

ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้
ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

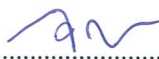
ดวงใจ บรรจสุวรรณ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
สิงหาคม 2559
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ดวงใจ บรรจตุวรรณ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.พัชรี วงษ์เกษม)



.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จตุภัทร เมฆพ่ายัพ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


.....ประธาน
(ดร.กิตติมา พงกัญญณ)



.....กรรมการ
(ดร.พัชรี วงษ์เกษม)


.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จตุภัทร เมฆพ่ายัพ)


.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณินท์ ชีรภาพ โอฬาร)


.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. อำพล ธรรมเจริญ)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


.....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่ 11 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2559

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ดร.พัชรี วงษ์เกษม อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จตุภัทร เมฆพ่ายพ์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำแนะนำ แก้ไขปัญหาและข้อบกพร่องตลอดการทำวิจัย ด้วยความละเอียดรอบคอบและถูกต้อง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งใจอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ สาขาวิชาสถิติทุกท่านที่ให้ความรู้ความเข้าใจในวิชาต่าง ๆ อย่างละเอียดครบถ้วน

ขอกราบขอบพระคุณพ่อแม่ พี่น้อง รวมถึงทุกคนที่ทำให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูคุณเวทิตาแด่ บุพการี บุรพจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จจนตราบเท่าทุกวันนี้

ดวงใจ บรรจुสุวรรณ

57910023: สาขาวิชา: สถิติ; วท.ม. (สถิติ)

คำสำคัญ: ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน/ การชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น/
ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย/ ค่าความเอนเอียง

ดวงใจ บรรจสุวรรณ: ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวม
ประชากรของตัวแปรช่วย (IMPROVED SEPARATE RATIO ESTIMATORS USING
POPULATION TOTAL OF AUXILIARY VARIABLE) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์:
พัชรี วงษ์เกษม, ปร.ด., จตุภัทร เมฆพ่าย, ปร.ด. 105 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้
ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น 4 ตัว คือ \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} , \bar{y}_{t3}
และ \bar{y}_{t4} ซึ่งได้แนวคิดมาจากตัวประมาณค่าของ Bedi (1996), Kadilar and Cingi (2006) และ
Tailor and Lone (2014) พร้อมทั้งหาสมการค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียง
ของตัวประมาณค่าโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่าง
ตัวประมาณค่าที่เสนอกับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม และระหว่างตัวประมาณค่า
ที่เสนอกับตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) รวมถึงเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่าง
ตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 4 ตัว

ผลการวิจัยพบว่า 1. ตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 4 ตัว มีประสิทธิภาพมากกว่า
ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิมอย่างมีเงื่อนไข 2. ตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 4 ตัว
มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) อย่างมีเงื่อนไข และ
3. ตัวประมาณค่า \bar{y}_{ti} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{tj} ; $i, j = 1, 2, 3, 4; i \neq j$ อย่างมีเงื่อนไข
นอกจากนี้ ผลการคำนวณเชิงตัวเลขสอดคล้องกับการศึกษาเชิงทฤษฎี

57910023: MAJOR: STATISTICS; M.Sc. (STATISTICS)

KEYWORDS: SEPARATE RATIO ESTIMATOR/ STRATIFIED RANDOM SAMPLING/
MEAN SQUARE ERROR/ BIAS

DUANGJAI BANCHUSUWAN: IMPROVED SEPARATE RATIO ESTIMATORS
USING POPULATION TOTAL OF AUXILIARY VARIABLE. ADVISORY COMMITTEE:
PATCHAREE WONGKASEM, Ph.D., JATUPAT MEKPARYUP, Ph.D. 105 P. 2016.

The objective of this research is to propose improved separate ratio estimators using population total of auxiliary variable in stratified random sampling, namely, \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} , \bar{y}_{t3} and \bar{y}_{t4} . These estimators are applied from the estimators in Bedi (1996), Kadilar and Cingi (2006) and Tailor and Lone (2014). Bias and mean square error equations of the proposed estimators are obtained using Taylor's series. Then, the efficiency of the proposed estimators are compared to the classical ratio estimator, the estimators in Tailor and Lone (2014).

The research result indicated that: 1. all proposed estimators are more efficient than the classical separate ratio estimator under certain conditions; 2. all proposed estimators are more efficient than the estimators in Tailor and Lone (2014) under some conditions; and 3. the estimator \bar{y}_{ti} is more efficient than \bar{y}_{tj} ; $i, j = 1, 2, 3, 4; i \neq j$ under certain conditions. In addition, the theoretical results are supported by numerical illustrations.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฑ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	4
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	6
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	29
ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	
ขั้นตอนที่ 2 นำเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดย ใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย.....	29
ขั้นตอนที่ 3 หาค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของ ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวม ประชากรของตัวแปรช่วย.....	29 30
ขั้นตอนที่ 4 เปรียบเทียบประสิทธิภาพตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน ปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับ ตัวประมาณค่าอื่น.....	30
ขั้นตอนที่ 5 แสดงตัวอย่างเชิงตัวเลข.....	31

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิจัย.....	33
ตอนที่ 1 ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากร ของตัวแปรช่วย.....	34
ตอนที่ 2 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า แบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุง โดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย	34
ตอนที่ 3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน ปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าอื่น...	48
ตอนที่ 4 ผลการศึกษาตัวอย่างเชิงตัวเลข.....	54
5 สรุปและอภิปรายผล.....	91
สรุปและอภิปรายผลการวิจัย.....	91
ข้อเสนอแนะ.....	93
บรรณานุกรม.....	94
ภาคผนวก.....	96
ภาคผนวก ก ข้อมูลปริมาณฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM ₁₀) ปริมาณก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO ₂) และปริมาณก๊าซโอโซน (O ₃).....	97
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	105

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1 ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของตัวอย่างที่ 1.....	54
2 ขนาดตัวอย่างทั้งหมดและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ.....	55
3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	55
4 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	56
5 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	56
6 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ และ \hat{Y}_{RS} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	56
7 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ดั่งสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	57
8 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนก ตามขนาดตัวอย่าง.....	57
9 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} ดั่งสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	58
10 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดั่งสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	58
11 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดั่งสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	59
12 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}$ และ \bar{y}_{t4} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	59
13 ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของตัวอย่างที่ 2.....	61
14 ขนาดตัวอย่างทั้งหมดและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ.....	61
15 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	62

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
16 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดัชนีสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	62
17 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดัชนีสมการที่ (4.35) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	62
18 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดัชนีสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	63
19 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}, \hat{Y}_{RS}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	63
20 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ดัชนีสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	64
21 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	64
22 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ดัชนีสมการที่ (4.38) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	65
23 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	65
24 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ดัชนีสมการที่ (4.39) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	66
25 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	66
26 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} ดัชนีสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	67
27 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ดัชนีสมการที่ (4.41) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	67
28 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดัชนีสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	67

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
29	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ดั่งสมการที่ (4.43) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	68
30	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดั่งสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	68
31	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดั่งสมการที่ (4.45) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	68
32	ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	69
33	ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของข้อมูลชุดที่ 1 (เมื่อตัวแปรช่วยคือ NO_2).....	71
34	ขนาดตัวอย่างทั้งหมดและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ.....	72
35	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	72
36	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	73
37	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.35) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	73
38	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	73
39	ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}, \hat{Y}_{RS}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	74
40	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ดั่งสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	74
41	ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนก ตามขนาดตัวอย่าง.....	75
42	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ดั่งสมการที่ (4.38) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	75

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
43	ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	76
44	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ดั่งสมการที่ (4.39) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	76
45	ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	77
46	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} ดั่งสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	77
47	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ดั่งสมการที่ (4.41) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	77
48	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดั่งสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	78
49	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ดั่งสมการที่ (4.43) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	78
50	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดั่งสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	78
51	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดั่งสมการที่ (4.45) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	79
52	ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	79
53	ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของข้อมูลชุดที่ 2 (เมื่อตัวแปรช่วยคือ O_3).....	81
54	ขนาดตัวอย่างและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ.....	81
55	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	82
56	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดั่งสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	82

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
57	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดังสมการที่ (4.35) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	82
58	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ดังสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	83
59	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}, \hat{Y}_{RS}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	83
60	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ดังสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	84
61	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนก ตามขนาดตัวอย่าง.....	84
62	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ดังสมการที่ (4.38) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	85
63	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	85
64	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ดังสมการที่ (4.39) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	86
65	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	86
66	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} ดังสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	87
67	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ดังสมการที่ (4.41) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	87
68	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดังสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	87
69	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ดังสมการที่ (4.43) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	88

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
70	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดังสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	88
71	เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ดังสมการที่ (4.45) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	88
72	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง.....	89
73	ค่าเฉลี่ยรายเดือนของปริมาณฝุ่นละอองขนาดเล็กไม่เกิน 10 ไมครอน (PM ₁₀) ก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO ₂) และก๊าซโอโซน (O ₃).....	98

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของตัวอย่างที่ 1.....	60
2 ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของตัวอย่างที่ 2.....	70
3 ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของข้อมูลชุดที่ 1.....	80
4 ค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของข้อมูลชุดที่ 2.....	90

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาคุณลักษณะของประชากรเป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาค่าพารามิเตอร์หรือค่าที่แสดงคุณลักษณะที่สนใจของประชากร ในกรณีที่ประชากรมีขนาดใหญ่การเก็บรวบรวมข้อมูลอาจทำได้ยาก เนื่องจากต้องใช้เวลานานและเสียค่าใช้จ่ายสูง ดังนั้นการใช้วิธีการสำรวจตัวอย่างจะช่วยประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายดังกล่าว ซึ่งการสำรวจตัวอย่างเป็นวิธีการศึกษาคุณลักษณะของประชากร โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากร ซึ่งตัวอย่างสุ่มต้องมีคุณลักษณะที่คล้ายคลึงกับประชากรเพื่อให้ผลการศึกษาที่ได้สามารถอ้างอิงกลับไปสู่ประชากรได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

ในการสำรวจตัวอย่างต้องเลือกวิธีการสุ่มตัวอย่างหรือการชักตัวอย่าง (Sampling) ให้เหมาะสมซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของประชากร เช่น การชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว (Simple random sampling) เป็นวิธีการชักตัวอย่างเมื่อประชากรประกอบด้วยหน่วยตัวอย่างที่มีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน แต่หากหน่วยตัวอย่างในประชากรมีลักษณะที่แตกต่างกัน การชักตัวอย่างด้วยวิธีนี้จะไม่เหมาะสม ดังนั้นในกรณีที่ประชากรประกอบด้วยหน่วยตัวอย่างที่มีลักษณะที่แตกต่างกันและสามารถแบ่งออกเป็นประชากรย่อยที่เรียกว่า ชั้นภูมิ (Stratum) โดยหน่วยตัวอย่างที่อยู่ในชั้นภูมิเดียวกันมีลักษณะคล้ายคลึงกัน แต่หน่วยตัวอย่างที่อยู่ต่างชั้นภูมิมีลักษณะแตกต่างกัน การชักตัวอย่างด้วยวิธีการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น (Stratified random sampling) จะเป็นวิธีที่เหมาะสมมากกว่าวิธีการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว โดยเมื่อเลือกวิธีการชักตัวอย่างที่เหมาะสมได้แล้วจึงทำการชักตัวอย่าง จะได้ตัวอย่างสุ่มซึ่งถูกนำไปใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรที่สนใจศึกษา เช่น ค่าเฉลี่ยประชากร ค่ารวมประชากร ค่าสัดส่วนประชากร และค่าอัตราส่วนประชากร เป็นต้น

เมื่อประชากรประกอบด้วยหน่วยตัวอย่างขนาด N และชักตัวอย่างด้วยวิธีการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียวขนาด n จากประชากรนี้ กำหนดให้ Y คือ ตัวแปรที่สนใจศึกษา และพารามิเตอร์ที่สนใจคือ ค่าเฉลี่ยประชากร $\bar{Y} = N^{-1} \sum_{i=1}^N Y_i$ เมื่อ Y_i คือ ค่าสังเกตของหน่วยตัวอย่างที่ i ในประชากร และสามารถประมาณ \bar{Y} ด้วยค่าเฉลี่ยตัวอย่าง $\bar{y} = n^{-1} \sum_{i=1}^n y_i$ เมื่อ y_i คือ

ค่าสังเกตของหน่วยตัวอย่างที่ i ในตัวอย่าง ซึ่ง \bar{y} เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ \bar{Y} และ เพื่อให้การประมาณค่า \bar{Y} มีความแม่นยำหรือลดค่าคลาดเคลื่อนของค่าประมาณให้มากที่สุด หากในการศึกษามีตัวแปรช่วย X ที่มีความสัมพันธ์ในรูปเชิงเส้นเชิงบวกกับตัวแปร Y Cochran (1977) จะพบว่า ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิม $\hat{Y}_R = \bar{y}(\bar{X} / \bar{x})$ ที่ใช้ประมาณค่า \bar{Y} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y} ก็ต่อเมื่อ $\rho > \frac{C_X}{2C_Y}$ โดยที่ C_X และ C_Y คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันของประชากรของตัวแปร Y และตัวแปร X ตามลำดับ และ ρ คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรระหว่างตัวแปร Y และตัวแปร X

สำหรับกรณีการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น ซึ่งแบ่งประชากรออกเป็น L ชั้น

ภูมิจะได้ว่า $\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ \bar{Y} เมื่อ $W_h = N_h / N$ คือ

น้ำหนักของชั้นภูมิที่ h , N_h คือ จำนวนหน่วยตัวอย่างในประชากรของชั้นภูมิที่ h และ

$\bar{y}_h = n_h^{-1} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของชั้นภูมิที่ h โดยที่ y_{hi} คือ ค่าสังเกตของหน่วยตัวอย่าง

ในตัวอย่างของชั้นภูมิที่ h และ n_h คือ จำนวนหน่วยตัวอย่างในตัวอย่างของชั้นภูมิที่ h เช่นเดียวกับการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว หากพบว่า ในแต่ละชั้นภูมิมีตัวแปร X ที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นเชิงบวกกับ

ตัวแปร Y ในระดับสูง การใช้ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนประมาณค่าเฉลี่ยประชากร \bar{Y} จะทำให้ค่าประมาณมีความถูกต้องและแม่นยำมากขึ้น โดยตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดังกล่าว Cochran (1977) ได้นำเสนอไว้ 2 รูปแบบ คือ ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดั้งเดิม (Classical combined ratio estimator) $\hat{Y}_{RC} = \bar{y}_{st}(\bar{X} / \bar{x}_{st})$ และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วน

แยกกันดั้งเดิม (Classical separate ratio estimator) $\hat{Y}_{RS} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h (\bar{X}_h / \bar{x}_h)$

ต่อมาเมื่อนักวิจัยได้ปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนข้างต้นโดยใช้สารสนเทศของตัวแปรช่วย X เพื่อให้ได้ตัวประมาณค่าที่ประสิทธิภาพมากขึ้นสำหรับการประมาณค่า \bar{Y} ซึ่งพบว่า ในการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียวมีนักวิจัยนำตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิม \hat{Y}_R มาปรับ เช่น Bedi (1996) ได้ปรับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิมโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย ซึ่งพบว่า ตัวประมาณค่าที่เสนอมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิมอย่างมีเงื่อนไข ต่อมา Sisodia and Dwivedi (1981) ได้ปรับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิมโดยใช้สัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปรช่วย หลังจากนั้น Upadhyaya and Singh (1999) ได้ใช้สัมประสิทธิ์การแปรผันและสัมประสิทธิ์ความโค้งของตัวแปรช่วยมาปรับตัวประมาณค่า

แบบอัตราส่วนดั้งเดิม ต่อมา Singh and Tailor (2003) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนที่ปรับโดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรช่วย ต่อมา Singh, Tailor, Tailor, and Kakran (2004) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนโดยใช้สัมประสิทธิ์ความโค้งของตัวแปรช่วย ซึ่งตัวประมาณค่าของ Sisodia and Dwivedi (1981), Upadhyaya and Singh (1999), Singh and Tailor (2003) และ Singh et al. (2004) ต่างมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิมแบบมีเงื่อนไข ต่อมา Kadilar and Cingi (2006) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนที่ประยุกต์จากแนวคิดของ Upadhyaya and Singh (1999) โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรระหว่างตัวแปร Y และตัวแปร X ซึ่งพบว่า ตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 4 ตัว มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y} และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิม \hat{Y}_R อย่างมีเงื่อนไข และมะลิวรรณ ระฆังทอง (2552) นำเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนที่ปรับใหม่ 4 ตัว โดยอาศัยแนวคิดของ Bedi (1996) และ Kadilar and Cingi (2006) พบว่า ตัวประมาณค่าที่ปรับใหม่ทั้ง 4 ตัว มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิม \hat{Y}_R อย่างมีเงื่อนไข

สำหรับกรณีการชักตัวอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น มีนักวิจัยนำตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดั้งเดิมมาปรับโดยใช้สารสนเทศของตัวแปรช่วยเช่นเดียวกัน ดังเช่น Shabbir and Gupta (2006) อาศัยแนวคิดของ Bedi (1996) ได้นำค่ารวมประชากรมาปรับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดั้งเดิม ได้ตัวประมาณค่าคือ \bar{y}_m นอกจากนี้ได้เสนอตัวประมาณค่าที่ปรับจากตัวประมาณค่า \bar{y}_m คือ $\hat{Y}_{SG} = k\bar{y}_m$ เมื่อ k เป็นค่าจริงที่ทำให้ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{SG} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด พบว่า ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{SG} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RC} ต่อมา พฤทธิพิพัทธ์ โสประดิษฐ์ (2555) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน 4 ตัว ที่ประยุกต์มาจากแนวคิดของ Shabbir and Gupta (2006) และ มะลิวรรณ ระฆังทอง (2552) คือ $\bar{y}_{sti}, i = 1, 2, 3, 4$ นอกจากนี้ได้เสนอตัวประมาณค่าที่ปรับจากตัวประมาณค่าที่เสนอ 4 ตัว ดังกล่าว คือ $\bar{y}_{pi} = \lambda_i \bar{y}_{sti} ; i = 1, 2, 3, 4$ เมื่อ λ_i คือ ค่าจริงที่ทำให้ $MSE(\bar{y}_{pi})$ มีค่าต่ำสุด ซึ่งพบว่า ตัวประมาณค่าที่เสนอมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน \hat{Y}_{RC} และเมื่อไม่นานมานี้ Tailor and Lone (2014) นำเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน โดยอาศัยแนวคิดจาก Sisodia and Dwivedi (1981), Singh et al. (2004), Upadhyaya and Singh (1999) และ Kadilar and Cingi (2003) ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าที่ใช้สัมประสิทธิ์การแปรผันและสัมประสิทธิ์ความโค้ง ได้ตัวประมาณค่าที่ปรับใหม่ 4 ตัว คือ $\hat{Y}_{RS}^{SD}, \hat{Y}_{RS}^{SE}, \hat{Y}_{RS}^{US1}$ และ \hat{Y}_{RS}^{US2} ผลการวิจัยพบว่า ตัวประมาณค่าที่ปรับใหม่มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง \bar{y}_{st} และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} อย่างมีเงื่อนไข

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยพบว่า การประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น เมื่อนำสารสนเทศของตัวแปรช่วยมาใช้ปรับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันและตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันจะทำให้ได้ตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยสารสนเทศของตัวแปรช่วยที่ใช้ นั้น นอกจากสัมประสิทธิ์การแปรผัน สัมประสิทธิ์ความโค้ง สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ใช้กันแล้ว ยังมีการนำค่ารวมประชากรมาใช้ปรับด้วย ซึ่งพบว่า การนำค่ารวมประชากรมาใช้ปรับตัวประมาณค่าทำให้ตัวประมาณค่ามีประสิทธิภาพมากขึ้น แต่จากงานวิจัยที่ผ่านมายังไม่พบงานวิจัยที่นำค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยมาปรับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน เพื่อให้ได้ตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพมากขึ้นในการประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะปรับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันของค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น โดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย ซึ่งได้แนวคิดจากตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนของ Bedi (1996), Kadilar and Cingi (2006) และ Tailor and Lone (2014)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น
2. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย ดังนี้
 - 2.1 เปรียบเทียบตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม
 - 2.2 เปรียบเทียบตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014)
 - 2.3 เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยเพื่อใช้ประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น

2. ได้ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยเพื่อใช้เป็นทางเลือกในการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น

3. สามารถนำตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงได้

ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาภายใต้ประชากรที่มีจำนวนจำกัดเท่านั้น
2. ศึกษาภายใต้การชักตัวอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น
3. ศึกษาประสิทธิภาพของตัวประมาณค่า โดยเปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

(Mean squared error) ของตัวประมาณค่า

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย ผู้วิจัยนำเสนอทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสำรวจด้วยตัวอย่าง การชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วน ดังนี้

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. ประชากร (Population)

ประชากร หมายถึง เขตของหน่วยตัวอย่างทั้งหมดที่อยู่ภายใต้ขอบเขตการศึกษา โดยประชากรแบ่งออกได้เป็นสองชนิด คือ 1) ประชากรที่มีจำนวนจำกัด (Finite population) หมายถึง ประชากรที่ประกอบด้วยหน่วยตัวอย่างที่มีจำนวนแน่นอน และ 2) ประชากรที่มีจำนวนไม่จำกัด (Infinite population) หมายถึง ประชากรที่ประกอบด้วยหน่วยตัวอย่างที่มีจำนวนไม่แน่นอนหรือมีจำนวนอนันต์ (สุรินทร์ นิยมางกูร, 2546)

2. ตัวอย่างสุ่ม (Random sample)

ตัวอย่างสุ่ม หมายถึง กลุ่มของหน่วยตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากร เพื่อใช้เป็นตัวแทนของประชากรซึ่งนำมาใช้ในการศึกษาและสามารถสรุปอ้างอิงไปสู่ลักษณะของประชากรที่ต้องการได้

3. พารามิเตอร์ (Parameter)

