

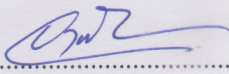
การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

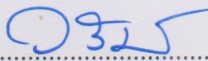
ชัชวาลย์ บัรริคาน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2559
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

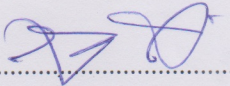
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ชัชวาลย์ บัชรินาน ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

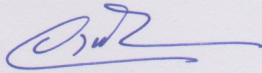
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

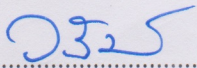

..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

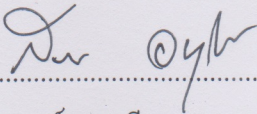

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

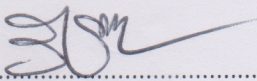

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 11 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2559

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางด้าน
วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์
และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดี เพราะผู้ทำวิจัยได้รับความช่วยเหลือและให้คำปรึกษา แนะนำความรู้อันมีค่าอย่างยิ่งจาก ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.เวชฤทธิ์ อังคะนภัทรขจร กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ รศ.ดร.ยุพร ริมชลการ รองศาสตราจารย์ประจำสาขา วิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม ผศ.ดร.วิโรจน์ ดีก๊ะ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม ดร.คงรัฐ นวลแปง อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา นายไมตรี สมบูรณ์ ตำแหน่ง ครู คศ.3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี นายจักรกฤษ เลื่อนกฐิน ตำแหน่ง ครู คศ.2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูโรงเรียนบางละมุง ที่ให้ความอนุเคราะห์ ในการตรวจสอบ แก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูและนักเรียน โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ และ เพื่องานวิจัยฉบับนี้

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่านที่ได้ช่วยเสนอแนะแก้ไข ข้อบกพร่องต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการศึกษาและการทำวิจัยในครั้งนี้

เหนือสิ่งอื่นใดที่สำคัญที่สุดขอขอบคุณค่าและประโยชน์ทั้งหมดของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดาผู้ให้กำเนิดที่ช่วยเหลือสนับสนุนกำลังกาย กำลังใจ ให้ผู้วิจัย ได้มีโอกาสศึกษาสำเร็จสมปรารถนา และขอระลึกถึงพระคุณครู – อาจารย์ ทุกท่านที่ประสิทธิ์ ประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้ด้วย

ชัชวาลย์ บวรวิคาน

56910183: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์: กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้/ รูปแบบการสอนแบบซิปปา/ การเรียงสับเปลี่ยน

ชัชวาลย์ บัวยุทธ การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (LEARNING MANAGEMENT USING CIPPA MODEL ON PERMUTATION FOR MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS)

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: อพันธ์ชนิต เจนจิต, กศ.ด., เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, กศ.ด., 226 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/6 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 8 แผน ซึ่งค่าเฉลี่ย ของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ มีค่าเท่ากับ 4.29 แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.96 และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test for one sample) ผลการวิจัยพบว่า

1. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

56910183: MAJOR : MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORD: LEARNING MANAGEMENT/ CIPPA INSTRUCTION MODEL/
PERMUTATION

CHUTCHAWARN BUARIKAN: LEARNING MANAGEMENT USING CIPPA MODEL ON PERMUTATION FOR MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT JENJIT, Ed.D., VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D., 226 P. 2015.

The objectives of this research were to compare mathematical problem solving skills and mathematical connection skills after learning with the CIPPA instruction model with the set criterion of 75%. The sample for this study consisted of 24 mathayomsuksa 5 students in the second semester of the academic year 2015 at Princess Chulabhorn's College Chonburi, Chonburi Province. The sample was randomly selected by using cluster random sampling method. The research instruments consisted of lesson plans on the topic of Permutation using CIPPA instructional model, test of mathematical problem solving skills with reliability of 0.96, and test of mathematical connection skills with reliability of 0.92. The data were analyzed using one sample t-test. The results showed that.

The research findings were that:

1. The mathematical problem solving skill after learning with the CIPPA instruction model was significantly higher than the 75 percent criterion at .05 level of significance.
2. The mathematical connection skill after learning with the CIPPA instruction model was significantly higher than the 75 percent criterion at .05 level of significance.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
สารบัญ	ฉ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญรูปภาพ	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	7
สมมติฐานของการวิจัย	7
ขอบเขตการวิจัย	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
กรอบแนวคิดการวิจัย.....	12
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	13
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	14
หลักสูตรสถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของกลุ่มโรงเรียน จุฬาราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	15
การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา.....	19
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	35
รูปแบบการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา	64
ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	66
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	72
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	78
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	78
รูปแบบการวิจัย	78
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	79

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ	79
วิธีการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	96
การวิเคราะห์ข้อมูล	97
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	97
4 ผลการวิจัย	101
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	101
การวิเคราะห์ข้อมูล	101
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	102
5 สรุปและอภิปรายผลการทดลอง	118
สรุปผลการทดลอง	118
อภิปรายผล	119
ข้อเสนอแนะ.....	123
บรรณานุกรม	125
ภาคผนวก	131
ภาคผนวก ก.....	132
ภาคผนวก ข.....	134
ภาคผนวก ค.....	142
ภาคผนวก ง	160
ภาคผนวก จ	167
ประวัติย่อของผู้วิจัย	226

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม 58
2	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม 59
3	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม 60
4	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน 60
5	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน 61
6	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน 63
7	เกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์..... 70
8	เกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์..... 71
9	เกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์..... 71
10	เกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์..... 72
11	แบบแผนการทดลองแบบ One-group posttest-only design 79
12	การวิเคราะห์ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน 80
13	การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียง สับเปลี่ยน 87
14	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 89
15	การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียง สับเปลี่ยน 92
16	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์..... 94
17	การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด การเรียนรู้แบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75..... 102
18	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 103
19	การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด การเรียนรู้แบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75..... 110
20	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ตามเกณฑ์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์..... 111

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
21 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	143
22 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	144
23 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	145
24 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	146
25 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	147
26 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	148
27 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	149
28 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	150
29 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้.....	151
30 ค่าดัชนีความสอดคล้อง <i>IOC</i> ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	151
31 ค่าความยาก (<i>p</i>) และค่าอำนาจจำแนก (<i>r</i>) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ จำนวน โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	152
32 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	153
33 ค่าดัชนีความสอดคล้อง <i>IOC</i> ของแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	156
34 ค่าความยาก (<i>p</i>) และค่าอำนาจจำแนก (<i>r</i>) ของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ จำนวน โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	156
35 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	157
36 คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ การจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	161
37 จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	163
38 คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ การจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	164
39 จำนวนนักเรียน (ร้อยละ) ตามเกณฑ์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ทางคณิตศาสตร์	166

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดของการวิจัย.....	12
2 การจัดการเรียนรู้ โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแบบชิปปา	20
3 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง CIPPA Model	26
4 กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	37
5 กระบวนการแก้ปัญหาเป็นพลวัต.....	41
6 กระบวนการแก้ปัญหา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช	42
7 การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา.....	64
8 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในชั้นทำความเข้าใจปัญหา.....	104
9 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา	104
10 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผน	105
11 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในชั้นสรุปคำตอบ	105
12 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 2 คะแนน ในชั้นทำความเข้าใจ	106
13 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 2 คะแนน ในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา.....	107
14 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 1 คะแนน ในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา.....	107
15 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 4 คะแนน ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน	108
16 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 2 คะแนน ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน	108
17 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 1 คะแนน ในชั้นสรุปคำตอบ	109
18 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 0 คะแนน ในชั้นสรุปคำตอบ	109
19 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในแบบวัดทักษะการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์	112
20 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการเชื่อมโยง 3 คะแนน.....	113
21 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการเชื่อมโยง 2 คะแนน.....	114
22 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการเชื่อมโยง 1 คะแนน.....	115

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้มุ่งเน้นการพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติให้มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นพระประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการประกอบอาชีพและการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 4) และพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 มาตรา 22 ได้ระบุไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถตามมาตรฐานการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยยึดหลักว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด เชื่อว่าทุกคนมีความสามารถเรียนรู้ และพัฒนาตนเองได้ ยึดประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียน กระบวนการจัดการเรียนรู้ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียน สามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล และพัฒนาทางสมองเน้นให้ความสำคัญทั้งความรู้ และคุณธรรม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 25) ซึ่งในยุคกระแสโลกาภิวัตน์สภาพสังคมมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว สิ่งแวดล้อมมีอิทธิพลต่อการศึกษาเป็นอย่างมาก ทำให้การศึกษาในปัจจุบันต้องมีการปฏิรูปเพื่อให้ทันเหตุการณ์ และสภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไปด้วย จากเดิมที่นักเรียนเป็นผู้รับความรู้จากครูด้วยการฟังและครูก็มักใช้วิธีการสอนแบบบรรยายไม่ค่อยให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริงมากนัก จนกระทั่งปัจจุบันได้มีแนวคิดการศึกษายุคใหม่ที่มีมองเห็นความสำคัญของ “ตัวผู้เรียน” มากขึ้น โดยเล็งเห็นว่า การเรียนรู้ที่ควรให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและโอกาสออกแบบประยุกต์และนำความรู้ที่ไปทดลองปฏิบัติจริงก่อนที่จะยอมรับ และเชื่อในกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ที่เรียนรู้ในห้องเรียนวิธีนี้จะเอื้อให้ผู้เรียนเป็นสำคัญ (คณาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายประถม, 2552, หน้า 2) ดังนั้นการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนในปัจจุบันของแต่ละวิชา จึงมีความหลากหลายอย่างเช่น

ในการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูอาจจัดกิจกรรมที่หลากหลายให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามสภาพจริง และมีลักษณะการเรียนการสอนแบบเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญได้ โดยการจัดกระบวนการเรียนรู้ จากสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวันของผู้เรียน เป็นประสบการณ์ตรงที่ผู้เรียนได้พบเห็น ในชีวิตประจำวันในสภาพที่เป็นจริง หรือเรียนรู้จากการจัดสภาพแวดล้อมการเรียนการสอน เพื่อกระตุ้นให้เกิดกระบวนการคิด (Thinking processes) และพฤติกรรมในตัวผู้เรียนได้ (คณาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายประถม, 2552, หน้า 3)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิด สร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิต ให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56) การปรับตัวเข้าสู่สังคมแห่งการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างยั่งยืน ได้นั้น คนไทยควรได้รับการศึกษา อย่างมีคุณภาพ และต้องคำนึงถึงหลักพัฒนาการทางสมอง และพหุปัญญา โดยสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ถือเป็นหนึ่งในแปดของกลุ่มสาระการเรียนรู้ทั้งหมด (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 5) แสดงให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ และการดำรงชีวิต เพราะการพัฒนาและการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ทั้งในอดีต ปัจจุบันและอนาคต ต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และในชีวิตประจำวันคนเราก็ได้ใช้วิชาคณิตศาสตร์อย่างไม่รู้ตัว (สิริพร ทิพย์คง, 2533, หน้า 1) ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบ และความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุป และการนำไปใช้ประโยชน์ เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มี ลักษณะเป็นภาษาสากลที่สามารถใช้เพื่อการสื่อสาร การสื่อความ และถ่ายทอดความรู้ระหว่าง ศาสตร์ต่างๆ ได้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีการกำหนดกรอบ สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดตามชั้นปี เพื่อเป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียน เมื่อจบการศึกษา ซึ่งประกอบด้วย 6 สาระ คือ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น และ สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมุ่งให้ ได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหา และการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ผู้สอน ยกตัวอย่างหรือทำให้ดู การสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ใกล้ตัว เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของ

วิชาคณิตศาสตร์ยังมีไม่มากเท่าที่ควรทั้งที่ประเด็นดังกล่าว ได้รับการยอมรับว่ามีความสำคัญ และควรพัฒนาให้กับผู้เรียนทุกคนอย่างไรก็ตามการพัฒนาการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้เปลี่ยนแปลงไปในทิศทางดังกล่าวมากขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 13)

จากที่ผู้วิจัยได้มีประสบการณ์สอนรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี ปีการศึกษา 2557 และจากการสัมภาษณ์ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (สัมภาษณ์, 8 พฤศจิกายน 2557) ผู้สอนรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี ผลจากการสัมภาษณ์พบว่า คะแนนสอบเก็บคะแนนของหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนและการการจัดหมู่ และคะแนนสอบกลางภาคของรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนสอบต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียน คือร้อยละ 60 ซึ่งคะแนนสอบกลางภาคของรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น พบว่านักเรียนมีคะแนนต่ำสุด คือ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน ซึ่งเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน เป็นเนื้อหาที่สำคัญต่อการนำความรู้ไปใช้ในการเรียนในเรื่องการจัดหมู่ และเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้น เนื้อหาเรื่องการเรียงสับเปลี่ยน จึงจำเป็นต่อการเรียนใน รายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น ผู้วิจัยจึงเลือกเนื้อหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มาใช้ในการทบทวน โดยเนื้อหาเรื่องการเรียงสับเปลี่ยน ประกอบด้วยเนื้อหาเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันแนวเส้นตรง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันแนววงกลม การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่ซ้ำกันแนวเส้นตรง และการเรียงสับเปลี่ยนของที่ซ้ำกันแนววงกลม ซึ่งข้อสอบเก็บคะแนนของหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนและการการจัดหมู่ และข้อสอบกลางภาคของกลุ่มโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย เป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ และแสดงวิธีทำ โดยมีลักษณะของข้อสอบเป็นการแก้ปัญหาของสถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งผู้เรียนต้องแสดงวิธีคิด หรือแนวคิดที่ได้มาซึ่งคำตอบ จากการตรวจข้อสอบพบว่าผู้เรียนไม่สามารถแก้ปัญหาของสถานการณ์ที่เป็นชีวิตจริงได้ถูกต้องชัดเจน เพราะผู้เรียนเน้นการใช้สูตรในการแก้ปัญหา จึงทำให้ผู้เรียนมีความสับสนในการเลือกใช้สูตรในการแก้ปัญหา และสับสนในรูปแบบการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเนื้อหาที่เรียน จึงทำให้ผู้เรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง จนทำให้ผู้เรียนแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง ซึ่งยุทธวิธีการแก้ปัญหาเป็นปัจจัยหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะยุทธวิธีการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่สำคัญ และสามารถช่วยให้ผู้เรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้สำเร็จ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550, หน้า 11) ซึ่งยุทธวิธีการ

แก้ปัญหาที่มีอยู่หลากหลายวิธี เช่น การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจกกรณีที่เป็นไปได้ การคิดแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้ถึงปัญหาที่คล้ายกัน และการแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นต้น จากปัญหาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนขาดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่เป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง และสุวรร กาญจนมยุร (2545, หน้า 50-52) ได้กล่าวถึงปัญหาของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ปัญหาสำคัญที่ครูกำลังเผชิญอยู่ คือ ผู้เรียนไม่สามารถทำความเข้าใจ และแก้โจทย์ปัญหาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ผู้เรียนอ่าน โจทย์ปัญหาแล้วไม่ทราบว่าจะหาคำตอบของปัญหานั้นอย่างไร สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า การแก้โจทย์ปัญหานั้นเป็นการนำความรู้ และประสบการณ์ที่ผู้เรียนแต่ละคน ได้เรียนมาไปใช้วิเคราะห์หาคำตอบของ โจทย์ปัญหา องค์ประกอบเกี่ยวกับการฝึกการแก้ โจทย์ปัญหา การเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมองของบุคคล ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนมีกระบวนการเรียนรู้และสร้างความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการ ได้แตกต่างกัน บางคนเรียนรู้ได้ดี ถ้าเรียนรู้จากสื่อที่เป็นรูปธรรมบางคนเรียนรู้ได้ในลักษณะนามธรรม บางคนเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เพราะว่าวิธีการเรียนรู้ของแต่ละคนมีกระบวนการ และพลังความสามารถของสมองมีประสิทธิภาพที่แตกต่างกัน การฝึกการแก้โจทย์ ปัญหาจึงนับได้ว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอน

นอกจากนี้ความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของสภาครุคณิตศาสตร์ แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (2000, อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550, หน้า 83) ได้ระบุว่า การเชื่อมโยงต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเชื่อว่าการเรียนการสอน โดยมีการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ระดับ โรงเรียน จะทำให้การเรียน การสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับปรัชญา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 56) กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็นหรือมีอยู่ในชีวิตประจำวัน เป็นการเรียนรู้อย่างมีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้อย่างเข้าใจองแท้ จากตัวอย่างที่สามารถ สัมผัสได้ ทำให้รู้สึกว่าการเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริงและ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 83) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ว่า เป็นทักษะ/ กระบวนการที่ผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้ฝึกฝนทักษะและพัฒนาให้เกิดขึ้นใน ตัวผู้เรียน เพราะการที่ผู้เรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้เห็น ความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ได้ลึกซึ้ง และยาวนานขึ้น ตลอดจน ช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจและสามารถนำไปใช้ประโยชน์ ในชีวิตจริงได้ จากปัญหาและความสำคัญของทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และทักษะ

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้างต้น การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรได้รับการพัฒนา รูปแบบการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และการพัฒนาทักษะ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะทักษะทั้งสองสำคัญอย่างมากสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับคณาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายประถม (2552, หน้า 80) ได้ระบุว่า การสอนให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิด รวบรวม และทักษะเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญ โดยเฉพาะการสอนให้ผู้เรียน เกิดความคิดรวบรวม และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และจากการสัมภาษณ์ กลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ชลบุรี (สัมภาษณ์, 8 พฤศจิกายน 2557) ที่เคยเรียนในรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน เกี่ยวกับรูปแบบการสอนของครูผู้สอน พบว่า ครูผู้สอนใช้วิธีการสอนแบบ บรรยายเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งสอดคล้องกับแผนการจัดการเรียนรู้ และแผนการประเมินผลการเรียนรู้ ฉบับย่อของครูผู้สอน โดยครูผู้สอนเลือกใช้การสอนแบบบรรยายเป็นส่วนใหญ่ จึงทำให้นักเรียน ไม่มีการแลกเปลี่ยนความรู้หรือแนวคิดในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจทำให้นักเรียนบางส่วนไม่เข้าใจ เนื้อหาที่เรียนและแนวคิดการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง จึงส่งผลให้นักเรียนการแก้ปัญหาได้ผิด อีกทั้ง นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการแก้ปัญหาเองค่อนข้างน้อย และโจทย์ปัญหาที่แก้ไม่ได้ส่วนใหญ่เป็น โจทย์ปัญหาที่เป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง จึงส่งผลให้ผู้เรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องและ ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่แตกต่างจากที่ครูสอนได้

รูปแบบการเรียนการสอน เป็นลักษณะการเรียนการสอนที่ครอบคลุมองค์ประกอบ สำคัญ ซึ่งได้รับการจัดไว้อย่างเป็นระเบียบ ตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิดหรือความเชื่อ ต่างๆ โดยประกอบด้วย กระบวนการหรือขั้นตอนสำคัญในการเรียนการสอนรวมทั้งวิธีสอนและ เทคนิคการสอนต่างๆ ที่สามารถช่วยให้สภาพการเรียนการสอนนั้นเป็นไปตามทฤษฎี หลักการ หรือแนวคิดที่ยึดถือและได้รับการพิสูจน์ ทดสอบ หรือยอมรับว่ามีประสิทธิภาพ สามารถใช้เป็น แบบแผนในการเรียนการสอนให้บรรลุวัตถุประสงค์เฉพาะของรูปแบบนั้นๆ (ทิสนา เขมมณี, 2556, หน้า 4) รูปแบบการสอนแบบชิปปา เกิดขึ้นจากหลักการตามแนวคิดทางการศึกษาที่ได้ผลดี ต่อการจัดการเรียนการสอน โดยประกอบด้วย 5 หลักการ ได้แก่ 1) หลักการสร้างความรู้ (Constructivism) 2) หลักกระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Group process and cooperative learning) 3) หลักความพร้อมในการเรียนรู้ (Learning readiness) 4) หลักการเรียนรู้ กระบวนการ (Process learning) และ 5) หลักการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning) จากหลักการทั้ง 5 เป็นที่มาของแนวคิดของ “CIPPA” ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบชิปปา ยึดหลักแนวคิดที่ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้สูงสุด โดยประกอบด้วย 5 แนวคิด คือ 1) โดยการให้

ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง C (Construction of knowledge) 2) การมีปฏิสัมพันธ์ I (Interaction) การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน บุคคลอื่นและสิ่งแวดล้อมรอบตัวหลาย ๆ ด้าน 3) ทักษะกระบวนการ P (Process skills) ทักษะกระบวนการต่างๆ เป็นเครื่องมือในการสร้างความรู้ เช่น กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการปฏิบัติงานต่าง ๆ ที่เป็นขั้นตอน 4) การมีส่วนร่วมในกิจกรรม ได้กระทำ/ ปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ P (Physical participation) และ 5) การนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ A (Application) ในสถานการณ์ที่หลากหลายด้วยแนวคิดดังกล่าวไปใช้ในการจัดกิจกรรม การเรียนการสอน โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางให้มีคุณภาพ และรูปแบบนี้ยังมุ่งพัฒนาผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนอย่างแท้จริง โดยการให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยความร่วมมือจากกลุ่ม นอกจากนั้นยังช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ จำนวนมาก อาทิ เช่น กระบวนการคิด กระบวนการกลุ่ม กระบวนการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และกระบวนการแสวงหาความรู้ เป็นต้น โดยรูปแบบการเรียนการสอนแบบชิปปาประกอบด้วยขั้นการสอน 7 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นที่ 5 การสรุปจัดระเบียบความรู้ และวิเคราะห์กระบวนการเรียนรู้ ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน และขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ ซึ่งแต่ละขั้นตอนต่าง ๆ รูปแบบนี้มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนอย่างแท้จริง (ทิสนา เขมมณี, 2556, หน้า 87-89) ซึ่งสอดคล้องกับอาภรณ์ ใจเที่ยง (2550, หน้า 109) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาส ให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น โดยการใช้กระบวนการต่างๆ ที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการกลุ่ม กระบวนการแก้ปัญหา เป็นต้น จนสามารถเชื่อมโยงความรู้ ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ และสามารถศึกษาได้จากงานวิจัยของ อัสวิน พุ่มรินทร์ (2556) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลงานวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา เรื่อง ลำดับ และอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา เรื่อง ลำดับ และ อนุกรม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับงานวิจัยของ มุกดา ไสวารี (2552) ที่ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลชิปปา ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง กำหนดสมการเชิงเส้น พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 รวมทั้ง ชเรนทร์ จิตติพิทุทธางกูร

(2553) ได้ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนโคกยางวิทยา จังหวัดสุรินทร์ พบว่านักเรียนมีความสามารถในการนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่อง พีทาโกรัส ไปเชื่อมโยงกับคู่อันดับและกราฟ สมการ การวัด อัตราส่วน และจำนวนจริง เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และนักเรียนมีความสามารถในการนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่อง พีทาโกรัส กับงานที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และสอดคล้องกับงานวิจัยของ นงคราญ หลวงเขียว (2556) ได้ศึกษา การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปากับการใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังได้รับการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา ร่วมกับการใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 และมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนผู้วิจัย จึงมีความสนใจใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี ซึ่งหลักสูตรของโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี เป็นหลักสูตรของกลุ่มโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) ซึ่งในรายวิชาจึงเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยากและยังเป็นพื้นฐานของการเรียนในเนื้อหา เรื่อง การจัดหมู่ และความน่าจะเป็น

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับกับเกณฑ์ร้อยละ 75
2. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับกับเกณฑ์ร้อยละ 75

สมมติฐานของงานวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ขอบเขตการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากร

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี อำเภอบ้านบึง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำนวน 144 คน จากห้องเรียน 6 ห้อง

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี อำเภอบ้านบึง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำนวน 1 ห้องเรียน ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 24 คน นักเรียนแต่ละห้องมีการจัดแบบทดสอบความสามารถ ซึ่งได้มาด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

2. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

2.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

2.2 ตัวแปรตาม คือ

2.2.1 ทักษะการปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3. เนื้อหาที่ใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ในรายวิชา ค30204 ความเป็นเบื้องต้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ ภูมิภาค ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี พุทธศักราช 2558 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งมีเนื้อหา ดังนี้

- | | |
|---|-------------|
| 1) การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันแนวเส้นตรง | จำนวน 2 คาบ |
| 2) การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันแนววงกลม | จำนวน 4 คาบ |
| 3) การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของซ้ำแนวเส้นตรง | จำนวน 2 คาบ |
| 4) การเรียงสับเปลี่ยนของซ้ำกันแนววงกลม | จำนวน 4 คาบ |

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา จำนวน 12 คาบ คาบละ 50 นาทีและใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 14 คาบ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเอง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา หมายถึง การจัดการเรียน การสอนที่มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนอย่างแท้จริง โดยการให้ ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยอาศัยความร่วมมือจากกลุ่ม นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาทักษะ กระบวนการต่าง ๆ โดยประกอบด้วยขั้นการเรียนการสอน 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นตอนการดึงความรู้เดิมของผู้เรียน เพื่อช่วยให้ ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ด้วยวิธีถามตอบ หรือ ใช้สถานการณ์ เพื่อให้หาคำตอบของสถานการณ์

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนศึกษาข้อมูลความรู้ใหม่ จากเอกสารแนะแนวทางที่ผู้สอนได้จัดเตรียมไว้ให้

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เป็น ขั้นตอนที่ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจความรู้ใหม่ที่ได้อ่าน และใช้ความรู้เดิมมาช่วยสร้างข้อสรุป ความรู้ใหม่ที่ศึกษาด้วยตนเอง และเป็นขั้นตรวจสอบความเข้าใจในความรู้ของผู้เรียน โดยการให้ ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้มาใช้แก้ปัญหา ในสถานการณ์ปัญหาต่างๆที่ผู้สอนกำหนดให้ โดยการให้ ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน 4) ขั้นสรุปคำตอบ ในการแก้ปัญหาสถานการณ์นั้น ๆ

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็น เครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้ กว้างขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนแก่ผู้อื่น และได้รับประโยชน์ จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่น ไปพร้อม ๆ กัน โดยมีผู้สอนคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

ขั้นที่ 5 การสรุปจัดระเบียบความรู้ เป็นขั้นตอนการสรุปความรู้ทั้งหมดที่ได้รับ ของผู้เรียน และจัดสิ่งที่ได้เรียนรู้ให้เป็นระบบระเบียบ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย และในขั้นตอนนี้ผู้สอนได้ให้เป็นขั้นสรุปบทเรียน โดยผู้สอนให้ผู้เรียนเป็นผู้สรุปบทเรียนร่วม โดยมีผู้สอนเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ผู้เรียนได้ลงมือ ในการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้น คือ ประกอบด้วย 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน 4) ขั้นสรุป คำตอบ และขั้นนี้เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่น รับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำ เพิ่มเติม

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝน การนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ โดยการเลือกรูปแบบการทำกิจกรรมในการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหตามขั้นตอนการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง โดยผู้สอนจะเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาและ เป็นผู้คอยให้คำแนะนำเมื่อผู้เรียนแก้ปัญหาผิด

2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถที่แสดงวิธีการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยมีความเข้าใจในปัญหา สามารถวางแผนในแก้ปัญหาพร้อมทั้งสามารถ เลือกรูปวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ มาเป็นเครื่องมือในการหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง สอดคล้อง กับปัญหา มีการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ/ ขั้นตอน และมีการสรุปคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง สมบูรณ์ ซึ่งในขั้นตอนการแก้ปัญหประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ประกอบด้วย

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องวิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์ให้มา โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการถามหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนได้สร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ ปัญหากำหนดให้กับข้อมูลที่ต้องการหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และ เลือกรูปวิธีในการแก้ปัญหที่สามารถนำมาใช้อย่างเหมาะสมกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ กำหนดให้
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน เป็นขั้นตอนการดำเนินการตามวิธีที่ได้เลือกไว้ จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ ตามวิธีการทางคณิตศาสตร์
4. ขั้นสรุปคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นอธิบายผลการแก้ปัญหา หรือสรุปผลการแก้ปัญหา จากกระบวนการแก้ปัญหของตน

3. แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีลักษณะเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

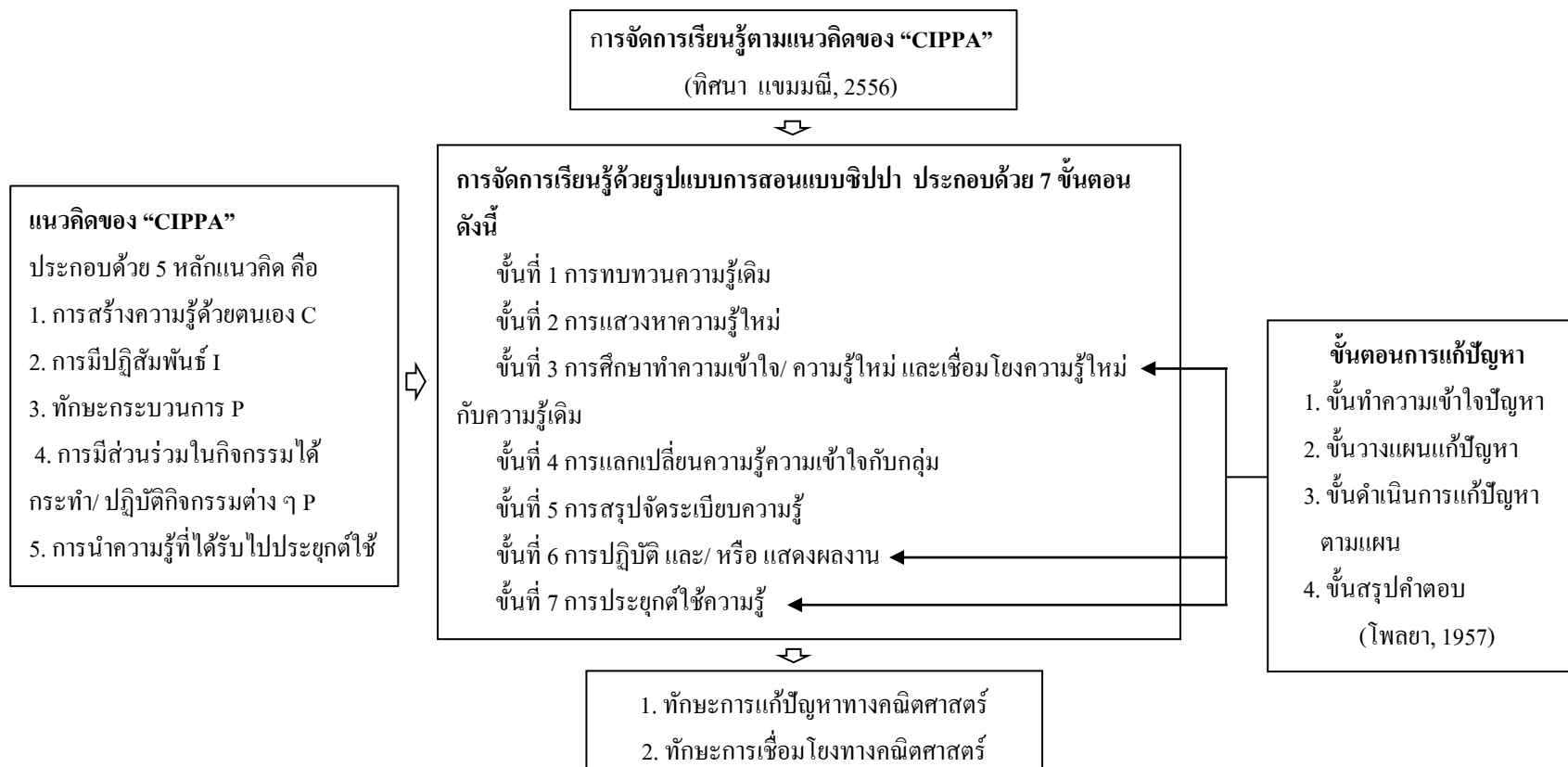
4. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ และนำไปสู่การอธิบายข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง

5. แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีลักษณะเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่า ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งได้จากการปรับปรุงเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานรับรองมาตรฐาน และประเมินคุณภาพการศึกษา, 2555, หน้า 42, 111)

กรอบแนวคิดของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้สามารถนำเสนอกรอบแนวคิดในการวิจัยดังนี้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางสำหรับครูในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนและนำการเรียนการสอนด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปาที่แทรกด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบโพลยาไปประยุกต์ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ

2. เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมในการเรียนที่สามารถส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบโพลยา และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การดำเนินการวิจัยเรื่อง การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของกลุ่มโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 มาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 คำอธิบายรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น
 - 1.3 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น
2. การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา
 - 2.1 หลักการ/แนวคิดของรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา
 - 2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา
 - 2.3 บทบาทผู้สอน และผู้เรียนของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา
3. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 กระบวนการขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 แนวทางการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา
5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายและประเภทของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 5.3 การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรสถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของกลุ่มโรงเรียน
 จุฬาราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฝ่ายจัดการศึกษาโรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ชลบุรี,
 2557, หน้า 67-69)

มาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มาตรฐานที่ 1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวน และการใช้จำนวน
 ในชีวิตจริง

ตัวชี้วัด

1. แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริง
2. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง
3. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลัง

เป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

มาตรฐานที่ 2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์
 ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

1. เข้าใจความหมาย และหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณการหารจำนวนจริง
 จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูป
 กรณฑ์

มาตรฐานที่ 3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

1. หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ใน
 รูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม

มาตรฐานที่ 4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

ตัวชี้วัด

1. เข้าใจสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกการคูณ การเท่ากัน การไม่เท่ากัน และ
 นำไปใช้ได้

มาตรฐานที่ 5 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด

มาตรฐานที่ 6 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัด

1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

มาตรฐานที่ 7 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Patterns) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัด

1. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต

2. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

3. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟและสมการ

4. เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

5. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้

มาตรฐานที่ 8 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

(Mathematical models) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

1. เขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แสดงเซตและนำไปใช้แก้ปัญหา

2. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล โดยใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

3. แก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง

4. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

5. ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา

6. เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้

มาตรฐานที่ 9 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัด

1. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย

2. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล

3. เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์

มาตรฐานที่ 10 ใช้วิธีการทางสติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด

1. นำผลที่ได้จากการสำรวจความคิดเห็นไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้
2. อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

มาตรฐานที่ 11 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

1. ใช้ข้อมูลข่าวสาร และค่าสถิติช่วยในการตัดสินใจ
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

มาตรฐานที่ 12 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ
6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาผู้วิจัย พบว่า มาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ได้แก่ มาตรฐานที่ 10 ใช้วิธีการทางสติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ตัวชี้วัด 10.1. นำผลที่ได้จากการสำรวจความคิดเห็นไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ ตัวชี้วัด 10.2. อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ และมาตรฐานที่ 12 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล

การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
 ตัวชี้วัด 12.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ตัวชี้วัด 12.2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และ
 ตัวชี้วัด 12.5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

คำอธิบายรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น

ศึกษาเกี่ยวกับกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน วิธีจัดหมู่ สัมประสิทธิ์ทวินาม ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ กฎที่สำคัญของความน่าจะเป็น ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข และความน่าจะเป็นแบบอิสระต่อกัน

เพื่อพัฒนาทักษะ/ กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอประสบการณ์ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและเชื่อมั่นในตนเอง โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ที่ใกล้ตัว ให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น

เมื่อเรียนจบรายวิชานี้ นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่
2. กระจาย และหาพจน์ทั่วไป โดยใช้ทฤษฎีบททวินามที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
3. อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
4. นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา

หลักการ/แนวคิดของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา

ทิสนา เขมมณี (2556, หน้า 87) ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอน จากแนวคิดทางการศึกษาที่พบว่าสามารถใช้ได้ผลดีในการจัดการเรียนการสอน โดยมีหลักการ 5 หลักการ ได้แก่

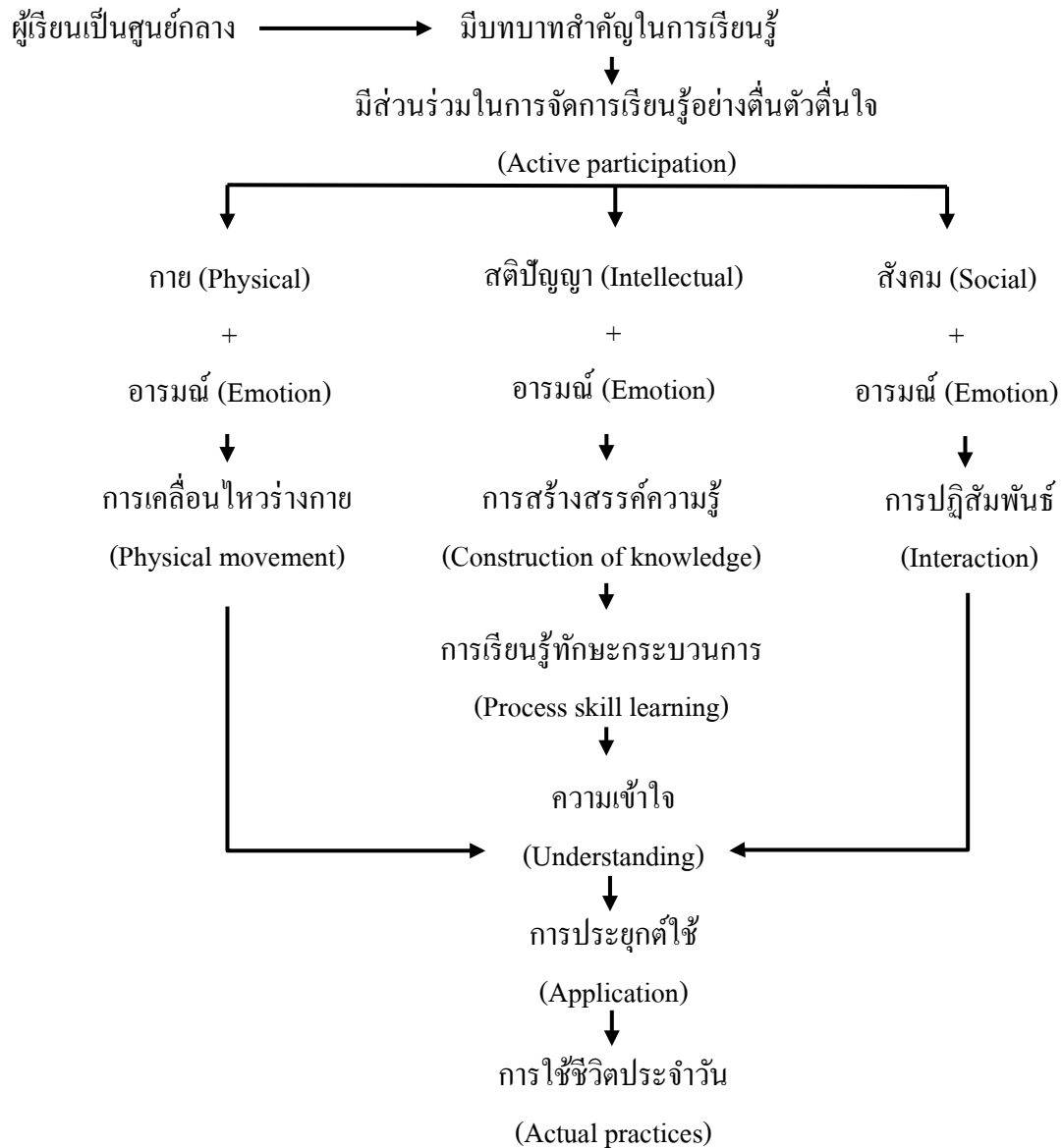
- 1) หลักการสร้างความรู้ (Constructivism)
- 2) หลักกระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Group process and cooperative learning)
- 3) หลักความพร้อมในการเรียนรู้ (Learning readiness)
- 4) หลักการเรียนรู้กระบวนการ (Process learning)
- 5) หลักการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning)

