ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง

ดนุสรณ์ ธนะปาละ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2559

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ ดนุสรณ์ ธนะปาละ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธาน
(ดร.กิตติมา พฤกภูษณ)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จตุภัทร เมฆพายัพ)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ เรือเอก ดร.สราวุธ ลักษณะโต)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัฐ ศรีสุข)
วันที่ 13 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2559

การวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากงบประมาณเงินรายได้
จากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณา การดูแลเอาใจใส่ และให้คำปรึกษาแนะแนวทางอย่างต่อเนื่องจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก นอกจากนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ซึ่งประกอบไปด้วย ดร.กิตติมา พฤกภูษณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จตุภัทร เมฆพายัพ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ เรือเอก ดร.สราวุธ ลักษณะโต ที่ได้เสียสละเวลาและกรุณาให้คำแนะนำเพิ่มเติมในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้ถูกต้องและเสร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ส่วนหนึ่งได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยของคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอขอบพระคุณ ณ ที่นี้ด้วย

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่อยู่เบื้องหลังในความสำเร็จ ซึ่งได้ให้ความช่วยเหลือ สนับสนุนและเป็นกำลังใจตลอดมาและขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคน ที่เป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงได้

ดนุสรณ์ ธนะปาละ

57910212: สาขาวิชา: สถิติ; วท.ม. (สถิติ)

คำสำคัญ: ตัวแบบ EOQ/ อัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด/ การลดราคาสินค้าแบบพิเศษ/ วิธีเชิงพีชคณิต

ดนุสรณ์ ธนะปาละ: ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง (THE EOQ MODEL WITH FINITE REPLENISHMENT RATE IN THE CASE OF SPECIAL SALES PRICE INCLUDED ALL INVENTORY LEVELS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร, ปร.ด. 33 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

จุดมุ่งหมายของการศึกษาครั้งนี้ คือ หาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลังด้วยวิธีเชิงพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) การศึกษาครั้งนี้ได้สมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ s หน่วย ($0 \le s \le L_n^*$) และได้แบ่ง s ออกเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ 1 : $s = 0$ และกรณีที่ 2 : $0 < s \le L_n^*$ ซึ่งในกรณีที่ 1 ตัวแบบ EOQ ที่ต้องการได้มาจากงานวิจัยของคณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) สำหรับกรณีที่ 2 ได้แบ่งการพิจารณาออกเป็นสองกรณีย่อย คือ กรณีที่ 2.1 : $0 < s_a \le L_n^*$ (ระดับสินค้าคงคลังเพิ่มขึ้น) และกรณีที่ 2.2 : $0 < s_b \le L_n^*$ (ระดับสินค้าคงคลังลดลง) เมื่อ s_a คือ ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลาที่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง s_b คือ ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลาที่ไม่มีการเพิ่มสินค้ามาในระบบสินค้าคงคลัง และ L_n^* คือ ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปกติเหมาะที่สุด

57910212: MAJOR: STATISTICS; M.Sc. (STATISTICS)

KEYWORDS: EOQ MODEL/ FINITE REPLENISHMENT RATE / SPECIAL SALES PRICE/ ALGEBRAIC METHOD.

DANUSORN THANAPALA: THE EOQ MODEL WITH FINITE REPLENISHMENT RATE IN THE CASE OF SPECIAL SALES PRICE INCLUDED ALL INVENTORY LEVELS. ADVISORY COMMITTEE: KANINT TEERAPABOLARN, Ph.D. 33 P. 2016.

The aim of this study was to determine the EOQ model with finite replenishment rate in the case of special sales price included all inventory levels with algebraic method proposed by Grubbström (1996). This study was assumed the inventory levels while a special order was equal to s units $(0 \leq s \leq L_n^*)$ divided into 2 cases: $s = 0$ as a case 1 and $0 < s \leq L_n^*$ as a case 2. For the first case, the desired EOQ model was obtained from Teerapabolarn and Mekparyup (2016). For the second case, it use divided into 2 sub case: $0 < s_a \leq L_n^*$ as a case 2.1 where s_a was the inventory level as having a special order during the increase of item in the inventory system and $0 < s_b \leq L_n^*$ as a case 2.2 where s_b was the inventory level as having a special order without the increase of item in the inventory s0ystem and L_n^* is the optimal maximum inventory.

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบสินค้าคงคลัง (Inventory System) เป็นองค์ประกอบหนึ่งที่สำคัญสำหรับการทำธุรกิจในด้านต่าง ๆ เพราะธุรกิจจำเป็นต้องมีไว้เพื่อทำให้การผลิตสินค้าหรือการจำหน่ายสินค้าดำเนินไปได้อย่างสะดวกและรวดเร็วยิ่งขึ้น สินค้าคงคลัง หมายถึง วัสดุหรือสินค้าต่าง ๆ ที่ถูกนำมาเก็บไว้เพื่อนำมาใช้ประโยชน์ในการดำเนินงาน เช่น ด้านผลิต ด้านการขาย เป็นต้น การที่มีสินค้าคงคลังมากเกินอาจทำให้ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าเพิ่มสูงขึ้น สินค้าการเสื่อมสภาพ สินค้าหมดอายุและสินค้าสูญหาย เป็นต้น นอกจากนี้ยังทำให้เกิดการสูญเสียโอกาสในการนำเงินที่ใช้จ่ายกับสินค้าคงคลังไปสร้างผลประโยชน์ด้านอื่น แต่ในทางตรงกันข้าม ถ้าธุรกิจมีสินค้าคงคลังน้อยเกินไปอาจทำให้เกิดการขาดแคลนสินค้า (Shortage) ซึ่งจะทำให้สูญเสียโอกาสในการขายสินค้าให้กับลูกค้า สุดท้ายอาจสูญเสียลูกค้าในที่สุด นอกจากนี้ถ้าสินค้าที่ขาดแคลนเป็นวัตถุดิบสำคัญแล้วการดำเนินงานทั้งการผลิตและการขายอาจต้องหยุดดำเนินการ ซึ่งจะส่งผลต่อภาพลักษณ์ของธุรกิจในอนาคตได้ ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของผู้ประกอบการในการจัดการสินค้าคงคลังให้อยู่ในระดับที่เหมาะสม

เนื่องจากระบบสินค้าคงคลังมีความสำคัญต่อธุรกิจอย่างมาก ดังนั้นจึงมีการศึกษาระบบสินค้าคงคลังในรูปแบบของทฤษฎีสินค้าคงคลังเป็นครั้งแรก ในปี 1913 โดย Ford Whitman Harris (Harris, 1913) ทำการศึกษาระบบสินค้าคงคลังพื้นฐานในรูปแบบเชิงทฤษฎี และได้สร้างตัวแบบพื้นฐานเพื่อหาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าเหมาะที่สุด ที่เรียกว่า ตัวแบบ EOQ (Economic Order Quantity) ต่อมา ตัวแบบ EOQ ถูกใช้เป็นตัวแบบพื้นฐานในการพัฒนา ตัวแบบ EOQ อื่นภายใต้ข้อสมมุติที่สอดคล้องกับความเป็นจริงของระบบสินค้าคงคลังที่มีลักษณะแตกต่างกัน เช่น ตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลน (EOQ Models with Shortage) ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด (EOQ Models with Finite Replenishment Rate) และ ตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้า (EOQ Models with Quantity Discounts) เป็นต้น ข้อสมมุติของตัวแบบ EOQ พื้นฐานที่มีการปรับเปลี่ยนกันมาก คือ ราคาสินค้าที่สั่งซื้อต้องมีค่าคงตัว ซึ่งในความเป็นจริงนั้นมีหลายกรณีที่ราคาสินค้าที่สั่งซื้ออาจมีค่าไม่คงตัว เช่น มีการลดราคาสินค้าเมื่อซื้อสินค้าถึงจำนวนที่กำหนด หรือมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษในโอกาสต่าง ๆ ดังนั้น ในปี 1994 Tersine จึงได้ทำการศึกษาและนำเสนอระบบสินค้าคงคลังที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษเป็นครั้งคราว ซึ่งปรับมาจากระบบสินค้าคงคลังพื้นฐาน โดยสมมุติว่า ณ ปัจจุบันราคาของสินค้ามีค่าเท่ากับ c บาทต่อหน่วยสินค้า ต่อมาผู้จำหน่าย

