

สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสลงสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี 20131

การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

มนีรัตน์ พรมศรี

12 พ.ศ. 2559

361695 TH0024266

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

กรกฎาคม 2558

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ นพีรัตน์ พรมครี ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(ดร.อาภรณ์ชันติ เจนจิต)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(ดร.คงรุํ นวลแปง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารูต พัฒผล)

กรรมการ

(ดร.อาภรณ์ชันติ เจนจิต)

กรรมการ

(ดร.คงรุํ นวลแปง)

กรรมการ

(ดร.สมพงษ์ ปันหุ่น)

คณะกรรมการศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 29 เดือน มกราคม พ.ศ. 2558

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครุภัณฑ์มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สกสว.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดี เพราะผู้ที่วิจัยได้รับความช่วยเหลือและให้คำปรึกษา
แนะนำความรู้อันมีค่าอย่างยิ่งจาก ดร.อาพันธุ์ชนิต เจนจิດ ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
ดร.คงรัฐ นวลแปง กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี่

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ผศ.ดร.ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอน
คณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ดร. คมสัน ศรีไพบูลย์
อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา ผศ. มารศรี แนวจำปา อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี นางสาววัฒนา แก่นเมือง ตำแหน่ง ครู คศ.2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี นายจักรกฤษ เลื่อนกุญ
ตำแหน่ง ครู คศ.2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครู โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี
ที่ให้ความอนุเคราะห์ ในการตรวจสอบแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครุและนักเรียน โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี
ที่ให้ความร่วมเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือและเพื่องานวิจัย
ฉบับนี้

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบเค้าโครงวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบ
วิทยานิพนธ์ทุกท่านที่ได้ช่วยเสนอแนะแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ทำให้วิทยานิพนธ์
ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี
(สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการศึกษาและการทำวิจัยในครั้งนี้

เห็นอีสิ่งอื่นใดที่สำคัญที่สุดของมนุษย์คือและประโยชน์ทั้งหมดของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้
เป็นเครื่องยุคประคุณบิดา นารดาผู้ให้กำเนิดที่ช่วยเหลือสนับสนุนกำลังกาย กำลังใจ ให้ผู้วิจัยได้มี
โอกาสศึกษาสำเร็จสมประสงค์ และขอระลึกถึงพระคุณกรุ-อาจารย์ ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาท
ความรู้ให้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่ติดจนถึงปัจจุบัน

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้ด้วย

ณัฐรัตน์ พรหมศรี

56910177: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์ กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน/ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

มีเรตัน พรมครี: การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ (THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING SKILLS OF GRADE 10th STUDENTS THROUGH INQUIRY LEARNING MANAGEMENT ON APPLICATION OF TRIGONOMETRIC FUNCTION)

วิทยานิพนธ์: อาพันธ์ชนิต เจนจิต, Ed.D., คงรัฐ นวลแปลง, Ed.D, 161 หน้า ปี พ.ศ. 2558

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 โรงเรียนจุฬารามราชวิทยาลัย ชลบุรี จำนวน 24 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวนจำนวน 4 แผน แผนละ 3 คาบ แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.85 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบ / แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (*t-test for one sample*) ผลการวิจัยพบว่า

1. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

56910177: MAJOR: MATHEMATICAL TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS
TEACHING)

KEYWORD: INQUIRY LEARNING MANAGEMENT/ PROBLEM SOLVING SKILLS/
REASONING SKILLS/ APPLICATION OF TRIGONOMETRIC FUNCTION

MANIRAT PROMSRI: THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL PROBLEM
SOLVING AND REASONING SKILLS OF GRADE 10th STUDENTS THROUGH INQUIRY
LEARNING MANAGEMENT ON APPLICATION OF TRIGONOMETRIC FUNCTION.

ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT JENJIT, Ed.D., KONGRAT NUALPANG, Ed.D.,
161 P. 2015

The purposes of this research were to compare grade 10th students mathematical problem solving skills and reasoning skills after implementing inquiry management to meet 75 percent criterion. The participants of this research consisted of 24 grade 10th students from Princess Chulabhorn's College Chonburi School. These students were selected by using cluster random sampling. Instruments were inquiry learning management lesson plans and tests of mathematical problem-solving and reasoning skills. The data were analyzed by mean, standard deviation and *t-test* for one sample.

The results were as follows:

1. The mathematical problem solving skills of grade 10th students after using inquiry learning management in trigonometric function were higher than 75 percent criterion at .05 level of significance.
2. The mathematical reasoning skills of grade 10th students after using inquiry learning management in trigonometric function were higher than the 75 percent at .05 level of significance.

สารบัญ

| | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย..... | ๑ |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ | ๑ |
| สารบัญ..... | ๒ |
| สารบัญตาราง..... | ๗ |
| สารบัญรูปภาพ..... | ๘ |
| บทที่ | |
| 1 บทนำ | 1 |
| ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... | 1 |
| วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... | 6 |
| สมมติฐานของการวิจัย..... | 6 |
| ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย..... | 6 |
| ขอบเขตการวิจัย | 6 |
| นิยามศัพท์เฉพาะ | 7 |
| กรอบแนวคิดการวิจัย..... | 10 |
| 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 10 |
| หลักสูตรสถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของกลุ่มโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ | 12 |
| หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ | 12 |
| การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน | 19 |
| ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 33 |
| ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 48 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 61 |
| 3 วิธีดำเนินการวิจัย | 64 |
| ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง | 64 |
| รูปแบบการวิจัย | 65 |

สารบัญ (ต่อ)

| บทที่ | | หน้า |
|-------|--|------|
| | เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... | 65 |
| | การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย | 66 |
| | การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล..... | 74 |
| | การวิเคราะห์ข้อมูล..... | 75 |
| | สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล | 75 |
| 4 | ผลการวิจัย..... | 78 |
| | สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล | 78 |
| | การวิเคราะห์ข้อมูล..... | 78 |
| | ผลการวิเคราะห์ข้อมูล | 79 |
| 5 | สรุปและอภิปรายผลการทดลอง..... | 90 |
| | สรุปผลการทดลอง..... | 90 |
| | อภิปรายผล..... | 91 |
| | ข้อเสนอแนะ | 95 |
| | บรรณานุกรม..... | 96 |
| | ภาคผนวก..... | 103 |
| | ภาคผนวก ก | 104 |
| | ภาคผนวก ข | 106 |
| | ภาคผนวก ค | 108 |
| | ภาคผนวก ง | 117 |
| | ภาคผนวก ช..... | 123 |
| | ประวัติย่อของผู้วิจัย..... | 161 |

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | หน้า |
|---|------|
| 1 โครงการสร้างรายวิชา (กำหนดการสอนและจุดประสงค์การเรียนรู้) | 16 |
| 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน | 26 |
| 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม | 44 |
| 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม | 44 |
| 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวม | 45 |
| 6 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 45 |
| 7 เกณฑ์การให้คะแนน เพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านความเข้าใจงานและคุณภาพของวิธีทำ..... | 46 |
| 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน | 47 |
| 9 เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม | 47 |
| 10 เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/ กระบวนการ การให้เหตุผล | 60 |
| 11 การให้คะแนนแบบภาพรวม จำแนกตามทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์) | 60 |
| 12 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 61 |
| 13 แบบแผนการทดลองแบบ One-group posttest-only design | 65 |
| 14 การวิเคราะห์ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดการ เรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ | 66 |
| 15 แสดงการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ | 70 |
| 16 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 72 |
| 17 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 72 |
| 18 เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด การเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 | 79 |
| 19 เปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด การเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 | 84 |

สารบัญตาราง (ต่อ)

| ตารางที่ | หน้า |
|---|------|
| 20 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 | 109 |
| 21 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 | 110 |
| 22 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 | 111 |
| 23 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 | 112 |
| 24 ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ | 113 |
| 25 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 113 |
| 26 ค่าความขา (P_k) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร D. R. Whitney and D. L. Sabers. | 114 |
| 27 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ และ S^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 114 |
| 28 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 116 |
| 29 คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ จัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิตรของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 | 117 |
| 30 คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดย ใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 | 121 |
| 31 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ | 123 |
| 32 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ | 123 |

สารบัญภาพ

| ภาพที่ | หน้า |
|--|------|
| 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย | 10 |
| 2 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 4 คะแนน | 80 |
| 3 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 3 คะแนน | 81 |
| 4 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 2 คะแนน | 82 |
| 5 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 1 คะแนน | 83 |
| 6 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการให้เหตุผล 4 คะแนน | 85 |
| 7 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการให้เหตุผล 3 คะแนน | 86 |
| 8 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการให้เหตุผล 2 คะแนน | 87 |
| 9 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการให้เหตุผล 1 คะแนน | 88 |

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สังคมไทยปัจจุบันกำลังเผชิญกับวิกฤตการณ์ต่าง ๆ รอบด้าน อันเนื่องมาจากการรีบเร่ง เปลี่ยนแปลงและพัฒนาอย่างรวดเร็วให้ทันกระแสของโลกยุคโลกาภิวัตน์ สภาพการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ไม่ว่าจะเป็นวิกฤติทางเศรษฐกิจ การเมือง ความเสื่อมโทรมของสังคม ความหย่อนยาน ทางศีลธรรม รวมทั้งความฝ่ายแพ้ในการแข่งขัน คุณภาพและสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ในระดับสากล ล้วนบ่งชี้อย่างชัดเจนถึงความล้มเหลวของการพัฒนาและความไม่พร้อมของ “คน” อันเป็นทรัพยากรที่สำคัญที่สุดของสังคม สภาพการณ์ดังกล่าวได้ก่อให้เกิดกระแสเรียกร้องให้มีการปรับปรุงแก้ไข พัฒนาอย่างเร่งด่วน โดยทุกฝ่ายต่างเห็นพ้องกันว่า ต้องมีการพัฒนาคุณภาพการศึกษาของชาติ ด้วยการปฏิรูปการศึกษาให้สามารถสร้างและพัฒนาคนให้มีคุณภาพรู้เท่าทันด้วยกระบวนการเปลี่ยนแปลง และตอบสนองความต้องการของสังคมและประเทศชาติอย่างแท้จริง (วัฒนาพร ระจันทุกษ์, 2545, หน้า 1)

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 รวมทั้งนโยบายด้านการศึกษาของรัฐ ต่างมีอุดมการณ์และหลักการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาสังคมไทย ให้เป็นสังคมแห่งการเรียนรู้ เพื่อให้คนไทยทั้งปวงได้รับโอกาสเท่าเทียมกันทางการศึกษา โดยในหมวด 4 มาตรา 22 ระบุว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาด้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเติมศักยภาพ มาตรา 23 ระบุว่า การจัดการศึกษาทั้ง การศึกษาในระบบ การศึกษานอกระบบ และการศึกษาตามอัชญาศัย ต้องเน้นความสำคัญทั้งความรู้ คุณธรรม กระบวนการเรียนรู้และบูรณาการตามความเหมาะสมของแต่ละระดับการศึกษา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2542)

นอกจากนี้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ก็ยังมีจุดมุ่งหมาย เพื่อที่จะพัฒนาคนไทยให้มีความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและมุ่งพัฒนาคนไทยทุกคนให้มีความเป็นมนุษย์ ที่สมบูรณ์ในทุกด้าน ทึ้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกรักในการเป็นพลเมืองไทยและพลเมืองโลก มีความรู้อันเป็นสากล และมีความสามารถในการสื่อสาร ให้เหตุผล การคิดการแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี ทักษะชีวิต เจตคติเพื่อเป็นรากฐานที่เพียงพอต่อ การประกอบอาชีพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 5)

วิชาคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้หนึ่งใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลาง ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ และการดำรงชีวิต เพราะการพัฒนาและการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ทั้งในอดีต ปัจจุบัน และอนาคต ต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และในชีวิตประจำวันของคนเราจึงได้ใช้วิชาคณิตศาสตร์อย่างไม่รู้ตัว (สิริพร ทิพย์คง, 2533, หน้า 1) อีกทั้งคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนามนุษย์ ทำให้มนุษย์ มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือ สถานการณ์ได้อย่างถูกต้อง รวดเร็ว แม่นยำ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 สาระ โดยที่สาระที่เน้นเนื้อหาสาระมี 5 สาระ คือ สาระที่ 1 จำนวน และ การดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิตและสาระที่ 5 การวิเคราะห์ ข้อมูลและความน่าจะเป็น ส่วนในสาระที่ 6 นั้นจะเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มี 5 ทักษะ ประกอบด้วย ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ทักษะ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยที่ทักษะ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะหนึ่งใน 5 ทักษะที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้ เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เพชรัญญ์ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียนตลอดจน เป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้นานตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 6)

การจะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องนั้นผู้เรียนจะต้องอาศัยทักษะการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ซึ่งทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและ กระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถูกต้อง รวดเร็ว สามารถคิดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้ อย่างถูกต้องเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดด้วยไปใช้ใน การพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงาน และ การดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมี

เหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ บังมีวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเข้าใจอย่างมีเหตุผลดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเขตคิดที่คิดต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจำได้ดีและนานกว่าเดิม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 39) จากอคิตที่ผ่านมา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในชั้นเรียนมุ่งให้ผู้เรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาและการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ผู้สอนยกตัวอย่างหรือทำให้ดู การสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะและการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ง่าย ๆ ใกล้ตัว เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่น่าเก่าท่าที่ควร (อัมพร มัคคุอง, 2554, หน้า 13)

จากผลการประเมินของโครงการ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลการศึกษาประเทศสมาชิก OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) จากการประเมินโดยภาพรวมพบว่า คะแนนเฉลี่ย OECD ของคณิตศาสตร์ ใน PISA 2012 เป็นคะแนนมาตรฐานที่ 494 คะแนน ซึ่งนักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD และเมื่อเรียงคะแนนเฉลี่ยจะอยู่ที่ตำแหน่งประมาณ 50 นอกจากรายงาน PISA ได้รายงานเป็นระดับความสามารถหรือระดับความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่า นักเรียนไทยรู้คณิตศาสตร์ถึงระดับสูงสุด โดยเฉลี่ยเพียงร้อยละ 0.5 ในหมวดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ค่าเฉลี่ยนักเรียนไทยมีสูดอ่อนที่สุดในกระบวนการคิดวิธีการ หรือการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ นั่นคือ การคิดถึงปัญหาตามสถานการณ์ในบริบทให้เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556, หน้า 7-13) ทั้งนี้จากผลการวิจัยโครงการ PISA พบว่า นักเรียนไทยไม่เชื่อมกับการประเมินผลแบบเขียนตอบหรือให้อธิบายเหตุผล牙 ฯ และการที่ต้องตีความ คิดวิเคราะห์ และสะท้อนเอาความคิดหรือปฏิกริยาของตน ที่ตอบสนองต่อข้อมูลหรือข้อความที่ได้อ่าน รวมทั้งกระบวนการจัดการเรียนรู้ปัจจุบันไม่สนับสนุน และส่งเสริมให้นักเรียนคิดหรือแสดงออกได้อย่างเดิมที่ (สูนีย์ คล้ายนิล, 2547, หน้า 12-22) และจากผลการประเมินของการสอบ PISA ชี้ชัด ได้ว่า ประเทศไทยกำลังประสบปัญหาที่สำคัญในการจัดการศึกษาที่ทำให้ผู้เรียน “คิดแก้ปัญหาไม่เป็น” หรือ “ไม่ชอบที่จะคิดวิเคราะห์” (ศศิธร แม้่นสงวน, 2555, หน้า 338)

จากผลการสอบของสถาบันการศึกษาแห่งชาติ ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2554-2556 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ย 22.73 แต่ 20.48 ตามลำดับ ซึ่งคะแนนเฉลี่ยดังกล่าวโดยรวมไม่ถึงร้อยละ 50 และมีแนวโน้มต่ำลง (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2556) รวมทั้งโรงเรียนพาราชาวดิลล์ ชลบุรี ซึ่งเป็น

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค ผลคะแนนเฉลี่ยจากการสอบ O-NET ปี 2556 ในวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนค่าเฉลี่ย 37.64 พ布ว่าค่าเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 50 และจากการสัมภาษณ์ผลการจัดการเรียน การสอนรายวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับ แคลคูลัส 3 จากครุฑ์สอนรายวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 โรงเรียนจุฬารามราชวิทยาลัย ชลบุรี ผลปรากฏว่าคะแนนสอบ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬารามราชวิทยาลัย ชลบุรี ในปีการศึกษา 2555 และ ปีการศึกษา 2556 มีคะแนนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียน ซึ่งโรงเรียนมีเกณฑ์มาตรฐาน ร้อยละ 60 พ布ว่าในเนื้อหาส่วนที่ได้คะแนนน้อยที่สุดคือ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ซึ่งผลคะแนนจากการสอบย่อยครั้งที่ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในเรื่อง การประยุกต์ของ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 8.68 จากคะแนนเต็ม 15 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 57.86 ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 60 และมีคะแนนต่ำกว่าการสอบย่อยครั้งที่ 1 ในเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และจากคะแนน O-NET ปี 2556 ในวิชาคณิตศาสตร์ก็พบว่าในมาตรฐาน ค 2.1 และ ค 2.2 ซึ่งเป็นมาตรฐานที่บรรจุเนื้อหาเกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติอยู่ พ布ว่า มีคะแนนเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 60 เช่นกัน โดยมาตรฐาน ค 2.1 มีคะแนนเฉลี่ยเป็น 33.74 และ มาตรฐาน ค 2.2 มีคะแนนเฉลี่ยเป็น 41.82

จากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนบังพบร่วมกับการจัดสอนใน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ ของโรงเรียนจุฬารามราชวิทยาลัย ชลบุรี เป็นข้อสอบแบบเขียนตอบและแสดงวิธีทำ ซึ่งผู้เรียนต้องแสดงขั้นตอนกระบวนการในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องและแสดง ความเป็นเหตุเป็นผลในการแก้ปัญหาด้วย จากการตรวจข้อสอบของครูผู้สอนพบว่า นักเรียนยังไม่ สามารถแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและแสดงความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบได้ชัดเจนเท่าที่ควร ซึ่งแสดงให้เห็นว่า นักเรียนยังมีทักษะในการแก้ปัญหาและแสดงเหตุผลในเรื่องการประยุกต์ของ ฟังก์ชันตรีโกณมิติไม่เพียงพอ ส่งผลให้ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ร้อยละ 60 และบังอาจ ส่งผลไปถึงการสอบ O-NET ซึ่งเป็นข้อสอบที่ได้สอดแทรกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ ในข้อสอบแต่ละมาตรฐานรวมถึงมาตรฐาน ค 2.1 และ ค 2.2 ด้วย

(Alice & Shirel, 1999, p. 114) ยังได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ ทำให้การแก้ปัญหางานสมบูรณ์ ผู้เรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหารือวางแผนใน การแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ปีการศึกษา 2556 ที่เคยเรียนในวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 เรื่อง การประยุกต์ ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของโรงเรียนจุฬารามราชวิทยาลัย ชลบุรี เกี่ยวกับรูปแบบในการจัด การเรียนรู้ของครูพบว่า การจัดการเรียนรู้ครูจะใช้วิธีการอธิบายและยกตัวอย่างให้นักเรียนดู นักเรียนจึงได้ฝึกการแก้ปัญหาตัวบทตนเองค่อนข้างน้อย เนื่องจากเนื้อหาในการจัดการเรียนรู้นี้

ค่อนข้าง酵ะ แต่เมื่อเวลาในการเรียนน้อย จึงส่งผลให้นักเรียนสามารถทำข้อสอบที่มีการเขียนแสดง การอธิบายและให้เหตุผลในการหาคำตอบที่เป็นโจทย์ปัญหาที่แตกต่างจากที่ครูสอนได้ไม่ดีเท่าที่ควร เมื่อวิเคราะห์สาเหตุของปัญหาดังกล่าวข้างต้น พบว่า การจัดการเรียนการสอนของครู เรื่อง การประยุกต์ของพัฒนาริโโภณมิติ มุ่งให้นักเรียนหาคำตอบเป็นส่วนใหญ่ ทำให้นักเรียนมีโอกาส น้อยในการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะทักษะการแก้ปัญหาและทักษะ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังมีกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดง เหตุผลในการตอบคำถามของตนเองค่อนข้างน้อย

จากปัญหาและความสำคัญดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้สนใจในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้เลือกใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวน สอบถามมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ชื่นมอลโลย (Malloy, 1999 ลังถึงใน พร้อมบรรณ อุดมสินและ อัมพร มีคานอง, 2547, หน้า 98-99) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลใน ระดับมัธยมศึกษา โดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนใน การส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการอภิปรายตรวจสอบเกี่ยวกับบริบทของปัญหา วิธีการจัดการเรียนรู้ แบบสืบสวนสอบสวนเป็นวิธีการสอนที่เป็นกระบวนการทางความคิดที่ผู้เรียนจะต้องคิดหาสาเหตุ หรือแหล่งที่เกิดของผลงานค้นพบความรู้นั้นวิธีการจัดการเรียนรู้แบบนี้ผู้สอนจะต้องตั้งคำถาม กระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิด หารือการแก้ปัญหาด้วยตนเองและสามารถนำวิธีการแก้ปัญหานี้ไปใช้ ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ (ปิยนุช คนฉลาด, 2541, หน้า 163) ดังนั้นจะพบว่าข้อดีของ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนจากผู้บอกมาเป็นผู้ถ้าน ซึ่งวิธี ดังกล่าวจะทำให้นักเรียนกระตือรือร้นมากขึ้น (สมชาย ชูชาติ, 2538, หน้า 82) และ จากการวิจัย ของ ศิริกรณ์ ตันตะลา (2554, หน้า 93-94) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ การสอนแบบการสืบเสาะความรู้ (SEs) ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ทั้งหมด 17 คน คิดเป็นร้อยละ 73.91 ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ร้อยละ 70 และ สอดคล้องกับงานวิจัยของ ณัฐกฤตา ปิตตานาโพ (2553, หน้า 73-74) ได้ทำการวิจัยผลของการใช้ ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยเห็นถึงความสำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าอย่างมีทักษะกระบวนการ เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูในการพัฒนานักเรียนในด้านทักษะการแก้ปัญหาและทักษะให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใหม่ประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75
- เพื่อเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75

สมมติฐานของการวิจัย

- นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75
- นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75

ประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย

- ได้แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อให้ครูใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียน
- ได้วิธีการพัฒนาให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผล เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดของเขตการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากร

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 6 ห้องเรียน โดยโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคลุมความสามารถ จำนวน 144 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3

โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 24 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบ่งกลุ่ม (Cluster random sampling)

2. ตัวแปรที่ศึกษา

2.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของ พังก์ชั้นตรี โภณมิติ

2.2 ตัวแปรตาม คือ

2.2.1 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหา เรื่อง การประยุกต์ของพังก์ชั้นตรี โภณมิติ ในรายวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับเด็กลูกถั่ง 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี พุทธศักราช 2557 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งมีเนื้อหา ดังนี้

1) พังก์ชั้นตรี โภณมิติของผลบวกและผลค่างของ

| | |
|------------------|-------------|
| จำนวนจริงหรือมูล | จำนวน 3 คาบ |
|------------------|-------------|

2) พังก์ชั้นตรี โภณมิติของมูลสองเท่า มูลรึ่งเท่า

| | |
|--------------------------------|-------------|
| Sum-to-product, product-to-sum | จำนวน 3 คาบ |
|--------------------------------|-------------|