ซึ่งทั้งหลักการทั้ง 5 เป็นที่มาของแนวคิด “CIPPA” ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้สูงสุด ซึ่งประกอบด้วย 5 แนวคิด คือ

- 1) C (Construction of knowledge) การสร้างความรู้ด้วยตนเอง
- 2) I (Interaction) การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน บุคคลอื่น และสิ่งแวดล้อมรอบตัวหลาย ๆ ด้าน
- 3) P (Process skills) ทักษะกระบวนการต่าง ๆ ที่เป็นเครื่องมือในการสร้างความรู้ เช่น กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการปฏิบัติงานต่างๆ ที่เป็นขั้นตอน
- 4) P (Physical participation) การมีส่วนร่วมในกิจกรรม/ ปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ
- 5) A (Application) การนำความรู้ที่ได้รับ ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย

ด้วยแนวคิดทั้ง 5 แนวคิด สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางให้มีคุณภาพ และแนวคิดตามหลักชิปปาสามารถนำมาแสดงเป็นแผนภาพ การจัดการเรียนรู้โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแบบชิปปา ได้ดังนี้

การจัดการเรียนรู้ โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแบบชิปปา



ภาพที่ 2 การจัดการเรียนรู้โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแบบชิปปา (ทิสนา แคมมณี, 2542, หน้า 26)

ทศนา เขมมณี (2542, หน้า 2-5) ได้กล่าวถึงแนวความคิดการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา ดังนี้

1. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทั้งทางด้านร่างกาย สติปัญญา สังคม และอารมณ์ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสเข้าร่วมในการจัดการเรียนอย่างทั่วถึง และมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ การที่ผู้เรียนมีบทบาทเป็นผู้กระทำจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความพร้อม และกระตือรือร้นที่จะเรียนอย่างมีชีวิตชีวา ซึ่งการจัดการเรียนรู้ที่จัดจึงควรเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีลักษณะ ดังนี้

- 1.1 ช่วยให้ผู้เรียนได้เคลื่อนไหวในลักษณะใดลักษณะหนึ่งเป็นระยะ ๆ เหมาะสมกับวัย และความสนใจของผู้เรียน
- 1.2 มีประเด็นที่ท้าทายให้ผู้เรียนได้คิด เป็นประเด็นที่ไม่ยาก หรือง่ายเกินไปเหมาะสมกับวัยและความสามารถของผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดหรือลงมือทำเรื่องใดเรื่องหนึ่ง
- 1.3 ช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากบุคคลหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว
- 1.4 ส่งผลต่ออารมณ์ความรู้สึกของผู้เรียน เกี่ยวข้องกับชีวิตประสบการณ์ และความเป็นจริงของผู้เรียน

2. ยึดกลุ่มเป็นแหล่งความรู้ที่สำคัญ โดยให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่มได้พูดคุย ปรึกษาหารือ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ข้อมูลต่าง ๆ เหล่านี้จะช่วย ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับพฤติกรรมของตนเอง และผู้อื่น และจะปรับตัวให้สามารถอยู่ในสังคมกับผู้อื่นได้

3. ยึดการค้นพบด้วยตนเองเป็นวิธีการที่สำคัญ โดยครูผู้สอนพยายามจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง ทั้งนี้เพราะการค้นพบความจริงใด ๆ ด้วยตนเองนั้น ผู้เรียนมักจะจดจำได้ดี และมีความหมายโดยตรงต่อผู้เรียน รวมทั้งเกิดความคงทนในการเรียนรู้

4. เน้นกระบวนการควบคู่กับผลงาน โดยการส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ถึงกระบวนการต่าง ๆ ที่ทำให้เกิดผลงานมิใช่ที่จะพิจารณาถึงผลงานเพียงอย่างเดียว ทั้งนี้เพราะประสิทธิภาพของผลงานขึ้นอยู่กับประสิทธิผลของกระบวนการ

5. เน้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้หรือใช้ในชีวิตประจำวัน โดยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดหาแนวทางที่จะนำความรู้ความเข้าใจไปใช้ในชีวิตประจำวัน พยายามส่งเสริมให้เกิดการปฏิบัติจริงและพยายามติดตามผลการปฏิบัติของผู้เรียน

นวลจิตต์ เขวกิรติพงศ์ (2545, หน้า 15-18) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับ หลักการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้ที่เอื้ออำนวยให้เกิดการสร้างความรู้ เนื่องจากความคิดพื้นฐานที่เชื่อว่า ในสมองของผู้เรียนมิได้มีแต่ความว่างเปล่าแต่ทุกคนมีประสบการณ์เดิมของตนเอง

เมื่อได้รับประสบการณ์ใหม่ สมองจะพยายามปรับข้อมูลเดิมที่มีอยู่ โดยการต่อเติมเข้าไปในกรณี ที่ข้อมูลเดิมและข้อมูลใหม่ไม่มีความขัดแย้งกัน แต่ถ้าขัดแย้งกันก็จะปรับโครงสร้างของข้อมูลเดิม เพื่อให้สามารถรับข้อมูลใหม่ได้ ซึ่งอาจทำให้โครงสร้างความรู้นั้นก็สมบูรณ์ ถ้าผู้สอนสามารถ ออกแบบการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียน ได้ลงมือกระทำตามแนวความคิดนี้ผู้เรียนก็จะสามารถสร้าง ความรู้ด้วยตนเองได้

2. การจัดการเรียนรู้ที่เอื้ออำนวยให้เกิดการมีปฏิสัมพันธ์ คือ การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียน ได้กระทำการสิ่งต่าง ๆ หรือการกระทำบางสิ่งบางอย่าง ดังต่อไปนี้

2.1 ให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลต่าง ๆ ได้แก่ การพูดคุยปรึกษาหารือกับเพื่อนกับครู หรือ ผู้เกี่ยวข้องกับการทำงาน ผู้ที่สามารถให้ข้อมูลบางอย่างที่ผู้เรียนต้องการได้

2.2 ให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมทางกายภาพ เช่น กำหนดให้ผู้เรียน ดำเนินการอุปกรณ์เครื่องใช้ไฟฟ้าในบริเวณโรงเรียน

2.3 ให้นักเรียนได้มีการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมทางธรรมชาติ เช่น กำหนดให้ ผู้เรียนสังเกต การกินอาหารของสัตว์ หรือรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะของต้นไม้ชนิดต่าง ๆ

2.4 ให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมทางด้านสื่อ โสตทัศน วัสดุ และ เทคโนโลยีต่าง ๆ เช่น ให้ผู้เรียนไปหาข้อมูลจากคอมพิวเตอร์ หรือให้อ่านใบความรู้ ใบงาน หรือ ใช้เครื่องมือและอุปกรณ์ต่าง ๆ ในการเรียน

3. การจัดการเรียนรู้ที่เอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้เคลื่อนไหวร่างกาย คือ การจัดการเรียนรู้ให้ ผู้เรียนได้มีโอกาสเคลื่อนไหวอวัยวะ หรือกล้ามเนื้อต่าง ๆ เป็นระยะ ตามความเหมาะสมกับวัย วุฒิภาวะ และความสนใจของผู้เรียน โดยกล้ามเนื้อที่เคลื่อนไหวอาจเป็นส่วนต่าง ๆ ดังนี้

3.1 กล้ามเนื้อมัดย่อย เช่น การพิมพ์ดีด ร้อยมาลัย พับกระดาษ วาดรูป เขียนแบบ ปฏิบัติการใช้เครื่องมือทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

3.2 กล้ามเนื้อมัดใหญ่ เช่น กิจกรรมย้ายกลุ่ม ย้ายเก้าอี้ จัดโต๊ะ ทบโลหะ ยกของ เป็นต้น

4. การจัดการเรียนรู้ที่เอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการ คือ การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ผ่านกระบวนการต่าง ๆ เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการกลุ่ม กระบวนการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง กระบวนการจัดการ กระบวนการแก้ปัญหาและตัดสินใจ กระบวนการทำงาน กระบวนการอื่น ๆ โดยการจัดกิจกรรม สถานการณ์ หรือกำหนดให้ผู้เรียน หาข้อมูลหรือความรู้โดยใช้กระบวนการดังกล่าวเป็นเครื่องมือ

5. การจัดการเรียนรู้ที่เอื้ออำนวยให้เกิดการประยุกต์ใช้ความรู้ คือ การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียน มีโอกาสได้กระทำการสิ่งต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

5.1 ได้นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่หลากหลาย

5.2 ได้ฝึกฝนพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้จนเกิดความชำนาญ

โดยผู้สอนจัดสถานการณ์ แบบฝึกหัด หรือ โจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนได้ลงมือกระทำ เพื่อให้เกิดความมั่นใจ และความชำนาญในการที่จะนำเอาความรู้ที่นำมาใช้ในชีวิตจริง

ชนาธิป พรกุล (2545, หน้า 150) ได้กล่าวถึงหลักการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ซึ่งมีขั้นตอนที่สำคัญ 5 ประการ ได้แก่

1. การสร้างความรู้ (Constructing of knowledge) หมายถึง การสร้างความรู้ตามแนวคิดของการสร้างความรู้ (Constructivism) กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจ และเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง

2. การสร้างปฏิสัมพันธ์ (Interaction) หมายถึง การปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับบุคคลและแหล่งความรู้ที่หลากหลายซึ่งทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมทางสังคม

3. การมีส่วนร่วมทางกาย (Physical participation) หมายถึง การมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ทางกาย คือ นักเรียนมีโอกาสได้เคลื่อนไหวร่างกายโดยการทำกิจกรรมในลักษณะต่าง ๆ อย่างเหมาะสมกับวัย และความสนใจของนักเรียน

4. การเรียนรู้กระบวนการ (Process learning) หมายถึง การเรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ กิจกรรมการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการกลุ่ม กระบวนการพัฒนาตนเอง เป็นต้น การเรียนทางด้านกระบวนการช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมทางสติปัญญาอีกทางหนึ่ง

5. การนำความรู้ประยุกต์ใช้ (Application) หมายถึง การนำความรู้ไปใช้ในหลายลักษณะซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมอีกเรื่อย ๆ เป็นการเชื่อมโยงทฤษฎี กับการปฏิบัติเข้าด้วยกัน จากแนวคิดของนักวิชาการทั้งหมด พอสรุปว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ต้องมีหลักการ ดังนี้

1) การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ได้แก่ นักเรียนหาคำตอบด้วยตนเอง นักเรียนมีการซักถามและวิเคราะห์หาคำตอบร่วมกับเพื่อน

2) การมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นและสิ่งแวดล้อม ได้แก่ นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ภายในกลุ่มของตนเอง และในห้องเรียน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างมีความสุข

3) การเรียนรู้กระบวนการ ได้แก่ นักเรียนร่วมกันคิดวิเคราะห์ นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตในการบันทึกข้อมูล

4) การมีส่วนร่วมและการเคลื่อนไหวทางกาย ได้แก่ นักเรียนมีส่วนร่วม และลงมือปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น

5) การนำความรู้ไปใช้ ได้แก่ นักเรียนมีโอกาสนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่มีความคล้ายคลึงกันหรือเกี่ยวข้องกันเป็นการได้ทดสอบความรู้ นำมาซึ่งความภาคภูมิใจความพึงพอใจ เป็นแรงเสริมให้อยากเรียนรู้ต่อไปอีก

จากการศึกษาทฤษฎี หลักการ แนวคิด การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปาสรุปได้ว่า หลักการการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยยึดหลักการ 5 หลักการประกอบด้วย หลักการสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง การสร้างทักษะ และกระบวนการในการเรียนรู้ต่าง ๆ รวมทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมทางร่างกาย สติปัญญา อารมณ์และสังคม และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา

ได้มีนักศึกษานำหลักแนวคิดของ CIPPA มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ต่าง ๆ ตามแนวคิดของนักการศึกษาในแต่ละท่าน ดังต่อไปนี้

ทิสนา เขมมณี (2556, หน้า 87-89) ได้กล่าวว่า ชิปปา (CIPPA) เป็นหลักการ หรือแนวคิดที่สามารถนำไปใช้เป็นหลักในการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้แก่ผู้เรียน การจัดการกระบวนการเรียนการสอนตามหลัก “CIPPA” ซึ่งสามารถใช้วิธีการ และกระบวนการหลากหลาย ซึ่งอาจจัดเป็นแบบแผนได้หลายรูปแบบ แต่ในที่นี้ขอเสนอรูปแบบการจัดการเรียนการสอนโดยได้มีการนำไปทดลองใช้แล้วได้ผลดี ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการจัดการเรียนรู้ 7 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นตอนการดึงความรู้เดิมของผู้เรียนที่จะเรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ซึ่งครูผู้สอนอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ เป็นขั้นตอนการแสวงหาข้อมูลความรู้ใหม่ของผู้เรียนจากแหล่งข้อมูลหรือแหล่งความรู้ต่าง ๆ ซึ่งครูอาจจัดเตรียมมาให้ผู้เรียนหรือให้คำแนะนำเกี่ยวกับแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนไปแสวงหาได้

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจกับข้อมูล/ ความรู้ที่หามาได้ ผู้เรียนจะต้องสร้าง

ความหมายของข้อมูล/ ประสบการณ์ใหม่ ๆ โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ด้วยตนเอง เช่น ใช้กระบวนการคิด และกระบวนการกลุ่มในการอภิปรายและสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการเชื่อมโยงกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนแก่ผู้อื่นและได้รับประโยชน์จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่น ไปพร้อม ๆ กัน

ขั้นที่ 5 การสรุปจัดระเบียบความรู้ และวิเคราะห์กระบวนการเรียนรู้ เป็นขั้นตอนการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมด ทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งทีเรียนให้เป็นระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย รวมทั้งวิเคราะห์กระบวนการเรียนรู้ทั้งหลายที่เกิดขึ้น

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนและช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความคิดสร้างสรรค์ แต่หากต้องมีการปฏิบัติตามข้อความรู้ที่ได้ ขั้นนี้จะเป็นขั้นตอนปฏิบัติ และมีการแสดงผลงานที่ได้ปฏิบัติด้วย

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลายเพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้น ๆ

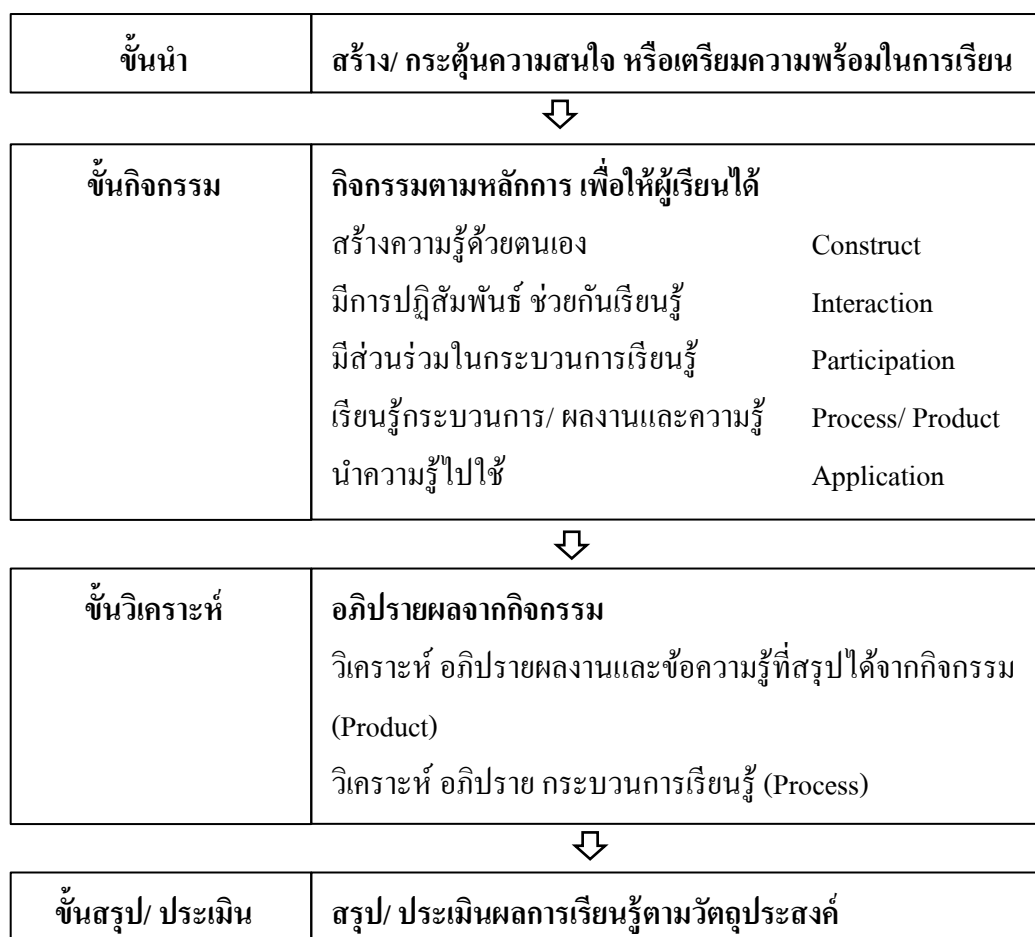
หลังจากการประยุกต์ใช้ความรู้ อาจมีการนำเสนอผลงานจากการประยุกต์อีกครั้งก็ได้ หรืออาจไม่มีการนำเสนอผลงานในขั้นที่ 6 แต่นำมารวมแสดงในตอนท้ายหลังขั้นการประยุกต์ใช้ก็ได้เช่นกัน

อรรถัย มูลคำและคณะ (2544, หน้า 22) ได้เสนอรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลางที่เรียกย่อ ๆ ว่า CIPPA Model ซึ่งมีขั้นตอนกระบวนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นการสร้าง และกระตุ้นความสนใจหรือเตรียมความพร้อมในการเรียน
2. ขั้นกิจกรรม เป็นการจัดกิจกรรมตามหลักการเพื่อให้ นักเรียน ได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Construct) มีปฏิสัมพันธ์ช่วยกันเรียนรู้ (Interaction) มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ (Participation) เรียนรู้กระบวนการ ผลงาน และความรู้ (Process/ Product) และนำความรู้ไปใช้ (Application)
3. ขั้นวิเคราะห์ เป็นการวิเคราะห์ อภิปรายชิ้นงานหรืออภิปรายผลงาน และข้อความสังเคราะห์ วิเคราะห์ หรืออภิปรายการเรียนรู้

4. ขั้นสรุปหรือประเมินผล เป็นการสรุปสาระความรู้ และประเมินผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

จากคำกล่าวของ อรรถีย์ มูลคำและคณะ สามารถแสดงแผนภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลางแบบ CIPPA Model ได้ดังนี้



ภาพที่ 3 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง CIPPA Model (อรรถีย์ มูลคำและคณะ, 2544, หน้า 22)

อัมพา บุษศิริรักษ์ (2545, หน้า 27-28) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามหลักชิปปาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำ จัดกิจกรรมที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดสนใจ และมีความพร้อมที่จะเรียนรู้
2. ขั้นจัดกิจกรรม จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีบทบาท และมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากที่สุด ในลักษณะ

- ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง
- ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กัน ช่วยกันเรียนรู้ และมีส่วนร่วมทั้งทางกาย อารมณ์ สังคม และ

สติปัญญา

- ผู้เรียนรู้กระบวนการไปพร้อม ๆ กับการสรุปข้อความรู้ และได้ผลงาน
- ผู้เรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้

3. ขั้นวิเคราะห์ ในขั้นนี้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมอภิปราย และสะท้อนความคิดถึงผลการทำกิจกรรมทั้งที่เป็นผลงาน ข้อความรู้และกระบวนการเรียนรู้ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนรู้ให้สูงขึ้น

4. ขั้นสรุปและประเมินผล เป็นการสรุปผลการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยใช้การประเมินด้วยวิธีหลากหลาย เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม ในการประเมินตนเอง และให้เพื่อนกับผู้ปกครองมีส่วนร่วมประเมินด้วย

จากการศึกษากระบวนการ การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา ผู้วิจัยเลือกขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของทิสนา แคมมณี ซึ่งมีการจัดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างชัดเจน และเหมาะแก่การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อีกทั้งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางโดยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วยขั้นตอน การดำเนินการ 7 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นตอนการดึงความรู้เดิมของผู้เรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ด้วยวิธีถามตอบ หรือใช้วิธีการยกตัวอย่าง เป็นต้น

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนศึกษาข้อมูลความรู้ใหม่จากแหล่งข้อมูลที่ผู้สอนเตรียมไว้ให้ หรือศึกษาจากแหล่งความรู้อื่น ๆ เช่น หนังสือที่น่าจะเป็นเบื้องต้น ใบความรู้ สื่ออินเทอร์เน็ต เป็นต้น

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจความรู้ใหม่ที่หามา และใช้ความรู้เดิมมาช่วยสร้างข้อสรุปความรู้ใหม่ที่ศึกษาด้วยตนเอง และเป็นขั้นตรวจสอบความเข้าใจในความรู้ของผู้เรียนโดยการให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้มาใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่ผู้สอนกำหนดให้

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนแก่ผู้อื่น และได้รับประโยชน์จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่นไปพร้อม ๆ กัน

ขั้นที่ 5 การสรุปจัดระเบียบความรู้ เป็นขั้นตอนการสรุปความรู้ทั้งหมดที่ได้รับของผู้เรียน และจัดสิ่งที่ได้เรียนรู้ให้เป็นระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง หรือเป็นการให้ผู้เรียนนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องที่ศึกษา และร่วมกันแก้ปัญหาสถานการณ์นั้น ๆ

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝน การนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลายเพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเชื่อมโยงกับชีวิตจริงและความจำในเรื่องนั้น ๆ

บทบาทผู้สอน และผู้เรียนของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปา

ทิสนา เขมมณี (2542, หน้า 5-8) ได้กล่าวถึง ลักษณะของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบชิปปาไว้ว่าจะใช้แนวคิดใด จะประสบผลสำเร็จไม่ได้หากผู้สอน และผู้เรียนไม่เปลี่ยนบทบาทของตน ซึ่งบทบาทของผู้สอนและผู้เรียนตามแนวการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา มีดังนี้

บทบาทผู้สอน

1. การเตรียมการสอน

1.1 ศึกษาและวิเคราะห์เรื่องที่จะสอนให้เข้าใจ

1.2 ศึกษาแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย

1.3 วางแผนการสอน

- กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้
- วิเคราะห์เนื้อหาและความคิดรวบยอดและกำหนดรายละเอียดให้ชัดเจน
- ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ แบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลางตามหลักชิปปา
- กำหนดวิธีการประเมินผลการเรียนรู้

1.4 จัดเตรียม

- สื่อ วัสดุ การเรียนการสอน ให้เพียงพอสำหรับผู้เรียน
- เอกสาร หนังสือ หรือข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน
- ติดต่อแหล่งความรู้ต่าง ๆ ซึ่งอาจเป็นบุคคล สถานที่ หรือ วัสดุต่าง ๆ

และศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม

- เครื่องมือการประเมินผลการเรียน
- ห้องเรียนหรือสถานที่เพื่อการจัดการเรียนการสอน

2. การสอน

2.1 สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ดี

2.2 การกระตุ้นผู้เรียนให้สนใจในการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน

2.3 จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนที่ได้กำหนดไว้ โดยอาจมีการปรับแผน

ให้เหมาะสมกับผู้เรียนและสถานการณ์จริง

- ดูแลให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ แก้ปัญหาที่อาจเกิดขึ้น

- อำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียนในการดำเนินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้

- กระตุ้นผู้เรียนให้มีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างเต็มที่

- สังเกต บันทึกพฤติกรรมกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนรวมทั้งเหตุการณ์ที่ส่งผล

ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดขึ้นขณะทำกิจกรรม

- ให้คำแนะนำและข้อมูลต่าง ๆ แก่ผู้เรียนตามความจำเป็น

- บันทึกปัญหา และข้อขัดข้องต่าง ๆ ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

3. การประเมิน

3.1 เก็บรวบรวมผลงานและประเมินผลงานของผู้เรียน

3.2 ประเมินผลงานการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในแผนการสอน

บทบาทของผู้เรียน

1. ทบทวนความรู้เดิม และมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริงความคิดเห็นหรือประสบการณ์ต่าง ๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย

2. ศึกษาหรือลงมือทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อทำความเข้าใจใช้ความคิดในการกลั่นกรอง แยกแยะ วิเคราะห์ข้อมูล และสร้างความหมายให้แก่ตนเอง

3. สรุปและจัดระบบระเบียบความรู้ที่ได้สรรค์สร้างขึ้น เพื่อช่วยให้การเรียนรู้เกิดความคงทนและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้สะดวก

4. นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อชีวิต การประยุกต์ใช้ช่วยเพิ่มความเข้าใจและสร้างความมั่นใจให้กับผู้เรียนและยังช่วยให้เกิดการเรียนรู้อื่น ๆ เพิ่มเติมอีกด้วย

ในการดำเนินการตามบทบาททั้งสี่ประการ ผู้เรียนต้องแสดงพฤติกรรมที่จำเป็นในการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น ดังต่อไปนี้

1. เข้าร่วมกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น

2. ให้ความร่วมมือและรับผิดชอบในกิจกรรมต่าง ๆ เช่น การแสวงหาข้อมูลการศึกษา ข้อมูลและการสรุปผล เป็นต้น

3. รับฟัง พิจารณาและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น

4. ใช้ความคิดอย่างเต็มที่ปฏิสัมพันธ์โต้ตอบ คัดค้าน สนับสนุน แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และความรู้สึกร่วมกันกับผู้อื่น

5. แสดงความสามารถของตนเองและยอมรับความสามารถของคนอื่น

6. ตัดสินใจและแก้ปัญหาต่าง ๆ

7. เรียนรู้จากกลุ่มและช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542, หน้า 12-14) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนและผู้เรียน ในการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ไว้ดังนี้

1.บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา สามารถสรุป บทบาทที่สำคัญ ได้ดังนี้

1.1 บทบาทด้านการเตรียมการ ประกอบด้วย

1.1.1 การเตรียมตนเอง ผู้สอนจะต้องเตรียมตนเองให้พร้อมสำหรับบทบาทของ ผู้เป็นแหล่งความรู้ (Resource person) ซึ่งจะต้องให้คำอธิบาย คำแนะนำ คำปรึกษา ให้ข้อมูลความรู้ ที่ชัดเจนแก่ผู้เรียน รวมทั้งแนะนำแหล่งความรู้ให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาข้อมูล

1.1.2 การเตรียมแหล่งข้อมูล ผู้สอนจะต้องเตรียมแหล่งข้อมูลความรู้แก่ผู้เรียน ทั้ง ในรูปแบบของสื่อการเรียน ใบความรู้ และวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่จะใช้ประกอบกิจกรรมใน ห้องเรียนหรือศูนย์การเรียนรู้ด้วยตนเองที่มีข้อมูลความรู้ที่ผู้เรียนสามารถเลือกศึกษาค้นคว้า ตามต้องการ

1.1.3 การเตรียมการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนต้องวางแผนการจัดการเรียนรู้ตาม จุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด ผู้สอนจะต้องวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้ได้สาระสำคัญ และเนื้อหาความรู้ อันจะนำไปสู่การออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยบทบาท ของผู้สอนในส่วนนี้จะทำหน้าที่คล้ายผู้จัดการ (Manager) กำหนดบทบาทการเรียนรู้ และเป็นผู้ กำหนดบทบาทให้ผู้เรียนทุกคน ได้มีส่วนร่วมเข้าร่วมทำกิจกรรมแบ่งกลุ่มหรือจับคู่

1.1.4 การเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ เมื่อออกแบบ และกำหนดการจัดการเรียนแล้ว ผู้สอนต้องพิจารณาและกำหนดว่า จะใช้สื่อใดบ้าง วัสดุอุปกรณ์อะไรบ้าง เพื่อให้การจัดการเรียนรู้ ดังกล่าวบรรลุผล

1.1.5 การเตรียมการวัด และประเมินผล บทบาทในการเตรียมการอีกประการหนึ่ง คือ การเตรียมการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น โดยการวัดให้ตรงตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ และวัดให้ครอบคลุมทั้งในส่วนของกระบวนการ (Process) และผลงาน (Product) ที่เกิดขึ้นทั้งด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) จิตพิสัย (Affective domain) และทักษะพิสัย (Psychomotor domain) โดยเตรียมวิธีการวัดและเครื่องมือวัดให้พร้อมก่อนทุกครั้ง

1.2 บทบาทด้านการดำเนินการ เป็นบทบาทของผู้สอนขณะที่ผู้เรียนกำลังดำเนินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1.2.1 การเป็นผู้ช่วยเหลือให้คำแนะนำปรึกษา (Helper and advisor) คอยให้คำตอบเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ เช่น ให้ข้อมูลหรือความรู้ในเวลาที่คุณเรียนต้องการ เพื่อให้การเรียนรู้นั้นมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.2.2 การเป็นผู้สนับสนุนและเสริมแรง (Supporter and encourage) ช่วยสนับสนุนหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจเข้าร่วมกิจกรรม

1.2.3 การเป็นผู้ร่วมกิจกรรม (Active participant) โดยเข้าร่วมกิจกรรมในกลุ่มของผู้เรียนพร้อมทั้งให้ความคิด และความเห็น หรือช่วยเชื่อมโยงประสบการณ์ส่วนตัวของผู้เรียนขณะทำกิจกรรม

1.2.4 การเป็นผู้ติดตามตรวจสอบ (Monitor) ตรวจสอบผลการทำงานตามกิจกรรมของผู้เรียน เพื่อให้ถูกต้องชัดเจน และสมบูรณ์ ก่อนให้ผู้เรียนสรุปเป็นข้อความรู้ที่ได้จากการเรียนรู้

1.2.5 การเป็นผู้สร้างเสริมบรรยากาศที่อบอุ่นเป็นมิตร โดยการสนับสนุนเสริมแรงและกระตุ้นให้ผู้เรียนเข้าร่วมทำงานกลุ่ม แสดงความคิดเห็นอย่างเปิดเผยเต็มที่ ยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อภิปรายโต้แย้งแสดงความคิดเห็นด้วยท่วงทีนุ่มนวล ให้เกียรติและเป็นมิตร โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้เป้าหมายของกลุ่มบรรลุความสำเร็จ

1.3 บทบาทด้านการประเมิน เป็นบทบาทที่ผู้สอนต้องดำเนินการ เพื่อตรวจสอบว่าสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้บรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ ทั้งนี้ผู้สอนควรเตรียมเครื่องมือและวิธีการให้พร้อมก่อนถึงขั้นการวัดและประเมินผลทุกครั้ง และการวัดควรให้ครอบคลุมทุกด้าน โดยเน้นการวัดตามสภาพจริง (Authentic measurement) จากการปฏิบัติและจากผลงาน ซึ่งในการวัดและประเมินผลนี้ นอกจากผู้สอนจะเป็นผู้วัด และประเมินผลเองแล้วผู้เรียนและสมาชิกของแต่ละกลุ่ม ควรจะมีบทบาทร่วมวัดและประเมินตนเอง และกลุ่มด้วย

2. บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา สามารถสรุปบทบาทที่สำคัญ ๆ ได้ดังนี้

2.1 บทบาทการมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริง ความคิดเห็นหรือประสบการณ์ต่าง ๆ จากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย เพื่อนำมาใช้ในการเรียนรู้

2.2 บทบาทในการศึกษาหรือลงมือกระทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อทำความเข้าใจ ใช้ความคิดในการกลั่นกรอง แยกแยะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลข้อเท็จจริง

2.3 บทบาทในการจัดระบบระเบียบความรู้ที่ได้สร้างสรรค์ขึ้น เพื่อช่วยให้ การเรียนรู้เกิดความคงทน และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้สะดวกขึ้น

2.4 บทบาทในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ เพื่อช่วยให้การเรียนรู้เกิดประโยชน์ต่อชีวิต นอกจากนั้นการประยุกต์ใช้จะช่วยต่อยอดความเข้าใจและสร้างความมั่นใจให้แก่ผู้เรียนในความรู้ที่นั้น และการนำความรู้ไปใช้ยังก่อให้เกิดการเรียนรู้อื่น ๆ เพิ่มเติมได้ด้วย

ชนาธิป พรกุล (2545, หน้า 151-153) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนและผู้เรียนไว้ดังนี้
บทบาทผู้สอน

1. เตรียมการสอน

- ศึกษาหาความรู้จากหลายแหล่ง และวิเคราะห์เรื่องที่จะสอน
- วางแผนการสอนโดยกำหนดวัตถุประสงค์ให้ชัดเจน เลือกรูปแบบกิจกรรมตามหลักชีปปา และกำหนดวิธีประเมินผลการเรียนรู้
- จัดเตรียมสื่อการจัดการเรียนรู้ เอกสาร หนังสือ หรือข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน เครื่องมือประเมินผล และจัดห้องเรียนได้เหมาะสมกับกิจกรรม

2. การสอน

- สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ดีและกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจร่วมทำกิจกรรม
- จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนที่เตรียมไว้
- ดูแลให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ แนะนำหรือแก้ปัญหาตามความจำเป็น
- สังเกตและบันทึกพฤติกรรม และกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน
- ให้ความคิดเห็น เพิ่มเติมข้อมูล และให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียน

3. การประเมินผล

- เก็บรวบรวมผลงานและประเมินผลงาน
- ประเมินผลการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในแผนการสอน

บทบาทของผู้เรียน

1. ทบทวนความรู้เดิม และมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริงความคิดเห็นหรือประสบการณ์ต่าง ๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย
2. ศึกษาหรือลงมือทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อทำความเข้าใจ ใช้ความคิดในการกลั่นกรอง แยกแยะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูล และสร้างความหมายให้แก่ตนเอง
3. สรุปและจัดระบบระเบียบความรู้ที่ได้สรรค์สร้างขึ้น เพื่อช่วยได้การเรียนรู้เกิด ความคงทน และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้สะดวก
4. นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อชีวิต การประยุกต์ใช้ช่วยต่อยอดความเข้าใจ และสร้างความมั่นใจให้กับผู้เรียน และยังช่วยก่อให้เกิดการเรียนรู้อื่น ๆ เพิ่มเติมอีกด้วย

ในการดำเนินตามบทบาททั้งสี่ ผู้เรียนต้องแสดงพฤติกรรมที่จำเป็นในการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่นดังนี้

- เข้าร่วมกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น
- ให้ความร่วมมือและรับผิดชอบในการทำกิจกรรมต่าง ๆ เช่น การแสวงหาข้อมูล

การศึกษาข้อมูล และการสรุป เป็นต้น

- รับฟัง พิจารณาและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น
- ใช้ความคิดอย่างเต็มที่ ปฏิสัมพันธ์ โต้ตอบ คัดค้าน สนับสนุน แลกเปลี่ยน

ความคิดเห็นและความรู้สึกของตนกับผู้อื่น

- แสดงความสามารถของตน และยอมรับความสามารถของคนอื่น

- ตัดสินใจ และแก้ปัญหา

- เรียนรู้จากกลุ่ม และช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้

ชนาธิป พรกุล (2555, หน้า 13) ได้กล่าวถึง บทบาทของผู้สอนและผู้เรียนไว้ ดังนี้ ผู้สอน มีหน้าที่รับผิดชอบการจัดการเรียนรู้ของผู้เรียน โดย

ก่อนสอน ทำการวางแผน เตรียมการ เลือกกิจกรรมการเรียนรู้

ขณะสอน ทำหน้าที่ผู้อำนวยความสะดวก (Facilitator) จัดการ แนะนำ สังเกต

ช่วยเหลือ เสริมแรง และให้ข้อมูลย้อนกลับ

หลังการสอน ทำหน้าที่ประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อใช้ในการวางแผนการสอนต่อไป หรือตัดสินคุณภาพของผู้เรียน

ผู้เรียน มีหน้าที่รับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง โดยเลือกสิ่งที่ต้องการเรียน วางแผนการเรียนรู้ เข้าไปมีส่วนร่วมในการเรียน ศึกษา ค้นคว้าเรียนรู้ด้วยตนเอง และประเมินผลการเรียนรู้ของตน

จากการศึกษาบทบาทของผู้สอน และผู้เรียน ผู้วิจัยสามารถสรุปบทบาทของผู้สอน และผู้เรียน ดังนี้

บทบาทผู้สอน

1. เตรียมการสอน

ผู้สอนต้องศึกษาหาความรู้จากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย และวิเคราะห์เนื้อหาเรื่องที่สอน ออกแบบการจัดการเรียนรู้ตามหลักชิปปา และผู้สอนจะต้องเตรียมแหล่งข้อมูลความรู้แก่ผู้เรียน ทั้งในรูปแบบของสื่อการเรียน ใบความรู้ และวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่จะใช้ประกอบการเรียนรู้ในห้องเรียน หรือศูนย์การเรียนรู้ด้วยตนเอง

2. ขณะการสอน

ผู้สอนต้องสร้างบรรยากาศที่ดีในการจัดการเรียนรู้ และกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจร่วมทำกิจกรรม การจัดการเรียนรู้ต้องจัดตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ หรืออาจมีการปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับผู้เรียน และสถานการณ์จริง ผู้สอนจะต้องเป็นผู้ให้คำแนะนำเป็นผู้อำนวยการ ความสะดวก เป็นผู้ให้ข้อมูลต่าง ๆ เพิ่มเติมแก่ผู้เรียนตามความจำเป็น และผู้สอนต้องคอยสังเกตพฤติกรรมและกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน พร้อมทั้งจดบันทึกปัญหา และข้อขัดข้องต่าง ๆ ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

