

การออกแบบและสร้างอินเตอร์เฟียรอมิเตอร์แบบสนามใกล้ของทาล์บอทเพื่อศึกษาด้วยตาเปล่า

สุปัญญา ชาติ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา


กันยายน 2559

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ สุปัญญา ชาติ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

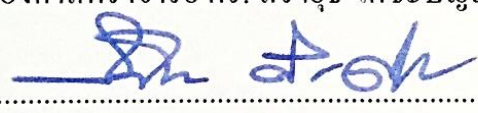

.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร. สรายุทธ เดชะปัญญา)



.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สรไกร ศรีสุภผล)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

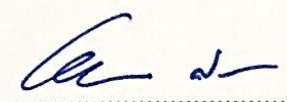

.....ประธาน
(ดร. ชاکริต นวลฉิมพลี)


.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สรายุทธ เดชะปัญญา)


.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สรไกร ศรีสุภผล)


.....กรรมการ
(ดร. ศรีณีย์ กิบาลชนม์)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา


.....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกกรัตน์ ศรีสุข)

วันที่ ๙ เดือน กันยายน พ.ศ. 2559

การศึกษาวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาระดับปริญญาโท
จาก โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สกวค.)
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ
ประจำปีการศึกษา 2556 – 2557

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาเป็นอย่างดีจากอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก รองศาสตราจารย์ ดร.สรายุทธ เศรษฐปัญญา และ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สรไกร ศรีศุภผล ที่ได้ให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและดูแลเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ ดร.ชาคริต นวลนิมพิลี ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ทรงคุณวุฒิจากภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัย เทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี และ ดร.ศรัณย์ ภิบาลชนม์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำชี้แนะในการปรับปรุงงานวิจัยให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้ให้ทุนการศึกษา ทุนวิจัย และทุนสนับสนุนในการฝึกอบรมโครงการที่เป็นประโยชน์ต่าง ๆ แก่ผู้วิจัย ตามโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ตั้งแต่ระดับประกาศนียบัตรบัณฑิต จนถึงระดับปริญญาโท

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ญาติพี่น้อง และเพื่อน ๆ ทุกคน ที่ให้กำลังใจในการศึกษาและให้ความช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูคุณเวทิตาแด่ บพภารี อุบัติษายั บวรพจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มี การศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบนานเท่าทุกวันนี้

สุปัญญา ชาติ

56920175: สาขาวิชา: ฟิสิกส์ศึกษา; วท.ม. (ฟิสิกส์ศึกษา)

คำสำคัญ: ปრაกฏการณ์ทาล์บอท/การเลี้ยวเบนในพิสัยใกล้

สุบัญญัติ ชาติ: การออกแบบและสร้างอินเตอร์เฟียโรมิเตอร์แบบสนามใกล้ของทาล์บอท เพื่อศึกษาค้นคว้า (DESIGN AND CONSTRUCTION THE NEAR – FIELD TALBOT INTERFEROMETER FOR THE STUDY BY EYES) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สราวุธ เดชะปัญญา, Dr.rer.nat., สรไกร ศรีสุภผล, ปร.ด. 38 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบและสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษารูปร่างการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทให้มองเห็นด้วยตาเปล่า และเพื่อศึกษารูปแบบการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทที่ระยะต่าง ๆ โดยใช้ระบบเลนส์ในการขยายรูปร่างการแทรกสอดให้สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่า โดยการทดลองใช้ลำแสงเลเซอร์สีเขียวซึ่งมีความยาวคลื่น(λ) 532 นาโนเมตร ให้ตกกระทบบนเกรตติงซึ่งมีค่าคงที่คาบของเกรตติง (d) เท่ากับ 250 ไมโครเมตร จากนั้นใช้ระบบเลนส์ขนานขยายรูปร่างการแทรกสอดของแสงหลังจากเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่ระยะทาล์บอท (L_T) ซึ่งอยู่ในแนวแกน Z และรวมถึงที่ระยะต่างๆคือ $L_T/2, L_T/4$ และ $2L_T$ โดยนำฉากมารับภาพที่ได้จากการขยายลำแสงจากเลนส์ขนานที่ระยะต่าง ๆ ดังกล่าว

56920175: MAJOR: PHYSICS EDUCATION; M.Sc.(PHYSICS EDUCATION)

KEYWORDS: TALBOT EFFECT / NEAR – FIELD DIFFRACTION

SUPANYA CHATI: DESIGN AND CONSTRUCTION THE NEAR – FIELD TALBOT INTERFEROMETER FOR THE STUDY BY EYES. ADVISORY COMMITTEE: SARAYUT DEACHAPUNYA Dr.rer.nat., SORAKRAI SRISUPHAPHON, Ed.D. 38 P. 2016.

The purpose of this research was to design and construct the experimental kit for the study of the near–field Talbot patterns by bare eyes at the Talbot distance as well as the multiples of the Talbot distance by using a compound lens to magnify the interference patterns, which allow to be seen with the bare eyes. The experiment was performed with a green laser with the wavelength of 532 nm, and subsequently illuminates a diffraction grating with the period of 250 μm . Behind the grating, the compound lens was used to magnify the interference pattern at the Talbot length (L_T) on the z- axis, and also at $L_T/2$, $L_T/4$, and $2L_T$. We use a simple screen to observe the interference patterns.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฌ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย.....	2
ขอบเขตของการวิจัย.....	2
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
ฟังก์ชันคลื่นของการแทรกสอดในสนามใกล้.....	4
การหักเหของแสงผ่านเลนส์.....	17
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	20
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	22
ขั้นตอนการสร้างชุดทดลอง.....	22
ขั้นตอนการทดลอง.....	24
4 ผลการวิจัย.....	25
5 สรุปและอภิปรายผล.....	29
สรุปผลการวิจัย.....	29
อภิปรายผลการวิจัย.....	30
ข้อเสนอแนะ.....	30
บรรณานุกรม.....	31
ภาคผนวก.....	33
ภาคผนวก ก.....	34

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	38

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2-1	แสดงคลื่นระนาบเคลื่อนที่เลี้ยวเบนผ่านเกรตติง เมื่อเกรตติงอยู่ที่ตำแหน่ง $Z = 0$	5
2-2	การขยายร้าวการแทรกสอดของแสงเมื่อแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่ตำแหน่ง $z_1 = L_T$ โดยใช้เลนส์นูนสองอันวางไว้หลังเกรตติงที่ตำแหน่ง Z ใด ๆ.....	6
2-3	แสดงพรหมของแสง ที่เกิดจาก $f = 0.1$ ที่ระยะตั้งแต่ $z = 0$ ถึง $z = 2L_T$ เมื่อ $d = 200 \mu\text{m}$ และ $\lambda = 532 \text{ nm}$ โดยใช้สมการที่ (2-10)	10
2-4	แสดงการขยายร้าวการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอทด้วยระบบเลนส์นูน	11
2-5	แสดงการขยายร้าวการแทรกสอดตกกระทบจากที่ตำแหน่ง Z_3	14
2-6	แสดงลักษณะของเลนส์บวก (ก) เลนส์นูน 2 หน้า (ข) เลนส์นูนแกมระนาบ (ค) เลนส์นูนแกมเว้า	17
2-7	แสดงลักษณะของแสงผ่านเลนส์นูน	17
2-8	แสดงลักษณะของเลนส์ลบ (ก) เลนส์เว้า 2 หน้า (ข) เลนส์เว้าแกมระนาบ (ค) เลนส์เว้าแกมนูน	18
2-9	แสดงลักษณะของแสงผ่านเลนส์เว้า.....	18
2-10	แสดงลักษณะของการขยายลำแสงขนานด้วยระบบเลนส์นูน.....	19
3-1	(ก) การขยายร้าวรอยการแทรกสอดของทาล์บอท และ(ข) ภาพการติดตั้งอุปกรณ์ทดลอง (1) เลเซอร์ฮีเลียม ($\lambda = 532 \text{ nm}$) (2) เลนส์นูนความยาวโฟกัส 50 มม. (3) เลนส์นูน ความยาวโฟกัส 200 มม. (4) เกรตติงค่าคงที่คาบ (d) $250 \mu\text{m}$ (5) เลนส์นูนความยาว โฟกัส 25 มม. (6) เลนส์นูนความยาวโฟกัส 300 มม. และ (7) ฉากรับภาพ.....	23
4-1	ร้าวการการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท $Z_1 = L_T = 117.5 \text{ mm}$. คาบของร้าวการแทรกสอด (p) มีขนาด = 3.00 mm.....	26
4-2	ร้าวการการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท $Z_1 = L_T/2 = 58.8 \text{ mm}$. คาบของร้าวการแทรกสอด (p) มีขนาด = 1.50 mm.....	26
4-3	ร้าวการการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท $Z_1 = L_T/4 = 29.4 \text{ mm}$. คาบของร้าวการแทรกสอด (p) มีขนาด = 0.75 mm.....	27

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า	
4-4	รี้วการการแทรกสอดที่ระยะทาบ $Z_1 = 2L_T = 235.0$ mm. คาบของรี้วการแทรกสอด (p) มีขนาด = 3.00 mm.....	27
ก-1	เลเซอร์สีเขียวความยาวคลื่น (λ) = $532 \pm 10\%$ นาโนเมตร.....	35
ก-2	เกรตติงค่าคงที่คาบ (d) = 250 ไมโครเมตร.....	35
ก-3	เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 25 มิลลิเมตร.....	36
ก-4	เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 50 มิลลิเมตร.....	36
ก-5	เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 200 มิลลิเมตร.....	37
ก-6	เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 300 มิลลิเมตร.....	37

