจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอน

2. ความเข้าใจ เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ด้าน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำเอาคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิตมาใช้

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา เป็นต้น

2.5 ความสามารถในการใช้หลักของเหตุและผล เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกมาพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการระลึกได้ซึ่งรูปแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและความสมมาตร เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์

4. การวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมา รวมทั้งความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ขั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน ต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจมโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมา

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว

4.3 ความสามารถในการแสดงข้อพิสูจน์ เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยามสัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมา แล้วมาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์ข้อพิสูจน์ เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการแสดงข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการแสดงข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้สามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้ในกรณีทั่วไป เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้ในกรณีทั่วไปได้

คลอสไมเออร์ (Klausmier, 1985, pp. 179-196) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

1. คุณลักษณะของนักเรียน ได้แก่ ความพร้อมทางสมอง ความพร้อมทางสติปัญญา ความพร้อมทางด้านร่างกายและความสามารถทางด้านทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ ซึ่งได้แก่ ความสนใจ แรงจูงใจ เจตคติและค่านิยม สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ

2. คุณลักษณะของผู้สอน ได้แก่ สติปัญญา ความรู้ในวิชาที่สอน การพัฒนาความรู้ทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ

3. พฤติกรรมระหว่างผู้สอนกับนักเรียน ได้แก่ ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับผู้สอนจะต้องมีพฤติกรรมที่มีความเป็นมิตรต่อกัน เข้าอกเข้าใจกัน มีความสัมพันธ์กันดี มีความรู้สึกที่ดีต่อกัน

4. คุณลักษณะของกลุ่มนักเรียน ได้แก่ โครงสร้างของกลุ่มตลอดจนความสัมพันธ์ของกลุ่ม เจตคติ ความสามัคคี และภาวะผู้นำและผู้ตามที่ดีของกลุ่ม

5. คุณลักษณะของพฤติกรรมเฉพาะตัว ได้แก่ การตอบสนองต่อการเรียน การมีเครื่องมือและอุปกรณ์พร้อมในการเรียน ความสนใจต่อบทเรียน

6. แรงผลักดันภายนอก ได้แก่ บ้าน มีความสัมพันธ์ระหว่างคนในบ้านดี สิ่งแวดล้อมดี มีวัฒนธรรมและคุณธรรมพื้นฐานดี เช่น ขยันหมั่นเพียร ความประพฤติดี เป็นต้น

จากความหมายของความรู้พื้นฐานเดิม แนวคิด และทฤษฎีของความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ หมายถึง พฤติกรรมการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้สะสมมาจากประสบการณ์ และกระบวนการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

วิมลรัตน์ คล้ายเนียม (2533, บทคัดย่อ) ได้ศึกษารูปแบบของผลการเรียนโปรแกรมวิชาบริหารธุรกิจในวิทยาลัยครูนครสวรรค์ โดยใช้ผลสัมฤทธิ์ในวิชาบริหารธุรกิจเป็นเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับอนุปริญญาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2532 ที่เรียนโปรแกรมวิชาบริหารธุรกิจ จำนวน 81 คน ตัวแปรสาเหตุที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วย ความถนัดด้านภาษา ความถนัดด้าน

คณิตศาสตร์ อัตมโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความตั้งใจเรียน คุณภาพการสอน และความรู้พื้นฐานเดิม ผลการวิจัยพบว่า ความรู้พื้นฐานเดิมมีอิทธิพลทางตรงต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

ประสงค์ ต่อโชติ (2534, หน้า 95-101) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างองค์ประกอบด้านคุณลักษณะของนักเรียนและครู สภาพแวดล้อมทางบ้าน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาฟิสิกส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เขตการศึกษา 11 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2533 ที่เรียนสายวิทยาศาสตร์ จำนวน 432 คน จากโรงเรียน 13 โรงเรียนในจังหวัดนครราชสีมา ชัยภูมิ บุรีรัมย์ สุรินทร์ และศรีสะเกษ ตัวแปรสาเหตุที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ ความสามารถในการตีความหมายจากข้อมูลหรือกราฟ ความสามารถในการคำนวณ ทักษะการเรียน ความรู้พื้นฐานเดิมวิชาฟิสิกส์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติเชิงวิทยาศาสตร์ของนักเรียน คุณภาพการสอน เจตคติเชิงวิทยาศาสตร์ของครู ประสบการณ์การสอนของครู เจตคติต่อการสอนวิทยาศาสตร์ ความสัมพันธ์ภายในครอบครัว สถานะทางเศรษฐกิจ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เส้นทาง โดยทดสอบความสอดคล้องของรูปแบบความสัมพันธ์กับข้อมูลเชิงประจักษ์ด้วยวิธีการของสเปค (Specht) ผลการวิจัยพบว่า ความรู้พื้นฐานเดิมวิชาฟิสิกส์มีอิทธิพลทางตรงต่อเจตคติเชิงวิทยาศาสตร์ของนักเรียน