3. หลังการสอน

ผู้สอนต้องทำหน้าที่ประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อตรวจสอบว่า การจัดการเรียนรู้บรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ ทั้งนี้ผู้สอนควรเตรียมเครื่องมือ และวิธีการให้พร้อมก่อนถึงขั้นการวัดและประเมินผลทุกครั้ง และการวัดควรให้ครอบคลุมทุกด้าน โดยเน้นการวัดตามสภาพจริง (Authentic measurement) ซึ่งการวัดอาจวัดจากการปฏิบัติและจากผลงาน ซึ่งในการวัดและประเมินผลนี้ นอกจากผู้สอนจะเป็นผู้วัดและประเมินผลเองแล้ว อาจจะให้ผู้เรียนและสมาชิกของแต่ละกลุ่มเป็นผู้ร่วมประเมิน ควรจะมีบทบาทร่วมวัดและประเมินตนเองและกลุ่ม เพื่อใช้ในการวางแผนการสอนต่อไป

บทบาทผู้เรียน

1. ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ดึงความรู้เดิมของตนเองออกมา และมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริงความคิดเห็นหรือประสบการณ์ต่าง ๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลายเพื่อนำมาใช้ในการเรียนรู้
2. ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ศึกษาหรือลงมือทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อทำความเข้าใจใช้ความคิดในการกลั่นกรองแยกแยะ วิเคราะห์ข้อมูล และสร้างความหมาย หรือสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง
3. ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้สรุปและจัดระบบระเบียบความรู้ที่ได้สรรค์สร้างขึ้น เพื่อช่วยในการเรียนรู้เกิดความคงทนและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้สะดวก
4. ผู้เรียนจะต้องสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ เพื่อช่วยในการเรียนรู้เกิดประโยชน์ต่อชีวิต นอกจากนั้นการประยุกต์ใช้จะช่วยเพิ่มความเข้าใจและสร้างความมั่นใจให้แก่ผู้เรียนในความรู้ที่ตนได้ และการนำความรู้ไปใช้ยังก่อให้เกิดการเรียนรู้อื่น ๆ เพิ่มเติมได้ด้วย

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านใช้คำว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น และได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 16) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 7) ระบุว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 109) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในโจทย์ปัญหานั้น ๆ

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2556, หน้า 9(7)) ได้ระบุถึงทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประเภทหนึ่งที่มีนักเรียนจะต้องฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้น เนื่องจากคำตอบของปัญหาที่ได้จากทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาอื่น ๆ (Perdikaris, 1993, p. 423 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2554, หน้า 15) แต่ปัจจุบันมีนักเรียนจำนวนมากไม่รู้ว่าจะต้องดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร ด้วยเหตุนี้ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนประสบผลสำเร็จ

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับกระบวนการที่ได้การยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya, 1957 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550, หน้า 8-10) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

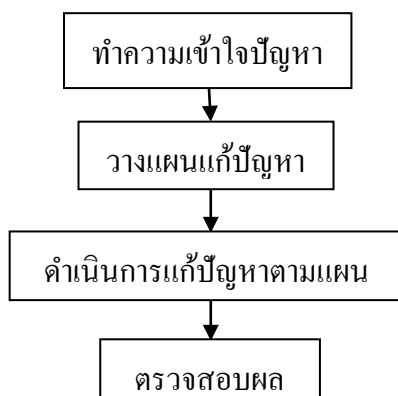
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไขในการทำ ความเข้าใจปัญหา นักเรียนอาจต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปเข้ามา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำ ความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถการแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้งการค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่ ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้แล้ว พิจารณาคำตอบหรือมียุทธวิธีแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

กระบวนการแก้ปัญหามาของ โพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนนี้ มีหลักการนำมาใช้ในการจัดการเรียน การสอนอย่างกว้างขวาง เนื่องจากเป็นกระบวนการการแก้ปัญหาที่ช่วยให้ผู้เรียนมีหลักคิด ฝึการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีการวางแผนและกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง แต่คนส่วนใหญ่ มองว่ากระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของ โพลยาจะต้องดำเนินการตามขั้นตอนเป็นแนวเส้นตรง ซึ่งไม่สามารถข้ามขั้นได้ และไม่มีการกระทำย้อนกลับ ดังภาพ



ภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญาของโพลยา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550, หน้า 10)

เฟนเดล (Fendel, 1987, p. 423-433 อ้างถึงใน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2556, หน้า 11-13) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญาทางคณิตศาสตร์โดยยึดตามแนวคิดของโพลยา ไว้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นแรก เป็นปราการด่านสำคัญของการแก้ปัญาโดยได้แบ่งขั้นทำความเข้าใจปัญาออกเป็น 2 ขั้นตอนย่อย ๆ

ขั้นตอนแรก เป็นการมองไปที่สาระของตัวปัญา โดยพยายามตอบคำถามต่อไปนี้ให้ได้

- ปัญาต้องการอะไร
- ปัญาชัดเจนหรือไม่
- มีข้อตกลงอะไรอยู่เบื้องหลังบ้าง
- มีคำศัพท์เฉพาะ บทนิยาม ความคิดรวบยอด กฎ สูตร ทฤษฎีที่ต้องการคำอธิบาย

เพิ่มเติมหรือไม่

ขั้นตอนย่อย ๆ นี้ รวมถึงการวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญา โดยพิจารณาว่า

- ปัญากำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง
- ข้อมูลที่กำหนดให้พอเพียงหรือไม่
- มีข้อมูลอะไรบ้างที่เกี่ยวข้อง
- มีข้อมูลอื่น ๆ ที่ต้องการเพิ่มเติมหรือไม่
- ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันอย่างไร

ถึงแม้ว่าไม่สามารถตอบคำถามนี้ได้ทั้งหมดในตอนแรก แต่คำถามต่าง ๆ ข้างต้นนี้

ควรอยู่ในใจผู้แก้ปัญาเมื่อเริ่มต้นแก้ปัญา มีอยู่บ่อยครั้งที่ในขั้นตอนต้องการเขียนรูป หรือเขียน

แผนภูมิ เพื่อช่วยในการแยกแยะลักษณะปัญหาให้ชัดเจน การเขียนปัญหาที่กำหนดให้ใหม่ด้วยถ้อยคำของผู้แก้ปัญหาเองเป็นวิธีหนึ่งที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจดีขึ้น

ขั้นตอนย่อยที่สอง เป็นการมองไปที่ธรรมชาติหรือประเภทของคำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด คำตอบเป็นจำนวน อยู่ในรูปกฎ สูตร หรือรูปทั่วไป หรือว่าคำตอบต้องการคำอธิบายให้เหตุผล แม้ว่าในขั้นตอนนี้เรายังไม่ได้คำตอบของปัญหา แต่ก็ควรจะมองเห็นว่ารูปแบบของปัญหาที่ต้องการนั้นเป็นอย่างไร

ในขั้นตอนนี้ตามแนวของโพลยา จะต้องสามารถระบุประเภทของปัญหาได้ว่า เป็นปัญหาให้ค้นหา หรือปัญหาให้พิสูจน์ พร้อมทั้งแยกส่วนสำคัญของปัญหาออกได้ โดยเฉพาะส่วนที่ปัญหาต้องการและส่วนที่ปัญหากำหนดให้

2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณากำหนดว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีใด จะแก้อย่างไรตามแนวคิดของโพลยาขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหาโดยการพยายามอธิบายสิ่งต่อไปนี้

1. เคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหานี้ แต่แตกต่างกันที่รูปแบบมาก่อนหรือไม่
2. รู้จักปัญหาที่สัมพันธ์กับปัญหานี้หรือไม่ รู้จักทฤษฎีซึ่งสามารถนำมาใช้ประโยชน์หรือไม่
3. พิจารณาส่งที่ไม่ทราบในปัญหา และพยายามนึกถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่ทราบเหมือนกัน หรือคล้ายคลึงกัน
4. ปัญหานี้สัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนหรือไม่ สามารถนำประสบการณ์เหล่านั้นมาใช้แก้ปัญหานี้ได้หรือไม่
5. พิจารณาปัญหานี้ใหม่อีกครั้ง พิจารณาว่ายังคงแตกต่างจากปัญหาที่เคยมีประสบการณ์มาก่อนหรือไม่
6. ถ้าไม่สามารถที่จะแก้ปัญหาคที่กำหนดให้โดยตรง ในเบื้องต้นควรพยายามแก้ปัญหาคที่สัมพันธ์กันก่อน พยายามจินตนาการเพื่อจะเข้าใจถึงปัญหาที่สัมพันธ์กันนั้น พิจารณาว่าสามารถแก้เพียงบางส่วนของปัญหาได้หรือไม่ พิจารณาเก็บบางส่วนของเงื่อนไขไว้ ตัดส่วนอื่น ๆ ทิ้งไปก่อนพยายามแก้หาสิ่งที่ไม่ทราบจากปัญหาย่อยนี้เพื่อนำไปสู่การหาสิ่งที่ไม่ทราบค่าอื่น ๆ ถัดไป
7. ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ทั้งหมดหรือไม่ ใช้เงื่อนไขทั้งหมดหรือไม่ ได้แจกแจงรายการของสิ่งที่เป็นสาระประโยชน์เพื่อพาดพิงไปยังตัวปัญหาหรือไม่

ขึ้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาคือความสัมพันธ์กับประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ กำหนดเป็นวิธีการและเทคนิคหรือที่เรียกกันทั่วไปว่า ยุทธวิธี (Strategy) ในการแก้ปัญหาคือประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหานั้นที่สั่งสมมาจะช่วยเพิ่มพูนความรู้ ความสามารถของผู้แก้ปัญหานั้น

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา หมายถึง เทคนิค วิธีการ เฉพาะอย่างที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา

ปัญหาหนึ่งอาจมียุทธวิธีในการแก้ปัญหามากมายแบบ ผู้ที่ได้รับการฝึกฝนอย่างเพียงพอจะสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่ดีที่สุด มีประสิทธิภาพที่สุดในการแก้ปัญหา บางปัญหาอาจต้องใช้การผสมผสานยุทธวิธีหลาย ๆ แบบเข้าด้วยกันจึงสามารถแก้ปัญหาได้

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา โพลยา เรียกว่า “Heuristics” เปรียบเสมือนเป็นเครื่องชี้แนะหรือเป็นเครื่องนำทางช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหานั้นสามารถนำไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับปัญหาได้

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีอยู่หลายแบบ เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง ยุทธวิธีสร้างตาราง ยุทธวิธีใช้ตัวแปร ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ รายละเอียดของยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นจะได้กล่าวถึงในตอนต่อไป

3. ขั้นตอนการตามแผน หลังจากการวางแผนในการแก้ปัญหาแล้วขั้นตอนต่อไป คือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งต้องมีการตรวจสอบเพิ่มเติมรายละเอียดของขั้นตอนต่าง ๆ จากแผนที่สมมุติชัดเจน เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือกไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ไขใหม่ ในขั้นตอนการตามแผนที่นี้ ผู้แก้ปัญหานั้นต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้าด้วยกัน โดยให้เหตุผลและข้อสรุปที่เป็นของตนเอง ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จตามแผนที่วางไว้ ต้องค้นหาสาเหตุ และใช้ประโยชน์จากผิดพลาดครั้งแรก ๆ ในการแก้ปัญหานั้นครั้งใหม่ ผู้แก้ปัญหานั้นต้องไม่กลัวการเริ่มต้นใหม่ ความผิดพลาดในครั้งแรก ๆ จะช่วยจุดประกายความคิดในการหายุทธวิธีใหม่ ซึ่งจะนำไปสู่ความสำเร็จ

ในการแก้ปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นลงมือคำนวณ ซึ่งความแม่นยำถูกต้องในการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญของการตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด หากคิดคำนวณผิดพลาดแล้ว ขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหานั้นตั้งแต่ต้นแม้ว่าจะทำได้เพียงใดก็ดูจะหมดความหมายไป สำหรับปัญหาที่เป็นการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ ต้องตรวจสอบทุกขั้นตอนว่าการให้เหตุผลนั้นเป็นแบบแผนของการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ที่ถูกต้องหรือไม่

4. ขั้นตรวจสอบ เมื่อผ่านขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหานั้นได้คำตอบของปัญหาแล้วยังไม่อาจถือว่าสิ้นสุดกระบวนการแก้ปัญหา จะต้องผ่านขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่ง คือ ขั้นตอน

ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องมองย้อนกลับไปหที่ขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และโดยเฉพาะอย่างยิ่งขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการพิจารณาว่ารายละเอียดต่าง ๆ ในแต่ละขั้นตอนนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์เพียงใด การตรวจสอบนอกจากจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจมีอยู่เพื่อการปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นแล้ว ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทั้งกระบวนการได้ดีขึ้น เกิดความคิดในการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาให้ดีขึ้นกว่าเดิมสามารถขยายวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ให้กว้างขึ้นกว่าเดิม

ในขั้นตอนนี้สามารถแบ่งขั้นตอนย่อย ๆ ที่สำคัญได้ 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนแรก เป็นการตรวจสอบความสมบูรณ์ถูกต้องของขั้นตอนต่าง ๆ เป็นการพยายามที่จะรู้แจ้งให้ลึกซึ้งเพิ่มขึ้นกว่าเดิม และหาซึ่งกับปัญหาที่ได้แก่นพบคำตอบแล้วนี้ โดยการพิจารณาว่า

1. คำตอบที่ได้สอดคล้องกับปัญหาหรือไม่
2. มีคำตอบอย่างอื่นนอกจากที่หาได้หรือไม่
3. มีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานั้นอีกหรือไม่ วิธีการใดง่ายกว่า ดีกว่า หรือเหมาะสมกว่า ความคิดไปสู่ปัญหาอื่น ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหานี้ สร้างสรรค์ปัญหาที่มีความสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ อาจกล่าวว่าเป็น “การมองไปข้างหน้า” ก็ได้

ขั้นตอนหลักของขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหตามความคิดของเฟนเดล (Fendel) ได้สรุปไว้ดังนี้

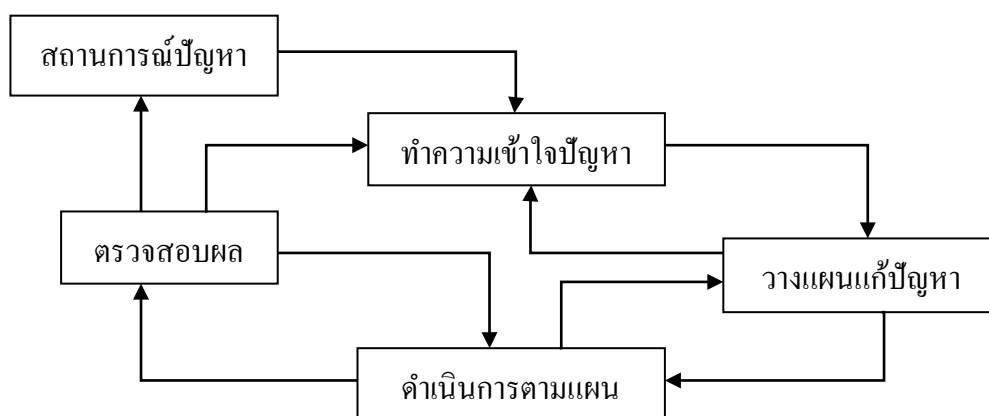
1. ค้นหาคำตอบที่ดีกว่า หรือแนวทางที่ดีกว่าที่ได้ค้นพบโดยการมองย้อนกลับ
2. ปรับคำตอบที่ได้ให้อยู่รูปแบบที่ง่าย สอดคล้องกับปัญหาที่กำหนด
3. บรรยายคำตอบที่ได้ ตำรวจความเชื่อถือได้ของรายละเอียดปลีกย่อย
4. ในกรณีที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เปรียบเทียบคำตอบที่แตกต่างกัน พยายามค้นพบว่าทำไมคำตอบจึงสมมูลกัน หรือคำตอบสมมูลกันอย่างไร
5. มองปัญหาให้กว้างไกล สร้างสรรค์ปัญหาขึ้นมาใหม่ โดยการใช้คำตอบของปัญหาเดิม ให้เป็นส่วนหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดในปัญหาใหม่
6. ทำปัญหาให้อยู่ในรูปทั่วไป
7. กำหนดมโนคติสำคัญซึ่งเป็นพื้นฐานของคำตอบ
8. ใช้ปัญหา หรือวิธีในกระบวนการคำตอบ เพิ่มความแจ่มชัดในมโนคติที่ใช้ ในการแก้ปัญหา
9. สร้างปัญหาที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมขึ้นมาใหม่ ซึ่งมีพื้นฐานมาจากเนื้อหาสาระเดิม หรือวิธีการแก้ปัญหานั้น

10. พิจารณาตรวจสอบปัญหา สามารถนำไปใช้ประโยชน์เพื่อการเรียนรู้ให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ได้อย่างไร

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez & Hadaway, 1993 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2554, หน้า 17) มองว่าการแก้ปัญหาแบบโพลยา มีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังชุดของขั้นตอน
3. เป็นการเน้นการได้คำตอบมากกว่ากระบวนการในการแก้ปัญหา

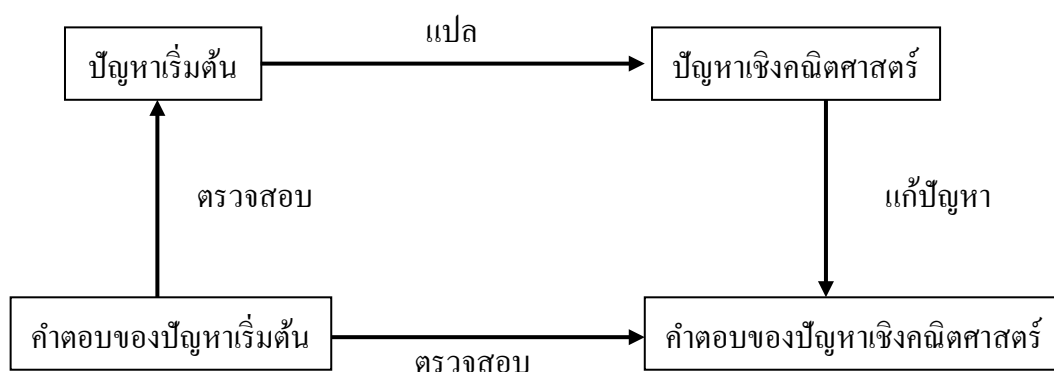
จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ จึงเสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับ สามารถวนไปเวียนมาได้ดังนี้



ภาพที่ 5 กระบวนการแก้ปัญหาเป็นพลวัต (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2554, หน้า 17)

จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตในภาพที่ 2-5 อธิบายได้ดังนี้ เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งหาคำตอบได้ สุดท้ายตรวจสอบผล พิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้สำหรับทิศทางของลูกศรนั้นเป็นการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่นเมื่อนักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ แต่ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปวางแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ เพื่อปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ดีขึ้น

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, หน้า 17) ได้เสนอกระบวนการการแก้ปัญหาไว้ดังนี้ ปัญหามักจะกำหนดในรูปถ้อยคำจากการพูดหรือเขียนในการแก้ปัญหาก็จะเริ่มต้นจากการแปลถ้อยคำเหล่านี้ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมมูลกันโดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการแก้ปัญหาคำตอบของปัญหาจากปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมมูลกันนี้ หลังจากนั้นจะต้องแปลความหมาย นำกลับไปอธิบายคำตอบของปัญหาเริ่มต้น กระบวนการโดยภาพรวมแสดงได้ ดังนี้



ภาพที่ 6 กระบวนการแก้ปัญหา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, หน้า 17)

ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล (2542, หน้า 15-16) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด
2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม หรือคิดในรูปแบบคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ เดาและทดลองและสร้างสถานการณ์จำลองลดความซับซ้อนของปัญหา แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด
3. ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือกคำนวณหาคำตอบ และให้เหตุผล
4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ขั้นตอนนี้เป็นการระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่า ดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไข หรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และวางนัยทั่วไป

จากที่กล่าวมาผู้วิจัย สามารถสรุปได้ว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักการศึกษาแต่ละท่านมีลักษณะ และขั้นตอนใกล้เคียงกัน มีบางส่วนที่แตกต่างกันใน เรื่อง จำนวน ขั้นตอน โดยสามารถสรุปได้ว่า ขั้นตอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องวิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์ ให้มา โจทย์กำหนด อะไรมาให้ และ โจทย์ต้องการถามหาอะไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียน ได้สร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ ปัญหาที่กำหนดให้ กับข้อมูลที่ต้องการหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือก ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่สามารถนำมาใช้อย่างเหมาะสมกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน เป็นขั้นต้องดำเนินการตามวิธีเลือกไว้จนกระทั่งได้ คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่หาคำตอบตามวิธีการ ทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นสรุปคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นอธิบายผลการแก้ปัญหา หรือสรุปผลการแก้ปัญหา จาก กระบวนการแก้ปัญหของตน

ในขั้นที่ 4 ของขั้นตอนการแก้ปัญหผู้วิจัยเลือกใช้เพียงการสรุปคำตอบ เพราะเนื่องจาก เนื้อหาเรื่องการเรียงสับเปลี่ยนมีความจำกัดใน โจทย์ปัญหาที่ไม่สามารถตรวจสอบผลของคำตอบได้ ดังนั้นในขั้นนี้ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เพียงการสรุปคำตอบ

ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งแต่ละปัญหา อาจใช้วิธีที่แตกต่างกันได้หลายวิธี ซึ่งยุทธวิธีที่ใช้อาจแตกต่างกัน ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนคิด และ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ ยุทธวิธีแก้ปัญหามีอยู่หลากหลายวิธี โดยมีนักการศึกษาแบ่งไว้ ดังนี้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 19-23) กล่าวถึงยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลใน สถานการณ์ที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวน หรือรูปแบบของเรขาคณิต

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. การสร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คล้ายกับการเขียนภาพ แต่มีประโยชน์ ที่ดีกว่าตรงที่ผู้เรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่น่าสนใจมาจัดรูปแบบได้

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่าย และนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่น ๆ

5. การเดาและการตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดา และตรวจสอบอีกครั้ง จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและการตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ

6. แจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงสถานการณ์ มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องติดค่านวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กกลง เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้ การคิด และเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามทีละขั้นตอน

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 44-45) กล่าวว่ายุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีผู้เสนอแนะยุทธวิธีคล้ายกัน เช่น Charles Lester & O'Deffer (1994) and Sobel & Maletsky (1996) ซึ่งสามารถสรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก (Trial and error) เป็นวิธีที่ผู้เรียนมักใช้กับการแก้ปัญหาที่สามารถจะทดสอบคำตอบได้ แม้จะเป็นวิธีที่ไม่แน่นอนว่าจะได้คำตอบซ้ำเร็ว แต่ก็ เป็นวิธีที่ผู้เรียนสามารถทำได้สะดวก

2. การวาดภาพ (Picture) บางครั้งการวาดภาพประกอบก็ทำให้ผู้เรียนเข้าใจซับซ้อนและบริบทของปัญหาง่ายขึ้น หรือทำให้ปัญหาที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น

3. การสร้างโมเดล (Model) เป็นวิธีแก้ปัญหาโดยใช้การจำลองโมเดลของปัญหา เช่น การใช้สมการหรือกราฟสร้างโมเดล

4. การค้นหาแบบรูป (Pattern) ปัญหาบางอย่างมีแบบรูป การค้นหาแบบทั่วไปของปัญหาอาจทำให้พบความสัมพันธ์บางอย่าง และอาจมีประโยชน์ในการหาคำตอบ

5. การสร้างรายการ ตาราง และแผนภูมิ (List, table and chart) การจัดระบบหรือค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตารางหรือแผนภูมิ อาจทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น และอาจทำให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น

6. การทำงานย้อนกลับ (Working backward) เป็นการแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากคำตอบที่ต้องการแล้วมองย้อนกลับ ไปหาข้อมูลหรือวิธีการแก้ปัญหาก่อนหน้านี้ เพื่อจะตัดสินใจว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือทำงานอะไรก่อน

7. การใช้ปัญหาที่คุ้นเคยและง่ายกว่า (Familiar and simpler problem) เป็นการทำให้ปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่เคยแก้ได้ หรือสามารถใช้วิธีแก้ปัญหาอื่นที่ง่ายกว่า

8. การใช้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้หลักการที่เป็นเหตุเป็นผลเป็นผลและไม่เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจากปัญหาคณิตศาสตร์บางอย่างไม่เกี่ยวข้องกับ การคำนวณแต่ต้องใช้เหตุผลในการคิด เช่น การเปรียบเทียบปริมาตรของภาชนะการเรียงลำดับ ขั้นตอนการทำงาน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553, หน้า 15-18) ได้ระบุว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่สำคัญมีดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเดา และตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ผสมผสานกับ ประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบ ความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็เดาใหม่ โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรก ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีขอบเขตแคบลง มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น และเข้าถึงคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทาง และวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบ อาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อยหรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่า การคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณ จะช่วยให้มองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการและสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้

จากการคิดคำนวณตามปกติ เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหาผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่า คือการใช้ภาพ และแผนภาพ สำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับ การแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้น สิ่งแทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยน ไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่น ทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบหรือแบบจำลอง ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ บางทีก็ใช้เป็นตัวแทนของมโนคติ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ในการช่วยให้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจมโนคติตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย ผู้เรียนควรจะได้รับประสบการณ์ให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจ และกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่าง ๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา อาจใช้การสร้างตัวแบบหรือแบบจำลองด้วยสิ่งของ การตัดกระดาษ การพับกระดาษรวมถึงการใช้ประโยชน์สัญลักษณ์ การใช้สมการในการแก้ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ การลงมือปฏิบัติเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ เริ่มด้วยการทำคร่าว ๆ ก่อน โดยไม่เน้นความละเอียดและความประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำ และทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการ การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบมีระเบียบ ครบถ้วน เป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอ ซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อมีกรณีต่าง ๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัด หรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็น และเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง ยุทธวิธีสร้างตารางเป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบ มีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควรพิจารณาดังนี้

7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี

7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด (หรือมากกว่า)

7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหาแนวโน้มทั่วไปของความสัมพันธ์

ยุทธวิธีสร้างตารางสามารถใช้ร่วมกับยุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่น เช่น การเดาและตรวจสอบการค้นหาแบบรูป

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่แล้วในธรรมชาติ และเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่า เป็นแนวทางของการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (Breaking out) เพราะว่า ผู้แก้ปัญหา ต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้าน หาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนี้มาถึงปัญหาที่คล้ายกัน เมื่อเผชิญกับปัญหาสิ่งหนึ่งที่ ผู้แก้ปัญหาควรกระทำ คือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วนของปัญหาลคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนผู้แก้ปัญหาต้องคิดทบทวนถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้ แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ปัญหาบางปัญหาคือเหมือนเป็นปัญหาใหญ่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวน หรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา และนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาก็ทำได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลงการทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของการหาคำตอบได้

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร การแก้ปัญหาคด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมุติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหาคำหนดกับตัวแปรที่สมมุติขึ้น แล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ในรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้แก่สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น การใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา ผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อน เป็นเหตุบังคั้นำไปสู่ผล ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีให้เหตุผลมักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะ ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหาที่การแก้ปัญหาเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหากำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการซึ่งทำได้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนดให้ทำได้ง่ายกว่าเป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผลเป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2556, หน้า 20-62) ได้สรุปยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยยุทธวิธี ดังนี้

1. การคาดเดา และการตรวจสอบ ยุทธวิธีคาดเดาและตรวจสอบเป็นยุทธวิธีพื้นฐานที่เรานำมาใช้แก้ปัญหาอยู่เสมอ สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ในกรณีที่การแก้ปัญหานั้น โดยตรงอาจยุ่งยาก ใช้เวลานาน หรือผู้แก้ปัญหาลืมวิธีการไปแล้ว การเดานั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด การเดาครั้งหลัง ๆ ต้องอาศัยพื้นฐานข้อมูล การเดาครั้งต้น ๆ ในกิจกรรมบางอย่างผู้แก้ปัญหามองหาให้ได้คำตอบในเวลาอันรวดเร็ว บางทีถ้าใช้วิธีการแก้ปัญหานั้น โดยตรง แม้ว่าจะได้คำตอบที่ต้องการแต่ก็อาจต้องใช้เวลาไม่ทันการสามารถที่จะนำยุทธวิธีคาดเดาและตรวจสอบนี้ไปใช้ได้

2. การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลองช่วยให้นักเรียนมองเห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้ปัญหารู้สึกว่าได้สัมผัสกับตัวปัญหานั้นอย่างแท้จริง การเขียนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลองช่วยให้ผู้แก้ปัญหามองหาความเข้าใจกับปัญหาได้ง่าย นอกจากนี้ ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหามองหาแนวทางวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจนอีกด้วย

3. การสร้างตาราง เราสามารถใช้ตารางแสดงข้อมูล ให้เป็นระบบมีระเบียบช่วยให้นักเรียนมองเห็นความเกี่ยวข้อง ความสัมพันธ์กันของข้อมูลได้ชัดเจนขึ้น อันจะนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ

4. การใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าเป็นวิธีการแก้ปัญหอย่างหนึ่งที่ใช้กันมากในวิชาพีชคณิต ผู้แก้ปัญหามองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น และในปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดให้อยู่ในรูปแบบสมการได้

5. การค้นหาแบบรูปแบบ การค้นหาแบบรูปเป็นยุทธวิธีที่สำคัญมากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน ผู้แก้ปัญหามองหาข้อมูลที่มีอยู่ วิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบซึ่งอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ จากปัญหาเดียวกัน ข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้แก้ปัญหามองหาแต่ละคน

อาจค้นพบคำตอบที่แตกต่างกันได้

6. การแบ่งเป็นกรณีปัญหาทางคณิตศาสตร์หลายปัญหาสามารถแก้ปัญหได้ง่าย เมื่อแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ซึ่งในแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อแก้ปัญหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้ว พิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวม ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. การใช้การให้เหตุผลทางตรง ยุทธวิธีที่ใช้การให้เหตุผลทางตรงนี้มักพบอยู่ตลอดเวลาในการแก้ปัญห โดยผู้แก้ปัญหามักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางตรงมักอยู่ในรูป “ถ้า A แล้ว B” โดยข้อความ A เป็นเหตุบังคับให้เกิดข้อความ B การให้เหตุผลทางตรงในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วให้เหตุผลนำไปสู่คำตอบของปัญหา ที่ต้องการปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีอาจไม่มีการคิดคำนวณเลขก็ได้ แต่เป็นการเน้นการให้เหตุผล

8. การให้เหตุผลทางอ้อม ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ถนัดที่จะแก้ปัญห โดยการใช้เหตุผลทางตรง ในกรณีเช่นนี้การใช้เหตุผลทางอ้อมนับว่าเป็นวิถีทางที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้แก้ปัญห ในการใช้การให้เหตุผลทางอ้อมเพื่อแสดงเงื่อนไข “A” เป็นจริงทำได้โดยสมมติว่าเงื่อนไข “not A” เป็นจริง หลังการนั้นหาเหตุผลมาแสดงว่าเป็นไปไม่ได้ที่ “not A” เป็นจริง ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า “A” เป็นจริง ปัญหาที่ใช้เหตุผลทางอ้อมมักเป็นปัญหาให้พิสูจน์สำหรับปัญหาให้ค้นหาจะใช้การให้เหตุผลโดยการพิสูจน์เพื่ออธิบายคำตอบของปัญหา

9. การทำย้อนกลับ ปัญหาบางปัญหาสามารถแก้ได้ง่ายกว่า ถ้าเริ่มต้นแก้ปัญห โดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน ยุทธวิธีมองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์ โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้

10. การสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ ปัญหาบางปัญหาถ้าแก้ปัญหานั้นเลย โดยตรงจะทำได้ยาก การสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ให้เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม แล้วศึกษาวิธีการแก้ปัญหจากปัญหาจากปัญหาใหม่ที่สร้างขึ้นนี้เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหเริ่มต้น ปัญหาที่สร้างใหม่อาจสร้างใหม่ให้ครอบคลุมปัญหาเดิมทั้งหมด หรือสร้างขึ้นมาใหม่เพียงบางส่วนของปัญหาเดิมก็ได้

จากการศึกษายุทธวิธีการแก้ปัญห ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนคิดและแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ ยุทธวิธีแก้ปัญหามีอยู่หลากหลายวิธี ผู้วิจัยได้เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการแก้ปัญห เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน ดังนี้

1. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

2. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ผู้เรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกไปก่อน แล้วค่อยค้นหาหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกแจงกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะมีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกแจงกรณีด้วยก็ได้

3. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อน หลากหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

เนื่องจากยุทธวิธีการแก้ปัญหทั้ง 3 เป็นยุทธวิธีที่สอดคล้องและเหมาะสม ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน ซึ่งเป็นยุทธวิธีที่มีแนวคิด การแก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรม และเหมาะสมกับการนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อน

แนวทางการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2538, หน้า 66-67) เสนอวิธีการสอนของครูโดยพิจารณาตามกระบวนการของโพลยา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียงหรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่าข้อมูลว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดให้หยุดใช้คำถามเมื่อผู้เรียนมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ คือ สามารถบอกให้ผู้อื่นทราบว่าตนเองคืออะไร การคิดออกมามาก ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือการเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมากให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใด ๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรเน้นวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 ควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย และน่าสนใจ

2.5 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้ นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้ผู้เรียนฝึกการตรวจสอบ การวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้แล้วพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสม ถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/ คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำ และคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียน ได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดง การแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นสามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้หรือไม่

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนเพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

ศศิธร แม่นสงวน (2555, หน้า 171-172) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ครูอาจจะทำได้โดยให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบคำตอบ และความสมเหตุสมผลในกระบวนการแก้ปัญหา อาจใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผังความคิด การทำแผนภูมิ การทำตาราง การคิดย้อนกลับ การวาดภาพ ในการจัดการเรียนรู้ครูต้องให้โอกาสผู้เรียน ได้มีโอกาสคิดด้วยตนเองให้มากที่สุด โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหา หรือเกมที่น่าสนใจ การท้าทายความคิด ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับนักเรียนในแต่ละกลุ่มผู้เรียน บางกลุ่มอาจต้องใช้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลายหลักสูตร ในการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหาครูต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งผู้เรียนจะต้องมีทักษะการแปลความหมายทางภาษา การอ่าน โจทย์ปัญหา เพราะถ้าผู้เรียนอ่านแล้วแปลความหมายไม่ได้ ก็ไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ ผู้เรียนควรจะต้องแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ ต้องการได้
2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่สำคัญที่สุด ที่ต้องอาศัยความรู้ความเหมาะสมในการวางแผนแก้ปัญหา เช่น การเขียนแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือ การหาความสัมพันธ์ ในบางปัญหาอาจใช้การคาดการ การคาดเดาคำตอบ ครูต้องสอนขั้นตอนนี้ให้มากที่สุด
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบาย และแสดงเหตุผล
4. ขั้นตรวจสอบหรือการคิดย้อนกลับ ต้องอาศัยในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้เชิงจำนวนหรือความรู้เชิงปริภูมิ ในการพิจารณาความสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ ครูสามารถใช้กิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไปโดยกำหนดประเด็นให้คิดหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไป จนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้

บาร์ดี้ (Baroody, 1993, pp. 2-3 อ้างถึงใน ศศิธร แม่นสงวน, 2555, หน้า 168)

ได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง ได้แก่

1. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching by using problem solving) เป็นการสอนที่มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยง

แนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาเป็น การกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย การใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

2. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้น ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน

3. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้น การประยุกต์ใช้ มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริง และสถานการณ์ที่กำหนด ผู้เรียนสามารถประยุกต์และ ฝึกใช้ขั้นตอนวิธีและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่างๆ ก่อนแล้วจึง เสนอตัวอย่างปัญหา ผู้เรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่มุ่งเพียง การเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

เวชฤทธิ์ อังกะภักขจร (2555, หน้า 23) กล่าวว่า แนวทางพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ โดยมีวิธีการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทางดังนี้

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้น ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังกล่าวมาแล้วข้างต้น

2. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้น การประยุกต์ใช้มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริง และสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์ และฝึกใช้ขั้นตอนวิธีและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อนแล้ว จึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่ง เพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลายแต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

3. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนที่เน้น การประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิด พัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหา กับโลกที่เป็นจริง (Real world) ใช้ปัญหาในการแนะนำ และ ทำความเข้าใจเนื้อหาบางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ใน การแก้ปัญหา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2556, หน้า 72-78) เสนอแนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา มาเป็นแนวทางในการนำเสนอวิธีการพัฒนา

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1) การพัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยสำคัญต่อการทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นข้อความสั้น ย่นย่อ รวบรวม ดังนั้นการอ่านจำเป็นต้องใช้สมาธิ ใช้ความพยายามในการเก็บรายละเอียดของข้อมูลทั้งหมด และจะต้องสามารถวิเคราะห์ว่าข้อมูลส่วนใดสำคัญบ้าง การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการอ่านสามารถทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนยังไม่ควรเริ่มต้นโดยการมุ่งไปที่วิธีทำ เพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ควรต้องใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาก่อน โดยอาจจะฝึกเป็นรายบุคคล หรือ ฝึกเป็นกลุ่ม โดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

สำหรับนักเรียนบางคนที่มีปัญหาในการทำความเข้าใจปัญหา ผู้สอนต้องจัดประสบการณ์เพิ่มเติมให้ เช่น การให้มีประสบการณ์จากการอ่านข้อความที่มีข้อมูลเชิงปริมาณ จากหนังสือพิมพ์ หรือวารสารต่าง ๆ แล้วตั้งคำถามถามในสิ่งที่ เป็นสาระสำคัญให้นักเรียนสามารถจับประเด็นจากสิ่งที่อ่านให้ได้

ความสามารถในการเข้าใจข้อความที่อ่านจากโจทย์ ปัญหาในตัวอย่างแบบฝึกหัด หรือจากสื่ออื่น ๆ จะนำไปสู่ความสามารถในการเข้าใจปัญหาอื่น ๆ

2) การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลากหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจน เช่น

การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

การปรับขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดในตัวปัญหา เช่น ลดปริมาณลง เมื่อมีปริมาณน้อย ๆ จะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้ต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้องมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล เพราะมีฉะนั้นแล้วแทนที่จะช่วยให้เข้าใจปัญหาอาจทำให้ปัญหามีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นก็ได้

การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา กลวิธีนี้ใช้ได้กับปัญหาการพิสูจน์ข้อความ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับข้อความที่ต้องการพิสูจน์จะทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจปัญหาดีขึ้น แต่ต้องคอยเตือนผู้เรียนไว้เสมอว่ายกตัวอย่างนั้น ไม่ใช่เป็นการพิสูจน์ข้อความ

การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว สภาพการณ์ของปัญหาบางปัญหา อาจเป็นเรื่องที่ห่างไกลจากประสบการณ์ของผู้เรียน อาจให้ผู้เรียนลองปรับเรื่องราวให้มาเป็นเรื่องใกล้ตัวผู้เรียนยิ่งขึ้น ถ้าผู้เรียนทำไม่ได้ผู้สอนก็อาจดำเนินการเปลี่ยนแปลงเอง แล้วให้ผู้เรียนทำ

ความเข้าใจกับปัญหาใหม่ที่ปรับสภาพการณ์ใหม่ให้เรื่องที่เป็นวัฒนธรรมไทย หรือใช้ปริมาณที่นักเรียนรับรู้ได้

กลวิธีดังกล่าวนี้ควรเสนอแนะให้นักเรียนใช้อย่างสม่ำเสมอในการทำแบบฝึกหัด จนเกิดความเคยชินในการนำไปใช้แก้ปัญหา

3) การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เช่น ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกิดความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่พอเพียงให้ผู้เรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องการข้อมูลเพิ่มเติมเพิ่มเติมอีกบ้าง เพราะปัญหาในชีวิตจริงนั้นมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องมากมายผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักเลือกเฉพาะปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาามาพิจารณา หรือบางครั้งมีข้อมูลไม่เพียงพอ ซึ่งเป็นหน้าที่ของผู้แก้ปัญหาจะต้องสืบหาข้อมูลมาให้เพียงพอแก่การแก้ปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ในการทำแบบฝึกหัด เพื่อแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียนในระดับประถมศึกษา ก่อนที่ผู้เรียนจะลงมือเขียนแสดงวิธีทำ ผู้เรียนบางคนจะเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ในโจทย์ปัญหา ก่อนโดยเขียนแสดงสิ่งที่ต้องการหาด้วย

การเขียนประโยคสัญลักษณ์ หรือเขียนแสดงขั้นตอนการคิดดังกล่าวนี้ ถือว่าเป็นการวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าผู้เรียนได้รับการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอย่อมส่งผลในทางที่ดีต่อการพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามีแนวทาง ดังนี้

1) ผู้สอน ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับผู้เรียน โดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามนำโดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดต่อหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายขึ้น คำตอบหลาย ๆ คำตอบของผู้เรียนจะทำให้ภาพของแผนการแก้ปัญหาค่อย ๆ ปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถามเมื่อผู้เรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้ว

2) ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมบ้าง ๆ คือสามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไรไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ อยู่คนเดียว การคิดออกมบ้าง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

3) สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ได้ทันทีในระยะเริ่มต้น ก่อนที่จะลงมือ

ทำไปได้สะดวก ตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

4) จัดหาทำให้ผู้เรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน ถ้าเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไปอาจไม่เป็นที่น่าสนใจของผู้เรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจเป็นสิ่งช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียนที่เรียนอ่อน เพราะเขาได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้เช่นกัน ถ้าปัญหานั้นเป็นปัญหาที่ยากเกินความสามารถของนักเรียน อาจมีส่วนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย ไม่อยากคิด การให้นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาลittle ๆ ทำให้ได้มีการวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ที่หลากหลาย สามารถพิจารณาเลือกเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนเพื่อแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้

5) ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธี ในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ติดยึดอยู่ในรูปแบบหนึ่งโดยเฉพาะ การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดความคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่ ผู้เรียนมีโอกาสได้ฝึกฝนการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหาคือ การลงมือแก้ปัญหา คือ การลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ การวางแผน เป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผนผู้เรียนต้องตีความหมาย ขยายความนำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้า ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้ผู้เรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อย ๆ ลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

ผู้สอนควรให้ผู้เรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่า เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ ปัญหาบางปัญหาในชีวิตจริง ๆ ไม่สามารถนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ โดยตรง ผู้สอนจะต้องฝึกให้ผู้เรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตอนตรวจสอบของการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น

ประเด็นแรก คือการมองย้อนกลับไปขั้นต้นของการแก้ปัญหา ตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขึ้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ รวมทั้งการพิจารณาหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา

ประเด็นที่สอง เป็นการมองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้น ทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่

การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาที่มีแนวทาง ดังนี้

1) กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย ในการทำแบบฝึกหัดเมื่อได้คำตอบแล้ว ผู้เรียนไม่ควรพึงพอใจเท่านั้น แต่จะต้องตรวจสอบความถูกต้องทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและคำตอบที่ได้ ผู้สอนอาจสร้างกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ฝึกตรวจสอบความถูกต้อง โดยให้หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ผู้สอนสร้างขึ้นเฉพาะ

2) ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีการคิดคำนวณ เมื่อผู้เรียนวางแผนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก่อลงมือคิดคำนวณควรฝึกให้ผู้เรียนประมาณ คาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นลงมือคิดคำนวณแล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับคำตอบที่คาดคะเนไว้ พิจารณาความเป็นไปได้

3) ฝึกการตีความหมายของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้วการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวนั้นยังไม่เพียงพอ ผู้สอนต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักความหมายของคำตอบ คำตอบนั้นมีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด ซึ่งให้นักเรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นมีความสำคัญเท่าเทียมกับวิธีการหาคำตอบ

4) สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจจะเป็นวิธีที่คล้ายกับตัวอย่าง หรือวิธีที่นักเรียนสร้างสรรค์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์ของผู้เรียนก็ได้ จากนั้นให้พิจารณาว่าวิธีการเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ แตกต่างจากวิธีการที่แสดงในตัวอย่างหรือไม่ วิธีการใดสั้นและกะทัดรัด

การสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธีมีประโยชน์อย่างน้อย 3 ประการ คือ

- ก. เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดแบบยืดหยุ่น
 - ข. เป็นการตรวจสอบคำตอบของปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะใช้วิธีการที่แตกต่างกันก็ยังคงคำตอบเดียวกัน ช่วยเพิ่มความมั่นใจว่าคำตอบน่าจะถูกต้อง
 - ค. ช่วยสร้างความภูมิใจในตัวผู้เรียนที่เขาสามารถคิดหาวิธีการแก้ปัญหาขึ้นได้เอง ซึ่งเป็นที่ยอมรับ ทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีในการแก้ปัญหา
- 5) ให้ผู้เรียนฝึกหัดสร้าง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยอาศัยสถานการณ์ จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งการดัดแปลง โจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด

ซึ่งผู้เรียนจะทำเช่นนี้ได้จะต้องมีความเข้าใจในโครงสร้างของโจทย์ปัญหาเหล่านั้น เป็นการฝึกการมองไปข้างหน้าโดยอาศัยประโยชน์จากการทำงานแบบฝึกหัดซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหา ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถ จากที่กล่าวมาผู้วิจัย สามารถสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาและสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ โดยครูควรเลือกปัญหาหรือสถานการณ์ที่น่าสนใจมีความแปลกใหม่ และสอดคล้องกับปัญหาที่พบในชีวิตจริง เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการแสดงความคิดเห็น ได้ทดสอบทดลอง

การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การวัดผลทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่สำคัญอย่างหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังที่คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2556, หน้า 12(43)) ได้ระบุว่า การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มุ่งประเมินความสามารถของผู้เรียนในการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอด ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ การใช้เหตุผลและยุทธวิธีคิดต่าง ๆ ในการหาหนทางเพื่อไปสู่ผลที่ต้องการของปัญหาหรืองาน ดังนั้นการประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มีสถาบันทางศึกษา และนักการศึกษา ได้ระบุถึงเกณฑ์การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic rubric)

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218) ได้กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวมดังนี้

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน อธิบายขั้นตอนที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
4	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและมีการอธิบายคำตอบนั้น
3	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่การคิดคำนวณผิดพลาดเล็กน้อย
2	สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ ถึงแม้จะยังไม่ได้แสดงคำตอบ
1	สำหรับการแสดงความพยายามในการแก้ปัญหาแต่ไม่มีความก้าวหน้าในการหาคำตอบที่ถูกต้อง
0	สำหรับการไม่ได้แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาเลย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 128) ได้ระบุถึงเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม

ตารางที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
4	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
3	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์
2	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ยังไม่ชัดเจน - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
1	<ul style="list-style-type: none"> - เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง และนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา - ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

กรมวิชาการ (2546, หน้า 164-165) ได้ระบุตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนการวัดทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวมดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีการทำที่มีประสิทธิภาพ โดยแสดงถึงการคิดอย่างเป็นระบบและการคิดวิเคราะห์
3	คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีทำที่ถูกต้องสมบูรณ์
2	คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีการทำถูกต้อง
1	คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง แสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic rubric)

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218-220) กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา และ 3) การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ ดังนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการ	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	4	สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาในแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหา
	0	สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาผิด
การวางแผนในการแก้ปัญหา	4	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่การได้มาซึ่งได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
	2	สำหรับการวางแผนการแก้ปัญหบางส่วนได้ถูกต้อง
	0	สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหหรือการวางแผนไม่เหมาะสม

ตารางที่ 4 (ต่อ)

รายการ	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้	3	สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับการดำเนินการตามแผนถูกต้องแต่ตอบผิด
	1	สำหรับการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิดไม่ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลบกะโงกโทษมาคิดผิด) หรือมีบางส่วนของคำตอบถูก
	0	สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มีคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 130) ได้ระบุถึงเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	1	ต้องปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่เข้าใจปัญหา
การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2	พอใช้	เลือกวิธีที่สามารถการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1	ต้องปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้

ตารางที่ 5 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1	ต้องปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1	ต้องปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

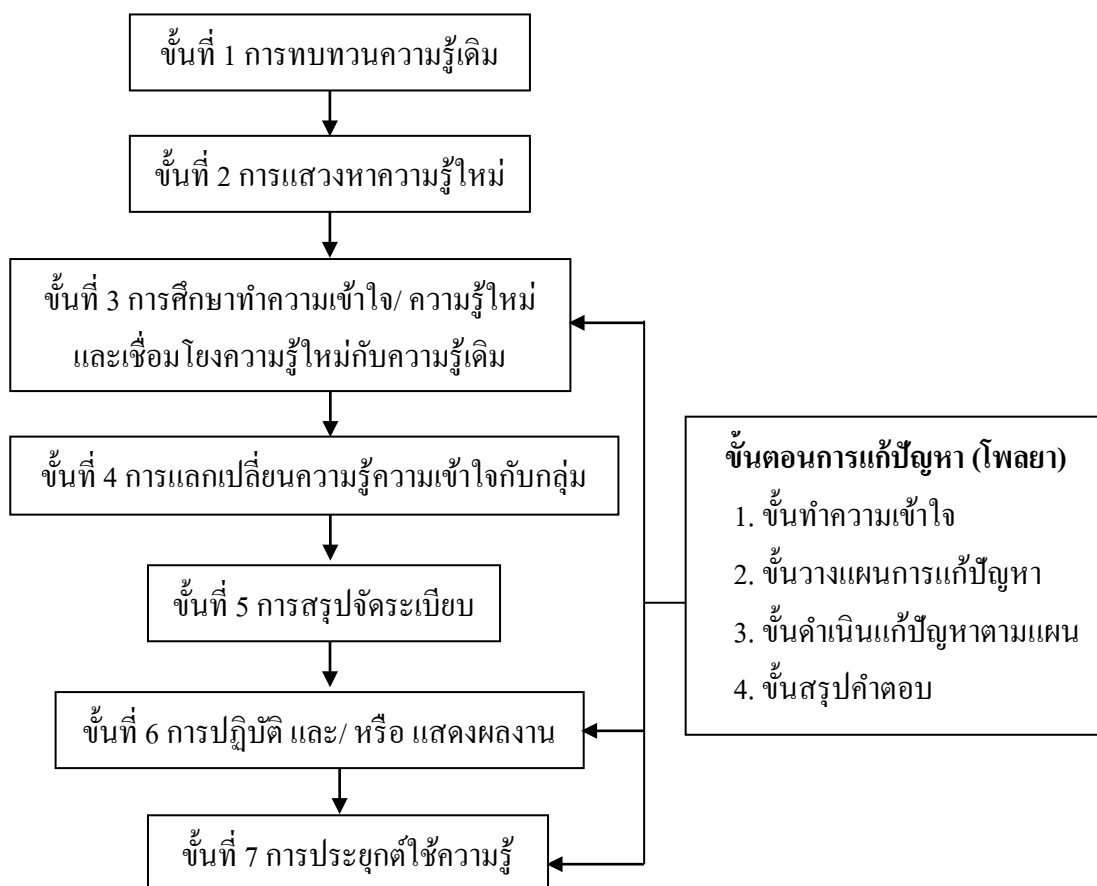
จากตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้ใช้เลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน เพราะที่ผู้วิจัยต้องการวัดผลขั้นตอนการแก้ปัญหานักเรียนอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งผู้วิจัยสังเคราะห์เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้อย่างถูกต้อง
	1	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้
การวางแผนในการแก้ปัญหา	2	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มี การแสดงการวางแผนการแก้ปัญหา
ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน	4	แก้ปัญหาได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2	แก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปคำตอบ	1	มีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา

จากการศึกษากระบวนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา และการศึกษาขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้นำขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนแทรกไว้ในขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอบแบบซิปปาของทีสนา แจมมณี ในขั้นที่ 3 ขั้นที่ 6 และขั้นที่ 7 เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการให้นักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์การแก้ปัญหอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในขั้นที่ 3 ขั้นที่ 6 และขั้นที่ 7 ซึ่งการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา มี ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังแผนภาพ



ภาพที่ 7 การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา

จากแผนภาพสามารถอธิบายรายละเอียดตามแต่ละขั้นตอนการสอนได้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นตอนการดึงความรู้เดิมของผู้เรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ด้วยวิธีถามตอบหรือใช้สถานการณ์ เพื่อให้หาคำตอบของสถานการณ์

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ เป็นขั้นตอนที่ให้ผู้เรียนศึกษาข้อมูลความรู้ใหม่จากเอกสารแนะแนวทางที่ผู้สอนได้จัดเตรียมไว้ให้

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจความรู้ใหม่ที่หามา และใช้ความรู้เดิมมาช่วยสร้างข้อสรุปความรู้ใหม่ที่ศึกษาด้วยตนเอง และเป็นขั้นตรวจสอบความเข้าใจในความรู้ของผู้เรียน โดยการให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้มาใช้แก้ปัญหา ในสถานการณ์ปัญหาต่างๆที่ผู้สอนกำหนดให้ โดยการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย 1) ขั้นทำความเข้าใจ 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินแก้ปัญหาตามแผน 4) ขั้นสรุปคำตอบ ในการแก้ปัญหาสถานการณ์นั้น ๆ

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนแก่ผู้อื่นและได้รับประโยชน์จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่น ไปพร้อม ๆ กัน โดยมีผู้สอนคอยสังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

ขั้นที่ 5 การสรุปจัดระเบียบความรู้ เป็นขั้นตอนการสรุปความรู้ทั้งหมดที่ได้รับของผู้เรียน และจัดตั้งที่ได้เรียนรู้ให้เป็นระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย และในขั้นตอนนี้ผู้สอนได้ให้เป็นขั้นสรุปบทเรียน โดยผู้สอนให้ผู้เรียนเป็นผู้สรุปบทเรียนร่วม โดยมีผู้สอนเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ผู้เรียนได้ลงมือในการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้น คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจ 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินแก้ปัญหาตามแผน 4) ขั้นสรุปคำตอบ และขั้นนี้เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสดังกล่าวการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำเพิ่มเติม

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ โดยการใช้รูปแบบการทำกิจกรรมในการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหามาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาและทักษะ

การเชื่อมโยงกับชีวิตจริง โดยผู้สอนจะเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาและเป็นผู้คอยให้คำแนะนำเมื่อผู้เรียนแก้ปัญหาผิด

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 7 ขั้นตอนนี้ ผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ในการสอนรายวิชา ค30204 ความน่าจะเป็นเบื้องต้น เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ความหมายและประเภทของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องให้ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 83-84) ได้ระบุถึงทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นทักษะ/ กระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝนทักษะและพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน เพราะการที่ผู้เรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง และยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ ซึ่งจำแนกได้เป็น 2 แบบคือ

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้ ทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกะทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับนักเรียนมากยิ่งขึ้น

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้ ทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหา และความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 60) ได้กล่าวถึงทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหา คณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำให้ห้องเรียนคณิตศาสตร์ 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระองค์ความรู้ หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 124-125) กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์วิชาอื่น หรือคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน และได้แบ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี และทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายมากขึ้น
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ เป็นการนำความรู้และทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหา และความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

ตัวอย่างเช่น การนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการซื้อสินค้า เช่น ถ้าซื้อไข่ไก่ 3 ฟอง ราคา 10 บาท แต่ถ้าซื้อไข่ไก่ 5 ฟอง ราคา 15 บาท ควรจะซื้ออย่างไรจึงจะได้ไข่ไก่ราคาถูกที่สุด

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2556, หน้า 10(13)) ได้ระบุว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสร้างความสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่น ๆ ที่ตนเองพบเพื่อเรียนรู้หรือแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และได้แบ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่ามี 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาวิชาอื่น ๆ

จากที่นักการศึกษากล่าวมาผู้วิจัย สามารถสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการผสมผสานแนวคิด ความรู้ และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องกันภายในรายวิชาคณิตศาสตร์ หรือกับศาสตร์อื่น ๆ และสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม ซึ่งสามารถแบ่งประเภททักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

ซึ่งในการวิจัยผู้วิจัยได้สนใจในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง เพราะว่าเนื้อหาเรื่องการเรียงสับเปลี่ยน เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ดังนั้นผู้วิจัยจึงพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงเพื่อผู้เรียนสามารถนำมาใช้ในชีวิตจริงได้

การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 61-62) กล่าวถึงการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง ไว้ว่า สิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงได้ คือ ผู้เรียนต้องมีความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่จะนำไปใช้เชื่อมโยงเป็นอย่างดี มีประสบการณ์ในการมองเห็นความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับของสิ่งที่จะเชื่อมโยง และมีทักษะในการเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงจึงไม่ควรแยกเนื้อหาที่สัมพันธ์กันออกจากกัน แต่ควรสอนร่วมกันไป เช่น สอนทั้งจำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต เรขาคณิต เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ อันจะทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ผู้สอนต้องตระหนักถึงประเด็นนี้ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงอาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาแล้ว

เวชฤทธิ์ อังกรนะภัทรขจร (2555, หน้า 125-126) กล่าวถึงการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงไว้ว่าทักษะการเชื่อมโยงเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาก้าวข้ามการเชื่อมโยง คือผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายนอกและภายในวิชาคณิตศาสตร์ รวมไปถึงการช่วยให้ผู้เรียนสร้างและพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนไม่ควรสอนแบบรวบรัด แต่ควรมีการร่วมกันคิดร่วมกันทำ และผู้สอนจำเป็นต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้คำหรือเครื่องหมายที่เหมาะสม ในการสนับสนุนความเข้าใจในความคิดรวบยอดใหม่ของพวกเขา
2. ผู้สอนควรให้ผู้เรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภูมิ กราฟ หรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ
3. ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่ และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้อยู่แล้วเพื่อนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองโดยการใช้

คำถามทำให้เกิดการอภิปราย เช่น “ปัญหานี้หรือเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องนี้เหมือนกับปัญหาอื่นหรือเรื่องที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่ อย่างไร” “ทำไมจึงคิดเช่นนั้น” “คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้หรือไม่” “เราเคยเห็นคำถามแบบนี้ที่ไหนหรือไม่” “แนวคิดเหล่านี้สัมพันธ์กันอย่างไร” “มีใครมีความคิดเห็นที่แตกต่างจากนี้หรือไม่” “งานที่เราทำวันนี้สัมพันธ์กับงานที่เราทำเมื่อวันก่อนหรือไม่อย่างไร”

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงที่พวกเขาสนใจ เนื่องจาก การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของผู้เรียนจะส่งเสริมให้ผู้เรียนสนุกกับการเรียนรู้ และผู้เรียนได้ทำงานอย่างมีความหมาย อีกทั้งกิจกรรมหรือปัญหาที่สมควรเป็นปัญหาปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดและแสดงผลได้

5. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนหาข้อมูลนอกห้องเรียน เนื่องจากการช่วยให้พวกเขาเชื่อมโยงความรู้กับชีวิตจริง การเก็บรวบรวมข้อมูลเหล่านั้นเป็นการเพิ่มความสามารถของผู้เรียนให้สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาอื่น ๆ และชีวิตจริง รวมทั้งนักเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งที่อยู่รอบตัว เช่น จำนวน ขนาด รูปร่าง และแบบรูป โดยผ่านการเก็บรวบรวมข้อมูล

6. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการนำความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อฝึกให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และชีวิตจริง โดยทำควบคู่กับการสอนเนื้อหาปกติ

จากที่การศึกษาแนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ ก่อน โดยเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาแล้ว และส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีโอกาสได้ทำ หรือเจอ โจทย์ปัญหา/ สถานการณ์ที่มีเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง และควรเปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและสร้างการเชื่อมโยง และมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

การวัดทักษะการในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 189) ได้กล่าวว่า การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้น ส่วนใหญ่ประเมินการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ และระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งมักจะเกี่ยวข้องกับการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นได้มีนักการศึกษา ได้กล่าวถึงเกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กรมวิชาการ(2546, หน้า 121-123) ได้กำหนดเกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทาง
คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ตารางที่ 7 เกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ทักษะการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
4	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ สาระอื่น/ ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรืออธิบายข้อสรุปได้อย่าง ชัดเจนและนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
3	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระ คณิตศาสตร์/ สาระอื่น/ ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาเพื่ออธิบายข้อสรุปแต่ได้คำตอบ ไม่ถูกต้อง
2	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ สาระอื่น/ ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วนและอธิบายข้อสรุป ไม่ถูกต้อง
1	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ / สาระอื่น/ ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม แต่มีความพยายาม ในการเขียนอธิบาย
0	ไม่มีการเชื่อมโยง/ ไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 117) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะ
การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ตารางที่ 8 เกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
4	ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ สาระอื่น และชีวิตประจำวันอย่างสอดคล้องและเหมาะสม
3	ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ สาระอื่น และชีวิตประจำวันได้บางส่วน
2	พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ และสาระอื่น แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้
1	ปรับปรุง	พยายามนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงแต่ไม่เหมาะสม
0	ไม่พยายาม	ไม่มีการเชื่อมโยงใดๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 93-94) ได้นำเสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ตารางที่ 9 เกณฑ์การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความหมาย	ทักษะการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
3	ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงได้อย่างเหมาะสม
2	พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงได้บางส่วน
1	ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงไม่เหมาะสม หรือไม่มีการเชื่อมโยงความรู้

จากการศึกษาเกณฑ์การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยได้พัฒนาจากเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยได้ปรับขึ้นการให้คะแนนเป็น 4 ชั้น ดังตาราง 10

ตาราง 10 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ทักษะการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
3	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิด เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง
2	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิด เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องบางส่วน หรือ - ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิด เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง
1	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิด เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิด เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องบางส่วน
0	- ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิด เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และไม่สามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ไม่ถูกต้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

โจฮันนิง (Johanning, 2000, pp. 151-160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียน และการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนมัธยมศึกษาในวิชาพีชคณิตเบื้องต้น โดยส่งเสริมให้นักเรียนอ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยให้ความสำคัญกับการเขียนที่จะช่วยให้นักเรียนคิดไปพร้อม ๆ กัน โดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียนเป็นการวิจัย เพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาว่ามีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 และ 8 จำนวน 48 คน

การดำเนินการ โดยใช้การเขียน และการทำงานกลุ่มทดลองเป็นเวลา 1 ปีมีการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้วยภาพถ่ายการมีส่วนร่วมและการอภิปรายกลุ่ม การสัมภาษณ์นักเรียน ผลการศึกษาพบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้สื่อสาร ความคิดของตนลงบนกระดาษ และการถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนอธิบายกลุ่มทำให้นักเรียนมั่นใจว่า นักเรียนทุกคนมีโอกาสศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะพบครูกับเพื่อน ๆ การเขียนทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่มโดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิดละการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

อัล ฮาลาล (Al-halal, 2001, p. 1697-A) ได้ศึกษาการผลกระทบของการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนแบบรายบุคคล กับการเรียนแบบร่วมมือที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ และการใช้ทักษะในการเข้าสังคมของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ซึ่งได้ ทำการทดสอบผลกระทบของวิธีการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้น ประถมศึกษา 2 วิธี คือ การเรียนการสอนแบบรายบุคคลกับการเรียนแบบร่วมมือ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการใช้ทักษะในการเข้าสังคมของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าการจัดการเรียนการสอนแบบรายบุคคล ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ สามารถช่วยเพิ่มระดับผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และการใช้ทักษะในการเข้าสังคมของนักเรียนในชั้นระดับชั้น ประถมศึกษา 2 ได้จริง อีกทั้งจากผลการวิเคราะห์ค่าทางด้านสถิติแล้วพบว่า ผู้ถูกสัมภาษณ์ทุกคนมี ความเห็นพ้องกันว่าพวกเขาชอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือมากกว่าด้วย

วิกแลนด์ (Wicklund, 2003, p. 3457-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการจัด การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมที่ครูออกแบบ โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือทำกิจกรรมตามความสามารถ ตามศักยภาพของนักเรียน ระหว่าง การเรียนเป็นรายบุคคลกับการเรียนรู้ โดยทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม ที่ครูผู้สอนให้คำแนะนำและ ดูแลในการเรียนในขณะที่ทำกิจกรรมร่วมกัน เพื่อให้สามารถทำงานได้ตามกำหนดเวลา ผลงาน มีความถูกต้อง นักเรียนได้เกิดทักษะในการทำงาน ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มใช้เวลาใน การทำงานที่แตกต่างกัน นักเรียนที่พบว่านักเรียนที่เรียนตามลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมตาม แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญใช้เวลาในการทำงานน้อยกว่านักเรียนที่เรียนรายบุคคล

วิลเลียม (William, 2003, pp. 185-187) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหาว่า สามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่ กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 42 คน และ กลุ่มควบคุม 20 คน

กลุ่มทดลองเรียน โดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียน โดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนร้อยละ 75 มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียน ร้อยละ 80 บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

เวเบอร์ (Weber, 2006, p. 3273-A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความเชื่อของนักเรียน และความกังวลเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการศึกษาวิจัยในเรื่องหลักสูตรวิธีการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ขั้นต้นในแบบวิธีการสร้างสรรค์ความรู้ จากการศึกษาพบว่าชั้นเรียนที่สอนคณิตศาสตร์แบบการสร้างสรรค์ความรู้จะทำให้ลดความกังวลเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ลดลง และไปเปลี่ยนแนวความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยชี้ให้เห็นว่าเมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ในสภาพแวดล้อมที่เป็นแบบการสร้างสรรค์ความรู้ ก็จะเป็นที่เข้าใจได้ดี และนำเรียนรู้อย่างสนุกสนาน ความกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ก็จะน้อยลงและยุทธวิธีที่ไปสร้างสภาพแวดล้อมแบบการสร้างสรรค์ความรู้ในห้องเรียน ก็เป็นเทคนิควิธีที่ครูฝึกสอนยอมรับผู้ศึกษาค้นคว้าได้ ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศ และต่างประเทศพบว่าให้ผลสอดคล้องกัน คือ นักเรียนที่เรียนตามกิจกรรมตามรูปแบบชิปปาจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และมีความคงทนในการเรียนรู้เพราะผู้เรียนได้สร้างสรรค์ความรู้ด้วยตนเอง มีการลงมือปฏิบัติ การตรวจสอบความรู้ และแลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน

งานวิจัยในประเทศ

พิทักษ์ สวนดี (2550) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อินเทอร์เน็ตและการสร้างเว็บเพจการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคอมพิวเตอร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบชิปปา (CIPPA) และการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) พบว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบชิปปา มีการคิดวิเคราะห์สูงกว่า นักเรียนที่เรียน โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ($p < .05$) แต่นักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการเรียนวิชาคอมพิวเตอร์ไม่แตกต่างกัน และนักเรียนที่เรียน CIPPA และ PBL มีผลสัมฤทธิ์และเจตคติไม่แตกต่างกันแต่นักเรียนที่เรียนแบบ CIPPA มีคะแนนเฉลี่ยมากกว่านักเรียนที่เรียนแบบ PBL

กนกพรณ ภูทองพลอย (2552) ได้ศึกษา การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจในการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้งานอาชีพและเทคโนโลยี เรื่อง ธุรกิจในชีวิตประจำวันของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้แบบ CIPPA

กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้ การงานอาชีพและเทคโนโลยี เรื่อง ธุรกิจในชีวิตประจำวัน ด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบ CIPPA และ ที่เรียนรู้แบบปกติมีค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้แบบ CIPPA มีคะแนนค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนหลังเรียน การคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจในการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วย วิธีการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มุกดา ไสวารี (2552) ได้ศึกษา การวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดล ชิปปา (CIPPA MODEL) ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โรงเรียนเทศบาลวัดกลาง สำนักการศึกษา เทศบาลนครขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ คิดเป็นร้อยละ 88.57 โดยทั้งชั้นมีคะแนน เฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.50 คะแนนอยู่ในเกณฑ์ดีมาก ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ มีจำนวน นักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของนักเรียนทั้งหมดมีคะแนนผ่านเกณฑ์ตั้งแต้อ้อยละ 75 ขึ้นไป และ ความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลชิปปา (CIPPAMODEL) พบว่า ความคิดเห็นของนักเรียนทั้งภาพรวมและรายด้านคือ ด้านรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณลักษณะอื่น ๆ อยู่ในระดับมาก

ชลากกร ณีฐบัญญัติ (2553) ได้ศึกษา การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CIPPA พบว่า มีดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI และแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ แบบ CIPPA เรื่อง จำนวนจริง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีค่าเท่ากับ 0.54 และ 0.56 แสดงว่านักเรียนมีความก้าวหน้าทางการเรียนเท่ากับ 0.54 และ 0.56 และนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI และแบบ CIPPA มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน ไม่แตกต่างกัน แต่กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบ CIPPA มีความสามารถในการให้เหตุผล และการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่า กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($p < .0001$)

สุรเชษฐ์ ศรีนาทม (2553) ได้ศึกษา ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบชิปปา เรื่อง ระบบ สมการเชิงเส้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ดัชนีประสิทธิผลของ แผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานตามรูปแบบชิปปา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าเท่ากับ 0.60 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 3 มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น โดยรวมอยู่ในระดับมาก

ชเรนทร์ จิตติพิทุธากร (2553) ได้ศึกษาการส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องพีทาโกรัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนโคกยางวิทยา จังหวัดสุรินทร์ พบว่าการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในสาระคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีความสามารถในการนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ไปเชื่อมโยงกับคู่อันดับและกราฟ สมการ การวัด อัตราส่วน และจำนวนจริง เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง พบว่านักเรียนมีความสามารถในการนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส กับงานที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา อยู่ในระดับดี

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแก่น้อยศึกษา จังหวัดเชียงใหม่ พบว่า ความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง จากการทำแบบฝึกหัด/ ใบงาน โดยเฉลี่ยนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ระดับดี และจากแบบทดสอบประจำหน่วยโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และความสนใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านความกระตือรือร้น ในการเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน และด้านความเอาใจใส่ต่องานที่ได้รับมอบหมายนักเรียนแสดงพฤติกรรมในระดับมาก ส่วนด้านความอยากรู้อยากเห็นนักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับความต้องการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับบริบทชีวิตจริงในระดับมาก

อัศวิน พุ่มมรินทร์ (2556) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลักการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่องลำดับอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลักการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่อง ลำดับและอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

นงคราญ หลวงเขียว (2556) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา กับการใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลัง ได้รับการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับการใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 และมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณัฐวรา อาแวละละ (2557) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องความน่าจะเป็น ผลจากการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง สูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และการจัดการเรียนการสอนทั้งสองแบบมีคะแนนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนที่หักออกจากการทดสอบก่อนเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนแบบซิปปา สามารถสรุปได้ว่ารูปแบบการสอนแบบซิปปา เป็นการจัดกิจกรรมที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง และการจัดการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งเป็นหลักการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และส่งเสริมการใช้ทักษะ และกระบวนการต่างๆ เพื่อแสวงหาความรู้ ตลอดถึงการนำไปประยุกต์ใช้อย่างเหมาะสม ซึ่งส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจในการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา และนำมาใช้ในการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ
5. ขั้นตอนดำเนินการวิจัย
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 6 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 144 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งได้มาด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (*Cluster random sampling*) จำนวน 1 ห้องเรียน ได้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 24 คน จากจำนวน 6 ห้องเรียน นักเรียนแต่ละห้องจัดแบบคละความสามารถ

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง เพื่อศึกษาเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการทดลองแบบศึกษากลุ่มเดียว วัตถุประสงค์ทดลองครั้งเดียว (*One-group posttest-only design*) (องอาจ นัยวัฒน์, 2551, หน้า 270) ซึ่งมี แบบแผนการทดลอง ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แบบแผนการทดลองแบบ One-group posttest-only design

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบ
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>T</i>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มตัวอย่าง

X แทน การจัดการเรียนรู้ ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา

T แทน การสอบหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 8 แผน จำนวน 12 คาบ
2. แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบบอัตนัย 1 ชุด จำนวนทั้งหมด 5 ข้อ
3. แบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบบอัตนัย 1 ชุด จำนวนทั้งหมด 5 ข้อ

การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

สำหรับเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีรายละเอียดในการสร้าง และการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาวิเคราะห์หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษา ตอนปลาย ในรายวิชาเพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย

(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551

3. วิเคราะห์ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่
5 เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาและเวลาเรียน และแบ่งออกเป็น 8 แผนการจัดการเรียนรู้
ดังแสดงในตารางดังนี้

ตารางที่ 12 การวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

แผนการจัด การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระ การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
1	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน แนวเส้นตรง	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่ แตกต่างกันทั้งหมดในแนว เส้นตรงได้	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของที่ แตกต่างกัน แนว เส้นตรง	1
	2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหา เกี่ยวกับเรื่องการ เรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่าง กันแนวเส้นตรง	ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกันแนวเส้นตรงได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนแนว เส้นตรง ไปใช้ในชีวิตจริงได้		
2	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่าง กันแนวเส้นตรง	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่ แตกต่างกันคร่าวละ r สิ่ง ($r \leq n$) ในแนวเส้นตรงได้	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของที่ แตกต่างกัน แนว เส้นตรง	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

แผนการจัด การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระ การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
	2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงในการ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนของที่ แตกต่างกันแนว เส้นตรง	ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันคราวละ r สิ่ง ($r \leq n$) ในแนวเส้นตรง ได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันคราวละ r สิ่ง ($r \leq n$) ในแนวเส้นตรงไป ใช้ในชีวิตจริงได้		
3	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา ใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน แนววงกลม 2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงในการ แก้ปัญหาเรื่องการ เรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน แนววงกลม	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนว วงกลมได้ ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกันแนววงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกันแนววงกลมไป ใช้ในชีวิตจริงได้	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของที่ แตกต่าง กันแนว วงกลม	2

ตารางที่ 12 (ต่อ)

แผนการจัด การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระ การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
4	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา ใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนวงกลม 2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนวงกลม	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน ในแนวงกลมที่สามารถมองได้ 2 ด้านได้ ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกันในแนว วงกลมที่สามารถมองได้ 2 ด้านได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่ แตกต่างกันในแนวงกลมที่ สามารถมองได้ 2 ด้านไปใช้ใน ชีวิตจริงได้	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของที่ แตกต่าง กันแนว วงกลม	1
5	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหาใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนวงกลม 2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน กันคราวละ r สิ่ง $r \leq n$ ในแนว วงกลม	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของที่ แตกต่าง กันแนว วงกลม	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

แผนการจัด การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระ การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
	การแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่าง กันแนววงกลม	ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่ แตกต่างกันแนววงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่ แตกต่างกันแนววงกลมไปใช้ใน ชีวิตจริงได้		
6	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา ใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำแนว เส้นตรง 2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำแนว เส้นตรง	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของซ้ำแนว เส้นตรงได้ ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ ซ้ำแนวเส้นตรงได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ ซ้ำแนวเส้นตรง ไปใช้ในชีวิ ตจริงได้	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำ แนว เส้นตรง	2
7		ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียง สับเปลี่ยนของซ้ำกันแนววงกลม ที่ $(n_1, n_2, \dots, n_n) = 1$ ได้	การเรียง สับเปลี่ยน ของซ้ำกัน แนว วงกลม	2

ตารางที่ 12 (ต่อ)

แผนการจัด การเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระ การเรียนรู้	เวลาเรียน (คาบ)
	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา ใน การเรียงสับเปลี่ยน ของซ้ำกันแนว วงกลม	ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนของซ้ำ กันแนววงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนของซ้ำ กันแนววงกลม ไปใช้ในชีวิตจริง ได้		
	2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน			
8	1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา ใน การเรียงสับเปลี่ยน ของซ้ำกันแนว วงกลม	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหา และ อธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียง สับเปลี่ยนของซ้ำกันแนววงกลม ที่ $(n_1, n_2, \dots, n_n) \neq 1$ ได้	การเรียง สับเปลี่ยน ของซ้ำกัน แนว วงกลม	2
	2. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของซ้ำกันแนว วงกลม	ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนของซ้ำ กันแนววงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนของซ้ำ กันแนววงกลม ไปใช้ในชีวิตจริง ได้		

4. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาที่กำหนดไว้ จำนวน 8 แผน โดยแต่ละแผนประกอบด้วย

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
2. สาระสำคัญ
3. จุดประสงค์การเรียนรู้
4. สาระการเรียนรู้
5. กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบ โมเดลซิปปา มี 7 ขั้นตอน ดังนี้
 1. การทบทวนความรู้เดิม
 2. การแสวงหาความรู้ใหม่
 3. การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม
 4. การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม
 5. การสรุปจัดระเบียบความรู้
 6. การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน
 7. การประยุกต์ใช้ความรู้
6. สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้
7. การวัดผลประเมินผล
8. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา และนำแผนการจัดการเรียนรู้มาแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา จากนั้นนำแผนที่ได้แก้ไขปรับปรุงแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย รศ.ดร.ยุพร ริมชลการ, นายไมตรี สมบูรณ์ และนายจักรกฤษ เลื่อนกลิ่น และด้านการวัดผล 2 ท่าน ประกอบด้วย ผศ.ดร.วิโรจน์ ตี๊กจ๊ะ และดร.คงรัฐ นวลแบ่ง เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ และการประเมินผลการเรียนรู้และภาษาที่ใช้ โดยหาค่าเฉลี่ยความเหมาะสม ซึ่งค่าเฉลี่ยที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