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

แสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยที่ แสงสามารถแสดงสมบัติได้ 4 ประการคือ การสะท้อน (Reflection) การหักเห (Refraction) การแทรกสอด (interference) และการเลี้ยวเบน (diffraction) และจะเห็นได้ว่าการแทรกสอดของแสง เป็นพฤติกรรมหนึ่งที่ถูกใช้ในการยืนยันความเป็นคลื่นของแสง (Serway, & Faughn, 2003) เมื่อพิจารณาการแทรกสอดของแสงเมื่อเลี้ยวเบนผ่านเกรตติง พบว่า สามารถพิจารณาได้ 2 กรณี คือ การเลี้ยวเบน แบบสนามใกล้ (near - field) และสนามไกล (far - field) การเลี้ยวเบนในสนามไกล สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีของฟรอนโฮเฟอร์ (Fraunhofer theory) ตัวอย่างที่สำคัญคือ การทดลองสลิตคู่ของยัง (Young double-slit) การเลี้ยวเบนในสนามใกล้ สามารถอธิบายได้ด้วยการเลี้ยวเบนของเฟรสเนล (Fresnel diffraction) ตัวอย่างเช่น ปรากฏการณ์ของทาล์บอท (Talbot effect) และ เล่า (Lau effect) จากการทดลองการแทรกสอดของแสง ซึ่งตีพิมพ์ ในปี 1836 ของ วิลเลียม เฮนรี ฟ็อกซ์ ทาล์บอท (William Henry Fox Talbot) (Talbot, 1836) พบว่า หลังจากที่แสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติง รีวการแทรกสอดจะมีขนาดเท่ากับคาบของเกรตติง เมื่อระยะระหว่างเกรตติงและตำแหน่งฉากรับภาพเท่ากับระยะคงที่ค่าหนึ่ง และถูกเรียกว่า ระยะทาล์บอท (L_T) (Case, Tomandl, Deachapunya, & Arndt, 2009; Srisuphaphon & Deachapunya, 2015; Talbot, 1836). การแทรกสอดในสนามใกล้ (near - field) ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการสร้างเครื่องมือหลายอย่าง ตัวอย่างเช่น การวัดความยาวโฟกัสของเลนส์ (Prakash, Singh, & Verma, 2006) การรวมแสงโดยชุดนาโนโอส (Huang, Zheludev, Chen, & Garcia, 2007), การศึกษาอัตราส่วนปรากฏการณ์ทาล์บอทสำหรับเลนส์ขนาดเล็ก (Besold & Lindlein, 1997), การสร้างแอกคอดีียนแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทาล์บอท (Deachapunya & Srisuphaphon, 2013) และศึกษาการตอบสนองจากการเลื่อนแบบตามขวางของเกรตติงคู่ในปรากฏการณ์ทาล์บอท (Deachapunya & Srisuphaphon, 2014).

การเลี้ยวเบนในสนามใกล้ที่รีวการแทรกสอดมีขนาดเล็กไม่สามารถมองเห็นรีวรอยการแทรกสอดด้วยตาเปล่าได้ และสำหรับการศึกษาการเลี้ยวเบนในสนามใกล้ (near - field) จาก

ปรากฏการณ์ของทาล์บอท (Talbot effect) และ เลา (Lau effect) ในระดับมัธยมศึกษาชั้นเป็นการศึกษาที่สามารถทำได้โดยที่ใช้อุปกรณ์ราคาไม่แพง โดยไม่ต้องใช้กล้อง CCD ที่มีราคาแพงในการนำมารับภาพการแทรกสอด ซึ่งสามารถใช้ระบบเลนส์ขนานมาขยายร้วการแทรกสอด จนกระทั่งสามารถมองเห็นด้วยตาเปล่า โดยที่นำมาชมารับภาพร้วการแทรกสอดที่เกิดขึ้นได้

จากเหตุผลข้างต้นผู้วิจัยจึง ศึกษาการสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาร้วการแทรกสอดของแสงในสนามใกล้ให้สามารถมองเห็นร้วรอยการแทรกสอดด้วยตาเปล่า โดยใช้ระบบเลนส์ขนานขยายร้วการแทรกสอดให้สามารถปรากฏบนฉากได้

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อออกแบบและสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาร้วการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทให้มองเห็นด้วยตาเปล่า

1.2.2 เพื่อศึกษารูปแบบการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทที่ระยะต่าง ๆ

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1.3.1 ได้ชุดทดลองเพื่อศึกษาร้วการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทให้มองเห็นด้วยตาเปล่า

1.3.2 ได้แนวทางในการออกแบบและพัฒนาการสร้างชุดทดลอง เพื่อนำไปใช้เป็นสื่อ นวัตกรรมจัดการเรียนการสอน ต่อไป

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 ออกแบบและสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาร้วการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทให้มองเห็นด้วยตาเปล่า โดยใช้ระบบเลนส์ขนานเพื่อขยายลำแสงเลเซอร์ และขยายร้วการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอท ที่ระยะต่าง ๆ คือ L_T , $L_T/2$, $L_T/4$ และ $2L_T$

1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.5.1 ชุดทดลองเพื่อศึกษารีวิวการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทให้มองเห็นด้วยตาเปล่า หมายถึง ชุดการทดลองที่ศึกษารีวิวการแทรกสอดของแสง เมื่อผ่านเกรตติง ในสนามใกล้ ให้มองเห็นด้วยตาโดยใช้ระบบเลนส์นูนขยายลำแสง

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้ศึกษาขอเสนอรายละเอียดตามหัวข้อ ดังต่อไปนี้

- 2.1 ฟังก์ชันคลื่นของการแทรกสอดแบบสนามใกล้
- 2.2 การหักเหของแสงผ่านเลนส์
- 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1. ฟังก์ชันคลื่นของการแทรกสอดแบบสนามใกล้

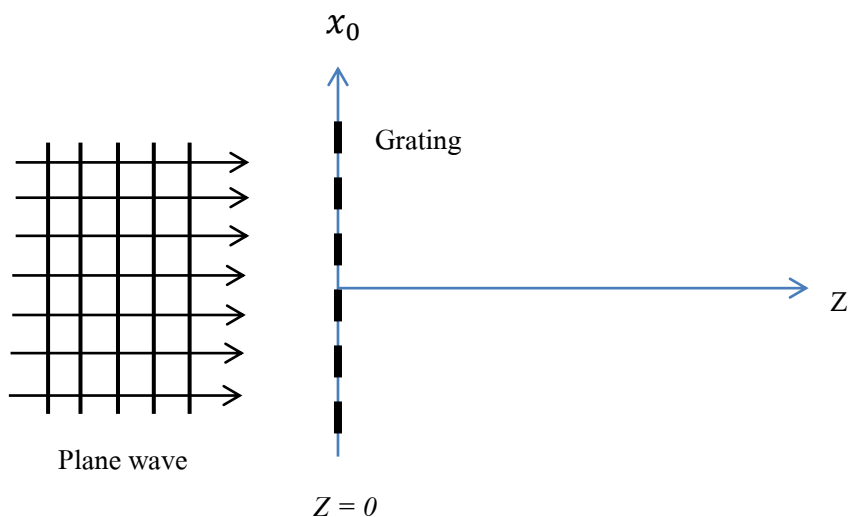
ฟังก์ชันคลื่นโดยทั่วไป ที่ใช้แทนคลื่นระนาบที่แผ่ไปในทิศทางใด ๆ สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\varphi = Ae^{i(kx-\omega t)} \quad (2-1)$$

- เมื่อ
- A คือ แอมพลิจูดของคลื่น
 - k คือ เลขคลื่น ซึ่ง $k = 2\pi/\lambda$
 - x คือ ทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นที่แผ่ไปในแนวแกน x
 - ω คือ อัตราเร็วเชิงมุม
 - t คือ เวลา

จากสมการที่ (2-1) ถ้าพิจารณาคลื่นระนาบที่เคลื่อนที่ตามแนวแกน z ตกกระทบเกรตติง เมื่อเวลา $t = 0$ การกระจัดของคลื่นจะอยู่ในรูป

$$\varphi = Ae^{ikz} \quad (2-2)$$

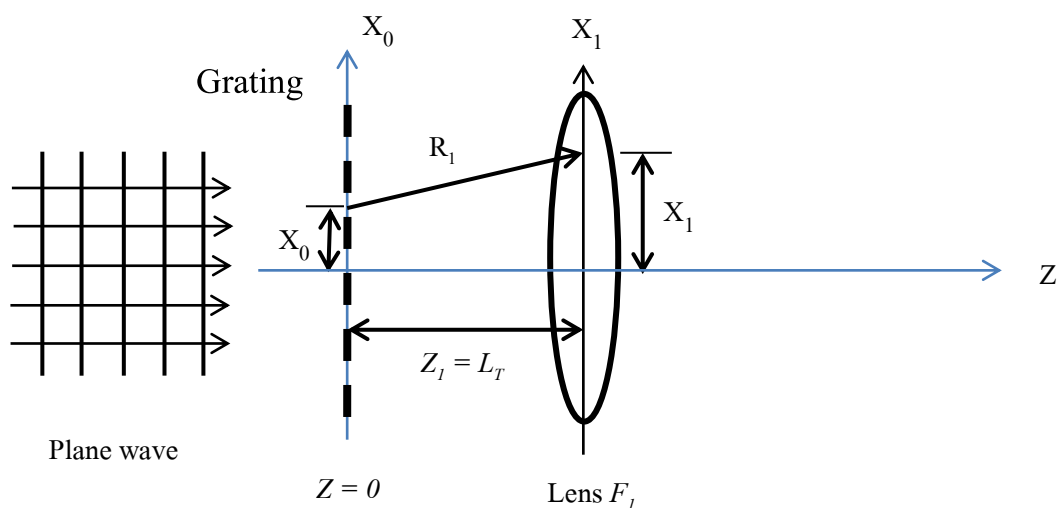


ภาพที่ 2-1 แสดงคลื่นระนาบเคลื่อนที่เลี้ยวเบนผ่านเกรตติง เมื่อเกรตติงอยู่ที่ตำแหน่ง $Z = 0$

เมื่อแสงความยาวคลื่น λ หรือ มีเลขคลื่น $k = 2\pi/\lambda$ เคลื่อนที่ตามแนวแกน Z เลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่ตำแหน่ง $Z = 0$ โดยให้คาบหรือระยะของเกรตติงอยู่ในแนวแกน x_0 ดังภาพที่ 2-1 เมื่อแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่ $Z = 0$ สามารถเขียนฟังก์ชันคลื่นในส่วนที่ไม่ขึ้นกับเวลาได้ดังสมการ

$$\varphi_0(x_0, z = 0) = \sum_n A_n \exp\{in(\frac{2\pi}{d})x_0\} \quad (2-3)$$

เมื่อ $k_d = 2\pi/d$ เป็นองค์ประกอบของเลขคลื่นในแนวระนาบของเกรตติง โดยที่ d คือ คาบของเกรตติง $A_n = \sin(n\pi f)/n\pi$ เป็นองค์ประกอบฟูรีเยร์สำหรับเกรตติงที่มีค่าอัตราส่วนของช่องเปิดต่อหนึ่งคาบของเกรตติงเท่ากับค่า f และ n คือ เลขอนุกรมฟูรีเยร์ (Case et al., 2009)



ภาพที่ 2-2 การขยายร้าวการแทรกสอดของแสงเมื่อแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่ตำแหน่ง $z_1 = L_T$ โดยใช้เลนส์นูนสองอันวางไว้หลังเกรตติงที่ตำแหน่ง z ใดๆ