พารามิเตอร์ คือ ค่าคงตัวที่แสดงคุณลักษณะบางประการของประชากร เช่น เมื่อกำหนดให้ N คือ จำนวนหน่วยตัวอย่างทั้งหมดของประชากร ที่เรียกว่า ขนาดของประชากร (Population size) และ Y_i คือ ค่าสังเกตของหน่วยตัวอย่างที่ i ในประชากร เมื่อ $i = 1, 2, \dots, N$ จะได้ว่า

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \text{ คือ ค่าเฉลี่ยประชากร (Population mean)}$$

$$S_Y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \text{ คือ ความแปรปรวนของประชากร (Population variance)}$$

(สุรินทร์ นิยมางกูร, 2546)

4. ตัวสถิติ (Statistic)

ตัวสถิติ คือ ฟังก์ชันของตัวอย่างสุ่ม โดยฟังก์ชันดังกล่าวจะไม่มีพารามิเตอร์ใดที่ไม่ทราบค่า โดยตัวสถิติที่ได้จะใช้เป็นตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ ส่วนค่าสถิติ คือ ค่าของตัวสถิติที่คำนวณออกมาเป็นตัวเลข ดังนั้นค่าสถิติจะใช้เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

กำหนดให้ n คือ ขนาดตัวอย่าง (Sample size) นั่นคือ จำนวนหน่วยตัวอย่างที่ได้เลือกมาเป็นตัวแทนของประชากร และ y_i คือ ค่าสังเกตของหน่วยตัวอย่างที่ i ที่ได้เลือกมาเป็นตัวแทนของประชากร เมื่อ $i = 1, 2, \dots, n$ จะได้ว่า

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \text{ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง (Sample mean)}$$

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \text{ คือ ความแปรปรวนของตัวอย่าง (Sample variance)}$$

5. ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean square error: MSE)

ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยคำนวณได้จากค่าคาดหมายของกำลังสองของผลต่างระหว่างตัวประมาณค่า $\hat{\theta}$ กับพารามิเตอร์ θ ซึ่งเป็นการวัดความแม่นยำ (Accuracy) ของตัวประมาณค่า พิจารณาดังนี้

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\theta}) &= E(\hat{\theta} - \theta)^2 & (2.1) \\ &= E[(\hat{\theta} - E(\hat{\theta})) + (E(\hat{\theta}) - \theta)]^2 \\ &= E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2 + E[E(\hat{\theta}) - \theta]^2 + 2[E(\hat{\theta}) - \theta]E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})] \\ &= E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2 + [E(\hat{\theta}) - \theta]^2 \\ &= V(\hat{\theta}) + [B(\hat{\theta})]^2 \end{aligned}$$

เมื่อ $B(\hat{\theta})$ คือ ค่าความเอนเอียงของ $\hat{\theta}$

ถ้าความเอนเอียง $B(\hat{\theta}) = 0$ แล้ว จะได้ว่า ตัวประมาณค่า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ θ ซึ่งมี $MSE(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta})$

6. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation coefficient)

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ คือ ค่าที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร Y และตัวแปร X แสดงดังสมการที่ (2.2)

$$\rho = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} \quad (2.2)$$

เมื่อ S_Y และ S_X คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรของตัวแปร Y และตัวแปร X ตามลำดับ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 1 ถ้าตัวแปร Y และตัวแปร X มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าเป็นบวก แต่ถ้าตัวแปร Y และตัวแปร X มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้ามกัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าเป็นลบ และถ้าตัวแปร Y และตัวแปร X ไม่มีความสัมพันธ์กัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีค่าเท่ากับ 0

7. สัมประสิทธิ์การแปรผัน (Coefficient of variation)

สัมประสิทธิ์การแปรผันเป็นค่าที่ใช้วัดการกระจายสัมพัทธ์เพื่อเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลหลายชุดซึ่งเหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยหรือหน่วยวัดแตกต่างกัน สัมประสิทธิ์การแปรผันมีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกับค่าเฉลี่ย สามารถหาสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวแปร X แสดงดังสมการที่ (2.3)

$$C_X = \frac{S_X}{\bar{X}} \quad (2.3)$$

เมื่อ $\bar{X} \neq 0$

8. ความโด่ง (Kurtosis)

ลักษณะความสูงของยอดของเส้นโค้งการแจกแจงข้อมูลซึ่งพิจารณาจากข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบสมมาตรเป็นรูประฆังคว่ำ และความโด่งของยอดของเส้นโค้งจะแตกต่างกันตามชนิดของข้อมูล โดยสัมประสิทธิ์ความโด่ง (Coefficient of kurtosis) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\beta_2(X)$ แสดงดังสมการที่ (2.4)

$$\beta_2(X) = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^4}{(N-1)S_X^4} \quad (2.4)$$

กรณีการแจกแจงปกติ ความโด่งมีค่าเท่ากับ 3 เรียกว่า ความโด่งปกติ (Mesokurtosis) ถ้าความโด่งมีค่าน้อยกว่า 3 เรียกว่า พลาติเคอร์ติก (Platykurtic) และถ้าความโด่งมีค่ามากกว่า 3 เรียกว่า เลปโทเคอร์ติก (Leptokurtic)

9. การชักตัวอย่างแบบแบ่งเป็นชั้น (Stratified sampling)

การชักตัวอย่างแบบแบ่งเป็นชั้น หมายถึง การชักตัวอย่างที่มีการแบ่งประชากรออกเป็นประชากรย่อย แต่ละประชากรย่อยเรียกว่า ชั้นภูมิ (Stratum) โดยที่หน่วยตัวอย่างแต่ละหน่วยจะถูกจัดให้อยู่ในชั้นภูมิใดชั้นภูมิหนึ่งได้เพียงชั้นภูมิเดียว แล้วจึงชักหน่วยตัวอย่างมาจากแต่ละชั้นภูมิด้วย

วิธีการที่เหมาะสมอย่างเป็นอิสระกัน ถ้าตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิได้มาโดยการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว เรียกวิธีนี้ว่า การชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น

เมื่อประชากรประกอบด้วยหน่วยตัวอย่าง N หน่วย และได้แบ่งออกเป็น L ชั้นภูมิ โดยชั้นภูมิต่าง ๆ มีขนาดเป็น N_1, N_2, \dots, N_L และชักตัวอย่างด้วยวิธีการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้นมาขนาด n โดยแต่ละชั้นภูมิชักตัวอย่างขนาด n_1, n_2, \dots, n_L จะได้ว่า $\sum_{h=1}^L n_h = n$

และ $\sum_{h=1}^L N_h = N$ กำหนดให้ y_{hi} และ x_{hi} เป็นค่าสังเกตของตัวแปร Y และตัวแปร X จาก

หน่วยตัวอย่างที่ i ในชั้นภูมิที่ h ของตัวอย่าง ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของตัวแปร Y และตัวแปร X

ในชั้นภูมิที่ h คือ $\bar{y}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$ และ $\bar{x}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} x_{hi}$ ซึ่งมีความแปรปรวน คือ

$Var(\bar{y}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{yh}^2$ และ $Var(\bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{xh}^2$ ตามลำดับ และความแปรปรวนร่วมของ \bar{y}_h

และ \bar{x}_h คือ $Cov(\bar{x}_h, \bar{y}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{xyh}$ ในการประมาณค่าเฉลี่ยประชากรมีตัวประมาณค่า คือ

$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h$ และ $\bar{x}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{x}_h$ ซึ่งตัวประมาณค่านี้เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของ \bar{Y}

และ \bar{X} ตามลำดับ และมีความแปรปรวน คือ $Var(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} S_{yh}^2$ และ

$Var(\bar{x}_{st}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} S_{xh}^2$ ตามลำดับ (Cochran, 1977)

10. ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วน (Ratio estimator)

การชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น เมื่อในแต่ละชั้นภูมิมีตัวแปรช่วย X ที่มีความสัมพันธ์ในรูปเชิงเส้นเชิงบวกกับตัวแปรที่สนใจศึกษา Y ในระดับสูงแล้ว ตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพที่สามารถประมาณค่าเฉลี่ยประชากร คือ ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนซึ่งมีอยู่ 2 รูปแบบ ดังนี้

10.1 ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม (Classical separate ratio estimator) ดังสมการที่ (2.5) มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความเอนเอียง ดังสมการที่ (2.6) และ (2.7) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{RS} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \left(\frac{\bar{X}_h}{\bar{x}_h} \right) \quad (2.5)$$

$$MSE(\hat{Y}_{RS}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2R_h S_{YXh} + R_h^2 S_{Xh}^2) \quad (2.6)$$

$$B(\hat{Y}_{RS}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \frac{1-f_h}{n_h \bar{X}_h} (R_h S_{Xh}^2 - S_{YXh}) \quad (2.7)$$

$$\text{เมื่อ } R_h = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h} \text{ และ } R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$$

10.2 ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดั้งเดิม (Classical combined ratio estimator) ดังสมการที่ (2.8) มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความเอนเอียง ดังสมการที่ (2.9) และ (2.10) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{RC} = \frac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}} \bar{X} \quad (2.8)$$

$$MSE(\hat{Y}_{RC}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2RS_{YXh} + R^2 S_{Xh}^2) \quad (2.9)$$

$$B(\hat{Y}_{RC}) \cong \frac{1}{\bar{X}} \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} (RS_{Xh}^2 - S_{YXh}) \quad (2.10)$$

$$\text{เมื่อ } R_h = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h} \text{ และ } R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$$

11. การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's series approximation)

การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ คือ การใช้อนุกรมเทย์เลอร์ในการประมาณค่าของฟังก์ชันที่สนใจซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวต้องสามารถหาอนุพันธ์ได้อย่างต่อเนื่อง เมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่อนุพันธ์อันดับใด ๆ ณ ตำแหน่ง $x = a$ หากเราได้อนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน f ณ จุด a นิยามได้ดังนี้ (ดำรงศักดิ์ เข้มบางหวาย, 2555)

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \\ &= f^{(0)}(a) + f^{(1)}(a)(x-a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + \dots \end{aligned}$$

และสำหรับงานวิจัยนี้ใช้อนุกรมเทย์เลอร์อันดับที่ 1 ในการประมาณค่าฟังก์ชัน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนในการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนในการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว มีดังนี้

Bedi (1996) ได้ปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร โดยใช้ตัวแปรช่วย X ซึ่งมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกับตัวแปรที่สนใจศึกษา Y โดยกำหนดให้ $Z_i = X_i + T_X$; $i = 1, 2, \dots, N$ และ $z_i = x_i + T_X$; $i = 1, 2, \dots, n$ โดยที่ T_X คือ ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย X จะได้ $\bar{Z} = \bar{X} + T_X$ และ $\bar{z} = \bar{x} + T_X$ ทำให้ได้ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนที่นำเสนอด้งสมการที่ (2.11) และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ภายใต้ข้อสมมุติ $1 < T_Z < 2T_Z$ ดังสมการที่ (2.12)

$$\hat{T}_R = \bar{y} \left(\frac{\bar{Z}}{\bar{z}} \right) \quad (2.11)$$

$$MSE(\hat{T}_R) \cong \frac{1-f}{n} \left(R_T^2 S_X^2 - \frac{2R_T \rho S_Y S_X}{N+1} + S_Y^2 \right) \quad (2.12)$$

เมื่อ $R_T = \frac{\bar{Y}}{\bar{X} + T_X}$ และพบว่า ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนที่นำเสนอ \hat{T}_R มีประสิทธิภาพ

มากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y} ก็ต่อเมื่อ $\rho \frac{C_X}{C_Y} > \frac{1}{2(N+1)}$

ต่อมา Sisodia and Dwivedi (1981) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรดังสมการที่ (2.13) และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.14)

$$\hat{Y}_{SD} = \bar{y} \frac{\bar{X} + C_X}{\bar{x} + C_X} \quad (2.13)$$

$$MSE(\hat{Y}_{SD}) \cong \frac{1-f}{n} \bar{Y}^2 (C_Y^2 + \theta_{SD}^2 C_X^2 - 2\theta_{SD} C_X C_Y \rho) \quad (2.14)$$

เมื่อ $\theta_{SD} = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + C_X}$

และ Singh and Kakran (1993) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้แนวคิดมาจาก Sisodia and Dwivedi (1981) ดังสมการที่ (2.15) และมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.16)

$$\hat{Y}_{SK} = \bar{y} \frac{\bar{X} + \beta_2(X)}{\bar{x} + \beta_2(X)} \quad (2.15)$$

$$MSE(\hat{Y}_{SK}) \cong \frac{1-f}{n} \bar{Y}^2 (C_Y^2 + \theta_{SK}^2 C_X^2 - 2\theta_{SK} C_X C_Y \rho) \quad (2.16)$$

$$\text{เมื่อ } \theta_{SK} = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \beta_2(X)}$$

ต่อมา Upadhyaya and Singh (1999) ได้ใช้สัมประสิทธิ์การแปรผัน C_X และสัมประสิทธิ์ความโค้ง $\beta_2(X)$ มาปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วน และเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนปรับใหม่ 2 ตัว ดังสมการที่ (2.17) และ (2.18)

$$\hat{Y}_{US1} = \bar{y} \frac{\bar{X}\beta_2(X) + C_X}{\bar{x}\beta_2(X) + C_X} \quad (2.17)$$

$$\hat{Y}_{US2} = \bar{y} \frac{\bar{X}C_X + \beta_2(X)}{\bar{x}C_X + \beta_2(X)} \quad (2.18)$$

และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.19) และ (2.20) ตามลำดับ

$$MSE(\hat{Y}_{US1}) \cong \frac{1-f}{n} \bar{Y}^2 (C_Y^2 + \theta_{US1}^2 C_X^2 - 2\theta_{US1} C_X C_Y \rho) \quad (2.19)$$

$$MSE(\hat{Y}_{US2}) \cong \frac{1-f}{n} \bar{Y}^2 (C_Y^2 + \theta_{US2}^2 C_X^2 - 2\theta_{US2} C_X C_Y \rho) \quad (2.20)$$

$$\text{เมื่อ } \theta_{US1} = \frac{\bar{X}\beta_2(X)}{\bar{X}\beta_2(X) + C_X} \text{ และ } \theta_{US2} = \frac{\bar{X}C_X}{\bar{X}C_X + \beta_2(X)}$$

และ Singh and Tailor (2003) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร ดังสมการที่ (2.21) และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ดังสมการที่ (2.22)

$$\hat{Y}_{ST} = \bar{y} \frac{\bar{X} + \rho}{\bar{x} + \rho} \quad (2.21)$$

$$MSE(\hat{Y}_{ST}) \cong \frac{1-f}{n} \bar{Y}^2 (C_Y^2 + \theta_{ST}^2 C_X^2 - 2\theta_{ST} C_X C_Y \rho) \quad (2.22)$$

เมื่อ ρ คือสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรระหว่างตัวแปร Y และตัวแปร X และ

$$\theta_{ST} = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \rho}$$

ในปีต่อมา Kadilar and Cingi (2004) ได้เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่มาจากตัวประมาณค่าของ Ray and Singh (1981) ซึ่งตัวประมาณค่าของ

Ray and Singh นี้อยู่ในรูป $\bar{y}_{RS} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X}^\alpha - \bar{x}^\alpha)}{\bar{x}^\gamma} \bar{X}^\gamma$ เมื่อ α และ γ เป็นค่าจริง โดยที่

$b = \frac{s_{yx}}{s_x^2}$, s_{yx} คือ ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่างระหว่างตัวแปร Y และตัวแปร X และ s_x^2

คือ ความแปรปรวนของตัวอย่างของตัวแปร X ซึ่ง Kadilar and Cingi (2004) ได้เสนอตัวประมาณค่าที่กำหนดให้ $\alpha = 1$ และ $\gamma = 1$ ดังสมการที่ (2.23) มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ดังสมการที่ (2.24)

$$\bar{y}_{pr} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x}} \bar{X} \quad (2.23)$$

$$MSE(\bar{y}_{pr}) \cong \frac{1-f}{n} (R^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.24)$$

นอกจากนี้ Kadilar and Cingi (2004) อาศัยแนวคิดของ Sisodia and Dwivedi (1981), Singh and Kakran (1993) และ Upadhyaya and Singh (1999) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร 4 ตัว ดังสมการที่ (2.25) ถึง (2.28)

$$\bar{y}_{pSD} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x} + C_X} (\bar{X} + C_X) \quad (2.25)$$

$$\bar{y}_{pSK} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x} + \beta_2(X)} (\bar{X} + \beta_2(X)) \quad (2.26)$$

$$\bar{y}_{pUS1} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x}\beta_2(X) + C_X} (\bar{X}\beta_2(X) + C_X) \quad (2.27)$$

$$\bar{y}_{pUS2} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x}C_X + \beta_2(X)} (\bar{X}C_X + \beta_2(X)) \quad (2.28)$$

และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.29) ถึง (2.32) ตามลำดับ

$$MSE(\bar{y}_{pSD}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{SD}^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.29)$$

$$MSE(\bar{y}_{pSK}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{SK}^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.30)$$

$$MSE(\bar{y}_{pUS1}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{US1}^2 (\beta_2(X))^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.31)$$

$$MSE(\bar{y}_{pUS2}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{US2}^2 C_X^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.32)$$

$$\text{เมื่อ } R_{SD} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X} + C_X}, R_{SK} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X} + \beta_2(X)}, R_{US1} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}\beta_2(X) + C_X}, R_{US2} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}C_X + \beta_2(X)}$$

เมื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่นำเสนอและตัวประมาณค่าอื่น
ได้ผลดังนี้

1) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{pr} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิม
 \hat{Y}_R ภายใต้เงื่อนไขอย่างใดอย่างหนึ่งต่อไปนี้

$$1.1 \quad \rho > 0 \text{ และ } \rho > \frac{2C_X}{C_Y}$$

$$1.2 \quad \rho < 0 \text{ และ } \rho < \frac{2C_X}{C_Y}$$

2) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{pSD} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{pr}

3) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{pr} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{pSK} ภายใต้เงื่อนไข
 $|\bar{X} + \beta_2(X)| < |\bar{X}|$ เป็นจริง

4) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{pr} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{pUS1} ภายใต้เงื่อนไข
 $|\bar{X}\beta_2(X) + C_X| < |\bar{X}\beta_2(X)|$ เป็นจริง

5) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{pr} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{pUS2} ภายใต้เงื่อนไข
 $|\bar{X}C_X + \beta_2(X)| < |\bar{X}C_X|$ เป็นจริง

ต่อมา Kadilar and Cingi (2006) ได้เสนอตัวประมาณแบบอัตราส่วนสำหรับค่าเฉลี่ย
ประชากรจากแนวคิดของ Upadhyaya and Singh (1999) โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ρ
ปรับตัวประมาณค่า 4 ตัว ดังสมการที่ (2.33) ถึง (2.36)

$$\bar{y}_{pr1} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}C_X + \rho} (\bar{X}C_X + \rho) \quad (2.33)$$

$$\bar{y}_{pr2} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}\rho + C_X} (\bar{X}\rho + C_X) \quad (2.34)$$

$$\bar{y}_{pr3} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}\beta_2(X) + \rho} (\bar{X}\beta_2(X) + \rho) \quad (2.35)$$

$$\bar{y}_{pr4} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}\rho + \beta_2(X)} (\bar{X}\rho + \beta_2(X)) \quad (2.36)$$

เมื่อ C_X , ρ และ $\beta_2(X)$ ทราบค่าแน่นอน ตัวประมาณค่าเหล่านี้มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความเอนเอียงดังสมการที่ (2.37) และ (2.38) ตามลำดับ

$$MSE(\bar{y}_{pri}) \cong \frac{1-f}{n} \bar{Y}^2 (C_Y^2 + C_X^2 \lambda_i (\lambda_i - 2\theta)) ; i=1,2,3,4 \quad (2.37)$$

$$B(\bar{y}_{pri}) \cong \frac{1-f}{n} \bar{Y} C_X^2 \lambda_i (\lambda_i - \theta) ; i=1,2,3,4 \quad (2.38)$$

$$\text{เมื่อ } \theta = \rho \frac{C_Y}{C_X}, \lambda_1 = \frac{\bar{X}C_X}{\bar{X}C_X + \rho}, \lambda_2 = \frac{\bar{X}\rho}{\bar{X}\rho + C_X}, \lambda_3 = \frac{\bar{X}\beta_2(X)}{\bar{X}\beta_2(X) + \rho}, \lambda_4 = \frac{\bar{X}\rho}{\bar{X}\rho + \beta_2(X)}$$

นอกจากนี้ยังพบว่า ตัวประมาณค่าทั้ง 4 ตัวนี้มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าอื่นอย่างมีเงื่อนไข ดังนี้

- 1) ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{pri} ; i=1,2,3,4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y} ก็ต่อเมื่อ ถ้า $\lambda_i < 0$ แล้ว $\lambda_i > 2\theta$ หรือ $\lambda_i > 0$ แล้ว $\lambda_i < 2\theta$
- 2) ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{pri} ; i=1,2,3,4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_R ก็ต่อเมื่อ ถ้า $\lambda_i < 1$ แล้ว $\lambda_i + 1 > 2\theta$ หรือ ถ้า $\lambda_i > 1$ แล้ว $\lambda_i + 1 < 2\theta$
- 3) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{pri} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าของ Singh and Tailor (2003) \hat{Y}_{ST} ต่อเมื่อ ถ้า $\lambda_i < \theta_{ST}$ แล้ว $\lambda_i + \theta_{ST} > 2\theta$ หรือ ถ้า $\lambda_i > \theta_{ST}$ แล้ว $\lambda_i + \theta_{ST} < 2\theta$
เมื่อ $\theta_{ST} = \frac{\bar{X}}{\bar{X} + \rho}$
- 4) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{pri} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{prj} เมื่อ $i=1,2,3,4, j=1,2,3,4$ และ $i \neq j$ ก็ต่อเมื่อ ถ้า $\lambda_i < \lambda_j$ แล้ว $\lambda_i + \lambda_j > 2\theta$ หรือ ถ้า $\lambda_i > \lambda_j$ แล้ว $\lambda_i + \lambda_j < 2\theta$