3) กฎของไชน์ กฎของโโคไชน์

| |
|-------------|
| จำนวน 3 คาบ |
|-------------|

4) การแก้สมการตรี โภณมิติ

| |
|-------------|
| จำนวน 3 คาบ |
|-------------|

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้แบบ สืบสวนสอบสวน จำนวน 12 คาบ และใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 14 คาบ

โดยผู้วิจัยจะดำเนินการสอนด้วยตัวเอง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนawan หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนค้นคว้าแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยผู้สอนจะเป็นผู้จัดสถานการณ์ปัญหา/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราวที่น่าสนใจให้นักเรียนสังเกตและใช้คำาณกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดความสงสัย นักเรียนจะร่วมกันอภิปรายจนค้นพบข้อสรุป หลักการหรือกฎหมายที่ต่างๆ ที่ถูกต้องด้วยตนเอง และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้น คือ

1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นนี้เป็น การทบทวนความรู้เดิม โดยการนำเอาความรู้เดิมของนักเรียนมาปูพื้นฐานเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ และยกตัวอย่างปัญหาหรือสถานการณ์เพื่อเร้าความสนใจของผู้เรียน

2) ขั้นสังเกต เป็นขั้นที่ครูได้จัดสถานการณ์ปัญหา/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราวที่น่าสนใจเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ ทำการสังเกตและประเมินสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราวที่ได้รับ โดยครูผู้สอนจะใช้คำาณเพื่อกระตุ้นและเร้าความสนใจของผู้เรียน เป็นคำาณที่ให้นักเรียนได้สำรวจสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราว เพื่อให้นักเรียนทราบถึงลักษณะองค์ประกอบของสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราวที่กำหนดให้

3) ขั้นอธิบาย เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อขอข้อสงสัยโดยการอาศัยความสามารถในการให้เหตุผลมาอธิบาย ในขั้นนี้ผู้เรียนจะพากยาน วิเคราะห์ข้อมูล รวบรวมและค้นหาวิธีเพื่อแก้ปัญหาและอธิบายสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราว จากขั้นสังเกต และตั้งข้อสมมติฐาน

4) ขั้นทดสอบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนทดสอบข้อสรุปจากข้อมูลที่รวบรวม ได้จากขั้นอธิบาย โดยการนำข้อมูลมาอธิบายสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานนั้นว่าถูกหรือไม่ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป โดยผู้สอนให้ผู้เรียนบอกเหตุผลว่าทำไมจึงสรุปได้อกมาเป็นรูปแบบนี้ การแก้ปัญหาในขั้นนี้เป็นการสร้างหลักการและหาความสัมพันธ์ต่างๆ จนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

5) ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปปรับใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกัน โดยที่ครูกำหนดสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายกับปัญหาเดิมที่นักเรียนเคยทำไปแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนได้นำหลักการที่ค้นพบไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ได้

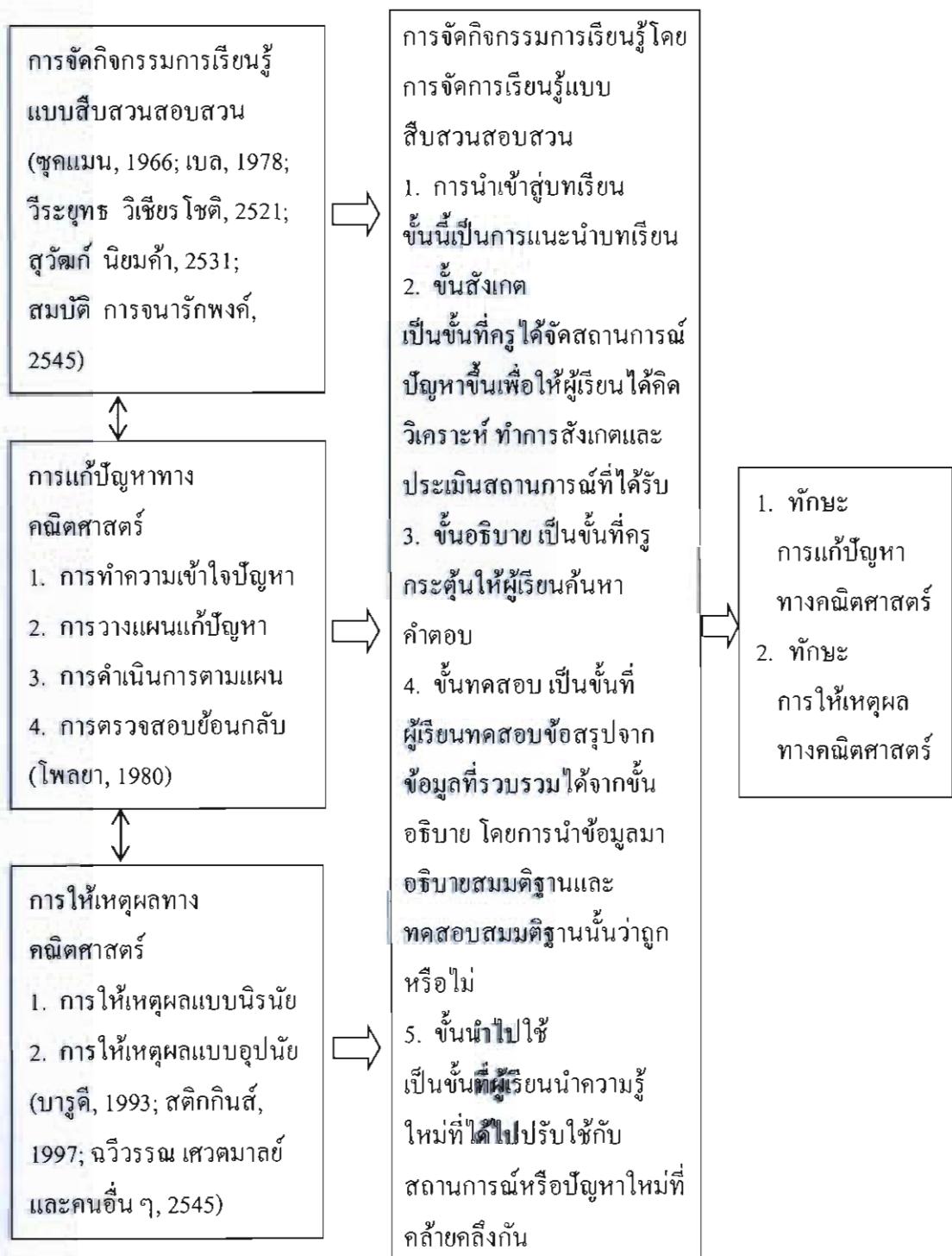
2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการหาคำตอบอย่างมีระบบขั้นตอน โดยอาศัยความรู้เดิมที่มีอยู่ ทักษะกระบวนการใหม่ และการคำานีนการเพื่อนำมาชี้คำาณที่ต้องการชี้วัด ได้จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งมีลักษณะเป็นแบบเบี่ยงตอบจำนวน 5 ข้อ

3. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการวิเคราะห์ เพื่อที่จะ ได้ซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ซึ่งเหตุผลที่ได้จะเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งที่ทำได้ข้อสรุปที่สมบูรณ์ถูกต้อง ซึ่งวัดได้จากแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งมีลักษณะเป็นแบบเขียนตอบจำนวน 5 ข้อ

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นค่าที่จะยอมรับว่า ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและแบบวัดทักษะการให้เหตุผล แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์อยู่ที่ 75 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา, 2555, หน้า 42, 111)

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาที่มานและความสำคัญของปัญหา รวมทั้งเอกสารที่เกี่ยวข้องในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสามารถนำเสนอกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีgonมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของกลุ่มโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 มาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 คำอธิบายรายวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3
 - 1.3 ตัวชี้วัดรายวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3
 - 1.4 โครงสร้างรายวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3
2. การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.2 จุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.4 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
3. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 แนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 เกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล
 - 4.2 ความหมายของทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- 4.3 รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 4.4 แนวทางการพัฒนาทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 4.5 การวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 4.6 การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในประเทศไทย

**หลักสูตรสถานศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของกลุ่มโรงเรียน จุฬาภรณ
ราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์**

1. มาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มาตรฐานที่ 1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง ตัวชี้วัด

1.1 แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริง

1.2 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง

1.3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลัง

เป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณ์ที่

มาตรฐานที่ 2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

2.1 เข้าใจความหมาย และหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหาร จำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริง ที่อยู่ในรูปกรณ์ที่

มาตรฐานที่ 3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

3.1 หากประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณ์ที่ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูป เลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสม

มาตรฐานที่ 4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

ตัวชี้วัด

4.1 เข้าใจสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกการคูณ การหาร การไม่เท่ากัน และนำไปใช้ได้

มาตรฐานที่ 5 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด ตัวชี้วัด

มาตรฐานที่ 6 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัด

6.1 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะเวลาและความถูก โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

มาตรฐานที่ 7 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Patterns) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัด

7.1 มีความคิดรวบยอดในเรื่องเขตและการคำนึงการของเขต

7.2 เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

7.3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์ และฟังก์ชันในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ

7.4 เข้าใจความหมายของลำดับและพาณิชที่นำไปของลำดับจำกัด

7.5 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต ภาพนั้นต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้

มาตรฐานที่ 8 ใช้นิพจน์ สมการ สมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical models) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

8.1 เขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเช็ตและนำไปใช้แก้ปัญหา

8.2 ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลโดยใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

8.3 แก้สมการ และสมการตัวแปรเดียวคือไม่กินสอง

8.4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

8.5 ใช้กราฟของสมการ สมการ พังก์ชัน ในการแก้ปัญหา

8.6 เข้าใจความหมายของผลบวก ก พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้เรขาคณิต หาผลบวก ก พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวก ก พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้

มาตรฐานที่ 9 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัด

9.1 เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย

9.2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นไทล์

ของข้อมูล

9.3 เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์

มาตรฐานที่ 10 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด

10.1 นำผลที่ได้จากการสำรวจความคิดเห็นไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

10.2 อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

มาตรฐานที่ 11 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

11.1 ใช้ข้อมูลข่าวสาร และค่าสถิติช่วยในการตัดสินใจ

11.2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

มาตรฐานที่ 12 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

12.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

12.2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

12.3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

12.4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

12.5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

12.6 มีความคิดสร้างสรรค์

จากมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาผู้วิจัยพบว่า มาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ทักษะการแก้ปัญหาและทักษะ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ มาตรฐานที่ 6 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด ด้วยวัด 6.1. แก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ และมาตรฐานที่ 12 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมี ความคิดสร้างสรรค์ ด้วยวิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา 12.2 ใช้ความรู้ ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม ด้วยวัด 12.3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม จากมาตรฐานและด้วยวัดที่เกี่ยวข้อง การที่ครูผู้สอนจะพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐาน ข้างต้นนี้ จะต้องมีวิธีการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจระดับไหนก็เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยเห็น ว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวนจะช่วยพัฒนาคุณภาพนักเรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐาน ข้างต้น ซึ่งรวมถึงทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติด้วย

**2. คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 (Pre-calculus 3)
1.5 หน่วยกิต 3 คาบ/ สัปดาห์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557**

ศึกษาเกี่ยวกับตรีโกณมิติ การวัดมุม ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย ตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมนูนๆ ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ศึกษาเกี่ยวกับตรีโกณมิติวิเคราะห์ ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของมุม หรือจำนวนจริง เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ กฎของไซน์และกฎของโคไซน์ จำนวนเชิงซ้อน ในรูปเชิงข้าว

เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดี ต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน

3. ตัวชี้วัดรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 เมื่อเรียนจบรายวิชานี้ นักเรียนสามารถ

1. หาก้าฟังก์ชันตรีโภณมิติต่าง ๆ โดยนิยามจากวงกลมนั่งหน่วย และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโภณมิติและการประยุกต์ไปใช้แก้ปัญหาได้
3. แก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขี้ว
4. หารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้
4. โครงสร้างรายวิชา กำหนดการสอนและจุดประสงค์การเรียนรู้

ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชา กำหนดการสอนและจุดประสงค์การเรียนรู้

| สัปดาห์ที่ (วันเดือนปี) | คาน ที่ | หัวข้อ | จุดประสงค์การเรียนรู้ |
|----------------------------|------------|--|---|
| 1 | 1-3 | มุม มุมในหน่วย เรเดียน มุมในหน่วย องศา | 1. สามารถบอกมุมในหน่วยเรเดียนและหน่วย องศาได้ 2. สามารถบอกความสัมพันธ์ของมุมในหน่วย เรเดียนและหน่วยองศาได้ |
| 2 | 4-6 | วงกลมนั่งหน่วย ฟังก์ชันตรีโภณมิติ ฟังก์ชันมีค่า | 3. เข้าใจความหมายของวงกลมนั่งหน่วย 4. เข้าใจความหมายของฟังก์ชันตรีโภณมิติ ในวงกลมนั่งหน่วย 5. เข้าใจความหมายของฟังก์ชันมีค่า |
| 3 | 7-9 | ตรีโภณมิติในรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก เอกลักษณ์ตรีโภณมิติ | 6. หาก้าฟังก์ชันตรีโภณมิติในรูปสามเหลี่ยม มุมฉากได้ 7. เข้าใจเอกลักษณ์ตรีโภณมิติพื้นฐาน 8. นำความรู้เรื่องตรีโภณมิติในรูปสามเหลี่ยม มุมฉากไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ |
| 4 | 10-12 | ฟังก์ชันตรีโภณมิติของ มุมในชุดภาคต่าง ๆ | 9. หาก้าฟังก์ชันตรีโภณมิติของมุมในชุดภาค ต่าง ๆ ได้ |

ตารางที่ 1 (ต่อ)

| สัปดาห์ที่ (วันเดือนปี) | คาน ที่ | หัวข้อ | จุดประสงค์การเรียนรู้ |
|----------------------------|------------|--|--|
| 5 | 13-15 | กราฟของฟังก์ชันไซน์ และฟังก์ชันโคไซน์ グラフของฟังก์ชัน \sin และ \cos | 10. สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ได้ 11. สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติต่างๆ ได้ |
| 6-7 | 16-21 | ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ผกผัน | 12. เข้าใจความหมายของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ผกผัน 13. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ ผกผันได้ สอบย่อครึ่งที่ 1 |
| 8 | 22-24 | การประยุกต์และแบบจำลองของฟังก์ชันตรีโกณมิติ | 14. สามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติ มาแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ |
| 9-10 | 25-30 | เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ พื้นฐานการตรวจสอบเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ | 15. บอกความสัมพันธ์ของเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ พื้นฐานต่างๆ ได้ 16. สามารถตรวจสอบเอกลักษณ์ตรีโกณมิติได้ |
| 11 | 31-33 | | สอบกลางภาคเรียน |
| 12 | 34-36 | ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุม นุนสองเท่า มุมครึ่งเท่า sum-to-product, product-to-sum | 17. นักเรียนสามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมนุนสองเท่า มุมครึ่งเท่า และสามารถให้เหตุผลในการบอกค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมนุนได้ |
| 13 | 37-39 | ฟังก์ชันตรีโกณมิติของ นุนสองเท่า มุมครึ่งเท่า sum-to-product, product-to-sum | 18. นักเรียนสามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของนุนสองเท่า มุมครึ่งเท่า และสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของนุนสองเท่า มุมครึ่งเท่าได้ 19. นักเรียนสามารถใช้ sum-to-product, |

ตารางที่ 1 (ต่อ)

| สัปดาห์ที่ (วันเดือนปี) | คาน ที่ | หัวข้อ | จุดประสงค์การเรียนรู้ |
|----------------------------|------------|---|--|
| | | | product-to-sum ในการแก้ปัญหาและสามารถให้เหตุผลในการใช้ sum-to-product, product-to-sum ในการแก้ปัญหาได้ |
| 14 | 40-42 | กฎของไซน์ กฎของโคไซน์ | 20. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องกฎของไซน์และกฎของโคไซน์ในการแก้ปัญหาและสามารถให้เหตุผลในการนำกฎของไซน์และกฎของโคไซน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ |
| 15 | 43-45 | การแก้สมการตรีโภณมิติ | 21. นักเรียนสามารถแก้สมการตรีโภณมิติได้ และสามารถนำความรู้เรื่องการประยุกต์ของพังก์ชันตรีโภณมิติไปใช้ขอรับยาเหตุผลในการแก้สมการตรีโภณมิติได้ |
| | | | สอบย่อยครั้งที่ 2 |
| 16 | 46-48 | กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน | 22. สามารถเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนได้ 23. หาค่าสัมบูรณ์ของจำนวน เชิงซ้อนได้ 24. นำสมบัติค่าสัมบูรณ์และสังยุคของจำนวน เชิงซ้อนไปใช้แก้ปัญหาได้ |
| 17 | 49-52 | จำนวนเชิงซ้อนในรูป เชิงข้า การคูณและ การหารจำนวนเชิงซ้อน ในรูปเชิงข้า | 25. เขียนจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงข้าได้ 26. หาผลคูณและผลหารของจำนวนเชิงซ้อน ในรูปเชิงข้าได้ |
| 18 | 53-54 | กฎของเดอมัวร์ รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน | 27. หารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนได้ |
| 19 | 55-57 | กฎของเดอมัวร์ รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน | |
| 20 | 58-60 | | สอบปลายภาคเรียน |

การวิจัยครั้งนี้ใช้เนื้อหาในการเรียนการสอน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิติ ซึ่งหัวข้อมีเนื้อหาที่จะใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. ฟังก์ชันตรีโภณมิติของผลบวกและผลต่างของ

จำนวนจริงหรืออนุม จำนวน 3 คาบ

2. ฟังก์ชันตรีโภณมิติของอนุมสองเท่า อนุมครึ่งเท่า ความสัมพันธ์ระหว่างผลบวกผลต่าง และผลคูณของ ฟังก์ชันตรีโภณมิติ จำนวน 3 คาบ

3. กฏของไชน์ กฏของโคงไชน์ จำนวน 3 คาบ

4. การแก้สมการตรีโภณมิติ จำนวน 3 คาบ

จากเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้จาก เรื่องก่อนหน้านี้ ดังใจให้เวลาในการทำความเข้าใจและการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนยังไม่ เคยพบมาก่อน การที่นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาเหล่านี้ได้ นักเรียนต้องสามารถวิเคราะห์ปัญหา หาแนวทางในการแก้ปัญหาและอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน ได้ ผู้วิจัยจึงเห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนจะช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจเนื้อหาและ แก้ปัญหาเหล่านี้ได้ อีกทั้งยังช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นด้วย

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

1. ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เป็นกระบวนการ ทางความคิด ที่ผู้เรียนจะต้องคิดหาสาเหตุหรือแหล่งที่เกิดของผลงานกันพบความรู้ การจัดการเรียนรู้ แบบสื้อสอนจะต้องตั้งคำถามกระตุนให้ผู้เรียนใช้ความคิด หาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองและ สามารถนำวิธีการแก้ปัญหานี้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ได้ โดยมีนักการศึกษาได้ให้ ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ ดังนี้

ชันต์ และ โทรเวอริดจ์ (Sund & Trowbridge, 1967, p. 73) ได้นิยามการจัดการเรียนรู้ แบบสืบสวนสอบสวน (Inquiry) ว่า เป็นการค้นคว้าหาความรู้หรือความจริง โดยเน้นที่วิธีการหา ความจริงมากกว่าอ้างความจริงซึ่งเป็นผลมาจากการค้นคว้า สิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้แบบนี้คือ ครูจะต้องยกให้นักเรียนรู้จักวิธีการเรียนรู้ จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนนี้ มีความสัมพันธ์ในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถ ในการคิดแก้ปัญหา นั่น ให้ผู้เรียนค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์

ซึ่งครูจะเป็นผู้เร้าเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจสังสัย ช่วยจัดสถานการณ์และอุปกรณ์ให้เหมาะสม กับการแก้ปัญหา และอาจร่วมมือกิจกรรมกับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้สังกัดที่ถูกต้อง

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, หน้า 92) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนว่า เป็นกระบวนการตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์อันหนึ่งอันได้ ในการค้นหาความจริงการสืบสวนสอบสวนเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสนใจสังสัยสถานการณ์นั้น จึงเป็นปัญหาสำหรับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียน ค่องค้นหาสาเหตุเพื่อมารอเชิญปัญหานั้น โดยผู้เรียนและผู้สอนเป็นผู้สืบสวนสอบสวนด้วย การดึงคำถาม จุดมุ่งหมายปลายทางคือผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง

วัฒนาพร ระจันทุกษ์ (2542, หน้า 16) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เป็นการใช้คำถามที่มีความหมาย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสืบค้นหาคำตอบในประเด็นที่กำหนดให้ เน้นการให้ผู้เรียนรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง

ไสว พักษา (2544, หน้า 102) กล่าวว่า วิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เป็นวิธีการสอนที่เน้นการแสดงทางความรู้เพื่อการแก้ปัญหาโดยใช้คำถาม จัดเป็นวิธีการสอนที่เปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทของครูผู้สอนจะลดลง ผู้สอน จะเปิดโอกาสและชี้แนะให้ผู้เรียนได้ร่วมคิด ร่วมแสดงความคิดเห็น ร่วมค้นคว้า และสรุปความรู้ ด้วยตนเองจากการถามตอบ หรือครูและผู้เรียนผลัดกันถามก็ได้ แต่รูปแบบที่ผู้เรียนเป็นผู้ถูก จัดสถานการณ์ แนวการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมากที่สุด

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 136) กล่าวว่า วิธีการจัดการเรียนรู้แบบ สืบสวนสอบสวน เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วย วิธีการฝึกให้นักเรียนรู้จักศึกษาค้นคว้าหาความรู้ โดยครูผู้สอนดึงคำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้ กระบวนการทางความคิด หาเหตุผลนพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง สรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์หรือวิธีการในการแก้ปัญหาและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

จากการศึกษาค้นคว้าสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนค้นคว้าแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยผู้สอนจะเป็นผู้จัดสถานการณ์ ปัญหาให้นักเรียนสังเกตและใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจสังสัย นักเรียนจะร่วมกัน อกิจกรรมทางเหตุผลมาอภิปรายร่วมกันจนค้นพบข้อสรุป หลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ที่ถูกต้องด้วย ตนเองและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

2. จุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

สุพิน บุญช่วง (2538, หน้า 58) กล่าวถึงจุดมุ่งหมายในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักทำการสืบสวนสอบสวนค้นคว้าความรู้ด้วยตนเอง
2. ฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล
3. ฝึกให้ผู้เรียนใช้ความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

กาญจนा บุญสั่ง (2542, หน้า 68) กล่าวถึง ความมุ่งหมายของวิธีจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักการสอบสวนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง
2. เพื่อฝึกให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล
3. เพื่อฝึกให้นักเรียนใช้ความคิดหารือวิธีการแก้ปัญหาได้เอง

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545, หน้า 136) กล่าวถึง จุดมุ่งหมายของวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการสืบเสาะค้นคว้าหาความรู้อย่างมีกระบวนการและมีเหตุผลสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง
2. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก กล้าตัดสินใจ มีความรับผิดชอบและมีความมุ่งมั่นในการทำงานให้สำเร็จ
3. เพื่อปลูกฝังนิสัยการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยเริ่มต้นจากการแสวงหาข้อมูลไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์และการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

สรุปได้ว่า จุดมุ่งหมายของวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนมุ่งให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง และแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีกระบวนการและเหตุผลที่สามารถอ้างความคิดของตนเองได้ และสามารถนำหลักการของตนเองไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

3. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

ได้มีนักการศึกษาได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ชูคเมน (Suchman, 1966, pp. 90-133) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้สืบสวนสอบสวนไว้ 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นผิดๆ ปัญหาหรือสถานการณ์ ผู้สอนจัดสร้างสถานการณ์ที่จะให้ผู้เรียนเผชิญเพื่อเป็นการกระตุ้นการสืบสวนสอบสวน อาจเป็นคำพูด คำถาม กิจกรรมหรือเป็นการทดลองก็ได้

2. ขั้นคิดค้นสืบสวนสอบสวน ในขั้นนี้อาจใช้คำตาม คำตอบติดต่อกันไปหรือทำการทดลองใหม่หรือผสมผสานวิธีการต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้

3. ขั้นสรุปความคิดที่ค้นพบใหม่ เป็นการสรุปหรือขยายหรือสร้างแนวความคิดควบขอด้วยใหม่ซึ่งเป็นความรู้ที่พบขึ้นสุดท้าย

เบล (Bell, 1978, pp. 240-342) กล่าวถึงรูปแบบของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนแบ่งเป็น 4 ขั้น คือ ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นพิจารณ์และทดลอง และขั้นนำไปใช้ ดังนี้

1. ขั้นสังเกต ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเพชญูกับสถานการณ์ที่จะลงสักข์หรือพยายามค้นพบหลักการ โดยการสังเกต วิเคราะห์ ประเมินสถานการณ์ และตั้งคำถามผู้แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพที่ประสบความสำเร็จมากที่สุด คือ บุคคลที่ตั้งคำถามดีที่สุด

คำถามที่ดีจะนำไปสู่หลักการที่มีประโยชน์และคำถามที่ดีจะมีผลในการแก้ปัญหาที่ยาก การหาสิ่งที่เป็นประโยชน์และนำสิ่งนั้นไปใน การสืบสวนสอบสวน ต้องคุ้งสิ่งที่กำหนดให้คืออะไร และสืบสวนสอบสวนโดยพิจารณาตามสิ่งที่กำหนดให้นั้น การสืบสวนสอบสวนมิได้ต้องการผลเพียงเท่านั้น ควรจะสืบสวนให้มากกว่าที่ต้องการ โดยการตั้งคำถาม ดังนี้

- ทำไมวิธีการนี้จึงทำได้
- ทำไมวิธีการนี้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง
- มีวิธีการที่ดีกว่าวิธีนี้ไหม
- มีรูปแบบทั่วไปไหม
- ทฤษฎีนี้ทำให้เกิดถึงทฤษฎีนี้ไหม
- ปัญหานี้เป็นปัญหานั่นของปัญหาทั่วไปหรือไม่
- จะสรุปรูปแบบทั่วไปได้ไหม
- อะไรเป็นข้อแตกต่างระหว่างสถานการณ์ทั้งสองเหล่านี้
- จากตัวอย่างที่สังเกตได้นี้จะเป็นตัวแทนของกรณีทั่วไปได้หรือไม่
- มีตัวอย่างคัดค้านหรือไม่
- มีวิธีแก้ปัญหาดีกว่านี้ไหม
- มีอะไรเกิดขึ้นกับสิ่งเหล่านี้
- มีการไม่คงเส้นคงวาเกิดขึ้นหรือไม่
- เรื่องราวหรือข้อมูลที่ได้นี้น่าจะยอมรับได้หรือไม่
- หลักการที่หาได้จะขยายต่อไปได้อีกไหม
- ตัวอย่างค่าง ๆ ที่แสดงมโนมติคืออะไร ๆ ฯลฯ

2. ขั้นอธิบาย ผู้สอนจะดูให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อขอความสงสัยด้วยการใช้เหตุผลเป็นการวิเคราะห์จากปัญหาสู่สาเหตุ ขั้นนี้จึงเป็นขั้นที่รวบรวมความรู้และข้อมูลเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งมี 2 ประการ

ประการที่ 1 ในการที่จะแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาจะต้องมีเทคนิคในการแก้ปัญหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ประการที่ 2 ในการแก้ปัญหาจะต้องรู้แหล่งความรู้ รู้จักวิเคราะห์ สังเคราะห์ความรู้นั้น ตลอดจนรู้จักรวบรวมข้อมูลและเรียนรู้ให้มีระบบการตั้งคำถามที่นับว่าเป็นสิ่งสำคัญ ควรจะมีการตั้งคำถามตั้งตัวอย่างต่อไปนี้

- มีข้ออ้างอิงที่เป็นมาตรฐานในเรื่องนี้หรือไม่
- ข้ออ้างอิงนั้นาได้จากไหน
- แหล่งอื่น ๆ ของความรู้คืออะไร
- แหล่งเรียนรู้เหล่านี้เชื่อถือได้เพียงใด
- คุณภาพของความรู้ที่ได้รับนี้ดีเพียงใด
- ความรู้นี้ใช้ประโยชน์ได้อย่างไร
- ความรู้นี้เป็นหมวดหมู่และขั้นระเบียบอย่างไร
- มโนคติ หลักการ และวิธีการใดที่มีในแหล่งความรู้
- ความรู้นี้สัมพันธ์กับปัญหาที่กำลังพิจารณา
- ความรู้ที่นำมาใช้สามารถแก้ปัญหาได้เพียงใด
- ความรู้หรือวิธีดำเนินการเหล่านี้จะนำไปใช้กับสถานการณ์อื่นได้หรือไม่ฯ

3. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นขั้นที่นำข้อมูลรวมไว้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานน้ำไปสู่ข้อสรุป เป็นขั้นซึ่งเกิดการค้นพบ การแก้ปัญหานั้นนี้เป็นการสร้างหลักการและหาความสัมพันธ์ต่างๆ แยกแยะ โครงสร้างและนำไปสู่ข้อสรุป ผู้ที่เกี่ยวข้องในการทดสอบแบบสืบสวนสอบสวน ควรจะมีความสามารถพิเศษที่จะวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตลอดจนรู้จักประเมินผลงาน กิจกรรมในช่วงนี้ จะต้องรู้จักข้อมูลเป็นหมวดหมู่ มองหาความสัมพันธ์ ค้นหารูปแบบ และสรุปเป็นนัยทั่วไป

4. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นำความรู้ที่ค้นพบไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ขั้นนี้ได้แก่ การวิเคราะห์และประเมินกระบวนการสืบสวนสอบสวน ทั้งนี้เพื่อสร้างความเข้าใจให้ดีขึ้นและปรับปรุงการสืบสวนสอบสวน ในขั้นนี้เป็นขั้นพิจารณากระบวนการสืบสวนสอบสวนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์แต่ละเนื้อหาอย่างมีวิธีสืบสวนสอบสวนของมันเอง จุดประสงค์อันหนึ่งของ

ผู้สืบสวนสอบสวนในแต่ละเนื้อหา คือการปรับปรุงกลไกการสืบสวนสอบสวนที่กระทำอยู่ และรวมกระบวนการสืบสวนสอบสวนเพื่อนำไปพัฒนาและใช้กับเนื้อหาอื่น ๆ ต่อไป

สิ่งที่จะต้องพิจารณา คือ กระบวนการสืบสวนสอบสวนดังเดิมงานของวิธีดำเนินการ ที่เหมาะสมในการที่จะใช้วิเคราะห์และประเมินกระบวนการสืบสวนสอบสวน ที่คือการถูกและพยายามหาคำตอบ ตัวอย่างคำถามซึ่งจะนำมาใช้ในขั้นที่ 4 มีดังต่อไปนี้

- วิธีการที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร
- อะไรที่เป็นตัวกระตุ้นให้ค้นพบนั้นทั่วไป
- รูปแบบอะไรที่ค้นพบ
- ความรู้และวิธีการที่จะนำไปสู่ค้นพบแบบไม่คงเส้นคงวาคืออะไร
- แหล่งความรู้อะไรที่ใช้มากที่สุด
- วิธีดำเนินการอะไรที่เคยทำและรวมข้อมูลอย่างไร
- ใช้รูปแบบการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลรูปแบบใดในการแก้ปัญหา
- กระบวนการคิดอะไรที่นำมาใช้กระทั่งหาข้อสรุปได้
- วิธีการแก้ปัญหานำไปใช้ได้ทั่วไปและประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้ไหม

วีระยุทธ วิเชียร โชค (2521, หน้า 21-22) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบ สืบสวนสอบสวนทั้งหมด 5 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 ขั้นการให้สังกัดแนวทาง (สน.) คือ ขั้นที่ครุพื้นฐานความพร้อมให้นักเรียน ทั้งในด้านความรู้และการสร้างแรงจูงใจ ให้นักเรียนเกิดความกระหายโครงสร้างทางความจริง

ขั้นที่ 2 ขั้นสังเกต (ส.) คือ ขั้นที่ครุสร้างสถานการณ์ให้นักเรียนได้สังเกต ซึ่งส่วนใหญ่ จะเป็นสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือเป็นการแสดงผลกระทบปริศนา ในขั้นนี้ครุส่งเสริมให้นักเรียน ฝึกการคิดวิเคราะห์

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย (อ.) คือ ขั้นที่ครุกระตุ้นให้นักเรียนหาคำอธิบายหรือหาสาเหตุ ของปัญหาซึ่งจิตในรูปของการให้เหตุผล ในขั้นนี้นักเรียนมีโอกาสฝึกการตั้งสมมติฐาน ทฤษฎี ฝึกแบบมีเหตุผล และฝึกการวิเคราะห์ระบบจากผลไปหาเหตุหรือจากปัญหาไปหาสาเหตุ

ขั้นที่ 4 ขั้นนำย้ายและทดสอบ (ท.) คือ ขั้นที่ครุจะช่วยให้นักเรียนรู้จักหารือที่จะพิสูจน์ คำอธิบายหรือทฤษฎีที่นักเรียนได้ช่วยกันสร้างขึ้น โดยการฝึกให้รู้จักการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ แต่ก็ให้รู้จักการแก้ปัญหาคือวิธีการตั้งสมมติฐานเชิงทั่วไป ตลอดจนการทดสอบ สมมติฐานนั้น

ขั้นที่ 5 ขั้นควบคุมและคิดสร้างสรรค์ (ค.) คือ ขั้นที่ครุส่งเสริมให้นักเรียนนำเอา

หลักการ กฏเกณฑ์ และวิธีแก้ปัญหาที่ค้นพบไปใช้ปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อม เพื่อให้เกิด การควบคุมและสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมทั้งภายในและภายนอกของบ้านเรือน

สุวัฒน์ นิยมค้า (2531, หน้า 581) ได้สรุปขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวน สอนสวน ได้ดังนี้

1. จะต้องมีการตั้งปัญหา จะตั้งโดยครูหรือ โดยนักเรียนร่วมกันกำหนดปัญหา ก็ได้ แล้วแต่กรณี
 2. จะต้องมีการกำหนดแนวทางแก้ปัญหา และทำการค้นหาคำตอบของปัญหา โดยผ่านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ กิจกรรมขั้นนี้จะต้องส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้คิด และทำเป็นหลัก ส่วนครูอยู่ในฐานะที่ปรึกษา ผู้กระตุ้นด้วยคำถาม เพื่อให้เกิดการคิดและการกระทำ และให้คำแนะนำช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น เพราะถ้าครูลดบทบาทในการบอกลงเท่าใด การสืบเสาะ หาความรู้ของนักเรียนจะมีความหมายมากขึ้นเพียงนั้น
 3. จะต้องมีการรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การทดลอง การสำรวจ หรือจากแหล่งอื่น
 4. จะต้องมีการสร้างความรู้จากข้อมูลหรือตีความหมายข้อมูลเพื่อลงข้อสรุปต่อไปนี้
- จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สรุปได้ว่า ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน เป็นไปในแนวเดียวกัน โดยเริ่มต้นด้วยการที่ผู้สอนสร้างสถานการณ์หรือปัญหาให้กับนักเรียน อาจจะเป็นการพูดหรือการใช้คำถามเพื่อสร้างความสนใจให้กับผู้เรียน ให้ผู้เรียน ได้ร่วมกันคิด สังเกต คาดคะเนแนวทางในการแก้ปัญหา ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหา สรุปผลการแก้ปัญหา และนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปใช้ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุปเป็นขั้นตอน 5 ขั้นตอน
- โดยการสังเคราะห์จากตาราง 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ข้อมูลจากการอัชการเรียนรู้ในแต่ละช่วง

፩፭፻፯፲፭

จากตารางที่ 2 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งได้ขั้นตอนที่มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นนี้เป็น การทบทวนความรู้เดิม โดยการนำเอาความรู้เดิมของนักเรียนมาปูพื้นฐานเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ และยกตัวอย่างปัญหาหรือสถานการณ์เพื่อเร้าความสนใจของผู้เรียน

2. ขั้นสังเกต เป็นขั้นที่ครูได้จัดสถานการณ์ปัญหา/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราวที่น่าสนใจขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ ทำการสังเกตและประเมินสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราวที่ได้รับโดยครูผู้สอนจะใช้คำถามเพื่อกระตุนและเร้าความสนใจของผู้เรียน เป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้สำรวจสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราว เพื่อให้นักเรียนทราบถึงลักษณะ องค์ประกอบของสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราวที่กำหนดให้

3. ขั้นอนธิบาย เป็นขั้นที่ครูกระตุนให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อขัดข้อสงสัย โดยการอาศัยความสามารถในการให้เหตุผลมาอธิบาย ในขั้นนี้ผู้เรียนจะพยายาม วิเคราะห์ข้อมูล รวบรวมและค้นหาวิธีเพื่อแก้ปัญหาและอธิบายสถานการณ์/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราว จากขั้นสังเกต และดึงข้อสมมติฐาน

4. ขั้นทดสอบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนทดสอบข้อสรุปจากข้อมูลที่รวบรวม ได้จากขั้นอนธิบาย โดยการนำข้อมูลมาอธิบายสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานนั้นว่าถูกหรือไม่ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป โดยผู้สอนให้ผู้เรียนบอกเหตุผลว่าทำไมจึงสรุปได้อกมาเป็นรูปแบบนี้ การแก้ปัญหาในขั้นนี้เป็นการสร้างหลักการและหาความสัมพันธ์ต่าง ๆ จนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

5. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำความรู้ใหม่ที่ได้ไปปรับใช้กับสถานการณ์หรือปัญหา ใหม่ที่คล้ายคลึงกัน โดยที่ครูกำหนดสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายกับปัญหาเดิมที่นักเรียนเคยทำไปแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนได้นำหลักการที่ค้นพบไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาอื่น ๆ ได้

4. บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ไว้ดังนี้

วีรบุญ พิชัย โชค (2521, หน้า 33-34) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ครูเป็นผู้กระดุนให้เกิดการสืบสวนสอบสวน โดยการสร้างสถานการณ์ขึ้นให้เด็กตั้งคำถามสอบสวนตามลำดับขั้นของคำถามแบบสืบสวนสอบสวน

2. ครูเป็นผู้ให้การสนับสนุนกำลัง เมื่อเด็กถามมาก็จะให้แรงสนับสนุนยอมรับในคำถามนั้นกล่าว ชนและช่วยปรับปรุงภาษาในคำถามเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในคำถามให้กระจังติ่งขึ้น

3. ครูเป็นผู้ท่านกับบ ครูจะหันหัวคำตามอยู่บ้างแต่ไม่นักนักเพื่อพิจารณาคุ่าว่านักเรียนมีความเข้าใจอย่างไรบ้าง อาจตั้งคำถามตามนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาที่ได้เรียนไปแล้วก่อน ที่จะเรียนบทต่อไป

4. ครูเป็นผู้แนะนำและกำกับ ครูจะชี้ทางเพื่อให้เกิดความคิดตามแนวทางที่ถูกต้องเป็นผู้กำกับควบคุมเมื่อเด็กออกนักเรียนออกทาง

5. ครูเป็นผู้จัดระเบียบ ครูดำเนินการจัดชั้นเรียนให้เหมาะสมกับวิธีการเรียน

6. ครูเป็นผู้สร้างแรงจูงใจ ครูช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนมีกำลังใจในการเรียน ชาญชัย ศรีไวยเพชร (2525, หน้า 130) กล่าวบทบาทของครูในการเตรียมการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ไว้ดังนี้

1. เตรียมปัญหาที่จะต้องสืบสวนสอบสวน ปัญหานั้นควรอาจตั้งขึ้นเองหรือได้มาจากการนักเรียนก็ได้ และควรเป็นปัญหาที่นักเรียนสนใจรู้และไม่เป็นปัญหาที่ง่ายหรือยากเกินไป

2. ครูต้องเตรียมอุปกรณ์ แหล่งวิชาการที่นักเรียนจะไปค้นคว้าเพื่อสืบสวนให้เท่าที่สามารถจะจัดให้ได้

3. ครูไม่ควรตอบคำถามนักเรียนเพื่อแก้ปัญหาเสียเอง แต่ครูอาจช่วยตั้งคำถามให้กับนักเรียนที่ถามอย่างไม่ซัดเจนได้

4. ครูต้องวางแผนการเมื่อนักเรียนต่างกันมีเหตุผลมาโดยเดียวขัดแย้งกันชนชัยหรือให้รางวัล เมื่อนักเรียนตั้งคำถามได้ดีหรือมีคำตอบที่ถูกต้องมีเหตุผล

5. ติดตามคุณการค้นคว้าทดลองของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ไม่ปล่อยปละละเลย เมื่อนักเรียนคนใดค้นคว้าออกแบบแนวทางต้องขอคุณต้องให้เดินให้ถูกทาง มิฉะนั้นนักเรียนจะเสียเวลา สรุปผลไม่ได้ทำให้เกิดการเบื้องหน้า

สุวิทย์ มนต์คำ และอรทัย มนต์คำ (2545, หน้า 142) กล่าวถึง บทบาทผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ไว้ดังนี้

1. กระตุนให้ผู้เรียนมีความสนใจ คิดปัญหา วางแผนและแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน มีเหตุผลคุ้ยคุณเอง

2. กระตุนให้ผู้เรียนหาวิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีและใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา

3. เสริมแรงหรือให้กำลังใจแก่ผู้เรียน

4. ช่วยเหลือ แนะนำ กำกับอย่างใกล้ชิด ตลอดจนเป็นผู้อำนวยความสะดวกเพื่อให้กระบวนการเรียนรู้ดำเนินไปได้ด้วยความเรียบร้อย

5. จัดเตรียมแหล่งการเรียนรู้ที่สำคัญให้แก่ผู้เรียน

6. จัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน
7. เป็นผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับทั้งข้อดีและข้อบกพร่องแก่ผู้เรียน

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวนคือ ครูควรจัดสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมต่าง ๆ ที่กระตุนให้ผู้เรียนของยากที่จะเรียนรู้หรือยากที่จะค้นหาคำตอบของปัญหานั้น และเป็นผู้ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้ของผู้เรียนให้เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง พึงความคิดเห็นและเหตุผลที่นักเรียนแต่ละคนตอบและฝึกให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดอย่างเป็นขั้นตอนจนกระทั่งผู้เรียนสามารถรู้ได้ด้วยตนเองอย่างถูกต้อง

5. ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, หน้า 94-95) ได้สรุปข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ฝึกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์
2. ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักอภิปราย และทำงานร่วมกันอย่างมีเหตุผล
3. ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักสังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหานั้นโดยละเอียด

ข้อจำกัด

1. ถ้าสถานการณ์ที่สร้างขึ้นไม่ช่วยส่งเสริมการทำให้ผู้เรียนเบื่อและไม่อยากเรียนโดยวิธีนี้
2. ถ้าผู้สอนควบคุมมากเกินไป ก็จะไม่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนสืบสอบด้วยตนเอง
3. ใช้เวลามาก

สมชาย ชูชาติ (2538, หน้า 82) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนการสอน เพราะเขาจะต้องกำกับการเรียนการสอนด้วยตนเอง ดังนั้นบทบาทของผู้เรียนจึงเป็นผู้มีความกระฉับกระเฉงไม่เป็นผู้ที่เอื้อเชื่อต่อไป
2. เป็นการเรียนโดยการเน้นคุณภาพปัญหาจะมีประโยชน์ต่อผู้เรียนในแห่งที่ว่าฝึกให้เข้าเป็นผู้ที่รู้จักลักษณะวิธีการแก้ปัญหา
3. เป็นการเรียนที่ฝึกทักษะและความสามารถในการตัดสินใจ
4. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนจากผู้บอกมาเป็นผู้ดำเนิน ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนกระตือรือร้นมากขึ้น

5. เป็นการยอมรับเจตคติของผู้เรียนแต่ละคนโดยเฉพาะในเรื่องค่านิยมและเจตคติของผู้เรียน เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาค่านิยมและเจตคติไปในด้านที่ต้องด้วย

6. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนแปลงไปไม่เป็นผู้ควบคุมการเรียนการสอนกลายเป็นผู้เรียนไปกับผู้เรียนด้วย

7. ไม่ส่งเสริมการเรียนในเชิงแบ่งขั้นเพื่อคะแนน แต่ผู้เรียนสามารถเรียนไปโดยมุ่งที่จะบรรลุเป้าหมายของตนเอง

ข้อจำกัด

1. ในกรณีที่นำการสอนแบบสืบสวนสอบสวนมาใช้กับกลุ่มผู้เรียนที่มิใช่รายบุคคลแล้ว ผู้เรียนอาจไม่มีโอกาสสร่วมกิจกรรมทุกคน มิผู้เรียนเพียงบางคนเท่านั้นที่มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็น การตัดสินใจ

2. การสอนแบบสืบสวนสอบสวนนั้นเป็นวิธีที่มุ่งให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล วิธีการดังกล่าวต้องใช้เวลามากพอสมควร แต่การสอนในชั้นเรียนส่วนใหญ่ ผู้สอนมักมีแนวโน้มที่จะเร่งรัดคำตอบหรือข้อโต้ตอบของผู้เรียนเสมอ

3. ในบางครั้งผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าเป็นหัวหรือประเด็นที่ผู้สอนหยิบยกขึ้นมาเพื่อการสืบเสาะหาความรู้นั้น แท้จริงแล้วผู้สอนมีคำตอบอยู่ในใจไว้ก่อนซึ่งคุณเห็นว่าผู้เรียนถูกตะล่อมให้เป็นไปตามสิ่งที่ผู้สอนคิดไว้แล้ว

ไสว พากขาว (2544, หน้า 103) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมคิดหาเหตุผล และสรุปผลความรู้ด้วยตนเอง

2. ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหา

3. ส่งเสริมการแสดงออกของผู้เรียน

4. สร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลาในการสอนมาก

2. เหนมากับวิชาที่ต้องใช้เหตุผล

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 148-150) กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้รู้วิธีค้นหาความรู้และการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2. ความรู้ที่ได้มีคุณค่ามีความหมายสำหรับผู้เรียน เป็นประโยชน์และจะจำได้นาน
สามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
 3. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีความอิสระมีชีวิตชีวาและ
สนุกสนานกับการเรียนรู้
 4. ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิธีและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์
- ข้อจำกัด
1. ใช้เวลามากในการเรียนรู้แต่ละครั้ง และบางครั้งอาจได้สาระการเรียนรู้ไม่ครบถ้วน
ตามที่กำหนด
 2. ถ้าปัญหาหรือสถานการณ์ง่ายหรือยากเกินไป ไม่เร้าใจหรือไม่น่าสนใจ จะทำให้
ผู้เรียนเกิดการเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน
 3. เป็นวิธีการที่มีการลงทุนสูง ซึ่งบางครั้งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน
 4. ผู้สอนต้องใช้เวลาในการวางแผนมาก
- จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อดีของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนก็คือ เป็นวิธีช่วยให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น มีอิสระทางความคิด ค้นหาความรู้และการแก้ปัญหาด้วย
ตนเองทำให้ผู้เรียนมีชีวิตชีวานในการเรียน เกิดความรู้ที่คงทน ส่วนข้อจำกัดของวิธีการสอนนี้ก็คือ การอเวลาเพื่อให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปด้วยตนเองอาจใช้เวลามากทำให้เสียเวลาในการเรียน
เนื้อหาต่อ ๆ ไป และถ้าขัดสถานการณ์ปัญหาที่ไม่ดึงดูดความสนใจของผู้เรียนหรือไม่มีการวางแผน
การสอน อาจทำการเรียนการสอนไม่บรรลุวัตถุประสงค์