- 5 หมายถึง องค์กรประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง องค์กรประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง องค์กรประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง องค์กรประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

1 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด แล้วหาค่าเฉลี่ยจากผลรวมของคะแนนทั้งหมด โดยมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

(บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

คะแนนเฉลี่ย	4.51-5.00	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย	3.51-4.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก
คะแนนเฉลี่ย	2.51-3.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย	1.51-2.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
คะแนนเฉลี่ย	1.00-1.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

ซึ่งค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยเป็น 4.29 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.45 และผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะคือ ควรปรับปรุงในส่วนของการจัดการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมมากขึ้น และปรับปรุงกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางให้มีความครอบคลุมในเนื้อหาและมีความเข้าใจในเนื้อหาขงขึ้นกว่าเดิม ผู้วิจัยจึงได้ปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมมากขึ้น และปรับปรุงกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางให้มีความครอบคลุมในเนื้อหาและมีความเข้าใจในเนื้อหาขงขึ้นกว่าเดิม

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 24 คน ซึ่งผลการทดลองพบว่านักเรียนให้ความสนใจในการทำกิจกรรมดี แต่นักเรียนทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางไม่เสร็จตรงตามเวลาที่กำหนด เนื่องจากต้องใช้เวลาในการแบ่งกลุ่ม โดยมีบางกลุ่มที่มีเฉพาะกลุ่มเก่งและบางกลุ่มมีเฉพาะนักเรียนกลุ่มอ่อน ทำให้กลุ่มอ่อนทำกิจกรรมได้ช้ากว่าและในส่วนของกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางมีบางเนื้อหาที่ยากจึงทำให้นักเรียนใช้เวลามากกว่าที่กำหนดแต่มีบางเอกสารแนบแนวทางนักเรียนทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางเสร็จก่อนเวลาที่กำหนด

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขในส่วนของการทำกิจกรรมในชั้นเรียน โดยครูแบ่งกลุ่มมาให้นักเรียน โดยที่นักเรียนไม่ต้องเสียเวลาในการแบ่งกลุ่มเองทำให้นักเรียนลดความสามารถกันและในส่วนเอกสารแนบแนวทางมีการเพิ่มการแนบแนวทาง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้เร็วขึ้นและเพิ่มโจทย์ในเอกสารแนบแนวทางให้นักเรียนได้วิเคราะห์มากขึ้น

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหา เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหา โดยศึกษาแนวคิดการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการการแก้ปัญหา และเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการ วัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา, 2555, หน้า 42, 111) ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำหลักการวัดผลและเกณฑ์ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัยซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง
2. กำหนดลักษณะแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย
3. วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เพื่อทำข้อสอบ วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางดังนี้

ตาราง 13 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์ การเรียนรู้	จำนวนข้อ สอบทั้งหมด	จำนวนข้อ สอบที่ใช้จริง
1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา ใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนวเส้นตรงได้	การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกัน แนวเส้นตรง	1. นักเรียน สามารถแก้ปัญหา เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกัน แนวเส้นตรงได้	2	1
1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหา ใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนววงกลมได้	การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกัน แนววงกลม	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนววงกลมได้	2	1

ตาราง 13 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ สอบทั้งหมด	จำนวนข้อ สอบที่ใช้จริง
1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหาใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำกัน แนวเส้นตรง	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำกัน แนวเส้นตรง	1.นักเรียนสามารถ แก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำแนว เส้นตรงได้	2	1
1. นักเรียนมีทักษะ การแก้ปัญหาใน การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำกัน แนววงกลมได้	การเรียง สับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำกัน แนววงกลม	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำกัน แนววงกลมที่ $(n_1, n_2, \dots, n_n) = 1$ ได้	2	1
		2. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำกัน แนววงกลมที่ $(n_1, n_2, \dots, n_n) \neq 1$ ได้	2	1
	รวม		10	5

4. สร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหา โดยการสร้างแบบวัดแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ
ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบการวัดทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียด
เกณฑ์การให้คะแนน ดังตาราง 14

ตารางที่ 14 เกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้อย่างถูกต้อง
	1	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้
การวางแผนในการแก้ปัญหา	2	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการแสดงการวางแผนการแก้ปัญหา
ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน	4	แก้ปัญหาได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2	แก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปคำตอบ	1	มีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

6. นำแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและนำแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนมาแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา จากนั้นนำแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่แก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับผู้เชี่ยวชาญในการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหา และความเที่ยงตรงในการประเมิน โดยพิจารณาจากค่าความสอดคล้อง (IOC) และมีวิธีการให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งข้อสอบที่ดีควรมีค่า *IOC* ของแต่ละข้อ ไม่น้อยกว่า 0.50 (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรจจร, 2555, หน้า 159-169)

7. นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบจากอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้แนะนำให้ปรับโจทย์ปัญหาให้มีความครอบคลุมชัดเจน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง และให้ตรวจสอบคำคิดในโจทย์ปัญหา ผู้วิจัยจึงได้ปรับโจทย์ปัญหาและเพิ่มข้อมูลในโจทย์ปัญหาให้ครอบคลุมชัดเจน และตรวจสอบการใช้คำในโจทย์ปัญหาให้มีความถูกต้องตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นผู้วิจัยได้นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ได้ 0.60-1.00 แล้วคัดเลือกข้อที่ค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ≥ 0.5 ได้จำนวน 10 ข้อ

8. นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน ซึ่งได้ผ่านการเรียน เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มาแล้วเพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบโดยใช้เกณฑ์การพิจารณาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ในการพิจารณาข้อสอบ

ค่าความยากระหว่าง ต่ำกว่า 0.20 หมายถึง ข้อสอบยากเกินไป

ค่าความยากระหว่าง 0.21-0.39 หมายถึง ข้อสอบค่อนข้างยาก

ค่าความยากระหว่าง 0.40-0.59 หมายถึง ข้อสอบยากปานกลาง

ค่าความยากระหว่าง 0.60-0.80 หมายถึง ข้อสอบค่อนข้างง่าย

ค่าความยากระหว่าง 0.81-1.00 หมายถึง ข้อสอบง่ายเกินไป

ค่าอำนาจจำแนก ตีตก หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกคิดใช้ไม่ได้

ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.00-0.19 หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกต่ำ

ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.20-0.39 หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกปานกลาง

ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.40-0.59 หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกค่อนข้างสูง

ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกสูง

เลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, หน้า 185)

9. นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอันดับของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201) ได้ค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.42-0.58 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.68-0.82 (รายละเอียดคังภาคผนวก ก)

10. เลือกแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.43-0.54 ซึ่งมีค่าความยากในระดับความยากปานกลาง คือ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.78-0.82 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ (รายละเอียดคังภาคผนวก ค)

11. นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่คัดเลือกไว้จำนวน 5 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะโดยคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 218) ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.96 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

12. นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป
แบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

แบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาแนวคิดการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการ วัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานรับรองมาตรฐาน และประเมินคุณภาพการศึกษา, 2555, หน้า 42, 111) ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำหลักการวัดผลและเกณฑ์ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัยซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

2. กำหนดลักษณะแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงเป็นแบบอันดับ

3. วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เพื่อทำข้อสอบวัดทักษะการเชื่อมโยง ดังตารางดังนี้

ตาราง 15 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียง
สับเปลี่ยน

ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ สอบทั้งหมด	จำนวนข้อ สอบที่ใช้จริง
1. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนวเส้นตรงได้	การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกัน แนวเส้นตรง	1. นักเรียนสามารถนำ ความรู้ เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนแนวเส้นตรง ไปใช้ในชีวิตจริงได้	2	1
1. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของที่แตกต่างกัน กันแนววงกลมได้	การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ ที่แตกต่างกัน แนววงกลม	1. นักเรียนสามารถนำ ความรู้ เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของที่ แตกต่างกันแนว วงกลมไปใช้ในชีวิต จริงได้	2	1
1. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของซ้ำแนว เส้นตรงได้	การเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ ซ้ำแนวเส้นตรง	1. นักเรียนสามารถนำ ความรู้ เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของซ้ำ แนวเส้นตรง ไปใช้ใน ชีวิตจริงได้	2	1
1. นักเรียนมีทักษะ การเชื่อมโยงใน การแก้ปัญหาเรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของซ้ำกันแนว วงกลมได้	การเรียง สับเปลี่ยนของซ้ำ กันแนววงกลม	1. นักเรียนสามารถนำ ความรู้ เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนของซ้ำกัน แนววงกลมที่ $(n_1, n_2, \dots, n_n) = 1$ ไป ใช้ในชีวิตจริงได้	2	1

ตาราง 15 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์ การเรียนรู้	จำนวนข้อ สอบทั้งหมด	จำนวนข้อ สอบที่ใช้จริง
		2. นักเรียนสามารถนำ ความรู้ เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนของซ้ำกัน แนววงกลมที่ $(n_1, n_2, \dots, n_n) \neq 1$ ไปใช้ในชีวิตจริงได้	2	1
	รวม		10	5

4. สร้างแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการสร้างแบบวัดแบบอัตนัย
จำนวน 10 ข้อ ตามตารางการวิเคราะห์ข้อสอบ

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบการวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ซึ่งมีรายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนดังตาราง 16

ตารางที่ 16 เกณฑ์การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ทักษะการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
3	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง
2	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องบางส่วน หรือ - ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง
1	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องบางส่วน
0	- ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และไม่สามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ไม่ถูกต้อง

6. นำแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา และนำแบบวัดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนมาแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา จากนั้นนำแบบวัดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่แก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับ ผู้เชี่ยวชาญในการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน และผู้ประเมินแบบวัดทักษะการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหา และความเที่ยงตรงในการประเมิน โดยพิจารณาจากค่าความสอดคล้อง (*IOC*) และมีวิธีการให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งข้อสอบที่ดีควรมีค่า *IOC* ของแต่ละข้อไม่น้อยกว่า .50 (เวซฤทธิ อังกะษัทรขจร, 2555, หน้า 159-169)

7. นำแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบจากอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้แนะนำให้ปรับโจทย์ปัญหาให้มีความสอดคล้องกับสถานการณ์ที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ที่นักเรียนได้พบ และให้ตรวจสอบคำผิดใน โจทย์ปัญหา ผู้วิจัยจึงได้ปรับโจทย์ปัญหาให้มีความสอดคล้องกับสถานการณ์ที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ที่นักเรียนได้พบ และตรวจสอบการใช้คำใน โจทย์ปัญหาให้มีความถูกต้องตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นผู้วิจัยได้นำแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ได้ 0.60-1.00 แล้วคัดเลือกข้อที่ค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ≥ 0.5 ได้จำนวน 10 ข้อ

8. นำแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ชลบุรี ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน ซึ่งได้ผ่านการเรียน เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มาแล้วเพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ในการพิจารณาข้อสอบ

ค่าความยากระหว่าง ต่ำกว่า 0.20 หมายถึง ข้อสอบยากเกินไป

ค่าความยากระหว่าง 0.21-0.39 หมายถึง ข้อสอบค่อนข้างยาก

ค่าความยากระหว่าง 0.40-0.59 หมายถึง ข้อสอบยากปานกลาง

ค่าความยากระหว่าง 0.60-0.80 หมายถึง ข้อสอบค่อนข้างง่าย

ค่าความยากระหว่าง 0.81-1.00 หมายถึง ข้อสอบง่ายเกินไป

ค่าอำนาจจำแนก ตีตก หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกคิดใช้ไม่ได้

ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.00-0.19 หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกต่ำ

ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.20-0.39 หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกปานกลาง

ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.40-0.59 หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกค่อนข้างสูง

ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป หมายถึง ข้อสอบมีอำนาจจำแนกสูง

เลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, หน้า 185)

9. นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายชื่อเพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอันดับของวิทนี และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201) ได้ค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.23-0.58 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.60-0.82 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

10. เลือกแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ ที่มีความยาก (p) ตั้งแต่ 0.42-0.54 ซึ่งมีค่าความยากง่ายในระดับความยากปานกลาง คือ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.76-0.82 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

11. นำแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่คัดเลือกไว้จำนวน 5 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะ โดยคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัก (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 218) ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.92 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

12. นำแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

วิธีการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน กับกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 12 คาบ และใช้แผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 8 แผน

2. เมื่อสิ้นสุดการดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้แล้วอย่างครบถ้วนสมบูรณ์ จากนั้นทำการทดสอบผู้เรียนด้วยแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. ตรวจแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีทางสถิติเพื่อการทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ได้จากการตรวจแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มาวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน กับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติแบบ t-test for one sample โดยในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ร้อยละ 75 ขึ้นไป ของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานรับรองมาตรฐาน และคุณภาพการศึกษา, 2555, หน้า 42, 111)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 79)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ตัวกลางเลขคณิต หรือ ค่าเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนคนทั้งหมด

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 79)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนยกกำลังสอง

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 ค่าความเที่ยงตรงเนื้อหาของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (Rovinelli & Hambleton, 1977 อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง
 $\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 ค่าความยากง่าย รายชื่อของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิฑินัยและชาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
 S_h แทน คะแนนผลรวมของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มสูง
 S_l แทน คะแนนผลรวมของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มต่ำ
 n_t แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ
 X_{\max} แทน คะแนนสูงสุด
 X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุด

***หมายเหตุ นักเรียนที่มีคะแนนสูงกว่าร้อยละ 50 ให้เป็นนักเรียนกลุ่มสูง และนักเรียนที่มีคะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 ให้เป็นนักเรียนกลุ่มต่ำ

2.3 อำนาจจำแนก รายชื่อของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิฑินีย์และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
S_h	แทน	คะแนนผลรวมของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มสูง
S_l	แทน	คะแนนผลรวมของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มต่ำ
n	แทน	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

***หมายเหตุ นักเรียนที่มีคะแนนสูงกว่าร้อยละ 50 ให้เป็นนักเรียนกลุ่มสูง และนักเรียนที่มีคะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 ให้เป็นนักเรียนกลุ่มต่ำ

2.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับเกณฑ์ที่กำหนด (ร้อยละ 75) โดยใช้สูตร t - test one sample (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2550, หน้า 134) ดังนี้

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
	\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	แทน	คะแนนเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 75)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อ เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ซึ่งขอเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	คะแนนเต็ม
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	การทดสอบที
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75
2. ผลการเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติ t-test for one sample ปรากฏในตารางที่ 17

ตารางที่ 17 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75

	<i>n</i>	<i>k</i>	μ_0	\bar{X}	<i>S</i>	<i>df</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	24	45	33.75	39.54	3.27	23	8.67*	.00

* $p < .05$

จากตารางที่ 17 พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 39.54 คิดเป็นร้อยละ 87.86 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา มีคะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

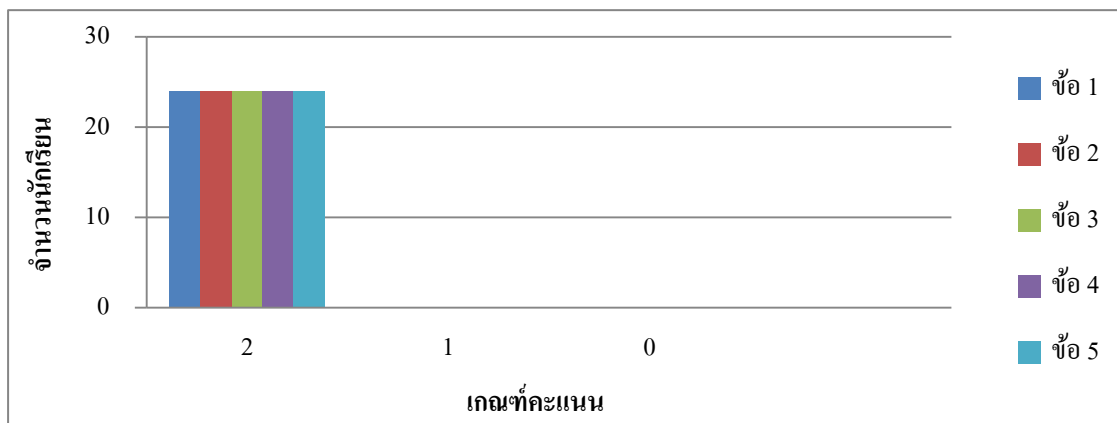
นอกจากนี้เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถแสดงจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 จำนวนนักเรียน(ร้อยละ) ตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

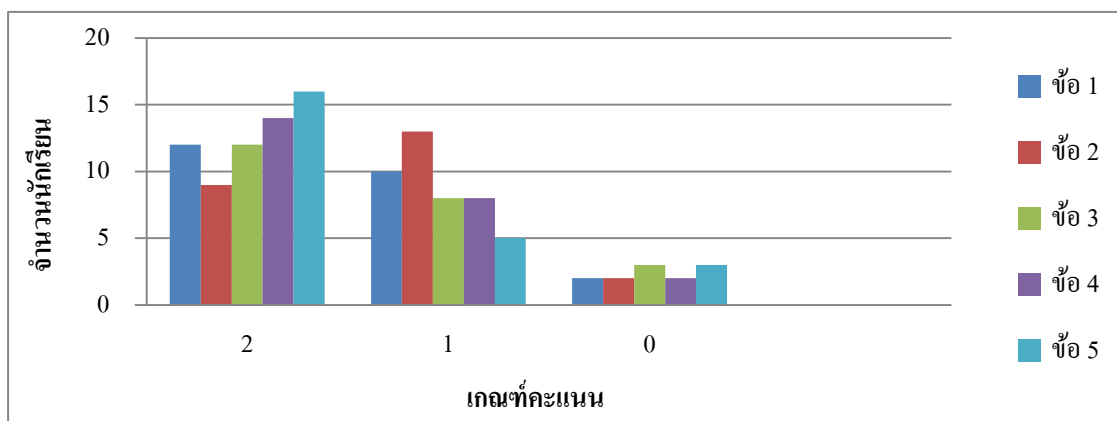
กระบวนการ การแก้ปัญหา	คะแนน	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)					เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	
ขั้นทำความเข้าใจ ปัญหา	2	24 (100)	24 (100)	24 (100)	24 (100)	24 (100)	100
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
ขั้นวางแผนใน การแก้ปัญหา	2	12 (50)	9 (37.50)	12 (54.17)	14 (58.33)	16 (66.67)	53.33
	1	10 (41.67)	13 (54.17)	8 (33.33)	8 (33.33)	5 (20.83)	36.67
	0	2 (8.33)	2 (8.33)	3 (12.50)	2 (8.33)	3 (12.50)	10.00
ขั้นดำเนินการ แก้ปัญหาและ หาคำตอบ	4	21 (87.50)	17 (70.83)	20 (83.33)	22 (91.67)	24 (100)	86.67
	2	3 (12.50)	7 (29.17)	4 (16.67)	2 (8.33)	0	13.33
	0	0	0	0	0	0	0
ขั้นสรุปคำตอบ	1	21 (87.50)	19 (79.17)	20 (83.33)	22 (91.67)	23 (95.83)	87.50
	0	3 (12.50)	5 (20.83)	4 (16.67)	2 (8.33)	1 (4.17)	12.50

จากตารางที่ 18 พบว่าขั้นทำความเข้าใจปัญหานักเรียนร้อยละ 100 สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และโจทย์ต้องการถามหาได้อย่างถูกต้อง ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.33 มีนักเรียนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 36.67 และมีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน ร้อยละ 10 ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.67 มีนักเรียนได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 13.33 และไม่มีนักเรียนได้ 0 คะแนน และขั้นการสรุปคำตอบ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ

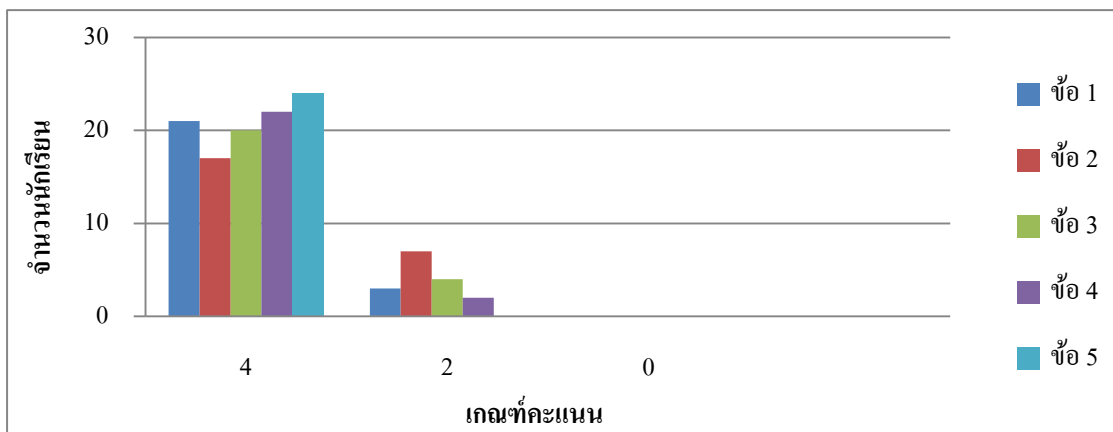
87.50 และมีนักเรียนได้ 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 12.50 และจากตารางทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสังเกตได้จากจำนวนนักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนเต็มของแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน ดังแผนภูมิแท่งที่แสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนนในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา ดังนี้



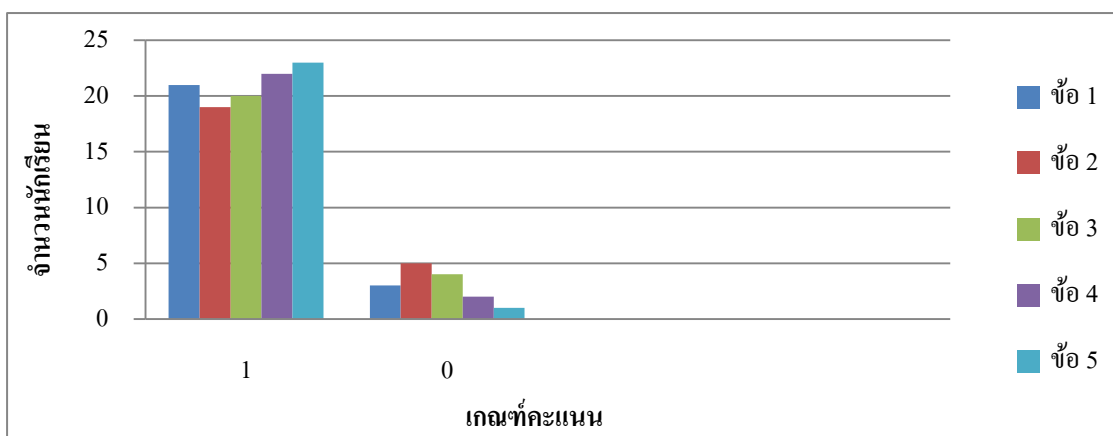
ภาพที่ 8 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา



ภาพที่ 9 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา



ภาพที่ 10 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในขั้นตอนการแก้ปัญหา ตามแผน



ภาพที่ 11 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในขั้นสรุปคำตอบ

จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถจำแนกการให้คะแนนของนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยแสดงดังรายละเอียดด้านล่างนี้

จากโจทย์ข้อที่ 1 คณะกรรมการจัดงาน “จุฬารณวิชาการ” ต้องการจัดลำดับการนำเสนอโครงการจำนวน 12 ทีม ซึ่งแต่ละทีมมาจากแต่ละโรงเรียนในเครือข่ายกลุ่มโรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย โดยแบ่งออกเป็นภูมิภาค ดังนี้

กลุ่มภาคเหนือ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย เชียงราย, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย พิชญ์โลก, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ลพบุรี

กลุ่มภาคกลาง ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย ปทุมธานี,
รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย ชลบุรี, รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย เพชรบุรี

กลุ่มภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย เลย,
รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย มุกดาหาร, รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย บุรีรัมย์

กลุ่มภาคใต้ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย ตรัง,
รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย นครศรีธรรมราช, รร.จุฬารัตนราชวิทยาลัย สตูล

โดยผู้จัดงานต้องการจัดลำดับการนำเสนอโครงการ โดยกำหนดให้ทีมที่อยู่ในภูมิภาคเดียวกันนำเสนอต่อกัน จงหาจำนวนวิธีการจัดลำดับการนำเสนอโครงการ

กลุ่มที่ 1 ชั้นทำความเข้าใจ

1. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และโจทย์ต้องการถามหาได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 12

วิธีทำ	ชั้นทำความเข้าใจ
โจทย์กำหนด	กลุ่มหนึ่งมีโรงเรียนจำนวน 12 ทีม แบ่งเป็นภูมิภาค 4 ภูมิภาค
โจทย์ต้องการทราบ	เมื่อกำหนดในทีมที่อยู่ในภูมิภาคเดียวกันเสนอต่อกัน จ. จัดเรียงได้
วิธี	

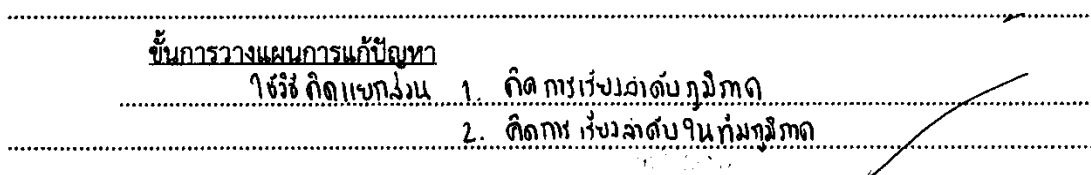
ภาพที่ 12 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 2 คะแนน ในชั้นทำความเข้าใจ

จากภาพนักเรียนเขียนแสดงข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ดังนี้ กลุ่มนำเสนอโครงการจำนวน 12 ทีม แบ่งเป็นภูมิภาค 4 ภูมิภาค และนักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ดังนี้ เมื่อกำหนดให้ทีมที่อยู่ในภูมิภาคเดียวกันเสนอต่อกัน จะสามารถจัดเรียงได้กี่วิธี ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการและแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์

2. ไม่มีนักเรียนที่ได้ 1 คะแนน และ 0 คะแนน

กลุ่มที่ 2 ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา

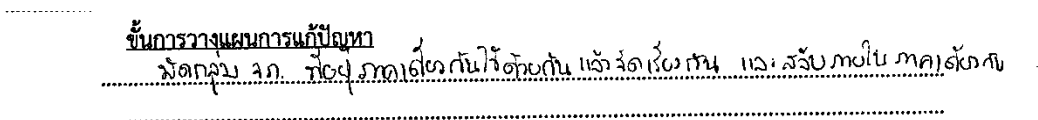
1. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 13



ภาพที่ 13 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 2 คะแนน ในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพนักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้ใช้วิธีคิดแบบแยกส่วน โดยแบ่งส่วนเป็น 1) คิดการเรียงลำดับภูมิภาค 2) คิดการเรียงลำดับภายในกลุ่มภูมิภาค ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

2. นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 14



ภาพที่ 14 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพนักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้ มีดกลุ่มโรงเรียนจุฬาภรณฯ ที่อยู่ภูมิภาคเดียวกันอยู่ด้วยกันและสลับภายในภูมิภาคเดียวกัน ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่ได้แสดงว่าใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา

3. นักเรียนที่ได้ 0 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการแสดงการวางแผนการแก้ปัญหา

กลุ่มที่ 3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน

1. นักเรียนที่ได้ 4 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างถูกต้องชัดเจน ดังภาพที่ 15

ขั้นตอนแก้ปัญหาและหาคำตอบ

จัดอันดับสมาชิกใน 1 ชุด ดังต่อไปนี้ 4 ชุด

$$\therefore \text{จัดเรียงได้ } 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ วิธี}$$

จัดอันดับภายในภาคเหนือได้ 3! วิธี

” ภาคกลางได้ 3! วิธี

” ภาคตะวันออกเฉียงเหนือได้ 3! วิธี

” ภาคใต้ได้ 3! วิธี

$$\therefore \text{จัดอันดับภาคเหนือได้ } 24 \times 3! \times 3! \times 3! = 31104 \text{ วิธี}$$

ภาพที่ 15 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 4 คะแนน ในขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน

จากภาพนักเรียนเขียนแสดงวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา โดยการใช้การแก้ปัญหาแบบแยกส่วน ซึ่งแบ่งการแก้ปัญหาเป็น 2 ส่วน คือ การจัดเรียงลำดับการนำเสนอของภูมิภาคและจัดเรียงลำดับภายในกลุ่มของแต่ละภูมิภาค ซึ่งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างถูกต้องชัดเจน

2. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 16

ขั้นตอนแก้ปัญหาและหาคำตอบ

1. ภูมิภาค 4 ภูมิภาค เรียงได้ 4!

$$= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ วิธี}$$

2. ใน 1 ภูมิภาค ประกอบด้วย 3 ร. เรียงได้ 3!

$$= 3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ วิธี}$$

ประกอบด้วย 4 ภูมิภาค

ภาพที่ 16 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 2 คะแนน ในขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน

จากภาพนักเรียนเขียนแสดงวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา โดยการใช้การแก้ปัญหาแบบแยกส่วน ซึ่งแบ่งการแก้ปัญหาเป็น 2 ส่วน คือ การจัดเรียงลำดับการนำเสนอของภูมิภาคและ

จัดเรียงลำดับภายในกลุ่มของแต่ละภูมิภาค ซึ่งนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเพียงบางส่วน เนื่องจากในการดำเนินการของนักเรียน นักเรียนยังไม่มีกรสรุปคำตอบสุดท้ายของการแก้ปัญหา

3. ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

กลุ่มที่ 4 ชั้นสรุปคำตอบ

1. นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างถูกต้องชัดเจน ดังภาพที่ 17

ชั้นสรุปคำตอบ

สามารถจัดลำดับการนำเสนอโครงงานของร.ร. จุฬาลงกรณ์ฯ ทั้ง 12 แห่ง ได้เท่ากับ 31,104 วิธี

ภาพที่ 17 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 1 คะแนน ในชั้นสรุปคำตอบ

จากภาพนักเรียนมีการแสดงการสรุปคำตอบ ดังนี้ สามารถจัดลำดับการนำเสนอโครงงานของกลุ่มโรงเรียนจุฬาภรณฯ ทั้ง 12 แห่ง ได้เท่ากับ 31,104 วิธี ซึ่งนักเรียนสามารถสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องชัดเจน

2. นักเรียนที่ได้ 0 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 18

ชั้นสรุปคำตอบ

$$24 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 31,104 \text{ วิธี}$$

ตอบ 31,104 วิธี

ภาพที่ 18 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนน 0 คะแนน ในชั้นสรุปคำตอบ

จากภาพนักเรียนมีการแสดงการสรุปคำตอบแต่ไม่ถูกต้องชัดเจน เนื่องจากนักเรียนไม่มีการเขียนอธิบายในการสรุปคำตอบของปัญหา และมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่มีการสรุปคำตอบ

2. ผลการเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75 ปรากฏในตาราง 19

ตารางที่ 19 การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ร้อยละ 75

	<i>n</i>	<i>k</i>	μ_0	\bar{X}	<i>S</i>	<i>df</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	24	15	11.25	13.12	1.62	23	5.66*	.00

* $p < .05$

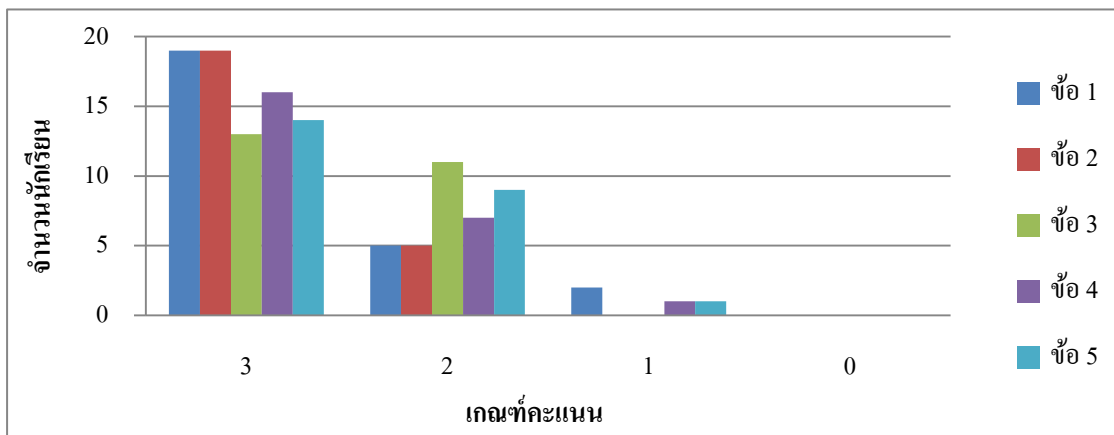
จากตารางที่ 19 พบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน โดยมีคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย 13.12 คิดเป็นร้อยละ 87.46 และเมื่อทดสอบสมมุติฐานแล้วพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา มีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สามารถแสดงจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 จำนวนนักเรียน(ร้อยละ) ตามเกณฑ์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อ คะแนน	ข้อ					เฉลี่ย (ร้อยละ)
	1	2	3	4	5	
3	19 (70.83)	19 (79.17)	13 (54.17)	16 (66.67)	14 (58.33)	65.83
2	5 (20.83)	5 (20.83)	11 (45.83)	7 (29.17)	9 (37.5)	30.83
1	2 (8.33)	0	0	1 (4.17)	1 (4.17)	3.33
0	0	0	0	0	0	0.00
รวม	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

จากตาราง 20 พบว่า ร้อยละของนักเรียนมีผลการประเมินจากแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ นักเรียนได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 65.83 มีนักเรียนบางส่วนได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 30.83 และมีนักเรียนได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 3.33 ซึ่งไม่มีนักเรียนได้ 0 คะแนน และจากตารางทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในการนำความรู้ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนไปใช้ในแก้ปัญหา โดยสามารถสังเกตได้จากจำนวนนักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนเต็ม ดังแผนภูมิแท่งที่แสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนนในทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังแผนภูมิด้านล่างนี้



ภาพที่ 19 แผนภูมิแสดงจำนวนนักเรียนเทียบกับเกณฑ์คะแนน ในแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นอกจากแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถจำแนกการให้คะแนนของนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยแสดงดังภาพตัวอย่างด้านล่างนี้

จากโจทย์ข้อที่ 1 นนท์ ขนมปัง และเพื่อนในกลุ่มอีก 5 คน ได้รวมตัวกันเพื่อที่จะไปรับประทานซูชิหลังจากเลิกเรียนพิเศษ ซึ่งร้านซูชิที่พวกเขาไปนั้นเป็นร้านซูชิบาร์ มีการจัดโต๊ะที่นั่งเป็นแถวตรง พวกเขาจะมีวิธีนั่งรับประทานซูชิได้กี่วิธีเมื่อมีเพื่อน 2 คน นั่งกันระหว่าง นนท์กับขนมปัง



1. นักเรียนที่ได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 65.83 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถระบุความรู้หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 20

ใช้ความรู้เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนล่วงหน้าก่อน
กันบนอันตรรก

วิธีทำ
 สักเพื่อน ออกไปรวมแล้วกับของได้ 6! วิธี
 ตานที่กับของก่อนหน้าได้ 4! วิธี

$6! \cdot 4!$

หนักกับของแล้วส่วนที่ส่วนได้ 2! วิธี

\therefore มีวิธีทำทั้งหมด $5! \cdot 4! \cdot 2!$
 $= 860$ วิธี

ตอบ 860 วิธี

ภาพที่ 20 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการเชื่อมโยง 3 คะแนน

จากภาพนักเรียนสามารถแสดงการเชื่อมโยงความรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนสามารถระบุน้ำหนักที่ใช้ในการแก้ปัญหา และมีการดำเนินการแก้ปัญหาไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง

2. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถระบุน้ำหนัก หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 21

ใช้ความรู้เรื่อง อัตราส่วน

วิธีทำ

1. สับเพื่อน 2 คน จัดรวมกับหนัก และจนพอใจ แล้วนำออกด้วยคนอื่น ได้ 41 วิ

2. สับกับหนัก และจนพอใจ 21 วิ

∴ วิธีที่คนไว้วางใจประมาณ 41 วิ

∴ $41 \times 21 = 861$ วิ

รวม 48 วิ

(1)

ใช้ความรู้เรื่อง อัตราส่วน

วิธีทำ

จัดเรียงโต๊ะระหว่างวงกลมคนละฝั่ง 2 คน

ราคาคนแรกได้ 4 วิ

สับคนพวกนี้จนพอใจ 2 วิ

สับคนพวกนี้จนพอใจ 5 วิ

รวม 960 วิ

(2)

ภาพที่ 22 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการเชื่อมโยง 1 คะแนน

จากภาพ (1) นักเรียนสามารถแสดงการเชื่อมโยงความรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มาใช้ในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนสามารถระบุน้ำความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่การดำเนินการแก้ปัญหาไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ไม่ถูกต้อง เนื่องจากการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนมีการดำเนินการแก้ปัญหาคิดในขั้นที่ 1 และ ยังขาดกรณีการพิจารณาการแทรกที่นั้งของนนท์และขนมปังในการนั่งระหว่างเพื่อน จากการดำเนินการแก้ปัญหาคิดของนักเรียนจึงทำให้คำตอบที่นักเรียนสรุปนั้นไม่ถูกต้อง และจากภาพ (2) นักเรียนไม่มีการระบุน้ำความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แต่การดำเนินการแก้ปัญหาลงสู่ การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากนักเรียนไม่มีการแสดง วิธีคิดที่เขียนอธิบายไปสู่ข้อสรุปคำตอบ ของสถานการณ์ในชีวิตจริง

4. ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

นอกจากนี้ผลจากการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียง สับเปลี่ยน ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้จัดการเรียนการสอนด้วยตนเองพบว่า เมื่อใช้แผนจัดการเรียนรู้ที่ 1-2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจกิจกรรมการจัดการเรียนการสอนอีกทั้งเนื้อหาที่เรียนเป็น เนื้อหาที่ไม่ยาก นักเรียนจึงให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม แต่ในขั้นการแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจกับกลุ่ม นักเรียนบางส่วนไม่กล้าแลกเปลี่ยนแนวคิดการแก้ปัญหาให้เพื่อนฟัง

เพราะนักเรียนกลัวแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาของตนเองจะผิด ผู้วิจัยจึงได้พยายามบอกให้นักเรียนร่วมกันเสนอแนวคิดของตนเอง โดยไม่ต้องกลัวว่าจะผิดหรือถูกเพื่อที่นักเรียนได้เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และจากการตรวจแบบฝึกที่ 1 และ 2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้สูตรที่ได้จากการสรุปในการทำกิจกรรมมาใช้ในการแก้ปัญหาในแบบฝึกที่ 1 และ 2 จึงทำให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหามีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 7.38, 16.04 คะแนน ตามลำดับและคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เท่ากับ 2.63, 5.50 คะแนนตามลำดับ เมื่อผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-5 นักเรียนเริ่มคุ้นเคยมากขึ้น นักเรียนจึงมีการปรึกษากันภายในกลุ่มมากขึ้นแต่ด้วยเนื้อหาที่ค่อนข้างยากนักเรียนจึงใช้เวลาค่อนข้างสูงในการสรุปการได้มาของสูตร แต่ในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้เร็ว และนักเรียนที่เข้าใจได้เร็วจะช่วยอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟัง และนักเรียนที่มีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเพื่อนก็กล้าที่จะเสนอความคิดเห็นของตนเองมากขึ้นและ จากที่ผู้วิจัยได้ตรวจแบบฝึกพบว่านักเรียนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามาเป็นแนวคิดในการแก้ปัญหามากขึ้น ซึ่งพบว่านักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาเฉลี่ยเท่ากับ 16.83, 16.63 และ 7.50 คะแนน ตามลำดับ และมีคะแนนทักษะการเชื่อมโยงเฉลี่ย เท่ากับ 5.46, 5.58 และ 2.58 คะแนน ตามลำดับ นอกจากนี้ ยังพบว่ามึนักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้ากว่าเพื่อนคนอื่น ๆ ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน ผู้วิจัยได้นำคสอนซ่อมเสริมหลังจากที่เรียนจบในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เมื่อผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ผู้วิจัยจึงได้ให้นักเรียนจับกลุ่มใหม่ เพื่อแยกกลุ่มนักเรียนเก่งและอ่อนให้อยู่รวมกัน โดยผู้วิจัยเป็นคนจับกลุ่มให้ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 พบว่านักเรียนสามารถสรุปการได้มาของสูตร และการหาแนวคิดการแก้ปัญหาได้เร็วขึ้น และจากการตรวจแบบฝึกที่ 6 พบว่านักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาเฉลี่ยเท่ากับ 17.17 คะแนน และมีคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เฉลี่ยเท่ากับ 5.54 คะแนน เมื่อผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 พบว่านักเรียนสามารถสรุปที่มาของสูตรได้เร็วขึ้น โดยนักเรียนใช้หลักจากการได้มาของสูตรในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 5 จึงทำให้ได้แนวคิดการได้มาของสูตร และนักเรียนสามารถแสดงแนวคิดการแก้ปัญหาได้เร็วเนื่องจากได้แนวคิดหลากหลายวิธีจากเพื่อนที่เข้าใจเร็วมาช่วยอธิบายและในขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้ การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน ผู้วิจัยจึงได้เพิ่มโจทย์ปัญหาให้นักเรียน ได้ฝึกแก้ปัญหา มากขึ้น และผลจากการตรวจแบบฝึกที่ 7 พบว่านักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาเฉลี่ยเท่ากับ 8.33 คะแนน และมีคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เท่ากับ 2.75 คะแนน และเมื่อผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 พบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มมีการแลกเปลี่ยนแนวคิด และช่วยกันอธิบายเนื้อหาที่เรียนให้เพื่อนที่ยังไม่เข้าใจทำให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาในเนื้อหาในแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยาก และผู้วิจัยจึงได้ยกโจทย์ตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนไม่สับสนกับเนื้อหาในแผนการจัดการเรียนรู้

ที่ 7 ซึ่งผลจากการตรวจแบบฝึกที่ 8 พบว่านักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาเฉลี่ยเท่ากับ 17.46 คะแนน และมีคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เท่ากับ 2.83 คะแนน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเกณฑ์ ร้อยละ 75 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/6 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 8 แผน ซึ่งค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้มีค่าเป็น 4.29 แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย 1 ชุด จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.96 และแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย 1 ชุด จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.92 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปา สรุปผลได้ดังนี้

1. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากผลการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 การที่ผลวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปาเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองโดยใช้หลักกระบวนการกลุ่ม และทักษะกระบวนการเพื่อให้นักเรียนหาแนวคิดในการแก้ปัญหา ซึ่งมีครูเป็นผู้กำหนดปัญหาที่น่าสนใจ และกระตุ้นให้นักเรียนหาแนวทางการแก้ปัญหา แต่เมื่อนักเรียนยังหาแนวทางการแก้ปัญหาไม่ได้ ครูจะผู้คอยแนะแนว หรือใช้กระบวนการกลุ่มมาช่วยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิด เพื่อนำแนวคิดที่ได้จากกลุ่มมาสร้างแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเอง นอกจากนี้กระบวนการกลุ่มยังมีส่วนให้นักเรียนได้รับฟังและแลกเปลี่ยนแนวทางการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้แนวคิดการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีและสามารถร่วมกันสรุปคำตอบได้ถูกต้อง จากที่กล่าวมาผู้วิจัยยังพบว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบซิปปาช่วยให้นักเรียนมีทักษะแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง

นอกจากนี้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปาเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีหลักการ 5 หลักการ ได้แก่ 1) หลักการสร้างความรู้ (Constructivism) 2) หลักกระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Group process and cooperative learning) 3) หลักความพร้อมในการเรียนรู้ (Learning readiness) 4) หลักการเรียนรู้กระบวนการ (Process learning) และ 5) หลักการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning) ซึ่งหลักการทั้ง 5 เป็นที่มาของแนวคิดที่เรียกว่า “CIPPA” ด้วยแนวคิดแบบ “CIPPA” สามารถนำไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางให้มีคุณภาพ โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 7 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ใช้วิธีถามตอบ และใช้การยกตัวอย่างสถานการณ์ในการที่ให้ผู้เรียนทบทวนความรู้เดิมเพื่อให้ผู้เรียนนำความรู้นี้ไปใช้ในการแสวงหาความรู้ใหม่ที่ผู้วิจัยได้จัดเตรียมเอกสารแนะแนวทางไว้ให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยให้ผู้เรียนศึกษาข้อมูลความรู้ใหม่จากเอกสารแนะแนวทาง โดยใช้ความรู้เดิมที่เรียนมาเป็นฐานความรู้ในศึกษาความรู้ใหม่

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยให้ผู้เรียนสร้างข้อสรุปความรู้ใหม่ที่ศึกษาด้วยตนเอง และเป็นขั้นตรวจสอบความเข้าใจในความรู้ของตนเอง โดยการนำความรู้ที่ได้มาใช้แก้ปัญหา ในสถานการณ์ปัญหาที่ผู้สอนกำหนดให้ โดยการใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินแก้ปัญหาตามแผน 4) ขั้นสรุปคำตอบ ในการแก้ปัญหาสถานการณ์นั้น ๆ โดยขั้นนี้ยึดหลักตามแนวคิดของ “CIPPA” ที่ให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 180-186) ที่ได้ระบุไว้ว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคือควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนอาจเริ่มต้นจากการให้ผู้เรียนเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นนี้ผู้วิจัยอาศัยหลักตามแนวคิดของ “CIPPA” ที่ให้ผู้เรียนได้มีการปฏิสัมพันธ์กัน และอาศัยหลักการกระบวนการกลุ่มช่วยให้ผู้เรียนได้อาศัยกลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้กว้างขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนแก่ผู้อื่น และได้รับประโยชน์จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่นไปพร้อม ๆ กัน

ขั้นที่ 5 การสรุปจัดระเบียบความรู้ ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยใช้เป็นการสรุปบทเรียน โดยการให้การถามตอบของการสรุปความรู้ทั้งหมดที่ได้รับของผู้เรียน และจัดสิ่งที่ได้เรียนรู้ให้เป็นระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน ขั้นนี้ผู้วิจัยได้ให้ผู้เรียนได้ลงมือในการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน หรือเป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงแสดงแนวคิดหรือผลงาน การสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นนี้ผู้วิจัยได้จัดการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกฝน การนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยได้กำหนดให้เพื่อเพิ่มความชำนาญความเข้าใจ โดยการใช้รูปแบบการทำกิจกรรมในการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ตามแนวคิดของ “CIPPA” ที่ให้ผู้เรียน นำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้

จากการวิจัยยังทำให้ทราบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปาที่ผู้วิจัยได้นำกระบวนการการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของการแก้ปัญหาแบบโพลยา ทั้ง 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน และ 4) ขั้นสรุปคำตอบ มาแทรกในขั้นการจัดการเรียนรู้ใน ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ/ ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือ แสดงผลงาน และขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ ทำให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสังเกตได้จากคะแนนในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนเต็มในแต่ละขั้นตอน ซึ่งสอดคล้องกับอากรณ ใจเที่ยง (2550, หน้า 109) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น โดยการใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการกลุ่ม กระบวนการแก้ปัญหา เป็นต้น จนสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ อัครวิน พุ่มมรินทร์ (2556) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลงานวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่องลำดับอนุกรม สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่องลำดับอนุกรม สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. คะแนนเฉลี่ยทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 จากการที่ผลวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ในขั้นการจัดการเรียนรู้ขั้นที่ 7 ของการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ซึ่งเป็นขั้นที่ผู้วิจัยได้จัดการส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้ฝึกฝนการนำความรู้ความเข้าใจของตน ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ที่ผู้วิจัยได้กำหนดให้เพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ โดยการใช้รูปแบบการทำกิจกรรมในการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหามาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ตามแนวคิดของ “CIPPA” ที่ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ และจากการวิจัยทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในการนำความรู้

ที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน ไปใช้ในแก้ปัญหา โดยสามารถเห็นได้จากนักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนเต็มในการทำแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเต็มสามารถคิดเป็นร้อยละ 65.83 จากนักเรียนทั้งหมด อีกทั้งคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 60) ได้กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการสร้างความสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับปรีชา เนาว่าเย็นผล (2544, หน้า 56) กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็นหรือมีอยู่ในชีวิตประจำวันเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมายผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเข้าใจตั้งแต่จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริงทำให้รู้สึกว่าการเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์มีคุณค่าสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 83) ได้ระบุถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นทักษะ/ กระบวนการ ที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝนทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน เพราะการที่ผู้เรียนเห็น การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง และยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็น วิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัย ของชเรนทร์ จิตติพุทธธางกูร (2553) ได้ศึกษาการส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 โรงเรียนโคกยางวิทยา จังหวัดสุรินทร์ พบว่านักเรียนมีความสามารถในการนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่องพีทาโกรัสไปเชื่อมโยงกับคู่อันดับและกราฟ สมการ การวัด อัตราส่วน และจำนวนจริง เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และนักเรียนมีความสามารถในการนำหลักการ วิธีการ ความรู้ เรื่องพีทาโกรัสกับงานที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และจากงานวิจัยของนงคราญ หลวงเขียว (2556) ได้ศึกษา การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปากับการใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่อง พื้นที่ผิวและ ปริมาตรที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังได้รับการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปาร่วมกับการใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05 และมีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อน เรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการวิจัย และผลการวิจัย ผู้วิจัยได้สรุปข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และสำหรับการวิจัยครั้งต่อไปดังนี้

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. ครูควรเพิ่มเวลาในการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสอนแบบซิปปา เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ และแนวความคิดการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนแต่ละคนใช้เวลาในการสรุปความรู้ไม่เท่ากัน

2. ครูควรจัดเนื้อหาและเวลาให้เพียงพอต่อการเรียนรู้และการทำกิจกรรม เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ใช้การจัดการเรียนรู้กระบวนการกลุ่มซึ่งแต่ละกลุ่มจะใช้เวลาในการแลกเปลี่ยนความรู้ และสรุปความรู้ได้ไม่เหมือนกัน อีกทั้งครูควรให้คำแนะนำ หรือใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดแนวคิดใหม่ และครูควรสนับสนุนและชื่นชมแนวคิดของการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ของนักเรียน

3. ครูควรสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างถี่ถ้วนในการทำกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งอาจมีนักเรียนที่ไม่สนใจหรือไม่ตั้งใจเรียน ครูควรเข้าไปกระตุ้นนักเรียนโดยการใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสเสนอแนวคิด

4. ครูควรมีการซักถามความรู้ความเข้าใจของนักเรียนในขั้นการสรุปจัดระเบียบความรู้ให้มากขึ้น และเพื่อที่จะให้นักเรียนทุกคนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนได้ถูกต้อง และเป็นไปในแนวทางเดียวกัน

5. ครูควรเพิ่มเวลาในการนำเสนอแนวความคิดการแก้ปัญหานักเรียนในแต่ละกลุ่ม เพื่อให้ นักเรียนได้มีเวลาในการอภิปราย และแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกันระหว่างกลุ่ม

6. ครูควรเพิ่มโจทย์ปัญหาที่เป็นสถานการณ์ในชีวิตจริง ให้มากขึ้นในขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาการใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับเนื้อหา คณิตศาสตร์อื่น ๆ

2. ควรมีการศึกษาการใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา ที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น เช่น ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทักษะการให้เหตุผล เป็นต้น

3. ควรมีการเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปากับ
การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบปกติในเนื้อหาและระดับชั้นอื่น ๆ

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กนกพรธณ ภูทองพลอย. (2552). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดวิเคราะห์ และ ความพึงพอใจในการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี เรื่องธุรกิจในชีวิตประจำวันของ นักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้แบบ CIPPA กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวิจัย, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- กรมวิชาการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: องค์การรับสินค้า และ พัสดุภัณฑ์.
- คณาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายประถม. (2552). *สาระน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: รวบรวมความประสบการณ์สอน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2557. (2557, 8 พฤศจิกายน). *โรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย ชลบุรี อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี*. สัมภาษณ์.
- คณาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายประถม. (2552). *สาระน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: รวบรวมความประสบการณ์สอน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. (2557, 8 พฤศจิกายน). *โรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย ชลบุรี อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี*. สัมภาษณ์.
- คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2556). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและ วิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundation and methodologies in mathematics) หน่วยที่ 6-10*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ชเรนทร์ จิตติพิทุฑธางกูร. (2553). *การส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องพีทาโกรัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียน โศกยงวิทยา จังหวัดสุรินทร์*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชา คณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

- ชนาธิป พรกุล. (2545). *แคทส์: รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง = CATS: a studentcentered instructional model*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). *การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนาธิป พรกุล. (2555). *การออกแบบการสอน: การบูรณาการ การอ่าน การคิดวิเคราะห์ และ การเขียน*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชลากร ณีภูบุญญามาศ. (2553). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผล และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CIPPA*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2543). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ โรงเรียนมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2550). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 10)*. กรุงเทพฯ: เทพเนรมิตการพิมพ์.
- ณัฐวรา อาแวละ. (2557). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบชิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องความน่าจะเป็น*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ทศนา เขมมณี. (2542). *การจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง: โมเดลชิปปา (CIPPA MODEL)*. วารสารวิชาการกรมวิชาการ. 2(5) (พฤษภาคม 2542), 2-30.
- ทศนา เขมมณี. (2556). *รูปแบบการเรียนการสอน: ทางเลือกที่หลากหลาย (พิมพ์ครั้งที่ 5)*. กรุงเทพฯ: บริษัท แอคทีฟ พริน จำกัด.
- นวลจิตต์ ชาวศิริพิงศ์. (2545). *การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดการพิมพ์.

- นงคราญ หลวงเจียว. (2556). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปากับการใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยนเรศวร, พิษณุโลก.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์การศึกษาศุภบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิทักษ์ สวนดี. (2550). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องอินเทอร์เนตและการสร้างเว็บเพจการคิดวิเคราะห์ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคอมพิวเตอร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA) และการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน(PBL). วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ฝ่ายจัดการศึกษาโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี. (2557). หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค (โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี). ชลบุรี: จุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี.
- รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ. (2553). การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่องการวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแก่น้อยศึกษา จังหวัดเชียงใหม่. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2542). แผนการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). เอกสารคำสอนวิชา 410514 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical skills and processes). ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอนและการวิจัย. กรุงเทพฯ: บริษัท จรัญสนิทวงศ์การพิมพ์ จำกัด.

- มุกดา ไสวารี. (2552). *การวิจัยการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลชิปปา (CIPPA MODEL) ในรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โรงเรียนเทศบาล วัดกลาง. สำนักการศึกษา เทศบาลนครขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น.*
- ศศิธร แม่นสงวน. (2555). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2550). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 1).* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2553). *เอกสารสำหรับผู้ให้การอบรมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 (พิมพ์ครั้งที่ 3).* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *วัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). *ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.
- สุรเชษฐ์ ศรีนาทม. (2553). *ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบชิปปา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.*
- สุวรร กาญจนมบุตร. (2545). *กระบวนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 52-64*
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้การเรียนแบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์บัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*

- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2546). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2555). *คู่มือการประเมินคุณภาพภายนอกกรอบสาม (พ.ศ. 2554-2558) ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับสถาบันศึกษา (แก้ไขเพิ่มเติม พฤศจิกายน 2554)*. กรุงเทพฯ: ออฟเซ็ท พลัส.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2550). *หลักการสอน (ฉบับปรับปรุง)*. กรุงเทพฯ: โอ.เอส. พรินติ้ง เฮ้าส์.
- อัมพา บุญศิริรักษ์. (2545). “ร่วมปฏิรูปการเรียนรู้กับครูต้นแบบ” การจัดการกระบวนการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญการสอนแบบ “CIPPA MODEL” ครูอัมพาบุญศิริรักษ์ ครูต้นแบบ ปี 2542 วิชาภาษาไทย ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัศวิน พุ่มมรินทร์. (2556). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA MODEL) เรื่องลำดับและอนุกรมที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2551). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อรัญญ์ มูลคำและคณะ. (2544). *การบูรณาการหลักสูตรและการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง = Child centred: storyline method*. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์.
- Al-Halal, A. J. (2001). “The effect of individualistic learning and cooperative learning strategies on elementary students’ mathematics achievement and use of social skills,”. *Dissertation Abstracts International*. 62(05): 1697-A; November, 2001.
- Johanning, D. I. (2000). *Ann Analysis of Writing and Postwriting Group Collaboration In Middle School Pre – Algebra*. *School Science and Mathematics*. 100(3), 151-160
- Weber, J. L. (2006). “Students’ beliefs and anxiety About teaching mathematics: a study of a constructivist elementary mathematics methods course.” *Dissention Abstracts International*. 66(09): unpagged; March, 2006.
- Wicklund, D. (2003). *Individust learning versus cooperative learning in a University Spreadsheet Application Class*. *Dissertation Abstracts International*, 63(10), 3457-A

William, K. M. (2003). Writing about the problem-solving process to improve problem solving performance. *Mathematics Teacher*, 96(3), 185.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

- | | |
|---------------------------|--|
| 1. รศ.ดร.ยุพร ริมชลการ | รองศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม |
| 2. ผศ.ดร.วิโรจน์ ตี๊ก๊ะ | ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม |
| 3. ดร.คงรัฐ นวลแปง | อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 4. นายไมตรี สมบูรณ์ | ตำแหน่ง ครู คศ. 3
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ครู โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี |
| 5. นายจักรกฤษ เลื่อนกลิ่น | ตำแหน่ง ครู คศ. 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ครู โรงเรียนบางละมุง |

ภาคผนวก ข

- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2050

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

169 ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

28 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ยุพร ริมชลการ

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำร้องขอวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วย นายชัชวาลย์ บัวรืคาน นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในขณะนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 097-1145772

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2050

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

169 ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

28 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิโรจน์ ตี๊กะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำร้องขอวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วย นายชัชวาลย์ บัวรืทาน นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในขณะนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 090-1081989

(สำเนา)

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร. 2069

ที่ ศธ 6621/ว. 3543

วันที่ 28 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร.คงรัฐ นवलเปง

ด้วย นายชัชวาลย์ บัวรિકาน นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในขณะนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ลงชื่อ) **เชษฐ ศิริสวัสดิ์**
 (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2050

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

169 ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

28 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายไมตรี สมบูรณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วย นายชัชวาลย์ บัวรિકาน นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในขณะนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) **เชษฐ ศิริสวัสดิ์**

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 097-1145772

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2050

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

169 ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

28 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายจักรกฤษ เลื่อนกฐิน

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำร้องขอวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วย นายชัชวาลย์ บัวรિકาน นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในขณะนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 097-1145772

(สำเนา)

โรงเรียนจุฬาลงกรณ์ราชวิทยาลัย ชลบุรี
(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

เลขรับที่ ๒๐๒๘
วันที่ ๒๖.๑๑.๒๕๕๘

ฝ่ายวิชาการ

วันที่ ๒๖.๑๑.๒๕๕๘

วันที่ ๒๖.๑๑.๒๕๕๘

เวลา ๑๖.๕๐ น.

ที่ อ. พนมพิบูลย์

๓๐ ตุลาคม ๒๕๕๘



น.เกษมสวัสดิ์ ๑๐.๓
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬาลงกรณ์ราชวิทยาลัย จังหวัดชลบุรี

ด้วย นายชัชวาลย์ บวรวิคาน นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง การจัดการเรียนรู้ ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ขณะนี้อยู่ระหว่างการดำเนินการทำวิทยานิพนธ์ ในกรณีนี้ เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดังกล่าวเป็นไปด้วยความเรียบร้อยและมีประสิทธิภาพ คณะศึกษาศาสตร์ จึงมีความประสงค์ขออนุญาตให้นิสิตเก็บข้อมูลเพื่อทำวิทยานิพนธ์

ทั้งนี้ เพื่อนำไปประกอบการขออนุมัติพิจารณาจริยธรรมการวิจัย คณะศึกษาศาสตร์ เพื่อให้ นิสิตได้ขออนุญาตสถานที่ก่อนที่จะเก็บข้อมูลจริงกับกลุ่มตัวอย่าง

น. ผู้อำนวยการโรงเรียน จังเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาอนุญาต

๑) เพื่อโปรดทราบและพิจารณา

๒) เห็นสมควร

- ฝ่ายบริหาร
- ฝ่ายวิชาการ
- ฝ่ายบริหารทั่วไป
- ทราบ
- ดำเนินการ
- ถึงปฏิบัติ

ขอแสดงความนับถือ

เพื่อโปรดทราบ

เพื่อโปรดพิจารณา

สมควรมอบกลุ่มสาระ

วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ภาษาไทย

การงาน สังคมศึกษา ต่างประเทศ

สุขศึกษา ศิลปะ พัฒนาผู้เรียน

กลุ่มงาน

(นางสาวกรรณิศา กิ่งทองศรี)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้จัดการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำนักงานคณบดี คณะศึกษาศาสตร์
โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๒๒๒ ต่อ ๒๐๐๖
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๑๐๕๓

ท.พ.ม.ค.

(นายวิมล ธีระพงษ์)

ทราบ

มอบกลุ่มสาระ/กลุ่มงานดำเนินการตามที่แจ้ง

อื่นๆ

(ดร.ปริษา ไพรัตน์)

รองผู้อำนวยการ

โรงเรียนจุฬาลงกรณ์ราชวิทยาลัย ชลบุรี
(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

เลขรับที่..... 2355

วันที่..... 3 ส.ค. 2558

น.เก็บหมวด..... น.เก็บ 10.3



ฝ่ายวิชาการ
รับที่ ๗๖๖๑/๙๘
วันที่ ๘ ก.ค. ๕๘
เวลา 10.30 น.
พ.ศ. ๒๕๕๘

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๒๓๑๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑ ธันวาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬาลงกรณ์ราชวิทยาลัย ชลบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายชัชวาลย์ บัววิคาน นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนาจความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ ภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๕๘ โรงเรียนจุฬาลงกรณ์ราชวิทยาลัย ชลบุรี จำนวน ๑ ห้องเรียน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๘ - ๑๗ ธันวาคม พ.ศ.๒๕๕๘ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

- เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียน
- ๑) เพื่อโปรดทราบและพิจารณา
- ๒) เห็นสมควรหรือไม่
- ฝ่ายผู้อำนวยการ
 - ฝ่ายจัดการศึกษา
 - ฝ่ายธุรการทั่วไป
 -
 - ทราบ ดำเนินการ
 - ถือปฏิบัติ

เรียน รองผู้อำนวยการ

เพื่อโปรดทราบ

เพื่อโปรดพิจารณา

สมควรมอบกลุ่มสาระ

วิทย คณิตฯ ภาษาไทย

การงาน สังคมฯ ต่างประเทศ

สุขศึกษา ศิลปะ พหุวิทยา

กลุ่มงาน.....

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้วิจัย) ศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

(นางสมวรรณ์ลา กิ่งพวงศรี)

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๓-๒๑๕๔๕๘๔

- มอบขออนุมัติ
- ทราบและดำเนินการตามเลข
- ทราบและเก็บเรื่อง
-

(นายวิชา อรุณแสงจาง)

ผู้อำนวยการโรงเรียนจุฬาลงกรณ์ราชวิทยาลัย ชลบุรี
(โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค)

๕/๑๓/๕๘

ทราบ

มอบกลุ่มสาระ/กลุ่มงานดำเนินการตามที่แจ้ง

อื่นๆ.....

(ดร.ปรีชา ไพรินทร์)

รองผู้อำนวยการ

ภาคผนวก ค

- ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้
- ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ค่า x และ x^2 ในการหาความแปรปรวนของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - *Coefficient*)
- ค่า s_r^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - *Coefficient*) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- ค่า x และ x^2 ในการหาความแปรปรวนของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - *Coefficient*)
- ค่า s_r^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - *Coefficient*) ของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 21 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	4.8	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.6	0.49	เหมาะสมมากที่สุด
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4	0.63	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	4	0.63	เหมาะสมมาก
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4.6	0.49	เหมาะสมมากที่สุด
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	3.4	0.8	เหมาะสมปานกลาง
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	4.6	0.49	เหมาะสมมากที่สุด
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4	0	เหมาะสมมาก
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4.6	0.49	เหมาะสมมากที่สุด
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	4	0.63	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	4.2	0.75	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.29	0.52	เหมาะสมมาก

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.29$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมปานกลางถึงระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 22 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.8	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4.2	0.4	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	4	0	เหมาะสมมาก
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	4.6	0.49	เหมาะสมมากที่สุด
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4	0	เหมาะสมมาก
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	3.8	0.75	เหมาะสมมาก
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	4.8	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4.2	0.75	เหมาะสมมาก
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4	0	เหมาะสมมาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	3.8	0.4	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.32	0.37	เหมาะสมมาก

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.32$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 23 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.6	0.49	เหมาะสมมากที่สุด
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4	0	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	4.8	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	4	0	เหมาะสมมาก
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4.8	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	3.8	0.4	เหมาะสมมาก
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	4.2	0.4	เหมาะสมมาก
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	3.8	0.98	เหมาะสมมาก
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4.2	0.75	เหมาะสมมาก
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	4.4	0.8	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.39	0.41	เหมาะสมมาก

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.39$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 24 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	4.8	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.6	0.490	เหมาะสมมากที่สุด
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4	0	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	2.8	0.98	เหมาะสมปานกลาง
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4.2	0.75	เหมาะสมมาก
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.2	0.75	เหมาะสมมาก
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	3.2	1.17	เหมาะสมปานกลาง
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	3.6	1.36	เหมาะสมมาก
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4	0.89	เหมาะสมมาก
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	3.6	0.49	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.2	0.4	เหมาะสมมาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	4.4	0.49	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.05	0.64	เหมาะสมมาก

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.05$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมปานกลางถึงระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 25 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4	0.71	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	4	0	เหมาะสมมาก
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	3.8	0.45	เหมาะสมมาก
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4	0	เหมาะสมมาก
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	3.2	1.30	เหมาะสมปานกลาง
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4	0.71	เหมาะสมมาก
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	3.8	0.84	เหมาะสมมาก
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	4	0.71	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	4	0	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.07	0.51	เหมาะสมมาก

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.07$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมปานกลางถึงระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 26 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.8	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	4.8	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4	0.71	เหมาะสมมาก
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4	0.71	เหมาะสมมาก
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	4	0	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.48	0.44	เหมาะสมมาก

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.48$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 27 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	3.8	0.45	เหมาะสมมาก
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	3.6	0.55	เหมาะสมมาก
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4	0.71	เหมาะสมมาก
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	4	0	เหมาะสมมาก
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	4	0	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	4	0	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.21	0.39	เหมาะสมมาก

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.21$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 28 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายการประเมิน	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านสาระสำคัญ			
1.1 ความถูกต้อง	4.8	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจน เข้าใจง่าย	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
2. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน	4.2	0.45	เหมาะสมมาก
2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
3. ด้านสาระการเรียนรู้			
3.1 ใจความถูกต้อง	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้			
4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน	4.4	0.55	เหมาะสมมาก
4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย	5	0	เหมาะสมมากที่สุด
5.2 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	3.8	0.45	เหมาะสมมาก
5.3 ช่วยประหยัดเวลาในการสอน	4	0	เหมาะสมมาก
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล			
6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4.6	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม	4	0	เหมาะสมมาก
เฉลี่ย	4.52	0.35	เหมาะสมมากที่สุด

จากตาราง ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.52$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 29 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

แผนที่	\bar{x}	s	ระดับ
1	4.29	0.52	เหมาะสมมาก
2	4.32	0.37	เหมาะสมมาก
3	4.39	0.41	เหมาะสมมาก
4	4.08	0.65	เหมาะสมมาก
5	4.07	0.51	เหมาะสมมาก
6	4.48	0.44	เหมาะสมมาก
7	4.21	0.39	เหมาะสมมาก
8	4.52	0.35	เหมาะสมมากที่สุด
เฉลี่ย	4.29	0.45	เหมาะสมมาก

จากตาราง ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า
แผนการจัดการเรียนรู้มีเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{x} = 4.29$)

ตารางที่ 30 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้					IOC	ผล การวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
4	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	0	+1	0.8	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
8	+1	0	+1	+1	0	0.6	ใช้ได้
9	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้

ตารางที่ 31 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ข้อที่	ค่าดัชนีความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.43	0.80	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.42	0.72	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.56	0.75	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.52	0.82	ใช้ได้	คัดเลือก
5	0.58	0.68	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
6	0.50	0.80	ใช้ได้	คัดเลือก
7	0.54	0.78	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.56	0.72	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.53	0.82	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.43	0.76	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยข้อสอบที่คัดเลือกได้ตามเกณฑ์ตามเกณฑ์มี 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.42 - 0.58 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.68 - 0.82 โดยคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ เฉพาะข้อที่มีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.43 - 0.54 ซึ่งมีความยากง่ายในระดับความยากปานกลาง คือไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.78 - 0.82 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ ได้แก่ ข้อ 1, 4, 6, 7 และ 9 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ต่อไป

ตารางที่ 32 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะ
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	S_i^2
1	162	1,180	2.09
4	163	1,183	1.74
6	164	1,210	2.20
7	158	1,114	2.14
9	164	1,196	2.26
			$\sum S_i^2 = 17.43$

ตารางที่ 32 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	\bar{X}	X^2
1	43	1,849
2	17	289
3	37	1,369
4	39	1,521
5	35	1,225
6	28	784
7	43	1,849
8	39	1,521
9	37	1,369
10	34	1,156
11	20	400
12	38	1,444
13	45	2,025
14	38	1,444
15	21	441
16	20	400
17	36	1,296
18	37	1,369
19	37	1,369
20	34	1,156
21	34	1,156
22	16	256
23	38	1,444
24	45	2,025
	$\sum X = 811$	$\sum X^2 = 29,157$

ค่าความแปรปรวนของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการหาค่า
ความเชื่อมั่น (α - Coefficient)

$$\begin{aligned}
 s_t^2 &= \frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)} \\
 s_t^2 &= \frac{24(29,157) - (811)^2}{24(23)} \\
 &= \frac{699,768 - 657,721}{552} \\
 &= \frac{42,047}{552} \\
 &= 76.17
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\
 &= \frac{5}{5-1} \left\{ 1 - \frac{17.43}{76.17} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{76.17 - 17.43}{76.17} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{58.74}{76.17} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} (0.77) \\
 &= 0.96
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 33 ค่าดัชนีความสอดคล้อง *IOC* ของแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้					<i>IOC</i>	ผล การวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	-1	+1	+1	+1	0.6	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	0	+1	0.8	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	-1	0.6	ใช้ได้
5	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	0	+1	0.8	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
8	+1	-1	+1	+1	+1	0.6	ใช้ได้
9	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้

ตารางที่ 34 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คำนวณโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ข้อที่	ค่าดัชนีความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.58	0.70	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
2	0.42	0.78	ใช้ได้	คัดเลือก
3	0.53	0.76	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.33	0.62	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.43	0.82	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.58	0.74	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
7	0.54	0.76	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.23	0.72	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.46	0.60	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
10	0.52	0.79	ใช้ได้	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยข้อสอบที่คัดเลือกได้ ตามเกณฑ์ตามเกณฑ์มี 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.23 - 0.58 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.60 - 0.82 โดยคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ เฉพาะข้อที่มีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.42 - 0.54 ซึ่งมีค่าความยากง่ายในระดับความยากปานกลาง คือไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.76 - 0.82 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ ได้แก่ ข้อ 2, 3, 5, 7 และ 10 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ต่อไป

ตารางที่ 35 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	S_i^2
1	56	150	0.84
4	53	137	0.87
6	59	165	0.87
7	53	133	0.69
9	56	150	0.84
			$\sum S_i^2 = 4.11$

ตารางที่ 35 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	\bar{X}	X^2
1	15	225
2	3	9
3	14	196
4	14	196
5	12	144
6	5	25
7	15	225
8	14	196
9	10	100
10	13	169
11	6	36
12	15	225
13	15	225
14	15	225
15	5	25
16	6	36
17	14	196
18	14	196
19	15	225
20	13	169
21	12	144
22	6	36
23	13	169
24	13	169
$\sum X = 277$		$\sum X^2 = 3,561$

ค่าความแปรปรวนของแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น
(α - Coefficient)

$$\begin{aligned}
 s_t^2 &= \frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)} \\
 s_t^2 &= \frac{24(3,561) - (277)^2}{24(23)} \\
 &= \frac{85,464 - 76,729}{552} \\
 &= \frac{8,735}{552} \\
 &= 15.82
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \\
 &= \frac{5}{5-1} \left\{ 1 - \frac{4.11}{15.82} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{15.82 - 4.11}{15.82} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{11.71}{15.82} \right\} \\
 &= \frac{5}{4} (0.74) \\
 &= 0.92
 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ง

- คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียน ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตารางที่ 36 คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 45)
1	39
2	40
3	31
4	45
5	38
6	41
7	41
8	37
9	42
10	35
11	41
12	39
13	38
14	39
15	38
16	45
17	40
18	34
19	41
20	41
21	45
22	39
23	40
24	40
คะแนนเฉลี่ย	39.54

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

$$s = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{24(37,771) - (949)^2}{24(24-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{906,504 - 900,601}{24(23)}}$$

$$= \sqrt{\frac{5,903}{552}}$$

$$= 3.27$$

ดังนั้น

$$t = \frac{39.54 - 33.75}{\frac{3.27}{\sqrt{24}}} ; df = n - 1$$

$$= \frac{5.79}{0.67}$$

$$= 8.64$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 1.7139 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05 เมื่อ $df = 24 - 1 = 23$)

ดังนั้น จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณมากกว่าค่า t วิกฤต ($8.64 > 1.7139$) สรุปได้ว่า คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05

ตารางที่ 37 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการ การแก้ปัญหา	คะแนน	ร้อยละจำนวนนักเรียน					เฉลี่ย (ร้อยละ)
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	
ความเข้าใจปัญหา	2	100	100	100	100	100	100
	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
การวางแผนใน การแก้ปัญหา	2	50	37.50	54.17	58.33	66.67	53.33
	1	41.67	54.17	33.33	33.33	20.83	36.67
	0	8.33	8.33	12.50	8.33	12.50	10.00
ขั้นดำเนิน แก้ปัญหาและหา คำตอบ	4	87.50	70.83	83.33	91.67	100	86.67
	2	12.50	29.17	16.67	8.33	0	13.33
	0	0	0	0	0	0	0
การสรุปคำตอบ	1	87.50	79.17	83.33	91.67	95.83	87.50
	0	12.50	20.83	16.67	8.33	4.17	12.50

ตารางที่ 38 คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 15)
1	13
2	13
3	9
4	15
5	12
6	13
7	14
8	12
9	15
10	12
11	13
12	14
13	13
14	15
15	14
16	13
17	15
18	10
19	15
20	12
21	15
22	11
23	14
24	13
คะแนนเฉลี่ย	13.12

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{24(4,195) - (315)^2}{24(24-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{100,680 - 99,225}{24(23)}} \\ &= \sqrt{\frac{1,455}{552}} \\ &= 1.62 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} t &= \frac{13.12 - 11.25}{\frac{1.62}{\sqrt{24}}} ; df = n - 1 \\ &= \frac{1.87}{0.33} \\ &= 5.66 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 1.7139 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05 เมื่อ $df = 24 - 1 = 23$)

ดังนั้น จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณมากกว่าค่า t วิกฤต ($5.66 > 1.7139$) สรุปได้ว่า คะแนนเฉลี่ยทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบซิปปา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

- แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีลักษณะเป็น
ข้อสอบแบบเขียนตอบ

- แบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน มีลักษณะเป็น
ข้อสอบแบบเขียนตอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาความน่าจะเป็น (ค30204)

ชื่อหน่วย การเรียงสับเปลี่ยน

เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

เวลา 2 ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ผู้สอน : นายชัชวาลย์ บัชรินาน

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหา ในการเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันแนววงกลม
2. นักเรียนมีทักษะการเชื่อมโยงในการแก้ปัญหาเรื่องการเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันแนววงกลม

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถหา และอธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนววงกลมได้

ด้านทักษะ/ กระบวนการ

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันแนววงกลมได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันแนววงกลม ไปใช้ในชีวิตจริงได้

ด้านพฤติกรรม

1. นักเรียนมีความใฝ่รู้ใฝ่เรียน
2. นักเรียนมีความสามัคคีในการทำกิจกรรม

3. สาระสำคัญ

จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันทั้งหมด เป็นวงกลมจะจัดเรียงได้ $(n-1)!$ วิธี

4. สาระการเรียนรู้

- การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

5. กระบวนการจัดการเรียนรู้ (การสอนแบบซิปปา)

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม

1. ครูทบทวนความรู้เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง โดยการกำหนดสถานการณ์ปัญหา และใช้การถามตอบเพื่อให้ได้คำตอบของสถานการณ์ที่กำหนดให้