มะลิวรรณ ระฆังทอง (2552) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนสำหรับประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียวชนิดไม่ใส่คืน โดยใช้แนวคิดของ Bedi (1996) Kadilar and Cingi (2004) และ Kadilar and Cingi (2006) ได้ตัวประมาณค่าดังสมการที่ (2.39) ถึง (2.42)

$$\bar{y}_{rml} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x} + T_X} (\bar{X} + T_X) \quad (2.39)$$

$$\bar{y}_{rm2} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x}C_X + T_X} (\bar{X}C_X + T_X) \quad (2.40)$$

$$\bar{y}_{rm3} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x}\beta_2(X) + T_X} (\bar{X}\beta_2(X) + T_X) \quad (2.41)$$

$$\bar{y}_{rm4} = \frac{\bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})}{\bar{x}\rho + T_X} (\bar{X}\rho + T_X) \quad (2.42)$$

และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.43) ถึง (2.46) ตามลำดับ

$$MSE(\bar{y}_{rm1}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{rm1}^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.43)$$

$$MSE(\bar{y}_{rm2}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{rm2}^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.44)$$

$$MSE(\bar{y}_{rm3}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{rm3}^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.45)$$

$$MSE(\bar{y}_{rm4}) \cong \frac{1-f}{n} (R_{rm4}^2 S_X^2 + S_Y^2 (1-\rho^2)) \quad (2.46)$$

$$\text{เมื่อ } R_{rm1} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X} + T_X}, R_{rm2} = \frac{\bar{Y}C_X}{\bar{X}C_X + T_X}, R_{rm3} = \frac{\bar{Y}\beta_2(X)}{\bar{X}\beta_2(X) + T_X}, R_{rm4} = \frac{\bar{Y}\rho}{\bar{X}\rho + T_X}$$

เมื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าที่นำเสนอกับตัวประมาณค่าอื่นให้ผลลัพธ์ดังนี้

- 1) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ $\bar{y}_{rmi}, i=1,2,3,4$ มีประสิทธิภาพมากกว่า

$$\text{ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนดั้งเดิม } \hat{Y}_R \text{ เมื่อ } \rho^2 > \left(R_{rmi}^2 - R^2 \right) \frac{S_X^2}{S_Y^2} + 2\rho \frac{C_X}{C_Y}$$

- 2) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \bar{y}_{rm1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าของ Bedi

$$(1996) \text{ เมื่อ } \rho > \frac{2\rho C_X}{(N+1)C_Y} \text{ ในกรณี } \rho > 0 \text{ หรือ } \rho < \frac{2\rho C_X}{(N+1)C_Y} \text{ ในกรณี } \rho < 0$$

- 3) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ $\bar{y}_{rmi}, i=2,3,4$ มีประสิทธิภาพมากกว่า

$$\text{ตัวประมาณค่าของ Bedi (1996) เมื่อ } \rho^2 > \left(R_{rmi}^2 - R_T^2 \right) \frac{S_X^2}{S_Y^2} + 2\rho \frac{C_X}{(N+1)C_Y}$$

- 4) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ $\bar{y}_{rmi}, i=1,2,3,4$ มีประสิทธิภาพมากกว่า

ตัวประมาณค่าของ Kadilar and Cingi (2004)

5) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \bar{y}_{rm4} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าของ Kadilar and Cingi (2006) เมื่อ $\rho^2 > \left(R_{rm4}^2 - R_{pri}^2\right) \frac{S_X^2}{S_Y^2} + 2R_{pri}\rho \frac{S_X}{S_Y}; i = 1, 2, 3, 4$

6) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \bar{y}_{rmi} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{rmj}, j = 1, 2, 3, 4$ ก็ต่อเมื่อ $R_{rmi}^2 < R_{rmj}^2$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3, 4$ และ $i \neq j$

2. ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น

จากการที่มีนักวิจัยหลายท่านได้นำสารสนเทศของตัวแปรช่วยเข้ามาเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าของค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างแบบสุ่มเชิงเดียว นั่นทำให้มีการนำตัวประมาณค่าเหล่านั้นมาประยุกต์และปรับปรุงไปสู่การชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งชั้นด้วย ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้นมี 2 รูปแบบ คือ ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน

นอกจากตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RC} ดังสมการ (2.8) แล้วยังมีผู้คิดและนำเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันในรูปแบบอื่นๆ เพื่อให้ได้ตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้นำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรบางงานวิจัย ดังนี้

Kadilar and Cingi (2003) ได้ทำการปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันของ Sisodia and Dwivedi (1981) และของ Upadhyaya and Singh (1999) ที่ใช้ประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น เมื่อ C_{Xh} คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันของประชากรของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h ที่ทราบค่า นั่นคือ ตัวประมาณค่าที่ปรับมาจากตัวประมาณค่าของ Sisodia and Dwivedi (1981) ดังสมการที่ (2.47) โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงดังสมการที่ (2.48) และ (2.49) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{stSD} = \bar{y}_{st} \left(\frac{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h + C_{Xh})}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{x}_h + C_{Xh})} \right) \quad (2.47)$$

$$MSE\left(\hat{Y}_{stSD}\right) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2R_{SD}S_{YXh} + R_{SD}^2 S_{Xh}^2) \quad (2.48)$$

$$B(\hat{Y}_{stSD}) \cong \frac{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{SD} S_{Xh}^2 - S_{YXh})}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h + C_{Xh})} \quad (2.49)$$

$$\text{เมื่อ } R_{SD} = \frac{\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h + C_{Xh})}$$

ตัวประมาณค่าที่ปรับมาจากตัวประมาณค่าของ Singh and Kakran (1993) โดยใช้สัมประสิทธิ์ความโค้งของประชากรของตัวแปรช่วย X ในแต่ละชั้นภูมิ ($\beta_{2h}(X)$) ดังสมการที่ (2.50) โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงดังสมการที่ (2.51) และ (2.52) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{stSK} = \bar{y}_{st} \left(\frac{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h + \beta_{2h}(X))}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{x}_h + \beta_{2h}(X))} \right) \quad (2.50)$$

$$MSE(\hat{Y}_{stSK}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2R_{SK} S_{YXh} + R_{SK}^2 S_{Xh}^2) \quad (2.51)$$

$$B(\hat{Y}_{stSK}) \cong \frac{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{SK} S_{Xh}^2 - S_{YXh})}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h + \beta_{2h}(X))} \quad (2.52)$$

$$\text{เมื่อ } R_{SK} = \frac{\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h + \beta_{2h}(X))}$$

ตัวประมาณค่าที่ปรับมาจากตัวประมาณค่าของ Upadhyaya and Singh (1999) ดังสมการที่ (2.53) โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียง ดังสมการที่ (2.54) และ (2.55) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{stUS1} = \bar{y}_{st} \left(\frac{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + C_{Xh})}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{x}_h \beta_{2h}(X) + C_{Xh})} \right) \quad (2.53)$$

$$MSE(\hat{Y}_{stUS1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2R_{US1} S_{YXh} + R_{US1}^2 S_{Xh}^2) \quad (2.54)$$

$$B(\hat{Y}_{stUS1}) \cong \frac{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{US1} S_{Xh}^2 - S_{YXh})}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + C_{Xh})} \quad (2.55)$$

$$\text{เมื่อ } R_{US1} = \frac{\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + C_{Xh})}$$

และตัวประมาณค่าที่ปรับมาจากตัวประมาณค่าของ Upadhyaya and Singh (1999) ดังสมการที่ (2.56) โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียง ดังสมการที่ (2.57) และ (2.58) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{stUS2} = \bar{y}_{st} \left(\frac{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h C_{Xh} + \beta_{2h}(X))}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{x}_h C_{Xh} + \beta_{2h}(X))} \right) \quad (2.56)$$

$$MSE(\hat{Y}_{stUS2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2R_{US2} S_{YXh} + R_{US2}^2 S_{Xh}^2) \quad (2.57)$$

$$B(\hat{Y}_{stUS2}) \cong \frac{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{US2} S_{Xh}^2 - S_{YXh})}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h C_{Xh} + \beta_{2h}(X))} \quad (2.58)$$

$$\text{เมื่อ } R_{US2} = \frac{\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h}{\sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h C_{Xh} + \beta_{2h}(X))}$$

ตัวประมาณค่าทั้ง 4 ตัวใน Kadilar and Cingi (2003) นี้ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน \hat{Y}_{RC} ตามเงื่อนไขต่อไปนี้

$$\text{เงื่อนไขที่ 1 } (\lambda - R)(\lambda + R) > 0 \text{ และ } B < \frac{2A}{\lambda + R} \text{ หรือ}$$

$$\text{เงื่อนไขที่ 2 } (\lambda - R)(\lambda + R) < 0 \text{ และ } B > \frac{2A}{\lambda + R} \text{ เมื่อ } \lambda \text{ คือ } R_{SD}, R_{SK}, R_{US1} \text{ และ}$$

$$R_{US2} \text{ โดยที่ } A = \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{YXh}, B = \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Xh}^2 \text{ และ } R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$$

ต่อมา Kadilar and Cingi (2005) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดังสมการที่ (2.59) โดยมีค่าตลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียง ดังสมการที่ (2.60) และ (2.61) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{stp} = \kappa^* \hat{Y}_{RC} \quad (2.59)$$

$$MSE(\hat{Y}_{stp}) = \kappa^* \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2RS_{YXh} + R^2 S_{Xh}^2) + (\kappa^* - 1)^2 \bar{Y}^2 \quad (2.60)$$

$$B(\hat{Y}_{stp}) = (\kappa^* - 1)^2 \bar{Y} + \frac{1}{\bar{X}} \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (RS_{Xh}^2 - \kappa^* S_{YXh}) \quad (2.61)$$

และพบว่า $MSE(\hat{Y}_{stp})$ มีค่าต่ำสุด ก็ต่อเมื่อ

$$\kappa^* = \frac{\bar{Y}^2}{\bar{Y}^2 + \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2RS_{YXh} + R^2 S_{Xh}^2)}$$

โดยที่ $0 < \kappa^* < 1$ นอกจากนี้พบว่า ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{stp} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า

$$\text{แบบอัตราส่วนรวมกัน } \hat{Y}_{RC} \text{ ก็ต่อเมื่อ } \kappa^* > \frac{\bar{Y}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2RS_{YXh} + R^2 S_{Xh}^2)}{\bar{Y}^2 + \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 - 2RS_{YXh} + R^2 S_{Xh}^2)}$$

ในปีต่อมา Shabbir and Gupta (2006) ได้แนวคิดจาก Bedi (1996) ที่ใช้การแปลงเชิงเส้นของตัวแปรช่วย X โดยกำหนดให้ $Z_i = X_i + T_X; i = 1, 2, \dots, N$ และ $z_i = x_i + T_X; i = 1, 2, \dots, n$ เมื่อ T_X คือ ค่ารวมประชากรของตัวแปร X จะได้ $\bar{Z} = \bar{X} + T_X$ และ $\bar{z} = \bar{x} + T_X$ สำหรับการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น จะได้ $Z_{hi} = X_{hi} + T_X, \bar{z}_h = \bar{x}_h + T_X$ และ $\bar{Z}_h = \bar{X}_h + T_X$ ดังนั้น $\bar{z}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h (\bar{x}_h + T_X) = \bar{x}_{st} + T_X$ และ $\bar{Z} = \sum_{h=1}^L W_h (\bar{X}_h + T_X) = \bar{X} + T_X$ จากแนวคิดดังกล่าว Shabbir and Gupta (2006) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน คือ $\bar{y}_m = [\bar{y}_{st} + b(\bar{X} - \bar{x}_{st})] \left(\frac{\bar{z}_{st}}{\bar{Z}} \right)$ และอาศัยแนวคิดของ Kadilar and Cingi (2005) Shabbir and Gupta (2006) ได้เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันตัวใหม่ดังสมการที่ (2.62) โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดและค่าความเอนเอียง ดังสมการที่ (2.63) และ (2.64) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{SG} = k\bar{y}_m \quad (2.62)$$

$$MSE(\hat{Y}_{SG})_{opt} = \frac{\bar{Y}^2 \text{Var}(\bar{y}_m)}{\bar{Y}^2 + \text{Var}(\bar{y}_m)} \quad (2.63)$$

$$B(\hat{Y}_{SG})_{opt} = \frac{\bar{Y} \text{Var}(\bar{y}_m)}{\bar{Y}^2 + \text{Var}(\bar{y}_m)} \quad (2.64)$$

เมื่อ k เป็นค่าจริง และ $\text{Var}(\bar{y}_m) = \sum_{h=1}^L W_h \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \left[S_{Yh}^2 (1-\rho_c^2) + \frac{R^2 S_{Xh}^2}{(N+1)^2} \right]$ โดยที่

$$\rho_c = \frac{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \rho_h S_{Yh} S_{Xh}}{\sqrt{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Xh}^2} \sqrt{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Yh}^2}} \quad \text{พบว่า ตัวประมาณค่า } \hat{Y}_{SG} \text{ มีประสิทธิภาพ}$$

มากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน \hat{Y}_{RC} และตัวประมาณค่าของ Kadilar and Cingi (2005)

พฤทธิพัทธ์ โสประดิษฐ์ (2555) เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันของค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น โดยประยุกต์จากแนวคิดของ มะลิวรรณ รัชังทอง (2552) และ Shabbir and Gupta (2006) ดังสมการที่ (2.65) ถึง (2.68)

$$\bar{y}_{st1} = \frac{\bar{y}_{st} + b(\bar{X} - \bar{x}_{st})}{\bar{x}_{st} + T_X} (\bar{X} + T_X) \quad (2.65)$$

$$\bar{y}_{st2} = \frac{\bar{y}_{st} + b(\bar{X} - \bar{x}_{st})}{\bar{x}_{st} C_X + T_X} (\bar{X} C_X + T_X) \quad (2.66)$$

$$\bar{y}_{st3} = \frac{\bar{y}_{st} + b(\bar{X} - \bar{x}_{st})}{\bar{x}_{st} \beta_2(X) + T_X} (\bar{X} \beta_2(X) + T_X) \quad (2.67)$$

$$\bar{y}_{st4} = \frac{\bar{y}_{st} + b(\bar{X} - \bar{x}_{st})}{\bar{x}_{st} \rho_c + T_X} (\bar{X} \rho_c + T_X) \quad (2.68)$$

และมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.69)

$$MSE(\bar{y}_{sti}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{sti}^2 S_{Xh}^2 + S_{Yh}^2) - \frac{\left[\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \rho_h S_{Yh} S_{Xh} \right]^2}{\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Xh}^2} \quad (2.69)$$

เมื่อ $i = 1, 2, 3, 4$, $R_{st1} = \frac{\bar{Y}}{\bar{X} + T_X}$, $R_{st2} = \frac{\bar{Y} C_X}{\bar{X} C_X + T_X}$, $R_{st3} = \frac{\bar{Y} \beta_2(X)}{\bar{X} \beta_2(X) + T_X}$ และ

$$R_{st4} = \frac{\bar{Y} \rho_c}{\bar{X} \rho_c + T_X}$$

นอกจากนี้ พุทธิพิทช์ โสประดิษฐ์ (2555) ได้เสนอตัวประมาณค่าที่ปรับจากตัวประมาณค่าที่เสนอ 4 ตัว ข้างต้น คือ $\bar{y}_{pi} = \lambda_i \bar{y}_{sti}$; $i = 1, 2, 3, 4$ มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.70)

$$MSE(\bar{y}_{pi}) \cong \lambda_i^2 MSE(\bar{y}_{sti}) + \bar{Y}^2 (\lambda_i - 1)^2; i = 1, 2, 3, 4 \quad (2.70)$$

และได้ค่า λ_i ที่ทำให้ $MSE(\bar{y}_{pi})$ มีค่าต่ำสุด คือ $\lambda_i^* = \frac{\bar{Y}^2}{\bar{Y}^2 + MSE(\bar{y}_{sti})}$ และได้ $MSE(\bar{y}_{pi})$ มี

ค่าต่ำสุดดังสมการที่ (2.71)

$$MSE(\bar{y}_{pi})_{opt} = \frac{\bar{Y}^2 MSE(\bar{y}_{sti})}{\bar{Y}^2 + MSE(\bar{y}_{sti})} \quad (2.71)$$

เมื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่นำเสนอ พบว่า ตัวประมาณค่าที่เสนอทุกตัว มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันดั้งเดิม และตัวประมาณค่าของ Kadilar and Cingi (2005) นอกจากนี้พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{p1} มีประสิทธิภาพเท่ากับตัวประมาณค่าของ Shabbir and Gupta (2006) และตัวประมาณค่า $\bar{y}_{p2}, \bar{y}_{p3}, \bar{y}_{p4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าของ Shabbir and Gupta (2006) เมื่อ $R_{sti}^2 < \frac{R^2}{(N+1)^2}; i = 2, 3, 4$

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน

นอกจากมีผู้วิจัยได้ปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกันที่ใช้ประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้นแล้ว ยังมีผู้วิจัยที่ได้ปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} ดังสมการ (2.5) เพื่อให้ได้ตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนี้

Yan and Tian (2011) ได้ปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันจากแนวคิดของ Kadilar and Cingi (2004) ได้ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ 3 ตัว ดังสมการที่ (2.72) ถึง (2.74)

$$\bar{y}_{KC1*} = \sum_{h=1}^L W_h \frac{\bar{y}_h - b_h(\bar{x}_h - \bar{X}_h)}{\bar{x}_h} \bar{X}_h \quad (2.72)$$

$$\bar{y}_{KC2*} = \sum_{h=1}^L W_h \frac{\bar{y}_h - b_h(\bar{x}_h - \bar{X}_h)}{(\bar{x}_h + C_{Xh})} (\bar{X}_h + C_{Xh}) \quad (2.73)$$

$$\bar{y}_{KC3*} = \sum_{h=1}^L W_h \frac{\bar{y}_h - b_h(\bar{x}_h - \bar{X}_h)}{\bar{x}_h + \beta_{2h}(X)} (\bar{X}_h + \beta_{2h}(X)) \quad (2.74)$$

เมื่อ $b_h = \frac{s_{yxh}}{s_{xh}^2}$ คือ สัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวอย่างในชั้นภูมิที่ h , s_{xh}^2 คือ ความแปรปรวนของตัวอย่างของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h และ s_{yxh} คือ ความแปรปรวนร่วมของตัวอย่างระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h ตัวประมาณค่าทั้ง 3 ตัวนี้มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.75) ถึง (2.77) ตามลำดับ

$$MSE(\bar{y}_{KC1*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_h^2 S_{Xh}^2 + S_{Yh}^2 (1-\rho_h^2)) \quad (2.75)$$

$$MSE(\bar{y}_{KC2*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{KCh2}^2 S_{Xh}^2 + S_{Yh}^2 (1-\rho_h^2)) \quad (2.76)$$

$$MSE(\bar{y}_{KC3*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{KCh3}^2 S_{Xh}^2 + S_{Yh}^2 (1-\rho_h^2)) \quad (2.77)$$

$$\text{เมื่อ } R_{KCh2} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h + C_{Xh}} \text{ และ } R_{KCh3} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h + \beta_{2h}(X)}$$

นอกจากนี้ Yan and Tian (2011) ได้เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันใหม่ อีก 6 ตัว ดังสมการที่ (2.78) ถึง (2.83)

$$t_{1*} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h + \beta_{1h}}{\bar{x}_h + \beta_{1h}} \quad (2.78)$$

$$t_{2*} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + \beta_{1h}}{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) + \beta_{1h}} \quad (2.79)$$

$$t_{3*} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \beta_{1h} + \beta_{2h}(X)}{\bar{x}_h \beta_{1h} + \beta_{2h}(X)} \quad (2.80)$$

$$t_{4*} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h C_{Xh} + \beta_{1h}}{\bar{x}_h C_{Xh} + \beta_{1h}} \quad (2.81)$$

$$t_{5*} = \sum_{h=1}^L W_h [\bar{y}_h - b_h(\bar{x}_h - \bar{X}_h)] \frac{\bar{X}_h + \beta_{1h}}{\bar{x}_h + \beta_{1h}} \quad (2.82)$$

$$t_{6*} = \sum_{h=1}^L W_h [\bar{y}_h - b_h(\bar{x}_h - \bar{X}_h)] \frac{\bar{X}_h \beta_{1h} + \beta_{2h}(X)}{\bar{x}_h \beta_{1h} + \beta_{2h}(X)} \quad (2.83)$$

เมื่อ $\beta_{1h} = \frac{N_h \sum_{i=1}^{N_h} (X_{hi} - \bar{X}_h)^3}{(N_h - 1)(N_h - 2)S_h^3}$ คือ สัมประสิทธิ์ความเบ้ของประชากรของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h และตัวประมาณค่าทั้ง 6 ตัวข้างต้น มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังสมการที่ (2.84) ถึง (2.89) ตามลำดับ

$$MSE(t_{1*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \bar{Y}_h^2 (C_{Yh}^2 + C_{Xh}^2 \eta_{h1} (\eta_{h1} - 2K_h)) \quad (2.84)$$

$$MSE(t_{2*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \bar{Y}_h^2 (C_{Yh}^2 + C_{Xh}^2 \eta_{h2} (\eta_{h2} - 2K_h)) \quad (2.85)$$

$$MSE(t_{3*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \bar{Y}_h^2 (C_{Yh}^2 + C_{Xh}^2 \eta_{h3} (\eta_{h3} - 2K_h)) \quad (2.86)$$

$$MSE(t_{4*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \bar{Y}_h^2 (C_{Yh}^2 + C_{Xh}^2 \eta_{h4} (\eta_{h4} - 2K_h)) \quad (2.87)$$

$$MSE(t_{5*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{t5h}^2 S_{Xh}^2 + S_{Yh}^2 (1-\rho_h^2)) \quad (2.88)$$

$$MSE(t_{6*}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (R_{t6h}^2 \beta_{1h}^2 S_{Xh}^2 + S_{Yh}^2 (1-\rho_h^2)) \quad (2.89)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } \eta_{h1} &= \frac{\bar{X}_h}{\bar{X}_h + \beta_{1h}}, \eta_{h2} = \frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + \beta_{1h}}, \eta_{h3} = \frac{\bar{X}_h \beta_{1h}}{\bar{X}_h \beta_{1h} + \beta_{2h}(X)}, \\ \eta_{h4} &= \frac{\bar{X}_h C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + \beta_{1h}}, R_{t5h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h + \beta_{1h}}, R_{t6h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h \beta_{1h} + \beta_{2h}(X)} \text{ และ } K_h = \rho_h \frac{C_{Yh}}{C_{Xh}} \end{aligned}$$

