ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้น โดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง

วีระชัย ขันทองคำ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2559
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ วีระชัย ขันทองคำ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณินทร์ ธีรภาพโอพาร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธาน
(ดร.กิตติมา พฤกภูษณ)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณินทร์ ธีรภาพโอพาร)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กิดาการ สายธนู)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ เรือเอก ดร.สราวุธ ลักษณะโต)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

.....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัฐ ศรีสุข)
วันที่ 13 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2559

การวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากงบประมาณเงินรายได้
จากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้ด้วย

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ซึ่งประกอบด้วย ดร.กิตติมา พฤกภูษณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กิดาการ สายธนู และผู้ช่วยศาสตราจารย์ เรือเอก ดร.สราวุธ ลักษณะโต ที่ได้เสียสละเวลาและกรุณาให้คำแนะนำเพิ่มเติมในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้ถูกต้องและเสร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ส่วนหนึ่งได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย งบประมาณเงินรายได้ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอขอบพระคุณ คณะวิทยาศาสตร์ ณ ที่นี้ด้วย

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่อยู่เบื้องหลังความสำเร็จ ซึ่งได้ให้ความช่วยเหลือ สนับสนุนและเป็นกำลังใจตลอดมา และขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคน ที่เป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงได้

วีระชัย ขันทองคำ

57910214: สาขาวิชา: สถิติ; วท.ม. (สถิติ)
คำสำคัญ: ตัวแบบ EOQ อัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด/ การขึ้นราคาสินค้า/ วิธีเชิงพีชคณิต

วีระชัย ขันทองคำ: ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง (THE EOQ MODEL WITH FINITE REPLENISHMENT RATE FOR ADJUSTING PRICE INCREASED INCLUDING ALL INVENTORY LEVELS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร, ปร.ด. 39 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข (2556) ใช้วิธีพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) หาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยอยู่บนข้อสมมุติให้มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษก่อนที่ระดับสินค้าคงคลังจะมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย ดังนั้นเพื่อให้ครอบคลุมระดับสินค้าคงคลังในขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษทุกระดับ การศึกษาครั้งนี้จึงกำหนดให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ q หน่วย โดยกรณีที่ 1 $q=0$ และ กรณีที่ 2 $0<q\le S^*$ ซึ่งในกรณีนี้ได้แบ่งการพิจารณาออกเป็นสองกรณีย่อยตามระดับสินค้าคงคลังที่เพิ่มขึ้น q_u เมื่อ $0<q_u\le S^*$ และระดับสินค้าคงคลังที่ลดลง q_d เมื่อ $0<q_d\le S^*$ และได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง นอกจากนี้ยังมีการยกตัวอย่างเชิงตัวเลขแสดงการประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ต่าง ๆ ที่ได้

57910214: MAJOR: STATISTICS; M.Sc. (STATISTICS)

KEYWORDS: EOQ MODEL/ FINITE REPLENISHMENT RATE/ PRICE INCREASE/ ALGEBRAIC METHOD.

WEERACHAI KHANTHONGKHAM: THE EOQ MODEL WITH FINITE REPLENISHMENT RATE FOR ADJUSTING PRICE INCREASED INCLUDING ALL INVENTORY LEVELS. ADVISORY COMMITTEE: KANINT TEERAPHABOLARN, Ph.D. 39 P. 2016.

Teerapabolarn and Pomsuk (2013) used algebraic method offered by Grubbström (1996) to determine the EOQ model with finite replenishment rate and price increase basing on an assumption of having a special order before the inventory level equal to 0 unit. To cover all inventory levels as having a special order, this study assumed the inventory levels as having a special order equal to q units which was separated 2 cases: $q=0$ and $0 < q \le S^*$. For $0 < q \le S^*$, it divided 2 sublevels of inventories Case 1: using q_u instead q when $0 < q_u \le S^*$, Case 2: using q_d instead q when $0 < q_d \le S^*$. The algebraic method was then employed to determine the EOQ model with finite replenishment rate and price increase including all inventory levels. In addition, the numerical example also displayed of the derived results application.

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

สารบัญ..... ฉ

สารบัญตาราง..... ซ

สารบัญภาพ..... ฌ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 3

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย..... 3

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 4

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง..... 4

ข้อสมมุติฐานของตัวแบบ..... 4

สัญกรณ์ของตัวแบบ..... 4

ค่าใช้จ่ายของสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด..... 5

วิธีเชิงพีชคณิต..... 6

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 6

3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 11

4 ผลการวิจัย..... 12

ทฤษฎีบท 4.1..... 12

การหาผลเฉลยของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นในกรณีที่ $q=0$ 13

การหาผลเฉลยของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นในกรณีที่ $0<q_u\le S^*$ 20

การหาผลเฉลยของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นในกรณีที่ $0<q_d\le S^*$ 27

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ หน้า

บทแทรก 4.1 32
บทแทรก 4.2 33
การประยุกต์ใช้ผลการวิจัย..... 33
ตัวอย่าง 4.1 33
ตัวอย่าง 4.2 34
5 สรุปและอภิปรายผล..... 36
อภิปรายผลการวิจัย..... 36
สรุปผลการวิจัย..... 36
แนวทางในการทำวิจัยต่อ..... 37
บรรณานุกรม..... 38
ประวัติย่อของผู้วิจัย..... 39

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q = 0$ หน่วย	34
2	ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q_u = 300, 500$ และ $1,100$ หน่วย	34
3	ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q_d = 500, 1,000$ และ $1,500$ หน่วย	34
4	ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q = 0$ หน่วย	35
5	ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q_u = 700, 2,500$ และ $7,000$ หน่วย	35
6	ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q_d = 1,000, 5,000$ และ $10,000$ หน่วย	35

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

1 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นสำหรักรณี $q = 0$ 13

2 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นสำหรับกรณี $0 < q_u \leq S^*$ 20

3 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นสำหรับกรณี $0 < q_d \leq S^*$ 27

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันการทำธุรกิจของหน่วยงานต่าง ๆ จำเป็นต้องมีสินค้าคงคลัง (Inventory) ให้เพียงพอต่อการใช้งานตลอดเวลาที่ต้องการสำหรับการดำเนินงานตามปกติ รวมไปถึงการมีสินค้าคงคลังที่อยู่ในสภาพพร้อมที่จะใช้ในการลงทุนและเพียงพอต่อการผลิตและการขาย ดังนั้น หน่วยงานต่าง ๆ ทั้งในภาครัฐและเอกชนต่างต้องมีการวางแผนหรือควบคุมการดำเนินงานเกี่ยวกับการจัดเก็บสินค้าคงคลัง เพื่อให้การดำเนินงานของน่วยงานนั้น ๆ ดำเนินงานไปอย่างต่อเนื่องและมีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งสินค้าคงคลังเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับธุรกิจของหน่วยงานต่าง ๆ เพราะจัดเป็นสินค้าหรือสินทรัพย์หมุนเวียนรายการหนึ่งซึ่งหน่วยงานต้องมีไว้ ถ้าหากไม่มีการวางแผนหรือควบคุมการจัดเก็บสินค้าคงคลัง อาจจะส่งผลให้ประสิทธิภาพของระบบงานลดลงและเกิดความไม่แน่นอนและไม่ต่อเนื่องของระบบงาน เช่น หากมีสินค้าคงคลังมากเกินไปอาจก่อให้เกิดปัญหาและเกิดความสูญเสียในรูปแบบของดอกเบี้ย (Interest) ต้นทุนการเก็บรักษาที่สูง (Highly Carrying Cost) สินค้าเสื่อมสภาพ (Depreciate) นอกจากนี้ยังทำให้สูญเสียโอกาสในการนำเงินที่จมอยู่กับสินค้าคงคลังนี้ไปใช้ประโยชน์ในส่วนอื่น ๆ แต่ในทางตรงกันข้าม ถ้าหน่วยงานมีการจัดเก็บสินค้าคงคลังที่น้อยเกินไป อาจจะประสบกับปัญหาการขาดแคลนสินค้าหรือสินค้าไม่เพียงพอ (Stock Out) ต่อความต้องการ ทำให้สูญเสียโอกาสในการขายสินค้าให้แก่ลูกค้า ซึ่งอาจจะเป็นการเปิดช่องทางให้แก่คู่แข่งขันในการค้า และอาจต้องสูญเสียลูกค้าไปในที่สุด นอกจากนี้หากสินค้าที่ขาดแคลนนั้นเป็นวัตถุดิบหลักที่สำคัญในการผลิตหรือการขายแล้ว อาจจะทำให้ระบบงานหยุดชะงัก ซึ่งส่งผลเสียต่อหน่วยงานในอนาคต นอกจากผลกระทบดังกล่าวแล้วก็อาจเกิดจากผลกระทบในด้านอื่น ๆ เช่น ความไม่แน่นอนของราคาสินค้าโดยอาจมีการลดราคาของสินค้า หรือราคาสินค้าอาจมีราคาที่สูงขึ้น ซึ่งอาจทำให้ปริมาณสินค้าและความต้องการสินค้าเกิดความไม่แน่นอน ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของผู้ประกอบการหรือหน่วยงานที่ต้องจัดการวางแผนหรือควบคุมการจัดเก็บสินค้าคงคลังของตนเองให้อยู่ในระดับที่เหมาะสม โดยที่ระดับสินค้าคงคลังไม่มากหรือน้อยจนเกินไป เพราะการลงทุนในระบบสินค้าคงคลังต้องใช้ค่าใช้จ่ายเป็นจำนวนมาก ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อสภาพคล่องทางธุรกิจของหน่วยงานนั้น ๆ ได้

ดังนั้นถ้ามีการบริหารจัดการเกี่ยวกับระบบสินค้าคงคลังที่ดีและมีประสิทธิภาพจะทำให้การดำเนินงานเป็นไปอย่างราบรื่น จึงได้มีนักวิจัยจำนวนมากพยายามที่จะศึกษาเกี่ยวกับระบบ

สินค้าคงคลังในรูปแบบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งหลักฐานทางการศึกษาเกี่ยวกับระบบสินค้าคงคลังที่มีการตีพิมพ์เป็นครั้งแรกคืองานวิจัยของ Harris (1913) ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาระบบสินค้าคงคลังพื้นฐานในรูปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเรียกว่าตัวแบบ EOQ (Economic Order Quantity Model) พื้นฐาน ต่อจากนั้นมีผู้ที่สนใจศึกษาอีกเป็นจำนวนมากได้นำตัวแบบ EOQ ดังกล่าวมาพัฒนาเป็นตัวแบบ EOQ อื่น ๆ อีกมากมาย โดยอยู่ภายใต้ข้อสมมุติของระบบสินค้าคงคลังที่แตกต่างกัน เช่น ตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลน (EOQ Model with Shortage) ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด (EOQ Model with Finite Replenishment Rate) ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดและมีสินค้าขาดแคลน (EOQ Model with Shortage and Finite Replenishment Rate) และตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้า (EOQ Model with Quantity Discounts) เป็นต้น นอกจากตัวแบบ EOQ ดังกล่าวแล้ว ยังมีตัวแบบ EOQ อีกตัวแบบหนึ่งที่มีการปรับปรุงหรือพัฒนามาจากตัวแบบ EOQ พื้นฐาน คือ ตัวแบบ EOQ ที่สามารถใช้กับกรณีที่ราคาสินค้ามีการเปลี่ยนแปลงในบางช่วงเวลา คือยอมให้มีการขึ้นราคาสินค้าเป็นบางช่วง ระบบสินค้าคงคลังของตัวแบบ EOQ นี้พัฒนาโดย Naddor (1966) ด้วยข้อสมมุติที่ว่า ณ ปัจจุบันราคาของสินค้ามีค่าเท่ากับ c บาทต่อหน่วยสินค้า ต่อมาผู้จำหน่ายสินค้าประกาศว่าจะมีการเพิ่มราคาสินค้าในอีก 3 วันข้างหน้า ซึ่งราคาของสินค้านี้จะเพิ่มขึ้น k บาทต่อหน่วยสินค้า ทำให้ราคาชั่วคราวของสินค้าเพิ่มขึ้นเป็น $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้า ซึ่งราคาของสินค้าเท่ากับ $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้านี้จะคงตัวในช่วงระยะเวลาหนึ่ง หลังจากนั้นอาจจะมีการขึ้นราคาสินค้าอีก ดังนั้นราคาของสินค้าจึงคงตัวในช่วงระยะเวลาหนึ่ง และอาจมีการขึ้นราคาสินค้าอีกครั้งเมื่อถึงเวลากำหนดจำหน่ายสินค้า และในการประกาศขึ้นราคาสินค้านี้อาจทำให้มีการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณที่มากกว่าเดิมจึงทำให้ราคาสินค้าที่สั่งซื้อไม่คงตัวเหมือนในตัวแบบ EOQ พื้นฐาน นอกจากนี้ Naddor (1966) ยังสมมุติให้มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษก่อนที่ระดับสินค้าจะมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย หรือก่อนที่จะมีการขึ้นราคาสินค้า โดยใช้วิธีแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (Differential Calculus Method) หาตัวแบบ EOQ ภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้มากที่สุด ต่อมา Tersine (1994) ใช้วิธีแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์หาตัวแบบ EOQ เช่นเดียวกับตัวแบบของ Naddor (1966) แต่ตัวแบบ EOQ ของ Tersine (1994) สามารถใช้ได้กับทุกระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อแบบพิเศษ นั่นคือขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ $q(q \geq 0)$ หน่วย ถึงแม้ว่าตัวแบบ EOQ ของ Naddor (1966) และTersine (1994) สามารถประยุกต์ใช้ได้กับระบบสินค้าคงคลังพื้นฐานที่มีการปรับขึ้นราคาสินค้า ซึ่งในบางครั้งการจัดส่งสินค้าของผู้จำหน่ายอาจไม่สามารถจัดส่งสินค้าทั้งหมดให้กับลูกค้าได้ทันทีภายในครั้งเดียว แต่อาจทยอยจัดส่งสินค้าอย่างจำกัดด้วยอัตราคงตัวจนครบตามปริมาณสินค้าที่ลูกค้าสั่งซื้อไว้ ซึ่งในกรณีดังกล่าวนี้ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย

พุ่มสุข (2556) ใช้วิธีเชิงพีชคณิตของ Grubbström (1996) หาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดและมีการขึ้นราคาสินค้าด้วยการปรับปรุงตัวแบบของ Naddor (1966) โดยเปลี่ยนข้อสมมุติของตัวแบบจากอัตราการเพิ่มสินค้าอนันต์เป็นอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด แต่ในงานวิจัยดังกล่าวได้สมมุติให้มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษก่อนที่ระดับสินค้าคงคลังจะมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย ซึ่งไม่ครอบคลุมทุกระดับระดับสินค้าคงคลัง ดังนั้นเพื่อให้ตัวแบบดังกล่าวครอบคลุมสินค้าคงคลังทุกระดับ ในการศึกษาครั้งนี้จึงต้องการหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง หรือสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ q หน่วย โดยแบ่ง q ออกเป็น 2 กรณี คือกรณีที่ 1: $q = 0$ และกรณีที่ 2: $0 < q \leq S^*$ เมื่อ S^* คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปรกติเหมาะที่สุดก่อนการปรับราคาสินค้าขึ้น

วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อหาตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย

ได้ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ข้อสมมุติของตัวแบบ (Model Assumptions)

ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้น มีข้อสมมุติดังนี้

1. ความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลามีค่าคงตัว และทราบค่าแน่นอน
2. ระยะเวลาระหว่างการสั่งซื้อสินค้าจนได้รับสินค้า หรือช่วงเวลานำ (Lead Time) มีค่าเท่ากับศูนย์
3. การได้รับสินค้าที่สั่งซื้อจะไม่ได้รับทีเดียวทั้งหมดทันทีที่ได้สั่งซื้อ แต่จะได้รับสินค้าในอัตราคงตัวต่อเนื่องจนครบตามปริมาณที่สั่งซื้อสินค้า
4. จะสั่งซื้อสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับจุดสั่งซื้อหรือเท่ากับจุดที่กำหนด
5. ปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อในแต่ละครั้งมีค่าไม่คงตัว
6. ราคาสินค้าต่อหน่วยไม่คงตัวตลอดเวลา
7. ระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินไปอย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด
8. กำหนดให้ไม่มีสินค้าขาดแคลน

สัญกรณ์ของตัวแบบ (Model Notation)

การกำหนดสัญกรณ์ของตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้น มีดังนี้

R แทน อัตราการเพิ่มสินค้า (Replenishment Rate) ต่อหน่วยเวลา

D แทน อัตราความต้องการสินค้า (Demand Rate) ต่อหน่วยเวลา

A แทน ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า (Ordering Cost) ต่อครั้ง

c แทน ราคาสินค้าที่สั่งซื้อ (Regular Item Cost) ต่อหน่วยสินค้า

i แทน ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า (Holding Cost) ที่แปรผันไปตามราคาสินค้า

k แทน ส่วนต่างของราคาสินค้าที่เพิ่มขึ้น

q แทน ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

q_u แทน ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ (ในช่วงที่มีการเพิ่มสินค้าในระบบ)

q_d แทน ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ (ในช่วงที่ไม่มีการเพิ่มสินค้าในระบบ)

Q^* แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุด (Optimal Ordering Quantity)

S^* แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปกติเหมาะที่สุด (Optimal Maximum Inventory Level) ก่อนการปรับราคาสินค้าขึ้น

S_0 แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

S_0^* แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

S_1^* แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดหลังการปรับราคาสินค้าขึ้น

Q_0 แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

Q_0^* แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด

Q_1^* แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบปรกติเหมาะที่สุดหลังการปรับราคาสินค้าขึ้น

T_0 แทน จุดเวลาสุดท้ายก่อนที่จะปรับราคาสินค้าขึ้น

T_1 แทน จุดเวลาสุดท้ายของช่วงเวลาที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบปรกติหลังการปรับราคาสินค้าขึ้น

T_2 แทน จุดเวลาสุดท้ายของช่วงเวลาที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

C_s แทน ค่าใช้จ่ายรวม (Total Cost) เมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

C_n แทน ค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

G^* แทน ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด (Maximum Safe Cost) เมื่อมีการปรับราคาสินค้าขึ้น

ค่าใช้จ่ายของสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด

ในการวางแผนหรือควบคุมสินค้าคงคลังของหน่วยงานโดยส่วนใหญ่มักจะคำนึงถึงค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการมีสินค้าคงคลังมากกว่าผลกำไรที่จะเกิดขึ้น ดังนั้นการวิเคราะห์ระบบสินค้าคงคลังจึงพิจารณาเฉพาะค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น ค่าใช้จ่ายของสินค้าคงคลังประกอบด้วย (คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร, 2541)

1. ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ (Ordering Cost)

เป็นค่าใช้จ่ายที่ใช้ในการดำเนินงานต่าง ๆ เกี่ยวกับการจัดหาสินค้ามาเพิ่มเติม ค่าใช้จ่ายในส่วนนี้จะเกิดขึ้นเมื่อมีการสั่งซื้อ ดังนั้นถ้าสั่งซื้อสินค้าบ่อยครั้งก็จะทำให้ค่าใช้จ่ายในส่วนนี้เพิ่มมากขึ้น เช่น ค่าใช้จ่ายในการตรวจรับ ค่าใช้จ่ายในการติดต่อ ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง และค่าใช้จ่ายในการประกันสินค้า เป็นต้น ซึ่งค่าใช้จ่ายในส่วนนี้มีหน่วยเป็นจำนวนเงินต่อครั้งของการสั่งซื้อ