ตัวอย่างสถานการณ์ ในงานจุฬารัตน์วิชาการ โรงเรียนจุฬารัตน์ราชวิทยาลัย ชลบุรี ได้ส่งนักเรียนแข่งขันตอบปัญหาคณิตศาสตร์ โดยส่งตัวแทนจำนวน 9 คน ประกอบด้วยนักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 4 คน และครูผู้ควบคุม 2 ท่าน ซึ่งครูและนักเรียนทั้งหมดต้องการถ่ายรูปเพื่อเป็นที่ระลึกโดยเข้าแถวแนวเส้นตรง จงหาจำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนของคนทั้งหมดเท่ากับกี่วิธี โดยครูยืนอยู่ริมทั้งสองด้าน

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่

2. ครูให้นักเรียนแต่ละคน ศึกษาความรู้จากเอกสารแนะแนวทางการที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันในแนววงกลม โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมในเอกสารแนะแนวทางการที่ 3 เพื่อหารูปแบบทั่วไปของการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันในแนววงกลม โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจ / ความรู้ใหม่ และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

3. จากการศึกษาเอกสารแนะแนวทางการที่ 3 คาดว่านักเรียนจะสามารถสรุปทั่วไปของการหาจำนวนวิธีที่จัดเรียงสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด ในแนววงกลม เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

4. จากการสรุปทั่วไปของการหาจำนวนวิธีที่จัดเรียงสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด ในแนววงกลม แล้วนำข้อสรุปมาใช้ในการแก้ปัญหาของปัญหาที่ 1 – 2

5. ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงการหาคำตอบของปัญหาที่ 1 และปัญหาที่ 2 โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ 1. ขั้นทำความเข้าใจ 2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3. ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ 4. ขั้นสรุปคำตอบ และครูเสนอการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรือยุทธวิธีการเขียนแผนภาพ หรือใช้ยุทธวิธีการแบ่งปัญหาย่อย ในการแก้ปัญหาในปัญหาที่ 1 และปัญหาที่ 2

6. ครูให้นักเรียนแต่ละคนแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาที่ 3 โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน และครูเป็นผู้สังเกตการณ์และคอยให้คำแนะนำ

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม

7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน โดยละความสามารถ เก่ง กลาง อ่อน (อาจใช้กลุ่มเดิมที่แบ่งในครั้งก่อน) ซึ่งคาดว่าได้กลุ่มจำนวน 6 กลุ่ม

8. ครูให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายความรู้ และแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาในตัวอย่างที่ 3 พร้อมทั้งร่วมกันหาข้อสรุปความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันในแนววงกลม และการแสดงวิธีการแก้ปัญหาในปัญหาที่ 3 โดยครูเป็นผู้สังเกตการณ์ และให้คำแนะนำ

9. เมื่อแต่ละกลุ่มได้ข้อสรุปแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกลุ่ม เพื่อให้ได้ความรู้ความเข้าใจเป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน ซึ่งถ้านักเรียนได้ข้อสรุปไม่ถูกต้องครูจะเป็นผู้ให้คำแนะนำให้นักเรียนสามารถได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 การสรุปจัดระเบียบความรู้

10. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุป รูปทั่วไปของการหาจำนวนวิธีที่จัดเรียงสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด ในแนววงกลม เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

11. ครูให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ว่าประกอบด้วยขั้นตอนอะไรบ้าง ซึ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1. ขั้นทำความเข้าใจ 2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3. ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ 4. ขั้นสรุปคำตอบ และสรุปยุทธวิธีที่สามารถนำมาช่วยในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 3 ยุทธวิธี คือ 1. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด 2. ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพ 3. ยุทธวิธีการแบ่งปัญหาย่อย

12. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดการแก้ปัญหของสถานการณ์ที่ไม่มีเงื่อนไข และมีเงื่อนไข ซึ่งคาดว่าแนวคิดในการแก้ปัญหของสถานการณ์ ควรเริ่มพิจารณาในการแก้ปัญหของสถานการณ์ที่ไม่มีเงื่อนไขก่อน ที่จะพิจารณาการแก้ไขสถานการณ์ที่มีเงื่อนไข

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/หรือ แสดงผลงาน

13. ครูใช้วิธีการยกตัวอย่างเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียน โดยการสุ่มสมาชิกแต่ละกลุ่ม ออกมาแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ตัวอย่างสถานการณ์ จงหาจำนวนวิธีการจัดชาย 2 คนและหญิง 4 คน ยืนล้อมเป็นวงกลม โดยทั้งชายสองคนจะต้องยืนตรงข้ามกันเสมอ

14. หลังจากนักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาแล้วครูให้นักเรียนร่วมกันตรวจวิธีการแก้ปัญหา และคำตอบ โดยครูเป็นผู้สังเกตการณ์

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้

15. ครูแต่ละกลุ่มร่วมกัน ทำแบบฝึกที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

6. สื่อ-อุปกรณ์การเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

สื่อ-อุปกรณ์การเรียนรู้

1. เอกสารแนวทางการที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม
2. แบบฝึกที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม
3. หนังสือความน่าจะเป็นเบื้องต้น

7. การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การวัด
ด้านความรู้			
1. นักเรียนสามารถหา และอธิบาย กฎเกณฑ์ การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนววงกลม ได้	ตรวจแบบฝึกที่ 3	แบบฝึกที่ 3	นักเรียนทำถูกต้อง ร้อยละ 80
ด้านทักษะ/ กระบวนการ			
1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน แนววงกลมได้	ตรวจแบบฝึกที่ 3	แบบฝึกที่ 3	นักเรียนทำถูกต้อง เกิน 13.5 คะแนน
2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน แนววงกลมไปใช้ในชีวิตจริงได้	ตรวจแบบฝึกที่ 3	แบบฝึกที่ 3	นักเรียนทำถูกต้อง เกิน 4.5 คะแนน
ด้านพฤติกรรม			
1. นักเรียนมีความใฝ่รู้ใฝ่เรียน	สังเกตการทำ กิจกรรมในชั้นเรียน	แบบสังเกต การทำ	นักเรียนได้ระดับ คุณภาพจากแบบ
2. นักเรียนมีความสามัคคีในการทำ กิจกรรม		กิจกรรมใน ชั้นเรียน	สังเกตการทำ กิจกรรมในชั้นเรียน โดยรวมไม่ต่ำกว่า 3

8. บันทึกหลังการสอน (ผลการเรียน, ปัญหาและอุปสรรค, ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข)

ผลการจัดการเรียนรู้

นักเรียนมีความคุ้นเคยในรูปแบบการสอนมากขึ้น จึงทำให้นักเรียนจึงมีการปรึกษากันภายในกลุ่มมากขึ้นแต่ด้วยเนื้อหาที่ค่อนข้างยาก ทำให้นักเรียนใช้เวลาค่อนข้างมากในการทำกิจกรรมในเอกสารแนะแนวทาง เพื่อให้ได้ข้อสรุปการได้มาของสูตร แต่ในการแก้ปัญหาให้นักเรียนสามารถการแก้ปัญหาได้เร็ว และในส่วนนักเรียนที่ทำกิจกรรมในเอกสารแนะแนวทางได้เร็ว จะช่วยอธิบายข้อสรุปให้เพื่อนในกลุ่มฟัง ทำให้นักเรียนที่มีแนวคิดในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกันมากนัก ผู้วิจัยจึงได้เสริมแนวความคิดการแก้ปัญหาให้นักเรียนเพื่อให้มีความหลากหลายในการแก้ปัญหา แต่ในการจัดการเรียนรู้นี้นักเรียนมีความกล้าที่จะเสนอความคิดเห็นของตนเองมากขึ้น และจากที่ผู้วิจัยได้ตรวจแบบฝึกพบว่านักเรียนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามาเป็นแนวคิดในการแก้ปัญหามากขึ้น ซึ่งพบว่านักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาเฉลี่ยเท่ากับ 16.83 คะแนน และมีคะแนนทักษะการเชื่อมโยงเท่ากับ 5.46 คะแนน นอกจากนี้ยังพบว่ามีบางกลุ่มที่มีนักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้ากว่าเพื่อนคนอื่นๆที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

ปัญหาและอุปสรรค

เนื้อหาในการจัดการเรียนรู้ค่อนข้างยากทำให้นักเรียนใช้เวลาค่อนข้างมากในการทำกิจกรรม และมีบางกลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มอ่อนอยู่ด้วยกัน ทำให้นักเรียนกลุ่มนั้นมีการทำกิจกรรมช้ากว่ากลุ่มอื่น

แนวทางการแก้ไขและข้อเสนอแนะ

ผู้สอนควรเพิ่มเวลาให้นักเรียนมีเวลาในการศึกษาความรู้ด้วยตนเองมากขึ้น และผู้สอนควรให้คำชี้แนะแก่นักเรียนกลุ่มที่มีนักเรียนกลุ่มอ่อนหลายคนเพื่อให้นักเรียนกลุ่มนั้นเรียนรู้ได้ทันเพื่อน ๆ กลุ่มอื่น หรือหาช่วงเวลาที่เหมาะสมเพื่อจับกลุ่มใหม่ ให้แต่ละกลุ่มมีการคละความสามารถ

ลงชื่อ ชัชวาลย์ บัวรிகาน

(นายชัชวาลย์ บัวรிகาน)

ผู้สอน

คะแนนเฉลี่ยแบบสังเกตความรู้ความเข้าใจและพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ลำดับที่	พฤติกรรม	ระดับคะแนน			
		4	3	2	1
1	นักเรียนมีสามัคคี		✓		
2	ไฟรู้ ไฟเรียน	✓			

ลงชื่อ ชัชวาลย์ บักริกาน ผู้ประเมิน

17 / ธันวาคม / 2558

เกณฑ์การประเมินแบบสังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

ด้านความรู้ความเข้าใจ

เรื่องที่ประเมิน	ระดับคุณภาพ
- สามารถหา และอธิบาย กฎเกณฑ์การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง ได้ถูกต้อง	2
- สามารถหา และอธิบาย กฎเกณฑ์การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง ได้ถูกต้องบางส่วน	1
- สามารถหา และอธิบาย กฎเกณฑ์การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง ไม่ถูกต้อง	0

ด้านทักษะกระบวนการ

1. ทักษะการแก้ปัญหา

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
ความเข้าใจปัญหา	2	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้อย่างถูกต้อง
	1	สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่สามารถอธิบายข้อมูลที่โจทย์กำหนด และ โจทย์ต้องการถามหาได้
การวางแผนในการแก้ปัญหา	2	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการแสดงการวางแผนการแก้ปัญหา
ขึ้นคำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ	4	แก้ปัญหาได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2	แก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปคำตอบ	1	มีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ทักษะการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
3	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง
2	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องบางส่วน หรือ - ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง
1	- สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องบางส่วน
0	- ไม่สามารถระบุความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปแสดงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และไม่สามารถแสดงวิธีคิดที่นำไปสู่การอธิบายข้อสรุปของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ไม่ถูกต้อง

ด้านพฤติกรรม

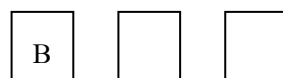
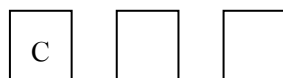
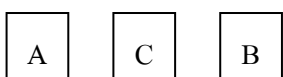
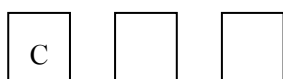
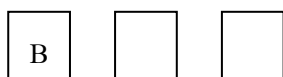
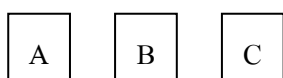
เรื่องที่ประเมิน	ระดับคุณภาพ
1. มีความสามัคคี	
- ทุกคนในกลุ่มช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา และทำงานเป็นทีม	4
- ทุกคนในกลุ่มช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา แต่ไม่ทำงานเป็นทีม	3
- มีสมาชิกในกลุ่มบางคนไม่ให้ความร่วมมือในการแก้โจทย์ปัญหา	2
- สมาชิกทั้งกลุ่มไม่ร่วมมือกันในการแก้โจทย์ปัญหา หรือสมาชิกทั้งกลุ่มไม่แก้โจทย์ ปัญหา	1
2. ใฝ่รู้ ใฝ่เรียน	
- มีความกระตือรือร้น สนใจที่จะศึกษาเนื้อหา โดยทำกิจกรรมทันทีเมื่อครูให้เริ่มทำกิจกรรม	4
- มีความกระตือรือร้น สนใจที่จะศึกษาเนื้อหา โดยทำกิจกรรมทันทีเมื่อครูเตือนให้ทำกิจกรรม	3
- มีความกระตือรือร้น สนใจที่จะศึกษาเนื้อหา โดยทำกิจกรรมเมื่อเห็นเพื่อนเริ่มทำ	2
- ขาดความกระตือรือร้นและความสนใจ ครูต้องคอยกระตุ้น	1

เอกสารแนะแนวทางที่ 3
เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

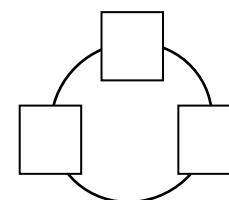
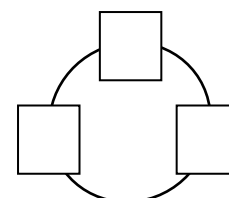
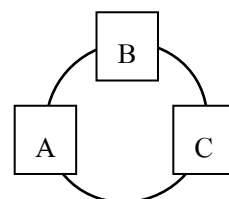
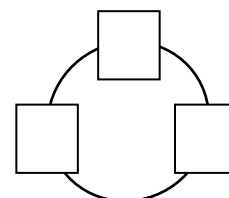
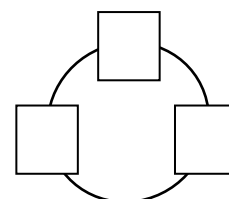
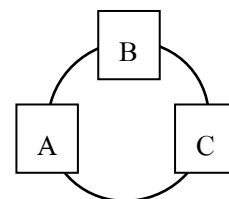
การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

ถ้ามีคนจำนวน 3 คน มาขึ้นล้อมกันเป็นวงกลม จะทำกี่วิธี โดยพิจารณาตามแผนภาพข้างล่าง

ขึ้นเรียงกันแนวเส้นตรง



ขึ้นเรียงกันแนววงกลม



จะพบว่า ในการจัดเรียงในแนวเส้นตรง 3 วิธี จะจัดเรียงเป็นแนววงกลมได้ วิธี

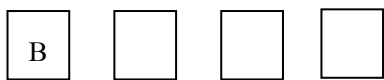
จากจำนวนวิธีในการจัดเรียงคน 3 คน เป็นแนวเส้นตรง ซึ่งจัดเรียงได้ วิธี

ดังนั้น การเรียงคน 3 คน เป็นแนววงกลม จะสามารถจัดเรียงได้ วิธี

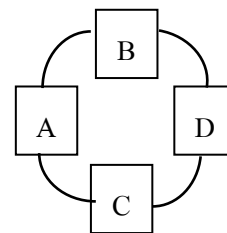
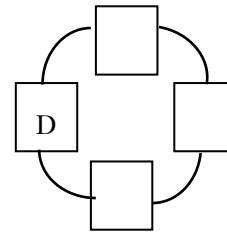
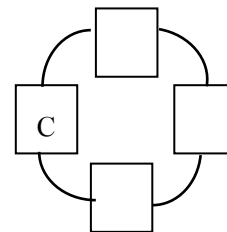
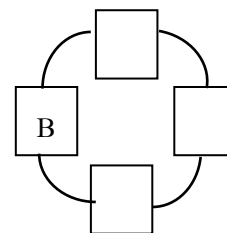
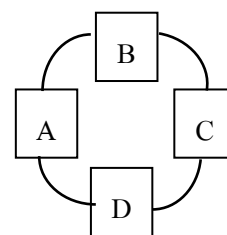
ถ้ามีคนจำนวน 4 คน มายืนล้อมกันเป็นวงกลม จะทำกี่วิธี โดยพิจารณาตามแผนภาพ

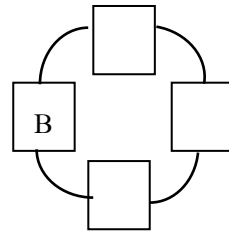
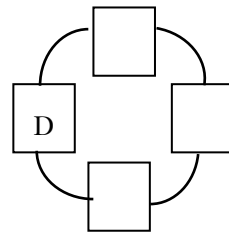
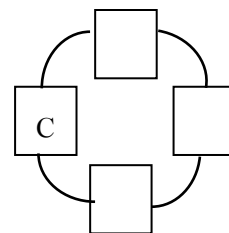
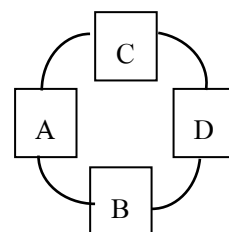
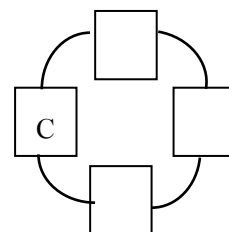
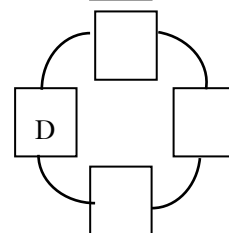
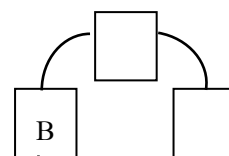
ข้างล่าง การจัดคน 4 คน ยืนเข้าแถวในแนวตรง ทำได้ วิธี

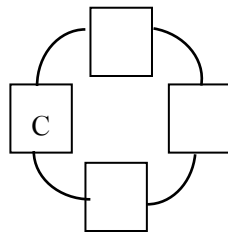
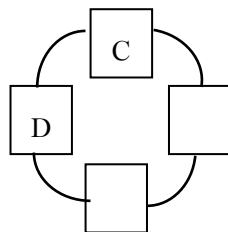
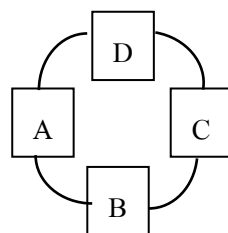
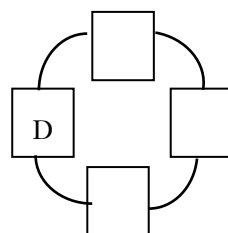
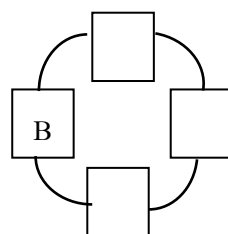
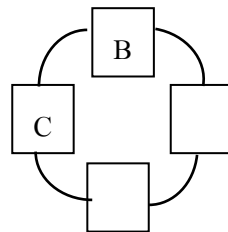
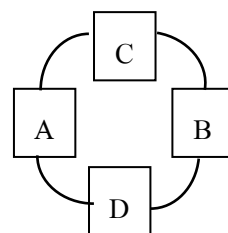
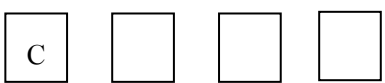
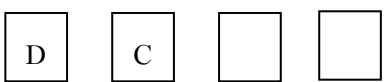
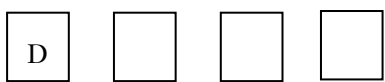
ยืนเรียงกันแนวเส้นตรง

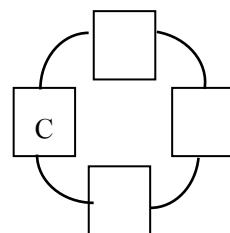
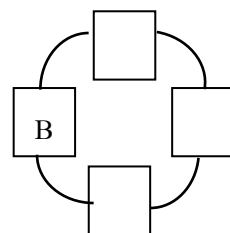
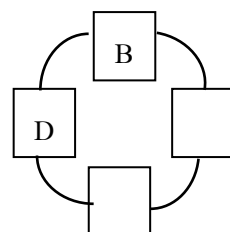
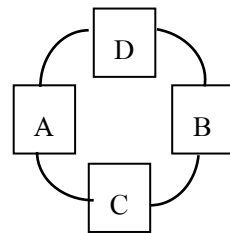
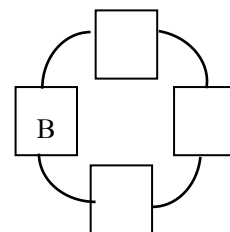
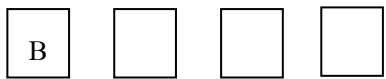
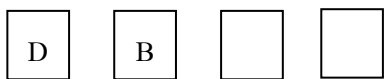
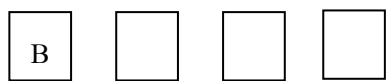


ยืนเรียงกันแนววงกลม









จะพบว่า ในการเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรง วิธี จะจัดเรียงเป็นแนววงกลมได้.....วิธี
 จากจำนวนวิธีในการจัดเรียงคน 4 คน เป็นแนวเส้นตรง ซึ่งจัดเรียงได้..... วิธี
 ดังนั้น การจัดเรียงคน 3 คน เป็นแนววงกลม จะสามารถจัดเรียงได้ วิธี

จำนวนวิธีที่จัดเรียงสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด เป็นวงกลม จะจัดเรียงได้ วิธี

ตัวอย่างที่ 1 มีม้านั่งแบบต่างกันอยู่ 6 ตัว จะนำมาเรียงต่อกันล้อมต้นไม้เพื่อนั่งเล่นจะได้วิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

โจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ขั้นสรุปคำตอบ

ตอบ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 จัดชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลมได้ทั้งหมดกี่วิธี ถ้า

ก. ไม่มีข้อกำหนดเพิ่มเติม

ข. ชาย – หญิง นั่งสลับกัน

ค. สามี – ภรรยา 5 คู่ แต่ละคู่นั่งติดกันเสมอ

วิธีทำ ก. ไม่มีข้อกำหนดเพิ่มเติม

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ตอบ วิธี

ข. ชาย – หญิง นั่งสลับกัน

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ตอบ วิธี

ค. สามี่ – ภรรยา 5 คู่ แต่ละคู่ นั่งติดกันเสมอ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ตอบ วิธี

ตัวอย่างที่ 3 พ่อแม่ และลูกๆ อีก 3 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม จะมีวิธีจัดให้นั่ง
ได้กี่วิธี ถ้า

- ก. แม่นั่งอยู่ระหว่างลูกคนโตและพ่อเสมอ
- ข. พ่อ กับแม่ นั่ง ไม่ติดกันเสมอ

วิธีทำ ก. แม่นั่งอยู่ระหว่างลูกคนโตและพ่อเสมอ
ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ตอบ วิธี

ข. พ่อ กับแม่ นั่งไม่ติดกันเสมอ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ตอบ วิธี

แบบฝึกที่ 3

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

1. ต้องการจัดคน 7 คน ให้นั่งรับประทานอาหารโต๊ะกลม จะมีวิธีการจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....
.....

ตอบ วิธี

2. ต้องการจัดเด็ก 1 คน หญิง 3 คน และชาย 3 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยที่ผู้ชายไม่นั่งติดกับเด็ก
จะมีวิธีการจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

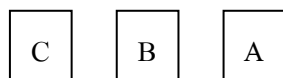
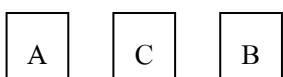
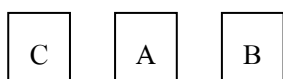
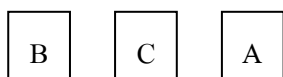
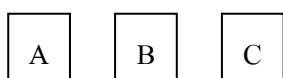
ตอบ วิธี

เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 3
เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

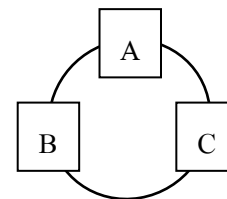
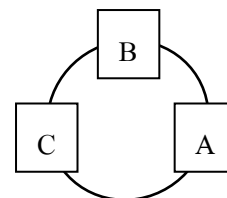
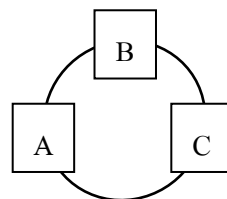
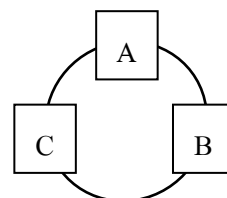
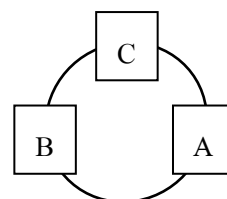
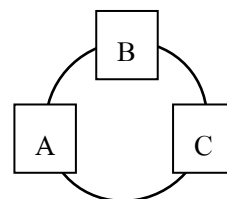
การเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

ถ้ามีคนจำนวน 3 คน มายืนล้อมกันเป็นวงกลม จะทำกี่วิธี โดยพิจารณาตามแผนภาพข้างล่าง

ยืนเรียงกันแนวเส้นตรง



ยืนเรียงกันแนววงกลม



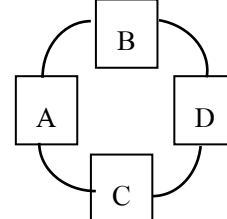
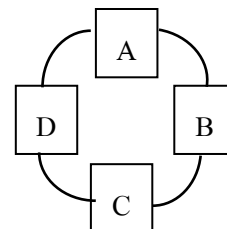
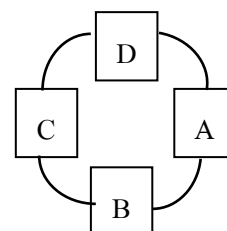
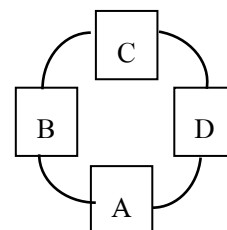
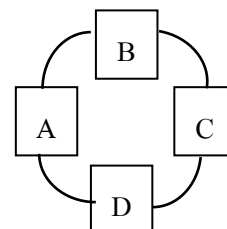
จะพบว่า ในการจัดเรียงในแนวเส้นตรง 3 วิธี จะจัดเรียงเป็นแนววงกลมได้ 1 วิธี
 จากจำนวนวิธีในการจัดเรียงคน 3 คน เป็นแนวเส้นตรง ซึ่งจัดเรียงได้ 3! วิธี
 ดังนั้น การเรียงคน 3 คน เป็นแนววงกลม จะสามารถจัดเรียงได้ $\frac{3!}{3} = 2! = 2$ วิธี

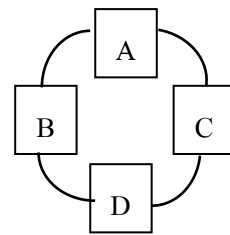
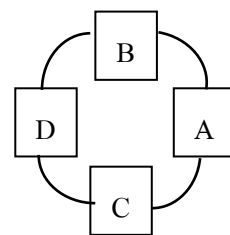
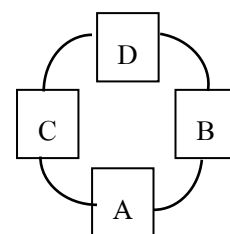
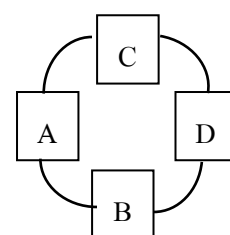
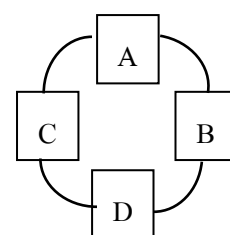
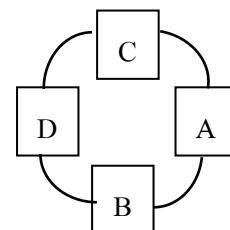
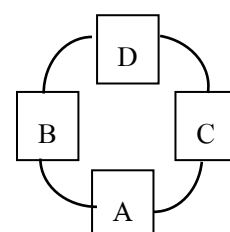
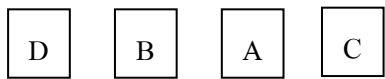
ถ้ามีคนจำนวน 4 คน มายืนล้อมกันเป็นวงกลม จะทำกี่วิธี โดยพิจารณาตามแผนภาพ
 ข้างล่าง การจัดคน 4 คน ยืนเข้าแถวในแนวตรง ทำได้ 4! วิธี

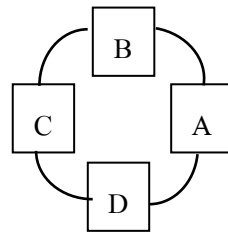
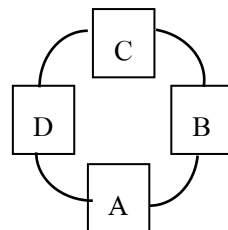
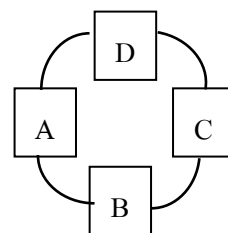
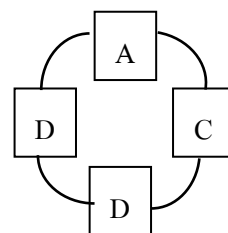
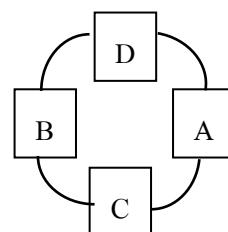
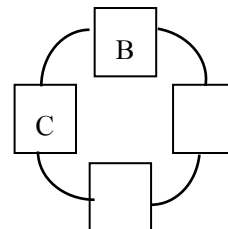
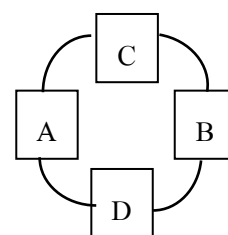
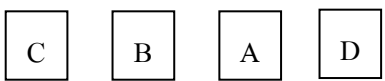
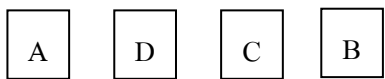
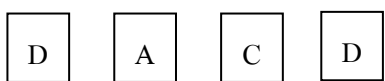
ยืนเรียงกันแนวเส้นตรง

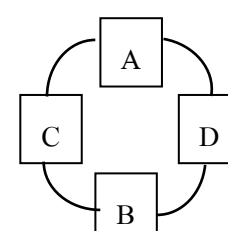
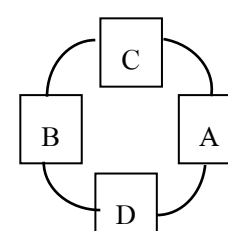
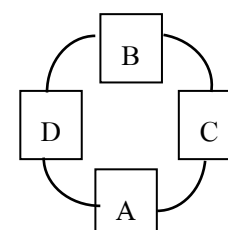
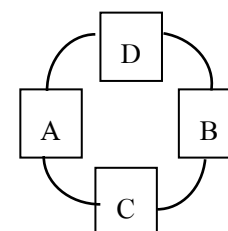
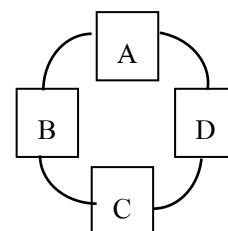


ยืนเรียงกันแนววงกลม









จะพบว่า ในการเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรง 4 วิธี จะจัดเรียงเป็นแนววงกลมได้ 1 วิธี
 จากจำนวนวิธีในการจัดเรียงคน 4 คน เป็นแนวเส้นตรง ซึ่งจัดเรียงได้ $4!$ วิธี
 ดังนั้น การจัดเรียงคน 4 คน เป็นแนววงกลม จะสามารถจัดเรียงได้ $\frac{4!}{4} = 3! = 6 = 6$ วิธี

จำนวนวิธีที่จัดเรียงสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด เป็นวงกลม จะจัดเรียงได้ $(n-1)!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1 มีม้านั่งแบบต่างกันอยู่ 6 ตัว จะนำมาเรียงกันล้อมต้นไม้เพื่อนั่งเล่นจะได้วิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีม้านั่งแบบต่างกันอยู่ 6 ตัว จะนำมาเรียงกันล้อมต้นไม้เพื่อนั่งเล่น
 โจทย์ต้องการทราบ จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ในการจัดม้านั่ง จำนวน 6 ตัว ล้อมรอบ
 ต้นไม้ใหญ่

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ใช้การแจกแจงกรณีที่เป็นได้ โดยจัดม้านั่งวางเรียงทีละตัว

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ม้านั่งตัวที่ 1	สามารถจัดวางรอบต้นไม้ ได้	1	วิธี
ม้านั่งตัวที่ 2	สามารถจัดวางรอบต้นไม้ ได้	5	วิธี
ม้านั่งตัวที่ 3	สามารถจัดวางรอบต้นไม้ ได้	4	วิธี
ม้านั่งตัวที่ 4	สามารถจัดวางรอบต้นไม้ ได้	3	วิธี
ม้านั่งตัวที่ 5	สามารถจัดวางรอบต้นไม้ ได้	2	วิธี
ม้านั่งตัวที่ 6	สามารถจัดวางรอบต้นไม้ ได้	1	วิธี

$\therefore 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ วิธี

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ในการจัดม้านั่ง จำนวน 6 ตัว ล้อมรอบต้นไม้ใหญ่
 สามารถจัดเรียงได้เท่ากับ 120 วิธี

ตอบ 120 วิธี

ตัวอย่างที่ 2 จัดชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลมได้ทั้งหมดกี่วิธี ถ้า

- ก. ไม่มีข้อกำหนดเพิ่มเติม
- ข. ชาย – หญิง นั่งสลับกัน
- ค. สามี – ภรรยา 5 คู่ แต่ละคู่นั่งติดกันเสมอ

วิธีทำ ก. ไม่มีข้อกำหนดเพิ่มเติม

ขั้นทำความเข้าใจ

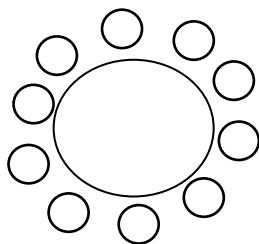
โจทย์กำหนด มีชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม

โจทย์ต้องการทราบ จำนวนวิธีการที่จะสามารถจัดการนั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ของชาย 5 คน และหญิง 5 คน โดยไม่มีเงื่อนไขใดๆ

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ใช้ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพในการแก้ปัญหา โดยการสร้างโมเดลของแผนภาพ

ดังนี้



ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

เนื่องจากการจัดเรียงแบบไม่มีเงื่อนไข ดังนั้น สามารถพิจารณาบุคคลนั่งตามตำแหน่งที่นั่งรอบโต๊ะกลมเพื่อรับประทานอาหารในแผนภาพได้ ดังนี้

คนที่ 1	สามารถเลือกนั่งได้	1	วิธี
คนที่ 2	สามารถเลือกนั่งได้	9	วิธี
คนที่ 3	สามารถเลือกนั่งได้	8	วิธี
คนที่ 4	สามารถเลือกนั่งได้	7	วิธี
⋮		⋮	
คนที่ 8	สามารถเลือกนั่งได้	3	วิธี
คนที่ 9	สามารถเลือกนั่งได้	2	วิธี
คนที่ 10	สามารถเลือกนั่งได้	1	วิธี

$$\therefore 1 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362,880 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการที่จะสามารถจัดการนั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ของชาย 5 คน และหญิง 5 คน โดยไม่มีเงื่อนไขใดๆ ได้เท่ากับ 362,880 วิธี

ตอบ 362,880 วิธี

ข. ชาย – หญิง นั่งสลับกัน

ขั้นทำความเข้าใจ

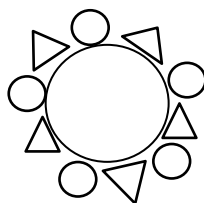
โจทย์กำหนด มีชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม

โจทย์ต้องการทราบ จำนวนวิธีการที่จะสามารถจัดการนั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลมของชาย 5 คน และหญิง 5 คน โดยจัดให้ชาย – หญิง นั่งสลับกัน

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ใช้ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพในการแก้ปัญหา โดยการสร้างโมเดลของแผนภาพ

ดังนี้



ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

เนื่องจากการจัดเรียงให้ ชาย – หญิง นั่งสลับกัน ดังนั้น สามารถพิจารณาบุคคลนั่งตามตำแหน่งที่นั่งรอบโต๊ะกลมเพื่อรับประทานอาหารในแผนภาพได้ ดังนี้

ชายคนที่ 1 สามารถเลือกนั่งได้..... 1 วิธี

ชายคนที่ 2 สามารถเลือกนั่งได้..... 4 วิธี

ชายคนที่ 3 สามารถเลือกนั่งได้..... 3 วิธี

ชายคนที่ 4 สามารถเลือกนั่งได้..... 2 วิธี

ชายคนที่ 5 สามารถเลือกนั่งได้..... 1 วิธี

หญิงคนที่ 1 สามารถเลือกนั่งได้..... 5 วิธี

หญิงคนที่ 2 สามารถเลือกนั่งได้..... 4 วิธี

หญิงคนที่ 3 สามารถเลือกนั่งได้..... 3 วิธี

หญิงคนที่ 4 สามารถเลือกนั่งได้..... 2 วิธี

หญิงคนที่ 5 สามารถเลือกนั่งได้..... 1 วิธี

$$\therefore 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2,880 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการที่จะสามารถจัดการนั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลมของชาย 5 คน และหญิง 5 คน โดยจัดให้ชาย – หญิง นั่งสลับกัน ได้เท่ากับ 2,880 วิธี

ตอบ 2,880 วิธี

ค. สามี่ – ภรรยา 5 คู่ แต่ละคู่นั่งติดกันเสมอ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีคู่สามี่ – ภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม

โจทย์ต้องการทราบ จำนวนวิธีการจัดที่นั่งรอบโต๊ะรับประทานอาหารโต๊ะกลมของ
มีคู่สามี่ – ภรรยา 5 คู่ โดยแต่ละคู่นั่งติดกันเสมอ

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ใช้ยุทธวิธีแยกส่วนในการแก้ปัญหา

1. มัดคู่สามี่ – ภรรยา แต่ละคู่ไว้ด้วยกัน แล้วจัดเรียงเป็นแนววงกลมรอบโต๊ะ
รับประทานอาหาร

2. พิจารณาการสลับกันภายในมัดของสามี่ – ภรรยา แต่ละคู่

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

1. มัดคู่สามี่ – ภรรยา แต่ละคู่ไว้ด้วยกัน แล้วจัดเรียงเป็นแนววงกลมรอบโต๊ะ
รับประทานอาหาร

มีสามี่ – ภรรยา 5 คู่ สามารถจัดเรียงเป็นแนววงกลมรอบโต๊ะรับประทาน
อาหารได้ เท่ากับ $(5-1)! = 4!$ วิธี

2. พิจารณาการสลับกันภายในมัดของสามี่ – ภรรยา แต่ละคู่

มีสามี่ – ภรรยา 5 คู่ สามารถนั่งสลับกันภายในคู่ ได้เท่ากับ $2!$ แต่เนื่องจากมี
จำนวน 5 คู่ จะสามารถสลับกันได้ $(2!)^5$ วิธี

$$\therefore 4! \times (2!)^5 = 768 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดที่นั่งรอบโต๊ะรับประทานอาหารโต๊ะกลมของมีคู่สามี่ –
ภรรยา 5 คู่ โดยแต่ละคู่นั่งติดกันเสมอ ได้เท่ากับ 768 วิธี