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า พบว่า ตัวประมาณค่า t_{i*} , $i=1,2,3,4$ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} ภายใต้เงื่อนไข $\beta_{1h} > 1$ และ $1 + \eta_{hi} - 2\rho_h \frac{C_{Yh}}{C_{Xh}} > 0$ ตัวประมาณค่า t_{5*} มีประสิทธิภาพมากกว่า

ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ภายใต้เงื่อนไข $\left(\frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h + \beta_{1h}} \right)^2 > \left(\frac{C_{Yh}}{C_{Xh}} - 1 \right)^2$ และตัวประมาณค่า t_{6*} มี

ประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ภายใต้เงื่อนไข $\left(\frac{\bar{Y}_h \beta_{1h}}{\bar{X}_h \beta_{1h} + \beta_{2h}(X)} \right)^2 > \left(\frac{C_{Yh}}{C_{Xh}} - 1 \right)^2$

และเมื่อไม่นานมานี้ Tailor and Lone (2014) ได้ทำการปรับปรุงตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} จากแนวคิดของ Sisodia and Dwivedi (1981) และของ Kadilar and Cingi (2003) ได้ตัวประมาณค่าดังสมการที่ (2.90) โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงดังสมการที่ (2.91) และ (2.92) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{RS}^{SD} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \left(\frac{\bar{X}_h + C_{Xh}}{\bar{x}_h + C_{Xh}} \right) \quad (2.90)$$

$$MSE\left(\hat{Y}_{RS}^{SD}\right) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h}\right) (S_{Yh}^2 + \lambda_{1h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h \lambda_{1h} S_{YXh}) \quad (2.91)$$

$$B\left(\hat{Y}_{RS}^{SD}\right) \cong \sum_{h=1}^L W_h \left(\frac{1-f_h}{n_h}\right) \bar{Y}_h (\lambda_{1h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{1h} \rho_h C_{Yh} C_{Xh}) \quad (2.92)$$

$$\text{เมื่อ } \lambda_{1h} = \frac{\bar{X}_h}{\bar{X}_h + C_{Xh}}, R_h = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h} \text{ และ } \rho_h = \frac{S_{YXh}}{S_{Xh} S_{Yh}}$$

และ Taylor and Lone (2014) ยังได้นำเสนอตัวประมาณค่าจากแนวคิดของ Kadilar and Cingi (2003) และ Singh et al. (2004) ดังสมการที่ (2.93) โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงดังสมการที่ (2.94) และ (2.95) ตามลำดับ

$$\hat{Y}_{RS}^{SE} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \left(\frac{\bar{X}_h + \beta_{2h}(X)}{\bar{x}_h + \beta_{2h}(X)} \right) \quad (2.93)$$

$$MSE\left(\hat{Y}_{RS}^{SE}\right) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h}\right) (S_{Yh}^2 + \lambda_{2h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h \lambda_{2h} S_{YXh}) \quad (2.94)$$

$$B\left(\hat{Y}_{RS}^{SE}\right) \cong \sum_{h=1}^L W_h \left(\frac{1-f_h}{n_h}\right) \bar{Y}_h (\lambda_{2h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{2h} \rho_h C_{Yh} C_{Xh}) \quad (2.95)$$

$$\text{เมื่อ } \lambda_{2h} = \frac{\bar{X}_h}{\bar{X}_h + \beta_{2h}(X)}$$

นอกจากนี้ Taylor and Lone (2014) ได้เสนอตัวประมาณค่าอีก 2 ตัว จากแนวคิดของ Upadhyaya and Singh (1999) ดังสมการที่ (2.96) และ (2.97)

$$\hat{Y}_{RS}^{US1} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \left(\frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + C_{Xh}}{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) + C_{Xh}} \right) \quad (2.96)$$

$$\hat{Y}_{RS}^{US2} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \left(\frac{\bar{X}_h C_{Xh} + \beta_{2h}(X)}{\bar{x}_h C_{Xh} + \beta_{2h}(X)} \right) \quad (2.97)$$

โดยมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ดังสมการที่ (2.98) และ (2.99) ตามลำดับ

$$MSE(\hat{Y}_{RS}^{US1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 + \lambda_{3h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h \lambda_{3h} S_{YXh}) \quad (2.98)$$

$$B(\hat{Y}_{RS}^{US1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \bar{Y}_h (\lambda_{3h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{3h} \rho_h C_{Yh} C_{Xh}) \quad (2.99)$$

สำหรับค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ดังสมการที่ (2.100) และ (2.101) ตามลำดับ

$$MSE(\hat{Y}_{RS}^{US2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) (S_{Yh}^2 + \lambda_{4h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h \lambda_{4h} S_{YXh}) \quad (2.100)$$

$$B(\hat{Y}_{RS}^{US2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \bar{Y}_h (\lambda_{4h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{4h} \rho_h C_{Yh} C_{Xh}) \quad (2.101)$$

$$\text{เมื่อ } \lambda_{3h} = \frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + C_{Xh}} \text{ และ } \lambda_{4h} = \frac{\bar{X}_h C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + \beta_{2h}(X)}$$

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าที่นำเสนอกับตัวประมาณค่า \bar{y}_{st} และ \hat{Y}_{RS} เป็นดังนี้

1) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{SD} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง \bar{y}_{st} ภายใต้งื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \lambda_{1h}^2 S_{Xh}^2 R_h^2 < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h \lambda_{1h} S_{YXh}$$

2) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{SD} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน \hat{Y}_{RS} ภายใต้งื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Xh}^2 R_h^2 (\lambda_{1h}^2 - 1) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h S_{YXh} (\lambda_{1h} - 1)$$

3) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{SE} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง \bar{y}_{st} ภายใต้งื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \lambda_{2h}^2 S_{Xh}^2 R_h^2 < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h \lambda_{2h} S_{YXh}$$

4) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{SE} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน \hat{Y}_{RS} ภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Xh}^2 R_h^2 (\lambda_{2h}^2 - 1) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h S_{YXh} (\lambda_{2h} - 1)$$

5) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{US1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง \bar{y}_{st} ภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \lambda_{3h}^2 S_{Xh}^2 R_h^2 < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h \lambda_{3h} S_{YXh}$$

6) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{US1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน \hat{Y}_{RS} ภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Xh}^2 R_h^2 (\lambda_{3h}^2 - 1) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h S_{YXh} (\lambda_{3h} - 1)$$

7) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{US2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง \bar{y}_{st} ภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) \lambda_{4h}^2 S_{Xh}^2 R_h^2 < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h \lambda_{4h} S_{YXh}$$

8) ตัวประมาณค่าที่นำเสนอ \hat{Y}_{RS}^{US2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน \hat{Y}_{RS} ภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) S_{Xh}^2 R_h^2 (\lambda_{4h}^2 - 1) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \left(\frac{1-f_h}{n_h} \right) R_h S_{YXh} (\lambda_{4h} - 1)$$

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยนี้มีวิธีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ขั้นตอนที่ 2 นำเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้
ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ขั้นตอนที่ 3 หาค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า
แบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ขั้นตอนที่ 4 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน
ปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าอื่น

ขั้นตอนที่ 5 แสดงตัวอย่างเชิงตัวเลข

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนรวมกัน
และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันเพื่อประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างแบบ
สุ่มเชิงเดียว และการชักตัวอย่างอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น และเนื้อหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

ขั้นตอนที่ 2 นำเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้

ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังที่กล่าวไว้ในบทที่สอง ผู้วิจัยสนใจปรับปรุง
ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันเพื่อประมาณค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างอย่างง่าย
แบบแบ่งเป็นชั้น โดยนำเสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวม
ประชากรของตัวแปรช่วย ซึ่งผู้วิจัยใช้แนวคิดจาก Bedi (1996), Kadilar and Cingi (2006) และ
Tailor and Lone (2014) ตัวประมาณค่าผู้วิจัยนำเสนอในงานวิจัยนี้มี 4 ตัว แสดงดังสมการที่ (3.1)
ถึง (3.4)

$$\bar{y}_{t1} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h + T_{Xh}}{\bar{x}_h + T_{Xh}} \quad (3.1)$$

$$\bar{y}_{t2} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}{\bar{x}_h C_{Xh} + T_{Xh}} \quad (3.2)$$

$$\bar{y}_{t3} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}} \quad (3.3)$$

$$\bar{y}_{t4} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}{\bar{x}_h \rho_h + T_{Xh}} \quad (3.4)$$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ในการหาค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย จะใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's series approximation)

ขั้นตอนที่ 4 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าอื่น

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยที่ผู้วิจัยเสนอในขั้นตอนที่หนึ่ง มีขั้นตอนดังนี้

1. เปรียบเทียบประสิทธิภาพตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 4 ตัว คือ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ กับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม คือ \hat{Y}_{RS}

2. เปรียบเทียบประสิทธิภาพตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 3 ตัว คือ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ กับตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) ทั้ง 3 ตัว คือ $\hat{Y}_{RS}^{SD}, \hat{Y}_{RS}^{US2}, \hat{Y}_{RS}^{US1}$ โดยจะทำการเปรียบเทียบเป็นคู่ได้แก่ \bar{y}_{t1} กับ \hat{Y}_{RS}^{SD} , \bar{y}_{t2} กับ \hat{Y}_{RS}^{US2} และ \bar{y}_{t3} กับ \hat{Y}_{RS}^{US1}

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 4 ตัว คือ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$

ขั้นตอนที่ 5 แสดงตัวอย่างเชิงตัวเลข

ในขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาจากตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎีด้วยการตรวจสอบเชิงตัวเลขว่า ผลการศึกษาเชิงตัวเลขมีความสอดคล้องกับผลลัพธ์เชิงทฤษฎีหรือไม่ แบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ส่วนที่ 1 การศึกษาโดยใช้ตัวอย่างในบทความวิจัยจากวารสารต่างประเทศ

ในงานวิจัยนี้ศึกษาจากตัวอย่างในบทความวิจัยจากวารสารต่างประเทศ 2 ตัวอย่าง ดังนี้ ตัวอย่างที่ 1 เป็นตัวอย่างที่มาจาก Murthy (1967) เมื่อจำนวนโรงงานในพื้นที่เป็นตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และจำนวนคนงานเป็นตัวแปรช่วย X

ตัวอย่างที่ 2 เป็นตัวอย่างที่มาจาก Kadilar and Cingi (2003) ประชากรเป็นปริมาณผลผลิตแอปเปิ้ลในประเทศตุรกีในปี 1999 จำนวน 854 หมู่บ้าน โดยตัวแปรที่สนใจศึกษา Y คือผลผลิตแอปเปิ้ล และตัวแปรช่วย X คือ จำนวนต้นแอปเปิ้ล

ส่วนที่ 2 การศึกษาโดยใช้ข้อมูลจริง

ผู้วิจัยศึกษาการประมาณค่าเฉลี่ยรายเดือนของปริมาณฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM_{10}) ของจังหวัดระยอง ด้วยตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรที่ผู้วิจัยนำเสนอ ข้อมูลที่นำมาศึกษาเป็นข้อมูลที่จัดเก็บเป็นรายเดือน ประกอบด้วยปริมาณฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM_{10}) ปริมาณก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO_2) และปริมาณโอโซน (O_3) ซึ่งเป็นข้อมูลที่จัดเก็บจากสถานีเก็บข้อมูลในจังหวัดระยอง 4 สถานี ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนเมษายน พ.ศ. 2559 ซึ่งเป็นข้อมูลของสำนักจัดการคุณภาพอากาศและเสียง กรมควบคุมมลพิษ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ประชากรที่ศึกษา : ประชากรที่ศึกษาหรือตัวแปรที่สนใจศึกษาคือ ปริมาณฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM_{10}) รายเดือน และตัวแปรช่วยที่ผู้วิจัยใช้ในการศึกษาคั้งนี้มี 2 ตัว คือ ปริมาณก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO_2) รายเดือน และปริมาณก๊าซโอโซน (O_3) รายเดือน ในจังหวัดระยอง ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนเมษายน พ.ศ. 2559 รวมทั้งสิ้นจำนวน 100 เดือน สำนักจัดการคุณภาพอากาศและเสียง กรมควบคุมมลพิษ จะเก็บข้อมูลจากสถานีเก็บข้อมูล 4 สถานี ผู้วิจัยจะใช้ข้อมูลในเดือนที่สามารถจัดเก็บข้อมูลปริมาณ PM_{10} ปริมาณ NO_2 และปริมาณ O_3 ได้ครบถ้วน ดังนี้

สถานที่เก็บข้อมูล	จำนวนเดือนที่เก็บรวบรวมข้อมูล PM ₁₀ , NO ₂ และ O ₃ ได้ครบถ้วน
อบต. ตาสีทรี	99
รพ.ส่งเสริมสุขภาพตำบลมาตาพุด	99
ชุมชนสายโทรศัพท์ อำเภอเมือง	100
ศูนย์วิจัยพืชไร่ระยอง	100
รวม	398

และข้อมูลจริงในส่วนที่ 2 แสดงในภาคผนวก ก ข้อมูลปริมาณฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM₁₀) ปริมาณก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO₂) และปริมาณก๊าซโอโซน (O₃)

การศึกษาตัวอย่างเชิงตัวเลขสำหรับตัวอย่างในส่วนที่ 1 และข้อมูลจริงในส่วนที่ 2 ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. กำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10% 20% และ 30% จากขนาดของประชากร
2. กำหนดขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิด้วยวิธีการจัดสรรแบบเนย์แมน (Neyman allocation) ดังสมการที่ (3.5)

$$n_h = \frac{nN_h S_h}{\sum_{h=1}^L N_h S_h} \quad (3.5)$$

3. กำหนดค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกัน ปรับปรุง $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าของ Taylor and Lone (2014) $\hat{Y}_{RS}^{SD}, \hat{Y}_{RS}^{US1}, \hat{Y}_{RS}^{US2}$ ทุกขนาดตัวอย่างดังที่กำหนดในข้อที่ 1

4. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ โดยใช้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าที่คำนวณได้จากข้อที่ 3

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย เสนอผลการวิจัยเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ตอนที่ 2 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ตอนที่ 3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าอื่น

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาตัวอย่างเชิงตัวเลข

ในการนำเสนอผลการวิจัยนี้ กำหนดความหมายของคำย่อและสัญลักษณ์ ดังนี้

\bar{y}_h คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของตัวแปรที่สนใจศึกษา Y ในชั้นภูมิที่ h

\bar{x}_h คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h

\bar{y}_{st} คือ ตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากรของตัวแปรที่สนใจศึกษา Y เมื่อ

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h$$

\bar{x}_{st} คือ ตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงของค่าเฉลี่ยประชากรของตัวแปรช่วย X เมื่อ

$$\bar{x}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{x}_h$$

\bar{Y}_h คือ ค่าเฉลี่ยประชากรของตัวแปรที่สนใจศึกษา Y ในชั้นภูมิที่ h

\bar{X}_h คือ ค่าเฉลี่ยประชากรของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h

S_{Yh}^2 คือ ความแปรปรวนของประชากรของตัวแปรที่สนใจศึกษา Y ในชั้นภูมิที่ h

S_{Xh}^2 คือ ความแปรปรวนของประชากรของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h

S_{YXh} คือ ความแปรปรวนร่วมของประชากรระหว่างตัวแปร Y และตัวแปร X ในชั้นภูมิที่ h

n_h คือ ขนาดตัวอย่างในชั้นภูมิที่ h

N_h คือ ขนาดประชากรในชั้นภูมิที่ h

f_h คือ สัดส่วนตัวอย่างในชั้นภูมิที่ h , $f_h = \frac{n_h}{N_h}$

W_h คือ น้ำหนักของชั้นภูมิที่ h , $W_h = \frac{N_h}{N}$

T_{Xh} คือ ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h

C_{Xh} คือ สัมประสิทธิ์การแปรผันของประชากรของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h

ρ_h คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากรระหว่างตัวแปรที่สนใจศึกษา Y และตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h

$\beta_{2h}(X)$ คือ สัมประสิทธิ์ความโค้งของประชากรของตัวแปรช่วย X ในชั้นภูมิที่ h

ตอนที่ 1 ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย ที่ใช้แนวคิดจาก Bedi (1996), Kadilar and Cingi (2006) และ Tailor and Lone (2014) ผู้วิจัยนำเสนอทั้งหมด 4 ตัว ดังนี้

$$\bar{y}_{t1} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h + T_{Xh}}{\bar{x}_h + T_{Xh}} \quad (4.1)$$

$$\bar{y}_{t2} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}{\bar{x}_h C_{Xh} + T_{Xh}} \quad (4.2)$$

$$\bar{y}_{t3} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}} \quad (4.3)$$

$$\bar{y}_{t4} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}{\bar{x}_h \rho_h + T_{Xh}} \quad (4.4)$$

ตอนที่ 2 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย

ผลการวิจัยในตอนนี้มีดังนี้

1. ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1}

$$\bar{y}_{t1} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h + T_{Xh}}{\bar{x}_h + T_{Xh}}$$

กำหนดให้ $e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}$ และ $e_{1h} = \frac{\bar{x}_h - \bar{X}_h}{\bar{X}_h + T_{Xh}}$ จะได้

$$E(e_{0h}) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right) = \frac{E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)}{\bar{Y}_h} = 0 \quad (4.5)$$

$$E(e_{1h}) = E\left(\frac{\bar{x}_h - \bar{X}_h}{\bar{X}_h + T_{Xh}}\right) = \frac{E(\bar{x}_h - \bar{X}_h)}{\bar{X}_h + T_{Xh}} = 0 \quad (4.6)$$

$$E(e_{0h}^2) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right)^2 = \frac{E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2}{\bar{Y}_h^2} = \frac{\text{Var}(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} \quad (4.7)$$

$$E(e_{1h}^2) = E\left(\frac{\bar{x}_h - \bar{X}_h}{\bar{X}_h + T_{Xh}}\right)^2 = \frac{E(\bar{x}_h - \bar{X}_h)^2}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} = \frac{\text{Var}(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} \quad (4.8)$$

และ $E(e_{0h}e_{1h}) = E\left[\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right)\left(\frac{\bar{x}_h - \bar{X}_h}{\bar{X}_h + T_{Xh}}\right)\right] = \frac{\text{Cov}(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h(\bar{X}_h + T_{Xh})} \quad (4.9)$

จาก $e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}$ จะได้ $\bar{y}_h = e_{0h}\bar{Y}_h + \bar{Y}_h = \bar{Y}_h(1 + e_{0h})$

และจาก $e_{1h} = \frac{\bar{x}_h - \bar{X}_h}{\bar{X}_h + T_{Xh}}$ จะได้ $1 + e_{1h} = \frac{\bar{x}_h + T_{Xh}}{\bar{X}_h + T_{Xh}}$

ดังนั้นเขียน \bar{y}_{t1} ในรูป e_{0h} และ e_{1h} ได้ดังนี้

$$\bar{y}_{t1} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h})(1 + e_{1h})^{-1}$$

พิจารณาพจน์ $(1 + e_{1h})^{-1}$ โดยการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังนี้ $(1 + e_{1h})^{-1} = 1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \bar{y}_{t1} &= \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h})(1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots) \\ &= \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \end{aligned}$$

ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} หาได้ดังนี้

$$MSE(\bar{y}_{t1}) = E(\bar{y}_{t1} - \bar{Y})^2$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right]^2 \\
&= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right]^2
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{Y} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h$ จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t1}) = E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right]^2$$

ในกรณีที่ n มีขนาดใหญ่ ($n \rightarrow N$) และใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned}
MSE(\bar{y}_{t1}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h} - e_{1h})^2 \\
&\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h}^2 + e_{1h}^2 - 2e_{0h}e_{1h}) \\
&\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 \left[E(e_{0h}^2) + E(e_{1h}^2) - 2E(e_{0h}e_{1h}) \right]
\end{aligned}$$

จากสมการที่ (4.5) ถึง (4.9) จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 \left[\frac{Var(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} + \frac{Var(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} - \frac{2Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h(\bar{X}_h + T_{Xh})} \right]$$

เนื่องจาก $Var(\bar{y}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Yh}^2$, $Var(\bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Xh}^2$ และ $Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{XYh}$ จะได้

$$\begin{aligned}
MSE(\bar{y}_{t1}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h^2 \left[\frac{S_{Yh}^2}{\bar{Y}_h^2} + \frac{S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} - \frac{2S_{YXh}}{\bar{Y}_h(\bar{X}_h + T_{Xh})} \right] \\
&\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} \left[S_{Yh}^2 + \frac{\bar{Y}_h^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} - 2 \frac{\bar{Y}_h S_{YXh}}{(\bar{X}_h + T_{Xh})} \right]
\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} คือ

$$MSE(\bar{y}_{t1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{1h} S_{YXh}) \quad (4.10)$$

$$\text{เมื่อ } \gamma_h = \frac{1-f_h}{n_h}, R_{1h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h + T_{Xh}} \text{ และ } \rho_h = \frac{S_{YXh}}{S_{Yh} S_{Xh}}$$

และสามารถหาค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t1} ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t1}) &= E(\bar{y}_{t1}) - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right] \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] \end{aligned}$$

ใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t1}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h E(e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h}) \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[E(e_{0h}) - E(e_{1h}) + E(e_{1h}^2) - E(e_{0h}e_{1h}) \right] \end{aligned}$$

จากสมการที่ (4.5) ถึง (4.9) จะได้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t1}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[\frac{\text{Var}(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} - \frac{\text{Cov}(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h \left[\frac{S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} - \frac{S_{YXh}}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h + T_{Xh})} \right] \end{aligned}$$

$$\cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \left[\frac{\bar{Y}_h S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h + T_{Xh})^2} - \frac{S_{YXh}}{(\bar{X}_h + T_{Xh})} \right]$$

ดังนั้น ค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t1} คือ

$$B(\bar{y}_{t1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{1}{(\bar{X}_h + T_{Xh})} (R_{1h} S_{Xh}^2 - S_{YXh}) \quad (4.11)$$

2. ค่าคาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2}

$$\bar{y}_{t2} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}{\bar{x}_h C_{Xh} + T_{Xh}}$$