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นได้อย่างไร มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้ให้
แนวคิดไว้ดังนี้
- กา耶 (Gagne, 1985, pp. 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหา
ไว้วดังนี้
1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ กฎ
ความคิดรวบยอดและ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนรู้มาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตوب (Planning strategies) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการ

พระณิ ช. เจนจิต (2528, หน้า 218-219) ได้กล่าวถึงแนวคิดทางจิตวิทยาในการเรียนแบบแก้ปัญหา ไว้ว่าดังนี้

1. ความคิดของกลุ่ม “S-R” ในการเรียนให้แก่ปัญหานี้ของจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า มนุษย์เรียนรู้จากการถ่ายทอดและบอกเล่า ดังนั้นการฝึกให้คนแก่ปัญหาจะต้องมีการฝึกหัดให้ทำซ้ำ ๆ และมีการให้รางวัล เด็กจะต้องได้รับการช่วยเหลือให้มองเห็นความแตกต่างรู้จักจำแนกแยกแยะ ครูจะต้องดูว่าในการแก่ปัญหานี้ จะต้องใช้ทักษะใดบ้างและเด็กจะได้รับการฝึกหัดให้ใช้ทักษะนั้น ๆ ใน การเรียนแต่ละอย่าง เด็กจะต้องได้รับข้อคิดเห็นย้อนกลับ เพื่อให้ทราบผลการเรียนว่าดีขึ้นหรือยังมีข้อบกพร่อง ดังนั้นความคิดเห็นของกลุ่มนี้ในการเรียนให้เด็กรู้จักแก่ปัญหา ต้องมีการฝึกทำแบบฝึกหัดจนเด็กสามารถทำได้และถ่ายโยงการเรียนรู้ไปแก่ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้

2. ความคิดเห็นของกลุ่ม “Cognitive-field” ในการเรียนให้แก่ปัญหานี้ของจากกลุ่มนี้ของธรรมชาติของมนุษย์ “Active” หรือ “Interactive” ดังนั้นการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้เป็นผู้ลงมือกระทำเอง จึงใช้คำว่าเพื่อกระตุ้นให้เกิดกิจกรรมเรียนรู้แบบค้นพบด้วยตนเอง การกระตุ้นโดยการใช้คำว่าหรือใช้ข้อความที่มีลักษณะเร้าความสนใจเด็ก จากนั้นกระตุ้นให้เกิดส่วนหัวคำอ่านโดยครูแนะนำแหล่งข้อมูลให้หรืออาจใช้คำว่าประเภท 20 คำว่า โดยครูจะตอบเพียงใช่หรือไม่ใช่ จะช่วยให้เกิดมีประสบการณ์ในการเก็บข้อมูล สำรวจ ทดลองและเกิดความมั่นใจในตนเอง กระตุ้นให้เกิดการแข่งขันระหว่างกันต่อไป

จากการศึกษาแนวคิดข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นการใช้การคิด โดยอาศัยความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการคำนวณเพื่อนำไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

2. ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ชิพย์คง (2545, หน้า 112) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการเพื่อให้ได้มาซึ่ง คำตอบ ปัญหาของคน ๆ หนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหาจะด้องมีการวางแผน การรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็นเสนอแนะ แนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และทดสอบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 7) ระบุว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ศศิธร แม่นส่วน (2555, หน้า 167) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรบรรจุ (2555, หน้า 109) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

จากความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้สรุปว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการแก้ปัญหาอย่างมีระบบขั้นตอน โดยอาศัยความรู้เดิมที่มีอยู่ ทักษะกระบวนการใหม่ และการดำเนินการเพื่อนำมาซึ่งคำตอบที่ต้องการ

3. กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการดำเนินการที่มีระบบ มีแบบแผนมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ดังที่นักการศึกษาได้เสนอขั้นตอนและยุทธวิธีในกระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

โพลยา (Polya, 1980, pp. 16-17) ได้เสนอขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา ต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระปัญหา ศึกษาอย่างตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหาอย่างไร ปัญหาที่ทำให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มา ก่อน หรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ข้อที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางโดยเริ่ม ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติ จนกระทั่งสามารถทำตามได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ข้อที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาอีกหรือไม่

ชนนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 101) กล่าวว่า กระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาจะต้องมี ความสามารถในการตีความทำความเข้าใจปัญหาคณิตศาสตร์ จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับ ปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน จะต้องมองปัญหาให้ชัดเจนว่าอะไรคือ สิ่งที่ต้องการ อะไรคือสิ่งที่เราคาดหวังว่าจะพบ และเรามีข้อมูลอะไรอยู่แล้วบ้าง การเขียนภาพอาจจะ ช่วยให้เราเข้าใจปัญหานั้น ๆ ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหา จะต้องค้นหาว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ยังไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร แล้วหารือแก้ปัญหา โดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีมาใช้ประกอบข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอแนะใน รูปของวิธีการ

3. ความสามารถในการคำนวณ หมายถึง ความสามารถในการหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์ที่สุดของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักวิธีการ คำนวณที่เหมาะสมด้วย

จากการศึกษาเอกสารข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นค้องมี ขั้นตอนและกระบวนการ ไม่ใช่เพียงการหาคำตอบให้ได้เท่านั้น แต่ต้องเริ่มจากการทำความเข้าใจ ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ ทักษะทางคณิตศาสตร์ และสุดท้าย ก็คือ ขั้นตรวจสอบ โดยตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้ว่าถูกต้องหรือไม่ และมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่

4. แนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหามีความสำคัญอย่างยิ่งที่ผู้เรียนจะต้องพัฒนาตนเองอยู่เสมอ ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้แนวทางในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

สถานบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 180-186) กล่าวถึง แนวทางในการส่งเสริมการแก้ปัญหาดังนี้

1. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนมีโอกาสทำงานร่วมมือ เป็นทีมหรือเป็นกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและการปฏิบัติการกิจด่าง ๆ จนบรรลุคุณประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้พุดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำข้อมูลวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลพึงความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งส่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เพชญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดง หรืออ้างเหตุผลมีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสัมคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเพื่อนใจแบ่งปันความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วย ได้ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง และจะจำได้นานมากขึ้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะต้องเลือกขนาดของกลุ่ม ว่าควรเป็นเท่าไร ซึ่งโดยปกติกลุ่มละ 3-4 คน เมื่อเลือกขนาดของกลุ่ม ได้แล้ว ครูควรจัด นักเรียนเข้ากลุ่ม โดยให้แต่ละกลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถเด่น ปานกลาง และอ่อนอยู่ใน กลุ่มเดียวกัน หลังจากนั้นครูควรชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม โดยเน้นย้ำว่าทุกคน ต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา เข้าใจงานของกลุ่มและสามารถอธิบายได้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่ม ทำกิจกรรมร่วมกันอยู่ ครูควรmineบทบาทในการตรวจสอบต่องการทำงานและพฤติกรรมของนักเรียน แต่ละคน อย่างสม่ำเสมอ/ ขัดจังหวะกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยใช้คำแนะนำกระตุ้นเมื่อกลุ่ม แก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ตรงประเด็น ตอบคำถาม (คำถามของกลุ่มเท่านั้น) และให้คำปรึกษาที่จำเป็น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้าง ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียว เดิมคำตอบสั้น ๆ แล้ว จงเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิดและนำเสนอแนวคิดของตนแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพราการแก้ปัญหา เป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียน ไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่า ข้อผิดพลาดนั้นมาจากการไม่เข้าใจมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย้ำสิ่งที่

นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรรชักดาม อธิบายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิด และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนเนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงอาจให้ครูแนะนำและตั้งคำถามนำครูควรระหะหนักว่าการถามน้ำมากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูที่หลังคำถาม ต่อเนื่องจนได้คำตอบ โดยไม่คิดเพื่อหารวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการคิดด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและการกระบวนการแก้ปัญหา ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและการกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและการกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหางานได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหา_yุทธวิธี_แก้ปัญหាដันที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหាដันนั้น หาคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนระหะหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปในกรณีที่ว่าไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกดึงคำถามกับตัวเองบ่อยๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินข้อสรุปในกรณีที่ว่าไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสาร ได้มากกว่าหนึ่งช่องทางใน การนำเสนอ_yุทธวิธี_และการกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนแก้ปัญหางานได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอ_yุทธวิธี_ในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาใช้ช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกรอบ เพื่อให้นักเรียนระหะหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้ง ในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ แต่นักเรียนยังมีประสบการณ์

ในการเขื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นๆ แบ่งเป็นหัวอีกด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่นๆ นอกจากนี้จากคณิตศาสตร์ได้ และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดบุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้ จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนเอง ได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบความคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมายังด้วย

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับบุทธวิธีและการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้เกี่ยวกับบุทธวิธีและการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำ เปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับบุทธวิธีและการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละคนได้ทำ แล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่าบุทธวิธีและการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

ศศิธร แม่นส่วน (2555, หน้า 171-172) กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ ครูอาจจะทำได้โดยให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจ ปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลในกระบวนการแก้ปัญหา อาจใช้เทคนิคต่างๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผัง ความคิด การแผนภูมิ การทำตาราง การคิดข้อมูล การวางแผน ในการจัดการเรียนรู้ ครูจะต้องให้โอกาสผู้เรียนได้มีโอกาสคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหา หรือเกมที่น่าสนใจ การท้าทายความคิด ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียนในแต่ละกลุ่ม ผู้เรียนบางกลุ่มอาจต้องใช้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในรายหลักสูตร ในการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ครูต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งผู้เรียนจะต้องมีทักษะการแปลความหมายทางภาษา การอ่านโจทย์ปัญหา เพราะถ้าผู้เรียนอ่านแล้วเปลี่ยนความหมายไม่ได้ ก็ไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ ผู้เรียนควรจะต้องแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่สำคัญที่สุด ที่ต้องอาศัยความรู้ ความเหมาะสมใน การวางแผนแก้ปัญหา เช่น การเขียนแผนภาพ ตาราง การสังเกตฯ แบบรูป หรือการหาความสัมพันธ์ ในบางปัญหาอาจใช้การคาดการณ์ การคาดเดาคำตอบ ครูต้องสอนขั้นตอนนี้ให้มาก

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

4. ขั้นตรวจสอบหรือการคิดข้อนอกลับ ต้องอาศัยในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้เชิงจำนวนหรือความรู้เชิงปริภูมิ ในการพิจารณา ความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ในการจัดการเรียนรู้ ครูสามารถใช้กิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นให้คิดหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยๆ ไป จนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้

บารูดี้ (Baroody, 1993, pp. 2-3 อ้างถึงใน ศศิธร แม่นส่วน, 2555, หน้า 168) ได้กล่าวถึง การสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง ได้แก่

1. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching by using problem solving) เป็นการสอนที่ มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้ เช่น กัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เช่น โยง แนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหา คณิตศาสตร์กับโลกที่เป็นจริง และใช้ปัญหาในการแนะนำทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหา เป็นการกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย การใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

2. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้น ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการ แก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

3. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้น การประยุกต์ใช้มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด ผู้เรียนสามารถประยุกต์และ ฝึกใช้มโนทัศน์และทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่างๆ ก่อน แล้วจึง เสนอตัวอย่างปัญหา ผู้เรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อๆๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียง การเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 145-150) กล่าวว่า การเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหานั้นเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการเรียนการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยผ่าน การแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ใน การแก้ปัญหาตัวอย่างตามขั้นตอน สำรวจสืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและสรุปในกรณี ทั่วไปของผู้เรียนเอง ซึ่งการเรียนการสอนโดยผ่านปัญหานั้นจะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่ หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เพชญอยู่ทั้งภายใน

และภายนอกห้องเรียน ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก่ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต โดยปัญหาที่คิดจะช่วยส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นั้นควรมีลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาที่คิดคุณความสนใจและท้าทายความสามารถของผู้เรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่าย และไม่ยากจนเกินไป เพราะถ้าจ่ายเกินไปอาจไม่คิดคุณความสนใจและไม่ท้าทายแต่ถ้ายากเกินไปจะทำให้ผู้เรียนท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ
2. ปัญหาที่แปลกลใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน เพราะถ้าผู้เรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนแล้ว ปัญหานั้นก็จะเป็นปัญหาที่ไม่น่าสนใจอีกต่อไป อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาที่ผู้เรียนคุ้นเคย ครูอาจดัดแปลงหรือกำหนดสถานการณ์ขึ้นใหม่หรือเปลี่ยนแปลงมุมของคำถามให้ต่างไปจากเดิม เพื่อให้กลยุทธ์เป็นปัญหาที่แปลกลใหม่สำหรับผู้เรียนก็ได้
3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ เป็นปัญหาที่ให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ และมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดของศาสตร์อื่น ๆ คลอคุณเพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้
4. ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นปัญหาในสถานการณ์จริง ที่หมายกับวัยและระดับพัฒนาการของผู้เรียน ซึ่งผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลงมือแก้ปัญหานั้น การณ์จริง จะช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะกระบวนการคิดการค้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตลอดจนได้เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้อีกด้วย
5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้หลากหลาย ตลอดจนเพื่อให้ผู้เรียนตระหนักรู้ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี
7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสาน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไป เป็นปัญหาที่ช่วยให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการสำรวจ รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์ และแบบบูรณาที่จะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปได้ด้วยตนเอง
8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของผู้เรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของผู้เรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่ม

สร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วย การคิดกำหนดปัญหาให้ชัดเจน การคิดหาคำตอบที่หลากหลาย การคิดพิจารณาได้รับรอง วิเคราะห์ย่างถ่องแท้ รอบคอบและสมเหตุสมผล และการตัดสินใจ เพื่อให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์และคุ้นเคยกับกระบวนการคิดหรือเริ่มสร้างสรรค์ที่ถูกต้อง

9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตน อย่างอิสระ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสและอธิบายนำเสนอแนวคิดของตนเอง ได้อย่างอิสระ เพื่อส่งเสริม ให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะในการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร ตลอดจนช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นด้วย

10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของผู้เรียน เป็นปัญหาที่ควรใช้ ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของผู้เรียน เพื่อไม่ให้ผู้เรียนดองมีปัญหากับภาษาที่ใช้

11. ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบ มากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดเกี่ยวกับ ปัญหา ตัดสินใจว่าจะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหาหรือจะไรเป็นสิ่งที่กำหนดให้มา มีข้อมูลเพียงพอ ที่จะแก้ปัญหาได้หรือไม่ หรือมีข้อมูลเกินหรือขัดแย้งกันบ้างหรือไม่ ตลอดจนเพื่อให้ผู้เรียน ตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย

ข้อควรคำนึงในการจัดการเรียนการสอนของครูมีดังนี้

1. ครูควรระหนักรถึงพัฒนาการของผู้เรียนว่าเป็นเรื่องที่ต้องฝึกให้ผู้เรียนได้คิดและลงมือ ปฏิบัติงานเกิดความสามารถและความชำนาญตามวัยและระดับพัฒนาการของผู้เรียน

2. ครูควรให้ผู้เรียนได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง และต้องใช้เวลาเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะ นั้น ควรมีการบูรณาการกับการสอนเนื้อหา และยกตัวอย่างกระตุ้นความรู้ต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็น ถึงลักษณะของทักษะการบูรณาการทางคณิตศาสตร์

3. ครูควรวิเคราะห์และวางแผนสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนอย่าง รอบคอบเพื่อให้ผู้เรียนได้มีการใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนครูควรมีความมั่นใจ ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาสามารถทำได้ โดยพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาและสามารถ ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ โดยสามารถสร้างบรรยากาศที่เอื้ออำนวยต่อ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาของผู้เรียนได้ ด้วยการสร้างสื่อการสอนและรูปแบบการจัดกิจกรรม ให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ร่วมกัน สนับสนุน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ตรวจสอบ ความเข้าใจของผู้เรียน กำหนดปัญหาโดยเรียงลำดับจากง่ายไปยาก ให้เหมาะสมกับระยะเวลาใน การเรียน

5. การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่สำคัญอย่างหนึ่ง ที่ผู้สอนจะต้องกระตุ้นให้ผู้เรียนตื่นตัวอยู่เสมอ ผู้สอนจะต้องสร้างแบบวัดหรือแบบทดสอบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียน โดยมีนักวิชาการและนักการศึกษา ได้กล่าวถึง การวัดทักษะการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ศศิธร แม่นส่วน (2555, หน้า 171) กล่าวว่า การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดกระบวนการที่จะได้มาซึ่งคำตอบจากสถานการณ์ของปัญหาที่นักเรียนพบ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่แบบทดสอบจะมาจากสถานการณ์ที่มีความหลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงให้เห็นถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างไปจากเดิม

จากการศึกษาแนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับการวัดทักษะในการแก้ปัญหาข้างต้น ใน การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบวัดทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัดแน่น ที่มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบบริก (Rubric scoring) ที่มีการให้คะแนนแบบองค์รวม

6. เกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.1 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic rubric)

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบองค์รวมดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|-------|---|
| 5 | สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ชัดเจน อธิบายขั้นตอนที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง |
| 4 | สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและมีการอธิบายคำตอบนั้น |
| 3 | สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่มีการคิดคำนวณผิดพลาดเล็กน้อย |
| 2 | สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ ถึงแม้จะยังไม่ได้คำตอบ |
| 1 | สำหรับการแสดงความพยายามในการแก้ปัญหานั้น แต่ไม่แสดงความก้าวหน้าในการหาคำตอบที่ถูก |

ตารางที่ 3 (ต่อ)

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|-------|---|
| 0 | สำหรับการไม่ได้แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาเลย |

พร้อมพรม อุดมสิน และอัมพร มัคโนง (2547, หน้า 164-165) ได้กล่าวถึง ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม ดังนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|-------|--|
| 4 | เขียนอธิบายงานที่ทำชัดเจน ใช้วิธีการสมเหตุสมผล มีการตรวจสอบ คำตอบ และวิธีทำชัดเจน มีคำอธิบายประกอบ |
| 3 | เขียนอธิบายงานที่ทำชัดเจน ใช้วิธีการสมเหตุสมผล และวิธีทำ |
| 2 | เขียนอธิบายงานที่ทำ ใช้วิธีการไม่เหมาะสมบางส่วน |
| 1 | เขียนอธิบายงานที่ทำไม่ครบถ้วน ใช้วิธีการไม่เหมาะสม |

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, หน้า 73) ได้กำหนดดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวมดังนี้

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

| คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|-------|--|
| 5 | คำตอบถูกต้องและแสดงวิธีทำที่มีประสิทธิภาพ โดยแสดงถึงการคิดอย่าง เป็นระบบและการคิดวิเคราะห์ |
| 3 | คำตอบถูกต้องและแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์ |
| 2 | คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำถูกต้อง |
| 1 | คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์ |
| 0 | คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง |

6.2 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic rubric)

สิริพร พิพิธวงศ์ (2545, หน้า 218-220) กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา และ 3) การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ดังนี้

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| รายการ ประเมิน | คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|--|------------------|--|
| การทำ ความเข้าใจ ปัญหา | 4 2 0 | สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ สำหรับความเข้าใจปัญหาในแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหา สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาผิด |
| การวางแผน ในการแก้ปัญหา | 4 2 0 | สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่การได้มา ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง สำหรับการวางแผนการแก้ปัญหางานส่วนได้ถูกต้อง สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาหรือการวางแผน ไม่เหมาะสม |
| การดำเนินการ ตามแผนและ คำตอบที่ได้ | 3 2 1 0 | สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ สำหรับการดำเนินการตามแผนถูกต้องแต่คำตอบผิด สำหรับการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมากคิดไม่ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลอกโจทย์มานิดผิด) หรือมีบางส่วนของ คำตอบถูก สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มีคำตอบ |

พร้อมพรมน อุดมสิน และอัมพร มีakanong (2547, หน้า 164-165) กล่าวถึง ตัวอย่าง
เกณฑ์การให้คะแนน เพื่อประเมินทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านความเข้าใจงานและ
คุณภาพของวิธีทำ ดังนี้

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนน เพื่อประเมินทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ด้านความเข้าใจงานและคุณภาพของวิธีทำ

| รายการ ประเมิน | คะแนน | เกณฑ์การให้คะแนน |
|-------------------------------------|---|------------------|
| ด้านความเข้าใจงานและคุณภาพของวิธีทำ | | |
| 4 | เขียนอธิบายงานที่ทำชัดเจนถูกต้อง ใช้วิธีการสมเหตุสมผล | |
| 3 | เขียนอธิบายงานที่ทำชัดเจนถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ ใช้วิธีการสมเหตุสมผล | |
| 2 | เขียนอธิบายงานที่ทำได้บางส่วน ใช้วิธีการขาดการสมเหตุสมผล | |
| 1 | เขียนอธิบายงานที่ทำได้บางส่วน ส่วนใหญ่ไม่ชัดเจน | |
| 4 | แสดงวิธีทำถูกต้องชัดเจน มีคำบรรยายประกอบ มีหลักฐานด้านฉบับร่างแก้ไข | |
| 3 | แสดงวิธีทำถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ มีคำบรรยายประกอบไม่มีหลักฐานหรือร่องรอยการแก้ไขปรับปรุง | |
| 2 | แสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วน มีคำบรรยายประกอบแต่ไม่ชัดเจน | |
| 1 | แสดงวิธีทำไม่เหมาะสม ไม่ชัดเจน ส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง | |

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, หน้า 105-106) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วนดังนี้

ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกส่วน

| รายการประเมิน | ระดับคุณภาพ | เกณฑ์การพิจารณา |
|------------------------------|---|---|
| 1. การทำ ความเข้าใจปัญหา | 3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง) | เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง เข้าใจปัญหางานส่วนไม่ถูกต้อง เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา |
| 2. การเลือก ขุนธัชวิธี | 3 (ดี) | เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประวิคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง |
| การแก้ปัญหา | 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง) | เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกแต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประวิคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง |
| 3. การใช้วิธี การแก้ปัญหา | 3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง) | นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง |
| 4. การสรุปคำตอบ | 3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง) | สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ไม่มีการสรุปคำตอบ |

จากตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบerrickที่กล่าวมา ผู้วัดฯได้สังเคราะห์เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ โดยใช้เกณฑ์แบบองค์รวมดังนี้

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| คะแนน/ ความหมาย | ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น |
|-----------------|--|
| 4: ดีมาก | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมกับปัญหา แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน และ ⁺ สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ |

ตารางที่ 9 (ต่อ)

| คะแนน/ความหมาย | ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น |
|-----------------|--|
| 3: ดี | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมกับปัญหาหรือเลือกใช้วิธีเหมาะสม แต่แสดงการ แก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนยังไม่ชัดเจน และสรุปคำตอบ ได้อย่างถูกต้อง |
| 2: พอดี | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วนหรือเข้าใจบางส่วนของปัญหาผิด เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็น ปัญหา แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนยังไม่ชัดเจนหรือดำเนินการ แก้ปัญหาไม่ถูกต้องและสรุปคำตอบ ได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน |
| 1: ควรแก้ไข | - เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่เข้าใจปัญหา เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ แต่ไม่เหมาะสมหรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ ไม่แสดงการ ลำดับขั้นตอนยังในการแก้ปัญหาหรือพยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการ แก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ |
| 0: ต้องปรับปรุง | - ไม่ทำความเข้าใจปัญหา และไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือคัดลอกข้อมูล จากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่เขียนตอบ |

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

สำหรับการศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับการให้เหตุผลได้มีนักการศึกษากล่าวไว้ดังนี้
ฉันทนา ภาคบงกช (2528, หน้า 7) ได้กล่าวว่า ในวงการศึกษาได้ให้ความสำคัญเกี่ยวกับ
การคิดในเชิงสติปัญญา เพราะสติปัญญา มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับความสามารถในการเรียนรู้
ความสามารถในการแก้ปัญหา การควบคุมพฤติกรรมและอารมณ์ของบุคคลตลอดจนควบคุม
สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ และนำไปพัฒนาการเรียนการสอนและหลักสูตรให้สอดคล้องกับระดับ
พัฒนาการของผู้เรียนแต่ละกลุ่มและแต่ละคน ซึ่งได้มีนักการศึกษา ได้กล่าวถึงทฤษฎีพัฒนาการ
ทางสติปัญญา ดังนี้

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจ็ต

คงเดื่อน ศาสตรภัทร์ (2520, หน้า 23-74) กล่าวถึงทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา
ของเพียเจ็ต โดยแบ่งพัฒนาการของมนุษย์ออกเป็น 4 ขั้น ซึ่งเด็กแต่ละขั้นจะมีลักษณะสำคัญดังนี้ คือ

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (The sensory-motor period) อายุแรกเกิด ถึง 2 ปี พฤติกรรมของเด็กในวัยนี้นี้อ่อนโยนกับการเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่ เด็กจะเรียนรู้สิ่งรอบตัวจาก การสัมผัสและการกระทำท่านั้น เช่นการพูด การ gammelor การไข่ควัน การร้องไห้ การมอง การคุยกันในวัยนี้เด็กแสดงให้เห็นว่ามีสติปัญญาด้วยการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้เมื่อว่าจะไม่สามารถ อธิบายได้ด้วยคำพูด เด็กจะต้องมีโอกาสที่จะประทับกับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเองซึ่งถือว่าเป็นสิ่งจำเป็น เด็กจะสนใจสิ่งต่างๆ และจะเลียนแบบในสิ่งที่พบในตอนปลายของขั้นนี้ เด็กทำสิ่งต่างๆ ช้าๆ ด้วยวิธีต่างๆ ที่แปลกออกไป และเริ่มสร้างภาพความคิดในใจได้

2. ขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (The period of preparation thought) อายุ 2-7 ปี เป็นขั้น การเตรียมด้วยเพื่อปฏิบัติการทางความคิด เด็กจะมีพัฒนาการจากการที่ทำอะไรเป็นส่วนใหญ่ เนื่องมาจากประสบการณ์และการเคลื่อนไหวมาเป็นการกระทำอะไรที่ต้องคิดคำนึงโดยใช้ สัญลักษณ์เป็นส่วนมากเด็กจะเพิ่มความสามารถในการคิดถึงสิ่งต่างๆ ภายใต้สมองมากขึ้นและ พฤติกรรมเนื่องจากประสบการณ์และการเคลื่อนไหวจะมีน้อยลง ฉะนั้นเข้าใจสามารถเข้าใจ สังกัดเกี่ยวกับการอนุรักษ์ การจัดกลุ่มหรือแบ่งหมู่ การจัดเรียงลำดับของสิ่งของ อย่างไรก็ตาม ความสามารถเข้าใจสังกัดปัจจักร่วมกันยังคงอยู่เฉพาะเรื่องที่เป็นรูปธรรมเท่านั้น

3. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรม (Period of concrete operations) อายุ 7-11 ปี วัยนี้ เด็กสามารถที่จะใช้ปฏิบัติการคิดทางสมอง เริ่มนึกความสามารถให้เหตุผลแบบตรรกศาสตร์ และคิดอย่างมีเหตุผลรู้จักแก้ปัญหากับสิ่งต่างๆ ที่เป็นรูปธรรมได้ การมองในสิ่งต่างๆ มีลักษณะ Decentration คือสามารถมองได้ถึง 2 สักษณะในเวลาเดียวกัน เช่น สามารถคิดถึงขนาดและน้ำหนัก หรือขนาดและปริมาตร ไปพร้อมๆ กัน ได้ ลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้ คือ ความสามารถในการคิด ย้อนกลับ (Reversibility)

4. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม (The period of formal operation) อายุ 11-15 ปี ขั้นนี้ เป็นการพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นสุดยอด โครงสร้างของสมองจะพัฒนาสูงสุด เมื่ออายุ 15 ปี เด็กเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ เด็กจะมีความสามารถคิดแก้ปัญหารือสรุปเหตุผลเป็นระบบ สามารถสรุป เหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผลและผลตามหลัก ตรรกศาสตร์ และสามารถคิดสมมติฐานหรือความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ต่างๆ อย่างสมเหตุผล และสรุปกฎเกณฑ์จากการตรวจสอบสมมติฐานที่กำหนดขึ้นด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะ ดึงสมมติฐาน ทฤษฎี และกฎเกณฑ์ต่างๆ ขึ้นและเห็นว่าความเป็นจริง ที่เห็นด้วยการรับรู้ไม่สำคัญ เท่ากับความคิดถึงในที่อาจเป็นไปได้ (Possible) ในขั้นนี้ศักยภาพของเด็กในด้านความคิดจะ พัฒนาอย่างมีคุณภาพที่สุด

จากการศึกษาข้างต้น พัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ทั้ง 4 ขั้น พบว่าการให้เหตุผลของเด็กในแต่ละช่วงอายุจะมีความสามารถในการให้เหตุผลที่แตกต่างกัน ซึ่งความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล จะต้องใช้การฝึกฝนและการฝึกประสบการณ์ที่หลากหลายและได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่องในแต่ละช่วงอายุ รวมทั้งบรรยายกาศของชั้นเรียนที่ส่งเสริมการพัฒนาการให้เหตุผล การจัดกิจกรรมการเรียนควรเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบสานคุณค่าการณ์ ตั้งสมมุติฐาน พยายามหาคำมาอธิบาย เพื่อจัดข้อสงสัย ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูด อธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปโดยใช้วิธีการที่ถูกต้อง ซึ่งผู้วัยได้ใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง พังก์ชันตรีโภภมิติและการประยุกต์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ซึ่งเป็นการพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นปฏิบัติการคิดด้วยnamธรรม ซึ่งเด็กในระยะนี้เป็นระยะที่เด็กเริ่มรู้จักอธิบายเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งเด็กในวัยนี้จะใช้การให้เหตุผลอธิบายปัญหาต่างๆ ได้

2. ความหมายของทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนควรให้ความสำคัญ ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อลิซ และชิเรล (Alice & Shirel, 1999, p. 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 37) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หากความสัมพันธ์ของแนวคิด และสรุปที่สมเหตุสมผล ตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล

2. ความสามารถในการหาข้อสรุป

3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรชร (2554, หน้า 32) กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 39) ได้ให้ความหมาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อมูล/ แนวคิด/ สถานการณ์ต่าง ๆ แยกแยะความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากความหมายของการให้เหตุผล จะเห็นได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการวิเคราะห์ เพื่อที่จะ ได้ซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งเหตุผลที่ได้จะเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งที่ทำได้ข้อสรุปที่สมบูรณ์ถูกต้อง และทำให้เกิดข้อเท็จจริง

3. รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

บารูดี้ (Baroody, 1993, p. 59) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียน คณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหชญาณ (Intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามี ข้อมูล ไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสหชญาณ จึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจ ถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการใช้การสังเกตเป็นพื้นฐาน เพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิก บางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการ ตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มี ลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจาก ตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่าง สมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ สามารถถ กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยนิจด้วยการมีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผล แบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะ เช่นกันว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เมื่อจากเป็นการให้เหตุผลที่ สร้างบนพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

สติกกินส์ (Stiggins, 1997, pp. 6-7) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลหลัก ๆ 3 แบบ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลในการประเมิน โดยได้อธิบายไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณา ส่วนข้อหารือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อย ๆ เมื่อ ต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการ แก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่า สิ่งนั้น ๆ มีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรถือว่าต่างกันก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative reasoning) เป็นการใช้เหตุผลประเมินเมื่อ เราตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้อง โดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน นอกจากนี้สติกกินส์ยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่น ๆ อีก ได้แก่การสร้างเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมเป็นข้อสรุปหรือเป็นการนำข้อมูลจากหลาย ๆ แหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุป เช่น การสอนแบบเป็นหัวเรื่อง (Thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลาย ๆ สาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษา มาบูรณาการใช้ การให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น การจำแนก (Classifying) เป็น การจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืช ประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนกเป็นอย่างดี และอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก การอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลลัพธ์ เช่น “ได้หลักการข้อสรุปเป็นการหารณีทั่วไปจากหลักฐาน กล่าวคือ ใช้ความจริงจากกรณีหนึ่ง ๆ นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป และในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงกฎหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ก็ถือเป็น การให้เหตุผลแบบอนุมาน

สมัย เหล่าวันิชย์ (2525, หน้า 4) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุผลย่อๆ หลายๆ เหตุย่อๆ แต่ละเหตุจะเป็นอิสระต่อกัน และเหตุย่อทั้งหลายนี้จะรวมเป็นข้อสรุปที่เป็นเหตุการณ์ทั่วๆ ไป ในวงกว้าง
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยเหตุใหญ่ (Major premiss) และตามด้วยเหตุย่อย (Minor premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยจะทำให้เกิดผลสรุป
3. การให้เหตุผลแบบใช้การรู้สึกนึกคิด (Intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลซึ่งเกิดจากความคิดที่เกิดขึ้นมาในขณะใดของหนึ่ง ความคิดที่เกิดขึ้นในลักษณะเช่นนี้ของแต่ละบุคคลจะแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ และจิตใต้สำนึก ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์หลาย ๆ ทฤษฎีเกิดจากการให้เหตุผลที่เกิดจากความคิดแบบนี้มาก่อน หลังจากนั้น จึงพยายามพิสูจน์ให้เป็นจริง โดยกำหนด อนิยาม นิยาม และสังพจน์ และใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย ฉวิวรรณ เศวตมาลย์ (2545, หน้า 69-70) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผล มี 2 ประเภท คือ
 1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยกำหนดให้หรือยอมรับเหตุเป็นจริงนั้น ก็คือ เหตุที่ตั้งขึ้นบังคับให้เกิดผลลัพธ์อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ซึ่งจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผล จะต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลนั้น
 2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้ประสบการณ์ย่อย ๆ หลาย ๆ ตัวอย่างหรือ การคาดคะเนในการสรุปผล นั้นก็คือเหตุที่จะตั้งขึ้นเป็นการเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งที่เกิดขึ้นแล้วสรุปซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อ้างไม่สอดคล้องกับเหตุการณ์ เมื่อจากผลลัพธ์ที่ได้อ้างเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้ วิเชียร เลาห โภคส (2545, หน้า 1-6) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญนี้ 2 ประเภท ได้แก่
 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) หมายถึง วิธีการสรุปผลในการศึกษา ความจริงจากการสังเกตหลาย ๆ ครั้ง จากกรณีย่อย ๆ แล้วนำมาเป็นข้อสรุป
 2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) หมายถึง วิธีการนำเอาความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มา ก่อนและยอมรับว่าเป็นความจริงเรียกว่าเหตุและนำไปสู่ข้อสรุป เรียกว่า ผล

จากการการศึกษา กันคว้าข้างต้น สรุปได้ว่า ได้สามารถสรุปรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีหลากหลายรูปแบบซึ่งขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่งในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้จัดจะเน้นการให้เหตุผลแบบอุปนัย/ การให้เหตุผลแบบนิรนัย เมื่อจากการให้เหตุผลดังกล่าว เป็นวิธีการ

สรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกตหลาย ๆ ครั้ง แล้วนำมาเป็นข้อสรุปซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

4. แนวทางการพัฒนาทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด ใช้เหตุผลเพื่อตรวจสอบหาความรู้และค้นหาคำตอบด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ที่มีหน้าที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้และสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ให้เป็นไปในทิศทางที่ส่งเสริมและเอื้อให้นักเรียนเกิดทักษะดังกล่าว ซึ่งมีนักวิชาการได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะในการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

แบรนด์ (Brandt, 1984, p. 3 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 39) ได้กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหาด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็น และเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 ทาง คือ

1. แนวทางสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำไปใช้ในการคิด โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้จัดสร้างแนวทางการสอน

3. แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) การสอนตามแนวทางนี้ เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังทำอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวจะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง

มาลโลย (Malloy, 1999 อ้างถึงใน อัมพร มัคโนง, 2547, หน้า 56) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษา โดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการสืบสอน (Inquiry approach) ใน การส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงปัญหา กับเนื้อหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ อื่นที่เกี่ยวข้อง

กรมวิชาการ (2545, หน้า 198 – 199) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่า การฝึกให้ผู้เรียนรู้ขั้นคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย นอกจากนี้ยังได้เสนอองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้ขั้นการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พับกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกิน ความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์ หรือไม่ขาดคุณภาพรองอย่างไร

เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรบรรจ (2555, หน้า 119 - 120) กล่าวว่าปัจจัยสำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนดังนี้

1. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากผู้เรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้การจำจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้ผู้เรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข
2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริม ให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำคิวบ์วาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาจ่างๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นชิง
3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างค่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่คัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้องเด้อ” ใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมา มีบางส่วนที่ถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้อธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ให้อภิบาล เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้ง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกัน

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาข้อมูลสู่จุดสังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพ หรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จะให้ด้วยอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการนี่ได้หรือไม่ ถ้าการคำนวณการเดินไม่บรรลุผล” ซึ่งส่วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิด การคิด การสร้างความคิด ทดสอบ และปรับแต่ง โดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการพัฒนาความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้ฝึก การรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบ คำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับแนว การอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียน ถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ หากพบกับพร่องอย่างไร รวมทั้งผู้สอนต้องมีความอดทนให้เวลา ให้โอกาสแก่ผู้เรียน

6. ผู้สอนควรส่งเสริมผู้เรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็น สิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่า ผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อผู้เรียนสามารถให้เหตุผลที่คิดผู้สอน ควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบความมีส่วนที่ให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544, หน้า 194-196) ได้ให้ แนวทางที่เป็นองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พับกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกิด ความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้ เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์ หรือไม่ หากพบกับพร่องอย่างไร จากแนวคิดข้างต้นอาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า ใน การจัดการเรียน การสอน ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย ใช้วิธีการให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดอย่างมี เหตุผล โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem)

จากแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้แนวทางในการพัฒนา ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล

ซึ่งสามารถสอดแทรกในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังทำอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนมองรู้อะไรและไม่รู้อะไร

5. การวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้แนวทางในการวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

บุญชุม ศรีสะอด (2545, หน้า 44-51) กล่าวว่า ในการคิดอย่างมีเหตุผลนั้น อาจเป็นทั้งแบบอนุนา� อุปมา หรือเหตุผลทั่วๆ ไป โดยแบ่งลักษณะของข้อสอบวัดสมรรถภาพทางเหตุผลดังนี้

1. แบบอุปมาอุปไปย (Analogy) มี 2 แบบใหญ่ คือ แบบที่เป็นภาษา และแบบที่เป็นรูปภาพ หลักการก็คือจะให้ความสัมพันธ์ในลักษณะเดียวกันกับความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

2. แบบจัดประเภทหรือจัดเข้าพวก (Classification) จะให้คิดพิจารณาดูว่ามีสิ่งใดที่เป็นประเภทเดียวกันกับสิ่งอื่น หรือมีสิ่งใดที่แตกต่างไม่เข้าพวกกับสิ่งอื่น ๆ มีทั้งแบบที่เป็นรูปภาพกับแบบที่สามารถเป็นภาษาแบบที่เป็นรูปภาพจะมีทั้งชนิดที่เป็นภาพที่มีความหมายและภาพที่ไม่มีความหมาย

3. แบบสรุปความ (Inference) จะกำหนดข้อความมาให้แล้วให้พิจารณาดูว่าจะต้องสรุปความอย่างไรจึงจะถูกต้องด้วยหลักเหตุผลมากที่สุด

4. แบบเรียงลำดับ (Series) มี 2 ประเภท คือ ประเภทที่เป็นตัวอักษร และที่เป็นรูปภาพ

5. แบบแผนภาพทางตรรกศาสตร์ (Logical diagrams) จะมีแผนภาพ 5 ภาพแต่ละภาพแสดงความสัมพันธ์ในลักษณะต่าง ๆ ของ 3 พวกริที่กำหนดให้ โดยจะมีภาพหนึ่งที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง 3 พวกริที่ถูกต้องที่สุด

6. แบบวิเคราะห์เหตุผล (Analytical reasoning) จะมีข้อความหรือชุดของข้อความเป็นข้อให้พิจารณา แล้วตอบคำถามโดยใช้ข้อความหรือชุดของข้อความดังกล่าวเป็นหลัก

ล้วน สายยศและอัจฉรา สายยศ (2538, หน้า 106-136) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถด้านเหตุผลโดยเน้นความสามารถ 6 ด้าน

1. ด้านการจำแนกประเภท (Classification) เป็นความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบกับสิ่งต่าง ๆ ว่าอะไรเหมือนกัน มีอะไรค่างกัน เพื่อนำมาสร้างกลุ่มหรือพวกนี้ จะได้สามารถเปรียบเทียบว่าอะไรแตกต่างไปจากกลุ่มหรืออะไรนิคุณสมบัติเหมือนกับกลุ่มที่กำหนดให้ความสามารถด้านนี้เป็นความสามารถในการแยกแยะหรือวิเคราะห์คุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ นั่นเอง

2. ด้านการอุปมาอุปปีนัย (Analogy) เป็นความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันหมายถึงความสามารถในการพิจารณาความเกี่ยวข้องกันของคำ 2 คำ ถ้างงไปยังความหมาย ของอีก 2 คำ โดยผู้ที่มีความสามารถด้านอุปมาอุปปีนัยจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการมอง ความหมายเหมือนหรือความหมายต่างของคำได้อย่างคล่องแคล่ว และยังสามารถจัดกลุ่มพวกของ คำหรือในภาษาหนึ่ง ๆ ได้อย่างคิดเห็น ซึ่งจะสามารถนำมาเปรียบเทียบอุปมาอุปปีนัยได้เก่ง

3. ด้านอนุกรมภาพหรืออนุกรมมิติ เป็นความสามารถในการค้นหาระบบความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ของรูปภาพ ซึ่งมีทั้งอนุกรมภาพธรรมชาติและเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ส่วนอนุกรมที่มีทั้งแนวตั้งและแนวนอนจะมีความสัมพันธ์กันในหลายทิศทาง เมื่อจากต้องคิด หลายทิศทางจึงเรียกอนุกรมนี้ว่า อนุกรมมิติ

4. ด้านสรุปความ เป็นแบบทดสอบที่อาศัยภาษาค่อนข้างมากแต่เป็นการใช้ภาษาเพื่อ ได้เดินทางหาเหตุผลโดยโครงสร้างของตัวคำสามารถเป็นคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งคือ ตรรกวิทยา นั่นคือ การเขียนข้อสอบแบบนี้จะประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย เมื่อมีเหตุมาเป็นเครื่องพิจารณาแล้วก็ สามารถประเมินลงสรุปได้ว่าอย่างไร

5. ด้านตัวร่วมหรือตัวต่าง เป็นแบบทดสอบที่จะยกสิ่งต่าง ๆ มาให้พิจารณาส่วนใหญ่ เป็นคำหรือจะใช้ภาพแทนก็ได้ เมื่อยกมาแล้วให้ผู้ทดสอบพิจารณาดูตัวร่วมของมันว่าจะเป็น อย่างไร ก่อนจะสามารถหาตัวร่วมหรือในภาพซึ่งจะต้องวิเคราะห์ทุก ๆ คำ ให้ดีอาจจะต้องใช้ จินตนาการ โยงความสัมพันธ์เดลล์สิ่งอย่างดี แล้วนำมาผสมกลมกลืนเป็นสิ่งใหม่ที่สามารถรับรู้ และเข้าใจตรงกันในทันที

6. ด้านการวิเคราะห์ จุดประสงค์ของแบบทดสอบนี้จะให้ผู้ตอบคิดหาความสัมพันธ์ เกี่ยวข้องของตัวแยกสถานการณ์ที่สมมติขึ้นมาซึ่งการสร้างสถานการณ์จะต้องเขียนให้มี ความเกี่ยวพันกันอย่างซับซ้อน มีฉะนั้นผู้อ่านก็ไม่ได้ใช้ความสามารถด้านการวิเคราะห์

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์คือ การวัดความสามารถการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา ที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุและผล ของสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ จนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง และสามารถนำทักษะการให้เหตุผลไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ ได้

6. การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้แนวทางในการประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ อัครยา สังขันทร์ (2543, หน้า 102) ได้กล่าวถึง หลักการสำคัญของการบูรณาการเรียน การสอน เป็นสิ่งที่ผู้สอนจำเป็นต้องทราบก่อนอยู่เสมอ เพื่อช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนบรรลุ วัตถุประสงค์ของความพยายามที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งการจัด

กิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางการให้เหตุผล โดยได้กล่าวถึงวิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ดังต่อไปนี้

วิธีการประเมิน

1. การสอบไม่สำคัญเท่ากับการกระตุ้น ให้นักเรียนฝรั่ງและคิดเป็น
2. มีวิธีการวัดและประเมินผลความสามารถในการคิดให้เหตุผลที่เหมาะสมกับรูปแบบ

การเรียนการสอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 50-52) ให้ความหมายว่า การประเมินทักษะในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาทักษะในการให้เหตุผล ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรจะคำนึงถึงขุมนุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียน

พร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน แล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้ จะประเมินด้วยการวิเคราะห์ เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแต่ละค่า ตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้ อาจใช้ การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากการผู้ประเมินจริงที่พบได้จากนักเรียน

เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรJur (2554, หน้า 115) ได้กล่าวว่า เกณฑ์ในการประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินเชิงคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และ การปฏิบัติงานของผู้เรียนซึ่งสามารถแยกแยะความสามารถสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงาน ของผู้เรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตรฐานและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถใน การแสดงออกของเด็กระดับ/ กลุ่ม ในมาตรฐานได้อย่างชัดเจน รูบริค (Rubric) คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนจากรูปแบบที่ยอดเยี่ยม ไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา

กรมวิชาการ, กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอตาราง เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/ กระบวนการ การให้เหตุผล ดังนี้

**ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/ กระบวนการ
การให้เหตุผล**

| คะแนน/ ความหมาย | ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น |
|-----------------|--|
| 4: ดีมาก | - มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 3: ดี | - มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ |
| 2: พอดี | - เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ |
| 1: ควรแก้ไข | - มีความพยายามยามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ |
| 0: ต้องปรับปรุง | - ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ |

เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรบุร (2554, หน้า 115) กล่าวถึงตัวอย่างข้อสอบเกณฑ์การให้คะแนนแบบ
องค์รวมของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

**ตารางที่ 11 การให้คะแนนแบบภาพรวมจำแนกตามทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
(ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์)**

| คะแนน (ความหมาย) | ความสามารถที่ปรากฏเห็น |
|------------------|--|
| 4 (ดีมาก) | ตอบคำถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน |
| 3 (ดี) | ตอบคำถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้เกือบสมบูรณ์ |
| 2 (พอใช้) | ตอบคำถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผล ประกอบคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง |
| 1 (ปรับปรุง) | ตอบคำถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลประกอบ คำตอบ |
| 0 (ไม่พยายาม) | ไม่มีการตอบคำถูกต้องและไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ |

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น ผู้วิจัยใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน
(Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความล้าอึบและเสริมสร้าง

ความเป็นธรรม ตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ในการให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลไว้วัดนี้

ตารางที่ 12 ตารางเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| ระดับคะแนน/ ความหมาย | ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น |
|----------------------|--|
| 4/ ดีมาก | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและชัดเจน มีการอธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจนและทำให้ได้คำอธิบายที่ถูกต้อง |
| 3/ ดี | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้อธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน |
| 2/ พอดี | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป แต่ข้อสรุปที่ได้ยังไม่ถูกต้อง |
| 1/ ต้องปรับปรุง | เมื่อแสดงความพยายามในการให้เหตุผลช่วยในการหาข้อสรุปบ้าง แต่ยังไม่ได้หาข้อสรุป |
| 0/ ไม่พยายาม | เมื่อไม่ได้แสดงความพยายามในการให้เหตุผลเลย |

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

เมสัน (Mason, 1997, pp. 58-09A) ได้ศึกษาการเรียนพิชณิตคัวบินเอง โดยใช้การสืบสวนสอบถามกลุ่มย่อยของผู้เรียนเกรด 9 มีความมุ่งหมายเพื่อแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยใช้การสืบสวนสอบถามกลุ่มย่อยและแสดงให้เห็นว่าองค์ประกอบเหล่านี้มีผลต่อกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างไร กลุ่มคัวบอยางเป็นผู้เรียนเกรด 9 จำนวน 22 คน ที่เรียนวิชาพิชณิต ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสนทนากลุ่มผลงานของผู้เรียน การเขียนและการบ้านที่ให้ผู้เรียนเขียนเกี่ยวกับการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ในแต่ละวัน ผู้วิจัยได้สรุปและตีความหมายจากการเรียนรู้ดังกล่าว ผลจากการวิจัยพบว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้จากการสอนโดยใช้การสืบสวนสอบถามกลุ่มย่อย ซึ่งสามารถสังเกตได้จากการสร้างสรรค์ความรู้ของผู้เรียน ผู้เรียนสามารถเรียนรู้การคำนวณการที่ซับซ้อนและตีความหมายของลักษณะความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ของครุภัณฑ์ผู้เรียน และความสัมพันธ์ของภาคคลองกับคะแนน การเรียนรู้ของเด็กจะบุคคลขึ้นอยู่กับการสร้างประสบการณ์และมุ่งมองของ

ผู้เรียนแต่ละคนการเรียนรู้จะห่วงบุคคลเกิดขึ้นได้หรือไม่ขึ้นอยู่กับการพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนแต่ละคนกับผู้เรียนคนอื่น ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับครู ผู้เรียนแต่ละคนกับครูจะมีอิทธิพลต่อกันและกัน

ทอมสัน (Thomson, 2000, pp. 61-10B) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบสานสอบสวนและการใช้ตัวแทนในการสืบสานสอบสวนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย ศึกษาโดยการสังเกตจากครูและผู้เรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิต蔻คจากสภาพทั่ว ๆ ไปของห้องเรียนและทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน การเก็บรวมรวมข้อมูลใช้การบันทึกเทปวีดิโອและถ่ายภาพผู้เรียน 6 คน และศึกษาจากรายงานการทดลองของผู้เรียน ผลจากการวิจัยพบว่า ชุมนุ่งหมายของครูและเวลาเรียนมีผลต่อการพัฒนาการสืบสานสอบสวน การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจของผู้เรียน ผู้เรียนมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์น้อยครั้ง เต็ถ้ามีเวลาอีกน้อยการเรียนจะดำเนินไปโดยการใช้คำถามและวิธีการของครูเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาหัวข้อต่าง ๆ มีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์น้อย ผู้เรียนทั้งสองกลุ่มยังคงไว้ซึ่งกระบวนการของความคิดรวบยอดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสามารถประยุกต์วิธีการได้และมีความมั่นใจที่จะบอกครูในเรื่องของความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

แมคลาฟลิน (McLoughlin , 2008, p. 2) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเรียนรู้โดยใช้การสืบสานสอบสวนเป็นฐานค่าวิธีการสอนแบบ MMM (Modified Moore Method) เพื่อส่งเสริมการศึกษาค้นคว้าของนิสิตระดับปริญญาตรี โดยใช้ MMM ผ่านหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์และสอนในหลายชั้นเรียน ได้แก่ ชั้นเรียนคณิตศาสตร์เบื้องต้น พื้นฐานของคณิตศาสตร์ 1 และ 2 แคลคูลัส 1, 2 และ 3 ทฤษฎีเชต พีชคณิตเชิงเส้น การเชื่อมโยงไปสู่คณิตศาสตร์ระดับสูง ความน่าจะเป็นและสถิติ 1 และ 2 การวิเคราะห์จำนวนจริง 1 และ 2 และชั้นเรียนໂท鄱โลย ผลการวิจัยพบว่า การเรียนรู้โดยใช้การสืบสานสอบสวนเป็นฐานค่าวิธีการสอนแบบ MMM เป็นวิธีที่ช่วยลดอหลอมการศึกษาค้นคว้าของนิสิตในระยะยาว และยังส่งเสริมให้นิสิตศึกษาค้นคว้าข้อมูลอย่างละเอียดถ้วนอีกด้วย

งานวิจัยในประเทศ

วัชระ น้อยมี (2551, หน้า 124) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสานสอบสวน เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล

มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/ 80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณัฐกฤตา ปัตตาลา โพ (2553, หน้า 73-74) ได้ทำการวิจัยผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริภรณ์ ตันนะลา (2554, หน้า 93-94) ได้ศึกษาการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบการสืบเสาะหาความรู้ (SEs) ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นด้วยแปรไปเทียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบร่วมกับการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ (SEs) ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาในด้านการสังเกต การคิดแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ การดึงคำถาม การคิด การแสดงออกสามารถเชื่อมเป็นกระบวนการเดียวกันได้ การแสดงความคิดเห็น การอภิปราย การลงข้อสรุป การนำเสนอข้อมูล และยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น และบังเพว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นด้วยแปรไปเทียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ทั้งหมด 17 คน คิดเป็นร้อยละ 73.91 ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ร้อยละ 70

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน สรุปได้ว่า การเรียนจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้ฝึกให้นักเรียนรู้จักสังเกตปัญหา วิเคราะห์ปัญหา ตั้งคำถาม แสดงความคิดเห็น และยอมรับความคิดเห็นของคนอื่นส่งผลให้ทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญ ผู้วิจัยจึงเห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนมีส่วนช่วยพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน และนำมาใช้ในการวิจัยในครั้งนี้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนawan ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. ตัวแปรที่ศึกษา
3. รูปแบบการวิจัย
4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
6. วิธีดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 6 ห้อง นักเรียน จำนวน 144 คน

การสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวนนักเรียน 24 คน ซึ่งได้มามากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยให้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 6 ห้องเรียน โดยที่แต่ละห้องเรียนมีการจัดแบบคลุมความสามารถ

ตัวแปรที่ศึกษา

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาตัวแปรดังต่อไปนี้

2.1 ตัวแปรต้น

2.1.1 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนสวน เรื่อง การประยุกต์ของพังก์ชัน ตรี โภณมิตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 ตัวแปรตาม

2.2.1 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3.2 ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง เพื่อศึกษาเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการทดลองแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2551, หน้า 270) ซึ่งมีแบบแผนการทดลองดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แบบแผนการทดลองแบบ One-group posttest-only design

| กลุ่ม | ทดลอง | สอบ |
|-------|-------|-----|
| E | X | T |

ตัวแปรที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสานสอนสวน

T แทน การสอบหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนสวน เรื่อง การประยุกต์ของพังก์ชัน ตรี โภณมิตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 แผน

2. แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของพังก์ชัน ตรี โภณมิตร เป็นแบบอัตนัย 1 ชุด จำนวน 5 ข้อ

การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สำหรับเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีรายละเอียดในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนawan เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ผู้เข้าได้คำแนะนำการตามขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้กุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในรายวิชาพื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย (โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค) พุทธศักราช 2557 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3 วิเคราะห์ ตัวชี้วัดวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อกำหนดคุณค่าประสิทธิภาพการเรียนรู้ เนื้อหาและเวลาเรียนแบ่งออกเป็น 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ตั้งแต่สองในตารางที่ 14

ตารางที่ 14 การวิเคราะห์ ตัวชี้วัด คุณค่าประสิทธิภาพการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

| แผนการเรียนรู้ | ตัวชี้วัด | คุณค่าประสิทธิภาพการเรียนรู้ | สาระการเรียนรู้ | เวลาเรียน (นาที) |
|----------------|---|--|---|------------------|
| 1 | สามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ ต่าง ๆ โดยนิยามจาก วงกลมหนึ่งหน่วย และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดได้ | 1. นักเรียนสามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูล และสามารถให้เหตุผลในการบวกค่าและผลต่างฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและของจำนวนผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูลได้ | ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูล | 3 |
| | | | | |

ตารางที่ 14 (ต่อ)

| แผน การจัด การเรียนรู้ | ตัวชี้วัด | จุดประสงค์การเรียนรู้ | สาระ การเรียนรู้ | เวลา (นาที) |
|------------------------------|--|---|--|----------------|
| 2 | สามารถหาค่าฟังก์ชัน ตรีโกณมิติต่าง ๆ โดย นิยามจากวงกลมหนึ่ง หน่วย และเขียน กราฟของฟังก์ชันที่ กำหนดให้ได้ | 1. นักเรียนสามารถหาค่าฟังก์ชัน ตรีโกณมิติของมุมสองเท่า มุมครึ่ง เท่าและสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับ ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมสอง เท่าและมุมครึ่งเท่าได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ sum-to- product, product-to-sum ใน การแก้ปัญหาและสามารถให้เหตุผล ในการใช้ sum-to-product, product- to-sum ใน การแก้ปัญหาได้ | ฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ ของมุม สองเท่า และมุม ครึ่งเท่า | 3 |
| 3 | นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการประยุกต์ไป ใช้แก้ปัญหาได้ | 1. นักเรียนสามารถใช้ความรู้เรื่อง กฎของไซน์และกฎของโคไซน์ใน การแก้ปัญหาและสามารถให้เหตุผล ในการนำกฎของไซน์และกฎของ โคไซน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ | กฎของ ไซน์ กฎ ของ โคไซน์ | 3 |
| 4 | นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการประยุกต์ไป ใช้แก้ปัญหาได้ | 1. นักเรียนสามารถแก้สมการ ตรีโกณมิติได้และสามารถนำความรู้ เรื่องการประยุกต์ของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติไปใช้อธิบายเหตุผลใน การแก้สมการตรีโกณมิติได้ | การแก้ สมการ ตรีโกณมิติ | 3 |

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชัน
ตรีโกณมิติ ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาที่กำหนดไว้จำนวน 4 แผน โดยแต่ละ
แผนประกอบด้วย

1.4.1 มาตรฐานการเรียนรู้

1.4.2 คัวชี้วัด

1.4.3 สาระสำคัญ

1.4.4 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4.5 สาระการเรียนรู้

1.4.6 กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน มี 5 ขั้นตอนดังนี้

1. การนำเสนอสู่บทเรียน

2. ขั้นสังเกต

3. ขั้นอธิบาย

4. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ

5. ขั้นนำไปใช้

1.4.7 สื่อ/ แหล่งการเรียนรู้

1.4.8 การวัดและการประเมินผล

1.4.9 บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จแล้วขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและนำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบ ความเหมาะสมของแผนซึ่งประกอบด้วยคัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ และการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ และภาษาที่ใช้ โดยแบบประเมินความเหมาะสมมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ดังนี้

5 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง เหมาะสมมาก

3 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง เหมาะสมน้อย

1 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

แล้วหาค่าเฉลี่ยจากผลรวมของคะแนนทั้งหมด โดยมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้ (บุญชุม

ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

| | | |
|-------------|-----------|---|
| คะแนนเฉลี่ย | 4.51-5.00 | หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด |
| คะแนนเฉลี่ย | 3.51-4.50 | หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก |
| คะแนนเฉลี่ย | 2.51-3.50 | หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง |

คะแนนเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
 คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด
 ซึ่งค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มี
 ค่าเฉลี่ยเป็น 4.40 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.76 และผู้ใช้ข้ามูนี้ข้อเสนอแนะ คือ ควรปรับปรุง
 ในส่วนของกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมมากขึ้น และปรับปรุง โดยที่
 ในใบงานให้มีความหลากหลายครอบคลุมเนื้อหามากขึ้น ผู้วิจัยได้ปรับกิจกรรมให้นักเรียนได้มี
 ส่วนร่วมมากขึ้นและได้ปรับปรุง โดยปัญหาให้ครอบคลุมเนื้อหามากขึ้น

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ใช้ข้ามูลแล้วไป
 ทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ชลบุรี
 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 24 คน ซึ่งผลการทดลองพบว่านักเรียนให้ความสนใจในการทำกิจกรรมดี
 แต่นักเรียนทำกิจกรรมได้ไม่เสร็จตรงตามเวลาที่กำหนด เนื่องจากต้องใช้เวลาในการแบ่งกลุ่มนาน
 โดยมีบางกลุ่มที่มีเฉพาะกลุ่มเก่งและบางกลุ่มนี้เฉพาะนักเรียนกลุ่มอ่อนทำให้กลุ่มอ่อนทำกิจกรรม
 ได้ช้ากว่า ในส่วนของใบความรู้ในบางแผนนักเรียนทำใบความรู้เสร็จก่อนเวลาที่กำหนด

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไข ในส่วนของการทำกิจกรรมใน
 ชั้นเรียน โดยครูแบ่งกลุ่มมาให้นักเรียน โดยที่นักเรียนไม่ต้องเสียเวลาในการแบ่งกลุ่มเองทำให้
 นักเรียนคงความสามารถกันและไปความรู้เพิ่มเติม โดยที่ให้นักเรียนได้วิเคราะห์มากขึ้น

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของ
 ฟังก์ชันตรีโกณมิติลักษณะเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัย
 สร้างขึ้นเพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาแนวคิด
 การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาและทักษะ/ กระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์
 การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาชั้น
 พื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานรับรองมาตรฐาน
 และประเมินคุณภาพการศึกษา, 2555, หน้า 42, 111) ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำหลักการวัด
 และเกณฑ์ดัง ๆ มาประยุกต์ใช้ให้มีความเหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัยซึ่งมีขั้นตอนการสร้าง
 ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาและ
 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบทดสอบ

2.2 กำหนดลักษณะแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแบบเขียนค่อน

2.3 วิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ เพื่อจัดทำข้อสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 15 ดังนี้

ตารางที่ 15 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

| ตัวชี้วัด | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | จำนวนข้อสอบทั้งหมด | จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง |
|--|--|---|--------------------|-----------------------|
| 1. สามารถถ地ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ ต่างๆ โดยนิยามจาก วงกลมหนึ่งหน่วย และเขียนกราฟของ ฟังก์ชันที่กำหนดให้ ได้ | ฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ ของผลบวก และผลต่างของจำนวนจริงหรือ นูนและสามารถให้เหตุผลใน การบอกร้าวฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของผลบวกและผลต่างของ จำนวนจริงหรืออนุ่มได้ | 1. นักเรียนสามารถถดค่า ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวก และผลต่างของจำนวนจริงหรือ นูนและสามารถให้เหตุผลใน การบอกร้าวฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของผลบวกและผลต่างของ จำนวนจริงหรืออนุ่มได้ | 2 | 1 |
| 2. นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการประยุกต์ไป ใช้แก้ปัญหาได้ | ฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ ของนูนสอง เท่า นูนคี่ร่วงเท่า และสามารถให้ เหตุผลเกี่ยวกับค่าฟังก์ชัน ตรีโกณมิติของนูนสองเท่า นูน คี่ร่วงเท่าได้ product-to-product, product-to-sum | 1. นักเรียนสามารถถดค่า ฟังก์ชันตรีโกณมิติของนูนสอง เท่า นูนคี่ร่วงเท่า และสามารถให้ เหตุผลเกี่ยวกับค่าฟังก์ชัน ตรีโกณมิติของนูนสองเท่า นูน คี่ร่วงเท่าได้ 2. นักเรียนสามารถใช้ sum-to-product, product-to-sum ใน การแก้ปัญหาและสามารถให้ เหตุผลในการใช้ sum-to-product, product-to-sum ใน การแก้ปัญหาได้ | 2 | 1 |

ตารางที่ 3-3 (ต่อ)

| ตัวชี้วัด | สาระการเรียนรู้ | จุดประสงค์การเรียนรู้ | จำนวน | |
|---------------------------------|--|---|--------|------------------|
| | | | ข้อสอบ | ข้อสอบที่ใช้จริง |
| กฎหมายของโซน กฏของ โคลโซน | กฎหมายของโซน เรื่องกฎหมายของโซนและกฎหมาย โคลโซนในการแก้ปัญหาและ สามารถให้เหตุผลในการนำกฎหมาย ของโซนและกฎหมายของโคลโซนไป ใช้ในการแก้ปัญหาได้ | 1. นักเรียนสามารถใช้ความรู้ เรื่องกฎหมายของโซนและกฎหมาย โคลโซนในการแก้ปัญหาและ สามารถให้เหตุผลในการนำกฎหมาย ของโซนและกฎหมายของโคลโซนไป ใช้ในการแก้ปัญหาได้ | 2 | 1 |
| การแก้สมการ ตรีโกณมิติ | การแก้สมการ ตรีโกณมิติได้และสามารถนำ ความรู้เรื่องการประยุกต์ของ พังก์ชันตรีโกณมิติไปใช้หรือนำไป ใช้ในการแก้สมการ ตรีโกณมิติได้ | 1. นักเรียนสามารถแก้สมการ ตรีโกณมิติได้และสามารถนำ ความรู้เรื่องการประยุกต์ของ พังก์ชันตรีโกณมิติไปใช้หรือนำไป ใช้ในการแก้สมการ ตรีโกณมิติได้ | 2 | 1 |
| รวม | | | 10 | 5 |

2.4 สร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยสร้างแบบวัดแบบเบียนตอบ จำนวน 10 ข้อ ตามตารางการวิเคราะห์ข้อสอบ

2.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีรายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนดังตารางที่ 16 และ 17

ตารางที่ 16 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| คะแนน/ ความหมาย | ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น |
|--------------------|---|
| 4: ดีมาก | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมกับปัญหา แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน และ [†] สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ |
| 3: ดี | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมกับปัญหาหรือเลือกใช้วิธีเหมาะสม แต่แสดงการ แก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนยังไม่ชัดเจน และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง |
| 2: พอดี | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วนหรือเข้าใจบางส่วนของปัญหาผิด เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็น ปัญหา แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนยังไม่ชัดเจนหรือดำเนินการ แก้ปัญหาไม่ถูกต้องและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน |
| 1: ควรแก้ไข | - เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่เข้าใจปัญหา เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้แต่ ไม่เหมาะสมหรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ ไม่แสดงการลำดับ ขั้นตอนยังในการแก้ปัญหาหรือพยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ ไม่เหมาะสม สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ |
| 0: ต้องปรับปรุง | - ไม่ทำความเข้าใจปัญหา และไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือคัดลอกข้อมูล จากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่เขียนตอบ |

ตารางที่ 17 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| ระดับคะแนน/ ความหมาย | ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น |
|----------------------|--|
| 4: ดีมาก | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุป [†] ที่ถูกต้องและชัดเจน มีการอธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน และทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง |
| 3: ดี | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุป [†] ที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้อธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน |

ตารางที่ 3-5 (ต่อ)

| ระดับคะแนน/ ความหมาย | ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น |
|----------------------|---|
| 2/ พอดี | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป แต่ข้อสรุปที่ได้ยังไม่ถูกต้อง |
| 1/ ต้องปรับปรุง | เมื่อแสดงความพยายามในการให้เหตุผลช่วยในการหาข้อสรุปบ้าง แต่ยังไม่ได้หาข้อสรุป |
| 0/ ไม่พยายาม | เมื่อไม่ได้แสดงความพยายามในการให้เหตุผลเลย |

2.6 นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พร้อมเกณฑ์ การให้คะแนนที่ผู้จัดสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วยด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่านและด้านการวัดผล 2 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหาและความเที่ยงตรงในการประเมิน โดยพิจารณาจากค่าความสอดคล้อง (*IOC*) และวิธีการให้คะแนน ดังนี้

+1 หมายถึง แนวโน้มที่ข้อสอบสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แนวโน้มที่ข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งข้อสอบที่ศึกวรมีค่า *IOC* ของแต่ละข้อไม่น้อยกว่า 0.5 (เวชฤทธิ์ อั้งกันภัทรชร, 2555, หน้า 159-160)

2.7 นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญแล้วมาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ได้ 0.60-1.00 แล้วคัดเลือกข้อที่ค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ≥ 0.5 ได้จำนวน 10 ข้อ

2.8 นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุง แก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ปีการศึกษา 2557 จำนวน 24 คน ซึ่งได้ผ่านการเรียนเรื่องการประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ มาแล้วเพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบ

2.9 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีย์และชาเนอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 199-201) ได้ค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.25-0.66 และได้ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.25-0.61 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

2.10 เลือกแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความยาก (P_E) ระหว่าง 0.25-0.61 ซึ่งเป็นความยากพอเหมาะสม ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.33-0.56 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่ง ได้และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

2.11 นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกไว้จำนวน 5 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะโดยคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลfa (α -Coefficient) ของ cronbach (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 218) ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.85 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2.12 นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

วิธีการดำเนินการทดสอบและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติกับกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้จัดเป็นผู้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งหมดจำนวน 14 คาบ และใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 4 แผน

2. เมื่อสิ้นสุดการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้แล้วข้างต้นถ้วน สมญูรณ์ จากนั้นทำการทดสอบผู้เรียนด้วยแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของฟังก์ชันครีโกณมิติที่ผู้จัดได้สร้างขึ้นใช้เวลาในการสอบ 60 นาที

3. ตรวจแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีทางสถิติเพื่อการทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้จัดนำค่าแทนที่ได้จากการตรวจแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนส่วนเรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติแบบ *t-test for one sample* โดยในงานวิจัยครั้งนี้ผู้จัดได้กำหนดเกณฑ์ร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานรับรองมาตรฐาน และประเมินคุณภาพการศึกษา, 2555, หน้า 42, 111)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ จะใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล คั่งต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ส้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, หน้า 73)

$$\begin{array}{lll} \text{สูตร} & \overline{X} = \frac{\sum X}{n} \\ \text{เมื่อ} & \overline{X} \quad \text{แทน} \quad \text{คะแนนเฉลี่ย} \\ & \sum X \quad \text{แทน} \quad \text{ผลรวมของคะแนนทั้งหมด} \\ & n \quad \text{แทน} \quad \text{จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง} \end{array}$$