จากภาพที่ 2-2 เมื่อแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่ตำแหน่ง z_1 สามารถหาฟังก์ชันคลื่นได้โดยใช้ปริพันธ์ของฮอยเกนส์-เฟรสเนล (Huygens-Fresnel integral) (Guenther, 1990) จากสมการ

$$\varphi_1(x_1, z_1) = \sqrt{\frac{i}{\lambda}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-ikR_1\}}{\sqrt{R_1}} \varphi_0(x_0, 0) dx_0 \quad (2-4)$$

จากภาพที่ 2-2 เมื่อ R_1 เป็นระยะทางจากแหล่งกำเนิดคลื่นถึงจุดสังเกตบนระนาบ x_1 สามารถแทนให้อยู่ในรูปของ x_0 และ x_1 ได้เป็น

$$R_1 = \sqrt{z_1^2 + (x_1 - x_0)^2}$$

เมื่อ x_1 คือ ตำแหน่งของคลื่น ณ จุด x_1

ในกรณีที่ $z_1 \gg (x_1 - x_0)$ สามารถใช้การกระจายแบบไบนอมิเยล (Binomial expansion) จะได้ว่า

$$R_1 \simeq z_1 + \frac{(x_1 - x_0)^2}{2z_1} \quad (2-5)$$

แทนค่าสมการ (2-3) และ (2-5) ลงในสมการ (2-4) จะได้ว่า

$$\varphi_1(x_1, z_1) = \sqrt{\frac{i}{\lambda}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left\{-ik\left(z_1 + \frac{(x_1 - x_0)^2}{2z_1}\right)\right\}}{\sqrt{z_1 + \frac{(x_1 - x_0)^2}{2z_1}}} \sum_n A_n \exp\left\{in\left(\frac{2\pi}{d}\right)x_0\right\} dx_0 \quad (2-6)$$

และเมื่อพิจารณาพจน์

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1} &= \left[\frac{1}{z_1^2 + (x_1 - x_0)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{z_1} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{x_1 - x_0}{z_1}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

จะได้
$$\frac{1}{R_1} \simeq \frac{1}{z_1} \left\{ 1 - \frac{1}{2z_1^2} (x_1 - x_0)^2 \right\}$$

จากการสังเกตระยะบนแกน z พบว่ามีหน่วยเป็นมิลลิเมตร และระยะบนแกน x มีหน่วยเป็นไมโครเมตร ซึ่งจะเห็นว่า $z_1 \gg (x_1 - x_0)$ ดังนั้น $1/R_1 \simeq 1/z_1$ เมื่อแทนค่าลงไป ในสมการ (2-6) จะได้ว่า

$$\varphi_1(x_1, z_1) = \sqrt{\frac{i}{\lambda}} e^{-ikz_1} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n A_n \exp \left\{ in \left(\frac{2\pi}{d} \right) x_0 - \frac{ik}{2z_1} (x_1 - x_0)^2 \right\} \sqrt{\frac{1}{z_1} - \frac{1}{2z_1^3} (x_1 - x_0)^2} dx_0$$

เมื่อ $\frac{1}{2z_1^3} (x_1 - x_0)^2$ สามารถละทิ้งได้เพราะมีค่าน้อยมาก ดังนั้นเขียนสมการ (2-6) ใหม่ได้เป็น

$$\varphi_1(x_1, z_1) = \sqrt{\frac{i}{\lambda z_1}} e^{-ikz_1} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n A_n \exp \left\{ in \left(\frac{2\pi}{d} \right) x_0 - \frac{ik}{2z_1} (x_1 - x_0)^2 \right\} dx_0 \quad (2-7)$$

จากสมการที่ (2-7) พิจารณาปริพันธ์

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ in \left(\frac{2\pi}{d} \right) x_0 - \frac{ik}{2z_1} (x_1 - x_0)^2 \right\} dx_0 = P_1$$

จัดพจน์เอกโพแนนเชียลให้อยู่ในรูปของสมการพหุนามกำลังสอง จะได้

$$P_1 = e^{in \left(\frac{2\pi}{d} \right) x_1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{ik}{2z_1} (x_0 - x_1)^2 + in \left(\frac{2\pi}{d} \right) (x_0 - x_1) \right\} dx_0$$

$$P_1 = e^{in \left(\frac{2\pi}{d} \right) x_1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \{ -iax^2 + ibx \} dx$$

$$\text{เมื่อ } x = (x_0 - x_1), a = \frac{k}{2z_1}, b = nk_d \text{ และ } k_d = \frac{2\pi}{d}$$

และสามารถหาปริพันธ์ได้โดยใช้ปริพันธ์เกาส์เซียน (Gaussian integral)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-iax^2 + ibx\} dx_0 = \sqrt{\frac{\pi}{ia}} \exp\left(\frac{ib^2}{4a}\right)$$

จะได้

$$P_1 = \exp(ink_d x_1) \sqrt{\frac{\pi}{ia}} \exp\left(\frac{ib^2}{4a}\right)$$

$$P_1 = \exp(ink_d x_1) \sqrt{\frac{2z_1 \pi}{ik}} \exp\left(\frac{in^2 k_d^2 z_1}{2k}\right) \quad (2-8)$$

แทนค่า (2-8) ลงใน (2-7) จะได้ฟังก์ชันคลื่นที่ใช้แทนคลื่นที่ตำแหน่ง z_1 บนระนาบ x_1 เป็น

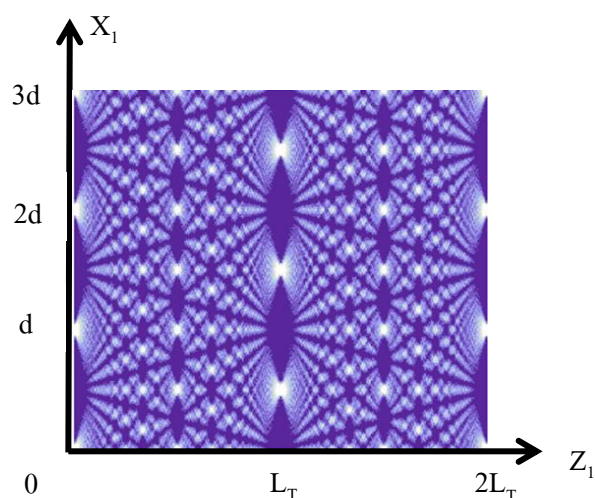
$$\varphi_1(x_1, z_1) = \exp\{-ikz_1\} \sum_n A_n \exp\left\{in\left(\frac{2\pi}{d}\right)x_1 + in^2 \pi \left(\frac{z_1}{L_T}\right)\right\} \quad (2-9)$$

เมื่อ $L_T = d^2/\lambda$ คือ ระยะทาล์บอท

และความเข้มแสงของร็วรอยการแทรกสอดสามารถหาได้ดังสมการ

$$I_1(x_1, z_1) = \varphi_1^* \varphi_1 = \sum_{n,m} A_n A_m e^{\left\{i(n-m)\left(\frac{2\pi}{d}\right)x_1 + i(n^2 - m^2)\pi\left(\frac{z_1}{L_T}\right)\right\}} \quad (2-10)$$

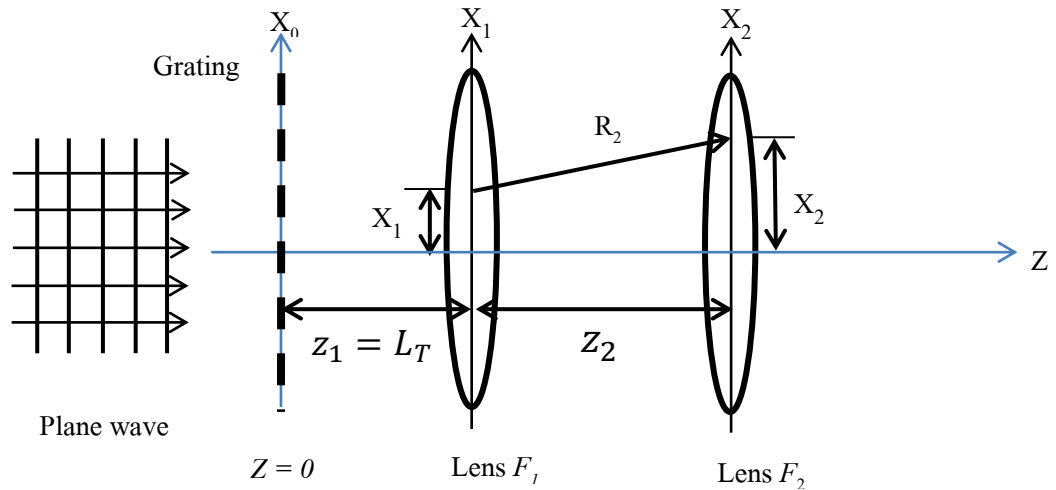
จากสมการที่ (2-10) จะเห็นว่าตัวคูณข้างหน้าสามารถละทิ้งได้เนื่องจากไม่ส่งผลต่อรูปแบบของร็วการแทรกสอด และความเข้มแสงที่ได้ตามสมการที่ (2-10) ที่ตำแหน่งตามแนวแกน x_1 และ z_1 หรือเรียกว่า พรหมของแสง (carpets of light) จะเห็นได้ว่ามีร็วรอยที่ซับซ้อนกว่าในกรณีการแทรกสอดของสนามไกล โดยที่สมการ (2-10) สอดคล้องกับของ Case (2009) ดังภาพที่ 2-3



ภาพที่ 2-3 แสดงพรหมของแสง ที่เกิดจาก $f = 0.1$ ที่ระยะตั้งแต่ $z = 0$ ถึง $z = 2L_T$
เมื่อ $d = 200 \mu\text{m}$ และ $\lambda = 532 \text{ nm}$ โดยใช้สมการที่ (2-10)

จากภาพที่ 2-3 จะเห็นว่าที่ระยะ $z = L_T$ จากภาพพรหมของแสงข้างต้นอธิบายได้ว่า คาบของริ้วการแทรกสอดที่ระยะ L_T มีค่าเท่ากับค่าคงที่คาบของเกรตติงแต่จะมีเฟสเปลี่ยนไป π เรเดียนตามแนวแกน x_1 และที่ระยะ $L_T/2$ จะมีคาบของริ้วการแทรกสอดเป็นครึ่งหนึ่งของระยะ L_T และที่ระยะ $2L_T$ จะมีคาบของริ้วการแทรกสอดเท่ากับระยะ L_T แต่จะมีเฟสเปลี่ยนไป π เรเดียน ซึ่งตรงกับคาบของเกรตติง (Case et al., 2009) เมื่อแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติง เมื่อนำเลนส์บางความยาวโฟกัส F_1 วางไว้ที่ตำแหน่ง z_1 ดังภาพ 2-4 ฟังก์ชันคลื่นเมื่อหักเหผ่านเลนส์ที่ระยะ z_2 สามารถหาได้ด้วยการใช้ปริพันธ์ของฮอยเกนส์ - เฟรสเนล (Huygens-Fresnel integral) โดยที่เลนส์บางมีฟังก์ชันการส่งผ่าน (Srisuphaphon & Deachapunya, 2015) คือ

$$T_1(x_1) = \exp\{ikx_1^2/2F_1\} \quad (2-11)$$



ภาพที่ 2-4 แสดงการขยายรีวกการแทรกสอดที่ระยะทาบอทด้วยระบบเลนส์คู่

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันคลื่นที่ตำแหน่ง z_2 สามารถหาฟังก์ชันคลื่นได้ด้วยการใช้ปริพันธ์ของฮอยเกนส์-เฟรสเนล (Huygens-Fresnel integral) (Guenther, 1990) จากสมการ

$$\varphi_2(x_2, z_2) = \sqrt{\frac{i}{\lambda}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-ikR_2\}}{\sqrt{R_2}} T_1(x_1) \varphi_1(x_1, z_1) dx_1 \quad (2-12)$$