ทรายทอง พวกสันเทียะ (2542, หน้า 129-131) ได้ศึกษารูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส1 ของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2541 โดยแยกทำการศึกษารูปแบบความสัมพันธ์เชิงสาเหตุในกลุ่มนักศึกษาชายและกลุ่มนักศึกษาหญิง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2541 ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จำนวน 314 คน เป็นนักศึกษาชาย จำนวน 205 คน และนักศึกษาหญิง จำนวน 109 คน ตัวแปรสาเหตุที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วย ความรู้เดิม ความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติต่อการเรียนวิชาแคลคูลัส 1 เวลาที่ใช้ในการศึกษาเพิ่ม เวลาที่ใช้ทำกิจกรรมในมหาวิทยาลัย นิสัยในการเรียน และการปรับตัวของนักศึกษา วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติวิเคราะห์เส้นทาง ด้วยการวิเคราะห์ถดถอยพหุคูณ ผลการวิจัยพบว่า ความรู้เดิมมีอิทธิพลทางตรงต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ทั้งในกลุ่มนักศึกษาชายและกลุ่มนักศึกษาหญิง และมีอิทธิพลทางตรงต่อเจตคติต่อการเรียนวิชาแคลคูลัส 1 ในกลุ่มนักเรียนชาย

อาเบท (Abate, 1991) ได้ศึกษาการแสดงออกของความรู้เดิมแบบเป็นระบบและการแก้ปัญหาทางสังคมศาสตร์ โดยแยกวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ชุด การวิเคราะห์ข้อมูลชุดแรกเป็นการตรวจสอบอิทธิพลของความรู้เดิม ความเข้าใจในการอ่าน การนำเสนอข้อมูล และการคัดเลือกข้อมูลที่มีต่อการระลึกข้อมูลที่จะนำเสนอระหว่างการแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความรู้เดิม และความสามารถในการอ่านเป็นตัวแปรทำนายที่ดีของการระลึกได้ซึ่งความรู้ที่สำคัญ

ประเภทของการนำเสนอเป็นตัวทำนายของการระลึกได้ซึ่งความรู้ที่ไม่มีนัยสำคัญ การวิเคราะห์ข้อมูลชุดที่สอง เป็นการตรวจสอบอิทธิพลของความรู้เดิม ความเข้าใจในการอ่าน การนำเสนอข้อมูล และการคัดเลือกข้อมูลที่มีต่อการแก้ปัญหาทางสังคมศาสตร์ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า มีเพียงตัวแปรความรู้เดิมเท่านั้นที่เป็นตัวทำนายความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญ

ปาจาเรสและมิลเลอร์ (Pajares & Miller, 1994, pp. 193-202) ได้ศึกษาอิทธิพลของความเชื่อในประสิทธิภาพแห่งตนและอัตมโนทัศน์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการวิเคราะห์เส้นทาง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนระดับปริญญาตรีของมหาวิทยาลัยทางตอนใต้ของประเทศสหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์มีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เซราฟิโน (Serafino, 1998) ได้ศึกษาอิทธิพลของความรู้เดิมและโมเดลการสอนที่มีต่อความสำเร็จของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 50 คน ในโรงเรียนประถมศึกษาเขตชานเมือง ในการทดลองแบ่งนักเรียนอย่างสุ่มออกเป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติและกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา และแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มที่มีความรู้เดิมสูงและกลุ่มที่มีความรู้เดิมต่ำโดยใช้แบบทดสอบทักษะพื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่มีระดับความรู้เดิมสูงและกลุ่มที่มีระดับความรู้เดิมต่ำมีความสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ โดยนักเรียนที่มีความรู้เดิมสูงมีความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีความรู้เดิมต่ำ

จากแนวคิดของออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 551) จอห์นสัน และริสซิง (Johnson & Rising, 1972, p. 239) และการศึกษาของ วิมลรัตน์ คล้ายเนียม (2533, บทคัดย่อ) ประสงค์ ต่อโชติ (2534, หน้า 95-101) ทรายทอง พวกสันเทียะ (2542, หน้า 129-131) ปาจาเรสและมิลเลอร์(Pajares & Miller, 1994, pp. 193-202) เซราฟิโน (Serafino, 1998) แสดงว่า ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์มีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และมีอิทธิพลทางอ้อมผ่านแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