.. 1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ส้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, หน้า 73)

$$\begin{array}{lll} \text{สูตร} & s = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ \text{เมื่อ} & s \quad \text{แทน} \quad \text{s่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน} \\ & \sum X \quad \text{แทน} \quad \text{ผลรวมของคะแนนทั้งหมด} \\ & (\sum X)^2 \quad \text{แทน} \quad \text{ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง} \\ & n \quad \text{แทน} \quad \text{จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง} \end{array}$$

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

2.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1.1 คำนวณค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าตัวชี้ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับชุดประสังเคราะห์การเรียนรู้ (ล้วน สายบศ และ อังคณา สายบศ, 2543, หน้า 248-249)

$$\text{สูตร} \quad IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน คัชณีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับชุดประสังเคราะห์การเรียนรู้ตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$$\frac{\sum R}{N} \text{ แทน } \text{ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ}$$

$$N \text{ แทน } \text{จำนวนผู้เชี่ยวชาญ}$$

2.1.1 วิเคราะห์ความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามสูตรของไวท์นีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ล้วน สายบศ และ อังคณา สายบศ, 2543, หน้า 199-201) ดังนี้

$$\text{ตัวชี้ค่าความยาก } (P_E); P_E = \frac{S_U + S_L - (2NM_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ค่าตัวชี้ความยาก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$\text{ตัวชี้ค่าอำนาจจำแนก } (D); D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{\max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{\min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.1.2 หากค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟ่า (α -Coefficient) ตามสูตรของครอนบัค (Cronbach) (ถีวน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 218)

$$\text{สูตร} \quad \alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

| | | |
|-------|----------|---|
| เมื่อ | α | แทน สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น |
| | k | แทน จำนวนข้อสอบ |
| | s_i^2 | แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ |
| | s^2 | แทน ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งหมด |

ฉบับ

2.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

2.2.1 เมริยบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ที่กำหนด (ร้อยละ 75) โดยใช้สูตร t -test for one sample (ชูครี วงศ์รัตน์, 2550, หน้า 134)

$$\text{จากสูตร} \quad t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

| | | |
|-------|-----------|--|
| เมื่อ | t | แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t -Distribution |
| | \bar{X} | คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง |
| | μ_0 | ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ |
| | s | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน |
| | n | จำนวนกลุ่มตัวอย่าง |

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อ เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิติ ซึ่งขอเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

| | | |
|-----------|-----|--|
| n | แทน | จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง |
| k | แทน | คะแนนเต็ม |
| \bar{X} | แทน | คะแนนเฉลี่ย |
| s | แทน | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน |
| μ_0 | แทน | ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม) |
| t | แทน | การทดสอบที่ |
| * | แทน | มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 |
| df | แทน | จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างลบออกจากตัวอย่าง |

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

- ผลการเบริบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75
- เปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติ *t-test for one sample* ปรากฏในตาราง 18

ตารางที่ 18 การเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75

| | <i>n</i> | <i>k</i> | μ_0 | \bar{X} | <i>s</i> | <i>df</i> | <i>t</i> |
|-------------------------------|----------|----------|---------|-----------|----------|-----------|----------|
| ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ | 24 | 20 | 15 | 17.29 | 2.64 | 23 | 4.32* |

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (ที่ $df_{23,0.05} = 1.7139$)

จากตารางที่ 18 พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 17.29 คิดเป็นร้อยละ 85.45 และเมื่อทดสอบสมมุติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน มีคะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นดังนี้

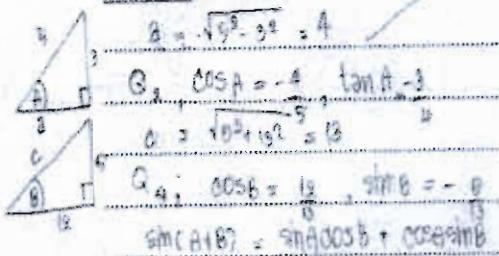
1. นักเรียนที่ได้ 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 63.33 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ และสามารถเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน และสามารถสรุปค่าตอบอย่างถูกต้องและสมบูรณ์ ดังภาพที่ 2

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า

$$\sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ จึง $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$

ผลลัพธ์



4

$$\begin{aligned} \tan(A+B) &= \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \\ &= \frac{\frac{3}{4} + (-\frac{5}{12})}{1 - (\frac{3}{4})(-\frac{5}{12})} \\ &= \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{41}{48}} \end{aligned}$$

คั่นนั้น $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = \frac{-\frac{312}{65}}{\frac{41}{48}}$

ให้เห็นดู

- ยกกำลัง 3, 5, 13

- นำทศนิยมมาหาร $5^2 \cdot 13^2 = 169$

- ยกกำลัง 9

- ใช้สูตร $\sin(u+v) = \sin u \cos v + \cos u \sin v$

- ไม่ต้อง

- ใช้สูตร $\tan(u+v) = \frac{\tan u + \tan v}{1 - \tan u \tan v}$

- ไม่ต้อง

- ไม่ต้อง

4

ภาพที่ 2 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 4 คะแนน

2. นักเรียนที่ได้ 3 คะแนน ก็เป็นร้อยละ 22.50 โดยนักกู้มีความสามารถเข้าใจปัญหาได้ แค่บัง心智การเรียนวิเคราะห์โจทย์ ทำให้เห็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาซึ่งไม่ชัดเจน เรียนผิดในบางส่วน แต่ได้คำตอบถูกต้องดังภาพที่ 3

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า

$$\text{ของ } \sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$

และ $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$$\begin{aligned} & \sin(A+B) \cdot \tan(A+B) \\ &= [\sin A \cos B + \cos A \sin B] \cdot \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \\ &= \left[\frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} + \left(-\frac{4}{5} \right) \left(-\frac{5}{12} \right) \right] \cdot \left[\left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{12} \right) \right] \\ &= \left(\frac{36}{65} + \frac{4}{13} \right) \left(-\frac{14}{15} \right) \\ &= \frac{36}{65} \left(-\frac{7}{15} \right) \\ &= -\left(\frac{36}{65} \cdot \frac{7}{15} \right) = -\frac{252}{975} \end{aligned}$$

ให้เหตุผล

$$\begin{aligned} & \text{จากโจทย์ } \sin(A+B) = \tan(A+B) \\ & \quad + \tan(A+B) \end{aligned}$$

(3)

$$\text{ดังนั้น } \sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = -\frac{252}{975}$$

ภาพที่ 3 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 3 คะแนน

3. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 10.83 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้แต่ยังขาดการเขียนวิเคราะห์โจทย์ ทำให้เห็นข้อตอนในการแก้ปัญหาอย่างไม่ชัดเจน แทนค่าที่ไม่ชัดเจนและคำนวนผิดในบางส่วน ได้คำตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนสรุปคำตอบ ดังภาพที่ 4

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า

$$\sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เป็นไปตามที่

แสดงดังนี้

$$\sin(A+B) = \tan(A+B)$$

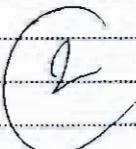
$$= (\sin A \cos B + \sin B \cos A) \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$= \left[\left(\frac{3}{5} \right) \left(\frac{12}{5} \right) + \left(-\frac{5}{12} \right) \left(\frac{3}{5} \right) \right] \frac{\frac{3}{5} + \frac{-5}{12}}{1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{-5}{12}}$$

$$= \frac{36}{65} + \frac{4}{15} \cdot \frac{15}{48}$$

$$= \frac{56}{65} \cdot \left(-\frac{56}{33} \right)$$

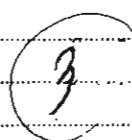
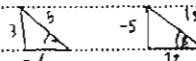
$$= -\frac{3136}{2205}$$



ให้เหตุผล

$$\therefore \sin(A+B) = \sin(\pi + B) = -\sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$



$$\text{ดังนั้น } \sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = \dots$$

ภาพที่ 4 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 2 คะแนน

4. นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 3.33 โดยนักเรียนกลุ่มนี้มีการทำความเข้าใจปัญหาน้อยมาก ไม่มีการวิเคราะห์ปัญหานาևดงวิธีการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจนและแทนค่าไม่ถูกต้อง สรุปคำตอบได้ไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 5

| | |
|--|--|
| <p>1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$</p> <p>วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$, $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$.</p> <p>แสดงวิธีที่ 1</p> $ \begin{aligned} &= \sin(A+B) \cdot \tan(A+B) \\ &= (\sin A \cos B + \cos A \sin B) \cdot \tan(A+B) \\ &= (\sin A \cos B + \cos A \sin B) \cdot \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} \\ &= \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}}{1 - \frac{12}{5} \cdot \frac{3}{5}} \\ &= \left(\frac{15}{60} + \frac{12}{25} \right) \cdot \frac{\frac{27}{25}}{1 - \frac{36}{25}} \\ &= \left(\frac{1}{4} + \frac{12}{25} \right) \cdot \frac{\frac{27}{25}}{-\frac{11}{25}} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{27}{11} \\ &= \frac{27}{44} \end{aligned} $ | <p>หัวหน้าครับ</p> <p>นักเรียนได้แสดงวิธีการ</p> <p>นักเรียนได้ใช้สูตรผลบวกของมุม</p> <p>นักเรียนได้ใช้สูตรผลบวกของมุม</p> <p>นักเรียน $\sin A = \frac{3}{5}$ ดังนั้น $\cos A = \pm \frac{4}{5}$</p> <p>นักเรียน $\tan B = -\frac{5}{12}$ ดังนั้น $\cos B = \pm \frac{12}{13}$</p> <p>ดังนั้น $\sin B = \pm \frac{5}{13}$</p> <p>ดังนั้น $\cos B = \pm \frac{12}{13}$</p> <p>ดังนั้น $\sin(A+B) = \frac{27}{25}$</p> <p>ดังนั้น $\cos(A+B) = -\frac{11}{25}$</p> <p>ดังนั้น $\tan(A+B) = \frac{27}{11}$</p> |
|--|--|

ภาพที่ 5 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหา 1 คะแนน

5. ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อพิจารณาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวน ซึ่งผู้วิจัยได้เป็นผู้จัดการเรียนการสอนด้วยตนเองพบว่า เมื่อใช้แผนจัดการเรียนรู้ที่ 1 ในขั้นสังเกตนักเรียน ส่วนใหญ่ยังวิเคราะห์ปัญหาได้ค่อนข้างช้า ผู้วิจัยต้องใช้คำแนะนำกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้คิดตามสาเหตุอาจมาจากการนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนการสอนในรูปแบบสืบสวนสอนสวน เมื่อจากการจัดการเรียนการสอนแบบปกติครูจะเป็นผู้อธิบายเกี่ยวกับเนื้อหาและยกตัวอย่างโดยที่ แต่ในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนสวนนักเรียนต้องเรียนรู้เองจนได้ข้อสรุปร่วมกัน และเมื่อถึงขั้นอธิบายที่นักเรียนต้องร่วมกันแก้ไขที่ปัญหาและอธิบายให้เพื่อนฟัง ในระยะแรกนักเรียนยังไม่กล้าที่จะอธิบายความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหาของตนเองให้เพื่อนฟัง เพราะนักเรียนกลัววิธีการแก้ปัญหาของตนเองจะผิด ผู้วิจัยได้พยายามบอกให้นักเรียนร่วมกันเสนอความคิดของตนเองโดยไม่ค่องกลัวว่าจะผิดเพื่อที่จะให้นักเรียนร่วมกันหารแนวทางในการแก้ปัญหาและเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และจากที่ผู้วิจัยได้ตรวจสอบในงานในส่วนของการแก้ปัญหาใน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 พบร่วมนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.75 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน เมื่อผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนเริ่มคุ้นเคยมากขึ้น มีการปรึกษากันภายในกลุ่มมากขึ้น ทำให้แก้ปัญหาได้เร็ว ครุผู้สอนต้องใช้คำตามกระดุนบางครั้ง และนักเรียนที่เข้าใจได้เร็วจะช่วย อธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟังและถ้าหากเรียนที่มีความคิดเห็นแตกต่างกันที่จะเสนอความคิดเห็นของ คนเองมากขึ้นและจากที่ผู้วิจัยได้ตรวจสอบใบงานในส่วนของการแก้ปัญหาในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 พบร่วมนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.85 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน นอกจากนี้ยังพบว่ามี นักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้ากว่าเพื่อนคนอื่น ๆ ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน ผู้วิจัยได้นัดสอนซ้อมเสริมหลังจากที่ เรียนจบในแผนการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 เมื่อผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาได้ด้วยตนเองมีการเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาชัดเจนขึ้น และยังสามารถอธิบายให้เพื่อน ในกลุ่มที่ยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ให้เข้าใจวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และในแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 4 นักเรียนสามารถทำใบงานเสร็จก่อนเวลา ผู้วิจัยจึงได้ให้โจทย์เพิ่มเติม และจากที่ผู้วิจัยได้ตรวจสอบ ใบงานในส่วนของการแก้ปัญหาในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 พบร่วมนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 3.95 และ 4.56 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน ตามลำดับซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมี ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

2. ผลการเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75 โดยใช้สถิติ *t-test for one sample* ปรากฏในตาราง 19

ตารางที่ 19 การเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75

| | <i>n</i> | <i>k</i> | μ_0 | \bar{X} | <i>s</i> | <i>df</i> | <i>t</i> |
|--------------------------------|----------|----------|---------|-----------|----------|-----------|----------|
| ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ | 24 | 20 | 15 | 16.21 | 3.14 | 23 | 2.20* |

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (ที่ $df_{23,0.05} = 1.7139$)

จากตารางที่ 19 พบร่วมว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยมีคะแนนทักษะ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย 16.21 คิดเป็นร้อยละ 81.05 และเมื่อทดสอบสมมติฐานแล้ว พบร่วมว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน มีทักษะการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากรางวัลทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นดังนี้

1. นักเรียนที่ได้ 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.17 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถให้เหตุผลได้อย่างละเอียดถูกต้องและนำการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหา จนได้ข้อสรุปที่ถูกต้องชัดเจน และได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังภาพที่ 6

| | |
|---|---|
|  <p>กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ งหา $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$</p> <p>วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$, $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$, $\tan B = -\frac{5}{12}$</p> <p>สมการวิธีที่ 1</p> $\begin{aligned} a &= \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \\ Q_A : \cos A &= \frac{4}{5} \quad \text{และ } B = \frac{3}{4} \\ Q_B : \cos B &= \frac{12}{13} \quad \text{และ } B = \frac{5}{12} \\ \sin(A+B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B \\ &= (\frac{3}{5})(\frac{12}{13}) + (-\frac{4}{5})(-\frac{5}{12}) \\ &= \frac{36}{65} + \frac{20}{60} \\ &= \frac{56}{65} \\ &= \frac{8}{5} \\ \tan(A+B) &= \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \\ &= \frac{(-\frac{3}{4}) + (-\frac{5}{12})}{1 - (-\frac{3}{4})(-\frac{5}{12})} \\ &= -\frac{31}{31} \\ \tan(A+B) \cdot \tan(A+B) &= -\frac{31}{31} \end{aligned}$ <p>ดังนั้น $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = -\frac{31}{31}$</p> | <p>สมการวิธีที่ 2</p> $\begin{aligned} \sin A &= \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \\ \text{จาก } \sin^2 A + \cos^2 A &= 1 \\ \cos A &= \frac{4}{5} \\ \tan B &= -\frac{5}{12} = \frac{5}{12} \\ \text{จาก } \tan^2 B + 1 &= \sec^2 B \\ \sec B &= \frac{13}{12} = \frac{13}{12} \\ \text{จาก } \sec^2 B - 1 &= \tan^2 B \\ \tan B &= \pm \frac{5}{12} \end{aligned}$ <p>จากที่ $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ และ $\tan B = \pm \frac{5}{12}$ แล้ว $\tan(A+B) = \pm \frac{31}{31}$</p> <p>ดังนั้น $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = -\frac{31}{31}$</p> |
|---|---|

ภาพที่ 6 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการให้เหตุผล 4 คะแนน

2. นักเรียนที่ได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 36.66 โดยนักเรียนกลุ่มนี้มีการให้เหตุผลแต่ยังเขียนให้เหตุผลยังไม่ชัดเจน มีนำการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหา และได้คำตอบถูกต้อง ดังภาพ 7

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า

$$\sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$$

วิธีที่ 1 จากโจทย์กำหนดให้ $\sin A = \frac{3}{5}$, $\tan B = -\frac{5}{12}$

ผลลัพธ์ที่ 1

$$\begin{aligned}\sin(A+B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B \\ &= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right)\end{aligned}$$

$$= \frac{36}{65}$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$= \frac{-\frac{3}{4} + \frac{5}{12}}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{12}\right)}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

ผลลัพธ์

ผลลัพธ์ที่ 2

ผลลัพธ์ที่ 3

ผลลัพธ์ที่ 4

$$\text{ดังนั้น } \sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = \frac{\frac{36}{65}}{32} = -\frac{3}{136}$$

ภาพที่ 7 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการให้เหตุผล 3 คะแนน

3. นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 18.34 โดยนักเรียนกลุ่มนี้มีความพยายามที่จะให้เหตุผล แต่นำการให้เหตุผลมาใช้ในการวิเคราะห์โจทย์และแก้ปัญหาผิด ทำให้ได้คำตอบที่ผิด ดังภาพที่ 8

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า
 $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$

วิธีทำ หาดโดยทั่วไป

ผลลัพธ์ทั่วไป

$$\begin{aligned}\sin A &= \frac{3}{5} \quad \sin B = ? \quad X \\ \cos A &= \frac{4}{5} \quad \cos B = ? \quad X \\ \tan A &= \frac{3}{4} \quad \tan B = -\frac{5}{12} \quad X\end{aligned}$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\begin{aligned}&\left(\frac{3}{5} \right) \left(\frac{4}{5} \right) + \left(\frac{4}{5} \right) \left(? \right) \\ &= \frac{12}{25} + \frac{4}{5} \times ?\end{aligned}$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\begin{aligned}&\left(\frac{3}{4} \right) + \left(-\frac{5}{12} \right) \\ &= \frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&1 - \left(\frac{1}{3} \right) \left(-\frac{5}{12} \right) \\ &= 1 + \frac{5}{36} = \frac{41}{36}\end{aligned}$$

$$\sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = \frac{12}{25} \cdot \frac{4}{36} = \frac{48}{900} = \frac{2}{45}$$

ผู้นี้ $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B) =$

ให้หมายเหตุ

$$\begin{aligned}&\sin A = \frac{3}{5} \quad \cos A = \frac{4}{5} \\ &\tan A = \frac{3}{4} \quad \sin B = ? \quad \cos B = ?\end{aligned}$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

ให้หมายเหตุ

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\begin{aligned}&\tan A = \frac{3}{4} \\ &\tan B = -\frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = \frac{12}{25} \cdot \frac{4}{36} = \frac{48}{900} = \frac{2}{45}$$

ภาพที่ 8 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนทักษะการให้เหตุผล 2 คะแนน

4. นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 0.83 โดยนักเรียนกลุ่มนี้พยายามให้เหตุผลแต่การให้เหตุผลยังไม่ชัดเจน และให้เหตุผลผิดทำให้การแก้ปัญหาผิดและได้คำตอบไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 9

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า

$$404 \quad \sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$$

วิธีทำ ชาโกโกทาร์ กานนดี้

$$\begin{aligned}
 & = \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} \cdot \tan(A+B) \\
 & = (\sin A \cos B + \cos A \sin B) \cdot \tan(A+B) \\
 & = (\sin A \cos B + \cos A \sin B) \cdot \left(\frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} \right) \\
 & = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} \right) \\
 & = \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9} \right) \cdot \left(\frac{\frac{3}{3}}{1 - \frac{2}{9}} \right) \\
 & = \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{7} \\
 & = \frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

หน้า ๑๔

Digitized by srujanika@gmail.com

... 800 800 100 100 800 800

400-2013-000000000000

$$\sin A = \frac{3}{5}, \quad \cos A = \frac{4}{5} \quad \text{and} \quad \tan B = -\frac{5}{12}, \quad \cos B = \frac{12}{13}$$



$$\text{ดังนั้น } \sin(A+B) \cdot \tan(A+B) =$$

6307 M

๕ แนวคิดเรียนที่ใช้ในชั้นเรียน

นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อพิจารณาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอน ซึ่งผู้จัดได้
จัดการเรียนการสอนด้วยตนเอง พบว่า เมื่อใช้แผนการจัดการเรียนรู้แบบที่ 1 ใน การจัดการเรียนการสอน
นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถให้เหตุผลได้คีเท่าที่ควร สังเกตได้จากขั้นอธิบายที่นักเรียนแต่ละคน
ต้องช่วยกันทำในกิจกรรมเพื่อหาแนวทางที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องให้
เหตุผลในการพิสูจน์สูตรต่าง ๆ เพื่อที่จะได้สูตรที่ถูกต้องและนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่ผู้จัดได้
กำหนดให้ ปรากฏว่า นักเรียนไม่มีการเขียนให้เหตุผลลงในใบกิจกรรม ผู้จัดจึงได้อธิบายการทำใน
กิจกรรมเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเขียนให้เหตุผลลงในใบกิจกรรม เพื่อให้ทราบที่มาของแต่ละ
ขั้นตอนของการพิสูจน์ และผู้จัดได้เขียนให้เหตุผลเพื่อเป็นตัวอย่างหน้ากระดาษ ในขั้นการทำไปใช้
ผู้จัดได้กำชับให้นักเรียนเขียนให้เหตุผลในงานด้วยและจากที่ผู้จัดได้ตรวจสอบในงานในส่วนของ
การให้เหตุผลในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 พบร่วมกับนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.53 คะแนน
จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และเมื่อใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 พบร่วมกับนักเรียนสามารถเขียน

ให้เหตุผลได้ดีขึ้นและสามารถให้เหตุผลในการตอบคำถามของผู้วิจัยได้ดีขึ้นและจากที่ผู้วิจัยได้ตรวจใบงานในส่วนของการให้เหตุผลในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 พบร่วมนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.70 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และพบว่าเมื่อใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ด้วยตนเองชัดเจนขึ้น และยังสามารถอธิบายเหตุผลให้เพื่อนในกลุ่มพึงได้อ่านเข้าใจ และจากที่ผู้วิจัยได้ตรวจใบงานในส่วนของการให้เหตุผลในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 พบร่วมนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.80 และ 4.44 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนกับเกณฑ์ร้อยละ 75 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี ปีการศึกษา 2557 จำนวน 24 คน ซึ่งได้มามากจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 แผน ซึ่งค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีค่าเป็น 4.40 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.76 และแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นแบบเขียนตอบ 1 ชุด จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.85 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที่ (*t-test* แบบ *t-test for one sample*)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน สรุปผลได้ดังนี้

1. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกลมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกลมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อ่างมินยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 เนื่องจาก