สินค้าประกาศว่าจะมีการลดราคาสินค้าชั่วคราวในอีกหนึ่งหน่วยเวลาข้างหน้า ซึ่งราคาของสินค้าจะลดลง d บาทต่อหน่วยสินค้า ทำให้ราคาของสินค้าลดลงเป็น $c-d$ บาทต่อหน่วยสินค้า และเมื่อเลยจุดเวลาที่ได้ประกาศลดราคาสินค้าไปแล้วผู้จำหน่ายสินค้าจะกลับมาจำหน่ายสินค้าในราคาเท่าเดิมคือ c บาทต่อหน่วยสินค้า เนื่องจากมีการลดราคาสินค้าลงชั่วคราวจึงอาจทำให้มีการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณที่มากขึ้นกว่าเดิม Tersine (1994) จึงหาตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ (EOQ Model with Special Sales Price) ด้วยวิธีแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (Differential Calculus Method) ซึ่งสอดคล้องกับระบบสินค้าคงคลังที่ได้ศึกษาภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้มากที่สุด ในเวลาต่อมา คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และเนริสา ทอนศรี (2557) ได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิต (Algebraic Method) ที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) เพื่อทำการปรับปรุงตัวแบบ EOQ ของ Tersine (1994) ให้ครอบคลุมระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าพิเศษทุกระดับ โดยไม่ต้องใช้แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ ถึงแม้ว่าตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับระบบสินค้าคงคลังพื้นฐานที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ แต่ในบางครั้งการจัดส่งสินค้าของผู้จำหน่ายสินค้าอาจไม่สามารถจัดส่งสินค้าที่สั่งซื้อทั้งหมดให้กับลูกค้าได้ทันทีภายในการจัดส่งครั้งเดียว จึงต้องมีการทยอยจัดส่งสินค้าด้วยอัตราคงตัวจนครบตามปริมาณสินค้าที่ลูกค้าสั่งซื้อไว้ ในกรณีนี้ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) ได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิต ที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) หาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ (EOQ Model with Finite Replenishment Rate for the Case of Special Sales Price) ด้วยการปรับปรุงสมมุติฐานของตัวแบบ EOQ ของ Tersine (1994) โดยทำการเปลี่ยนข้อสมมุติของตัวแบบในเรื่องอัตราการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง จากเดิมที่สมมุติให้อัตราการเพิ่มสินค้ามีค่าอนันต์หรือมีอัตราการเพิ่มสินค้าอนันต์ (Infinite Replenishment Rate) เปลี่ยนเป็นให้อัตราการเพิ่มสินค้ามีค่าจำกัด หรือมีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด (Finite Replenishment Rate) และได้พิจารณาเฉพาะที่ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย เท่านั้น ไม่ได้ครอบคลุมระดับสินค้าคงคลังทุกระดับสินค้า

ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จึงต้องการหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง หรือพิจารณาที่ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ s หน่วย เมื่อ $0 \le s \le L_n^*$ และได้แบ่ง s ออกเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ 1 : $s=0$ และกรณีที่ 2 : $0 < s \le L_n^*$ ซึ่งในกรณีที่ 1 ตัวแบบ EOQ ที่ต้องการได้มาจากงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) และในกรณีที่ 2 สามารถแบ่ง s ออก เป็นสองกรณีย่อย คือ กรณีที่ 2.1 : $0 < s_a \le L_n^*$ เมื่อระดับสินค้าคงคลังเพิ่มขึ้น

หรือมีการเพิ่มสินค้า เข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง และกรณีที่ 2.2 : $0 < s_b \le L_n^*$ เมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลง หรือไม่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

หาตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

ได้ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ข้อสมมุติของตัวแบบ (Model Assumptions)

ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง มีข้อสมมติ ดังนี้

1. ความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลามีค่าคงตัว และทราบค่าแน่นอน

2. ระยะเวลาระหว่างการสั่งซื้อสินค้าจนได้รับสินค้า หรือช่วงเวลานำ (Lead Time) มีค่าเท่ากับศูนย์

3. การได้รับสินค้าที่สั่งซื้อจะไม่ได้รับทีเดียวทั้งหมดทันทีที่ได้สั่งซื้อแต่จะได้รับสินค้าในอัตราคงตัวจำกัดต่อเนื่องจนครบตามปริมาณที่สั่งซื้อสินค้า

4. การสั่งซื้อสินค้าจะทำเมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาเท่ากับจุดสั่งซื้อหรือเท่ากับจุดที่กำหนด

5. ปริมาณสินค้าที่สั่งซื้อในแต่ละครั้งมีค่าไม่คงตัว

6. ราคาสินค้าต่อหน่วยไม่คงตัวตลอดเวลา

7. ระบบสินค้าคงคลังจะดำเนินไปเรื่อย ๆ อย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด

8. ไม่ยอมให้มีสินค้าขาดแคลน

วิธีเชิงพีชคณิต (Algebraic Method)

วิธีที่ใช้หาตัวแบบ EOQ คือ วิธีเชิงพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) หลักการของวิธี คือ ใช้พีชคณิตจัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง (Quadratic Form) ของการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ต่อมาทำการจัดฟังก์ชันในรูปแบบกำลังดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองสมบูรณ์ (Completed Square Form) นั่นก็คือ จัดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายให้อยู่ในรูป $a_1x^2 - a_2x$ และจัดให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองสมบูรณ์ $a_1\left(x - \frac{a_2}{2a_1}\right)^2 - \frac{a_2^2}{4a_1}$ โดยที่ a_1 และ a_2 เป็นจำนวนจริงบวก และ x เป็นตัวแปรตัดสินใจ (Decision variable) ซึ่งในการศึกษานี้ x คือ V_s^*

สัญกรณ์ของตัวแบบ (Model Notation)

การกำหนดสัญกรณ์ของตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดและมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ มีดังนี้

R แทน อัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา

A แทน อัตราการจัดส่งสินค้าต่อหน่วยเวลา

K แทน ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อครั้ง

c แทน ราคาสินค้าที่สั่งซื้อต่อหน่วยสินค้า

h แทน ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรผันไปตามราคาสินค้า

d แทน ส่วนต่างของราคาสินค้าที่ลดลง

s แทน ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

s_a แทน ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลาที่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง

s_b แทน ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลาที่ไม่มีการเพิ่มสินค้ามาในระบบสินค้าคงคลัง

L_n^* แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปกติเหมาะที่สุด

L_s แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดของการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

L_s^* แทน ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดของการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด

V_n^* แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบปกติเหมาะที่สุด

V_s แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

V_s^* แทน ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด

T_0 แทน จุดเวลาสุดท้ายที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ

T_1 แทน จุดเวลาที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบปกติหลังจากที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ

T_2 แทน จุดเวลาสุดท้ายของช่วงเวลาที่มีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ

C_s แทน ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

C_n แทน ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

G แทน ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้

G^* แทน ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด

ค่าใช้จ่ายของสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด

ในควบคุมสินค้าคงคลังในหน่วยงานส่วนใหญ่มักคำนึงถึงค่าใช้จ่ายในด้านต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากการที่มีสินค้าคงคลังที่มากกว่าผลกำไรที่จะเกิดขึ้น ดังนั้นการวิเคราะห์ระบบสินค้าคงคลังจึงพิจารณาค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น ซึ่งอาจประกอบไปด้วย (คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร, 2541)

1. ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ (Ordering Cost)

เป็นค่าใช้จ่ายในการดำเนินการต่าง ๆ ซึ่งค่าใช้จ่ายส่วนนี้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้า ในกรณีที่เป็นค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อบ่อยครั้งค่าใช้จ่ายส่วนนี้ก็มากขึ้น ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อได้แก่ ค่าใช้จ่ายในการตรวจรับ ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง ค่าใช้จ่ายในการประกันสินค้า เป็นต้น ซึ่งค่าใช้จ่ายส่วนนี้มีหน่วยเป็นจำนวนเงินต่อครั้งของการส่งซื้อสินค้า

2. ค่าใช้จ่ายที่เป็นมูลค่าของสินค้า (Item Cost)

เป็นค่าใช้จ่ายที่คิดจากมูลค่าของสินค้าที่หามา ถ้าปริมาณของสินค้าที่สั่งซื้อมามีปริมาณมากค่าใช้จ่ายส่วนนี้ก็จะมากขึ้น ซึ่งค่าใช้จ่ายส่วนนี้มีหน่วยเป็นจำนวนเงินต่อหน่วยสินค้า

3. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า (Holding Cost)

เป็นค่าใช้จ่ายของการเก็บรักษาสินค้าได้แก่ ค่าใช้จ่ายในการบำรุงรักษาสถานที่เก็บรักษาสินค้า ค่าใช้จ่ายที่สินค้าเกิดความเสียหาย ค่าเช่าสถานที่เก็บสินค้า ค่าภาษี ค่าเบี้ยประกัน ค่าสูญเสียโอกาส (Opportunity Cost) ซึ่งเป็นการสูญเสียผลประโยชน์จากการนำเงินมาซื้อสินค้าแล้วนำสินค้ามาเก็บไว้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Tersine (1994) เสนอตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยสมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับศูนย์ และผลเฉลยเหมาะที่สุดของ ตัวแบบนี้คือตัวแบบปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดเมื่อมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ คือ Q_S^* หน่วย เมื่อ

$$Q_S^* = \frac{D}{i(c-k)}\left(\frac{2A}{Q^*}+k\right)$$

โดยมีค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ G^* เมื่อ

$$G^* = \frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{Q_S^*}{Q^*}-1\right)^2$$