จากภาพที่ 2-4 เมื่อ R_2 เป็นระยะทางจากแหล่งกำเนิดคลื่นถึงจุดสังเกตบนระนาบ x_2 หรือได้ความสัมพันธ์

$$R_2 = \sqrt{z_2^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

เมื่อใช้การกระจายแบบไบนอมิยัล (Binomial expansion) เช่นเดียวกับสมการที่ (2-6) จะได้

$$\varphi_2(x_2, z_2) = \sqrt{\frac{i}{\lambda z_2}} e^{-ik(z_1+z_2)} e^{\left\{in^2\pi\left(\frac{z_1}{L_T}\right)\right\}} \sum_n A_n P_2 \quad (2-13)$$

เมื่อ

$$P_2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\{ikx_1^2/2F_1\} + \{ink_d x_1\} - ik\left(\frac{(x_2-x_1)^2}{2z_2}\right)} dx_1 \quad (2-14)$$

กำหนดให้ $A_1 = \left(\frac{k}{2z_2} - \frac{k}{2F}\right) = \frac{k}{2}\left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{F}\right)$ และ $A_2 = nk_d + \frac{kx_2}{z_2}$ จะได้

สมการที่ (2-14) ในรูปปริพันธ์เกาส์เขียน

$$P_2 = \exp\left(-\frac{ikx_2^2}{2z_2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-iA_1x_1^2 + iA_2x_1\} dx_1$$

$$P_2 = \exp\left(-\frac{ikx_2^2}{2z_2}\right) \sqrt{\frac{\pi}{iA_1}} \exp\left(\frac{iA_2^2}{4A_1}\right) \quad (2-15)$$

แทนค่า A_1 และ A_2 และกำหนดให้ $\left(1 - \frac{z_2}{F_1}\right) = M$ ซึ่งก็คือ กำลังขยายที่ได้จากเลนส์
จะได้

$$P_2 = \exp\left(-\frac{ikx_2^2}{2z_2}\right) \left(\sqrt{\frac{2\pi z_2}{ikM}}\right) \exp\left\{\frac{1}{M}\left(nk_d z_2 + \frac{n^2 \pi z_2}{L_T}\right) + \frac{k^2 x_2^2}{2kz_2 M}\right\} \quad (2-16)$$

แทนค่า (2-16) ลงในสมการ (2-13) จะได้ฟังก์ชันคลื่นที่ใช้แทนคลื่นที่ตำแหน่ง z_2 ได้เป็น

$$\varphi_2(x_2, z_2) = \left(\frac{e^{-ik(z_1+z_2) - \frac{ikx_2^2}{2z_2}\left(1-\frac{1}{M}\right)}}{\sqrt{M}}\right) \sum_n A_n e^{\left\{in\left(\frac{2\pi}{Md}\right)x_2 + \frac{in^2\pi}{L_T}\left(z_1 + \frac{z_2}{M}\right)\right\}} \quad (2-17)$$

เมื่อ $M = 1 - \frac{z_2}{F_1}$

ความเข้มแสงของรีฟรอยการแทรกสอดสามารถหาได้ดังสมการ

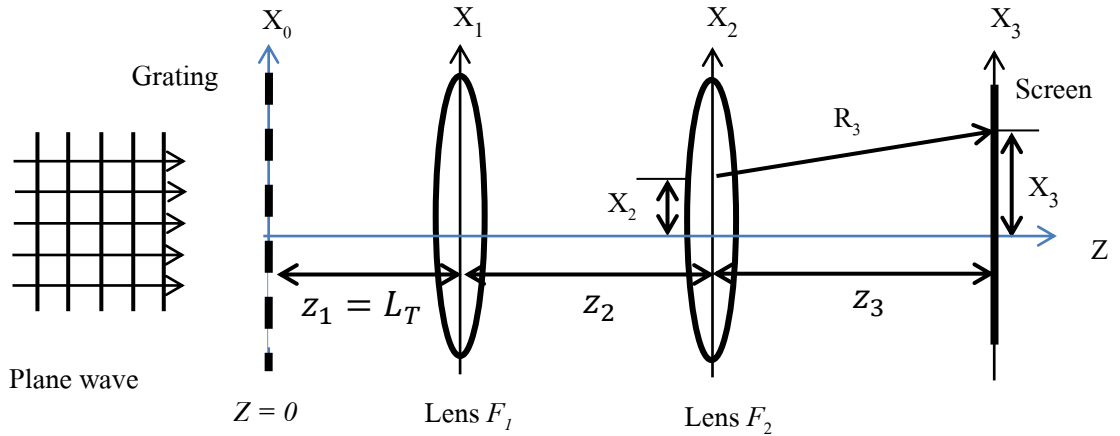
$$I_2(x_2, z_2) = \varphi_2^* \varphi_2 = \sum_{n,m} A_n A_m e^{\left\{ i(n-m) \left(\frac{2\pi}{Md} \right) x_2 + \frac{i(n^2-m^2)\pi}{L_T} \left(z_1 + \frac{z_2}{M} \right) \right\}} \quad (2-18)$$

จากสมการที่ (2-18) จะเห็นว่าตัวคูณข้างหน้าสามารถละทิ้งได้เนื่องจากไม่ส่งผลต่อรูปแบบของรีฟรอยการแทรกสอด เช่นเดียวกันสมการ (2-10)

โดยเมื่อเปรียบเทียบส่วนสุดท้ายของฟังก์ชันคลื่น $\varphi_1(x_1, z_1)$ และ $\varphi_2(x_2, z_2)$ จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า การหักเหของแสงผ่านเลนส์ F_1 ทำให้คาบของรีฟรอยการแทรกสอด (d) ที่ระยะทาล์บอท ถูกขยายให้เป็น Md ดังนั้น M คือ กำลังขยายของเลนส์ F_1 และตำแหน่งของระยะทาล์บอทหลังเลนส์ในแนวแกน z_2 ถูกเลื่อนหรือเปลี่ยนไปด้วยสัดส่วน $\frac{1}{M}$

สำหรับฟังก์ชันคลื่นสุดท้ายซึ่งเกี่ยวข้องกับตำแหน่งหลังเลนส์ที่สองมีความยาวโฟกัส F_2 ดังภาพที่ 2-5 สามารถคำนวณเช่นเดียวกับสมการ (2-17) ซึ่งมีฟังก์ชันการส่งผ่าน ดังสมการ

$$T_2(x_2) = \exp\{ikx_2^2/2F_2\} \quad (2-19)$$



ภาพที่ 2-5 แสดงการขยายร้าวแทรกสอดตกกระทบบนฉากที่ตำแหน่ง z_3

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันคลื่นที่ตำแหน่ง z_3 สามารถหาฟังก์ชันคลื่นได้ด้วยการใช้ปริพันธ์ของฮอยเกนส์-เฟรสเนล ได้เช่นเดียวกับกรณีเลนส์ F_1

$$\varphi_3(x_3, z_3) = \sqrt{\frac{i}{\lambda}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-ikR_3)}{\sqrt{R_3}} T_2(x_2) \varphi_2(x_2, z_2) dx_2 \quad (2-20)$$

จากภาพที่ 2-5 เมื่อ $R_3 = \sqrt{z_3^2 + (x_3 - x_2)^2}$ เป็นระยะทางจากแหล่งกำเนิดคลื่น x_2 ถึงจุดสังเกตบนฉากรับภาพ x_3 โดยอาศัยหลักการประมาณแบบไบโนเมียล เช่นเดียวกับที่ผ่านมา จะได้

$$\varphi_3(x_3, z_3) = \frac{e^{\{-ik(z_1+z_2+z_3)\}}}{\sqrt{z_3 M}} e^{\left\{\frac{in^2\pi}{LT} \left(z_1 + \frac{z_2}{M}\right)\right\}} \sum_n A_n P_3 \quad (2-21)$$

เมื่อ

$$P_3 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left\{\frac{ink_d x_2}{M} + \frac{ikx_2^2}{2F_2} - \frac{ik(x_3-x_2)^2}{2z_3} - \frac{ikx_2^2}{2z_2} \left(1 - \frac{1}{M}\right)\right\}} dx_2$$

$$= e^{\left(-\frac{ikx_3^2}{2z_3}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left[-i\left\{\frac{k}{2z_2} \left(1 - \frac{1}{M}\right) - \frac{k}{2F_2} + \frac{k}{2z_3}\right\} x_2^2 + i\left\{\frac{nk_d}{M} + \frac{kx_3}{z_3}\right\} x_2\right]} dx_2$$

$$= e^{\left(-\frac{ikx_3^2}{2z_3}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-iB_1x_2^2 + iB_2x_2] dx_2$$

ดังนั้น
$$P_3 = e^{\left(-\frac{ikx_3^2}{2z_3}\right)} \sqrt{\frac{\pi}{iB_1}} \exp\left(\frac{iB_2^2}{4B_1}\right) \quad (2-22)$$

เมื่อ

$$B_1 = \frac{k}{2} \left\{ \frac{1}{z_2} \left(1 - \frac{1}{M}\right) + \frac{1}{z_3} \left(1 - \frac{z_3}{F_2}\right) \right\} = \frac{k}{2z_3} \quad (2-23)$$

$$B_2 = \frac{nk_d}{M} + \frac{kx_3}{z_3}$$

ซึ่งจะพบว่า

$$\frac{B_2^2}{4B_1} = \frac{n^2\pi z_3}{L_T M^2} + \frac{2n\pi x_3}{Md} + \frac{kx_3^2}{2z_3} \quad (2-24)$$

แทนค่า (2-23) และ (2-24) ใน (2-22) จะได้

$$P_3 = e^{\left(-\frac{ikx_3^2}{2z_3}\right)} \sqrt{\frac{\pi}{\frac{k}{i2z_3}}} e^{i\left(\frac{n^2\pi z_3}{L_T M^2} + \frac{2n\pi x_3}{Md} + \frac{kx_3^2}{2z_3}\right)} \quad (2-25)$$