2. ค่าใช้จ่ายที่เป็นมูลค่าของสินค้า (Item Cost หรือ Unit Cost)

เป็นค่าใช้จ่ายที่คิดจากมูลค่าของสินค้าที่จัดหามา ถ้าสั่งซื้อสินค้าในปริมาณมากก็จะทำให้ค่าใช้จ่ายในส่วนนี้เพิ่มขึ้น ซึ่งค่าใช้จ่ายในส่วนนี้มีหน่วยเป็นจำนวนเงินต่อหน่วยสินค้า

3. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า (Holding Cost)

เป็นค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับการนำสินค้าทั้งหมดมาเก็บรักษาไว้ ซึ่งค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นนี้จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับปริมาณสินค้าที่มีอยู่ ค่าใช้จ่ายในส่วนนี้ได้แก่ ค่าเช่าสถานที่เก็บสินค้า ค่าเบี้ยประกัน ค่าภาษี ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากความเสียหาย และค่าใช้จ่ายที่มีความสำคัญมากคือค่าสูญเสียโอกาส (Opportunity Cost) เป็นการสูญเสียผลประโยชน์จากการนำเงินมาสั่งซื้อสินค้าแล้วนำสินค้ามาเก็บไว้ เพราะถ้านำเงินส่วนนี้ไปลงทุนในด้านอื่นอาจได้ผลตอบแทนกลับมา ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้ามีหน่วยเป็นจำนวนเงินต่อหน่วยสินค้าต่อหน่วยเวลา

วิธีเชิงพีชคณิต (Algebraic Method)

วิธีที่ใช้หาตัวแบบ EOQ ในงานวิจัยนี้ คือ วิธีเชิงพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) หลักการของวิธี คือ การใช้พีชคณิตจัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง (Quadratic Form) ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ต่อจากนั้นจัดฟังก์ชันในรูปแบบกำลังสองดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองสมบูรณ์ (Completed Square Form) นั่นคือ จัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองของ x หรือ $-a_1x^2+a_2x$ ต่อไปจัดฟังก์ชัน $-a_1x^2+a_2x$ ให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองสมบูรณ์ $-a_1\left(x+\frac{a_2}{2a_1}\right)^2+\frac{a_2^2}{4a_1}$ เมื่อ a_1 และ a_2 เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ และ x เป็นตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable) ที่ต้องการหาผลลัพธ์ ซึ่งในตัวแบบนี้ x คือ Q_0

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Naddor (1966) เป็นบุคคลแรกที่นำเสนอตัวแบบ EOQ ที่ทราบว่าราคาสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยปรับปรุงตัวแบบพื้นฐาน EOQ เดิมให้สามารถใช้ได้กับกรณีที่มีการขึ้นราคาสินค้า

โดยใช้วิธีแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ และได้ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดคือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ G^* เมื่อ

$$G^* = \frac{D}{2ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - A$$

โดยที่ A แทนค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้า D แทนอัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา i แทนค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้า c แทนราคาที่สั่งซื้อหรือผลิตสินค้าต่อหน่วยเวลา และ k แทนผลต่างของราคาสินค้าที่สูงขึ้น

Tersine (1994) ได้ปรับตัวแบบ EOQ ของ Naddor (1966) โดยสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะครอบคลุมตัวแบบ EOQ ของ Naddor (1966) และใช้วิธีแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ หาได้ตัวแบบ EOQ ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ Q_S^* หน่วย เมื่อ

$$Q_S^* = \begin{cases} \dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*} + k\right) & ;q = 0 \\ \dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*} + k\right) - q & ;0 < q \le Q^* \end{cases}$$

โดยที่ $Q_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}$ และ $Q_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}$ และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} \left[\dfrac{Q^*}{2\sqrt{A}}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*} + k\right) - \sqrt{A}\right]^2 & ;q = 0 \\ A\left[\left(\sqrt{\dfrac{c}{c+k}}\,\dfrac{Q_S^*}{Q_1^*}\right)^2 - 1\right] & ;0 < q \le Q^* \end{cases}$$

เมื่อ q แทนระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ สำหรับ A, D, i, c และ k มีความหมายเช่นเดียวกับงานวิจัยของ Naddor (1966)

Grubbström (1996) ได้นำเสนอวิธีหาตัวแบบ EOQ พื้นฐานแบบใหม่ที่ไม่ใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ ซึ่งเรียกว่า วิธีเชิงพีชคณิต และค่าใช้จ่ายรวมต่ำสุดที่หาได้มีค่าเท่ากับ

$$C=\frac{1}{Q}\left(K+h\frac{Q^2}{2D}\right)=\sqrt{\frac{2Kh}{D}}+\frac{h}{2DQ}\left(Q-\sqrt{\frac{2KD}{h}}\right)^2$$

โดยที่ D แทนอัตราความต้องการต่อหน่วยเวลา h แทนค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าต่อหน่วยเวลา K แทนค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อครั้ง และ Q แทนปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และสิทธิกรณ์ คำรอด (2556) ปรับปรุงตัวแบบ EOQ ของ Naddor (1966) ที่มีสินค้าขาดแคลน และใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้น และได้ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ Q_K^* หน่วย เมื่อ

$$Q_K^*=S_0^*+Q^*-S^*$$

โดยที่ระดับของสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^*=\frac{D}{ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ G^* เมื่อ

$$G^*=\frac{D}{2ic}\left(k+\frac{2A}{Q_1^*}\right)^2-A+Z$$

โดยที่ $Z=k\left(Q^*-S^*\right)+\left(Q_1^*-S_1^*\right)\left[\frac{2A}{Q_1^*}-\frac{pc\left(Q_1^*-S_1^*\right)}{2D}\right]$

เมื่อ $Q^*=\sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$, $S^*=\sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$, $Q_1^*=\sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$

และ $S_1^*=\sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{p}{i+p}}$ เมื่อ A, D, i, c และ k มีความหมายเช่นเดียวกับงานวิจัยของ Naddor (1966) และ p แทนค่าใช้จ่ายที่มีการขาดแคลนสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข (2556) ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าต่อเนื่องและสินค้ามีราคาสูงขึ้น และได้ตัวแบบ EOQ ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \frac{RD}{ic(R-D)}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$$

โดยที่ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดก่อนสินค้ามีราคาสูงขึ้น คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ G^* เมื่อ

$$G^* = \frac{RD}{2ic(R-D)}\left(k + \frac{2A}{Q_1^*}\right)^2 - A$$

โดยที่ $Q_1^* = \sqrt{\frac{2ADR}{i(c+k)(R-D)}}$ เมื่อ A, D, i, c และ k มีความหมายเช่นเดียวกับงานวิจัยของ Naddor (1966) และ R แทนอัตราการเพิ่มของสินค้าต่อหน่วยเวลา

ธนรัตน์ สอาดศรี (2557) ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ที่ทราบว่าสินค้ามีราคาสูงขึ้น โดยสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ $q(q \geq 0)$ หน่วย ภายใต้ข้อสมมุติที่เหมือนกันกับ Tersine (1994) และได้ตัวแบบ EOQ เช่นเดียวกับงานวิจัยของ Tersine (1994)

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และสิทธิกรณ์ คำรอด (2558) ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ของการขาดแคลนสินค้าในกรณีที่สินค้ามีราคาสูงขึ้น ทำให้ได้ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_s^* หน่วย เมื่อ

$$Q_s^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) - q$$

โดยที่ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} A\left\{\left(\frac{Q_k^*}{Q^*}\right)^2 + \frac{2}{Q_1^*}\left(S^* - Q^* - S_1^*\right) + 1\right\} + Z_1 & ;0 \le q \le S^* \\ A\left\{\left(\frac{Q_k^*}{Q^*}\right)^2 - \left(\frac{q}{Q^*}\right)^2 + \frac{2}{Q_1^*}\left(S^* - Q^* - S_1^*\right) + 1\right\} + Z_2 & ;S^* - Q^* < q < 0 \\ A\left\{\left(\frac{Q_k^* + q}{Q^*} - 1\right)^2 + 2\left(\frac{S_1^*}{Q_1^*} - 1\right)\right\} + Z_3 & ;q = S^* - Q^* \end{cases}$$

โดยที่ $Z_1 = \frac{pc}{2D}\left[\left(Q^* - S^*\right)^2 - \left(S_1^* - Q_1^*\right)^2\right]$, $Z_2 = \frac{pc}{2D}\left[\left(Q^* - S^* + q\right)^2 - \left(S_1^* - Q_1^*\right)^2\right]$

$Z_3 = -kq - \frac{pc}{2D}\left(S_1^* - Q_1^*\right)^2$, $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{ic}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$, $S^* = \frac{pQ^*}{i+p}$, $Q_1^* = \sqrt{\frac{2AD}{i(c+k)}}\sqrt{\frac{i+p}{p}}$

และ $S_1^* = \frac{pQ_1^*}{i+p}$ เมื่อ A, D, i, c, p และ k มีความหมายเช่นเดียวกับงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และ วิรณชัย พุ่มสุข (2556) และ q แทนระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้า มีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

3.1 ศึกษารายละเอียดของระบบสินค้าคงคลังจาก Tersine (1994) คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข (2556)

3.2 หาผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง โดยใช้วิธีเชิงพีชคณิตเช่นกับงานวิจัยของ Grubbström (1996) และจัดรูปแบบของค่าใช้จ่ายในระบบสินค้าคงคลังให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองและรูปแบบกำลังสองสมบูรณ์ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเพื่อทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายได้มากที่สุด

3.3 แสดงตัวอย่างเชิงตัวเลขของปัญหาระบบสินค้าคงคลังที่สอดคล้องกันกับตัวแบบ EOQ ในขั้นตอนที่ 3.2