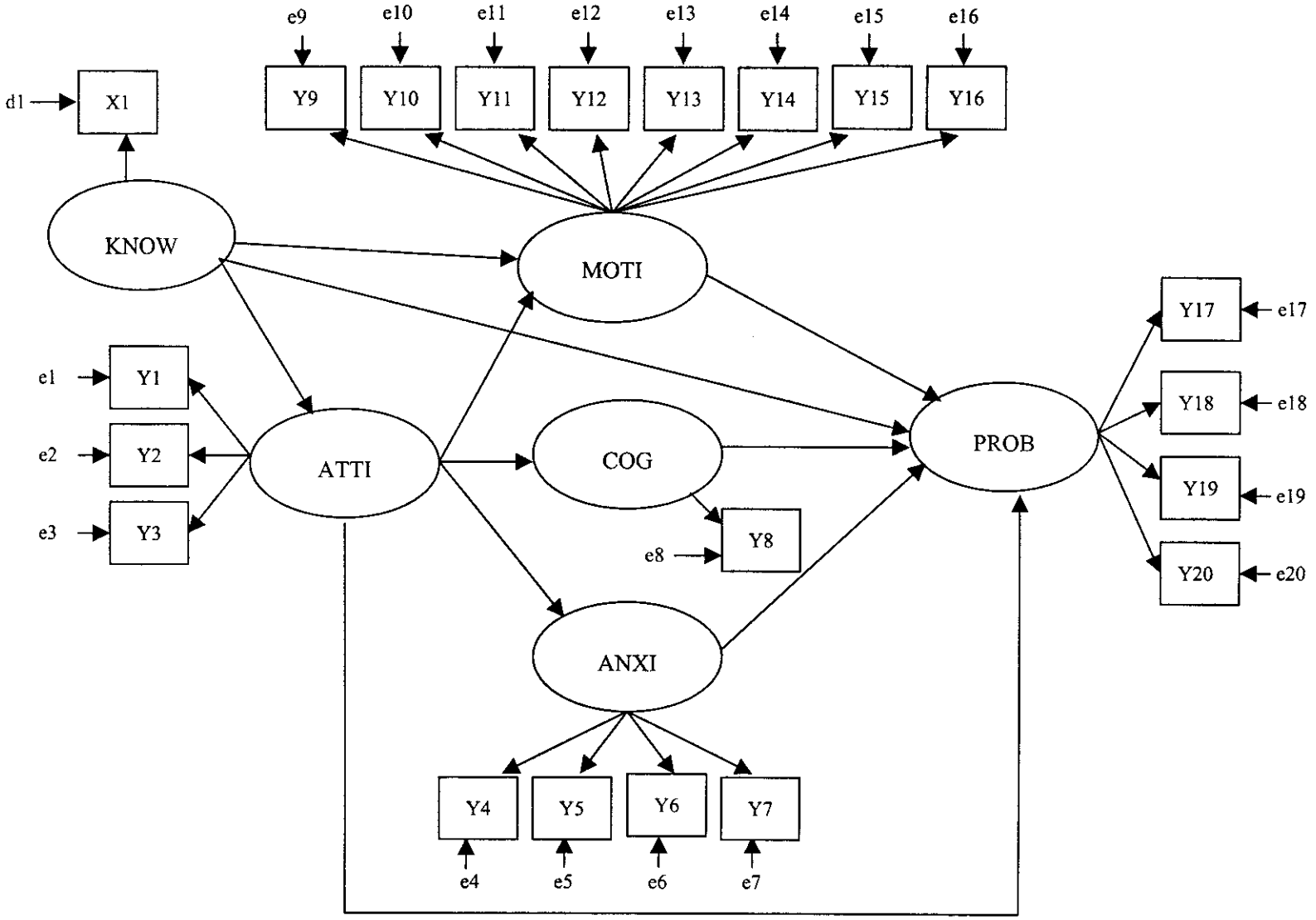
บทสรุป

จากแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวแปรที่ส่งผลต่อความความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาทั้งหมดนี้ สรุปว่า แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ แบบการคิด เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์เชิงสาเหตุกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถแสดงให้เห็นถึงภาพรวมของแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวแปรที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ดังตารางที่ 1

และจากแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวแปรที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น สามารถแสดงให้เห็นภาพรวมของความสัมพันธ์เชิงสาเหตุความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในรูปโมเดลสมมติฐาน ได้ดังภาพที่ 2

ตารางที่ 1 แนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวแปรที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตัวแปร	แนวคิด	งานวิจัย
1. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์		
แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Johnson & Rising (1967,1972)	Frank (1985)
2. ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์		
ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	Ausubel (1968) Johnson (1986)	Sharp et al. (2000)
3. แบบการคิด		
แบบการคิดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Ausubel (1968)	จำนงค์ จันทฤกษ์ (2539)
4. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์		
4.1 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Johnson & Rising (1967)	
4.2 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์กับความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์		Thomas (1999)
4.3 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์กับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์		ทรายทอง พวกสันเทียะ (2542)
4.4 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์กับแบบการคิด		นริศา อุปกูล (2539)
5. ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์		
5.1 ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Ausubel (1968) Johnson & Rising (1972)	Pajares & Miller (1994)
5.2 ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์กับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์		ทรายทอง พวกสันเทียะ (2542)
5.3 ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์กับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์		ทรายทอง พวกสันเทียะ (2542)