กำหนดให้ $e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}$ และ $e_{1h} = \frac{\bar{x}_h C_{Xh} - \bar{X}_h C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}$

$$E(e_{0h}) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right) = \frac{E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)}{\bar{Y}_h} = 0 \quad (4.12)$$

$$E(e_{1h}) = E\left(\frac{\bar{x}_h C_{Xh} - \bar{X}_h C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}\right) = \frac{C_{Xh} E(\bar{x}_h - \bar{X}_h)}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}} = 0 \quad (4.13)$$

$$E(e_{0h}^2) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right)^2 = \frac{1}{\bar{Y}_h^2} E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2 = \frac{Var(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} \quad (4.14)$$

$$E(e_{1h}^2) = E\left(\frac{\bar{x}_h C_{Xh} - \bar{X}_h C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}\right)^2 = \frac{C_{Xh}^2 E(\bar{x}_h - \bar{X}_h)^2}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} = \frac{C_{Xh}^2 Var(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} \quad (4.15)$$

$$E(e_{0h} e_{1h}) = E\left[\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right) \left(\frac{\bar{x}_h C_{Xh} - \bar{X}_h C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}\right)\right] = \frac{C_{Xh} Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})} \quad (4.16)$$

จาก $e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}$ จะได้ $\bar{y}_h = e_{0h} \bar{Y}_h + \bar{Y}_h = \bar{Y}_h (1 + e_{0h})$

และจาก $e_{1h} = \frac{\bar{x}_h C_{Xh} - \bar{X}_h C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}$ จะได้ $1 + e_{1h} = \frac{\bar{x}_h C_{Xh} + T_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}$

ดังนั้นเขียน \bar{y}_{t2} ในรูป e_{0h} และ e_{1h} ได้ดังนี้

$$\bar{y}_{t2} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1+e_{0h})(1+e_{1h})^{-1}$$

พิจารณาพจน์ $(1+e_{1h})^{-1}$ โดยการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังนี้ $(1+e_{1h})^{-1} = 1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots$

$$\begin{aligned} \bar{y}_{t2} &= \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1+e_{0h})(1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots) \\ &= \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1+e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \end{aligned}$$

ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t2}) &= E(\bar{y}_{t2} - \bar{Y})^2 \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1+e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right]^2 \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right]^2 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{Y} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h$ จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t2}) = E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right]^2$$

ในกรณีที่ n มีขนาดใหญ่ ($n \rightarrow N$) และใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t2}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h} - e_{1h})^2 \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h}^2 + e_{1h}^2 - 2e_{0h}e_{1h}) \end{aligned}$$

$$\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 \left[E(e_{0h}^2) + E(e_{1h}^2) - 2E(e_{0h}e_{1h}) \right]$$

จากสมการที่ (4.12) ถึง (4.16) จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 \left[\frac{Var(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} + \frac{C_{Xh}^2 Var(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} - \frac{2C_{Xh} Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})} \right]$$

เนื่องจาก $Var(\bar{y}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Yh}^2$, $Var(\bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Xh}^2$ และ $Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{YXh}$ จะได้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t2}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h^2 \left[\frac{S_{Yh}^2}{\bar{Y}_h^2} + \frac{C_{Xh}^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} - \frac{2C_{Xh} S_{YXh}}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \left[S_{Yh}^2 + \frac{\bar{Y}_h^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} - 2 \frac{\bar{Y}_h C_{Xh} S_{YXh}}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})} \right] \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} คือ

$$MSE(\bar{y}_{t2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{2h} C_{Xh} S_{YXh}) \quad (4.17)$$

$$\text{เมื่อ } R_{2h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}$$

และสามารถหาค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t2} ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t2}) &= E(\bar{y}_{t2}) - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] \end{aligned}$$

ใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t2}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h E(e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h}) \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[E(e_{0h}) - E(e_{1h}) + E(e_{1h}^2) - E(e_{0h}e_{1h}) \right] \end{aligned}$$

จากสมการที่ (4.12) ถึง (4.16) จะได้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t2}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[\frac{C_{Xh}^2 \text{Var}(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} - \frac{C_{Xh} \text{Cov}(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h \left[\frac{C_{Xh}^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} - \frac{C_{Xh} S_{YXh}}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \left[\frac{\bar{Y}_h C_{Xh}^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})^2} - \frac{C_{Xh} S_{YXh}}{(\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh})} \right] \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t2} คือ

$$B(\bar{y}_{t2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}} (R_{2h} C_{Xh} S_{Xh}^2 - S_{YXh}) \quad (4.18)$$

3. ค่าคาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3}

$$\bar{y}_{t3} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}$$

$$\text{กำหนดให้ } e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h} \text{ และ } e_{1h} = \frac{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) - \bar{X}_h \beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}$$

$$E(e_{0h}) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right) = \frac{E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)}{\bar{Y}_h} = 0 \quad (4.19)$$

$$E(e_{1h}) = E\left(\frac{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) - \bar{X}_h \beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}\right) = \frac{\beta_{2h}(X) E(\bar{x}_h - \bar{X}_h)}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}} = 0 \quad (4.20)$$

$$E(e_{0h}^2) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right)^2 = \frac{E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2}{\bar{Y}_h^2} = \frac{Var(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} \quad (4.21)$$

$$E(e_{1h}^2) = E\left(\frac{\bar{x}_h\beta_{2h}(X) - \bar{X}_h\beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h\beta_{2h}(X) + T_{Xh}}\right)^2 = \frac{(\beta_{2h}(X))^2 Var(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h\beta_{2h}(X) + T_{Xh})^2} \quad (4.22)$$

$$E(e_{0h}e_{1h}) = E\left[\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right)\left(\frac{\bar{x}_h\beta_{2h}(X) - \bar{X}_h\beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h\beta_{2h}(X) + T_{Xh}}\right)\right] = \frac{\beta_{2h}(X) Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h(\bar{X}_h\beta_{2h}(X) + T_{Xh})} \quad (4.23)$$

จาก $e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}$ จะได้ $\bar{y}_h = e_{0h}\bar{Y}_h + \bar{Y}_h = \bar{Y}_h(1 + e_{0h})$

และจาก $e_{1h} = \frac{\bar{x}_h\beta_{2h}(X) - \bar{X}_h\beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h\beta_{2h}(X) + T_{Xh}}$ จะได้ $1 + e_{1h} = \frac{\bar{x}_h\beta_{2h}(X) + T_{Xh}}{\bar{X}_h\beta_{2h}(X) + T_{Xh}}$

ดังนั้นเขียน \bar{y}_{t3} ในรูป e_{0h} และ e_{1h} ได้ดังนี้

$$\bar{y}_{t3} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h})(1 + e_{1h})^{-1}$$

พิจารณาพจน์ $(1 + e_{1h})^{-1}$ โดยการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังนี้ $(1 + e_{1h})^{-1} = 1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots$

$$\begin{aligned} \bar{y}_{t3} &= \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h})(1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots) \\ &= \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \end{aligned}$$

ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t3}) &= E(\bar{y}_{t3} - \bar{Y})^2 \\ &= E\left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y}\right]^2 \\ &= E\left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y}\right]^2 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{Y} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h$ จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t3}) = E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right]^2$$

ในกรณีที่ n มีขนาดใหญ่ ($n \rightarrow N$) และใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t3}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h} - e_{1h})^2 \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h}^2 + e_{1h}^2 - 2e_{0h}e_{1h}) \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 [E(e_{0h}^2) + E(e_{1h}^2) - 2E(e_{0h}e_{1h})] \end{aligned}$$

จากสมการที่ (4.19) ถึง (4.23) จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t3}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 \left[\frac{Var(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} + \frac{(\beta_{2h}(X))^2 Var(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})^2} - \frac{2\beta_{2h}(X) Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})} \right]$$

เนื่องจาก $Var(\bar{y}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Yh}^2$, $Var(\bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Xh}^2$ และ $Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{YXh}$ จะได้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t3}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h^2 \left[\frac{S_{Yh}^2}{\bar{Y}_h^2} + \frac{(\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})^2} - \frac{2\beta_{2h}(X) S_{YXh}}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \left[S_{Yh}^2 + \frac{\bar{Y}_h^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})^2} - 2 \frac{\bar{Y}_h \beta_{2h}(X) S_{YXh}}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})} \right] \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} คือ

$$MSE(\bar{y}_{t3}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \left(S_{Yh}^2 + R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - 2R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh} \right) \quad (4.24)$$

$$\text{เมื่อ } R_{3h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}$$

และสามารถหาค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t3} ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t3}) &= E(\bar{y}_{t3}) - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right] \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] \end{aligned}$$

ใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t3}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h E(e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h}) \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[E(e_{0h}) - E(e_{1h}) + E(e_{1h}^2) - E(e_{0h}e_{1h}) \right] \end{aligned}$$

จากสมการที่ (4.19) ถึง (4.23) จะได้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t3}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[\frac{(\beta_{2h}(X))^2 \text{Var}(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})^2} - \frac{\beta_{2h}(X) \text{Cov}(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h \left[\frac{(\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})^2} - \frac{\beta_{2h}(X) S_{YXh}}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \left[\frac{\bar{Y}_h (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})^2} - \frac{\beta_{2h}(X) S_{YXh}}{(\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh})} \right] \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t3} คือ

$$B(\bar{y}_{t3}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{\beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}} (R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{Xh}^2 - S_{YXh}) \quad (4.25)$$

4. ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยและค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t4}

$$\bar{y}_{t4} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{x}_h \rho_h + T_{Xh}}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}$$

กำหนดให้ $e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}$ และ $e_{1h} = \frac{\bar{x}_h \rho_h - \bar{X}_h \rho_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}$

$$E(e_{0h}) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right) = \frac{E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)}{\bar{Y}_h} = 0 \quad (4.26)$$

$$E(e_{1h}) = E\left(\frac{\bar{x}_h \rho_h - \bar{X}_h \rho_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}\right) = \frac{\rho_h E(\bar{x}_h - \bar{X}_h)}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}} = 0 \quad (4.27)$$

$$E(e_{0h}^2) = E\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right)^2 = \frac{E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2}{\bar{Y}_h^2} = \frac{\text{Var}(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} \quad (4.28)$$

$$E(e_{1h}^2) = E\left(\frac{\bar{x}_h \rho_h - \bar{X}_h \rho_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}\right)^2 = \frac{\rho_h^2 \text{Var}(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})^2} \quad (4.29)$$

$$E(e_{0h} e_{1h}) = E\left[\left(\frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}\right) \left(\frac{\bar{x}_h \rho_h - \bar{X}_h \rho_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}\right)\right] = \frac{\rho_h \text{Cov}(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})} \quad (4.30)$$

จาก $e_{0h} = \frac{\bar{y}_h - \bar{Y}_h}{\bar{Y}_h}$ จะได้ $\bar{y}_h = e_{0h} \bar{Y}_h + \bar{Y}_h = \bar{Y}_h (1 + e_{0h})$

และจาก $e_{1h} = \frac{\bar{x}_h \rho_h - \bar{X}_h \rho_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}$ จะได้ $1 + e_{1h} = \frac{\bar{x}_h \rho_h + T_{Xh}}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}$

ดังนั้นเขียน \bar{y}_{t4} ในรูป e_{0h} และ e_{1h} ได้ดังนี้

$$\bar{y}_{t4} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h}) (1 + e_{1h})^{-1}$$

พิจารณาพจน์ $(1 + e_{1h})^{-1}$ โดยการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ได้ดังนี้ $(1 + e_{1h})^{-1} = 1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots$

$$\bar{y}_{t4} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h}) (1 - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{1h}^3 + \dots)$$

$$= \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots)$$

ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t4}) &= E(\bar{y}_{t4} - \bar{Y})^2 \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right]^2 \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right]^2 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{Y} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h$ จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t4}) = E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right]^2$$

ในกรณีที่ n มีขนาดใหญ่ ($n \rightarrow N$) และใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t4}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h} - e_{1h})^2 \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 E(e_{0h}^2 + e_{1h}^2 - 2e_{0h}e_{1h}) \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 \left[E(e_{0h}^2) + E(e_{1h}^2) - 2E(e_{0h}e_{1h}) \right] \end{aligned}$$

จากสมการที่ (4.26) ถึง (4.30) จะได้

$$MSE(\bar{y}_{t4}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \bar{Y}_h^2 \left[\frac{\text{Var}(\bar{y}_h)}{\bar{Y}_h^2} + \frac{\rho_h^2 \text{Var}(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})^2} - \frac{2\rho_h \text{Cov}(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})} \right]$$

เนื่องจาก $Var(\bar{y}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Yh}^2$, $Var(\bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{Xh}^2$ และ $Cov(\bar{y}_h, \bar{x}_h) = \frac{1-f_h}{n_h} S_{XYh}$ จะได้

$$\begin{aligned} MSE(\bar{y}_{t4}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h^2 \left[\frac{S_{Yh}^2}{\bar{Y}_h^2} + \frac{\rho_h^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})^2} - \frac{2\rho_h S_{YXh}}{\bar{Y}_h(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})} \right] \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \left[S_{Yh}^2 + \frac{\bar{Y}_h^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})^2} - 2 \frac{\bar{Y}_h \rho_h S_{YXh}}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})} \right] \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} คือ

$$MSE(\bar{y}_{t4}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_{4h} \rho_h S_{YXh}) \quad (4.31)$$

$$\text{เมื่อ } R_{4h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}$$

และสามารถหาค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t4} ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t4}) &= E(\bar{y}_{t4}) - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (1 + e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] - \bar{Y} \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h + \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) - \bar{Y} \right] \\ &= E \left[\sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h (e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h} + \dots) \right] \end{aligned}$$

ใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่ง จะได้ค่าความเอนเอียงของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} โดยประมาณ ดังนี้

$$\begin{aligned} B(\bar{y}_{t4}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h E(e_{0h} - e_{1h} + e_{1h}^2 - e_{0h}e_{1h}) \\ &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[E(e_{0h}) - E(e_{1h}) + E(e_{1h}^2) - E(e_{0h}e_{1h}) \right] \end{aligned}$$

จากสมการที่ (4.26) ถึง (4.30) จะได้

$$\begin{aligned}
 B(\bar{y}_{t4}) &\cong \sum_{h=1}^L W_h \bar{Y}_h \left[\frac{\rho_h^2 \text{Var}(\bar{x}_h)}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})^2} - \frac{\rho_h \text{Cov}(\bar{y}_h, \bar{x}_h)}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})} \right] \\
 &\cong \sum_{h=1}^L W_h \frac{1-f_h}{n_h} \bar{Y}_h \left[\frac{\rho_h^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})^2} - \frac{\rho_h S_{YXh}}{\bar{Y}_h (\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})} \right] \\
 &\cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \left[\frac{\bar{Y}_h \rho_h^2 S_{Xh}^2}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})^2} - \frac{\rho_h S_{YXh}}{(\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh})} \right]
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเอนเอียงของ \bar{y}_{t4} คือ

$$B(\bar{y}_{t4}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{\rho_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}} (R_{4h} \rho_h S_{Xh}^2 - S_{YXh}) \quad (4.32)$$

ตอนที่ 3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้

ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าอื่น

ในขั้นตอนนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยกับตัวประมาณค่าอื่น ๆ ด้วยค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (*MSE*) ซึ่งมีการเปรียบเทียบ ดังนี้

1. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้

ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 4 ตัว กับตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม

1.1 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t1}) < MSE(\hat{Y}_{RS})$$

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{1h} S_{YXh}) < \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h S_{YXh})$$

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h} S_{YXh} < \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h^2 S_{Xh}^2 - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h S_{YXh}$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h^2 S_{Xh}^2 &< 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h S_{YXh} \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{1h}^2) &> 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{1h}) \end{aligned} \quad (4.33)$$

1.2 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t2}) < MSE(\hat{Y}_{RS})$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{2h} C_{Xh} S_{YXh}) &< \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h S_{YXh}) \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h} C_{Xh} S_{YXh} &< \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h^2 S_{Xh}^2 - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h S_{YXh} \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h^2 S_{Xh}^2 &< 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h} C_{Xh} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h S_{YXh} \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2) &> 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{2h} C_{Xh}) \end{aligned} \quad (4.34)$$

1.3 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t3}) < MSE(\hat{Y}_{RS})$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - 2R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh}) &< \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h S_{YXh}) \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h^2 S_{Xh}^2 &< \\ 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h S_{YXh} & \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2) &> 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{3h} \beta_{2h}(X)) \end{aligned} \quad (4.35)$$

1.4 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t4}) < MSE(\hat{Y}_{RS})$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_{4h} \rho_h S_{YXh}) &< \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_h S_{YXh}) \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h^2 S_{Xh}^2 &< 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h} \rho_h S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_h S_{YXh} \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2) &> 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{4h} \rho_h) \end{aligned} \quad (4.36)$$

2. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้
ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วย 3 ตัว กับตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) เป็นคู่ ดังนี้

2.1 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t1}) < MSE(\hat{Y}_{RS}^{SD})$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{1h} S_{YXh}) &< \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + \lambda_{1h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 - 2\lambda_{1h} R_h S_{YXh}) \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \lambda_{1h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 &< 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \lambda_{1h} R_h S_{YXh} \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - \lambda_{1h}^2 R_h^2) &< 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - \lambda_{1h} R_h) \end{aligned} \quad (4.37)$$

2.2 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US2} เมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t2}) < MSE(\hat{Y}_{RS}^{US2})$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{2h} C_{Xh} S_{YXh}) &< \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + \lambda_{4h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 - 2\lambda_{4h} R_h S_{YXh}) \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \lambda_{4h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 &< 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h} C_{Xh} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \lambda_{4h} R_h S_{YXh} \end{aligned}$$

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{4h}^2 R_h^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - \lambda_{4h} R_h) \quad (4.38)$$

2.3 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US1} เมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t3}) < MSE(\hat{Y}_{RS}^{US1})$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - 2R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh}) < \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + \lambda_{3h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 - 2\lambda_{3h} R_h S_{YXh}) \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \lambda_{3h}^2 R_h^2 S_{Xh}^2 < \\ 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h \lambda_{3h} R_h S_{YXh} \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - \lambda_{3h}^2 R_h^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - \lambda_{3h} R_h) \end{aligned} \quad (4.39)$$

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 4 ตัว ดังนี้

3.1 เมื่อเปรียบเทียบตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} กับ $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$

3.1.1 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{t2} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t1}) < MSE(\bar{y}_{t2})$$

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{1h} S_{YXh}) < \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{2h} C_{Xh} S_{YXh}) \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h} C_{Xh} S_{YXh} \\ \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{2h} C_{Xh}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

3.1.2 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{t3} ก็ต่อเมื่อ

$$\begin{aligned}
 &MSE(\bar{y}_{t1}) < MSE(\bar{y}_{t3}) \\
 &\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{1h} S_{YXh}) < \\
 &\quad \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - 2R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh}) \\
 &\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 < \\
 &\quad 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh} \\
 &\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{3h} \beta_{2h}(X)) \quad (4.41)
 \end{aligned}$$

3.1.3 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{t4} ก็ต่อเมื่อ

$$\begin{aligned}
 &MSE(\bar{y}_{t1}) < MSE(\bar{y}_{t4}) \\
 &\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{1h} S_{YXh}) < \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_{4h} \rho_h S_{YXh}) \\
 &\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{1h} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h} \rho_h S_{YXh} \\
 &\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{4h} \rho_h) \quad (4.42)
 \end{aligned}$$

3.2 เมื่อเปรียบเทียบตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} กับ $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$

3.2.1 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{t3} ก็ต่อเมื่อ

$$\begin{aligned}
 &MSE(\bar{y}_{t2}) < MSE(\bar{y}_{t3}) \\
 &\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{2h} C_{Xh} S_{YXh}) < \\
 &\quad \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - 2R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 < \\
& \qquad \qquad \qquad 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h} C_{Xh} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh} \\
& \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{3h} \beta_{2h}(X))
\end{aligned} \tag{4.43}$$

3.2.2 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{t4} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t2}) < MSE(\bar{y}_{t4})$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{2h} C_{Xh} S_{YXh}) < \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_{4h} \rho_h S_{YXh}) \\
& \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 < \\
& \qquad \qquad \qquad 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{2h} C_{Xh} S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h} \rho_h S_{YXh} \\
& \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{4h} \rho_h) \tag{4.44}
\end{aligned}$$

3.3 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{t4} ก็ต่อเมื่อ

$$MSE(\bar{y}_{t3}) < MSE(\bar{y}_{t4})$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - 2R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh}) < \\
& \qquad \qquad \qquad \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_{4h} \rho_h S_{YXh}) \\
& \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 < \\
& \qquad \qquad \qquad 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh} - 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h R_{4h} \rho_h S_{YXh}
\end{aligned}$$

$$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2) < 2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - R_{4h} \rho_h) \quad (4.45)$$

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาตัวอย่างเชิงตัวเลข

ในขั้นตอนนี้นำเสนอผลการศึกษาจากตัวอย่างเพื่อสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎี แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 การศึกษาโดยใช้ตัวอย่างในบทความวิจัยจากวารสารต่างประเทศ

ส่วนที่ 2 การศึกษาโดยใช้ข้อมูลจริง

ผลการศึกษาเป็นดังนี้

ส่วนที่ 1 การศึกษาโดยใช้ตัวอย่างในบทความวิจัยจากวารสารต่างประเทศ

ในงานวิจัยนี้ศึกษาจากตัวอย่างในบทความวิจัยจากวารสารต่างประเทศ 2 ตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 เป็นตัวอย่างที่มาจาก Murthy (1967) เมื่อจำนวนโรงงานในพื้นที่เป็นตัวแปรที่สนใจศึกษา และมีจำนวนคนงานเป็นตัวแปรช่วย มีลักษณะและพารามิเตอร์แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของตัวอย่างที่ 1

	ชั้นภูมิ	1	2	3	4
$N=80$	N_h	25	23	16	16
	\bar{X}_h	71.000	140.696	362.937	749.500
	\bar{Y}_h	3,156.640	4,766.220	6,334.190	7,795.310
	S_{Xh}	14.610	28.040	91.380	174.460
	S_{Yh}	740.010	515.700	501.400	653.090
	S_{YXh}	8,830.780	11,900.620	43,903.760	111,718.210
	ρ_h	0.820	0.820	0.960	0.980
	C_{Xh}	0.210	0.200	0.250	0.230