บทที่ 4
ผลการวิจัย

ผลลัพธ์หลักที่ต้องการหา คือ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษทุกระดับ สามารถหาได้โดยใช้วิธีเชิงพีชคณิต ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 4.1 ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \begin{cases} \dfrac{R}{(R-D)}\left(\dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*}+k\right)\right) & ;q=0 \\ \dfrac{R}{(R-D)}\left(\dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*}+k\right)-S^*\right) & ;0<q_u\le S^* \\ \dfrac{R}{(R-D)}\left(\dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*}+k\right)-q_d\right) & ;0<q_d\le S^* \end{cases} \tag{4.1}$$

ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \left\{\frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\right. \tag{4.2}$$

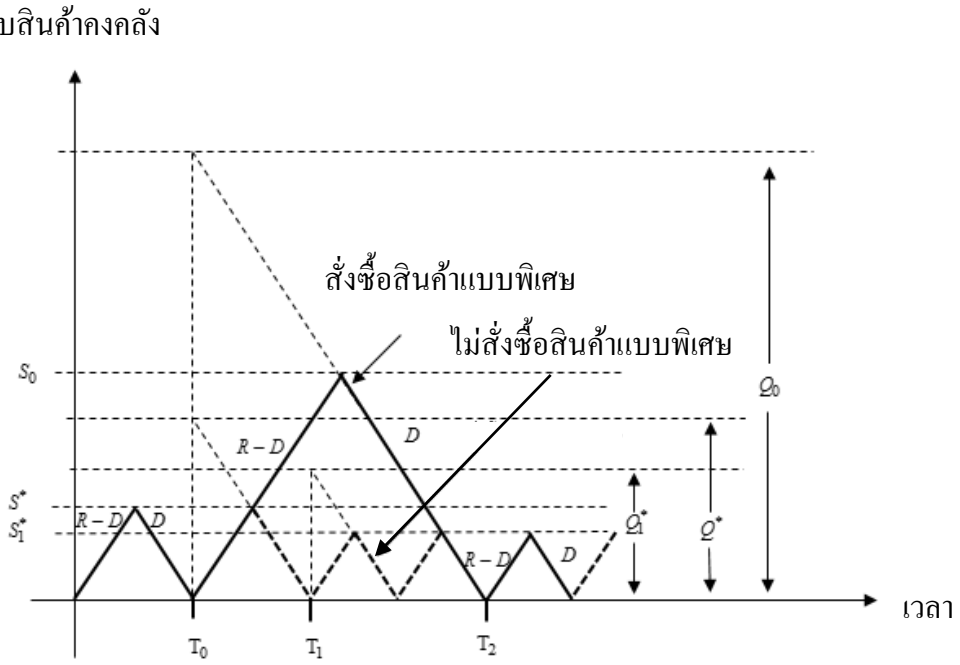
ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการปรับราคาสินค้าขึ้น คือ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} \left[\dfrac{Q^*}{2\sqrt{A}}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*}+k\right)-\sqrt{A}\right]^2 & ;q=0 \\ A\left[\left(\dfrac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2-1\right] & ;0<q_u\le S^* \\ A\left[\left(\dfrac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2-1\right] & ;0<q_d\le S^* \end{cases} \tag{4.3}$$

โดยที่ $Q^* = \sqrt{\frac{2ARD}{ic(R-D)}}$ และ $Q_1^* = \sqrt{\frac{2ARD}{i(c+k)(R-D)}}$

พิสูจน์ พิจารณาระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษที่ครอบคลุมทุกระดับ ซึ่งมีค่าเท่ากับ q หน่วย โดยแบ่ง q ออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1: $q=0$ และ กรณีที่ 2: $0<q\le S^*$ เมื่อ S^* คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปรกติเหมาะที่สุดก่อนการปรับราคาสินค้าขึ้น ซึ่งในการพิสูจน์มีรายละเอียดดังนี้

กรณีที่ 1 $q=0$



ภาพที่ 1 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นในกรณี $q=0$

พิจารณาระบบสินค้าคงคลังในภาพที่ 1 เมื่อราคาสินค้ามีการปรับราคาจาก c บาทต่อหน่วยสินค้า เป็น $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้า ซึ่งจะปรับราคาสินค้าหลังจุด T_0 ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลา T_0 จะทำให้ราคาที่สั่งซื้อสินค้าต่อหน่วยมีค่าสูงขึ้นและทำให้ปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อเหมาะที่สุดมีค่าลดลง ซึ่งจะเห็นได้ว่า ณ จุดเวลา T_0 สามารถจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดในราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าได้ในปริมาณ Q^* หน่วย เมื่อ

$$Q^* = \sqrt{\frac{2ARD}{ic(R-D)}} \qquad (4.4)$$

โดยมีระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดเท่ากับ S^* หน่วย เมื่อ

$$S^* = \frac{Q^*(R-D)}{R} \tag{4.5}$$

และ ณ จุดเวลา T_1 สามารถจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดในราคา $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้าได้ในปริมาณ Q_1^* หน่วย เมื่อ

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2ARD}{i(c+k)(R-D)}} \tag{4.6}$$

โดยมีระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดเท่ากับ S_1^* หน่วย เมื่อ

$$S_1^* = \frac{Q_1^*(R-D)}{R} \tag{4.7}$$

จะเห็นได้ว่าค่าของ Q^* มากกว่าค่าของ Q_1^* แสดงว่าเมื่อสินค้ามีราคาสูงขึ้นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุดจะมีค่าลดลง ถ้ามีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลา T_0 หรือจุดที่ระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย สามารถสั่งซื้อสินค้าในราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ Q_0 หน่วย ดังภาพที่ 1 ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ Q_0 หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$A + cQ_0$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} ic\int_0^{\frac{S_0}{R-D}} (R-D)x\,dx + ic\int_0^{\frac{S_0}{D}} (S_0 - Dx)\,dx \quad &= ic\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_0^{\frac{S_0}{R-D}} + ic\left[S_0x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_0}{D}} \\ &= ic\left[\frac{{S_0}^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S_0^2}{D} - \frac{S_0^2}{2D}\right] \\ &= ic\left[\frac{{S_0}^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S_0^2}{2D}\right] \\ &= ic\left[\frac{R{S_0}^2}{2D(R-D)}\right] \end{aligned} \tag{4.8}$$

จากภาพที่ 1 จะเห็นว่า $\frac{Q_0}{D} = \frac{S_0}{R-D} + \frac{S_0}{D}$ ดังนั้น จะได้

$$S_0 = \frac{Q_0(R-D)}{R} \tag{4.9}$$

แทน S_0 ลงในสมการ (4.8) จะได้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$ic\left[\frac{Q_0^2(R-D)}{2RD}\right]$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_s = A + cQ_0 + \frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD} \tag{4.10}$$

ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลา T_0 แต่สั่งซื้อสินค้าแบบปรกติ (พิจารณาเส้นประในภาพที่ 1) โดยสามารถแบ่งค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 ออกได้เป็นสองช่วง คือ ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 และค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบไปด้วย ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าปริมาณ Q^* หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$A + cQ^*$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} ic\int_0^{\frac{S^*}{R-D}} (R-D)x\,dx + ic\int_0^{\frac{S^*}{D}} (S^* - Dx)dx &= ic\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_0^{\frac{S^*}{R-D}} + ic\left[S^*x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S^*}{D}} \\ &= ic\left[\frac{S^{*2}}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S^{*2}}{D} - \frac{S^{*2}}{2D}\right] \\ &= ic\left[\frac{S^{*2}}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S^{*2}}{2D}\right] \\ &= ic\left[\frac{RS^{*2}}{2D(R-D)}\right] \end{aligned} \tag{4.11}$$

แทน S^* จากสมการ (4.5) ลงในสมการ (4.11) จะได้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$\frac{icQ^{*2}(R-D)}{2RD}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$$A+cQ^*+\frac{icQ^{*2}(R-D)}{2RD}$$

และค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ราคาของสินค้าในช่วงนี้จะมีราคา $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้า และจำนวนครั้งในการสั่งซื้อสินค้ามีค่าเท่ากับ $\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}$ ครั้ง ดังนั้นค่าใช้จ่ายในช่วงนี้จะประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าในราคาเป็น $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ Q_0-Q^* หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)A+(c+k)\left(Q_0-Q^*\right)$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left\{\int_0^{\frac{S_1^*}{R-D}}(R-D)x\,dx+\int_0^{\frac{S_1^*}{D}}(S_1^*-Dx)\,dx\right\}$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left\{\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_0^{\frac{S_1^*}{R-D}}+\left[S_1^*x-\frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_1^*}{D}}\right\}$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left\{\left[\frac{S_1^{*2}}{2(R-D)}\right]+\left[\frac{S_1^{*2}}{D}-\frac{S_1^{*2}}{2D}\right]\right\}$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left[\frac{S_1^{*2}}{2(R-D)}+\frac{S_1^{*2}}{2D}\right]$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left[\frac{RS_1^{*2}}{2D(R-D)}\right] \qquad (4.12)$$

แทน S_1^* จากสมการ (4.7) ลงในสมการ (4.12) จะได้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]$$

จะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)A+(c+k)\left(Q_0-Q^*\right)+i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]$$

ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}C_n &= A+cQ^*+\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)A+(c+k)\left(Q_0-Q^*\right)+\frac{icQ^{*2}(R-D)}{2RD}\\ &\quad +i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]\end{aligned}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้มีค่าเท่ากับ C_n-C_s ซึ่งจะนำไปใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด Q_0^* ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหา Q_0^* ดังนี้

$$\begin{aligned}G &= C_n-C_s\\ &= A+cQ^*+\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)A+(c+k)\left(Q_0-Q^*\right)+\frac{icQ^{*2}(R-D)}{2RD}\\ &\quad +i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]-A-cQ_0-\frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD}\\ &= cQ^*+\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)A+cQ_0-cQ^*+k\left(Q_0-Q^*\right)+\frac{icQ^{*2}(R-D)}{2RD}\\ &\quad +i(c+k)\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]-cQ_0-\frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD}\\ &= \frac{icQ^{*2}(R-D)}{2RD}-\frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD}+\left(\frac{Q_0-Q^*}{Q_1^*}\right)\left\{A+i(c+k)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]\right\}\\ &\quad +k\left(Q_0-Q^*\right)\end{aligned}$$

$$= \frac{ic\left(\frac{2ARD}{ic(R-D)}\right)(R-D)}{2RD} + \left(\frac{Q_0 - Q^*}{Q_1^*}\right)\left\{A + i(c+k)\left[\frac{\left(\frac{2ARD}{i(c+k)(R-D)}\right)(R-D)}{2RD}\right]\right\}$$

$$-\frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD} + k\left(Q_0 - Q^*\right) \qquad \text{(โดย (4.4) และ (4.6))}$$

$$= -\frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD} + \left(\frac{Q_0 - Q^*}{Q_1^*}\right)2A + k\left(Q_0 - Q^*\right) + A$$

$$= -\frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD} + 2A\frac{Q_0}{Q_1^*} - 2A\frac{Q^*}{Q_1^*} + kQ_0 - kQ^* + A$$

$$= -\frac{icQ_0^2(R-D)}{2RD} + Q_0\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) - 2A\frac{Q^*}{Q_1^*} - kQ^* + A$$

$$= -\frac{ic(R-D)}{2RD}\left[Q_0^2 - \frac{2RDQ_0}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)\right] - 2A\frac{Q^*}{Q_1^*} - kQ^* + A$$

$$= -\frac{ic(R-D)}{2RD}\left[Q_0^2 - \frac{2RDQ_0}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) + \left(\frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)\right)^2\right]$$

$$+\frac{ic(R-D)}{2RD}\left(\frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)\right)^2 - Q^*\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) + A$$

$$= -\frac{ic(R-D)}{2RD}\left[Q_0 - \left(\frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)\right)\right]^2 + \frac{RD}{2ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)^2$$

$$-Q^*\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) + A \qquad (4.13)$$

ซึ่ง G ในสมการ (4.13) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $Q_0 = \frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)$ ดังนั้นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)$$

เมื่อแทน Q_0 ลงในสมการ (4.9) จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ G^* เมื่อ

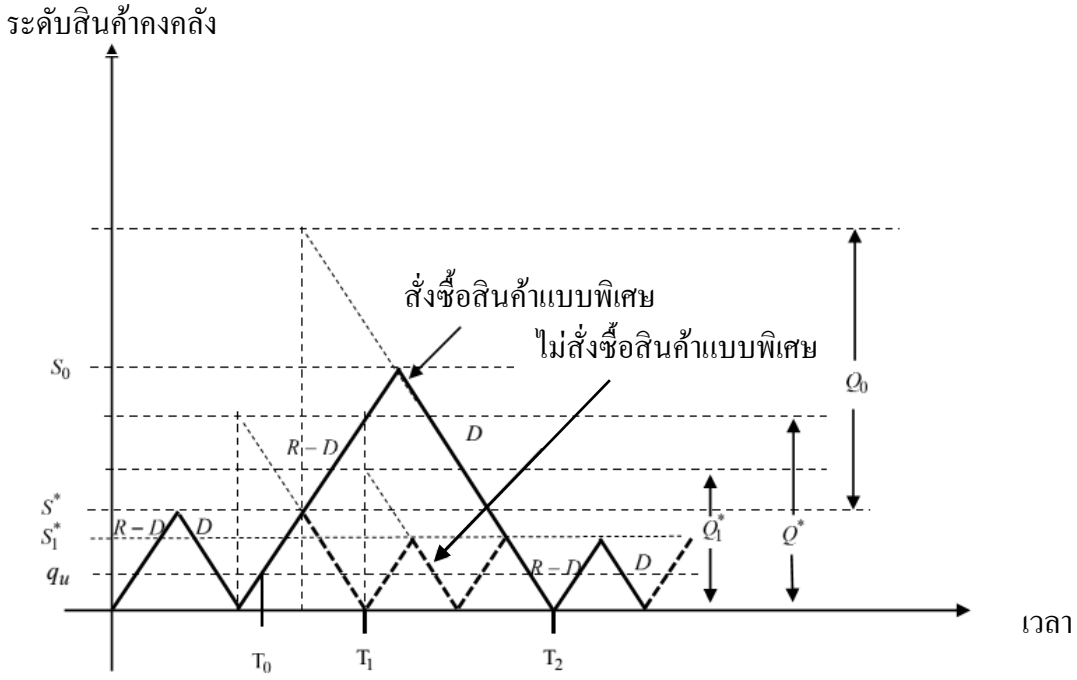
$$\begin{aligned} G^* &= \frac{RD}{2ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)^2 - Q^*\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) + A \\ &= \frac{2ARD}{4Aic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)^2 - Q^*\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) + A \\ &= \frac{Q^{*2}}{4A}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)^2 - Q^*\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) + A \\ &= \left[\frac{Q^*}{2\sqrt{A}}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right) - \sqrt{A}\right]^2 \end{aligned}$$

กรณีที่ 2 $0 < q \le S^*$

เนื่องจากระดับสินค้าคงคลังในช่วงนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ช่วงเวลา คือ ช่วงเวลาที่มีการเพิ่มสินค้าและช่วงเวลาที่ไม่มีการเพิ่มสินค้า (เข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง) ดังนั้นในกรณีนี้จึงได้แบ่งค่า q ออกเป็นสองกรณีย่อย คือ $0 < q_u \le S^*$ (ช่วงเวลาที่มีการเพิ่มสินค้าหรือระดับสินค้าคงคลังเพิ่มขึ้น) และ $0 < q_d \le S^*$ (ช่วงเวลาที่ไม่มีการเพิ่มสินค้าหรือระดับสินค้าคงคลังลดลง) ดังนี้

กรณีที่ 2.1 $0 < q_u \le S^*$

พิจารณาระบบสินค้าคงคลังในภาพที่ 2 ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษจะมีค่าเท่ากับ $0 < q_u \le S^*$ ถ้ามีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลา T_0 หรือจุดเวลาที่ระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ q_u หน่วย จะสามารถจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดในราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ Q_0 หน่วย ซึ่งจะได้รับสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังมีค่าเพิ่มขึ้นถึงระดับสูงสุดเท่ากับ S^* หน่วย ดังภาพที่ 2 ค่าใช้จ่ายช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้



ภาพที่ 2 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นในกรณี $0 < q_u \le S^*$

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้า ณ จุดเวลา T_0 ในปริมาณ Q_0 หน่วยมีค่าเท่ากับ

$$A + cQ_0$$

ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ $Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}$ หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}}{Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}\right) = \left(1 - \frac{Rq_u}{(R-D)Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}\right)$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$ic\int_{\frac{q_u}{R-D}}^{\frac{S_0}{R-D}} (R-D)x\,dx + ic\int_0^{\frac{S_0}{D}} (S_0 - Dx)dx = ic\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_{\frac{q_u}{R-D}}^{\frac{S_0}{R-D}} + ic\left[S_0 x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_0}{D}}$$

$$= ic\left[\frac{S_0{}^2 - q_u^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S_0^2}{D} - \frac{S_0^2}{2D}\right]$$
$$= ic\left[\frac{S_0{}^2 - q_u^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S_0^2}{2D}\right]$$
$$= ic\left[\frac{RS_0{}^2 - Dq_u^2}{2D(R-D)}\right] \qquad (4.14)$$

จากภาพที่ 2 จะเห็นว่า $\frac{Q_0}{D} = \frac{S_0 - S^*}{R-D} + \frac{S_0 - S^*}{D}$ ดังนั้น จะได้

$$S_0 = \frac{Q_0(R-D)}{R} + S^* \qquad (4.15)$$

แทน S_0 ลงในสมการ (4.14) จะได้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$ic\left[\frac{R\left(\frac{Q_0(R-D)}{R} + S^*\right)^2 - Dq_u^2}{2D(R-D)}\right] = ic\left[\frac{\left(Q_0(R-D) + RS^*\right)^2 - DRq_u^2}{2RD(R-D)}\right]$$

ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_s = A + cQ_0 + \left(1 - \frac{Rq_u}{(R-D)Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{(R-D)}\right)$$
$$+ ic\left[\frac{\left(Q_0(R-D) + RS^*\right)^2 - DRq_u^2}{2RD(R-D)}\right] \qquad (4.16)$$

ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ แต่สั่งซื้อสินค้าแบบปรกติในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 (พิจารณาเส้นประในภาพที่ 2) ปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อในช่วงนี้มีค่าเท่ากับ Q_0 หน่วย การพิจารณาค่าใช้จ่ายสามารถแบ่งได้เป็น 2 ช่วง คือ ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 และค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ $Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}$ หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}}{Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}\right) = \left(1 - \frac{Rq_u}{(R-D)Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{R-D}\right)$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$ic\int_{\frac{q_u}{R-D}}^{\frac{S^*}{R-D}}(R-D)x\,dx + ic\int_{0}^{\frac{S^*}{D}}\left(S^* - Dx\right)dx = ic\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_{\frac{q_u}{R-D}}^{\frac{S^*}{R-D}} + ic\left[S^*x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S^*}{D}}$$

$$= ic\left[\frac{S^{*2} - q_u^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S^{*2}}{D} - \frac{S^{*2}}{2D}\right]$$

$$= ic\left[\frac{S^{*2} - q_u^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S^{*2}}{2D}\right]$$

$$= ic\left[\frac{RS^{*2} - Dq_u^2}{2D(R-D)}\right] \qquad (4.17)$$

แทน S^* จากสมการ (4.5) ลงในสมการ (4.17) จะได้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$ic\left[\frac{R\left(\frac{Q^*(R-D)}{R}\right)^2 - Dq_u^2}{2D(R-D)}\right] = ic\left[\frac{Q^{*2}(R-D)^2 - DRq_u^2}{2RD(R-D)}\right]$$

ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$$\left(1 - \frac{Rq_u}{(R-D)Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{(R-D)}\right) + ic\left[\frac{Q^{*2}(R-D)^2 - DRq_u^2}{2RD(R-D)}\right]$$

ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ราคาของสินค้าในช่วงนี้จะปรับจากราคาจาก c บาทต่อหน่วยสินค้า เป็น $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้า โดยจำนวนครั้งในการสั่งซื้อสินค้าในช่วงนี้มีค่าเท่ากับ $\frac{Q_0}{Q_1^*}$ ครั้ง ดังนั้นค่าใช้จ่ายในช่วงนี้จะประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าในราคา $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ Q_0 หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A+(c+k)Q_0$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left\{\int_0^{\frac{S_1^*}{R-D}}(R-D)x\,dx+\int_0^{\frac{S_1^*}{D}}\left(S_1^*-Dx\right)dx\right\}$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left\{\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_0^{\frac{S_1^*}{R-D}}+\left[S_1^*x-\frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_1^*}{D}}\right\}$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left\{\left[\frac{S_1^{*2}}{2(R-D)}\right]+\left[\frac{S_1^{*2}}{D}-\frac{S_1^{*2}}{2D}\right]\right\}$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left\{\left[\frac{S_1^{*2}}{2(R-D)}\right]+\left[\frac{S_1^{*2}}{2D}\right]\right\}$$

$$=i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{RS_1^{*2}}{2D(R-D)}\right] \qquad (4.18)$$

แทน S_1^* จากสมการ (4.7) ลงในสมการ (4.18) ดังนั้นค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{R\left(\frac{Q_1^*(R-D)}{R}\right)^2}{2D(R-D)}\right]=i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]$$

จะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A+(c+k)Q_0+i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]$$

ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_n = \left(1-\frac{Rq_u}{(R-D)Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{(R-D)}\right) + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + (c+k)Q_0$$
$$+ ic\left[\frac{Q^{*2}(R-D)^2 - DRq_u^2}{2RD(R-D)}\right] + i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right] \qquad (4.19)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้มีค่าเท่ากับ $C_n - C_s$ ซึ่งจะนำไปใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด Q_0^* ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิตในการหา Q_0^* ดังนี้

$$\begin{aligned}
G &= C_n - C_s \\
&= \left(1-\frac{Rq_u}{(R-D)Q^*}\right)A + c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{(R-D)}\right) + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + (c+k)Q_0 \\
&\quad + ic\left[\frac{Q^{*2}(R-D)^2 - DRq_u^2}{2RD(R-D)}\right] + i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right] \\
&\quad - \left(1-\frac{Rq_u}{(R-D)Q^*}\right)A - c\left(Q^* - \frac{Rq_u}{(R-D)}\right) - A - cQ_0 - ic\left[\frac{\left(Q_0(R-D)+RS^*\right)^2 - DRq_u^2}{2RD(R-D)}\right] \\
&= \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + kQ_0 + ic\left[\frac{Q^{*2}(R-D)}{2RD}\right] - ic\frac{q_u^2}{2(R-D)} + i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right] \\
&\quad - A - ic\left[\frac{\left(Q_0(R-D)+RS^*\right)^2}{2RD(R-D)}\right] + ic\frac{q_u^2}{2(R-D)} \\
&= \frac{icQ^{*2}(R-D)}{2RD} + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + kQ_0 + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{i(c+k)Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right] - A \\
&\quad - \frac{ic\left(Q_0(R-D)+RS^*\right)^2}{2DR(R-D)} \\
&= \frac{AQ^{*2}ic(R-D)}{2ARD} + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + kQ_0 + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{AQ_1^{*2}i(c+k)(R-D)}{2ARD}\right] - A \\
&\quad - \frac{ic\left(Q_0(R-D)+RS^*\right)^2}{2DR(R-D)} \\
&= \frac{AQ^{*2}}{Q^{*2}} + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + kQ_0 + \left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left(\frac{AQ_1^{*2}}{Q_1^{*2}}\right) - A - \frac{ic\left(Q_0(R-D)+RS^*\right)^2}{2DR(R-D)}
\end{aligned}$$

(โดย (4.4) และ (4.6))

$$= 2\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + kQ_0 - \frac{ic\left(Q_0(R-D)+RS^*\right)^2}{2DR(R-D)}$$

$$= -\frac{ic\left(Q_0(R-D)+RS^*\right)^2}{2DR(R-D)} + \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)Q_0$$

$$= -\frac{ic\left(Q_0^2(R-D)^2 + 2R(R-D)Q_0S^* + R^2S^{*2}\right)}{2DR(R-D)} + \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)Q_0$$

$$= -\frac{icQ_0^2(R-D)}{2DR} - \frac{icQ_0S^*}{D} - \frac{icRS^{*2}}{2D(R-D)} + \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)Q_0$$

$$= -\frac{icQ_0^2(R-D)}{2DR} - \frac{icR\left(\frac{Q^*(R-D)}{R}\right)^2}{2D(R-D)} + \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)Q_0$$

$$= -\frac{icQ_0^2(R-D)}{2DR} + \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)Q_0 - \frac{AQ^{*2}ic(R-D)}{2ADR}$$

$$= -\frac{icQ_0^2(R-D)}{2DR} + \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)Q_0 - \frac{AQ^{*2}}{Q^{*2}} \qquad \text{(โดย (4.4))}$$

$$= -\frac{ic(R-D)Q_0^2}{2DR} + \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)Q_0 - A$$

$$= -\frac{ic(R-D)}{2DR}\left[Q_0^2 - \frac{2DR}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)Q_0 + \left(\frac{DR}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)\right)^2\right]$$

$$+ \frac{DR}{2ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)^2 - A$$

$$= -\frac{ic(R-D)}{2RD}\left[Q_0 - \frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)\right]^2$$

$$+ \frac{DR}{2ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)^2 - A \qquad (4.20)$$

ซึ่ง G ในสมการ (4.20) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $Q_0 = \frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k-\frac{icS^*}{D}\right)$ ดังนั้นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \frac{R}{(R-D)}\left[\frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)-S^*\right]$$

เมื่อแทน Q_0 ลงในสมการ (4.15) จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

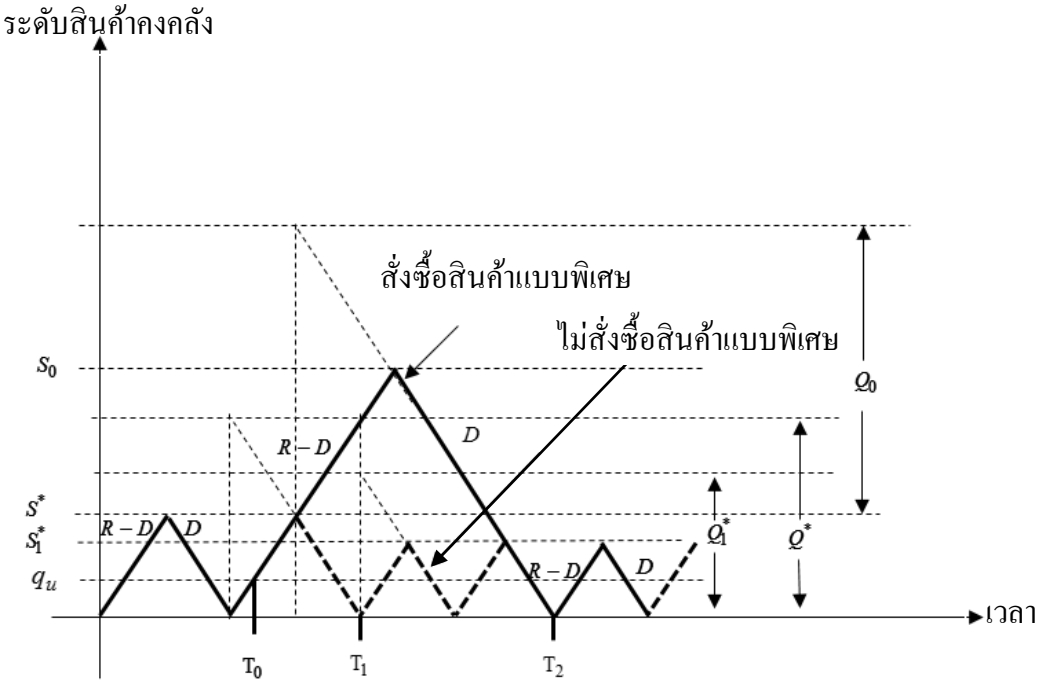
$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ G^* เมื่อ

$$\begin{aligned}
G^* &= \frac{ic(R-D)}{2RD}\left(\frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\frac{-icS^*}{D}\right)\right)^2 - A \\
&= \frac{ic(R-D)}{2RD}\left(Q_0\right)^2 - A \\
&= \frac{A}{\left(Q^*\right)^2}\left(Q_0\right)^2 - A \\
&= A\left[\left(\frac{Q_0}{Q^*}\right)^2 - 1\right]
\end{aligned}$$

กรณีที่ 2.2 $0 < q_d \le S^*$

พิจารณาระบบสินค้าคงคลังในภาพที่ 3 เป็นระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ $0 < q_d \le S^*$ หน่วย ราคาสินค้าจะปรับเป็น $c+k$ บาทต่อหน่วยสินค้าหลังจุดเวลา T_0 เช่นเดียวกันระบบสินค้าคงคลังในภาพที่ 1 และ 2 ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลา T_0 หรือจุดที่ระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ q_d หน่วย ราคาสินค้าต่อหน่วยจะมีราคาสูงขึ้นและปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อเหมาะที่สุดจะมีค่าลดลง แต่ถ้ามีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 จะสามารถจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดในราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าได้ดังนี้



ภาพที่ 3 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นในกรณี $0 < q_d \le S^*$