จากภาพที่ 2-5 จะเห็นว่า ถ้ากำหนดให้ $z_2 = F_1 + F_2$ และ $M = 1 - \frac{z_2}{F_1}$

ดังนั้น
$$M = 1 - \frac{z_2}{F_1} = \frac{-F_2}{F_1} = M_B \quad (2-26)$$

จะเห็นว่า $M_B = \frac{-F_2}{F_1}$ คือ กำลังขยายของระบบเลนส์คู่ที่มีความยาวโฟกัส F_1 และ F_2 แทนค่า

(2-25) ใน (2-21) จะได้ฟังก์ชันคลื่นที่ใช้แทนคลื่นที่ตำแหน่ง z_3 ได้เป็น

$$\varphi_3(x_3, z_3) = \frac{e^{-ik(z_1+z_2+z_3)}}{\sqrt{M_B}} \sum_n A_n e^{\left\{in\left(\frac{2\pi}{M_B d}\right)x_3\right\}} e^{\frac{in^2\pi}{L_T}\left(z_1+\frac{z_2}{M_B}+\frac{z_3}{M_B^2}\right)} \quad (2-27)$$

ดังนั้นเราจะได้ความเข้มแสงของริ้วการแทรกสอดหลังเลนส์ที่สองได้ดังสมการ

$$I_3(x_3, z_3) = \varphi_3^* \varphi_3 = \sum_{n,m} A_n A_m e^{\left\{in\left(\frac{2\pi}{M_B d}\right)x_3 + \frac{in^2\pi}{L_T}\left(z_1+\frac{z_2}{M_B}+\frac{z_3}{M_B^2}\right)\right\}} \quad (2-28)$$

จากสมการที่ (2-28) จะเห็นว่าตัวคูณข้างหน้าสามารถละทิ้งได้ เนื่องจากไม่ส่งผลต่อรูปแบบของริ้วการแทรกสอด เช่นเดียวกับสมการที่ (2-10) และ (2-18) ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบความเข้ม I_1 ตามสมการ (2-10) ที่ระยะ z_1 จะพบว่า

$$I_2(x_2, z_2) = \varphi_2^* \varphi_2 = \sum_{n,m} A_n A_m e^{\left\{i(n-m)\left(\frac{2\pi}{M d}\right)x_2 + \frac{i(n^2-m^2)\pi}{L_T}\left(z_1+\frac{z_2}{M}\right)\right\}}$$

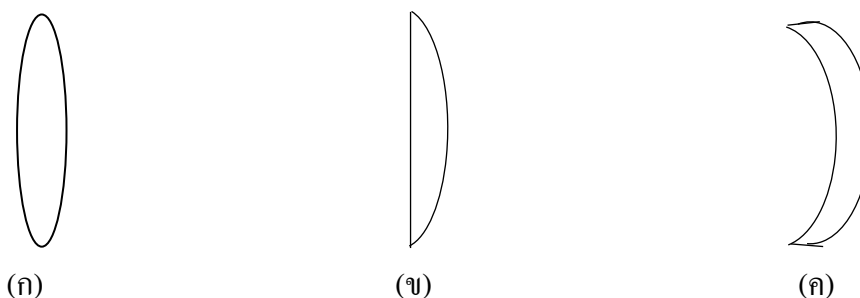
$$I_3(x_3, z_3) = \varphi_3^* \varphi_3 = \sum_{n,m} A_n A_m e^{\left\{i(n-m)\left(\frac{2\pi}{M_B d}\right)x_3 + \frac{i(n^2-m^2)\pi}{L_T}\left(z_1+\frac{z_2}{M_B}+\frac{z_3}{M_B^2}\right)\right\}}$$

เมื่อ $M = M_B$ จะเห็นว่าคาบของริ้วการแทรกสอดมีกำลังขยายเป็น M_B และ $M_B = -F_2/F_1$ คือกำลังขยายของระบบเลนส์คู่ที่มีความยาวโฟกัส F_1 และ F_2 ซึ่งสอดคล้องกับการคำนวณแสงเชิงเรขาคณิต ซึ่งจะเห็นว่าที่ฉากรับภาพ Z_3 มีกำลังขยายของคาบของริ้วการแทรกสอดเป็น M_B เท่าของคาบของริ้วรอยการแทรกสอดในกรณีที่ไม่มีเลนส์มาขยาย ซึ่งสังเกตได้จากพจน์ $\frac{2\pi}{M_B d}$

2.2 การหักเหของแสงผ่านเลนส์

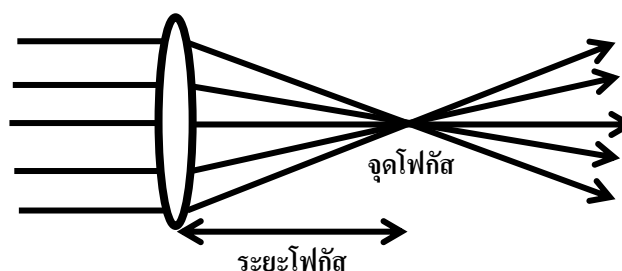
2.2.1 ชนิดของเลนส์ เลนส์ (Lens) คือ วัตถุโปร่งใสที่มีผิวหน้า ส่วนใหญ่ทำมาจากแก้วหรือพลาสติก ชนิดของเลนส์ แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

2.2.1.1 เลนส์บวกล (Positive Lens) คือ เลนส์ที่มีความยาวโฟกัสเป็นบวก



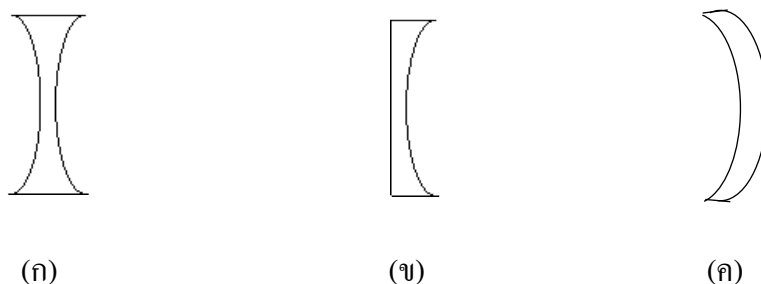
ภาพที่ 2-6 แสดงลักษณะของเลนส์บวกล (ก) เลนส์นูน 2 หน้า (ข) เลนส์นูนแกมระนาบ (ค) เลนส์นูนแกมเว้า (สมพงษ์ ใจดี, 2551)

เลนส์นูนสองด้านทำหน้าที่รวมแสง หรือลู่แสงให้เข้ามารวมกันที่จุดจุดหนึ่งเรียกว่า จุดรวมแสง หรือ จุดโฟกัส ดังภาพที่ 2-7



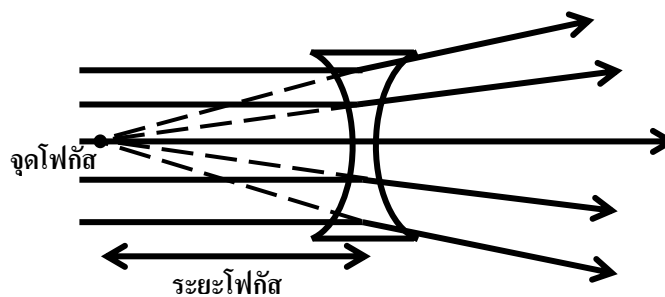
ภาพที่ 2-7 แสดงลักษณะของแสงผ่านเลนส์นูน (สมพงษ์ ใจดี, 2551)

2.2.1.2 เลนส์ลบ (Negative Lens) คือ เลนส์ที่มีความยาวโฟกัสเป็นลบ



ภาพที่ 2-8 แสดงลักษณะของเลนส์ลบ (ก) เลนส์เว้า 2 หน้า (ข) เลนส์เว้าแอมระนาบ (ค) เลนส์เว้าแอมนูน (สมพงษ์ ใจดี, 2551)

เลนส์เว้าทำหน้าที่กระจายแสง หรือ ถ่างแสงออก เสมือนกับแสงมาจากจุดโฟกัสเสมือนของเลนส์เว้า



ภาพที่ 2-9 แสดงลักษณะของแสงผ่านเลนส์เว้า (สมพงษ์ ใจดี, 2551)

2.2.2 การเกิดภาพจริงและภาพเสมือน มีลักษณะดังนี้

2.2.2.1 ถ้ารังสีของแสงทั้ง 2 เส้นตัดกันจริงจะเกิดภาพจริง

2.2.2.2 ถ้ารังสีของแสงทั้งสองเส้นไม่ตัดกันจริง จะเกิดภาพเสมือน

2.2.3 การคำนวณหาชนิดและตำแหน่งของภาพที่เกิดจากเลนส์

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (2-29)$$

$$m = \frac{-s'}{s} = \frac{y'}{y} \quad (2-30)$$

โดยที่

s คือ ระยะวัตถุ จะมีเครื่องหมายเป็นบวก (+) เมื่อเป็นวัตถุจริง เป็นลบ (-) เมื่อเป็นวัตถุเสมือน

s' คือ ระยะภาพ ภาพจริงใช้เครื่องหมายเป็นบวก (+) และภาพเสมือนใช้เครื่องหมายลบ (-)

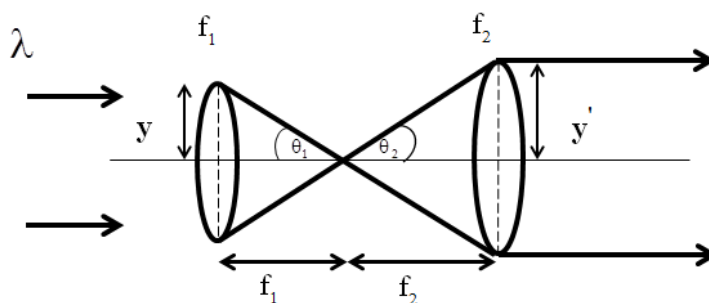
f คือ ความยาวโฟกัสของเลนส์ จะมีเครื่องหมายเป็นบวก (+) สำหรับเลนส์นูนและมีเครื่องหมายเป็นลบ (-) สำหรับเลนส์เว้า

m คือ กำลังขยายของเลนส์ จะมีเครื่องหมายเป็นบวก (+) สำหรับภาพหัวตั้ง และภาพหัวกลับใช้เครื่องหมายลบ (-)

y คือ ความสูงของวัตถุ จะมีเครื่องหมายเป็นบวก (+) เสมอ

y' คือ ขนาดหรือความสูงของภาพ จะมีเครื่องหมายเป็นบวก (+) สำหรับภาพหัวตั้ง และภาพหัวกลับใช้เครื่องหมายลบ (-)