ภาพที่ 2 โมเดลความสัมพันธ์เชิงสาเหตุความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หมายเหตุ

ตัวแปรแฝง

KNOW = ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์

ATTI = เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ANXI = ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์

COG = แบบการคิด

MOTI = แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

PROB = ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตัวแปรสังเกตได้

X1 = เกรดเฉลี่ยสะสมในวิชาคณิตศาสตร์

Y1 = เจตคติที่แสดงออกทางด้านความคิด

Y2 = เจตคติที่แสดงออกทางด้านความรู้สึก

Y3 = เจตคติที่แสดงออกทางด้านพฤติกรรม

Y4 = ความวิตกกังวลที่แสดงออกทางด้านสรีระ

Y5 = ความวิตกกังวลที่แสดงออกทางด้านอารมณ์

Y6 = ความวิตกกังวลที่แสดงออกทางด้านความคิด

Y7 = ความวิตกกังวลที่แสดงออกทางด้านพฤติกรรม

Y8 = แบบการคิด

Y9 = ความเป็นอิสระ

Y10 = การเลือกกิจกรรมที่แสดงความสำเร็จ

Y11 = การต้องการความสำเร็จ

Y12 = การเลือกเสี่ยงในระดับที่เหมาะสม

Y13 = การเลือกงานที่ยากและท้าทายความสามารถ

Y14 = การเลือกกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการแข่งขันและฝึกความชำนาญ

Y15 = การหวังผลระยะยาว

Y16 = ความผูกพันกับอนาคต

Y17 = ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

Y18 = ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา

Y19 = ความสามารถในการดำเนินการตามแผน

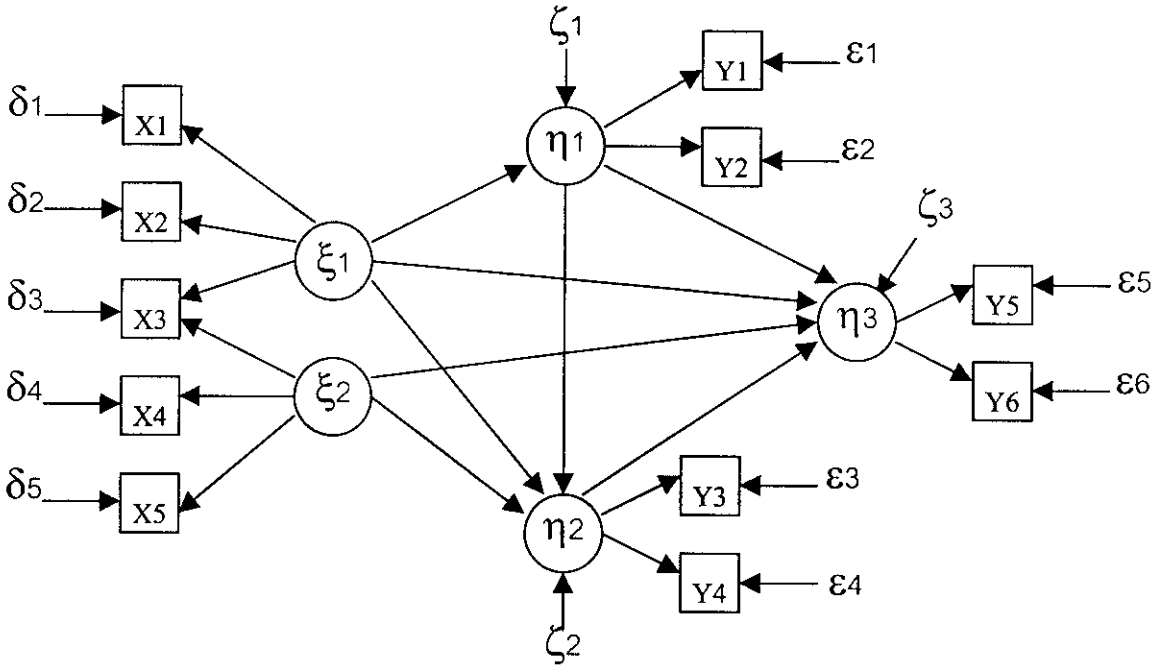
Y20 = ความสามารถในการตรวจสอบผล

ตอนที่ 4 โมเดลลิสเรล (Linear Structure Relationship Model or LISREL Model)