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ Q_0 หน่วย ขณะที่ระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ q_d หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\frac{Aq_d}{Q^*} + cq_d + A + cQ_0$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$ic\int_{\frac{q_d}{R-D}}^{\frac{S_0}{R-D}} (R-D)x\,dx + ic\int_{0}^{\frac{S_0}{D}} (S_0 - Dx)\,dx = ic\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_{\frac{q_d}{R-D}}^{\frac{S_0}{R-D}} + ic\left[S_0 x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_0}{D}}$$

$$= ic\left[\frac{{S_0}^2 - q_d^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S_0^2}{D} - \frac{S_0^2}{2D}\right]$$

$$= ic\left[\frac{{S_0}^2 - q_d^2}{2(R-D)}\right] + ic\left[\frac{S_0^2}{2D}\right]$$

$$= ic\left[\frac{R{S_0}^2 - Dq_d^2}{2D(R-D)}\right] \qquad (4.21)$$

จากภาพที่ 3 จะเห็นว่า $\frac{Q_0}{D} = \frac{S_0 - q_d}{R - D} + \frac{S_0 - q_d}{D}$ ดังนั้น จะได้

$$S_0 = \frac{Q_0(R-D)}{R} + q_d \tag{4.22}$$

แทน S_0 ลงในสมการ (4.21) จะได้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$ic\left[\frac{R\left(\frac{Q_0(R-D)}{R} + q_d\right)^2 - Dq_d^2}{2D(R-D)}\right] = ic\left[\frac{\left(Q_0(R-D) + Rq_d\right)^2 - DRq_d^2}{2DR(R-D)}\right]$$

ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_s = \frac{Aq_d}{D} + cq_d + A + cQ_0 + ic\left[\frac{\left(Q_0(R-D) + Rq_d\right)^2 - DRq_d^2}{2DR(R-D)}\right] \tag{4.23}$$

ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ แต่สั่งซื้อสินค้าแบบปกติในจุดเวลา T_0 ถึง T_2 (พิจารณาเส้นประในภาพที่ 3) โดยมีปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อในช่วงนี้เท่ากับ Q_0 หน่วย สามารถแบ่งค่าใช้จ่ายได้เป็น 2 ช่วง คือ ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 และค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ q_d หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\frac{Aq_d}{D} + cq_d$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} ic\int_0^{\frac{q_d}{D}} (q_d - Dx)dx &= ic\left[q_d x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{q_d}{D}} \\ &= ic\left[\frac{q_d^2}{D} - \frac{q_d^2}{2D}\right] \\ &= \frac{icq_d^2}{2D} \end{aligned} \tag{4.24}$$

ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$$\frac{Aq_d}{D} + cq_d + \frac{icq_d^2}{2D}$$

ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ Q_0 หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A + (c+k)Q_0$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้า มีค่าเท่ากับ

$$i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left\{\int_0^{\frac{S_1^*}{R-D}}(R-D)x\,dx + \int_0^{\frac{S_1^*}{D}}(S_1^* - Dx)\,dx\right\}$$

$$= i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left\{\left[\frac{(R-D)x^2}{2}\right]_0^{\frac{S_1^*}{R-D}} + \left[S_1^* x - \frac{Dx^2}{2}\right]_0^{\frac{S_1^*}{D}}\right\}$$

$$= i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left\{\left[\frac{S_1^{*2}}{2(R-D)}\right] + \left[\frac{S_1^{*2}}{D} - \frac{S_1^{*2}}{2D}\right]\right\}$$

$$= i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{S_1^{*2}}{2(R-D)} + \frac{S_1^{*2}}{2D}\right]$$

$$= i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{RS_1^{*2}}{2D(R-D)}\right] \qquad (4.25)$$

แทน S_1^* จากสมการ (4.7) ลงในสมการ (4.25) ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรไปตามราคาสินค้ามีค่าเท่ากับ

$$i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]$$

จะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A+(c+k)Q_0+i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]$$

ดังนั้นจะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_n=\frac{Aq_d}{Q^*}+cq_d+\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A+(c+k)Q_0+\frac{icq_d^2}{2D}+i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right] \tag{4.26}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้มีค่าเท่ากับ C_n-C_s ซึ่งจะนำไปใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด Q_0^* ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิตในการหา Q_0^* ดังนี้

$$\begin{aligned}
G &= C_n-C_s \\
&=\frac{Aq_d}{Q^*}+cq_d+\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)A+(c+k)Q_0+\frac{icq_d^2}{2D}+i(c+k)\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right] \\
&\quad -\frac{Aq_d}{D}-cq_d-A-cQ_0-ic\left[\frac{(Q_0(R-D)+Rq_d)^2-DRq_d^2}{2DR(R-D)}\right] \\
&=\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[A+i(c+k)\left[\frac{Q_1^{*2}(R-D)}{2RD}\right]\right]+ic\left[\frac{q_d^2}{2D}+\frac{q_d^2}{2(R-D)}\right]+kQ_0 \\
&\quad -A-\frac{ic(Q_0(R-D)+Rq_d)^2}{2DR(R-D)} \\
&=\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)\left[A+\frac{i(c+k)\left(\frac{2ARD}{i(c+k)(R-D)}\right)(R-D)}{2RD}\right]+\frac{icRq_d^2}{2D(R-D)}+kQ_0 \\
&\quad -A-\frac{ic(Q_0(R-D)+Rq_d)^2}{2DR(R-D)} \qquad \text{(โดย (4.6))} \\
&=\left(\frac{Q_0}{Q_1^*}\right)2A+\frac{icRq_d^2}{2D(R-D)}-\frac{ic(Q_0(R-D)+Rq_d)^2}{2DR(R-D)}+k\left(Q_0+\frac{Rq_d}{R-D}\right)-\frac{kRq_d}{R-D}-A \\
&=\left(\frac{Q_0(R-D)+Rq_d}{R-D}\right)\left(\frac{2A}{Q_1^*}\right)-\frac{ic(Q_0(R-D)+Rq_d)^2}{2DR(R-D)}+k\left(Q_0+\frac{Rq_d}{R-D}\right) \\
&\quad -\frac{kRq_d}{R-D}-\frac{2ARq_d}{(R-D)Q_1^*}+\frac{icRq_d^2}{2D(R-D)}-A
\end{aligned}$$

$$= \left(\frac{Q_0(R-D)+Rq_d}{R-D}\right)\left(\frac{2A}{Q_1^*}\right) - \frac{ic\left(Q_0(R-D)+Rq_d\right)^2}{2DR(R-D)} + k\left(Q_0 + \frac{Rq_d}{R-D}\right) - \frac{kRq_d}{R-D}$$
$$- \frac{2ARq_d}{(R-D)Q_1^*} + \frac{icRq_d^2}{2D(R-D)} - A$$
$$= \left(\frac{Q_0(R-D)+Rq_d}{R-D}\right)\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right) - \frac{ic\left(Q_0(R-D)+Rq_d\right)^2}{2DR(R-D)} - \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\frac{Rq_d}{R-D}$$
$$+ \frac{icRq_d^2}{2D(R-D)} - A$$
$$= -\frac{ic}{2DR(R-D)}\left[\left(Q_0(R-D)+Rq_d\right)^2 - \frac{2DR}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\left(Q_0(R-D)+Rq_d\right)\right.$$
$$\left. + \left(\frac{DR}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\right)^2\right] + \frac{DR}{2ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)^2 - \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\frac{Rq_d}{R-D} + \frac{icRq_d^2}{2D(R-D)} - A$$
$$= -\frac{ic}{2DR(R-D)}\left[\left(Q_0(R-D)+Rq_d\right) - \frac{DR}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\right]^2 + \frac{DR}{2ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)^2$$
$$- \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\frac{Rq_d}{R-D} + \frac{icRq_d^2}{2D(R-D)} - A \qquad (4.27)$$

ซึ่ง G ในสมการ (4.27) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $\left(Q_0(R-D)+Rq_d\right) = \frac{DR}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)$ ดังนั้นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \frac{R}{(R-D)}\left[\frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right) - q_d\right]$$

เมื่อแทน Q_0 ลงในสมการ (4.22) จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการปรับราคาสินค้าขึ้น คือ G^* เมื่อ

$$G^* = \frac{DR}{2ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)^2 - \left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)\frac{Rq_d}{R-D} + \frac{icRq_d^2}{2D(R-D)} - A$$

$$= \frac{R}{2(R-D)}\left[\frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)^2 - 2q_d\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)+\frac{icq_d^2}{D}\right] - A$$

$$= \frac{R}{2(R-D)}\left[\sqrt{\frac{D}{ic}}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)-\sqrt{\frac{ic}{D}}q_d\right]^2 - A$$

$$= \frac{icR}{2D(R-D)}\left[\frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)-q_d\right]^2 - A$$

$$= \frac{ic(R-D)A}{2DRA}\left[\frac{R}{R-D}\left(\frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)-q_d\right)\right]^2 - A$$

$$= \left(\frac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2 A - A$$

$$= A\left[\left(\frac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2 - 1\right]$$

บทแทรก 4.1 ถ้า $q_d \to 0$ หรือ ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ (ในช่วงที่ไม่มีการเพิ่มสินค้าในระบบ) มีค่าใกล้ 0 หน่วย จะทำให้ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \frac{RD}{ic(R-D)}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right) \tag{4.28}$$

ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดของการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right) \tag{4.29}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ G^* เมื่อ

$$G^* = A\left[\left(\frac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2 - 1\right] \tag{4.30}$$

โดยที่ $Q^* = \sqrt{\frac{2ARD}{ic(R-D)}}$

พิจารณาทฤษฎีบท 4.1 จะเห็นได้ว่าถ้าระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ q_d มีค่าใกล้ 0 หน่วย หรือมีค่าเกือบ 0 หน่วย แล้วปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด (Q_0^*) ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดของการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด (S_0^*) และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด (G^*) ในงานวิจัยนี้และในงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข (2556) จะมีค่าเท่ากันดังที่ได้แสดงในบทแทรก 4.1 ซึ่งแสดงว่าผลการวิจัยของคณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข (2556) เป็นเพียงผลลัพธ์หนึ่งที่อยู่ในผลของการวิจัยนี้