ตอบ 768 วิธี

ตัวอย่างที่ 3 พ่อแม่ และลูกๆ อีก 3 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม จะมีวิธีจัดให้นั่ง
ได้กี่วิธี ถ้า

- ก. แม่นั่งอยู่ระหว่างลูกคนโตและพ่อเสมอ
ข. พ่อ กับแม่ นั่ง ไม่ติดกันเสมอ

วิธีทำ ก. แม่นั่งอยู่ระหว่างลูกคนโตและพ่อเสมอ
ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีพ่อแม่ และลูกๆ อีก 3 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม
โจทย์ต้องการทราบ จำนวนการจัดการนั่งโต๊ะของครอบครัวนี้ โดยที่แม่นั่งอยู่
ระหว่างลูกคนโตและพ่อเสมอ

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ใช้ทฤษฎีการคิดแยกส่วน ซึ่งสามารถแยกส่วนในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. จัดการนั่งของแม่
2. จัดการนั่งของลูกคนโต และพ่อ
3. จัดการนั่งของลูกคนที่เหลือ

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

จากการคิดแยกส่วนสามารถคิดหาจำนวนวิธีการจัดการนั่งโต๊ะรับประทานของ
ครอบครัวนี้ คือ

1. จัดแม่นั่งโต๊ะรับประทานอาหารโต๊ะกลม ได้ 1 วิธี
2. จัดลูกคนโตกับพ่อ นั่งโต๊ะรับประทานอาหารโต๊ะกลม
ลูกคนโตสามารถเลือกนั่ง ได้ 2 วิธี
พ่อสามารถเลือกนั่ง ได้ 1 วิธี
3. ลูกคนที่เหลือสามารถเลือกนั่งโต๊ะรับประทานอาหาร ได้ 2! วิธี

$$\therefore 1 \times 2 \times 1 \times 2! = 4 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนการจัดการนั่งโต๊ะรับประทานอาหารโต๊ะกลม ของครอบครัว ที่มี
พ่อ แม่ และลูกอีก 3 คน โดยจัดให้แม่นั่งอยู่ระหว่างลูกคนโตและพ่อเสมอได้ เท่ากับ 4 วิธี

ตอบ 4 วิธี

ข. พ่อ กับแม่ นั่งไม่ติดกันเสมอ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีพ่อแม่ และลูกๆ อีก 3 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม

โจทย์ต้องการทราบ จำนวนการจัดการนั่งโต๊ะของครอบครัวนี้ โดยที่พ่อ กับแม่ นั่งไม่ติดกันเสมอ

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

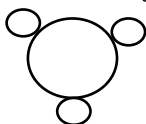
ใช้ทฤษฎีการเขียนภาพการแก้ปัญหา โดยการสร้างโมเดลการแก้ปัญหาทีละ

ขั้นตอน

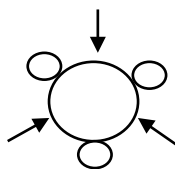
ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ใช้การเขียนแผนภาพในการแก้ปัญหา โดยจะแก้ปัญหาทีละขั้นตอน

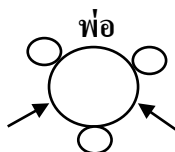
1. จัดการนั่งรับประทานอาหารของ ลูกทั้ง 3 คน ได้ 2! วิธี



2. จัดการนั่งของพ่อ ซึ่งพ่อสามารถเลือกนั่ง ได้ 3 วิธี



3. จัดการนั่งของแม่ ซึ่งแม่สามารถเลือกนั่ง ได้ 2 วิธี



$\therefore 2! \times 3 \times 2 = 12$ วิธี

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนการจัดการนั่งโต๊ะรับประทานอาหาร โต๊ะกลมของครอบครัว ที่มี พ่อ แม่ และลูกอีก 3 คน โดยจัดให้โดยที่พ่อ กับแม่ นั่งไม่ติดกันเสมอได้ เท่ากับ 12 วิธี

ตอบ 12 วิธี

แบบฝึกที่ 3

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันในแนววงกลม

1. ต้องการจัดคน 7 คน โดยมีสามี – ภรรยา คู่หนึ่งรวมอยู่ด้วย ให้นั่งรับประทานอาหารโต๊ะกลม โดยสามี – ภรรยา คู่นี้ นั่งไม่ติดกันเสมอ จะมีวิธีการจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีคน 7 คน โดยมีสามี – ภรรยา คู่หนึ่งรวมอยู่ด้วย ให้นั่งรับประทานอาหารโต๊ะกลม

โจทย์ต้องการทราบ จำนวนการจัดคน 7 คน โดยมีสามี – ภรรยา คู่หนึ่งรวมอยู่ด้วย ให้นั่งรับประทานอาหารโต๊ะกลม โดยสามี – ภรรยา คู่นี้ นั่งไม่ติดกันเสมอ

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ใช้ทฤษฎีการแยกส่วน ในการแก้ปัญหา โดยแยกออกเป็น 3 ส่วน ประกอบด้วย

1. จัดบุคคล 5 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม
2. จัดที่นั่งของ สามี
3. จัดที่นั่งของ ภรรยา

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ

พิจารณาการคิดแยกส่วนดังนี้

1. จัดบุคคล 5 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม สามารถจัดได้ 4! วิธี
2. จัดที่นั่งของสามี นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม สามารถจัดได้ 4 วิธี
3. จัดที่นั่งของภรรยา นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม สามารถจัดได้ 3 วิธี

$$\therefore 4! \times 4 \times 3 = 288 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนการจัดคน 7 คน โดยมีสามี – ภรรยา คู่หนึ่งรวมอยู่ด้วย ให้นั่งรับประทานอาหารโต๊ะกลม โดยสามี – ภรรยา คู่นี้ นั่งไม่ติดกันเสมอ ได้เท่ากับ 288 วิธี

ตอบ 288 วิธี

2. มีคนไทย 2 คน คนลาว 2 คน และคนพม่า 4 คน จะจัดประชุมรอบโต๊ะกลมได้กี่วิธี โดยที่คนไทยทั้ง 2 คนนั่งติดกัน คนลาวทั้ง 2 คนนั่งไม่ติดกัน และคนไทยและคนลาวนั่งไม่ติดกัน

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีคนไทย 2 คน คนลาว 3 คน และคนพม่า 4 คน นั่งประชุมรอบโต๊ะกลม

โจทย์ต้องการทราบ จำนวนการจัดคนไทย 2 คน คนลาว 3 คน และคนพม่า 4 คน จะจัดประชุมรอบโต๊ะกลมได้กี่วิธี โดยที่คนไทยทั้ง 2 คนนั่งติดกัน คนลาวทั้ง 2 คนนั่งไม่ติดกัน และคนไทยและคนลาวนั่งไม่ติดกัน

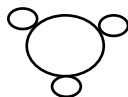
ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

ใช้ทฤษฎีการเขียนภาพการแก้ปัญหา โดยการสร้างโมเดลการแก้ปัญหาที่ละขั้นตอน และมัดคนไทยสองคนอยู่ด้วยกันเพราะเนื่องจากคนไทยสองคนต้องนั่งติดกัน

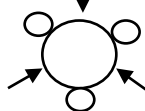
ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ใช้การเขียนแผนภาพในการแก้ปัญหา โดยจะแก้ปัญหาที่ละขั้นตอน

1. จัดที่นั่งประชุมของคนพม่า ก่อน ได้ 2! วิธี

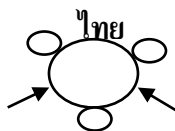


2. จัดการนั่งของคนไทย ซึ่งคนไทยสามารถเลือกนั่ง ได้ 3 วิธี

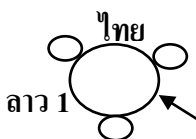


และคนไทยสองคนสามารถสลับที่นั่งกัน ได้ 2! วิธี

3. จัดการนั่งของคนลาวคนที่ 1 สามารถเลือกนั่ง ได้ 2 วิธี



4. จัดการนั่งของคนลาวคนที่ 2 สามารถเลือกนั่ง ได้ 1 วิธี



$$\therefore 2! \times 3 \times 2! \times 2 \times 1 = 24 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น จำนวนการจัดคนไทย 2 คน คนลาว 3 คน และคนพม่า 4 คน จะจัด
ประหลุมรอบโต๊ะกลมได้กี่วิธี โดยที่คนไทยทั้ง 2 คนนั่งติดกัน คนลาวทั้ง 2 คนนั่งไม่ติดกัน และคน
ไทยและคนลาวนั่งไม่ติดกันได้ เท่ากับ 24 วิธี

ตอบ 24 วิธี

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

คำสั่ง : จงแสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด

1. คณะกรรมการจัดงาน “จุฬารณวิชาการ” ต้องการจัดลำดับการนำเสนอโครงการงานจำนวน 12 ทีม ซึ่งแต่ละทีมมาจากแต่ละโรงเรียนในเครือข่ายกลุ่มโรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย โดยแบ่งออกเป็นภูมิภาค ดังนี้

กลุ่มภาคเหนือ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย เชียงราย, รร.จุฬารณ-ราชวิทยาลัย พิษณุโลก, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ลพบุรี

กลุ่มภาคกลาง ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ปทุมธานี, รร.จุฬารณ-ราชวิทยาลัย ชลบุรี, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย เพชรบุรี

กลุ่มภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย เลย, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย มุกดาหาร, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย บุรีรัมย์

กลุ่มภาคใต้ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ตรัง, รร.จุฬารณราช-วิทยาลัย นครศรีธรรมราช, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย สตูล

โดยผู้จัดงานต้องการจัดลำดับการนำเสนอโครงการงาน โดยกำหนดให้ทีมที่อยู่ในภูมิภาคเดียวกันนำเสนอต่อกัน จงหาจำนวนวิธีการจัดลำดับการนำเสนอโครงการงาน

วิธีทำ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ตอบ วิธี

4. มารีย์ ต้องการร้อยกำไลข้อมือโดยมีลูกหินนำโชคสีแดงเหมือนกัน 3 ลูก สีเขียวเหมือนกัน 2 ลูก สีฟ้าเหมือน 2 ลูก สีขาวและเหลือง อย่างละ 1 ลูก จงหาวิธีที่การร้อยกำไลข้อมือ โดยลูกหินนำโชคสีขาวและสีเหลืองไม่อยู่ติดกัน

วิธีทำ

ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด

.....

โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ตอบ วิธี

เฉลยข้อสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

คำสั่ง : จงแสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด

1. คณะกรรมการจัดงาน “จุฬารณวิชาการ” ต้องการจัดลำดับการนำเสนอโครงการงานจำนวน 12 ทีม ซึ่งแต่ละทีมมาจากแต่ละโรงเรียนในเครือข่ายกลุ่มโรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย โดยแบ่งออกเป็นภูมิภาค ดังนี้

กลุ่มภาคเหนือ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย เชียงราย, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย พิษณุโลก, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ลพบุรี

กลุ่มภาคกลาง ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ปทุมธานี, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ชลบุรี, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย เพชรบุรี

กลุ่มภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย เลย, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย มุกดาหาร, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย บุรีรัมย์

กลุ่มภาคใต้ ประกอบด้วย 3 โรงเรียน คือ รร.จุฬารณราชวิทยาลัย ตรัง, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย นครศรีธรรมราช, รร.จุฬารณราชวิทยาลัย สตูล

โดยผู้จัดงานต้องการจัดลำดับการนำเสนอโครงการงาน โดยกำหนดให้ทีมที่อยู่ในภูมิภาคเดียวกันนำเสนอต่อกัน จงหาจำนวนวิธีการจัดลำดับการนำเสนอโครงการงาน

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีทีมเข้าแข่งขันจำนวน 12 ทีม แต่ละทีมมาจากโรงเรียนจุฬารณฯ แต่ละแห่งโดยกลุ่มโรงเรียนจุฬารณฯแบ่งออกเป็นภูมิภาคได้ 4 ภูมิภาค แต่ละภูมิภาคมี 3 โรงเรียน

โจทย์ต้องการทราบ ต้องการหาจำนวนวิธีการจัดลำดับการนำเสนอโครงการงานของแต่ละทีม โดยกำหนดให้ทีมที่อยู่ในภูมิภาคเดียวกันนำเสนอต่อกัน

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

เมื่อโจทย์ต้องการให้แต่ละภูมิกานำเสนอติดกัน ดังนั้น จับแต่ละทีมในแต่ละภูมิภาคมัดติดกัน แล้วนำมาจัดเรียง ซึ่งจากการแบ่งภูมิภาคของกลุ่มโรงเรียนจุฬารณราชวิทยาลัย สามารถแบ่งได้ 4 ภูมิภาค ดังนั้นเลือกใช้ยุทธการแจงกรณีที่เป็นได้ทั้งหมดในการแก้ปัญหา

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

จากการแบ่งกลุ่มภูมิภาคของโรงเรียนสามารถแบ่งได้ 4 ภูมิภาค ดังนั้นจะสามารถจัดลำดับการนำเสนอโครงการงานโดยโรงเรียนที่มีภูมิภาคเดียวกันนำเสนอต่อกัน

กรณีที่ 1 ให้กลุ่มภาคเหนือ นำเสนอเป็นภูมิภาคแรก จะสามารถจัดลำดับการนำเสนอ
โครงการได้เท่ากับ $3!(3!3!3!) = 7,776$ วิธี

กรณีที่ 2 ให้กลุ่มภาคกลาง นำเสนอเป็นภูมิภาคแรก จะสามารถจัดลำดับการนำเสนอ
โครงการได้เท่ากับ $3!(3!3!3!) = 7,776$ วิธี

กรณีที่ 3 ให้กลุ่มภาคตะวันออกเฉียงเหนือ นำเสนอเป็นภูมิภาคแรก จะสามารถจัดลำดับ
การนำเสนอโครงการได้ เท่ากับ $3!(3!3!3!) = 7,776$ วิธี

กรณีที่ 4 ให้กลุ่มภาคใต้ นำเสนอเป็นภูมิภาคแรก จะสามารถจัดลำดับการนำเสนอ
โครงการได้ เท่ากับ $3!(3!3!3!) = 7,776$ วิธี

จากกฎการบวก จะได้จำนวนการจัดลำดับการนำเสนอโครงการ โดยโรงเรียนที่มีภูมิภาค
เดียวกันนำเสนอต่อกัน เท่ากับ $7,776 + 7,776 + 7,776 + 7,776 = 31,104$ วิธี

ขั้นสรุปตอบ

ดังนั้น จำนวนการจัดลำดับการนำเสนอโครงการ ของกลุ่มโรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย
โดยให้กลุ่มโรงเรียนที่มีภูมิภาคเดียวกันนำเสนอต่อกัน เท่ากับ 31,104 วิธี

ตอบ 31,104 วิธี

2. ผู้แทนจาก 10 ประเทศในภูมิภาคอาเซียนได้ร่วมกันประชุมเศรษฐกิจรอบ โຕะกลม
โดยแต่ละประเทศส่งผู้แทนประเทศละ 1 คน โดยได้จัดที่นั่งให้ผู้แทนประเทศไทยนั่งติดผู้แทน
ประเทศสิงคโปร์ แต่ไม่ติดกับผู้แทนจากประเทศลาวและมาเลเซีย จงหาจำนวนวิธีการจัดที่นั่ง
ประชุมในครั้งนี้ได้กี่วิธี

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีผู้แทน 10 คน จาก 10 ประเทศในกลุ่มอาเซียนนั่งประชุมเศรษฐกิจรอบ
โຕะกลม

โจทย์ต้องการทราบ ต้องการหาจำนวนวิธีการจัดที่นั่งของผู้แทน 10 คน จาก 10
ประเทศในกลุ่มอาเซียนนั่งประชุมเศรษฐกิจรอบโຕะกลม โดยได้จัดที่นั่งให้ผู้แทนประเทศไทยนั่ง
ติดผู้แทนประเทศสิงคโปร์ แต่ไม่ติดกับผู้แทนจากประเทศลาวและมาเลเซีย

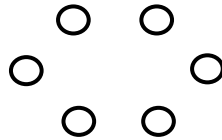
ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ผู้แทนสมาชิกแต่ละประเทศในอาเซียน มีทั้งหมด 10 คน ต้องการจัดให้ผู้แทนไทย
นั่งติดผู้แทนสิงคโปร์ แต่ไม่ติดกับผู้แทนลาวและมาเลเซีย โดยการให้ผู้แทนท่านอื่นๆ ที่ไม่ใช่ผู้แทน

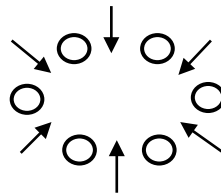
จากไทย, สิงคโปร์, มาเลเซีย และลาว จากนั้นจึงจัดผู้แทนไทยกับสิงคโปร์ และสุดท้ายจึงจัดผู้แทนลาวกับมาเลเซีย ใช้ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพ

ขั้นตอนแก้ปัญหาและหาคำตอบ

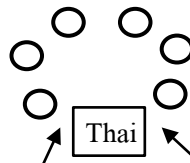
ขั้นที่ 1 จัดผู้แทนจาก 6 ประเทศนั่งรอบโต๊ะกลม ได้ $(6-1)! = 120$ วิธี



ขั้นที่ 2 จัดผู้แทนไทยแทรก ผู้แทนจาก 6 ประเทศที่นั่งเรียบร้อยแล้ว จะสามารถจัดได้ 6 วิธี



ขั้นที่ 3 จัดผู้แทน สิงคโปร์ ซึ่งต้องนั่งติดผู้แทนไทย ดังนั้นจะสามารถนั่งได้ 2 วิธี
อย่างเช่นแผนภาพ



ขั้นที่ 4 จัดผู้แทนลาว และผู้แทนมาเลเซีย โดยต้องไม่นั่งติดกับผู้แทนจากไทย จะสามารถจัดได้ $6 \times 5 = 30$ วิธี

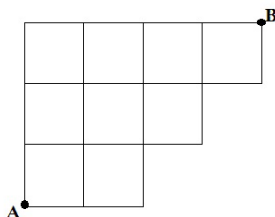
จะได้ว่าจำนวนวิธีการจัดที่นั่งประชุมรอบโต๊ะกลมของผู้แทนสมาชิกแต่ละประเทศในอาเซียน เท่ากับ $120 \times 6 \times 2 \times 30 = 43,200$ วิธี

ขั้นสรุปตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการจัดที่นั่งประชุมรอบโต๊ะกลมของผู้แทนสมาชิกแต่ละประเทศในอาเซียน โดยผู้แทนไทยนั่งติดผู้แทนสิงคโปร์ แต่ไม่ติดกับผู้แทนลาวและมาเลเซีย เท่ากับ 43,200 วิธี

ตอบ 43,200 วิธี

3. จากตารางที่กำหนดให้ จงหาจำนวนวิธีการลากเส้นไปทางขวาหรือขึ้นข้างบนจากจุด A ไปจุด B



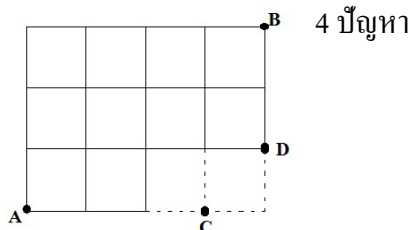
วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด สามารถลากเส้นจาก จุด A ไป จุด B โดยสามารถลากขึ้นบนได้ 3 ช่อง และ ลากเส้นมาด้านขวาได้ 4 ช่อง

โจทย์ต้องการทราบ ต้องการหาจำนวนวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B ตามตารางในแผนภาพ ซึ่งสามารถลากขึ้นบนได้ 3 ช่อง และลากไปข้างขวา 4 ช่อง

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากแผนภาพจะเห็นว่าช่องของตารางขาดหายไป จึงต้องสร้างตารางเพิ่มให้สมบูรณ์ เพื่อสะดวกในการหาจำนวนวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B ดังนั้นใช้ยุทธวิธีแบ่งปัญหาย่อย โดยแบ่งออกเป็น



ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ปัญหาย่อยที่ 1 จำนวนวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B ในตารางใหม่สามารถลากเส้นได้เท่ากับ $\frac{7!}{3!4!} = 35$ วิธี

ปัญหาย่อยที่ 2 จำนวนวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B โดยผ่านจุด C สามารถลากเส้นได้เท่ากับ $1 \times \frac{4!}{3!1!} = 4$ วิธี

ปัญหาย่อยที่ 3 จำนวนวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B โดยผ่านจุด D สามารถลากเส้นได้เท่ากับ $5 \times \frac{3!}{3!} = 5$ วิธี

ปัญหาย่อยที่ 4 จำนวนวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B โดยผ่านจุด C และจุด D สามารถลากเส้นได้เท่ากับ $1 \times \frac{2!}{1!1!} \times 1 = 2$ วิธี

จากปัญหาย่อยทั้งสี่ จะมีวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B เท่ากับ $35 - ((5+4) - 2) = 35 - 7 = 28$ วิธี

ขั้นสรุปตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการลากเส้นจากจุด A ไปจุด B ตามตารางในแผนภาพเท่ากับ 28 วิธี

ตอบ 28 วิธี

4. มาร์ย ต้องการร้อยกำไลข้อมือ โดยมีลูกหินนำโชคสีแดงเหมือนกัน 3 ลูก สีเขียวเหมือนกัน 2 ลูก สีฟ้าเหมือนกัน 2 ลูก สีขาวและเหลือง อย่างละ 1 ลูก จงหาวิธีที่การร้อยกำไลข้อมือ โดยลูกหินนำโชคสีขาวและสีเหลืองไม่อยู่ติดกัน

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด มีลูกหินนำโชคสีแดงเหมือนกัน 3 ลูก สีเขียวเหมือนกัน 2 ลูก สีฟ้าเหมือนกัน 2 ลูก สีขาวและเหลือง อย่างละ 1 ลูก นำมาร้อยเป็นสร้อยกำไลข้อมือ

โจทย์ต้องการทราบ ต้องการหาจำนวนวิธีการร้อยลูกหินนำโชคของมาร์ย โดยมีลูกหินสีแดงเหมือนกัน 3 ลูก สีฟ้าเหมือนกัน 2 ลูก สีเขียวและสีเหลืองอย่างละ 1 ลูก โดยลูกหินนำโชคสีขาวและสีเหลืองไม่อยู่ติดกัน

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ออกแบบการร้อยลูกหินนำโชค สีแดง สีเขียว และสีฟ้าเป็นแนววงกลมก่อน แล้วจึงแทรกลูกหินสีขาวและสีเหลืองตามลำดับ ดังนั้นใช้ยุทธวิธีการแบ่งปัญหาย่อย

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ปัญหาที่ 1 มาร์ยออกแบบการร้อยลูกหินนำโชค สีแดง สีเขียวและสีฟ้าได้

$$\text{เท่ากับ } \frac{(7-1)!}{3!2!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{2!2!} = 30 \text{ วิธี}$$

ปัญหาที่ 2 แทรกลูกหินนำโชคสีเหลืองได้ เท่ากับ 7 วิธี

ปัญหาที่ 3 แทรกลูกหินนำโชคสีขาวได้ เท่ากับ 6 วิธี

จากการแบ่งปัญหาย่อยมาร์ยจะได้วิธีการร้อยกำไลข้อมือ เท่ากับ $30 \times 7 \times 6 = 1,260$ วิธี แต่เนื่องจากกำไลข้อมือมีลักษณะเป็นสามมิติ ดังนั้นจำนวนวิธีการร้อยกำไลลูกหิน เท่ากับ

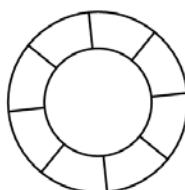
$$\frac{1,260}{30} = 630 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการร้อยลูกหินนำโชคของมารีย์ โดยมีลูกหินสีแดงเหมือนกัน 3 ลูก สีฟ้าเหมือนกัน 2 ลูก สีเขียวและสีเหลืองอย่างละ 1 ลูก โดยลูกหินนำโชคสีขาวและสีเหลืองไม่อยู่ติดกัน เท่ากับ 630 วิธี

ตอบ 630 วิธี

5. ต้องการทาสีแดง สีขาว สีเขียวและสีดำ ลงในช่องบนแผ่นวงกลมโดยทาสีๆละ 2 ช่อง จงหาวิธีการทาสีที่แตกต่างกัน

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจ

โจทย์กำหนด แผ่นไม้รูปวงแหวนแบ่งช่องไว้สำหรับทาสี 8 ช่องเท่าๆกัน โดยใช้สีจำนวน 4 สี คือสีแดง สีขาว สีเขียวและสีดำ

โจทย์ต้องการทราบ ต้องการหาจำนวนวิธีการทาสีบนช่องแผ่นวงแหวน โดยใช้สีแดง สีขาว สีเขียวและสีดำ โดยทาสีๆละ 2 ช่อง

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากรูปภาพแผ่นวงกลมมีช่องว่าง 8 ช่อง ใช้สี 4 สี ทาสีๆละ 2 ช่อง จะเห็นว่า ห.ร.ม. ของการทาสีไม่เท่ากับ 1 ดังนั้นจึงต้องใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่^{ไม่}แตกต่างกันทั้งหมดแนววงกลม ที่มี ห.ร.ม. ไม่เท่ากับ 1 การแก้ปัญหาในข้อนี้ จะใช้กระบวนการหาจำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่^{ไม่}แตกต่างกันทั้งหมดแนววงกลม ที่มี ห.ร.ม. ไม่เท่ากับ 1 ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นดำเนินแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 จัดเรียงสิ่งของเหล่านั้นในแนวเส้นตรง

$$\text{จะได้ } \frac{8!}{2!2!2!2!} = 2,520 \text{ วิธี}$$

ขั้นที่ 2 พิจารณาคาบของวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรง โดยที่ d แทนคาบของการเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ก็ต่อเมื่อ $\frac{n}{d}$ ทหาร $(n_1, n_2, n_3, \dots, n_k)$ ลงตัว

เนื่องจาก $(2, 2, 2, 2) = 2$ ซึ่ง 2 มีตัวประกอบ คือ 2 และ 1 ดังนั้นจะได้ค่า
 $d = \frac{8}{2} = 4$ และ $d = \frac{8}{1} = 8$

ขั้นที่ 3 จากนั้นจึงจะคำนวณหาวิธีการเรียงเป็นวงกลม

ให้ R แทน สีแดง, W แทน สีขาว, G แทน สีเขียว และ B แทน สีดำ

พิจารณาที่ $d = 4$

จะสามารถจัดรูปแบบทาสีบนแผ่นวงกลมได้ 6 แบบ คือ RWGBRWGB, RGWBRWGB, RWBGRWBG, RBWGRBWG, RBGWBRGW, RGBWRGBW ซึ่งจาก $d = 4$ ทำให้ทราบว่า การทาสีบนแผ่นวงกลม 1 วิธี ใช้การจัดเรียงแนวเส้นตรง 4 วิธี ดังนั้น จะเหลือรูปแบบการทาสีแนวเส้นตรง เท่ากับ $2,520 - 24 = 2,496$ วิธี

พิจารณาที่ $d = 8$

จะสามารถจัดรูปแบบทาสีบนแผ่นวงกลม เมื่อ $d = 8$ จะได้ $\frac{2,496}{8} = 312$ วิธี

จากทั้ง 3 ขั้นตอนจะทำให้ทราบจำนวนวิธีการทาสีบนช่องแผ่นวงกลม เท่ากับ

$$6 + 312 = 318 \text{ วิธี}$$

ขั้นสรุปตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการทาสีบนช่องแผ่นวงกลม ประกอบด้วยสีแดง สีขาว สีเขียวและสีดำ โดยทาสีๆละ 2 ช่อง เท่ากับ 318 วิธี

ตอบ 318 วิธี

แบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

คำสั่ง : จงบอกเรื่องความรู้ที่นำมาใช้ในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาและแสดงวิธีคิดอย่างละเอียดในการแก้ปัญหา

1. นนท์ ขนมปัง และเพื่อนในกลุ่มอีก 5 คน ได้รวมตัวกันเพื่อที่จะไปรับประทานอาหาร หลังจากเลิกเรียนพิเศษ ซึ่งร้านซูชิที่พวกเขาไปนั้นเป็นร้านซูชิบาร์ มีการจัด โต๊ะที่นั่งเป็นแถวตรง พวกเขาจะมีวิธีนั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี เมื่อมีเพื่อน 2 คน นั่งกันระหว่าง นนท์กับขนมปัง



2. ในงานเลี้ยงรุ่น ของนักเรียนจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ชลบุรี ได้มีสมาชิกกลุ่มหนึ่งมีสมาชิก 8 คน ซึ่งมีฟรังค์ โกมินโฮ และเมฆาศิลป์ รวมอยู่ด้วย พวกเขาจะมีวิธีการจัดการนั่ง โต๊ะรับประทานอาหารในงานเลี้ยงสังสรรค์ โดย โต๊ะในงานเลี้ยงเป็น โต๊ะกลม จงหาจำนวนวิธีการจัดการนั่ง โต๊ะรับประทานของสมาชิกในกลุ่มนี้โดยต้องการให้โกมินโฮนั่งติดกับฟรังค์ และเมฆาศิลป์เสมอ

ใช้ความรู้เรื่อง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

ใช้ความรู้เรื่อง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

วิธีทำ

วิธีทำ

เฉลยแบบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยน

1. นนท์ ขนมปัง และเพื่อนในกลุ่มอีก 5 คน ได้รวมตัวกันเพื่อที่จะไปรับประทานอาหารซูชิ หลังจากเลิกเรียนพิเศษ ซึ่งร้านซูชิที่พวกเขาไปนั้นเป็นร้านซูชิบาร์ มีการจัด โต๊ะที่นั่งเป็นแถวตรง พวกเขาจะมีวิธีนั่งรับประทานอาหารซูชิได้กี่วิธีเมื่อมีเพื่อน 2 คน นั่งคั่นระหว่าง นนท์กับขนมปัง



วิธีทำ

ใช้หลักการการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันแนวเส้นตรงในการแก้ปัญหา

ให้ นนท์และขนมปังนั่งเลือกในตำแหน่งที่ 1 และ 4 จะสามารถจัดได้ $2!5! = 240$ วิธี

ให้ นนท์และขนมปังนั่งเลือกในตำแหน่งที่ 2 และ 5 จะสามารถจัดได้ $2!5! = 240$ วิธี

ให้ นนท์และขนมปังนั่งเลือกในตำแหน่งที่ 3 และ 6 จะสามารถจัดได้ $2!5! = 240$ วิธี

ให้ นนท์และขนมปังนั่งเลือกในตำแหน่งที่ 4 และ 7 จะสามารถจัดได้ $2!5! = 240$ วิธี

ดังนั้น จัดคน 7 คน นั่งแถวตรงเพื่อรับประทานอาหารซูชิ โดยมีเพื่อน 2 คน นั่งคั่นระหว่าง นนท์ และขนมปัง เท่ากับ $240 + 240 + 240 + 240 = 960$ วิธี

ตอบ 960 วิธี

2. ในงานเลี้ยงรุ่น ของนักเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ชลบุรี ได้มีสมาชิกกลุ่มหนึ่งมีสมาชิก 8 คน ซึ่งมีฟรังค์ โกมินโฮ และเมฆาศิลป์รวมอยู่ด้วย พวกเขาจะมีวิธีการจัดการนั่งโต๊ะรับประทานอาหารในงานเลี้ยงสังสรรค์ โดยโต๊ะในงานเลี้ยงเป็นโต๊ะกลม จงหาจำนวนวิธีการจัดการนั่งโต๊ะรับประทานอาหารของสมาชิกในกลุ่มนี้โดยต้องการให้โกมินโฮนั่งติดกับฟรังค์และเมฆาศิลป์เสมอ

วิธีทำ ใช้หลักการการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันแนววงกลมในการแก้ปัญหา
 มัดฟรังค์ โกมินโฮ และเมฆาไว้ด้วยกันให้เป็น 1 มัด
 จัดคนที่เหลือและมัดที่ผูกฟรังค์ โกมินโฮและเมฆา เป็นแนววงกลม สามารถจัดได้
 $(6-1)!$ วิธี

ในมัดฟรังค์ โกมินโฮ และเมฆาสามารถสลับที่ของ ฟรังค์และเมฆาได้ $2!$ วิธี
 ดังนั้น จะสามารถจัดคนทั้ง 8 คนนั่งรอบโต๊ะกลมในงานเลี้ยงสังสรรค์ โดยที่โกมินโฮนั่งติดกับ ฟรังค์ และเมฆาเสมอ เท่ากับ $(6-1) \times 2! = 5 \times 2! = 240$ วิธี

ตอบ 240 วิธี

3. ในงาน Happy Day นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ได้วางแผนการติดหลอดไฟสี 3 สี แนวตรง ประกอบด้วยหลอดไฟสีแดงจำนวน 2 หลอด หลอดไฟสีเหลืองจำนวน 3 หลอด และหลอดไฟสีน้ำเงินจำนวน 4 หลอด โดยได้กำหนดการติดหลอดไฟสีแดงทั้ง 2 หลอดอยู่ไม่ติดกัน หลอดไฟสีเหลืองทั้ง 3 หลอดอยู่ไม่ติดกัน แต่หลอดไฟสีน้ำเงินอยู่ติดกันได้ จงหาจำนวนของการติดหลอดไฟ

วิธีทำ ใช้หลักการการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของซ้ำแนวเส้นตรงในการแก้ปัญหา
 จัดหลอดไฟสีน้ำเงินและสีแดง แบบไม่มีเงื่อนไขและจัดหลอดไฟสีเหลือง 3 หลอดอยู่ไม่

ติดกัน จะสามารถจัดได้เท่ากับ $\frac{6!}{4!2!} \times \frac{P_{7,3}}{3!} = 15 \times 35 = 525$ วิธี

จัดหลอดไฟทั้งหมดโดยสีแดงทั้ง 2 หลอดติดกันและหลอดไฟสีเหลือง 3 หลอดอยู่ไม่ติดกัน จะสามารถจัดได้เท่ากับ $\frac{5!}{4!1!} \times \frac{P_{6,3}}{3!} = 5 \times 20 = 100$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีการติดหลอดไฟสีแดงทั้ง 2 หลอดอยู่ไม่ติดกัน หลอดไฟสีเหลืองทั้ง 3 หลอดอยู่ไม่ติดกัน แต่หลอดไฟสีน้ำเงินอยู่ติดกันได้ เท่ากับ $525 - 100 = 425$ วิธี

ตอบ 425 วิธี

4. ในงานไหว้ครูของโรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ชลบุรี มาลีต้องการร้อยพวงมาลัยดอกไม้พลาสติก ซึ่งประกอบด้วย ดอกดาวเรือง 5 ดอก ดอกกุหลาบแดง 2 ดอก และดอกกุหลาบสีขาว 3 ดอก เพื่อที่มาลีจะนำมาลัยที่ได้มาไหว้ครู จงหาจำนวนวิธีการร้อยพวงมาลัยของมาลี เมื่อดอกกุหลาบสีแดงต้องไม่ติดกัน

วิธีทำ

ใช้หลักการการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของซ้ำกันแนววงกลมที่ $(n_1, n_2, \dots, n_k) = 1$

ในการแก้ปัญหา

นำดอกดาวเรือง และดอกกุหลาบสีขาว มาจัดเป็นแนววงกลมของซ้ำได้ $\frac{(8-1)!}{5!3!} = 7$

วิธี

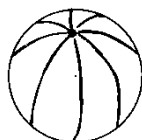
นำดอกกุหลาบแดงแทรกได้ $\frac{P_{8,2}}{2!} = 28$ วิธี

ดังนั้น รูปแบบของการร้อยมาลัย ของมาลี โดยดอกกุหลาบสีแดงไม่ติดกัน เท่ากับ

$$\frac{7 \times 28}{2} = 98 \text{ วิธี}$$

ตอบ 98 วิธี

5. กรมีลูกบอลลูกหนึ่งมีการแบ่งช่องไว้สำหรับทางสี 8 ช่องเท่าๆกัน ซึ่งกรต้องการทาสีส้ม 4 ช่อง และสีน้ำเงิน 4 ช่อง กรจะมีวิธีการทาสีผิวลูกบอลกี่วิธีที่แตกต่างกัน



วิธีทำ ใช้หลักการการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของซ้ำกันแนววงกลมที่ $(n_1, n_2, \dots, n_k) \neq 1$ ในการแก้ปัญหา

เนื่องจาก $(n_1, n_2, n_3) \neq 1$

1. จัดเรียงหลอดไฟเป็นแนวเส้นตรง จะได้ $\frac{8!}{4!4!} = 70$ วิธี

2. พิจารณาคาบของวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรง โดยที่ d แทนคาบของการเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ก็ต่อเมื่อ $\frac{n}{d}$ หาร $(n_1, n_2, n_3, \dots, n_k)$ ลงตัว

เนื่องจาก $(4, 4) = 4$ ซึ่ง 3 มีตัวประกอบ คือ 4, 2 และ 1 ดังนั้นจะได้ค่า

$$d = \frac{8}{4} = 2, \quad d = \frac{8}{2} = 4 \text{ และ } d = \frac{8}{1} = 8$$

3. จากนั้นจึงจะคำนวณหาวิธีการเรียงเป็นวงกลม

ให้ O แทน สีส้ม และ B แทน สีน้ำเงิน

พิจารณาที่ $d = 2$

จะสามารถจัดเรียงรูปแบบการทาสีลูกบอลในแนววงกลมได้ 1 แบบ คือ OBOBOBOB ซึ่งจาก $d = 2$ ทำให้ทราบว่ารูปแบบการทาสีของลูกบอล 1 วิธี เท่ากับการทาสีของลูกบอลเป็นแนวเส้นตรง 2 วิธี ดังนั้น จะเหลือรูปแบบการทาสีของลูกบอลแนวเส้นตรง เท่ากับ $70 - 2 = 68$ วิธี

พิจารณาที่ $d = 4$

จะสามารถจัดเรียงรูปแบบการทาสีลูกบอลในแนววงกลมได้ 1 แบบ คือ OOBBOOBB ซึ่งจาก $d = 4$ ทำให้ทราบว่ารูปแบบการทาสีของลูกบอล 1 วิธี เท่ากับการทาสีของลูกบอลเป็นแนวเส้นตรง 4 วิธี ดังนั้น จะเหลือรูปแบบการทาสีของลูกบอลแนวเส้นตรง เท่ากับ $68 - 4 = 64$ วิธี

พิจารณาที่ $d = 8$

จะสามารถทาสีของลูกบอลเป็นแนววงกลม เมื่อ $d = 8$ จะได้ $\frac{64}{8} = 8$ วิธี คือ OOOBBBB, OBOOBBB, OBOOBBB, OOBBOBBB, BBOBBOOO, OBOBOOBB, BOBOBBOO, OOBBOBOB

ดังนั้น กระจายสามารถทาสีของลูกบอลที่แบ่งช่องไว้ 8 ช่องเท่าๆกัน โดยทาสีส้ม 4 ช่อง และสีน้ำเงิน 4 ช่อง เท่ากับ $1 + 1 + 8 = 10$ วิธี

ตอบ 10 วิธี