โดยที่ $Q^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}$ เมื่อ D คือ อัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา A คือ ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือค่าใช้จ่ายในการเตรียมการผลิตสินค้า c คือ ราคาสินค้าที่สั่งซื้อหรือผลิตต่อหน่วยเวลา i คือ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่แปรผันไปตามราคาสินค้า และ k คือ ผลต่างของราคาสินค้าปกติและราคาสินค้าใหม่

Grubbström (1996) เสนอวิธีหาตัวแบบพื้นฐาน EOQ แบบใหม่ที่ไม่ใช้ความรู้ทางด้านแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ ซึ่งเรียกว่า วิธีเชิงพีชคณิต และผลเฉลยเหมาะที่สุดของตัวแบบจะได้ค่าใช้จ่ายรวมต่ำสุดคือ

$$C = \frac{1}{Q}\left(K + \frac{hQ^2}{2D}\right) = \sqrt{\frac{2Kh}{D}} + \frac{h}{2DQ}\left(Q - \sqrt{\frac{2KD}{h}}\right)^2$$

โดยที่ D คือ อัตราความต้องการสินค้าต่อหน่วยเวลา K คือ ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อครั้ง h คือ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า และ Q คือ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้า

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และเนริสา ทอนศรี (2557) ได้ปรับปรุงตัวแบบ EOQ ของ Tersine (1994) โดยเปลี่ยนข้อสมมุติให้ระดับการสั่งซื้อสินค้าครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ โดยใช้วิธีเชิงพีชคณิต และผลเฉลยเหมาะที่สุดของตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดเมื่อมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ คือ Q_s^* หน่วย เมื่อ

$$Q_s^* = \frac{D}{i(c-k)}\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right) - q$$

โดยมีค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดคือ G^* เมื่อ

$$G^* = A\left[\frac{(c-k)}{c}\left(\frac{Q_s^*}{Q^*}\right)^2 - 1\right]$$

โดยที่ $Q^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}$ เมื่อ D, A, c, i และ k มีความหมายที่เหมือนกันกับของ Tersine (1994) ส่วน q คือ ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษ

สิทธิกรณ์ คำรอด และคณินทร์ ธีรภาพโอฬาร (2558) ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาตัวแบบ EOQ ของการขาดแคลนสินค้าในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ และผลเฉลยเหมาะที่สุดของตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_k^* หน่วย เมื่อ

$$Q_k^* = S_0^* - q$$

โดยที่ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ S_0^* หน่วย เมื่อ

$$S_0^* = \frac{D}{ic}\left(\frac{2A}{Q_1^*} + k\right)$$

และสามารถหาค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าดังนี้

$$G^* = \begin{cases} \dfrac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\dfrac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \dfrac{c}{c-k}\right\} + Z_1 & ;0 \le q \le S^* \\ \dfrac{(c-k)A}{c}\left\{\left(\dfrac{Q_K^*}{Q^*}\right)^2 - \left(\dfrac{q}{Q^*}\right)^2 - \dfrac{c}{c-k}\right\} + Z_2 & ;S^* - Q^* < q < 0 \end{cases}$$

โดยที่ $Z_1 = \dfrac{pc}{2D}\left(Q^* - S^*\right)^2, Z_2 = \dfrac{pc}{2D}\left(Q^* - S^* + q\right)^2 - \dfrac{p(c-k)}{2D}\left(Q^* - S^*\right)^2,$
$Q^* = \sqrt{\dfrac{2AD}{ic}}\sqrt{\dfrac{i+p}{p}}$ และ $S^* = \dfrac{pQ^*}{i+p}$

เมื่อ D, A, c, i และ k มีความหมายที่เหมือนกันกับของ Tersine (1994) ส่วน p คือ ค่าใช้จ่ายที่มีการขาดแคลนสินค้าที่แปรผันไปตามราคาสินค้า และ q คือ ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) ปรับปรุงตัวแบบ EOQ ของ Tersine (1994) โดยเปลี่ยนข้อสมมุติของอัตราการเพิ่มสินค้าอนันต์เป็นอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดด้วยวิธีเชิงพีชคณิต และผลเฉลยเหมาะที่สุดของตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ Q_s^* หน่วย เมื่อ

$$Q_s^* = \frac{RD}{i(c-k)(R-D)}\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right)$$

โดยมีระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ S_s^* หน่วย เมื่อ

$$S_s^* = \frac{D}{i(c-k)}\left(\frac{2A}{Q^*} + k\right)$$

ค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ G^* เมื่อ

$$G^* = \frac{A(c-k)}{c}\left(\frac{Q_s^*}{Q^*}-1\right)^2$$

โดยที่ $Q^* = \sqrt{\frac{2ARD}{ic(R-D)}}$ เมื่อ D, A, c, i และ k มีความหมายที่เหมือนกันกับของ Tersine (1994)

ส่วน R คือ อัตราการจัดส่งสินค้าต่อหน่วยเวลา

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ โดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง มีขั้นตอนการดำเนินงานดังต่อไปนี้

3.1 ศึกษารายละเอียดของระบบสินค้าคงคลังจาก Tersine (1994) คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และเนริสา ทอนศรี (2557) และ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559)

3.2 ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาผลเฉลยเหมาะที่สุดสำหรับตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดในกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษโดยครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง โดยจัดรูปแบบของค่าใช้จ่ายในระบบสินค้าคงคลังให้อยู่ในรูปแบบกำลังสอง และรูปแบบกำลังสองสมบูรณ์ของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ เพื่อทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายสูงสุด

3.3 แสดงตัวอย่างเชิงตัวเลขของปัญหาระบบสินค้าคงคลังที่สอดคล้องกันกับตัวแบบ EOQ ในขั้นตอนที่ 3.2

บทที่ 4
ผลการวิจัย

ผลลัพธ์หลักที่ต้องการหา คือ ตัวแบบของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัด สำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษที่ครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลังโดยใช้วิธีเชิงพีชคณิต ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 4.1 ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ V_s^* หน่วย เมื่อ

$$V_s^* = \begin{cases} \dfrac{A}{A-R}\left[\dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right)\right] & ; s=0 \\ \dfrac{A}{A-R}\left[\dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right)-L_n^*\right] & ; 0<s_a\le L_n^* \\ \dfrac{A}{A-R}\left[\dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right)-s_b\right] & ; 0<s_b\le L_n^* \end{cases} \tag{4.1}$$

ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ L_s^* หน่วย เมื่อ

$$L_s^* = \frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right) \tag{4.2}$$

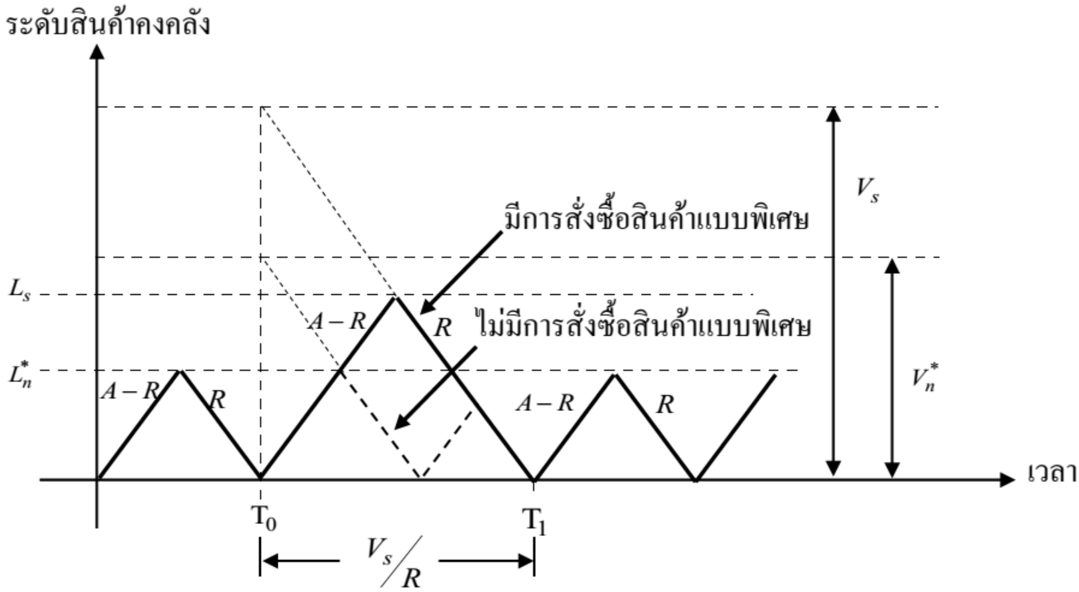
และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} \dfrac{K(c-d)}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*}-1\right)^2 & ; s=0 \\ K\left[\dfrac{c-d}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2-1\right] & ; 0<s_a\le L_n^* \\ K\left[\dfrac{c-d}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2-1\right] & ; 0<s_b\le L_n^* \end{cases} \tag{4.3}$$