ลักษณะของโมเดลลิสเรล

ในการดำเนินการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์เพื่อให้บรรลุเป้าหมายสำคัญ อันได้แก่ การบรรยาย การอธิบาย และการควบคุม ปรากฏการณ์ธรรมชาตินั้น นักวิจัยให้ความสนใจศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปร ซึ่งการศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุในการวิจัยแยกออกเป็น 2 แนวทาง คือ การวิจัยเชิงทดลองและการวิจัยที่ไม่ใช่การวิจัยเชิงทดลอง การศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรในการวิจัยเชิงทดลองมีรูปแบบการวิจัย และวิธีการที่มีประสิทธิภาพอยู่ที่กระบวนการสุ่ม และการจัดกระทำตัวแปรที่เป็นสาเหตุ แต่การวิจัยเชิงทดลองบางครั้งไม่สามารถศึกษาได้ เนื่องจากตัวแปรจัดกระทำบางตัวแปรไม่อาจจัดกระทำได้ เพราะขัดกับจรรยาของนักวิจัย เช่น การทำร้ายร่างกาย หรือมีตัวแปรจัดกระทำหลายตัว รวมทั้งมีตัวแปรคั่นกลาง ตัวแปรที่เป็นตัวกดหลายตัวจนไม่อาจกำหนดแบบแผนการทดลองเพื่อตอบคำถามวิจัยได้ ทำให้นักวิจัยได้พัฒนาการศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุโดยการวิจัยที่ไม่ใช่การทดลอง โดยการรวมสารสนเทศเชิงปริมาณ (จากค่าสหสัมพันธ์ชนิดต่าง ๆ ที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ) กับสารสนเทศเชิงคุณภาพ (จากทฤษฎี ข้อตกลงเบื้องต้น สมมติฐาน การวิเคราะห์เชิงตรรก) เพื่อให้ได้สารสนเทศที่มีความสมบูรณ์พอที่จะศึกษาความสัมพันธ์เชิงสาเหตุได้ การวิจัยดังกล่าวคือ การวิจัยที่มีการกำหนดและวิเคราะห์ตรวจสอบโมเดลลิสเรล

ในโมเดลลิสเรลโมเดลเต็มรูปประกอบด้วยโมเดลที่สำคัญ 2 โมเดล คือ โมเดลการวัดและโมเดลสมการโครงสร้าง โมเดลการวัดมีสองโมเดล คือ โมเดลการวัดสำหรับตัวแปรภายนอกและโมเดลการวัดสำหรับตัวแปรภายใน โมเดลการวัดทั้งสองโมเดลเป็นโมเดลแสดงความสัมพันธ์โครงสร้างเชิงเส้นระหว่างตัวแปรแฝงและตัวแปรสังเกตได้ ส่วนโมเดลสมการโครงสร้างเป็นโมเดลแสดงความสัมพันธ์โครงสร้างเชิงเส้นระหว่างตัวแปรแฝงในโมเดลการวิจัย (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542, หน้า 25-29) ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 โมเดลเต็มรูปในโปรแกรมลิสเรล

ในที่นี้ NX = จำนวนตัวแปรภายนอกสังเกตได้

NY = จำนวนตัวแปรภายในสังเกตได้

NK = จำนวนตัวแปรภายนอกแฝง

NE = จำนวนตัวแปรภายในแฝง

เวกเตอร์ของตัวแปรในโมเดลมีสัญลักษณ์อักษรกรีก คำอ่าน และความหมายดังต่อไปนี้

X = Eks = เวกเตอร์ตัวแปรภายนอกสังเกตได้ X ขนาด (NX × 1)

Y = Wi = เวกเตอร์ตัวแปรภายในสังเกตได้ Y ขนาด (NY × 1)

ξ = Xi = เวกเตอร์ตัวแปรภายนอกแฝง K ขนาด (NK × 1)

η = Eta = เวกเตอร์ตัวแปรภายในแฝง E ขนาด (NE × 1)

δ = Delta = เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อน d ในการวัดตัวแปร X ขนาด (NX × 1)

ε = Epsilon = เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อน e ในการวัดตัวแปร Y ขนาด (NY × 1)

ζ = Zeta = เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อน z ของตัวแปร E ขนาด (NE × 1)

เมทริกซ์พารามิเตอร์อิทธิพลเชิงสาเหตุ หรือสัมประสิทธิ์การถดถอย (Causal Effects or Regression Coefficients) รวม 4 เมทริกซ์ และเมทริกซ์พารามิเตอร์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วม (Variance-Covariance) รวม 4 เมทริกซ์มีสัญลักษณ์อักษรกรีก คำอ่าน ตัวย่อภาษาอังกฤษ และความหมาย ดังนี้

ΔX = Lambda-X = LX = เมทริกซ์สัมประสิทธิ์การถดถอยของ X บน K ขนาด (NX × NK)

ΔY = Lambda-Y = LY = เมทริกซ์สัมประสิทธิ์การถดถอยของ Y บน E ขนาด (NY × NE)