ในงานวิจัยนี้กำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดประชากร และคำนวณหาขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิด้วยวิธีการจัดสรรแบบเนย์แมน ได้ผลดังตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 ขนาดตัวอย่างทั้งหมดและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ

ขนาดตัวอย่าง ทั้งหมด	ขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ n_h			
	1	2	3	4
10% ($n=8$)	3	2	1	2
20% ($n=16$)	6	4	3	3
30% ($n=24$)	9	6	4	5

ผลการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่า แบ่งออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} (เนื่องจากข้อมูลตัวอย่างที่ 1 นี้ ไม่ทราบค่าสัมประสิทธิ์ความโค้งของประชากรของตัวแปรช่วยในทุกชั้นภูมิ การศึกษาในครั้งนี้จึงไม่สามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS} ได้) หาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} ได้ดังตารางที่ 3 ถึง 5 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ และ \hat{Y}_{RS} แสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}

ดังสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{1h}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{1h})$
$n = 10\%$	198,524.02	143,148.53
$n = 20\%$	83,589.71	61,849.42
$n = 30\%$	49,152.34	35,958.03

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดัชนีสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	199,092.36	149,135.57
$n = 20\%$	83,827.50	64,438.23
$n = 30\%$	49,292.11	37,461.39

ตารางที่ 5 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดัชนีสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	198,581.05	143,695.87
$n = 20\%$	83,612.43	62,079.40
$n = 30\%$	49,166.11	36,094.16

จากตารางที่ 3 ถึง 5 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ในทุกขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดัชนีสมการที่ (4.33), (4.34) และ (4.36) ตามลำดับ

ตารางที่ 6 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ และ \hat{Y}_{RS} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	35,314.80	15,506.54	8,911.42
\bar{y}_{t2}	40,733.50	17,857.56	10,275.01
\bar{y}_{t4}	35,805.12	15,713.81	9,033.78
\hat{Y}_{RS}	90,690.30	37,246.84	22,105.73

จากตารางที่ 6 พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่า ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 3 ถึง 5

2. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่าของ Taylor and Lone (2014) \hat{Y}_{RS}^{SD} (เนื่องจากข้อมูลตัวอย่างที่ 1 นี้ ไม่ทราบค่าสัมประสิทธิ์ความโค้งของประชากรของ ตัวแปรช่วยในทุกชั้นภูมิ การศึกษาในครั้งนี้จึงไม่สามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} กับตัวประมาณค่าของ Taylor and Lone (2014) \hat{Y}_{RS}^{US2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} กับตัวประมาณค่าของ Taylor and Lone (2014) \hat{Y}_{RS}^{US1} ได้) หาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ได้ดังตารางที่ 7 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} แสดงดังตารางที่ 8

ตารางที่ 7 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD}

ดั่งสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - \lambda_{1h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - \lambda_{1h} R_h)$
$n = 10\%$	-198,190.05	-142,988.02
$n = 20\%$	-83,455.72	-61,782.56
$n = 30\%$	-49,071.77	-35,918.72

จากตารางที่ 7 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ในทุกขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (4.37)

ตารางที่ 8 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	35,314.80	15,506.54	8,911.42
\hat{Y}_{RS}^{SD}	90,516.83	37,179.71	22,064.48

จากตารางที่ 8 พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 7

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 3 ตัว

3.1 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t1} และ $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t4}$ ได้ดังตารางที่ 9 และ 10

ตารางที่ 9 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2}

ดังสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	568.34	5,987.04
$n = 20\%$	237.79	2,588.81
$n = 30\%$	139.78	1,503.36

ตารางที่ 10 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}

ดังสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	57.03	547.34
$n = 20\%$	22.72	229.98
$n = 30\%$	13.77	136.13

จากตารางที่ 9 และ 10 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ในทุกขนาดตัวอย่าง ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (4.40) และ (4.42) ตามลำดับ

3.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ได้ดังตารางที่ 11 และแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} ดังตารางที่ 12

ตารางที่ 11 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}

ดั่งสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	-511.31	-5,439.69
$n = 20\%$	-215.08	-2,358.83
$n = 30\%$	-126.01	-1,367.23

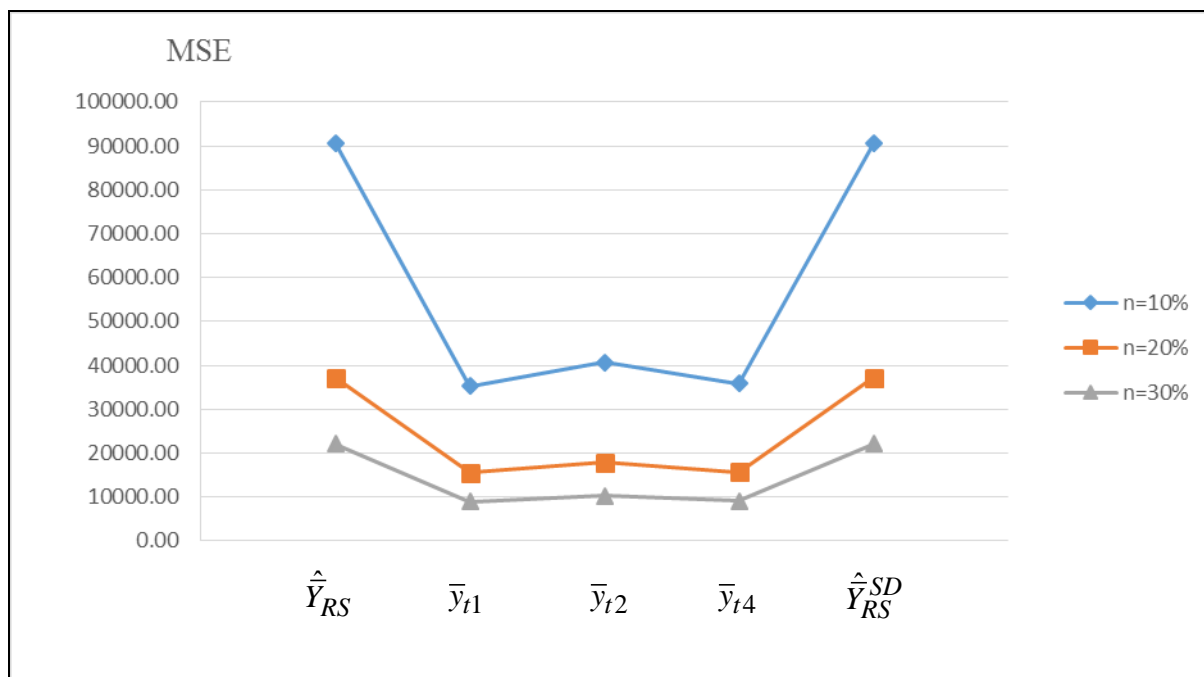
จากตารางที่ 11 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดั่งสมการที่ (4.44)

ตารางที่ 12 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	35,314.80	15,506.54	8,911.42
\bar{y}_{t2}	40,733.50	17,857.56	10,275.01
\bar{y}_{t4}	35,805.12	15,713.81	9,033.78

จากตารางที่ 12 พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดั่งตารางที่ 7 นอกจากนี้เมื่อพิจารณาตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} พบว่า มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดั่งตารางที่ 11

จากตารางที่ 6, 8 และ 12 สามารถแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าทั้ง 5 ตัวได้ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของตัวอย่างที่ 1

จากภาพที่ 1 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าลดลง นั่นคือ ทำให้ตัวประมาณค่ามีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และจากภาพที่ 1 สามารถสรุปผลได้ว่า ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงทั้ง 3 ตัว \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} ก็มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{SD} นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอพบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t4} นั่นคือผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไข แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข

ตัวอย่างที่ 2 เป็นตัวอย่างจากงานวิจัยของ Kadilar and Cingi (2003) ที่มีผลผลิตแอปเปิ้ลเป็นตัวเลขที่สนใจศึกษา และจำนวนต้นแอปเปิ้ลเป็นตัวแปรช่วย เป็นข้อมูลจากประเทศตุรกีในปี 1999 จำนวน 854 หมู่บ้าน มีลักษณะและพารามิเตอร์แสดงดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของตัวอย่างที่ 2

	ชั้นภูมิ	1	2	3	4	5	6
$N = 854$	N_h	106	106	94	171	204	173
	\bar{X}_h	24,375	27,421	72,409	74,365	26,441	9,844
	\bar{Y}_h	1536	2212	9384	5588	967	404
	S_{Xh}	49,189	57,461	160,757	285,603	45,403	18,794
	S_{Yh}	6,425	11,552	29,907	28,643	2,390	946
	S_{YXh}	380,157,186.50	570,858,945.92	5,773,796,639.10	16,581,130,561.71	515,455,718.70	66,003,400.36
	ρ_h	0.82	0.86	0.90	0.99	0.71	0.89
	C_{Xh}	2.02	2.10	2.22	3.84	1.72	1.91
	$\beta_{2h}(x)$	25.71	34.57	26.14	97.60	27.47	28.10

$$\beta_{2h}(x)$$

ในงานวิจัยนี้กำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดประชากร และคำนวณหาขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิด้วยวิธีการจัดสรรแบบเนย์แมน ได้ผลดังตารางที่ 14 ดังนี้

ตารางที่ 14 ขนาดตัวอย่างทั้งหมดและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ

ขนาดตัวอย่าง ทั้งหมด	ขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ n_h					
	1	2	3	4	5	6
10% ($n=85$)	4	5	16	43	14	3
20% ($n=171$)	9	10	32	86	28	6
30% ($n=256$)	13	16	48	129	42	9

ผลการศึกษการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่า แบ่งออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ได้ดังตารางที่ 15 ถึง 18 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ และ \hat{Y}_{RS} แสดงดังตารางที่ 19

ตารางที่ 15 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดังสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{1h}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{1h})$
$n = 10\%$	631,147.37	1,779,354.93
$n = 20\%$	225,517.42	646,860.21
$n = 30\%$	95,715.50	280,998.24

ตารางที่ 16 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดังสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	630,902.33	1,755,717.03
$n = 20\%$	225,432.66	638,523.62
$n = 30\%$	95,682.78	277,646.01

ตารางที่ 17 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดังสมการที่ (4.35) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	625,261.81	1,630,038.37
$n = 20\%$	223,439.68	592,817.65
$n = 30\%$	94,823.05	257,219.53

ตารางที่ 18 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ข้อสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	631,148.55	1,779,588.96
$n = 20\%$	225,517.87	646,950.35
$n = 30\%$	95,715.70	281,040.47

จากตารางที่ 15 ถึง 18 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ซึ่งไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.33), (4.34), (4.35) และ (4.36) ตามลำดับ

ตารางที่ 19 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}, \hat{Y}_{RS}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	1,239,418.80	454,778.54	193,277.10
\bar{y}_{t2}	1,216,701.80	446,810.30	190,151.82
\bar{y}_{t3}	1,111,901.95	409,626.15	175,026.89
\bar{y}_{t4}	1,239,636.48	454,862.38	193,315.00
\hat{Y}_{RS}	206,745.19	84,238.73	42,274.76

จากตารางที่ 19 พบว่า ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} นั่นคือ ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 15 ถึง 18

2. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) $\hat{Y}_{RS}^{SD}, \hat{Y}_{RS}^{US2}$ และ \hat{Y}_{RS}^{US1} เป็นคู่ ดังนี้

2.1 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ได้ดังตารางที่ 20 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} แสดงดังตารางที่ 21

ตารางที่ 20 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD}

ดังสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - \lambda_{1h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - \lambda_{1h} R_h)$
$n = 10\%$	-631,078.56	-1,779,256.48
$n = 20\%$	-225,492.28	-646,823.36
$n = 30\%$	-95,703.56	-280,980.47

จากตารางที่ 20 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.37)

ตารางที่ 21 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	1,239,418.80	454,778.54	193,277.10
\hat{Y}_{RS}^{SD}	195,186.36	79,059.03	38,797.83

จากตารางที่ 21 พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 20

2.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ได้ดังตารางที่ 22 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} แสดงดังตารางที่ 23

ตารางที่ 22 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2}
 ดังสมการที่ (4.38) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{4h} R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - \lambda_{4h} R_h)$
$n = 10\%$	-630,724.25	-1,755,457.77
$n = 20\%$	-225,364.77	-638,422.29
$n = 30\%$	-95,643.21	-277,587.63

จากตารางที่ 22 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่า
 ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.38)

ตารางที่ 23 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t2}	1,216,701.80	446,810.30	190,151.82
\hat{Y}_{RS}^{US2}	195,214.62	79,070.90	38,804.06

จากตารางที่ 23 พบว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า
 \hat{Y}_{RS}^{US2} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ซึ่งเป็นผลจากการไม่
 สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 22

2.3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้
 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ได้ดังตารางที่ 24 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย
 ของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} แสดงดังตารางที่ 25

ตารางที่ 24 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1}
 ดังสมการที่ (4.39) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - \lambda_{3h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - \lambda_{3h} R_h)$
$n = 10\%$	-625,255.92	-1,630,029.79
$n = 20\%$	-223,437.47	-592,814.33
$n = 30\%$	-94,822.04	-257,217.95

จากตารางที่ 24 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่า
 ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.39)

ตารางที่ 25 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t3}	1,111,901.95	409,626.15	175,026.89
\hat{Y}_{RS}^{US1}	195,163.15	79,049.99	38,793.62

จากตารางที่ 25 พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า
 \hat{Y}_{RS}^{US1} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ซึ่งเป็นผลจากการไม่
 สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 24

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้
 ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 4 ตัว

3.1 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t1} และ $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ โดยหา
 เงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ได้ดังตารางที่ 26 ถึง 28

ตารางที่ 26 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2}
 ดังสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	-245.04	-23,637.90
$n = 20\%$	-84.76	-8,336.58
$n = 30\%$	-32.72	-3,352.23

ตารางที่ 27 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3}
 ดังสมการที่ (4.41) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	-5,885.56	-149,316.56
$n = 20\%$	-2,077.75	-54,042.56
$n = 30\%$	-892.45	-23,778.71

ตารางที่ 28 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดังสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	1.18	234.03
$n = 20\%$	0.45	90.15
$n = 30\%$	0.20	42.22

จากตารางที่ 26 ถึง 28 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (4.42) แต่มีประสิทธิภพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \bar{y}_{t3} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.40) และ (4.41) ตามลำดับ

3.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t2} และ $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ได้ดังตารางที่ 29 และ

ตารางที่ 29 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3}
 ดัชนีสมการที่ (4.43) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	-5,640.52	-125,678.65
$n = 20\%$	-1,992.98	-45,705.98
$n = 30\%$	-859.73	-20,426.48

ตารางที่ 30 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดัชนีสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	246.22	23,871.94
$n = 20\%$	85.21	8,426.73
$n = 30\%$	32.92	3,394.46

จากตารางที่ 29 และ 30 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดัชนีสมการที่ (4.44) แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดัชนีสมการที่ (4.43)

3.3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t3} และ \bar{y}_{t4} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ได้ดังตารางที่ 31

ตารางที่ 31 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดัชนีสมการที่ (4.45) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	5886.75	149550.59
$n = 20\%$	2078.19	54132.71
$n = 30\%$	892.65	23820.94

จากตารางที่ 31 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (4.45) และแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} ดังตารางที่ 32

ตารางที่ 32 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	1,239,418.80	454,778.54	193,277.10
\bar{y}_{t2}	1,216,701.80	446,810.30	190,151.82
\bar{y}_{t3}	1,111,901.95	409,626.15	175,026.89
\bar{y}_{t4}	1,239,636.48	454,862.38	193,315.00

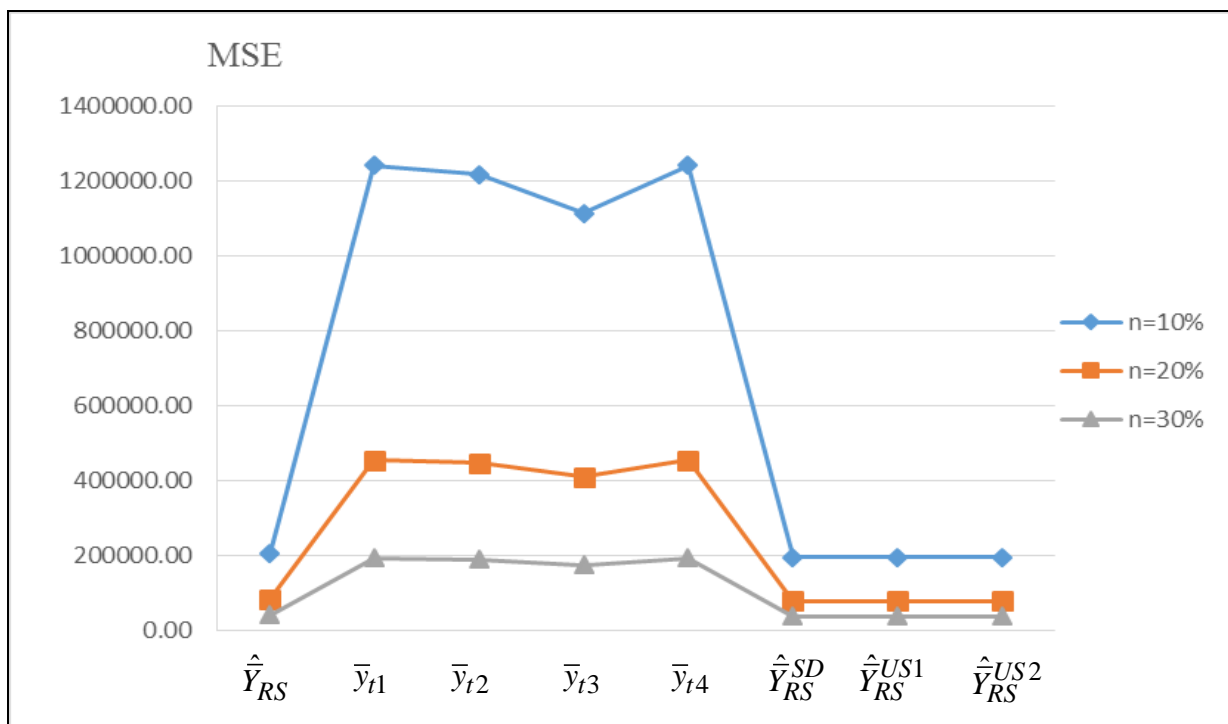
จากตารางที่ 32 สามารถสรุปได้ดังนี้

1) พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ แต่น้อยกว่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.40), (4.41) ดังตารางที่ 26 และ 27 ตามลำดับ แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.42) ดังตารางที่ 28

2) พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} แต่น้อยกว่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.43) ดังตารางที่ 29 แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.44) ดังตารางที่ 30

3) พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 31

จากตารางที่ 19, 21, 23, 25 และ 32 สามารถแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเหล่านี้ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของตัวอย่างที่ 2

จากภาพที่ 2 พบว่า เมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้นมีผลให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าลดลง ทำให้ตัวประมาณค่ามีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และจากภาพสามารถสรุปผลได้คือ ตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t1} , \bar{y}_{t2} , \bar{y}_{t3} และ \bar{y}_{t4} มีประสิทธิภาพน้อยกว่า \hat{Y}_{RS} และตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) และจากภาพพบว่าสำหรับตัวอย่างที่ 2 นี้ ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดจึงเป็นตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพสูงสุดสำหรับประชากรนี้

ส่วนที่ 2 การศึกษาโดยใช้ข้อมูลจริง

ฝุ่นละอองขนาดเล็ก (Particle Matter: PM) มีอยู่ 2 ขนาด คือ ฝุ่นละอองขนาดเล็กไม่เกิน 10 ไมครอน (PM_{10}) และฝุ่นละอองที่มีขนาดเล็กกว่า 2.5 ไมครอน ($PM_{2.5}$) โดย PM_{10} เป็นหนึ่งในสารมลพิษทางอากาศที่ประกอบด้วย ก๊าซโอโซน (O_3) ก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO_2) ก๊าซคาร์บอนมอนอกไซด์ (CO) ก๊าซซัลเฟอร์ไดออกไซด์ (SO_2) และฝุ่นละอองขนาดเล็กไม่เกิน 10 ไมครอน (PM_{10}) ซึ่งสารมลพิษทางอากาศเหล่านี้จะมีผลกระทบต่อสุขภาพของผู้ที่ได้รับสารเหล่านี้เข้าสู่ร่างกาย กรมควบคุมมลพิษจึงมีการตรวจวัดปริมาณสารเหล่านี้ในอากาศในหลายพื้นที่ทั่วประเทศไทย (เว็บไซต์กรมควบคุมมลพิษ) เหตุนี้จึงมีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการศึกษาเพื่อพยากรณ์ค่าฝุ่นละอองขนาดเล็กไม่เกิน 10 ไมครอน (PM_{10}) เช่น Kuo et al. (2008)

ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความเข้มข้นของค่า PM_{10} ในประเทศไต้หวัน โดยวิเคราะห์ด้วยการถดถอยเชิงเส้นหลายตัวแปร ได้แก่ ก๊าซซัลเฟอร์ไดออกไซด์ (SO_2) ก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO_2) ความเร็วลม อุณหภูมิ และความชื้นสัมพัทธ์ พบว่า NO_2 เป็นปัจจัยที่มีผลต่อ PM_{10} สูงสุด และจากงานวิจัยของ Mekpariyap, Saithanu, and Thongchue (2015) ได้ทำนายค่า PM_{10} ของจังหวัดระยองโดยใช้สมการถดถอยเชิงเส้นหลายตัวแปร ได้แก่ ซึ่งตัวแปรอิสระที่ใช้คือ SO_2 และ NO_2 จะเห็นได้ว่า ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับค่า PM_{10} นั้นมีหลายตัว จากการศึกษาส่วนประกอบของสารมลพิษในอากาศและผลงานวิจัยดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงนำค่าสารมลพิษทางอากาศ 4 ตัว คือ SO_2 , NO_2 , CO และ O_3 มาพิจารณา เพื่อหาตัวแปรช่วยที่จะใช้ในการค่าเฉลี่ยค่า PM_{10} โดยใช้ตัวประมาณค่าแบบอัตรส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรที่เสนอในงานวิจัยนี้ สำหรับการเลือกตัวแปรช่วยที่นำมาใช้ในครั้งนี้ ผู้วิจัยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง PM_{10} กับ SO_2 , NO_2 , CO , O_3 ซึ่งได้ค่า คือ 0.17, 0.42, 0.35, 0.56 ตามลำดับ จากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่คำนวณได้ จะเห็นได้ว่า SO_2 และ CO มีความสัมพันธ์กับ PM_{10} ก่อนข้างน้อย ดังนั้น ตัวแปรช่วยที่นำมาใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เพื่อประมาณค่าเฉลี่ยของ PM_{10} ได้แก่ NO_2 และ O_3