โดยที่ $V_n^* = \sqrt{\dfrac{2KAR}{hc(A-R)}}$

พิสูจน์ พิจารณาระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ s หน่วย (ที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง L_n^* หน่วย) เนื่องจากแต่ละระดับ s หน่วย ให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงแบ่งระดับสินค้าคงคลัง s หน่วย ออกเป็นสองกรณีคือ กรณีที่ 1 : $s = 0$ และกรณีที่ 2 : $0 < s \le L_n^*$ ดังนี้

กรณีที่ 1 $s = 0$



ภาพที่ 1 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษเมื่อ $s = 0$

ผลลัพธ์ต่าง ๆ สำหรับกรณีนี้สามารถได้มาโดยตรงจากงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) นั่นคือ ปริมาณการสั่งซื้อหรือผลิตสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ V_s^* หน่วย เมื่อ

$$V_s^* = \frac{AR}{h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d\right) \tag{4.4}$$

ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ L_s^* หน่วย เมื่อ

$$L_s^* = \frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d\right) \tag{4.5}$$

หน่วย และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ G^* เมื่อ

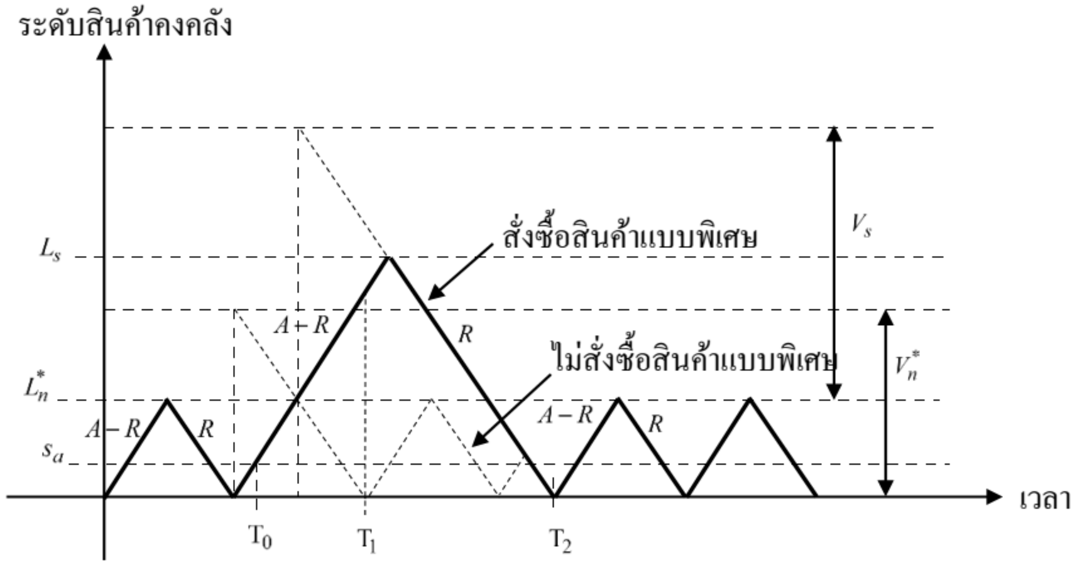
$$G^* = \frac{K(c-d)}{c}\left(\frac{V_s^*}{V_n^*}-1\right)^2 \tag{4.6}$$

โดยที่ $V_n^* = \sqrt{\dfrac{2KAR}{hc(A-R)}}$

กรณีที่ 2 $0 < s \le L_n^*$

เนื่องจากระดับสินค้าคงคลังในกรณีที่ 2 สามารถแบ่งได้เป็นสองช่วงเวลา คือ ช่วงเวลาที่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบ (ระดับสินค้าคงคลังเพิ่มขึ้น) และช่วงเวลาที่ไม่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบ(ระดับสินค้าคงคลังลดลง) และระดับสินค้าคงคลังแต่ละช่วงเวลาไม่จำเป็นต้องมีค่าเท่ากัน ดังนั้นจึงต้องแบ่งระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในกรณีนี้ออกเป็นสองกรณีย่อย คือ กรณีที่ 2.1 : $0 < s_a \le L_n^*$ (ช่วงที่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบ) และกรณีที่ 2.2 : $0 < s_b \le L_n^*$ (ช่วงที่ไม่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบ)

กรณีที่ 2.1 $0 < s_a \le L_n^*$



ภาพที่ 2 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษในช่วง $0 < s_a \le L_n^*$

พิจารณาระบบสินค้าคงคลังในภาพที่ 1 ระดับสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษในช่วง $0 < s_a \le L_n^*$ (ช่วงเวลาที่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบ) ถ้า ณ จุดเวลา T_0 มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษหรือมีระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ s_a

หน่วย จะสามารถดำเนินการจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดด้วยราคา $c-d$ บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ V_s หน่วย และ จะเห็นได้ว่าก่อนหรือหลังจุดเวลา T_0 สามารถดำเนินการจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดด้วยราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ V_n^* หน่วย เมื่อ

$$V_n^* = \sqrt{\frac{2KAR}{hc(A-R)}} \tag{4.7}$$

โดยมีระดับสินค้าคงคลังสูงสุดเหมาะที่สุดเท่ากับ L_n^* หน่วย เมื่อ

$$L_n^* = \frac{V_n^*(A-R)}{A} \tag{4.8}$$

ถ้ามีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลาการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ T_0 ในปริมาณ V_s หน่วย ซึ่งจะเริ่มต้นได้รับสินค้าเมื่อระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ L_n^* หน่วย ดังภาพที่ 1 โดยมีค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าด้วยราคา $c-d$ บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ V_s หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$K+(c-d)V_s$$

โดยที่มีค่าใช้จ่ายของสินค้าเดิมที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าด้วยราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ $V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}$ หน่วย มีค่าเท่ากับ

$$\left(1-\frac{s_a A}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}\right)$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าสามารถพิจารณาได้เป็นสองช่วงเวลา คือ ช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 และช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ดังภาพที่ 1

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 สามารถหาได้จากค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาของสินค้าเดิม ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{s_a}{A-R}$ ถึง $\frac{L_n^*}{A-R}$ รวมกับค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{L_n^*}{R}$ ถึง T_1 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$hc\int_{\frac{s_a}{A-R}}^{\frac{L_n^*}{A-R}}(A-R)xdx+hc\int_{0}^{\frac{L_n^*}{R}}(L_n^*-Rx)dx=hc\left\{\left[\frac{(A-R)x^2}{2}\right]_{\frac{s_a}{A-R}}^{\frac{L_n^*}{A-R}}+\left[L_n^*x-\frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{L_n^*}{R}}\right\}$$

$$=hc\left\{\left(\frac{(L_n^*)^2-s_a^2}{2(A-R)}\right)+\frac{(L_n^*)^2}{R}-\frac{(L_n^*)^2}{2R}\right\}$$

$$=hc\left\{\left(\frac{(L_n^*)^2-s_a^2}{2(A-R)}\right)+\frac{(L_n^*)^2}{2R}\right\}$$

$$=hc\left(\frac{(L_n^*)^2-s_a^2}{2(A-R)}\right)+\frac{hc(L_n^*)^2}{2R}$$

ค่าจ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่มีการสั่งซื้อพิเศษประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{L_n^*}{R}$ ถึง T_1 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$h(c-d)\int_{0}^{\frac{L_n^*}{R}}Axdx=h(c-d)\left[\frac{Ax^2}{2}\right]_0^{\frac{L_n^*}{R}}$$

$$=\frac{h(c-d)A(L_n^*)^2}{2R^2}$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลาในช่วงเวลา $\frac{AL_n^*}{R(A-R)}$ ถึง $\frac{L_s}{A-R}$ รวมกับค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{L_s}{R}$ ถึง T_2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$h(c-d)\int_{\frac{AL_n^*}{R(A-R)}}^{\frac{L_s}{A-R}}(A-R)xdx+h(c-d)\int_{0}^{\frac{L_s}{R}}(L_s-Rx)dx$$

$$=h(c-d)\left\{\left[\frac{(A-R)x^2}{2}\right]_{\frac{AL_n^*}{R(A-R)}}^{\frac{L_s}{A-R}}+\left[L_sx-\frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{L_s}{R}}\right\}$$

$$=h(c-d)\left\{\frac{L_s^2}{2(A-R)}-\frac{(AL_n^*)^2}{2R^2(A-R)}+\frac{L_s^2}{R}-\frac{L_s^2}{2R}\right\}$$

$$=h(c-d)\left\{\frac{L_s^2}{2(A-R)}-\frac{(AL_n^*)^2}{2R^2(A-R)}+\frac{L_s^2}{2R}\right\}$$

$$= \frac{h(c-d)AL_s^2}{2R(A-R)} - \frac{h(c-d)A^2(L_n^*)^2}{2R^2(A-R)}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_s = K + (c-d)V_s + \left(1 - \frac{s_a A}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}\right) + hc\left(\frac{(L_n^*)^2 - s_a^2}{2(A-R)}\right)$$
$$+ \frac{hc(L_n^*)^2}{2R} + \frac{h(c-d)A(L_n^*)^2}{2R^2} + \frac{h(c-d)AL_s^2}{2R(A-R)} - \frac{h(c-d)A^2(L_n^*)^2}{2R^2(A-R)}$$
$$= K + (c-d)V_s + \left(1 - \frac{s_a A}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)} + \frac{hcA(L_n^*)^2}{2R(A-R)}$$
$$- \frac{h(c-d)A(L_n^*)^2}{2R(A-R)} + \frac{h(c-d)AL_s^2}{2R(A-R)} \tag{4.9}$$