บทแทรก 4.2 ถ้า $R \to \infty$ หรืออัตราการจัดส่งสินค้าไม่ค่าอนันต์ แล้วปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \begin{cases} \dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*} + k\right) & ;q_d = 0 \\ \dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*} + k\right) - q_d & ;0 < q_d \le S^* \end{cases} \tag{4.31}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} \left[\dfrac{Q^*}{2\sqrt{A}}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*} + k\right) - \sqrt{A}\right]^2 & ;q_d = 0 \\ A\left[\left(\dfrac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2 - 1\right] & ;0 < q_d \le Q^* \end{cases} \tag{4.32}$$

โดยที่ $Q^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}$ และ $Q_1^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{i(c+k)}}$

จะเห็นได้ว่า Q_0^* และ Q_1^* ในบทแทรก 4.2 มีค่าเท่าเท่ากับ Q_s^* และ Q_1^* ในงานของ Tersine (1994)

การประยุกต์ใช้ผลการวิจัย

การยกตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ต่าง ๆ ในทฤษฎีบท 4.1

ตัวอย่าง 4.1 กำหนดให้อัตราความต้องการสินค้า $D = 3{,}000$ หน่วยต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า $A = 1{,}000$ บาทต่อครั้ง ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษา $i = 5\%$ ของราคาสินค้าต่อหน่วยต่อปี อัตราการจัดส่งสินค้า $R = 6{,}000$ หน่วยต่อปี ราคาสินค้าที่สั่งซื้อ $c = 25$ บาทต่อหน่วย ส่วนต่างของราคาสินค้าที่เพิ่มขึ้น $k = 3$ บาทต่อหน่วย และระดับของสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าดังนี้

1 $q = 0$ หน่วย

2 $q_u = 300, 500$ และ $1,100$ หน่วย

3 $q_d = 500, 1,000$ และ $1,500$ หน่วย

ตารางที่ 1 ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q = 0$ หน่วย

q (หน่วย)	Q^* (หน่วย)	S^* (หน่วย)	Q_1^* (หน่วย)	S_1^* (หน่วย)	S_0^* (หน่วย)	Q_0^* (หน่วย)	G^* (บาท)
0	3,098.39	1,549.19	2,927.70	1,463.85	8,839.51	17,679.02	22,145.31

ตารางที่ 2 ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q_u =$ 300, 500 และ 1,100 หน่วย

q_u (หน่วย)	Q^* (หน่วย)	S^* (หน่วย)	Q_1^* (หน่วย)	S_1^* (หน่วย)	S_0^* (หน่วย)	Q_0^* (หน่วย)	G^* (บาท)
300	2,927.70	1,549.19	2,927.70	1,549.19	8839.51	14,580.64	21,145.31
500							
1,100							

ตารางที่ 3 ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q_d = 500, 1,000$ และ $1,500$ หน่วย

q_d (หน่วย)	Q^* (หน่วย)	S^* (หน่วย)	Q_1^* (หน่วย)	S_1^* (หน่วย)	S_0^* (หน่วย)	Q_0^* (หน่วย)	G^* (บาท)
500	3,098.39	1,549.19	2,927.70	1,549.19	8,839.51	16,679.02	27,978.11
1,000						15,679.02	24,607.48
1,500						14,679.02	21,445.18

ตัวอย่าง 4.2 กำหนดให้อัตราความต้องการสินค้า $D = 45,000$ หน่วยต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า $A = 10,000$ บาทต่อครั้ง ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษา $i = 10\%$ ของราคาสินค้าต่อหน่วยต่อปี อัตราการจัดส่งสินค้า $R = 60,000$ หน่วยต่อปี ราคาสินค้าที่สั่งซื้อ $c = 20$ บาทต่อหน่วย ส่วนต่างของราคาสินค้าที่เพิ่มขึ้น $k = 3.5$ บาทต่อหน่วย และระดับของสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ มีค่าดังนี้

1 $q = 0$ หน่วย

2 q_u = 700, 2,500 และ 7,000 หน่วย

3 q_d = 1,000, 5,000 และ 10,000 หน่วย

ตารางที่ 4 ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ $q = 0$ หน่วย

q (หน่วย)	Q^* (หน่วย)	S^* (หน่วย)	Q_1^* (หน่วย)	S_1^* (หน่วย)	S_0^* (หน่วย)	Q_0^* (หน่วย)	G^* (บาท)
0	134,164.1	33,541.0	123,770.6	30,942.6	823,857.6	3,295,430.4	5,552,002.6

ตารางที่ 5 ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ q_u = 700, 2,500 และ 7,000 หน่วย

q_u (หน่วย)	Q^* (หน่วย)	S^* (หน่วย)	Q_1^* (หน่วย)	S_1^* (หน่วย)	S_0^* (หน่วย)	Q_0^* (หน่วย)	G^* (บาท)
700	134,164.1	30,942.6	123,770.6	33,541.0	823,857.6	3,161,266.3	5542,002.6
2,500							
7,000							

ตารางที่ 6 ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่คำนวณได้เมื่อ q_d = 1,000, 5,000 และ 10,000 หน่วย

q_d (หน่วย)	Q^* (หน่วย)	S^* (หน่วย)	Q_1^* (หน่วย)	S_1^* (หน่วย)	S_0^* (หน่วย)	Q_0^* (หน่วย)	G^* (บาท)
1,000	134,164.1	33,541.0	123,770.6	33,541.0	823,857.6	3,291,430.4	6,008,618.9
5,000						3,275,430.4	5,950,246.8
10,000						3,255,430.4	5,877,681.7

บทที่ 5
อภิปรายและสรุปผล

อภิปรายผลการวิจัย

ตัวแบบ EOQ มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าในการศึกษาครั้งนี้ เป็นการปรับปรุงตัวแบบ EOQ ในงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข (2556) โดยตัวแบบ EOQ ที่หาได้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ครอบคลุมระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมากกว่าผลลัพธ์ในงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข (2556) ซึ่งใช้ได้เฉพาะกรณีที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษก่อนที่ระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย เท่านั้น

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้ใช้วิธีเชิงพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) หาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้นค้าภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุด โดยสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง ซึ่งมีค่าเท่ากับ q หน่วย เมื่อ $0 \le q \le S^*$ และได้แบ่งค่า q ออกเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ $q = 0$ และกรณีที่ $0 < q_d \le S^*$ และจากการศึกษาในครั้งนี้ตัวแบบ EOQ หรือ ตัวแบบของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้น คือ Q_0^* หน่วย เมื่อ

$$Q_0^* = \begin{cases} \dfrac{R}{(R-D)}\left(\dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*}+k\right)\right) & ;q=0 \\ \dfrac{R}{(R-D)}\left(\dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*}+k\right)-S^*\right) & ;0<q_u \le S^* \\ \dfrac{R}{(R-D)}\left(\dfrac{D}{ic}\left(\dfrac{2A}{Q_1^*}+k\right)-q_d\right) & ;0<q_d \le S^* \end{cases}$$

โดยมีระดับสินค้าคงคลังสูงสุดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \left\{ \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right) \right.$$

และมีค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเท่ากับ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} \left[\frac{Q^*}{2\sqrt{A}}\left(\frac{2A}{Q_1^*}+k\right)-\sqrt{A}\right]^2 & ;q=0 \\ A\left[\left(\frac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2-1\right] & ;0<q_u\le S^* \\ A\left[\left(\frac{Q_0^*}{Q^*}\right)^2-1\right] & ;0<q_d\le S^* \end{cases}$$

ซึ่งผลลัพธ์ต่าง ๆ ที่หาได้ในการศึกษาครั้งนี้อยู่ในรูปทั่วไปและสามารถครอบคลุมผลลัพธ์ทั้งหมดเกี่ยวตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับการปรับราคาสินค้าขึ้น

แนวทางในการทำวิจัยต่อ

ผู้วิจัยมีแนวความคิดว่าตัวแบบ EOQ ของระบบสินค้าคงคลังในการศึกษาในครั้งนี้สามารถนำไปพัฒนาและปรับปรุงให้เป็นตัวแบบ EOQ ตัวแบบอื่น ๆ โดยการเพิ่มสมมุติฐานที่สอดคล้องกับระบบสินค้าคงคลังที่เกิดขึ้นจริง เช่น เพิ่มสมมุติฐานเกี่ยวกับระบบสินค้าที่มีการขาดแคลนสินค้าเข้าไปในตัวแบบ

บรรณานุกรม

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร. (2541). *การวิเคราะห์พัสดุคงคลังเบื้องต้น*. ชลบุรี : มหาวิทยาลัยบูรพา.

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และวิรณชัย พุ่มสุข. (2556). ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าต่อเนื่องและสินค้ามีราคาสูงขึ้นที่ได้มาโดยวิธีเชิงพีชคณิต. *วารสารวิทยาศาสตร์ มศว., 29*(2), 43-58.

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และสิทธิกรณ์ คำรอด. (2556). ตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยวิธีเชิงพีชคณิต. *วารสารวิทยาศาสตร์ มศว., 29*(1), 37-55.

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และสิทธิกรณ์ คำรอด. (2558). การหาตัวแบบ EOQ ที่มีการขาดแคลนสินค้าและสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยวิธีเชิงพีชคณิต. *วารสารวิทยาศาสตร์ มศว., 31*(1), 147-164.

ธนรัตน์ สอาดศรี. (2557). การหาตัวแบบ EOQ ที่ทราบว่าสินค้ามีราคาสูงขึ้นโดยใช้วิธีเชิงพีชคณิต. ใน *การประชุมวิชาการระดับชาติวิทยาศาสตร์ วิจัย ครั้งที่ 6* (หน้า 52-58). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.

Grubbström, R. W. (1996). Material requirements planning and manufacturing resource planning. *International encyclopedia of business and management*, *4*, 3400-3428.

Harris, F. W. (1913). How many parts to make at once, factory. *The magazine of management*,*10*, 135-136.

Naddor, E. (1966). *Inventory systems*. New York: Wiley.

Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and materials management* (4th ed.). New Jersey: Prentice-Hall.