2.2.4 การขยายลำแสงขนานด้วยระบบเลนส์นูนโดยการคำนวณแสงเชิงเรขาคณิต



ภาพที่ 2-10 แสดงลักษณะของการขยายลำแสงขนานด้วยระบบเลนส์นูน

จากภาพที่ 2-10 พบว่า $\theta_1 = \theta_2$ ดังนั้นจะได้

$$\tan \theta_1 = -\tan \theta_2$$

$$\frac{y}{f_1} = \frac{-y'}{f_2}$$

จะได้
$$\frac{y'}{y} = -\frac{f_2}{f_1}$$

จากสมการ (2-30) จะได้
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{f_2}{f_1}$$

ดังนั้น จะได้กำลังขยายลำแสงขนานจากระบบเลนส์นูนจากสมการ

$$m = -\frac{f_2}{f_1} \quad (2-31)$$

ซึ่งจะเห็นว่าสมการที่ (2-31) สอดคล้องกับสมการที่ (2-26)

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Case et al. (2009) ทดลองเกี่ยวกับปรากฏการณ์การแทรกสอดแบบสนามใกล้ภายหลังจากแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงตามปรากฏการณ์ทาล์บอทเพื่อสร้างลวดลายพรหมของแสง หรือพรหมควอนตัม และยังได้แสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์ทาล์บอทเลาซึ่งเป็นการแทรกสอดของแสงไม่อาพันธ์หลังจากเลี้ยวเบนผ่านเกรตติง 2 ตัว ที่แยกกัน

สราวุธ เดชะปัญญา (2010) ได้ทบทวนบทความของปรากฏการณ์ทัศนศาสตร์สนามใกล้ จากทัศนศาสตร์แบบดั้งเดิมถึงทัศนศาสตร์แบบควอนตัม พบว่า ปรากฏการณ์ทาล์บอท เลา และ ทาล์บอท-เลา เป็นปรากฏการณ์ทัศนศาสตร์สนามใกล้ ซึ่งสามารถใช้ในการงานวิจัยทัศนศาสตร์ได้ ทั้งกับแสง อัลตราชาวด์ รังสีเอ็กซ์ รวมถึงอะตอม และ โมเลกุลในระบบที่ไม่ต้องใช้เลนส์ โดยปรากฏการณ์นี้ใช้ได้ทั้งกรณีทัศนศาสตร์แผนเดิม และ ทัศนศาสตร์ควอนตัม และบทความนี้ได้รวบรวมงานวิจัยของ ทัศนศาสตร์สนามใกล้ ได้แก่ ทฤษฎีของทาล์บอท เลา และทาร์บอท – เลา

ตลอดจนลวดลายพรมของแสง หรือลวดลายควอนตัม การนำไปประยุกต์ใช้ในการสร้างเครื่องมือ ตัวอย่างเช่น เครื่องมือวัดระยะทาง การถ่ายภาพรังสีเอ็กซ์ การวัดความยาวโฟกัสของเลนส์ เป็นต้น นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้พิสูจน์ทฤษฎีควอนตัม โดยเฉพาะทัศนศาสตร์ควอนตัม ในเรื่องของ ทฤษฎีทวิภาพของคลื่น และอนุภาคได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

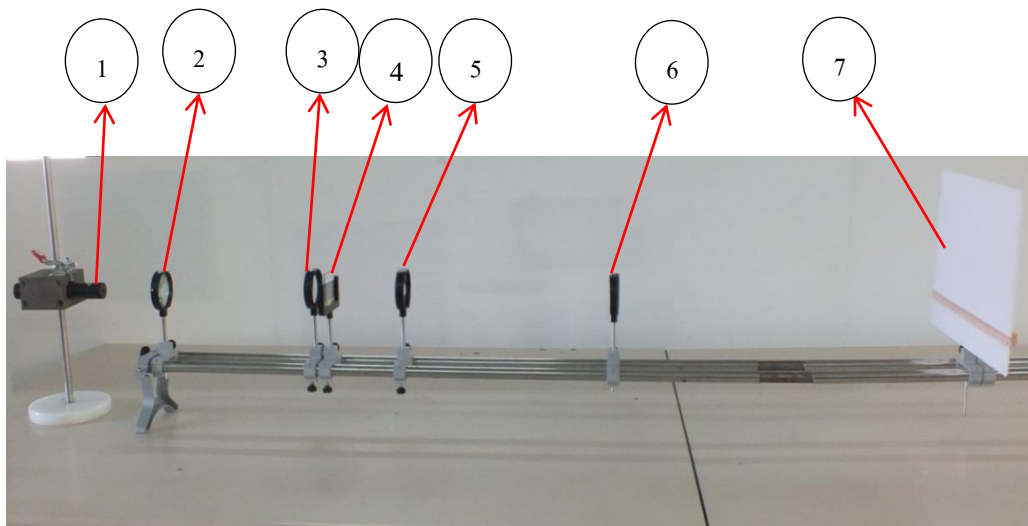
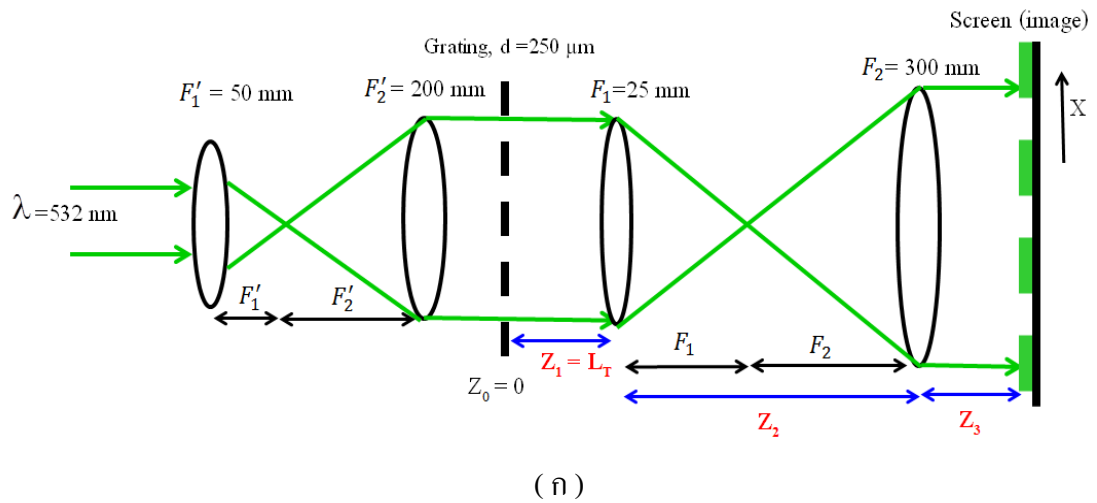
3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

3.1.1 ขั้นตอนการสร้างชุดทดลอง

ชุดทดลองการแทรกสอดในสนามใกล้มีวัสดุและอุปกรณ์ดังนี้

3.1.1 เลเซอร์ฮีเลียม ($\lambda = 532 \text{ nm}$)	1	อัน
3.1.2 เกรตติง ค่าคงที่คาบ (d) $250 \mu\text{m}$	1	อัน
3.1.3 เลนส์นูนความยาวโฟกัส 25 มม.	1	อัน
3.1.4 เลนส์นูนความยาวโฟกัส 50 มม.	1	อัน
3.1.5 เลนส์นูนความยาวโฟกัส 200 มม.	1	อัน
3.1.6 เลนส์นูนความยาวโฟกัส 300 มม.	1	อัน
3.1.7 ชุดออปติคอลเบนซ์	2	ชุด

ติดตั้งอุปกรณ์ทดลองโดยใช้ระบบเลนส์นูนเพื่อขยายร้าวการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท (L_T) ให้สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่าแทนการใช้กล้อง CCD ดังภาพที่ 3-1 โดยใช้ไดโอดเลเซอร์ฮีเลียม 5 mW ($\lambda = 532 \text{ nm}$) ทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดแสงขนานซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 8 mm เพื่อให้ครอบคลุมพื้นที่ขนาดใหญ่ของเกรตติง จะใช้ระบบเลนส์นูนเพื่อขยายลำแสงโดยวางเลนส์นูนสองอัน ($F'_1 = 50 \text{ mm}$ และ $F'_2 = 200 \text{ mm}$) วางไว้หน้าเกรตติง จะได้ลำแสงขยายเพิ่มขึ้น 4 เท่า โดยที่เกรตติงมีค่าคงที่คาบ(d) = 250 ไมโครเมตร และมีอัตราส่วนช่องเปิด (f) = 0.5 ดังนั้นระยะทาล์บอท (L_T) จะมีค่าเท่ากับ 117.5 มิลลิเมตร จากนั้นใช้สองเลนส์นูน ($F_1 = 25 \text{ mm}$ และ $F_2 = 300 \text{ mm}$) วางไว้หลังเกรตติงที่ระยะทาล์บอท เพื่อขยายร้าวการแทรกสอดที่เกิดขึ้นให้สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่า ระยะห่างระหว่างสองเลนส์ถูกตั้งค่าให้เป็นผลรวมของความยาวโฟกัส ($Z_2 = F_1 + F_2 = 325 \text{ mm}$) ซึ่งมีกำลังขยาย 12 เท่า จะสามารถมองเห็นร้าวการแทรกสอดโดยมีคาบของร้าวการแทรกสอดเท่ากับ 3 mm ซึ่งจะสามารถมองเห็นด้วยตาเปล่าได้ ดังภาพที่ 3-1



ภาพที่ 3-1 (ก) การขยายรีวรอยการแทรกสอดของทาล์บอท และ(ข) ภาพการติดตั้งอุปกรณ์ทดลอง (1) เลเซอร์ฮีเทียว ($\lambda = 532 \text{ nm}$) (2) เลนส์นูนความยาวโฟกัส 50 มม. (3) เลนส์นูน ความยาวโฟกัส 200 มม. (4) เกรตติงค่าคงที่คาบ (d) 250 μm (5) เลนส์นูนความยาวโฟกัส 25 มม. (6) เลนส์นูนความยาวโฟกัส 300 มม. และ (7) ฉากรับภาพ