จากภาพที่ 1 จะเห็นได้ว่า $\frac{V_s}{R} = \frac{L_s - L_n^*}{A-R} + \frac{L_s - L_n^*}{R}$ ดังนั้น จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดของการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ L_s หน่วย เมื่อ

$$L_s = \frac{V_s(A-R)}{A} + L_n^* \tag{4.10}$$

แทนค่า L_n^* และ L_s ลงในสมการ (4.9) ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_s = K + (c-d)V_s + \left(1 - \frac{s_a A}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)}$$
$$+ \frac{hc(A-R)(V_n^*)^2}{2AR} - \frac{h(c-d)(A-R)(V_n^*)^2}{2AR} + \frac{h(c-d)\left(V_s(A-R) + AL_n^*\right)^2}{2RA(A-R)}$$
$$= K + (c-d)V_s + \left(1 - \frac{s_a A}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)}$$
$$+ \frac{hc(A-R)(V_n^*)^2}{2AR} - \frac{h(c-d)(A-R)(V_n^*)^2}{2AR} + \frac{h(c-d)(A-R)V_s^2}{2AR}$$
$$+ \frac{h(c-d)L_n^* V_s}{R} + \frac{h(c-d)AL_n^*}{2R(A-R)}$$
$$= 2K + (c-d)V_s + \left(1 - \frac{s_a A}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)}$$

$$-\frac{h(c-d)(A-R)(V_n^*)^2}{2AR}+\frac{h(c-d)(A-R)V_s^2}{2AR}$$
$$+\frac{h(c-d)L_n^*V_s}{R}+\frac{h(c-d)(A-R)(V_n^*)^2}{2AR}$$
$$=2K+(c-d)V_s+\left(1-\frac{s_aA}{V_n^*(A-R)}\right)K+c\left(V_n^*-\frac{s_aA}{A-R}\right)-\frac{hcs_a^2}{2(A-R)}$$
$$+\frac{h(c-d)(A-R)V_s^2}{2AR}+\frac{h(c-d)L_n^*V_s}{R} \tag{4.11}$$

ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ แต่สั่งซื้อสินค้าแบบปกติในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 (พิจารณาเส้นประในภาพที่ 1) ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าด้วยราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ซึ่งจะมีค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าของสินค้าเดิมที่มีปริมาณในการสั่งซื้อสินค้าเท่ากับ $V_n^*-\frac{s_aA}{A-R}$ หน่วย จะทำให้มีค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อเท่ากับ

$$\left(1-\frac{s_aA}{V_n^*(A-R)}\right)K+c\left(V_n^*-\frac{s_aA}{A-R}\right)$$

ในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ V_s หน่วย โดยจะมีจำนวนครั้งในการสั่งซื้อสินค้าเท่ากับ $\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)$ ครั้ง มีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)K+cV_s$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าสามารถพิจารณาได้เป็นสองช่วงเวลา คือ ช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 และช่วงเวลา T_1 ถึง T_2

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลาในช่วงเวลา $\frac{s_a}{A-R}$ ถึง $\frac{L_n^*}{A-R}$ รวมกับค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{L_n^*}{R}$ ถึง T_1 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$hc\int_{\frac{s_a}{A-R}}^{\frac{L_n^*}{A-R}}(A-R)x\,dx+hc\int_0^{\frac{L_n^*}{R}}(L_n^*-Rx)\,dx=hc\left\{\left[\frac{(A-R)x^2}{2}\right]_{\frac{s_a}{A-R}}^{\frac{L_n^*}{A-R}}+\left[L_n^*x-\frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{L_n^*}{R}}\right\}$$

$$= hc\left\{\left(\frac{(L_n^*)^2 - s_a^2}{2(A-R)}\right) + \frac{(L_n^*)^2}{R} - \frac{(L_n^*)^2}{2R}\right\}$$

$$= hc\left\{\left(\frac{(L_n^*)^2 - s_a^2}{2(A-R)}\right) + \frac{(L_n^*)^2}{2R}\right\}$$

$$= -\frac{hcs_a^2}{2(A-R)} + \frac{hcA(L_n^*)^2}{2R(A-R)}$$

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลาในช่วงเวลา T_1 ถึง $\frac{L_n^*}{A-R}$ รวมกับค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{L_n^*}{R}$ ถึง T_2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left\{hc\int_0^{\frac{L_n^*}{A-R}}(A-R)x\,dx + hc\int_0^{\frac{L_n^*}{R}}(L_n^* - Rx)\,dx\right\}$$

$$= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left\{\left[\frac{(A-R)x^2}{2}\right]_0^{\frac{L_n^*}{A-R}} + \left[L_n^* x - \frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{L_n^*}{R}}\right\}$$

$$= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left\{\left[\frac{(L_n^*)^2}{2(A-R)}\right] + \left[\frac{(L_n^*)^2}{R} - \frac{(L_n^*)^2}{2R}\right]\right\}$$

$$= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left\{\left[\frac{(L_n^*)^2}{2(A-R)}\right] + \left[\frac{(L_n^*)^2}{2R}\right]\right\}$$

$$= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\frac{(L_n^*)^2 A}{2R(A-R)}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_n = \left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)K + cV_s + \left(1 - \frac{s_a A}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_a A}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)} + \frac{hcA(L_n^*)^2}{2R(A-R)} + hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\frac{(L_n^*)^2 A}{2R(A-R)} \tag{4.12}$$

แทนค่า $L_n^* = \dfrac{V_n^*(A-R)}{A}$ ลงในสมการ (4.12) จะได้ค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$
\begin{aligned}
C_n &= \left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)K + cV_s + \left(1-\frac{s_aA}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_aA}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)} \\
&\quad + \frac{hc(A-R)(V_n^*)^2}{2AR} + hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\frac{(A-R)(V_n^*)^2}{2AR} \\
&= 2\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)K + cV_s + \left(1-\frac{s_aA}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_aA}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)} + K
\end{aligned}
\tag{4.13}
$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้มีค่าเท่ากับความต่างของค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษกับค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ โดยจะถูกนำไปใช้ในการหาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด V_s^* ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิตหา V_s^* ดังนี้

$$
\begin{aligned}
G &= C_n - C_s \\
&= 2\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)K + cV_s + \left(1-\frac{s_aA}{V_n^*(A-R)}\right)K + c\left(V_n^* - \frac{s_aA}{A-R}\right) - \frac{hcs_a^2}{2(A-R)} + K \\
&\quad - 2K - (c-d)V_s - \left(1-\frac{s_aA}{V_n^*(A-R)}\right)K - c\left(V_n^* - \frac{s_aA}{A-R}\right) + \frac{hcs_a^2}{2(A-R)} \\
&\quad - \frac{h(c-d)(A-R)V_s^2}{2AR} - \frac{h(c-d)L_n^*V_s}{R} \\
&= 2\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)K - K + dV_s - \frac{h(c-d)(A-R)V_s^2}{2AR} - \frac{h(c-d)L_n^*V_s}{R} \\
&= -\frac{h(c-d)(A-R)V_s^2}{2AR} + \left(\frac{2K}{V_n^*} + d - \frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)V_s - K \\
&= -\frac{h(c-d)(A-R)}{2AR}\left[V_s^2 - \frac{2AR}{h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d - \frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)V_s \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{AR}{h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d - \frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)\right)^2\right] \\
&\quad + \frac{AR}{2h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d - \frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)^2 - K \\
&= -\frac{h(c-d)(A-R)}{2AR}\left[V_s - \frac{AR}{h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d - \frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)\right]^2
\end{aligned}
$$

$$+\frac{AR}{2h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d-\frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)^2-K \tag{4.14}$$

ซึ่ง G ในสมการ (4.14) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $V_s=\frac{AR}{h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d-\frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)$ ดังนั้น ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ V_s^* หน่วย เมื่อ

$$V_s^*=\frac{A}{A-R}\left[\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)-L_n^*\right]$$