ดังนั้นการศึกษาในส่วนนี้จะศึกษาการประมาณค่าเฉลี่ยของ PM_{10} โดยข้อมูลที่ใช้เป็นค่าเฉลี่ยรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2551 ถึงเดือนเมษายน พ.ศ. 2559 จำนวน 100 เดือน ของจังหวัดระยอง โดยมีการแบ่งชั้นภูมิตามพื้นที่ที่มีการเก็บข้อมูลจำนวน 4 ชั้นภูมิ ตามสถานีเก็บข้อมูล ประกอบด้วย อบต.ตาสีหรี, โรงพยาบาลส่งเสริมสุขภาพตำบลมาตาพุด, ชุมสายโทรศัพท์ อำเภอเมือง และศูนย์วิจัยพืชไร่ระยอง ข้อมูลนี้ได้มาจากเว็บไซต์ของสำนักจัดการคุณภาพอากาศและเสียง กรมควบคุมมลพิษ ผลการศึกษา มีรายละเอียดดังนี้

ข้อมูลชุดที่ 1 การประมาณค่าเฉลี่ยรายเดือนของค่า PM_{10} ของจังหวัดระยอง เมื่อใช้ตัวแปรช่วยคือ NO_2 มีพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 33 ดังนี้

ตารางที่ 33 ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของข้อมูลชุดที่ 1 (เมื่อตัวแปรช่วยคือ NO_2)

	ชั้นภูมิ	1	2	3	4
$N = 398$	N_h	99	99	100	100
	\bar{X}_h	6.65	14.04	10.45	8.47
	\bar{Y}_h	37.67	44.77	31.99	35.38
	S_{Xh}	7.48	4.32	4.10	2.99
	S_{Yh}	14.70	21.64	14.78	16.38
	S_{YXh}	13.79	59.21	40.08	28.71
	ρ_h	0.13	0.63	0.66	0.59
	C_{Xh}	1.12	0.31	0.39	0.35
	$\beta_{2h}(x)$	80.24	0.28	-0.66	-0.55

ในงานวิจัยนี้มีการกำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10%, 20% และ 30% จากขนาดประชากร และทำการคำนวณหาขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิด้วยวิธีการจัดสรรแบบเนย์แมน ได้ผลดังตารางที่ 34 ดังนี้

ตารางที่ 34 ขนาดตัวอย่างทั้งหมดและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ

ขนาดตัวอย่าง ทั้งหมด	ขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ n_h			
	1	2	3	4
10% ($n=40$)	8	13	9	10
20% ($n=80$)	17	26	18	19
30% ($n=119$)	26	38	26	29

ผลการศึกษการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่า แบ่งออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} ได้ดังตารางที่ 35 ถึง 38 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ และ \hat{Y}_{RS} แสดงดังตารางที่ 39

ตารางที่ 35 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}

ดังสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{1h}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{1h})$
$n = 10\%$	15.4247	5.5448
$n = 20\%$	6.6118	2.4599
$n = 30\%$	3.8612	1.4499

ตารางที่ 36 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดังสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	15.4246	5.5723
$n = 20\%$	6.6118	2.4722
$n = 30\%$	3.8612	1.4572

ตารางที่ 37 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดังสมการที่ (4.35) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	12.8718	5.1170
$n = 20\%$	5.5293	2.2802
$n = 30\%$	3.2311	1.3457

ตารางที่ 38 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดังสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	15.4261	5.5710
$n = 20\%$	6.6124	2.4714
$n = 30\%$	3.8616	1.4567

จากตารางที่ 35 ถึง 38 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.33), (4.34), (4.35) และ (4.36) ตามลำดับ

ตารางที่ 39 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}, \hat{Y}_{RS}$
จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	6.3474	2.8038	1.6445
\bar{y}_{t2}	6.3749	2.8162	1.6518
\bar{y}_{t3}	8.4725	3.7067	2.1704
\bar{y}_{t4}	6.3721	2.8148	1.6509
\hat{Y}_{RS}	16.2273	6.9558	4.0558

จากตารางที่ 39 พบว่า ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} นั่นคือ ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 35 ถึง 38

2. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และตัวประมาณค่าของ Taylor and Lone (2014) $\hat{Y}_{RS}^{SD}, \hat{Y}_{RS}^{US2}$ และ \hat{Y}_{RS}^{US1} เป็นคู่ ดังนี้

2.1 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ได้ดังตารางที่ 40 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} แสดงดังตารางที่ 29

ตารางที่ 40 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD}

ดั่งสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - \lambda_{1h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - \lambda_{1h} R_h)$
$n = 10\%$	-11.8311	-5.2395
$n = 20\%$	-5.0826	-2.3262
$n = 30\%$	-2.9701	-1.3713

จากตารางที่ 40 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขข้อสมการที่ (4.37)

ตารางที่ 41 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	6.3474	2.8038	1.6445
\hat{Y}_{RS}^{SD}	12.9390	5.5603	3.2433

จากตารางที่ 41 พบว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขข้อสมการที่ 40

2.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ได้ดังตารางที่ 42 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} แสดงดังตารางที่ 43

ตารางที่ 42 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ข้อสมการที่ (4.38) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{4h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - \lambda_{4h} R_h)$
$n = 10\%$	-3.5461	-5.0692
$n = 20\%$	-1.6079	-2.2820
$n = 30\%$	-0.9555	-1.3516

จากตารางที่ 42 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับข้อสมการที่ (4.38)

ตารางที่ 43 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t2}	6.3749	2.8162	1.6518
\hat{Y}_{RS}^{US2}	4.8519	2.1421	1.2557

จากตารางที่ 43 พบว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 42

2.3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ได้ดังตารางที่ 44 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} แสดงดังตารางที่ 45

ตารางที่ 44 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1}

ข้อสมการที่ (4.39) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - \lambda_{3h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - \lambda_{3h} R_h)$
$n = 10\%$	-12.9843	-5.2068
$n = 20\%$	-5.5878	-2.3263
$n = 30\%$	-3.2675	-1.3744

จากตารางที่ 44 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ซึ่งสอดคล้องกับข้อสมการที่ (4.39)

ตารางที่ 45 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t3}	8.4725	3.7067	2.1704
\hat{Y}_{RS}^{US1}	16.2500	6.9682	4.0635

จากตารางที่ 45 พบว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 44

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 4 ตัว

3.1 เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t1} และ $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ได้ดังตารางที่ 46 ถึง 48

ตารางที่ 46 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2}

ดั่งสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	-0.0001	0.0275
$n = 20\%$	0.0000	0.0123
$n = 30\%$	0.0000	0.0073

ตารางที่ 47 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3}

ดั่งสมการที่ (4.41) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	-2.5529	-0.4278
$n = 20\%$	-1.0826	-0.1797
$n = 30\%$	-0.6301	-0.1042

ตารางที่ 48 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดัชนีสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	0.0014	0.0262
$n = 20\%$	0.0006	0.0115
$n = 30\%$	0.0004	0.0068

จากตารางที่ 46 ถึง 48 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดัชนีสมการที่ (4.40), (4.41) และ (4.42)

3.2 เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t2} และ $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ได้ดังตารางที่ 49 และ 50

ตารางที่ 49 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3}
 ดัชนีสมการที่ (4.43) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	-2.5528	-0.4553
$n = 20\%$	-1.0825	-0.1920
$n = 30\%$	-0.6301	-0.1115

ตารางที่ 50 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดัชนีสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	0.0015	-0.0013
$n = 20\%$	0.0006	-0.0008
$n = 30\%$	0.0004	-0.0005

จากตารางที่ 49 และ 50 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (4.43) แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังสมการที่ (4.44)

3.3 เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t3} และ \bar{y}_{t4} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ได้ดังตารางที่ 51

ตารางที่ 51 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
ดังสมการที่ (4.45) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	2.5543	0.4540
$n = 20\%$	1.0832	0.1912
$n = 30\%$	0.6305	0.1110

จากตารางที่ 51 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังสมการที่ (4.45) และแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ดังตารางที่ 52

ตารางที่ 52 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	6.3474	2.8038	1.6445
\bar{y}_{t2}	6.3749	2.8162	1.6518
\bar{y}_{t3}	8.4725	3.7067	2.1704
\bar{y}_{t4}	6.3721	2.8148	1.6509

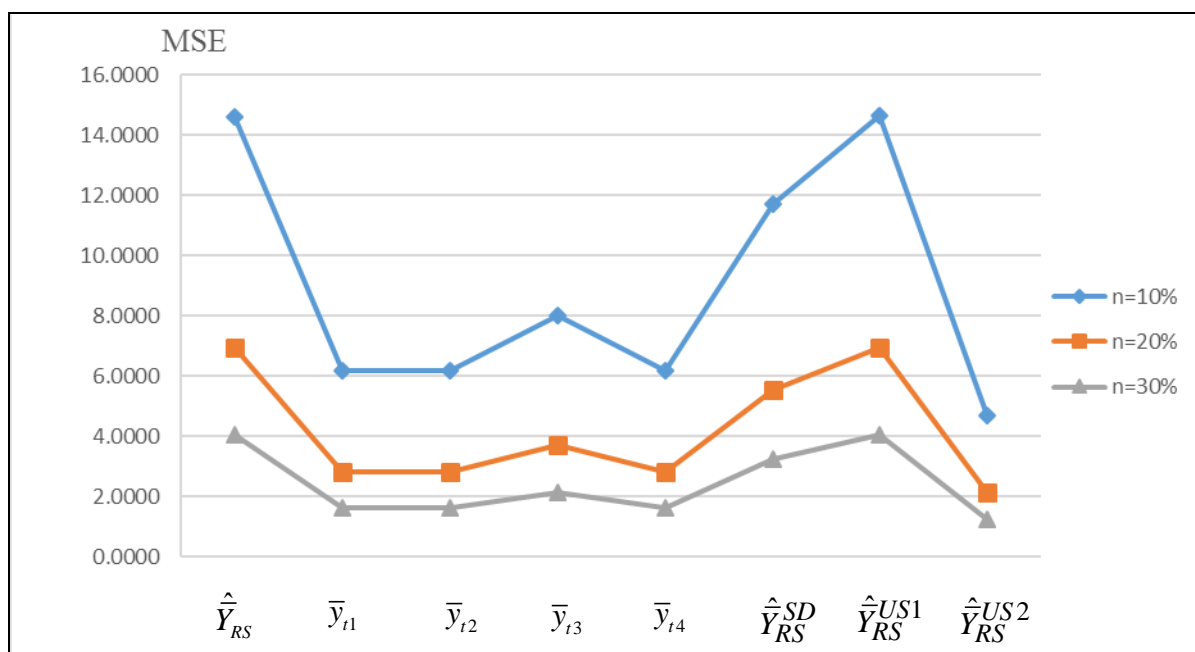
จากตารางที่ 52 สามารถสรุปได้ดังนี้

1) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 46 ถึง 48

2) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} แต่มากกว่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.43) ดังตารางที่ 49 แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องเงื่อนไขในสมการที่ (4.44) ดังตารางที่ 50

3) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 51

จากตารางที่ 39, 41, 43, 45 และ 52 สามารถแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเหล่านี้ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของข้อมูลชุดที่ 1

จากภาพที่ 3 พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยลดลงส่งผลให้ตัวประมาณค่ามีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น โดยจากภาพจะเห็นได้ว่า ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงทั้ง 4 ตัว $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพดีกว่า \hat{Y}_{RS} และตัวประมาณค่ามีประสิทธิภาพสูงสุดคือ

\hat{Y}_{RS}^{US2} และรองลงมาคือ \bar{y}_{t1} เนื่องจากมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นี้ก็สอดคล้องกับเงื่อนไขที่แสดงก่อนหน้านี้

ข้อมูลชุดที่ 2 การประมาณค่าเฉลี่ยรายเดือนของค่า PM_{10} ของจังหวัดระยองเมื่อใช้ตัวแปรช่วยคือ O_3 มีพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 53 ดังนี้

ตารางที่ 53 ลักษณะและพารามิเตอร์ของประชากรของข้อมูลชุดที่ 2 (เมื่อตัวแปรช่วยคือ O_3)

	ชั้นภูมิ	1	2	3	4
$N=398$	N_h	99	99	100	100
	\bar{X}_h	20.29	21.68	22.38	26.01
	\bar{Y}_h	37.67	44.77	31.99	35.38
	S_{Xh}	9.76	7.75	7.53	10.74
	S_{Yh}	14.70	21.69	14.78	16.38
	S_{YXh}	81.09	118.70	59.18	122.50
	ρ_h	0.57	0.71	0.53	0.70
	C_{Xh}	0.48	0.36	0.34	0.41
	$\beta_{2h}(X)$	0.76	-0.61	-0.19	0.05

ในงานวิจัยนี้มีการกำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10%, 20% และ 30% จากขนาดประชากร และทำการคำนวณหาขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิด้วยวิธีการจัดสรรแบบเนย์แมน ได้ผลดังตารางที่ 54 ดังนี้

ตารางที่ 54 ขนาดตัวอย่างและขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ

ขนาดตัวอย่าง ทั้งหมด	ขนาดตัวอย่างในแต่ละชั้นภูมิ n_h			
	1	2	3	4
10% ($n=40$)	8	13	9	10
20% ($n=80$)	17	26	18	19
30% ($n=119$)	26	38	26	29

ผลการศึกษการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่า แบ่งออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

1. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ และตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS} ได้ดังตารางที่ 55 ถึง 58 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ และ \hat{Y}_{RS} แสดงดังตารางที่ 59

ตารางที่ 55 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}

ดั่งสมการที่ (4.33) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{1h}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{1h})$
$n = 10\%$	5.3432	7.0694
$n = 20\%$	2.3460	3.1199
$n = 30\%$	1.3706	1.8209

ตารางที่ 56 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}

ดั่งสมการที่ (4.34) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	5.3436	7.1115
$n = 20\%$	2.3462	3.1385
$n = 30\%$	1.3708	1.8317

ตารางที่ 57 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}

ดั่งสมการที่ (4.35) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	5.3435	7.1378
$n = 20\%$	2.3461	3.1502
$n = 30\%$	1.3707	1.8385

ตารางที่ 58 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}
 ดัชนีสมการที่ (4.36) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_h^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_h - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	5.3435	7.0952
$n = 20\%$	2.3461	3.1313
$n = 30\%$	1.3707	1.8275

จากตารางที่ 55 ถึง 58 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.33), (4.34), (4.35) และ (4.36) ตามลำดับ

ตารางที่ 59 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}, \hat{Y}_{RS}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	6.3309	2.7967	1.6405
\bar{y}_{t2}	6.3726	2.8151	1.6513
\bar{y}_{t3}	6.3990	2.8268	1.6581
\bar{y}_{t4}	6.3564	2.8080	1.6471
\hat{Y}_{RS}	4.6047	2.0228	1.1903

จากตารางที่ 59 พบว่า ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} นั่นคือ ตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 55 ถึง 58

2. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) $\hat{Y}_{RS}^{SD}, \hat{Y}_{RS}^{US2}$ และ \hat{Y}_{RS}^{US1} เป็นคู่ ดังนี้

2.1 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ได้ดังตารางที่ 60 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} แสดงดังตารางที่ 61

ตารางที่ 60 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD}

ดังสมการที่ (4.37) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - \lambda_{1h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - \lambda_{1h} R_h)$
$n = 10\%$	-5.1430	-6.9414
$n = 20\%$	-2.2586	-3.0637
$n = 30\%$	-1.3197	-1.7881

จากตารางที่ 60 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.37)

ตารางที่ 61 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และ \hat{Y}_{RS}^{SD} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	6.3309	2.7967	1.6405
\hat{Y}_{RS}^{SD}	4.5325	1.9917	1.1721

จากตารางที่ 61 พบว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{SD} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 60

2.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ได้ดังตารางที่ 62 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} แสดงดังตารางที่ 63

ตารางที่ 62 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2}
 ดัชนีสมการที่ (4.38) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - \lambda_{4h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - \lambda_{4h} R_h)$
$n = 10\%$	-5.2335	-7.1482
$n = 20\%$	-2.3000	-3.1544
$n = 30\%$	-1.3439	-1.8408

จากตารางที่ 62 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.38)

ตารางที่ 63 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และ \hat{Y}_{RS}^{US2} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t2}	6.3726	2.8151	1.6513
\hat{Y}_{RS}^{US2}	4.4579	1.9607	1.1543

จากตารางที่ 63 พบว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US2} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 62

2.3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ได้ดังตารางที่ 64 และค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} แสดงดังตารางที่ 65

ตารางที่ 64 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1}
 ดัชนีสมการที่ (4.39) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - \lambda_{3h}^2 R_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - \lambda_{3h} R_h)$
$n = 10\%$	-4.8781	-6.7618
$n = 20\%$	-2.1266	-2.9703
$n = 30\%$	-1.2471	-1.7370

จากตารางที่ 64 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.39)

ตารางที่ 65 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และ \hat{Y}_{RS}^{US1} จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t3}	6.3990	2.8268	1.6581
\hat{Y}_{RS}^{US1}	4.5153	1.9831	1.1681

จากตารางที่ 65 พบว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \hat{Y}_{RS}^{US1} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังตารางที่ 64

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยทั้ง 4 ตัว

3.1 เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t1} และ $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ได้ดังตารางที่ 66 ถึง 68

ตารางที่ 66 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2}
 ดังสมการที่ (4.40) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{2h}^2 C_{Xh}^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{2h} C_{Xh})$
$n = 10\%$	0.0004	0.0421
$n = 20\%$	0.0002	0.0186
$n = 30\%$	0.0001	0.0108

ตารางที่ 67 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3}
 ดังสมการที่ (4.41) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	0.0004	0.0684
$n = 20\%$	0.0002	0.0302
$n = 30\%$	0.0001	0.0176

ตารางที่ 68 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดังสมการที่ (4.42) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{1h}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{1h} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	0.0003	0.0258
$n = 20\%$	0.0001	0.0114
$n = 30\%$	0.0001	0.0067

จากตารางที่ 66 ถึง 68 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (4.40), (4.41) และ (4.42) ตามลำดับ

3.2 เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t2} และ $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ได้ดังตารางที่ 69 และ 70

ตารางที่ 69 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3}
 ดังสมการที่ (4.43) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาด ตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{3h} \beta_{2h}(X))$
$n = 10\%$	-0.0001	0.0263
$n = 20\%$	0.0000	0.0117
$n = 30\%$	0.0000	0.0068

ตารางที่ 70 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดังสมการที่ (4.44) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาดตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{2h}^2 C_{Xh}^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{2h} C_{Xh} - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	-0.0001	-0.0163
$n = 20\%$	0.0000	-0.0072
$n = 30\%$	0.0000	-0.0042

จากตารางที่ 69 และ 70 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่า
 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (4.43) แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อย
 กว่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.44)

3.3 เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอ \bar{y}_{t3} และ \bar{y}_{t4} โดยหาเงื่อนไขที่ทำให้
 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ได้ดังตารางที่ 71

ตารางที่ 71 เปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} และตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4}
 ดังสมการที่ (4.45) จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ขนาด ตัวอย่าง	$\sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{Xh}^2 (R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 - R_{4h}^2 \rho_h^2)$	$2 \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h S_{YXh} (R_{3h} \beta_{2h}(X) - R_{4h} \rho_h)$
$n = 10\%$	0.0000	-0.0426
$n = 20\%$	0.0000	-0.0189
$n = 30\%$	0.0000	-0.0110

จากตารางที่ 71 เมื่อพิจารณาเงื่อนไข พบว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่า ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับสมการที่ (4.45)

และแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ ดังตารางที่ 72 ตารางที่ 72 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง

ตัวประมาณค่า	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย		
	$n = 10\%$	$n = 20\%$	$n = 30\%$
\bar{y}_{t1}	6.3309	2.7967	1.6405
\bar{y}_{t2}	6.3726	2.8151	1.6513
\bar{y}_{t3}	6.3990	2.8268	1.6581
\bar{y}_{t4}	6.3564	2.8080	1.6471

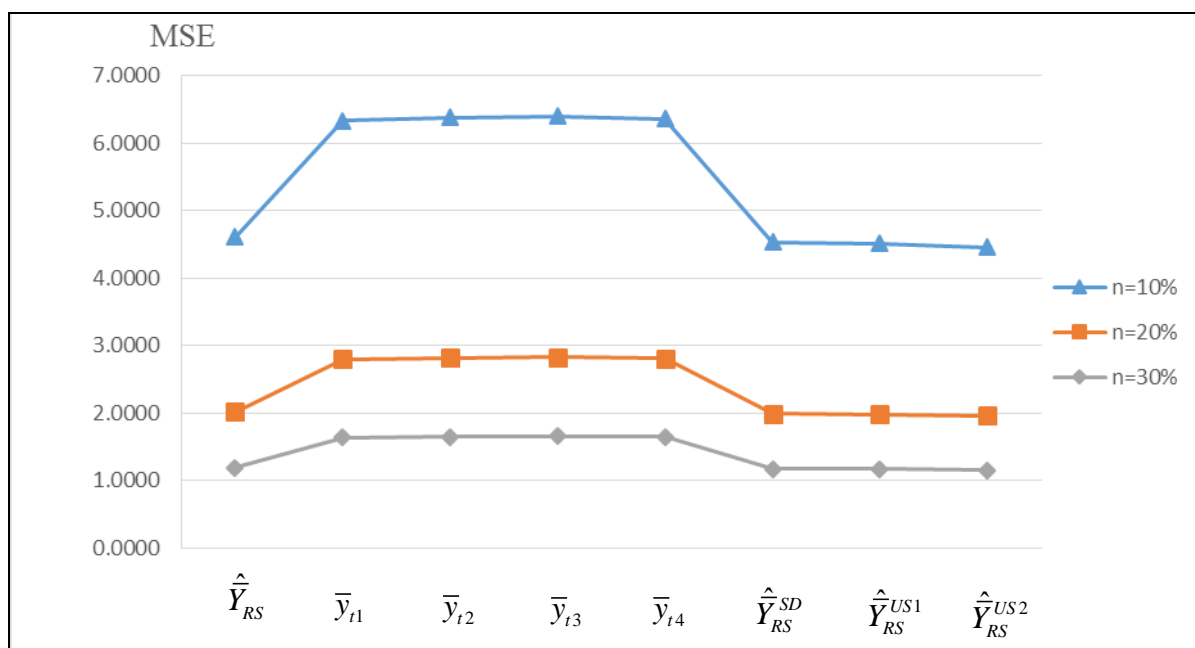
จากตารางที่ 72 สามารถสรุปได้ดังนี้

1) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}$ และ \bar{y}_{t4} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข ดังตารางที่ 66 ถึง 68

2) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} แต่มากกว่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.43) ดังตารางที่ 69 แต่ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.44) ดังตารางที่ 70

3) ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมากกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} นั่นคือ ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณค่า \bar{y}_{t4} ซึ่งเป็นผลจากการไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข ดังตารางที่ 71

จากตารางที่ 59, 61, 63, 65 และ 72 สามารถแสดงค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเหล่านี้ ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าเมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง 10%, 20% และ 30% ของข้อมูลชุดที่ 2

จากภาพที่ 4 พบว่า ตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงทั้ง 4 ตัว $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพน้อยกว่า \hat{Y}_{RS} และตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) โดยข้อมูลชุดนี้ตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ \hat{Y}_{RS}^{US2} และรองลงมาคือ \hat{Y}_{RS}^{US1} เนื่องจากมีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นี้ก็สอดคล้องกับเงื่อนไขที่แสดงก่อนหน้านี้

บทที่ 5

สรุปและอภิปรายผล

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้เสนอตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงโดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยในการชักตัวอย่างง่ายแบบแบ่งเป็นชั้น 4 ตัว คือ

$$\bar{y}_{t1} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h + T_{Xh}}{\bar{x}_h + T_{Xh}}$$

$$\bar{y}_{t2} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}{\bar{x}_h C_{Xh} + T_{Xh}}$$

$$\bar{y}_{t3} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}{\bar{x}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}$$

$$\bar{y}_{t4} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \frac{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}{\bar{x}_h \rho_h + T_{Xh}}$$

มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าที่เสนอ ดังต่อไปนี้

$$MSE(\bar{y}_{t1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{1h}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{1h} S_{YXh})$$

$$MSE(\bar{y}_{t2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{2h}^2 C_{Xh}^2 S_{Xh}^2 - 2R_{2h} C_{Xh} S_{YXh})$$

$$MSE(\bar{y}_{t3}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{3h}^2 (\beta_{2h}(X))^2 S_{Xh}^2 - 2R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{YXh})$$

$$MSE(\bar{y}_{t4}) \cong \sum_{h=1}^L W_h^2 \gamma_h (S_{Yh}^2 + R_{4h}^2 \rho_h^2 S_{Xh}^2 - 2R_{4h} \rho_h S_{YXh})$$

และตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 4 ตัว มีค่าความเอนเอียง ดังนี้

$$B(\bar{y}_{t1}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{1}{(\bar{X}_h + T_{Xh})} (R_{1h} S_{Xh}^2 - S_{YXh})$$

$$B(\bar{y}_{t2}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{C_{Xh}}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}} (R_{2h} C_{Xh} S_{Xh}^2 - S_{YXh})$$

$$B(\bar{y}_{t3}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{\beta_{2h}(X)}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}} (R_{3h} \beta_{2h}(X) S_{Xh}^2 - S_{YXh})$$

$$B(\bar{y}_{t4}) \cong \sum_{h=1}^L W_h \gamma_h \frac{\rho_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}} (R_{4h} \rho_h S_{Xh}^2 - S_{YXh})$$

เมื่อ $R_{1h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h + T_{Xh}}$, $R_{2h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h C_{Xh} + T_{Xh}}$, $R_{3h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h \beta_{2h}(X) + T_{Xh}}$ และ

$$R_{4h} = \frac{\bar{Y}_h}{\bar{X}_h \rho_h + T_{Xh}}$$

เมื่อทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าที่เสนอ ได้ผลลัพธ์ดังนี้

1. ตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 4 ตัว $\bar{y}_{t1}, \bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม \hat{Y}_{RS} เมื่อสมการที่ (4.33) ถึง (4.36) ตามลำดับเป็นจริง
2. ตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 3 ตัว มีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าของ Tailor and Lone (2014) ที่มีการเปรียบเทียบเป็นคู่ ๆ คือตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} กับ \hat{Y}_{RS}^{SD} , \bar{y}_{t2} กับ \hat{Y}_{RS}^{US2} และ \bar{y}_{t3} กับ \hat{Y}_{RS}^{US1} เมื่อสมการที่ (4.37) ถึง (4.39) ตามลำดับเป็นจริง
3. เปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุงที่เสนอ
 - 3.1 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t1} ดีกว่า $\bar{y}_{t2}, \bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ เมื่อสมการที่ (4.40) ถึง (4.42) ตามลำดับเป็นจริง
 - 3.2 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t2} ดีกว่า $\bar{y}_{t3}, \bar{y}_{t4}$ เมื่อสมการที่ (4.43) และ (4.44) ตามลำดับเป็นจริง
 - 3.3 ตัวประมาณค่า \bar{y}_{t3} ดีกว่า \bar{y}_{t4} เมื่อสมการที่ (4.45) เป็นจริง

จากผลลัพธ์ที่คำนวณจากตัวอย่างเชิงตัวเลขพบว่า เมื่อเงื่อนไขในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพเป็นจริงตัวประมาณค่าที่เสนอมจะมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันดั้งเดิม รวมถึงตัวประมาณค่าของ Taylor and Lone (2014) และเป็นเช่นเดียวกันในการเปรียบเทียบระหว่างตัวประมาณค่าที่เสนอทั้ง 4 ตัวด้วย นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรมีผลทำให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณค่าทั้งหมดมีค่าลดลงทำให้ตัวประมาณค่าเหล่านี้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาในครั้งต่อไป

1. การนำค่าจริงเข้ามาคูณกับตัวประมาณค่า โดยมีการคำนวณหาค่าจริงที่จะทำให้ตัวประมาณค่ามีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด
2. การเสนอตัวประมาณค่าที่มีตัวแปรช่วยมากกว่าหนึ่งตัว เพราะสำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยหรือค่าพารามิเตอร์อื่นของข้อมูลอาจมีตัวแปรหลายตัวที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรที่สนใจศึกษา ซึ่งจะส่งผลให้การประมาณค่ามีประสิทธิภาพมากขึ้น
3. การศึกษาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับการนำตัวประมาณค่าแบบอัตราส่วนแยกกันปรับปรุง โดยใช้ค่ารวมประชากรของตัวแปรช่วยไปใช้

บรรณานุกรม

- กรมควบคุมมลพิษ. (2559). รายงานสถานการณ์คุณภาพอากาศและเสียงประเทศไทย. เข้าถึงได้จาก <http://aqnis.pcd.go.th/data/45-50>
- ดำรงศักดิ์ เข้มบางหวาย. (2555). *แคลคูลัส 2*. คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยพะเยา.
- พฤทธิพิทักษ์ โสประดิษฐ์. (2555). *ตัวประมาณแบบอัตราส่วนรวมของค่าเฉลี่ยประชากรในการชักตัวอย่างแบบแบ่งเป็นชั้นภูมิ*. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาสถิติประยุกต์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ประทุม สุวดี. (2552). *การสำรวจด้วยตัวอย่าง: การชักตัวอย่างและการวิเคราะห์*. กรุงเทพฯ : โครงการส่งเสริมและพัฒนาเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.
- มะลิวรรณ ระฆังทอง. (2552). *ตัวประมาณอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยประชากรในการสุ่มตัวอย่างแบบอย่างง่าย*. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาสถิติประยุกต์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สุรินทร์ นียมางกูร. (2546). *เทคนิคการสุ่มตัวอย่าง* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- Bedi, P. K. (1996). Efficient utilization of auxiliary information at estimation stage. *Biometrical Journal*, 38(8), 973-976.
- Kuo, C. Y., Chen, P. T., Lin, Y. C., Lin, C. Y., Chen, H. H., & Shih, J. F. (2008). Factors affecting the concentrations of PM₁₀ in central Taiwan. *Chemosphere*, 70, 1273-1279.
- Cochran, W.G. (1977). *Sampling Techniques*. New York: John Wiley and Sons.
- Kadilar, C., & Cingi, H. (2003). Ratio estimators in stratified random sampling. *Biometrical Journal*, 45(2), 218-225.
- Kadilar, C., & Cingi, H. (2004). Ratio estimators in simple random sampling. *Applied Mathematics and Computation*, 151, 893-902.
- Kadilar, C., & Cingi, H. (2005). A new ratio estimator in stratified random sampling. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 34, 597-602.
- Kadilar, C., & Cingi, H. (2006). An improvement in estimating the population mean by using the correlation coefficient. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 35(1), 103-109.

- Mekpariyup, J., Saithanu, K., & Thongchue, J. (2015). Predicting PM_{10} with multiple linear regression equaiton in rayong. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 11(4), 2187-2190.
- Murthy, M. N. (1967). *Sampling Theory and Methods*. India: Statistical Publishing Society.
- Ray, S. K., & Singh, R. K. (1981). Difference-cum-ratio type estimators. *Journal of Indian Statistical Association*, 19, 147-151.
- Shabbir, J., & Gupta, S. (2006). A new estimator of population mean in stratified sampling. *Communications in Statistic-Theory and Methods*, 35(8), 973-976.
- Singh, H. P., & Kakran, M. S. (1993). A modified ratio estimator using known coefficient of kurtosis of an auxiliary character. n. p.
- Singh, H. P., & Tailor, R. (2003). Use of known correlation coefficient in estimating the finite population mean. *Statistics in Transition*, 6(4), 555-560.
- Singh, H. P., Tailor, R., Tailor, R., & Kakran, M. S. (2004). An improved estimator of population mean using power transformation. *Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics*, 58(2), 223-230.
- Sisodia, B. V. S., & Dwivedi, V. K. (1981). A modified ratio estimator using coefficient of variation of auxiliary variable. *Journal of Indian Society Agricultural Statistics*, 33, 13-18.
- Subramani, J., & Kumarapandiyam, G. (2013). New modified ratio estimator for estimation of population mean when median of the auxiliary variable is known. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 9(2), 137-145.
- Tailor, R., & Lone, H. A. (2014). Separate ratio-type estimators of population mean in stratified random sampling. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 13(1), 223-233.
- Upadhyaya, L. N., & Singh, H. P. (1999). Use of transformed auxiliary variable in estimating the finite population mean. *Biometrical Journal*, 41(5), 627-636.
- Yan, Z., & Tian, B. (2011). New separate ratio estimators using coefficient of skewness of auxiliary variable. *Journal of Inner Mongolia University of Technology*, 30(3), 161-167.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ข้อมูลปริมาณฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM₁₀)
ก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO₂) และปริมาณก๊าซโอโซน (O₃)

ตารางที่ 73 ค่าเฉลี่ยรายเดือนของปริมาณฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM₁₀) ก๊าซไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO₂) และก๊าซโอโซน (O₃)

ชั้นภูมิที่	PM ₁₀ (µg/m ³)				NO ₂ (ppb)				O ₃ (ppb)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
ม.ค.-51	56.5	51.6	70.3	61.6	9.2	18.8	16.4	15.1	37.2	31.8	29.5	30.7
ก.พ.-51	46.4	42.6	53.4	39.6	9.4	18.5	14.9	13.1	29.1	26.6	27.2	26.1
มี.ค.-51	56.5	41.3	43.5	33.1	9.8	24.3	11.6	10.3	28.4	24.1	24.2	22.3
เม.ย.-51	20.2	24.9	28.9	31.8	6.7	12	8.9	8.3	22.5	16.1	19.7	26.1
พ.ค.-51	27.5	25.1	28	36.5	4	16.1	7.2	6.4	16.8	14.7	19.9	18.1
มิ.ย.-51	35.7	21.8	24.7	45.8	2	15	6.6	6.6	11.2	10.2	14.3	12.9
ก.ค.-51	28.9	20.2	24.4	36	1.3	12.9	5.3	5.7	10.6	8.9	13.5	9.6
ส.ค.-51	26.2	22.1	38.2	25.5	0.8	12.9	7.3	8.5	9.8	8.4	12.5	9.9
ก.ย.-51	22.6	31.4	49.9	25.8	4.1	12.2	11.6	8.2	15.3	11	11.9	12.4
ต.ค.-51	24.9	45.4	57.7	32.2	3.5	12.6	12.8	8.1	15.3	14.3	12.6	15.2
พ.ย.-51	33.5	50.3	64.4	39.3	2.9	10.6	16.2	5.9	28.3	22.5	19	26.7
ธ.ค.-51	53.3	78.4	64.7	59.8	4.8	18	20.2	8.1	38.5	32.8	24.8	42.1
ม.ค.-52	64.5	81.6	40	69.2	10	20	19	11	43	34	27	41
ก.พ.-52	50	64.4	21.5	55.5	10	16	10	10	28	22	21	26
มี.ค.-52	28.7	43.3	14.2	28.7	8	10	9	12	24	20	16	22
เม.ย.-52	33.8	44	15.4	34.5	77	8	10	10	25	20	14	21

ตารางที่ 73 (ต่อ)

ชั้นภูมิที่	PM ₁₀ (µg/m ³)				NO ₂ (ppb)				O ₃ (ppb)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
พ.ค.-52	27.6	37	13.1	16.1	6	7	8	10	20	17	15	18
มิ.ย.-52	19.1	29.2	10	12.1	5	8	4	5	17	14	19	15
ก.ค.-52	23.5	40.4	11.9	16.4	5	8	6	6	16	13	16	13
ส.ค.-52	23.7	47.3	11.1	19.5	5	10	8	8	17	15	17	14
ก.ย.-52	17.4	37.2	9.3	17.4	4	10	8	7	15	12	12	11
ต.ค.-52	27.3	48.8	15.8	21.6	5	15	13	12	16	15	15	16
พ.ย.-52	44.4	54.5	16.2	26.2	5	16	16	11	24	24	24	34
ธ.ค.-52	56.5	79.1	23.7	41.3	7	20	17	15	14	31	29	45
ม.ค.-53	48	68.4	22.2	36.6	6	17	16	12	11	27	25	36
ก.พ.-53	33.4	44.5	13.3	22.3	7	8	6	8	8	25	21	32
มี.ค.-53	47.4	58.1	18.1	36	7	12	6	11	28	30	31	36
เม.ย.-53	29.9	38.7	12.3	23.2	6	10	7	7	24	21	25	30
พ.ค.-53	23.5	28.7	10.3	12.6	6	11	9	7	20	18	20	26
มิ.ย.-53	25.9	28.5	20.2	16.9	5	12	8	6	18	14	13	20
ก.ค.-53	26.2	30.4	20.2	17.2	4	10	7	6	14	13	12	22
ส.ค.-53	23.3	29.4	19	17	2	8	9	6	12	11	12	23

ตารางที่ 73 (ต่อ)

ชั้นภูมิที่	PM ₁₀ (µg/m ³)				NO ₂ (ppb)				O ₃ (ppb)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
ก.ย.-53	20.7	33	18.1	16.6	2	10	9	4	14	13	12	27
ต.ค.-53	26	35.9	22.4	30.6	3	9	13	5	20	18	18	36
พ.ย.-53	52.5	58.7	38.8	53.5	3	12	17	7	38	34	25	52
ธ.ค.-53	53.8	62.9	35.1	50.4	5	16	16	10	31	30	25	48
ม.ค.-54	67.6	80.5	36.1	74.4	7	22	17	12	39	43	43	53
ก.พ.-54	48.5	50	25.3	46.5	7	12	11	7	24	30	30	45
มี.ค.-54	43.9	53.1	29.3	47.9	7	14	12	7	28	32	41	45
เม.ย.-54	40.6	42.2	19	33.4	7	13	8	11	26	23	27	23
พ.ค.-54	25.1	32.6	12.9	23.5	7	12	4	7	19	22	18	22
มิ.ย.-54	32.7	29.2	26.7	22.4	6	11	5	3	12	17	14	19
ก.ค.-54	28.3	19.7	25.7	19.4	6	11	9	4	12	16	17	7
ส.ค.-54	28.8	19.2	25	16.9	8	11	9	5	12	13	16	19
ก.ย.-54	31.9	16.7	23.2	18.8	7	10	7	6	10	16	17	12
ต.ค.-54	41.5	23.7	32.1	31	6	13	12	9	17	18	23	21
พ.ย.-54	45.2	49.6	53.7	45.1	5	18	16	11	23	26	31	34
ธ.ค.-54	38.4	44.8	65.2	51.3	6	18	14	12	45	39	42	44

ตารางที่ 73 (ต่อ)

ชั้นภูมิที่	PM ₁₀ (µg/m ³)				NO ₂ (ppb)				O ₃ (ppb)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
ม.ค.-55	38.8	48.7	39.6	35.4	9	18	13	14	30	27	33	29
ก.พ.-55	44	53.6	33.5	26.8	8	16	11	8	24	27	33	33
มี.ค.-55	17.4	40.8	43.1	32	9	13	12	5	26	28	35	35
เม.ย.-55	23.6	28.9	30.4	22.5	7	11	9	4	23	23	29	33
พ.ค.-55	23.5	18.5	27.5	16.1	6	11	10	6	9	21	25	28
มิ.ย.-55	34.4	21.6	31.7	21.5	6	11	7	6	6	16	21	23
ก.ค.-55	31.4	17.1	26.1	24.3	6	10	8	8	12	13	14	15
ส.ค.-55	28.3	17.2	22.6	24.1	6	11	7	6	12	11	14	16
ก.ย.-55	26.8	24.2	22.9	25.3	6	13	11	9	5	15	16	17
ต.ค.-55	38.2	67.4	33.2	41.6	6	17	13	13	6	19	22	21
พ.ย.-55	37.1	65.6	35.4	42.7	4	16	15	13	7	19	20	20
ธ.ค.-55	51.8	96.7	47	54.1	5	20	16	14	7	24	26	30
ม.ค.-56	70	124	57	64	7	23	17	14	12	34	31	42
ก.พ.-56	58	106	52	62	5	19	14	11	10	30	32	35
มี.ค.-56	32	45	34	42	5	12	11	9	N/A	27	30	30
เม.ย.-56	34	44	29	31	4	12	10	11	11	24	25	22

ตารางที่ 73 (ต่อ)

ชั้นภูมิที่	PM ₁₀ (µg/m ³)				NO ₂ (ppb)				O ₃ (ppb)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
พ.ค.-56	22	25	21	20	4	10	9	9	14	20	21	17
มิ.ย.-56	24	26	26	26	6	11	9	6	11	16	17	17
ก.ค.-56	29	25	20	23	4	12	7	6	16	17	17	15
ส.ค.-56	41	35	21	20	5	11	5	6	10	16	16	14
ก.ย.-56	26	33	18	21	3	10	7	7	14	13	17	16
ต.ค.-56	42	68	38	41	4	15	14	10	21	24	32	28
พ.ย.-56	32	35	33	33	3	14	13	9	25	21	21	27
ธ.ค.-56	70	87	54	75	4	17	14	7	53	35	33	52
ม.ค.-57	69	115	59	99	7	27	21	12	47	37	39	55
ก.พ.-57	45	57	40	52	7	15	10	8	29	30	31	34
มี.ค.-57	44	48	39	38	5	21	9	4	35	28	26	40
เม.ย.-57	30	38	30	28	3	18	7	4	23	24	22	25
พ.ค.-57	27	30	16	20	1	23	7	3	23	17	19	24
มิ.ย.-57	31	30	27	26	9	14	6	4	22	16	20	26
ก.ค.-57	26	29	22	25	3	12	4	3	11	13	19	24
ส.ค.-57	20	33	22	24	4	11	7	8	10	11	17	11

ตารางที่ 73 (ต่อ)

ชั้นภูมิที่	PM ₁₀ (µg/m ³)				NO ₂ (ppb)				O ₃ (ppb)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
ก.ย.-57	20	36	22	22	5	12	7	7	11	13	15	10
ต.ค.-57	28	54	34	35	5	15	12	10	18	20	22	18
พ.ย.-57	33	55	41	44	6	12	14	10	21	24	26	23
ธ.ค.-57	43	62	49	48	6	23	16	8	31	35	34	27
ม.ค.-58	71	92	66	70	13	24	16	15	35	35	26	32
ก.พ.-58	63	78	58	64	12	18	10	12	26	32	23	30
มี.ค.-58	44	48	34	42	10	14	7	10	25	28	20	27
เม.ย.-58	40	49	35	37	10	16	9	10	29	27	21	25
พ.ค.-58	26	31	20	22	8	11	6	8	17	20	15	21
มิ.ย.-58	23	27	20	23	7	11	6	7	16	21	13	18
ก.ค.-58	31	39	35	32	6	12	5	5	14	17	13	24
ส.ค.-58	23	26	24	23	4	11	5	6	13	14	14	23
ก.ย.-58	28	30	33	24	6	11	6	6	14	18	19	22
ต.ค.-58	31	45	38	35	6	14	10	8	13	19	20	17
พ.ย.-58	34	47	32	40	6	17	13	9	14	12	19	12
ธ.ค.-58	58	29	56	49	9	18	18	11	23	N/A	27	37

ตารางที่ 73 (ต่อ)

ชั้นภูมิที่	PM ₁₀ (µg/m ³)				NO ₂ (ppb)				O ₃ (ppb)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
ม.ค.-59	63	26	46	46	10	17	12	11	21	24	28	31
ก.พ.-59	77	32	56	66	9	25	15	15	29	32	36	36
มี.ค.-59	69	38	41	51	8	11	7	10	27	30	35	31
เม.ย.-59	57	44	33	40	6	10	4	8	21	22	27	23

หมายเหตุ N/A : เครื่องมือขัดข้อง