Γ = Gamma = GA = เมทริกซ์อิทธิพลเชิงสาเหตุจาก K ไป E ขนาด (NE × NK)

β = Beta = BE = เมทริกซ์อิทธิพลเชิงสาเหตุระหว่าง E ขนาด (NE × NE)

Φ = Phi = PH = เมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมระหว่างตัวแปรภายนอกแฝง K ขนาด (NK × NK)

Ψ = Psi = PS = เมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมระหว่างความคลาดเคลื่อน z ขนาด (NE × NE)

$\Theta\delta$ = Theta-delta = TD = เมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมระหว่างความคลาดเคลื่อน d ขนาด (NX × NX)

$\Theta\varepsilon$ = Theta-epsilon = TE = เมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมระหว่างความคลาดเคลื่อน e ขนาด (NY × NY)

โมเดลลิสเรลดังภาพที่ 3 แสดงในรูปสมการด้วยสัญลักษณ์กรีกได้ ดังนี้

โมเดลสมการโครงสร้าง

$$\eta = \beta\eta + \Gamma\xi + \zeta$$

$$\eta_1 = \gamma_{11}\xi_1 + \zeta_1$$

$$\eta_2 = \beta_{21}\eta_1 + \gamma_{21}\xi_1 + \gamma_{22}\xi_2 + \zeta_2$$

$$\eta_3 = \beta_{31}\eta_1 + \beta_{32}\eta_2 + \gamma_{31}\xi_1 + \gamma_{32}\xi_2 + \zeta_3$$

โมเดลการวัดสำหรับตัวแปรภายนอก

$$X = \Delta_X \xi + \delta$$

$$X_1 = \lambda_{X11}\xi_1 + \delta_1$$
$$X_2 = \lambda_{X21}\xi_1 + \delta_2$$
$$X_3 = \lambda_{X31}\xi_1 + \lambda_{X32}\xi_2 + \delta_3$$
$$X_4 = \lambda_{X42}\xi_2 + \delta_4$$
$$X_5 = \lambda_{X52}\xi_2 + \delta_5$$

โมเดลการวัดสำหรับตัวแปรภายใน

$$Y = \Delta_Y \eta + \varepsilon$$

$$Y_1 = \lambda_{Y11}\eta_1 + \varepsilon_1$$
$$Y_2 = \lambda_{Y21}\eta_1 + \varepsilon_2$$
$$Y_3 = \lambda_{Y32}\eta_2 + \varepsilon_3$$
$$Y_4 = \lambda_{Y42}\eta_2 + \varepsilon_4$$
$$Y_5 = \lambda_{Y53}\eta_3 + \varepsilon_5$$
$$Y_6 = \lambda_{Y63}\eta_3 + \varepsilon_6$$

หลักการวิเคราะห์โมเดลลิสเรล คือ การตรวจสอบความกลมกลืนระหว่างโมเดลลิสเรลที่เป็นสมมติฐานการวิจัยกับข้อมูลเชิงประจักษ์ การเปรียบเทียบใช้เมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมเป็นตัวเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ โดยนำเมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่างอันเป็นข้อมูลเชิงประจักษ์ มาเทียบกับเมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมที่ถูกสร้างขึ้นจากพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าได้จากโมเดลลิสเรลที่เป็นสมมติฐานการวิจัย ถ้าเมทริกซ์ทั้งสองมีค่าใกล้เคียงกัน หมายความว่าโมเดลลิสเรลที่เป็นสมมติฐานการวิจัย มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์

เมื่อนักวิจัยมีโมเดลลิสเรลเป็นสมมติฐานการวิจัยแล้ว การดำเนินงานเพื่อวิเคราะห์โมเดลลิสเรล แบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542, หน้า 23) คือ

1. การกำหนดข้อมูลจำเพาะของโมเดล
2. การระบุความเป็นไปได้ค่าเดียวของโมเดล

3. การประมาณค่าพารามิเตอร์จากโมเดล

4. การตรวจสอบความตรงของโมเดล

5. การปรับโมเดล

6. การแปลความหมายผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การตรวจสอบความตรงของโมเดล (Validation of the Model)

ขั้นตอนที่สำคัญในการวิเคราะห์โมเดลลิสเรลขั้นตอนหนึ่ง คือ การตรวจสอบความตรงของโมเดลลิสเรลที่เป็นสมมติฐานการวิจัย หรือการประเมินผลความถูกต้องของโมเดล หรือการตรวจสอบความกลมกลืนระหว่างข้อมูลเชิงประจักษ์กับโมเดลนั้น ค่าสถิติที่ช่วยในการตรวจสอบความตรงของโมเดลมี 5 วิธี (Joreskog & Sorbom, 1989 อ้างถึงใน นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542, หน้า 52 -57) ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

1. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานและสหสัมพันธ์ของค่าประมาณพารามิเตอร์ (Standard Errors and Correlations of Estimates) ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมลิสเรลจะให้ค่าประมาณพารามิเตอร์ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ค่าสถิติที และสหสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณ ถ้าค่าประมาณที่ได้ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานมีขนาดใหญ่ และโมเดลการวิจัยอาจจะยังไม่ดีพอ ถ้าสหสัมพันธ์ระหว่างค่าประมาณมีค่าสูงมากเป็นสัญญาณแสดงว่าโมเดลการวิจัยใกล้จะไม่เป็นบวกแน่นอน (Non-positive Define) และเป็นโมเดลที่ไม่ดีพอ

2. สหสัมพันธ์พหุคูณและสัมประสิทธิ์การพยากรณ์ (Multiple Correlations and Coefficients of Determination) ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมลิสเรลจะให้ค่าสหสัมพันธ์พหุคูณและสัมประสิทธิ์การพยากรณ์สำหรับตัวแปรสังเกตได้แยกทีละตัวและรวมทุกตัว รวมทั้งสัมประสิทธิ์การพยากรณ์ของสมการโครงสร้างด้วย ค่าสถิติเหล่านี้ควรมีค่าสูงสุดไม่เกินหนึ่ง และค่าที่สูงแสดงว่า โมเดลมีความตรง

3. ค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืน (Goodness of Fit Measures) ค่าสถิติในกลุ่มนี้ใช้ตรวจสอบความตรงของโมเดลเป็นภาพรวมทั้งโมเดล มิใช่เป็นการตรวจสอบเฉพาะค่าพารามิเตอร์แต่ละตัวเหมือนค่าสถิติสองประเภทแรก ในทางปฏิบัติแล้วนักวิจัยควรใช้ค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืนตรวจสอบความตรงของโมเดลทั้งโมเดล แล้วตรวจสอบความตรงของพารามิเตอร์แต่ละตัวโดยพิจารณาค่าสถิติสองประเภทด้วย เพราะในบางกรณีถึงแม้ว่าค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืนจะแสดงว่าโมเดลกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ แต่อาจจะมีพารามิเตอร์บางค่าไม่มีนัยสำคัญก็ได้ นอกจากนี้ค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืนยังใช้ประโยชน์ในการเปรียบเทียบโมเดลที่แตกต่างกันสองโมเดลได้ด้วยว่า โมเดลใดมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์มากกว่ากัน ค่าสถิติในกลุ่มนี้มี 4 ประเภท (Joreskog & Sorbom, 1989 อ้างถึงใน นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542) ดังต่อไปนี้

3.1 ค่าสถิติไค-สแควร์ (Chi-square Statistics) ค่าสถิติไค-สแควร์เป็นค่าสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานทางสถิติว่าฟังก์ชันความกลมกลืนมีค่าเป็นศูนย์ การคำนวณค่าไค-สแควร์คำนวณจากผลคูณขององศาอิสระกับค่าฟังก์ชันความกลมกลืน ถ้าค่าสถิติไค-สแควร์มีค่าสูงมาก แสดงว่าฟังก์ชันความกลมกลืนมีค่าแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือโมเดลลิสเรลไม่มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ถ้าค่าสถิติไค-สแควร์มีค่าต่ำมาก ยิ่งมีค่าใกล้ศูนย์มากเท่าไร แสดงว่าโมเดลลิสเรลสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์

การใช้ค่าสถิติไค-สแควร์เป็นค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืนต้องใช้ด้วยความระวัง เพราะข้อตกลงเบื้องต้นของค่าสถิติไค-สแควร์มีอยู่ 4 ประการ คือ ก) ตัวแปรภายนอกสังเกตได้ต้องมีการแจกแจงปกติ ข) การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นต้องใช้เมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมในการคำนวณ ค) ขนาดของกลุ่มตัวอย่างต้องมีขนาดใหญ่ เพราะฟังก์ชันความกลมกลืนจะมีการแจกแจงแบบไค-สแควร์ต่อเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่เท่านั้น และ ง) ฟังก์ชันความกลมกลืนมีค่าเป็นศูนย์จริงตามสมมติฐานที่ใช้ทดสอบไค-สแควร์

3.2 ดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (Goodness-of-Fit Index = GFI) ดัชนี GFI เป็นดัชนีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ประโยชน์จากค่าไค-สแควร์ในการเปรียบเทียบความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ของโมเดลสองโมเดล หลักการพัฒนาดัชนี GFI คือ การนำค่าไค-สแควร์มาพิจารณา ค่าไค-สแควร์มีค่าสูงเมื่อเทียบกับองศาอิสระ นักวิจัยปรับโมเดลใหม่แล้ววิเคราะห์ข้อมูลอีกครั้งหนึ่ง ค่าไค-สแควร์ที่ได้ใหม่นี้ถ้ามีค่าลดลงมากกว่าค่าแรก แสดงว่าโมเดลใหม่มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ดีขึ้น ดัชนี GFI เป็นอัตราส่วนของผลต่างระหว่างฟังก์ชันความกลมกลืนจากโมเดลก่อนปรับและหลังปรับโมเดล กับฟังก์ชันความกลมกลืนก่อนปรับโมเดล