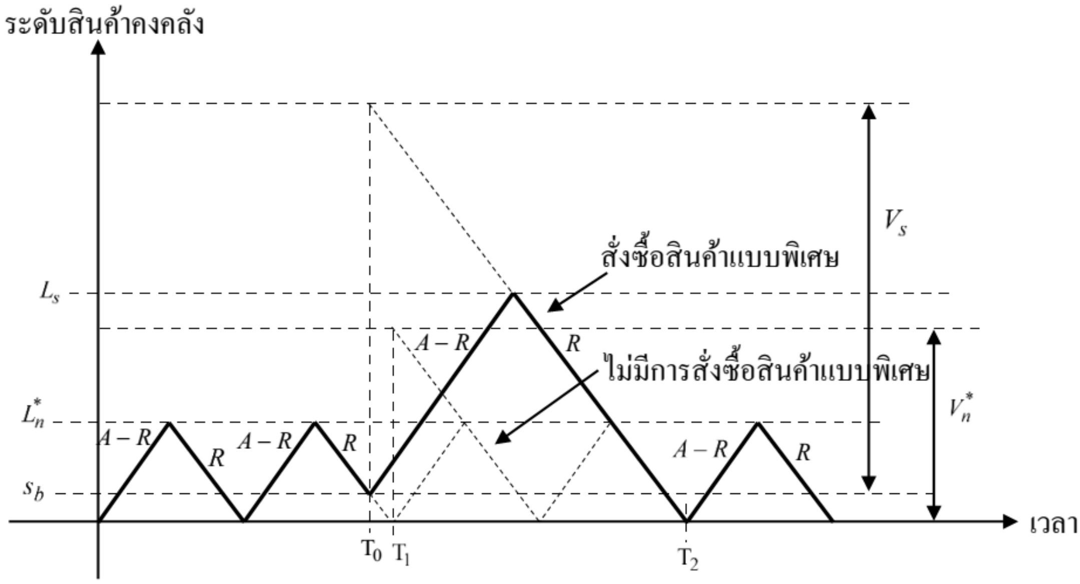
แทนค่า $V_s=\frac{A}{A-R}\left[\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)-L_n^*\right]$ ลงในสมการ (4.14) จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ L_s^* หน่วย เมื่อ

$$L_s^*=\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
G^* &= \frac{AR}{2h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d-\frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)^2-K \\
&= \frac{h(c-d)(A-R)}{2AR}\left(\frac{AR}{h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d-\frac{h(c-d)L_n^*}{R}\right)\right)^2-K \\
&= \frac{h(c-d)(A-R)(V_s^*)^2}{2AR}-K \\
&= \frac{(c-d)(V_s^*)^2K}{c(V_n^*)^2}-K \\
&= K\left[\frac{(c-d)}{c}\left(\frac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2-1\right]
\end{aligned}$$

กรณีที่ 2.2 $0 < s_b \le L_n^*$



ภาพที่ 2 การเปลี่ยนแปลงของระบบสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษในช่วง $0 < s_b \le L_n^*$

พิจารณาระบบสินค้าคงคลังในภาพที่ 2 คือระดับสินค้าคงคลังที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษในช่วง $0 < s_b \le L_n^*$ (ช่วงเวลาที่ไม่มีการเพิ่มสินค้า) จะเห็นได้ว่า เมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลงมาถึง ณ จุดเวลา T_0 ที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษหรือมีระดับสินค้าคงคลังมีค่าเท่ากับ s_b จะสามารถดำเนินการจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดด้วยราคา $c-d$ บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ V_s หน่วย และจะเห็นได้ว่าก่อนหรือหลังจุดเวลา T_0 สามารถดำเนินการจัดหาสินค้าเหมาะที่สุดด้วยราคา c บาทต่อหน่วยสินค้าในปริมาณ V_n^* หน่วย

จากภาพที่ 2 ถ้ามีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ ณ จุดเวลาการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ T_0 ในปริมาณ V_s หน่วย ดังภาพที่ 2 ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 สามารถพิจารณาได้ดังนี้ ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ s_b หน่วย ที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าด้วยราคา c บาทต่อหน่วยสินค้า มีค่าเท่ากับ

$$\frac{s_b K}{V_n^*} + c s_b$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลาในช่วงเวลา T_0 ถึง $\frac{s_b}{R}$ รวมกับค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{s_b}{R}$ ถึง T_1 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$hc\int_0^{\frac{s_b}{R}}(s_b-Rx)dx+h(c-d)\int_0^{\frac{s_b}{R}}Axdx = hc\left[s_bx-\frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{s_b}{R}}+h(c-d)\left[\frac{Ax^2}{2}\right]_0^{\frac{s_b}{R}}$$
$$=hc\left[\frac{s_b^2}{R}-\frac{s_b^2}{2R}\right]+h(c-d)\left[\frac{As_b^2}{2R^2}\right]$$
$$=\frac{hcs_b^2}{2R}+\frac{h(c-d)As_b^2}{2R^2}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 มีค่าเท่ากับ

$$\frac{s_bK}{V_n^*}+cs_b+\frac{hcs_b^2}{2R}+\frac{h(c-d)As_b^2}{2R^2}$$

ค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ซึ่งประกอบด้วยค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ V_s หน่วย ที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าด้วยราคา $c-d$ บาทต่อหน่วยสินค้า มีค่าเท่ากับ

$$K+(c-d)V_s$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลาในช่วงเวลา $\frac{As_b}{R(A-R)}$ ถึง $\frac{L_s}{A-R}$ รวมกับค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{L_s}{R}$ ถึง T_2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$h(c-d)\left\{\int_{\frac{As_b}{R(A-R)}}^{\frac{L_s}{A-R}}(A-R)xdx+\int_0^{\frac{L_s}{R}}(L_s-Rx)dx\right\}$$
$$=h(c-d)\left\{\left[\frac{(A-R)x^2}{2}\right]_{\frac{As_b}{R(A-R)}}^{\frac{L_s}{A-R}}+\left[L_sx-\frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{L_s}{R}}\right\}$$
$$=h(c-d)\left\{\frac{L_s^2}{2(A-R)}-\frac{(As_b)^2}{2R^2(A-R)}+\left[\frac{L_s^2}{R}-\frac{L_s^2}{2R}\right]\right\}$$
$$=h(c-d)\left\{\frac{L_s^2}{2(A-R)}-\frac{(As_b)^2}{2R^2(A-R)}+\frac{L_s^2}{2R}\right\}$$
$$=\frac{h(c-d)AL_s^2}{2R(A-R)}-\frac{h(c-d)A^2s_b^2}{2R^2(A-R)}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$K+(c-d)V_s+\frac{h(c-d)AL_s^2}{2R(A-R)}-\frac{h(c-d)A^2s_b^2}{2R^2(A-R)} \tag{4.15}$$

จากภาพที่ 2 จะเห็นได้ว่า ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดของการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ คือ $L_s=\frac{V_s(A-R)}{A}+s_b$ ทำการแทนค่า L_s ลงในสมการ (4.15) จะได้

$$K+(c-d)V_s+\frac{h(c-d)\left(V_s(A-R)+As_b\right)^2}{2AR(A-R)}-\frac{h(c-d)A^2s_b^2}{2R^2(A-R)}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_s=\frac{s_bK}{V_n^*}+cs_b+K+(c-d)V_s+\frac{h(c-d)\left(V_s(A-R)+As_b\right)^2}{2AR(A-R)}-\frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)}+\frac{hcs_b^2}{2R} \tag{4.16}$$

ถ้าไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ แต่สั่งซื้อสินค้าแบบปกติในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 (พิจารณาเส้นประในภาพที่ 2) การพิจารณาค่าใช้จ่ายสามารถแบ่งได้เป็น 2 ช่วง คือ ค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 และค่าใช้จ่ายในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าซึ่งมีราคา c บาทต่อหน่วยสินค้า มีค่าเท่ากับ

$$\frac{s_bK}{V_n^*}+cs_b$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา T_0 ถึง T_1 ที่ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลาในช่วงเวลา $\frac{s_b}{R}$ ถึง T_1 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} hc\int_0^{\frac{s_b}{R}}(s_b-Rx)dx &= hc\left[s_bx-\frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{s_b}{R}} \\ &= hc\left[\frac{s_b^2}{R}-\frac{s_b^2}{2R}\right] \\ &= \frac{hcs_b{}^2}{2R} \end{aligned}$$

ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา T_1 ถึง T_2 ประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าในปริมาณ V_s หน่วย ที่เกิดจากการสั่งซื้อสินค้าด้วยราคา c บาทต่อหน่วยสินค้า โดยจะมีจำนวนครั้งในการสั่งซื้อสินค้าเท่ากับ $\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)$ ครั้ง ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\frac{V_s K}{V_n^*} + cV_s$$

และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าที่ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลาในช่วงเวลา T_1 ถึง $\frac{L_n^*}{A-R}$ รวมกับค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในช่วงเวลา $\frac{L_n^*}{R}$ ถึง T_2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left(\int_0^{\frac{L_n^*}{A-R}}(A-R)x\,dx + \int_0^{\frac{L_n^*}{R}}(L_n^* - Rx)\,dx\right) \\
&= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left(\left[\frac{(A-R)x^2}{2}\right]_0^{\frac{L_n^*}{A-R}} + \left[L_n^* x - \frac{Rx^2}{2}\right]_0^{\frac{L_n^*}{R}}\right) \\
&= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left(\left[\frac{(L_n^*)^2}{2(A-R)}\right] + \left[\frac{(L_n^*)^2}{R} - \frac{(L_n^*)^2}{2R}\right]\right) \\
&= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left(\left[\frac{(L_n^*)^2}{2(A-R)}\right] + \left[\frac{(L_n^*)^2}{2R}\right]\right) \\
&= hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\left[\frac{(L_n^*)^2 A}{2R(A-R)}\right] \qquad (4.17)
\end{aligned}$$

แทนค่าของระดับสินค้าคงคลังสูงสุดแบบปกติเหมาะที่สุด คือ $L_n^* = \frac{V_n^*(A-R)}{A}$ ลงในสมการ (4.17) จะได้

$$hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\frac{\left[V_n^*(A-R)\right]^2}{2AR(A-R)}$$

และค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อแบบพิเศษในช่วงเวลา T_0 ถึง T_2 มีค่าเท่ากับ

$$C_n = \frac{s_b K}{V_n^*} + cs_b + \frac{V_s K}{V_n^*} + cV_s + \frac{hcs_b{}^2}{2R} + hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\frac{\left[V_n^*(A-R)\right]^2}{2AR(A-R)} \tag{4.18}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้มีค่าเท่ากับความต่างของค่าใช้จ่ายรวมเมื่อไม่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษกับค่าใช้จ่ายรวมเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ โดยจะถูกนำไปใช้ในการหาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด V_s^* ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิต หา V_s^* ดังนี้

$$\begin{aligned}
G &= C_n - C_s \\
&= \frac{s_b K}{V_n^*} + cs_b + \frac{V_s K}{V_n^*} + cV_s + \frac{hcs_b{}^2}{2R} + hc\left(\frac{V_s}{V_n^*}\right)\frac{\left[V_n^*(A-R)\right]^2}{2AR(A-R)} \\
&\quad - \frac{s_b K}{V_n^*} - cs_b - K - (c-d)V_s - \frac{h(c-d)\big(V_s(A-R)+As_b\big)^2}{2AR(A-R)} + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - \frac{hcs_b^2}{2R} \\
&= \frac{V_s K}{V_n^*} + \frac{V_s V_n^* Khc(A-R)}{2KAR} - \frac{h(c-d)\big(V_s(A-R)+As_b\big)^2}{2AR(A-R)} + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K + dV_s \\
&= \frac{V_s K}{V_n^*} + \frac{V_s V_n^* K}{(V_n^*)^2} - \frac{h(c-d)\big(V_s(A-R)+As_b\big)^2}{2AR(A-R)} + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K + dV_s \qquad (\text{โดย } (4.7)) \\
&= \frac{2V_s K}{V_n^*} - \frac{h(c-d)\big(V_s(A-R)+As_b\big)^2}{2AR(A-R)} + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K + dV_s \\
&= \frac{2V_s(A-R)K}{(A-R)V_n^*} + \frac{2As_b K}{(A-R)V_n^*} - \frac{2As_b K}{(A-R)V_n^*} - \frac{h(c-d)\big(V_s(A-R)+As_b\big)^2}{2AR(A-R)} \\
&\quad + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K + dV_s \\
&= \frac{2\big(V_s(A-R)+As_b\big)K}{(A-R)V_n^*} - \frac{h(c-d)\big(V_s(A-R)+As_b\big)^2}{2AR(A-R)} + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K \\
&\quad + d\left(\frac{V_s(A-R)+As_b}{A-R}\right) - \frac{dAs_b}{A-R} - \frac{2As_b K}{(A-R)V_n^*} \\
&= -\frac{h(c-d)\big(V_s(A-R)+As_b\big)^2}{2AR(A-R)} + \frac{V_s(A-R)+As_b}{A-R}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d\right) + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K \\
&\quad - \frac{dAs_b}{A-R} - \frac{2As_b K}{(A-R)V_n^*}
\end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2(A-R)}\left[\frac{h(c-d)}{AR}[(A-R)V_s + As_b]^2 - 2\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)[(A-R)V_s + As_b]\right.$$
$$\left. + \frac{AR}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)^2\right] + \frac{AR}{2h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)^2 + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K$$
$$-\frac{dAs_b}{A-R} - \frac{2As_bK}{(A-R)V_n^*}$$
$$= -\frac{1}{2(A-R)}\left[\sqrt{\frac{h(c-d)}{AR}}[(A-R)V_s + As_b] - \sqrt{\frac{AR}{h(c-d)}}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)\right]^2$$
$$+\frac{AR}{2h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)^2 + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)} - K - \frac{dAs_b}{A-R} - \frac{2As_bK}{(A-R)V_n^*} \qquad (4.19)$$

ซึ่ง G ในสมการ (4.19) จะมีค่าสูงสุดเมื่อ $\sqrt{\frac{h(c-d)}{AR}}[(A-R)V_s + As_b] = \sqrt{\frac{AR}{h(c-d)}}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)$
ดังนั้นปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ V_s^* หน่วย เมื่อ

$$V_s^* = \frac{A}{A-R}\left[\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right) - s_b\right]$$

แทนค่า $V_s = \frac{A}{A-R}\left[\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right) - s_b\right]$ ลงในสมการ (4.10) จะได้ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ L_s^* หน่วย เมื่อ

$$L_s^* = \frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุดมีค่าเท่ากับ

$$G^* = \left[\frac{AR}{2h(c-d)(A-R)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)^2 - \frac{dAs_b}{A-R} - \frac{2As_bK}{(A-R)V_n^*} + \frac{h(c-d)As_b^2}{2R(A-R)}\right] - K$$
$$= \frac{A}{2(A-R)}\left[\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)^2 - 2s_b\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right) + \frac{h(c-d)s_b^2}{R}\right] - K$$
$$= \frac{A}{2(A-R)}\left[\sqrt{\frac{R}{h(c-d)}}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right) - \sqrt{\frac{h(c-d)}{R}}s_b\right]^2 - K$$

$$= \frac{h(c-d)A}{2R(A-R)}\left[\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)-s_b\right]^2 - K$$

$$= \frac{(c-d)hc(A-R)K}{2KRAc}\left[\frac{A}{A-R}\left(\frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*}+d\right)-s_b\right)\right]^2 - K$$

$$= \frac{c-d}{c}\left(\frac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2 K - K$$

$$= K\left[\frac{c-d}{c}\left(\frac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2 - 1\right]$$

บทแทรก 4.1 ถ้า $A \to \infty$ หรือ อัตราการจัดส่งสินค้ามีค่าเป็นอนันต์ แล้วปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ V_s^* หน่วย เมื่อ

$$V_s^* = \begin{cases} \dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right) & ; s=0 \\ \dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right)-s_b & ; 0 < s_b \le V_n^* \end{cases} \tag{4.20}$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} \dfrac{K(c-d)}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*}-1\right)^2 & ; s=0 \\ K\left[\dfrac{c-d}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2 - 1\right] & ; 0 < s_b \le V_n^* \end{cases} \tag{4.21}$$

โดยที่ $V_n^* = \sqrt{\dfrac{2KR}{hc}}$

<u>หมายเหตุ</u> จะเห็นได้ว่าเมื่อ $A \to \infty$ และ $0 < s_b \le V_n^*$ แล้วปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุดและค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด ในบทแทรก 4.1 และในงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และเนริสา ทอนศรี (2557) จะมีค่าเท่ากัน

ตัวอย่างการประยุกต์ใช้ผลการวิจัย

ในหัวข้อนี้เป็นการยกตัวอย่างเพื่อแสดงการประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ต่าง ๆ ในทฤษฎีบท 4.1

ตัวอย่าง 4.1 กำหนดให้ อัตราความต้องการสินค้า $R = 15{,}000$ หน่วยต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า $K = 1{,}600$ บาทต่อครั้ง ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า $h = 10\%$ ของราคาสินค้าต่อหน่วยต่อปี อัตราการเพิ่มสินค้า $A = 53{,}000$ หน่วยต่อปี ราคาปกติของสินค้าที่สั่งซื้อ $c = 90$ บาทต่อหน่วยสินค้า ส่วนต่างของราคาที่ลดลง $c = 40$ บาทต่อหน่วยสินค้า และระดับสินค้าคงคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ $s = 0,\ s_a = 250, 860, 1{,}790$ หน่วย และ $s_b = 300, 1{,}000,$ $1{,}930$ หน่วย