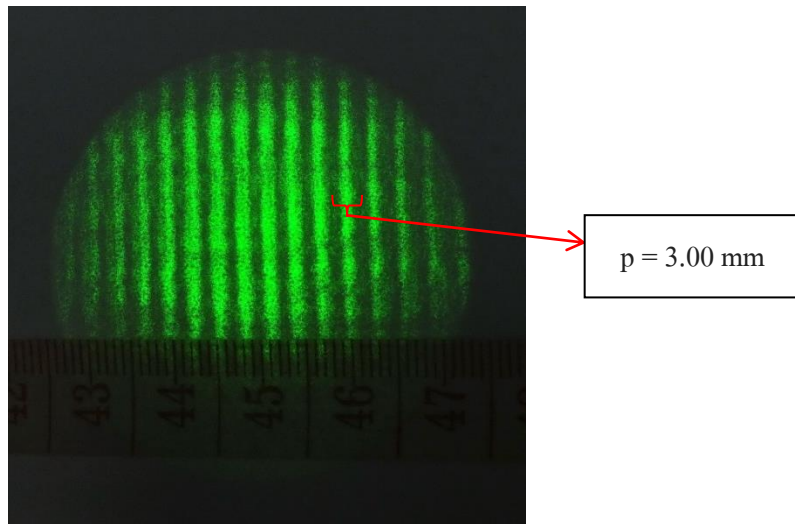
3.1.2 ขั้นตอนการทดลอง

ศึกษาการแทรกสอดในสนามใกล้จากชุดการทดลองที่ระยะ z_1 ต่างๆ $z_1 = L_T, L_T/2, L_T/4$ และ $2L_T$ โดยนำฉากมารับภาพที่ได้จากการขยายลำแสงจากระบบเลนส์คู่ ที่ระยะ z_1 ต่างๆ ดังกล่าว และถ่ายภาพการแทรกสอดที่เกิดขึ้น

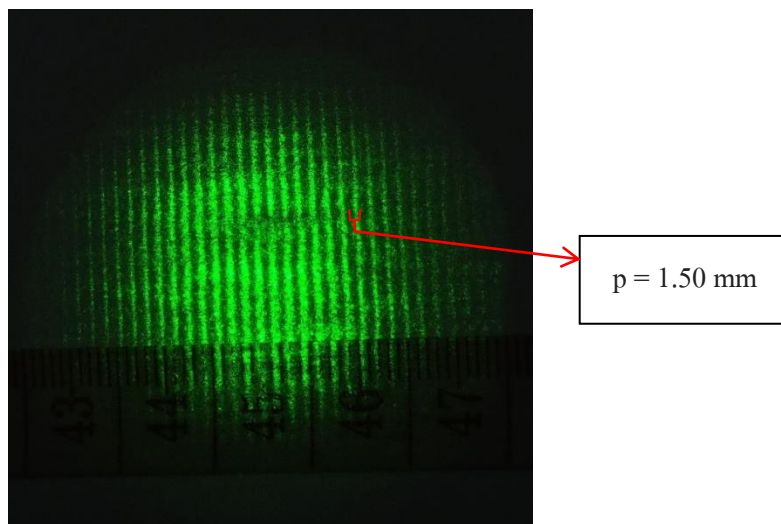
บทที่ 4

ผลการวิจัย

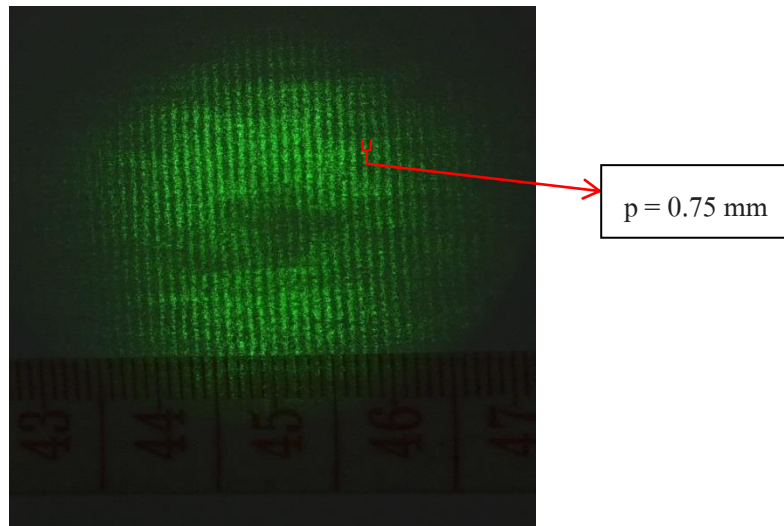
จากการออกแบบและสร้างชุดทดลอง เพื่อศึกษารี้วการแทรกสอดในสนามใกล้ของ ทาล์บอท ให้สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่าได้นั้น ได้ทำการทดลองโดยสร้างชุดทดลอง ดังนี้ ชั้นแรก นำเลนส์นูนที่มีความยาวโฟกัส $F'_1 = 50$ mm และ $F'_2 = 200$ mm มาขยายลำแสงเลเซอร์ที่มีความยาวคลื่น (λ) = 532 นาโนเมตร มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 8 mm จากเลนส์นูนทั้งสองจะได้กำลังขยาย 4 เท่า ดังนั้นจะได้ขนาดของลำเลเซอร์เลี้ยวเบนผ่านเกรตติง 32 mm โดยที่เกรตติง มีค่าคงที่คาบของเกรตติง (d) = 250 ไมโครเมตร จากนั้น นำเลนส์นูนที่มีความยาวโฟกัส $F_1 = 25$ mm และ $F_2 = 300$ mm มาวางไว้หลังเกรตติงที่ระยะทาล์บอท (L_T) ซึ่งมีระยะเท่ากับ 117.5 mm เพื่อขยายรี้วการแทรกสอดให้สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่า จากเลนส์นูนทั้งสองจะได้กำลังขยาย 12 เท่า จะเห็นว่าเมื่อนำจากมารับภาพหลังเลนส์ F_2 จะสามารถขยายรี้วการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท (L_T) มีขนาด 3 mm ซึ่งเป็นขนาดที่สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่าได้อย่างชัดเจน จากนั้น ศึกษา รูปแบบของรี้วการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บอทที่ระยะ z_1 ต่างๆ $z_1 = L_T, L_T/2, L_T/4$ และ $2L_T$ ได้ผลการทดลองดังนี้



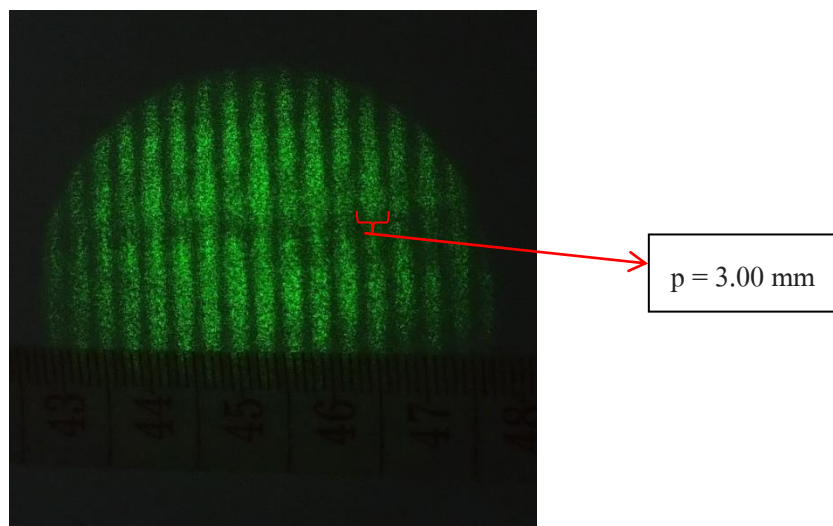
ภาพที่ 4-1 รังสีการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท $Z_l = L_T = 117.5$ mm. คาบของรังสีการแทรกสอด (p) มีขนาด = 3.00 mm.



ภาพที่ 4-2 รังสีการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท $Z_l = L_T/2 = 58.8$ mm. คาบของรังสีการแทรกสอด (p) มีขนาด = 1.50 mm.



ภาพที่ 4-3 รีวการการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท $Z_1 = L_T/4 = 29.4$ mm. คาบของรีวการแทรกสอด (p) มีขนาด = 0.75 mm.



ภาพที่ 4-4 รีวการการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท $Z_1 = 2L_T = 235.0$ mm. คาบของรีวการแทรกสอด (p) มีขนาด = 3.00 mm.

จากการทดลอง เมื่อแสงที่มีความยาวคลื่น (λ) = 532 นาโนเมตร เลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่มีค่าคงที่คาบ (d) = 250 ไมโครเมตร จะได้ระยะทาล์บอท (L_T) = 117.5 mm จากผลการใช้ระบบเลนส์นูนขยายร้าวการแทรกสอดที่ระยะทาล์บอท พบว่า มีกำลังขยาย 12 เท่าซึ่งจะสามารถเห็นคาบของร้าวการแทรกสอดที่ระยะ $Z = L_T = 117.5$ mm. มีค่าเท่ากับ 3 mm ดังภาพที่ 4-1 และเมื่อศึกษาคาบของร้าวการแทรกสอดที่ระยะ $Z = L_T/2 = 58.8$ mm. มีค่าเท่ากับ 1.5 mm. ดังภาพที่ 4-2 คาบของร้าวการแทรกสอดที่ระยะ $Z = L_T/4 = 29.4$ mm. มีค่าเท่ากับ 0.75 mm ดังภาพที่ 4-3 และคาบของร้าวการแทรกสอดที่ระยะ $Z = 2L_T = 235.0$ mm. มีขนาดเท่ากับ 3.00 mm ดังภาพที่ 4-4 ซึ่งจะเห็นว่าที่ระยะ $Z = L_T/2$ คาบของร้าวการแทรกสอดจะเป็นครึ่งหนึ่งของระยะทาล์บอท ($Z = L_T$) ที่ระยะ $Z = L_T/4$ คาบของร้าวการแทรกสอดจะเป็นครึ่งหนึ่งของ $Z = L_T/2$ และที่ระยะ $Z = 2L_T$ คาบของร้าวการแทรกสอดจะมีค่าเท่ากับระยะ $Z = L_T$ ซึ่งจะเห็นว่าสอดคล้องกับสมการที่ (2-26) สมการที่ (2-31) และปรากฏการณ์ทาล์บอท