ดัชนี GFI จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 และเป็นค่าที่ไม่ขึ้นกับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง แต่ลักษณะการแจกแจงขึ้นอยู่กับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ดัชนี GFI ที่เข้าใกล้ 1.00 แสดงว่าโมเดลมีความกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์

3.3 ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (Adjusted Goodness-of-Fit Index = AGFI) เมื่อนำดัชนี GFI มาปรับแก้ โดยคำนึงถึงขนาดของอิสระ (df) ซึ่งรวมทั้งจำนวนตัวแปรและขนาดกลุ่มตัวอย่าง ค่าดัชนี AGFI นี้มีคุณสมบัติเช่นเดียวกับดัชนี GFI

3.4 ดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเหลือ (Root Mean Squared Residual = RMR) เป็นดัชนีที่ใช้เปรียบเทียบระดับความกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ของโมเดลสองโมเดล เฉพาะกรณีที่เป็นการเปรียบเทียบโดยใช้ข้อมูลชุดเดียวกัน ในขณะที่ดัชนี GFI และ AGFI สามารถใช้เปรียบเทียบได้ทั้งกรณีข้อมูลชุดเดียวกันและข้อมูลต่างชุดกัน ดัชนี RMR บอกขนาดของส่วนที่เหลือโดยเฉลี่ยจากการเปรียบเทียบระดับความกลมกลืนของโมเดลสองโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์

และจะใช้ได้ดีต่อเมื่อตัวแปรภายนอกและตัวแปรสังเกตได้เป็นตัวแปรมาตรฐานเพราะค่าของดัชนีแปลความหมายสัมพันธ์กับขนาดของความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมระหว่างตัวแปร ค่าของดัชนี RMR ยิ่งเข้าใกล้ศูนย์ แสดงว่า โมเดลมีความกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์

4. การวิเคราะห์เศษเหลือหรือความคลาดเคลื่อน (Analysis of Residuals) ในการใช้โปรแกรมลิสเรลนักวิจัยควรวิเคราะห์เศษเหลือควบคู่กันไปกับดัชนีตัวอื่นๆ ที่กล่าวมาแล้ว ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมลิสเรลในส่วนที่เกี่ยวข้องกับความคลาดเคลื่อนมีหลายแบบ แต่ละแบบใช้ประโยชน์ในการตรวจสอบความกลมกลืนของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์ดังนี้

4.1 เมทริกซ์เศษเหลือหรือความคลาดเคลื่อนในการเทียบความกลมกลืน (Fitted Residuals Matrix) หมายถึง เมทริกซ์ที่เป็นผลต่างของเมทริกซ์ S และ Sigma โปรแกรมลิสเรลจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนทั้งในรูปคะแนนดิบ และคะแนนมาตรฐาน ค่าความคลาดเคลื่อนในรูปคะแนนมาตรฐาน คือ ผลหารระหว่างความคลาดเคลื่อนกับค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนนั้น ถ้าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูล ค่าความคลาดเคลื่อนในรูปคะแนนมาตรฐานไม่ควรมีค่าเกิน 2.00 ถ้ายังมีค่าเกิน 2.00 ต้องปรับโมเดล นอกจากจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนแล้วโปรแกรมลิสเรลให้แผนภาพต้น-ใบ ของความคลาดเคลื่อนด้วย

4.2 คิวพล็อต (Q-Plot) เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความคลาดเคลื่อนกับค่าควอนไทล์ปกติ (Normal Quantiles) ถ้าได้เส้นกราฟมีความชันมากกว่าเส้นทแยงมุมอันเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ แสดงว่าโมเดลมีความสอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์

5. ดัชนีดัดแปรโมเดล (Model Modification Indices) ดัชนีตัวนี้เป็นประโยชน์มากในการปรับโมเดล ดัชนีดัดแปรโมเดลเป็นค่าสถิติเฉพาะสำหรับพารามิเตอร์แต่ละตัวมีค่าเท่ากับค่าไค-สแควร์ ที่จะลดลงเมื่อกำหนดให้พารามิเตอร์ตัวนั้นเป็นพารามิเตอร์อิสระ หรือมีการผ่อนคลายข้อกำหนดเงื่อนไขบังคับของพารามิเตอร์นั้น ข้อมูลที่ได้นี้เป็นประโยชน์มากสำหรับนักวิจัยในการตัดสินใจปรับโมเดลลิสเรลให้ดีขึ้น