ตารางที่ 1 ผลลัพธ์เมื่อ $s = 0$

s (หน่วย)	V_n^* (หน่วย)	L_n^* (หน่วย)	V_s^* (หน่วย)	L_s^* (หน่วย)	G^* (บาท)
0	2,727.3791	1,955.4793	172,277.7033	123,519.8628	3,435,213.44

ตารางที่ 2 ผลลัพธ์เมื่อ $s_a =$ 250, 860, 1,790

s_a (หน่วย)	V_n^* (หน่วย)	L_n^* (หน่วย)	V_s^* (หน่วย)	L_s^* (หน่วย)	G^* (บาท)
250					
860	2,727.3791	1,955.4793	169,550.3243	123,519.8628	3,435,213.44
1,790					

ตารางที่ 3 ผลลัพธ์เมื่อ $s_b =$ 300, 1,000, 1,930

s_b (หน่วย)	V_n^* (หน่วย)	L_n^* (หน่วย)	V_s^* (หน่วย)	L_s^* (หน่วย)	G^* (บาท)
300			171,859.2823		3,529,412.86
1,000	2,727.3791	1,955.4793	170,882.9665	123,519.8628	3,489,426.27
1,930			169,585.8612		3,436,653.60

ตัวอย่างที่ 4.2 กำหนดให้ อัตราความต้องการสินค้า $R = 25{,}000$ หน่วยต่อปี ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า $K = 1{,}000$ บาทต่อครั้ง ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า $h = 15\%$ ของราคาสินค้าต่อหน่วยต่อปี อัตราการเพิ่มสินค้า $A = 60{,}000$ หน่วยต่อปี ราคาปกติของสินค้าที่สั่งซื้อ $c = 60$ บาทต่อหน่วยสินค้า ส่วนต่างของราคาที่ลดลง $d = 28$ บาทต่อหน่วยสินค้า และระดับสินค้าคงคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ $s = 0,\ s_a = 250, 980, 1{,}690$ หน่วย และ $s_b = 130, 1{,}100, 1{,}780$ หน่วย

ตารางที่ 4 ผลลัพธ์เมื่อ $s = 0$

s (หน่วย)	V_n^* (หน่วย)	L_n^* (หน่วย)	V_s^* (หน่วย)	L_s^* (หน่วย)	G^* (บาท)
0	3,086.0670	1,800.2058	255,786.3756	149,208.7191	3,576,016.98

ตารางที่ 5 ผลลัพธ์เมื่อ $s_a =$ 250, 980, 1,690

s_a (หน่วย)	V_n^* (หน่วย)	L_n^* (หน่วย)	V_s^* (หน่วย)	L_s^* (หน่วย)	G^* (บาท)
250	3,086.0670	1,800.2058	252,700.3086	149,208.7191	3,576,016.97
980					
1,690					

ตารางที่ 6 ผลลัพธ์เมื่อ $s_b =$ 130, 1,100, 1,780

s_b (หน่วย)	V_n^* (หน่วย)	L_n^* (หน่วย)	V_s^* (หน่วย)	L_s^* (หน่วย)	G^* (บาท)
130	3,086.0670	1,800.2058	255,563.5185	149,208.7191	3,657,511.87
1,100			253,900.6613		3,610,070.57
1,780			252,734.9471		3,576,997.39

บทที่ 5
อภิปรายผลและสรุปผล

อภิปรายผลการวิจัย

ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดและมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษในการศึกษานี้ เป็นการปรับปรุงตัวแบบ EOQ ในงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) ซึ่งได้สมมุติให้ระดับสินค้าคงคลังเมื่อมีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ 0 หน่วย ซึ่งยังไม่ครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง ดังนั้น ตัวแบบ EOQ ดังกล่าวจึงครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษ

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้เป็นการหาตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษที่ครอบคลุมทุกระดับสินค้าคงคลัง โดยพิจารณาที่ระดับสินค้าคงคลังขณะที่มีการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษมีค่าเท่ากับ s หน่วย ($0 \le s \le L_n^*$) และได้แบ่งระดับสินค้าคงคลังดังกล่าวออกเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ 1 : $s = 0$ และกรณีที่ 2 : $0 < s \le L_n^*$ ซึ่งในกรณีที่ 1 ตัวแบบ EOQ ที่ต้องการได้มาจากงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) และในกรณีที่ 2 ได้แบ่งการพิจารณาออกเป็นสองกรณีย่อย คือ กรณีที่ 2.1 : $0 < s_a \le L_n^*$ เมื่อระดับสินค้าคงคลังเพิ่มขึ้น หรือมีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง และกรณีที่ 2.2 : $0 < s_b \le L_n^*$ เมื่อระดับสินค้าคงคลังลดลง หรือไม่มีการเพิ่มสินค้าเข้ามาในระบบสินค้าคงคลัง และได้ใช้วิธีเชิงพีชคณิตที่นำเสนอโดย Grubbström (1996) หาตัวแบบ EOQ ดังกล่าวภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นได้สูงสุดโดยจัดรูปแบบของค่าใช้จ่ายให้อยู่ในรูปแบบกำลังสองของปริมาณการสั่งซื้อสินค้าคล้ายกับงานวิจัยของ คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ (2559) ในการศึกษาครั้งนี้ จะได้ตัวแบบ EOQ ที่ใช้หาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ V_s^* หน่วย เมื่อ

$$V_s^* = \begin{cases} \dfrac{A}{A-R}\left[\dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right)\right] & ; s = 0 \\ \dfrac{A}{A-R}\left[\dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right)-L_n^*\right] & ; 0 < s_a \le L_n^* \\ \dfrac{A}{A-R}\left[\dfrac{R}{h(c-d)}\left(\dfrac{2K}{V_n^*}+d\right)-s_b\right] & ; 0 < s_b \le L_n^* \end{cases}$$

ระดับสินค้าคงคลังสูงสุดที่เกิดจากสั่งซื้อสินค้าแบบพิเศษเหมาะที่สุด คือ L_s^* หน่วย เมื่อ

$$L_s^* = \frac{R}{h(c-d)}\left(\frac{2K}{V_n^*} + d\right)$$

และค่าใช้จ่ายที่สามารถประหยัดได้สูงสุด คือ G^* เมื่อ

$$G^* = \begin{cases} \dfrac{K(c-d)}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*} - 1\right)^2 & ; s = 0 \\ K\left[\dfrac{c-d}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2 - 1\right] & ; 0 < s_a \le L_n^* \\ K\left[\dfrac{c-d}{c}\left(\dfrac{V_s^*}{V_n^*}\right)^2 - 1\right] & ; 0 < s_b \le L_n^* \end{cases}$$

โดยที่ $V_n^* = \sqrt{\dfrac{2KAR}{hc(A-R)}}$

ซึ่งผลลัพธ์ต่าง ๆ เหล่านี้จะอยู่ในรูปทั่วไปและครอบคลุมผลลัพธ์ทั้งหมดของตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าจำกัดสำหรับกรณีที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ

แนวทางในการทำวิจัยต่อ

ผู้วิจัยมีแนวคิดว่าตัวแบบ EOQ ของระบบสินค้าคงคลังที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้ สามารถนำไปพัฒนาปรับปรุงให้เป็นตัวแบบ EOQ ตัวแบบใหม่ได้ โดยข้อสมมุติที่สอดคล้องกับระบบสินค้าคงคลังที่เกิดขึ้นจริง เช่น ข้อสมมุติที่เกี่ยวกับการขาดแคลนสินค้า เพิ่มเข้าไปในตัวแบบ EOQ ที่ได้ศึกษา เป็นต้น

บรรณานุกรม

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร. (2541). *การวิเคราะห์พัสดุคงคลังเบื้องต้น*. ชลบุรี : มหาวิทยาลัยบูรพา.

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และจตุภัทร เมฆพายัพ. (2559). ตัวแบบ EOQ ที่มีอัตราการเพิ่มสินค้าต่อเนื่องและมีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ. *วารสารวิทยาศาสตร์ มศว., 3*2(1), 103-114.

คณินทร์ ธีรภาพโอฬาร และเนริสา ทอนศรี. (2557). การหาตัวแบบ EOQ ที่มีการลดราคาสินค้าแบบพิเศษ. *วารสารวิทยาศาสตร์ มศว., 30*(1), 193-207.

สิทธิกรณ์ คำรอด และคณินทร์ ธีรภาพโอฬาร. (2558). การตัวแบบ EOQ ที่มีสินค้าขาดแคลนและลดราคาสินค้าแบบพิเศษที่ได้มา. *วารสารวิทยาศาสตร์ มศว., 31*(2), 147-164.

Grubbström, R. W. (1996). Material requirements planning and manufacturing resource planning. *International encyclopedia of business and management*, *4*, 3400-3428.

Harris, F. W. (1913). How many parts to make at once, Factory. *The Magazine of Management,10*, 135-136.

Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management* (4th ed.). New Jersey: Prentice-Hall.