บทที่ 5

สรุปและอภิปรายผล

5.1 สรุปผลการวิจัย

จากการออกแบบและสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บบอทให้มองเห็นด้วยตาเปล่า โดยใช้ระบบเลนส์นูนขยายลำแสงเลเซอร์ให้มีลำขนานที่ใหญ่ขึ้น 4 เท่า ส่งผลให้เลี้ยวเบนผ่านเกรตติงได้มากขึ้น จากนั้นเมื่อแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติง ใช้ระบบเลนส์นูนขยายการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บบอท ให้สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่าได้ ซึ่งมีกำลังขยาย 12 เท่า โดยใช้ค่าคงที่คาบของเกรตติง (d) = 250 ไมโครเมตร และแสงมีความยาวคลื่น (λ) = 532 นาโนเมตร จะได้ระยะ $L_T = 117.5$ mm ซึ่งการแทรกสอดที่เกิดขึ้นจากทฤษฎีของทาล์บบอท ที่ระยะทาล์บบอท (L_T) จะมีขนาดเท่ากับคาบของเกรตติง แต่จะมีเฟสเลื่อนไป π เรเดียน โดยที่เกรตติงมีอัตราส่วนของช่องเปิดต่อหนึ่งคาบของเกรตติงเท่ากับ 50% คือ แถบมืดและแถบสว่างจะมีความกว้างเท่ากัน และคาบของการแทรกสอดที่เกิดขึ้นนั้นมีขนาด 3.00 mm จากการทดลองพบว่ารั้วรอยการแทรกสอดที่เกิดขึ้นหลังเกรตติงมีขนาดเท่ากับคาบของเกรตติง และความกว้างแถบมืดและแถบสว่างมีขนาดเท่ากัน และคาบของการแทรกสอดที่เกิดขึ้นนั้นมีขนาด 3.00 mm สามารถมองเห็นด้วยตาเปล่าได้อย่างชัดเจน เป็นไปตามทฤษฎีของทาล์บบอท

จากการศึกษารูปแบบของรั้วการแทรกสอดในสนามใกล้ของทาล์บบอท ที่ระยะ Z_1 ต่าง ๆ $Z_1 = L_T, L_T/2, L_T/4$ และ $2L_T$ พบว่าคาบของรั้วการแทรกสอดที่ระยะ $Z = L_T = 117.5$ mm. มีค่าเท่ากับ 3 mm ที่ระยะ $Z = L_T/2 = 58.8$ mm. มีค่าเท่ากับ 1.5 mm. ที่ระยะ $Z = L_T/4 = 29.4$ mm. มีค่าเท่ากับ 0.75 mm และคาบของรั้วการแทรกสอดที่ระยะ $Z = 2L_T = 235.0$ mm. มีขนาดเท่ากับ 3.00 mm ซึ่งจะเห็นว่า ที่ระยะ $Z = L_T/2$ คาบของรั้วการแทรกสอดจะเป็นครึ่งหนึ่งของระยะทาล์บบอท ($Z = L_T$) ที่ระยะ $Z = L_T/4$ คาบของรั้วการแทรกสอดจะเป็นครึ่งหนึ่งของ $Z = L_T/2$ และที่ระยะ $Z = 2L_T$ คาบของรั้วการแทรกสอดจะมีค่าเท่ากับระยะ $Z = L_T$ ซึ่งสอดคล้องกับสมการที่ (2-26) สมการที่ (2-31) และปรากฏการณ์ทาล์บบอท

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

จากการทดลองพบว่ามีบางจุดของรีวการแทรกสอดมีรอยดำซึ่งเกิดจากคุณภาพของเลเซอร์ นั่นคือหน้าคลื่นของแสงเลเซอร์ไม่เรียบเนียนจึงทำให้มีจุดดำแทรกอยู่บริเวณรีวการแทรกสอด และจากการทดลองสามารถทำให้เราทราบว่า รีวการแทรกสอดในสนามไกล (far - field) และรีวการแทรกสอดในสนามใกล้ (near - field) มีลักษณะที่แตกต่างกัน และโดยทั่วไปแล้วไม่สามารถมองเห็นรีวการแทรกสอดในสนามใกล้ (near - field) ด้วยตาเปล่าได้ แต่สำหรับการทดลองในครั้งนี้สามารถขยายรีวการแทรกสอดในสนามใกล้ (near - field) ให้สามารถมองเห็นด้วยตามเปล่าได้อย่างชัดเจนอีกทั้งอุปกรณ์ที่นำมาสร้างเป็นชุดทดลองมีราคาไม่แพง โดยต้องไม่ใช้กล้อง CCD ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษาความแตกต่างระหว่างรีวการแทรกสอดในสนามไกล (far - field) และรีวการแทรกสอดในสนามใกล้ (near - field) ได้อย่างถูกต้องและชัดเจนมากยิ่งขึ้น

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ไม่ควรใช้เกรตติงที่มีค่าคงที่คาบ (d) ที่มีค่ามากจนเกินไปเพราะจะทำให้ระยะทาล์บอท (L_T) เข้าใกล้การแทรกสอดในสนามไกล (far - field) ซึ่งจะไม่สามารถมองเห็นรีวการแทรกสอดในสนามใกล้ (near - field) ได้

5.3.2 หากใช้เลเซอร์ที่คุณภาพไม่ดี หน้าคลื่นแสงจะไม่เรียบเนียนจะทำให้มีจุดดำแทรกอยู่บริเวณรีวการแทรกสอด

5.3.3 หากใช้เลนส์นูนเพียงแค่ 1 ตัวในการขยายรีวการแทรกสอด ลำแสงจะไม่ใช้ลำขนานซึ่งถ้าเลื่อนฉากรับแสงออกเรื่อย ๆ รีวการแทรกสอดจะมีขนาดใหญ่ขึ้นซึ่งส่งผลต่อคาบของรีวการแทรกสอด นั่นคือ กำลังขยายที่เกิดขึ้นจะไม่ตรงกับจำนวนเท่าของเกรตติง

บรรณานุกรม

- ปิยพงษ์ สิทธิคง. (2551). *ฟิสิกส์ระดับอุดมศึกษา เล่ม 3*. กรุงเทพฯ: เพียร์สัน เอ็ดดูเคชัน อินโดไชน่า.
- สมพงษ์ ใจดี. (2551). *ฟิสิกส์มหาวิทยาลัย 4 (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สรายุทธ เศษะปัญญา. (2552). ปรัชญาการค้นคว้าทางวิทยาศาสตร์: จากทฤษฎีแบบดั้งเดิมถึง ทัศนศาสตร์ควอนตัม. *วารสารวิทยาศาสตร์บูรพา*, (ฉบับพิเศษ), 100 - 108.
- อนันตสิน เศษะกำพูช และพิศิษฐ์ รัตนวราภย์. (2553). *ฟิสิกส์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 12)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Besold, B., & Lindlein, N. (1997). Fractional Talbot effect for periodic microlens arrays. *Opt. Eng.*, 36(4), 1099 - 1105.
- Case, W. B., Tomandl, M., Deachapunya, S., & Arndt, M. (2009). Realization of optical carpets in the Talbot and Talbot-Lau configurations. *Opt. Express*, 17(23), 20966 - 20947.
- Deachapunya, S., & Srisuphaphon, S. (2013). An accordion lattice based on the Talbot effect. *Chin. Opt. Lett.*, 12(3), 031101.
- Deachapunya, S., & Srisuphaphon, S. (2014). Sensitivity of transverse shift inside a double - grating Talbot interferometer. *Measurement*, 58, 1.
- Guenther, B. D. (1990). *Modern Optics*. USA: Wiley international.
- Huang, F. M., Zheludev, N., Chen, Y., & Garcia, de Abajo F. J. (2007). Focusing of light by a nanohole array. *Appl. Phys. Lett.*, 90, 091119.
- Prakash, S., Singh, S., & Verma, A. (2006). A low cost technique for automated measurement of focal length using Lau effect combined with Moire readout. *J. Modern Opt.*, 53 (14), 2033 - 2042.
- Serway, R. A., & Faughn, J. S. (2003). *College physics*. United States: Progressive Alternatives.

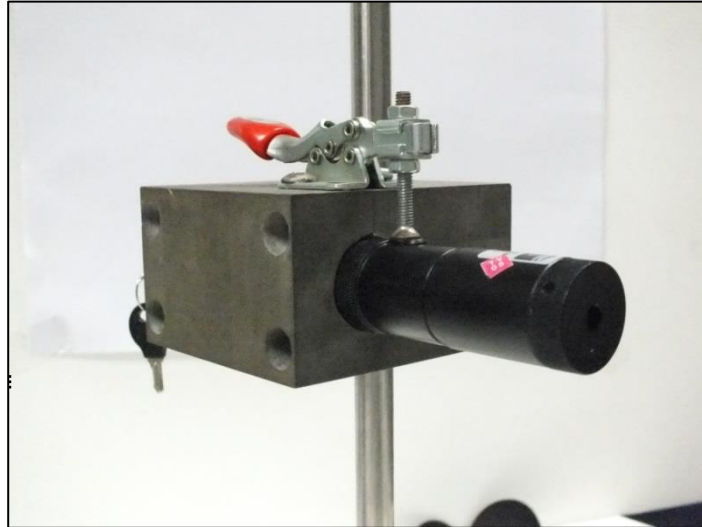
Srisuphaphon, S., & Deachapunya, S. (2015). The study of wave motion in the Talbot interferometer with a lens. *Wave Motion*, 56, 199 - 204.

Talbot, H. F. (1836). Facts Relating to Optical Science. *Philos. Mag.*, 9, 401 - 407.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

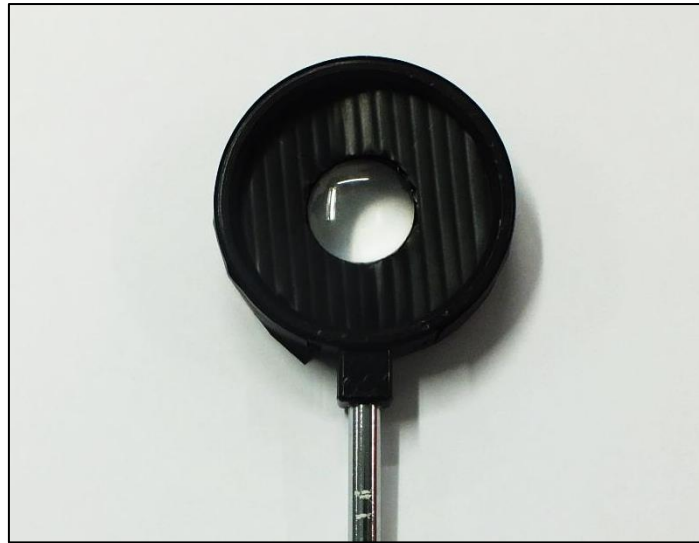
ภาพอุปกรณ์การทดลองการออกแบบและสร้างอินเตอร์เฟียรอมิเตอร์แบบสนามใกล้ของทาล์บอท
เพื่อศึกษาด้วยตาเปล่า



ภาพภาคผนวก ก-1 เลเซอร์สีเขียวความยาวคลื่น (λ) = 532 \pm 10% นาโนเมตร



ภาพภาคผนวก ก-2 เกรตติ้งค่าคงที่คาบ (d) = 250 ไมโครเมตร



ภาพภาคผนวก ก-3 เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 25 มิลลิเมตร



ภาพภาคผนวก ก-4 เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 50 มิลลิเมตร



ภาพภาคผนวก ก-5 เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 200 มิลลิเมตร



ภาพภาคผนวก ก-6 เลนส์นูนความยาวโฟกัส (f) = 300 มิลลิเมตร