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดปัญหาที่น่าสนใจและใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดหาแนวทาง การแก้ปัญหา นักเรียนจะวิเคราะห์ปัญหาด้วยตนเองและพยายามค้นหาคำตอบ นอกเหนือนี้ในกิจกรรมกลุ่มยังมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้รับพังແນວทางการแก้ปัญหาของคนอื่น ได้ร่วมกันวิเคราะห์ และร่วมกันสรุปคำตอบ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง จากที่กล่าวพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบสืบสวนสอบสวนช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อ่าย เป็นลำดับขั้นตอน เมื่อนักเรียนแก้ปัญหา พิจพลดานักเรียนสามารถข้อนกลับไปดูได้ว่าพิจพลดain ในขั้นตอนใดของการแก้ปัญหาทำให้เกิดความแม่นยำในการหาคำตอบและแก้ปัญหาอย่างถูกต้อง ซึ่งเมื่อพิจพลดain แต่ละขั้นของ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนพบว่านักเรียนได้พัฒนาทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างปัญหาที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ความรู้เดิม โดยเป็นปัญหาที่ไม่ยากและไม่จำเจจนเกินไปเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ และอธิบายได้ว่าปัญหาเหล่านี้สามารถหาคำตอบได้อย่างไร จากนั้นผู้วิจัยจะจัดสถานการณ์ปัญหา/ โจทย์ปัญหา/ เรื่องราว ที่เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถใช้ความรู้เดิมแก้ปัญหา ได้เพียงอย่างเดียวจะต้องอาศัยความรู้ใหม่ด้วย ซึ่งผู้วิจัยพบว่า นักเรียนให้ความสนใจ โดยนักเรียนแต่ละคนจะพยายามแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยใช้ความรู้เดิมที่มี แต่ยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ เพราะต้องอาศัยความรู้ใหม่มาใช้ในการแก้ปัญหาด้วย ในขั้นนี้จะเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหาด้วยตนเอง สนใจอยากรู้หาคำตอบของปัญหาต่าง ๆ และเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนอยากรู้ความรู้ใหม่ ๆ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ปรีชา แนวเย็นผล (2537, หน้า 81-82) กล่าวว่า การที่ผู้สอนให้โจทย์ปัญหา/ สถานการณ์ที่แปลกใหม่ ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ผู้แก้ปัญหาจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อให้ได้ช่องคำตอบ จะทำให้เกิดพลังในการคิดแก้ปัญหาและความสนใจที่จะเรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

1.2 ขั้นสังเกต จากปัญหาในขั้นนำเข้าสู่บทเรียนที่นักเรียนยังไม่สามารถหาคำตอบได้ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนสังเกตและร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนพยายามคิดวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้จะฝึกให้นักเรียนทำ

ความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์ปัญหาเป็น สามารถแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ชี้แจงนำไปสู่การวางแผนในการแก้ปัญหาต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับ ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 171-172) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ควรอาจจะทำได้โดยให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งผู้เรียนจะต้องมีทักษะการแปลความหมายทางภาษา การอ่าน โจทย์ปัญหา เพราะถ้าผู้เรียนอ่านแล้วแปลความหมายไม่ได้ ก็จะไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ ผู้เรียนควรจะต้องแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้

1.3 ขั้นอธิบาย ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนเรียนรู้ ด้วยตนเองและอาศัยการทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยผู้วิจัยได้แบ่งกลุ่มให้นักเรียนคละ ความสามารถกันเพื่อให้นักเรียนที่เก่งสามารถช่วยเหลือและอธิบายให้นักเรียนที่เรียนอ่อนเข้าใจได้ ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะได้ฝึกหารือในการแก้ปัญหาด้วยตนเองและแตกเปลี่ยนความรู้ระหว่าง สมาชิกในกลุ่ม ได้เห็นแนวทางการแก้ปัญหาในหลายรูปแบบ ฝึกให้นักเรียนรับฟังเหตุผลของคนอื่น โดยครูจะเป็นผู้ให้คำแนะนำโดยการช่วยตอบคำถาม ที่นักเรียนสงสัยและไม่สามารถเข้าใจได้ ด้วยตนเอง อย่างระดับตัวบุคคล นักเรียนที่เก่งจะพยายามอธิบายให้นักเรียนที่อ่อนเข้าใจ ในขั้นนี้ จะช่วยฝึกให้นักเรียนรู้จักวางแผนในการแก้ปัญหา เลือกใช้แนวทางการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทำให้กระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องมากขึ้น และช่วยฝึกให้นักเรียนทำงานร่วมกับคนอื่นได้ด้วย ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 180-186) ที่ให้ แนวคิดไว้ว่า ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ เมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพื่อการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

1.4 ขั้นทดสอบ เมื่อนักเรียนได้ข้อสรุปจากขั้นอธิบายแล้ว ผู้เรียนจะต้องนำข้อสรุปที่ได้เน้นมาตรวจสอบ โดยใช้ปัญหาที่ผู้วิจัยได้ให้ไว้ในขั้นแรก ในขั้นนี้นักเรียนจะรู้จักสรุปวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ตรวจสอบว่าแนวคิดการแก้ปัญหาของคนเองถูกต้องหรือไม่ และได้ร่วมกันตรวจสอบคำตอบกับเพื่อนในกลุ่ม ทำให้นักเรียนมีความรอบคอบในการแก้ปัญหาและสามารถแก้ปัญหาได้อย่างแม่นยำและถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 180-186) ที่ให้แนวคิดไว้ว่า ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของคนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของคนเองอย่างมาด้วย

1.5 บ้านนำไปใช้ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำใบงาน โดยใบงานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจะมีลักษณะใหญ่ที่หลักหลาย ในขั้นนี้นักเรียนจะได้ฝึกแก้ปัญหาที่มีหลักหลายรูปแบบ โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม นักเรียนจะได้ฝึกการวิเคราะห์ปัญหาในรูปแบบที่แตกต่างกัน ใช้แนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง ได้อย่างอิสระ และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 185-186) ที่ให้แนวคิดไว้ว่า ครุภาระนับสนุนให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ และเห็นว่าการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาเดียว ตลอดเวลา

ด้วยเหตุผลคงกล่าวข้างต้นจึงส่งผลให้ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอนawan เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อีกทั้งมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ศิริกรรณ์ ตันตะลา (2554,หน้า 93-94) ได้ศึกษาการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบการสืบเสาะความรู้ (5Es) ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ทั้งหมด 17 คน คิดเป็นร้อยละ 73.91 ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ร้อยละ 70

2. นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 เนื่องจากเหตุผลดังต่อไปนี้

2.1 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนสาน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้คำถานกระตุนให้นักเรียนสนใจปัญหาและอยากรู้ว่าใน การแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ในแต่ละขั้นตอนนักเรียนจะต้องสามารถอธิบายและให้เหตุผลเพื่อให้การแก้ปัญหามีความน่าเชื่อถือและถูกต้อง โดยเฉพาะในขั้นอธิบายที่นักเรียนจะต้องเข้ากับกลุ่มที่ครูได้จัดไว้กับกลุ่มละ 4 คน ซึ่งการให้นักเรียนได้ร่วมกันทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม จะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด พูดคุย พิจารณา ไตร่ตรอง ช่วยกันหาเหตุผลมาสนับสนุนคำตوب ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนจะได้ฝึกอธิบายและแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา ซึ่งการให้เหตุผลนี้จะทำให้วิธีการแก้ปัญหามีความน่าเชื่อถือมากขึ้น และช่วยทำให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลที่ดีขึ้น นอกจากนี้ในขั้นการนำไปใช้นักเรียนจะต้องเขียนให้เหตุในการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนของตนเองลงในใบงาน และตรวจสอบคำตอบ

กับเพื่อนในกลุ่ม ถ้าคำตอบที่นักเรียนได้แต่งต่างกันนักเรียนจะสามารถนำเหตุผลที่ได้เขียนไว้มาอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟังและรวมกันตรวจสอบได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, หน้า 15) ที่ให้แนวคิดว่า การที่นักเรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหา ได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนได้ดีขึ้น

2.2 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชัน

ศรี โภณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วัยชายนี้ได้จัดทำใบกิจกรรมและใบงาน โดยใบกิจกรรมและใบงานที่ผู้วัยสร้างขึ้นนี้นักเรียนจะต้องเขียนแสดงให้เหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา ในกิจกรรมและใบงานนี้จะมีส่วนช่วยฝึกให้นักเรียนแสดงเหตุผลตามแนวความคิดของตนเอง เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผลอย่างอิสระ โดยครูจะคงอยู่ให้คำแนะนำว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ หากตอบกพร่องอย่างไร ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544, หน้า 194-196) ที่ให้แนวคิดในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนว่าผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

2.3 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชัน

ศรี โภณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วัยชายนี้ได้เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและให้เหตุผลตามแนวคิดของตนเอง ได้อ้างเต็มที่ โดยบอกนักเรียนเสมอว่านักเรียนสามารถเสนอความคิดและเหตุผลของตนเองได้โดยไม่ต้องกังวลว่าถูกหรือผิด เพราะถ้านักเรียนไม่เสนอความคิดของตนเองขอ丐านนักเรียนจะไม่ทราบว่าตนเองคิดผิดหรือคิดถูก โดยที่ผู้วัยชายนี้ไม่คำนึงถึงนักเรียนคิดผิดแต่จะเสริมแรงด้วยการบอกว่า ที่นักเรียนให้เหตุผลมาซึ่งไม่ถูกทั้งหมดแต่ให้เพื่อนคนอื่นช่วยกันเสนอเหตุผลเพิ่มเติม ซึ่งสอดคล้องกับ โรเวนและมอร์ โรเว (Rowan & Morrow, 1993, pp. 16-18) ได้กล่าวว่า บรรยายการในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครุต้องจัดบรรยายการให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการ ได้มีชั้นคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยายการในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหัวดกลัว แต่บรรยายการที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดได้อธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นจึงส่งผลให้ทักษะการให้เหตุผลคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชัน ศรี โภณมิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ (2553, หน้า 73-74) ที่ได้ทำการวิจัยผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากใช้ชุดการเรียนแบบสืบสานสอนภาษาครูรู้เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ ๖๐ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการวิจัย และผลการวิจัย ผู้วิจัยได้สรุปข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และสำหรับการวิจัยครั้งต่อไปดังนี้

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. ในการเรียนการสอนแบบสืบสานสอนภาษาครูควรให้เวลา กับนักเรียนในการค้นพบ การแก้ปัญหาด้วยตนเอง จัดเนื้อหาและเวลาให้เพียงพอต่อการเรียนรู้ และการทำกิจกรรม เนื่องจาก การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนภาษาแต่ละกลุ่มจะใช้เวลาในการหาคำตอบแตกต่างกัน

2. นักเรียนใช้เวลาในการแบ่งกลุ่มค่อนข้างนาน ผู้สอนควรวางแผนในการจัดกลุ่มนักเรียนเพื่อกระชับเวลา หรือใช้ห้องปฏิบัติการที่มีการจัดโดยเป็นกลุ่มเรียบร้อยแล้ว และควรจัดให้แต่ละกลุ่มความมีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถเก่ง ปานกลาง อ่อน เพื่อให้การจัดการเรียนการสอน เป็นไปตามแผนที่ได้กำหนดไว้

3. ครูควรค่าใช้สินค้า เมื่อนักเรียนได้แสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาและให้เหตุผล เพื่อเป็นการเสริมแรงให้นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการเรียน เช่น การให้นักเรียนในชั้นเรียนร่วมกัน ปรับมือเพื่อแสดงการชื่นชม

4. ครูควรให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำนักเรียนเมื่อเห็นว่านักเรียนใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานเกินไปและครูควรเตรียมโจทย์ปัญหาเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะ เพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนทำกิจกรรมเสร็จก่อนแผนที่ได้กำหนดไว้

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาการใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนภาษาคณิตศาสตร์ อีก ๑

2. ควรมีการศึกษาการใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนภาษาที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีก ๑ เช่น ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กชกร รุ่งหัวไฝ. (2547). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนสวนที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ช่วงชั้นที่ 3). ปริญญาอุดมศึกษา มหาบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). การจัดการเรียนรู้ก่อให้เกิดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.
- กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ก่อให้เกิดสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.
- กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สำนักวิชาการและมาตรฐาน การศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กาญจนा บุญส่ง. (2542). หลักการสอน. เพชรบูรี: คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏเพชรบูรี.
- จิณรุตา เจียรพันธุ์. (2548). การศึกษาความสัมพันธ์เชิงเหตุของคุณลักษณะบางประการ กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในช่วงชั้นที่ 4 จังหวัด สุราษฎร์ธานี. ปริญญาอุดมศึกษา สาขาวิชาการวิจัยและสถิติ ทางการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- ฉีววรรณ เศวตมala. (2545). ชุดปฏิบัติการเรียนรู้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 ก่อให้เกิดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ม.4-ม.6. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ ประสานมิตร.
- ฉันทนา ภาคบงกช. (2528). สอนให้เด็กคิด: โนเบลการพัฒนาทักษะการคิดเพื่อคุณภาพชีวิต และสังคม. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- ชนินทร์ชัย อินทิรากรณ์และสุวิทย์ หริษณกานต์. (2548). บทานุกรมศัพท์การศึกษา = Dictionary of education (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: แวนแก้ว.
- ชาญชัย ศรีไസยเพชร. (2525). ทักษะและเทคนิคการสอน. กรุงเทพฯ: พิทักษ์อักษร.

- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). เทคนิคการใช้สติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: เทพเนรมิตการพิมพ์.
- น้ำใจฤาดา ปัตตาลา โพ. (2553). ผลของการใช้ชุดการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้เรื่อง การประยุกต์ ของอัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาดุษฎีการศึกษา必定พิชิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัพ, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- ดวงเดือน ศาสตรภัทร์.(2520). พัฒนาการทางสติปัญญาตามทฤษฎีของเพียเจท์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- ทินรัตน์ กัญจนกุญชร. (2550). ผลของการพัฒนาเกิดกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แก锁คูลัสเบี้องต้น โดยใช้หลัก “สูจิ บุลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะ/ กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร. ปริญญาดุษฎี การศึกษา必定พิชิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัพ, มหาวิทยาลัย ศรีนครินทร์วิโรฒ.
- นิภา เมธาราชชัย. (2536). การประเมินผลการเรียน. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏชนบท.
- บุญชุม ศรีสะօค. (2545). การวิจัยเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: สุวิรยาสาส์น.
- บุศรา อัมพรพย. (2551). ผลการใช้สื่อป้องกันเรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต” ที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเขตติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาดุษฎีการศึกษา必定พิชิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัพ, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- ปัญชุ คงผลดาด. (2541). วิธีสอนหัวไป เอกสารประกอบการสอนวิชาคณ. 361. ชลบุรี: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสาร คณิตศาสตร์.38(434-435): 62-74
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). การวัดและการประเมินผลทางการศึกษา. กรุงเทพฯ
- ฝ่ายจัดการศึกษาโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี. (2557). หลักสูตร โรงเรียนวิทยาศาสตร์ ภูมิภาค (โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี). ชลบุรี: จุฬาภรณราชวิทยาลัย ชลบุรี
- พรรนี ช. เจนจิต. (2528). จิตวิทยาการเรียนการสอน (จิตวิทยาการศึกษาสำหรับครูในชั้นเรียน) (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ออมรินทร์การพิมพ์.

- พร้อมพรรณ อุคมสิน และอัมพร มัคโนง. (2547). ประมวลบทความหลักการและแนวทาง
การจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์ดำรงและเอกสารทาง
วิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช. (2537). ประมวลสาระชุดวิชา สารัตถะและวิทยวิธีการทาง
คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพฯ: สาขาวิชาคณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช.
- เยาวดี วิญญาลักษ์. (2545). การวัดผลและการสร้างแบบทดสอบผลลัพธ์ (พิมพ์ครั้งที่ 3).
กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ส้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5).
กรุงเทพฯ: สุริวิยาสาส์น.
- ส้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:
ชัมรมเด็ก.
- วรริ ว่องพินัยรัตน์. (2530). การสร้างข้อทดสอบวัดผลลัพธ์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาทดสอบและ
วิจัยการศึกษา คณะวิชาครุศาสตร์ วิทยาลัยครุสานสุนันทา.
- วัฒนาพร ระจันทกุล. (2542). แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ: แอล.ที.เพลส.
- วัฒนาพร ระจันทกุล. (2545). เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามหลักสูตร
การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- วิเชียร เลาห์ โภศด. (2545). เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการการจัดทำสาระของหลักสูตร
สถานศึกษาเพื่อพัฒนาครู โรงเรียนแกนนำวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.
กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรชร. (2554). เอกสารคำสอนวิชา 410514 ทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ (*Mathematical skills and processes*), ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรชร. (2555). ครุนเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครุคณิตศาสตร์: หลักสูตร
การสอน และการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรสสนิทวงศ์สนิทวงศ์การพิมพ์.
- วีรบุฑ วิเชียรโชติ. (2521). อิควิวิทยาการเรียนการสอนแบบสืบสานสอนส่วน. กรุงเทพฯ:
อำนวยการพิมพ์.
- วราภรณ์ สุรัตนาร. (2540). ผลของการฝึกแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อการคิดทางเหตุผลเชิง
ตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.1 ที่มีความรับรู้ความสามารถของตนเองทางด้าน¹
คณิตศาสตร์ต่างกัน. ปริญญาอิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาพัฒนาการ,
มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.

- ศศิธร แม่นส่วน. (2555). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศิริกรณ์ ตันนະลา. (2554). การพัฒนาภารกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้(5Es)ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน). (2555). คู่มือการประเมินคุณภาพภายนอกของสถาบัน (พ.ศ.2554-2558) ระดับการศึกษาชั้นพื้นฐาน ฉบับสถาบัน ศึกษา(แก้ไขเพิ่มเติม พฤศจิกายน 2554). กรุงเทพฯ: ออฟเช็ค พลัส.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พริกหวานกราฟฟิค.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2556). เข้าถึงได้จาก <http://www.niets.or.th>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สวท.). (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลดาพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สวท.). (2546). คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สวท.). (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์ จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สวท.). (2550). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สวท.). (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สวท.). (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สวท.). (2556). ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร. กรุงเทพฯ: แอคเวย์นซ์ พรินติ้ง เซอร์วิส.
- สมนึก ภัททิยานนี. (2549). การวัดผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: ประสานการพิมพ์.

- สมเดช บุญประจักษ์.** (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. บริษัทนานาพนธ์การศึกษาดูยีนบัณฑิต, สาขาวิชา มัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ ประสานมิตร.
- สมบัติ การจnarักพงษ์.** (2545). เทคนิคการสอนให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิด. กรุงเทพฯ: ธรรมอักษร.
- สมชาย ชูชาติ.** (2538). เอกสารคำสอนวิชา ศม ๓/ วิธีสอนทั่วไป. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ ประสานมิตร.
- สมัย เทลาร่านิชย์.** (2525). หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ ประสานมิตร.
- สุพิน บุญชูวงศ์.** (2538). หลักการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏสวนกุสิต.
- สุวิทย์ มนูลคำ และอรทัย มนูลคำ.** (2545). 21 วิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุนีย์ คล้ายนิล.** (2547). คณิตศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้. การศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี.
- สุวิภาค์ นิยมคำ.** (2531). ทฤษฎีทางปฏิบัติ: ในการสอนวิทยาศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้เล่ม 1. กรุงเทพฯ: เจเนอรัลกรุ๊ป.
- สิริพร ทิพย์คง.** (2533). ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สิริพร ทิพย์คง.** (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพ วิชาการ (พว.).
- ไสว พากขาว.** (2544). หลักการสอนสำหรับการเป็นครูมืออาชีพ. กรุงเทพฯ: เออมพันธ์.
- อั้มพร ม้าคนอง.** (2553). ทักษะและการบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อั้มพร ม้าคนอง.** (2554). ทักษะและการบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัครราษฎร์วิจารณ์ คณะกรรมการการส่งเสริมการเรียนการสอนเน้นการพัฒนาความคิด วิเคราะห์วิจารณ์.** (2543). การสอนเพื่อพัฒนาการ ใช้เหตุผล คู่มือการเรียนการสอนการคิด วิเคราะห์วิจารณ์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อารี แสงข่า. (2550). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เทคนิคการสอนแบบบูรณาการ. ปริญญาอิพนธ์การศึกษาทางบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- อารีย์ ศรีเดือน. (2547). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เรื่องการประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาอิพนธ์การศึกษาทางบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- อิทธิเทพ นวาระสุจิตร. (2548). ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาอิพนธ์การศึกษาทางบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2551). วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อ้อมฤดี แซ่บอุบล. (2553). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวนที่เน้นการใช้คำนว หนนวกความคิดหากในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาอิพนธ์การศึกษาทางบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ.
- Alice, F. A. & Shirel, Yaloa-Femia. (1999). Mathematics reasoning during small-group problem solving. *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 1999 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communication, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Brandt, R. (1984, September). Teaching of thinking, for thinking, about thinking. *Educational Leadership*. 42(1): 3.
- Bell, F. H. (1978). *Teaching and learning mathematics (in secondary)*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown.
- Bruner, J. S. (1996). *Toward a theory of instruction*. London: Oxford University.
- Gagné, R. M. (1985). *The condition of learning*. New York, CBS College Publishing.

- Mason, R. T. (1997). Learning algebra personally (ninth-grade, small group inquiry).
Dissertation Abstracts International. 58-09A.
- McLoughlin, P. M. (2008). *Inquiry based learning: a modified moore method approach to encourage student research*. Retrieved April 3, 2009, from ERIC Acc. No. ED502664.
- Rowan, T. E.; & Morrw, L. J. (1993) *Implementing K-8 curriculum and evaluation standards. arithmetic teacher*. p. 16-1
- Polya, G. (1980). "On solving mathematical problems in high school," *Problem solving in school mathematical: 1980 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment*. Columbus, Ohio: Merrill.
- Sund, R. B., & Trowbridge, L. W., (1967). *Science: Study and teaching (secondary)*, Columbus, Ohio: C. E. Merrill Books.
- Suchman, R. J. (1966, January). *Inquiry: Inquiry in the curriculum, in The Instructor*. 5(75) : 64
- Thomson, H. A. (2000). Investigating and representing inquiry in a college mathematics course.
Dissertation Abstracts International. 61-10B.
- Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics* Hand book on formative and summative evaluation of student learning. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A.: McGraw-Hill, 643-696.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายงานผลเชิงวิชาญในการตรวจเครื่องมือ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

- | | |
|---------------------------|--|
| 1. ผศ.ดร.ทรงชัย อักษรคิด | อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ | อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. ผศ.มาร์คี แนวจำปา | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏ อุบลราชธานี |
| 4. นางสาววัฒนา แก่นเมือง | ตำแหน่ง ครุ คศ.2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครุโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัยชลบุรี |
| 5. นายจักรกฤษ เถื่อนกุสิน | ตำแหน่ง ครุ คศ.2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครุโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัยชลบุรี |

ภาคผนวก ข

หนังสือขอความอนุเคราะห์ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2485

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

169 ถ. ลงหาดบางแสน ต. แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

26 พฤษภาคม 2557

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยทางสามเณรัตน์ พรมศรี นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิตสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) วิมลรัตน์ จตุราณท์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิมลรัตน์ จตุราณท์)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติการแทนคณบดีคณะศึกษาศาสตร์

ปฏิบัติการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้จัด 085-3093076

ภาคผนวก ก

- ค่าเฉลี่ยความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้
- ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่า x และ x^2 ในการหาความแปรปรวนของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient)
- ค่า s^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 20 ค่าเฉลี่ยความเห็นของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

| ข้อ | รายการประเมิน | \bar{X} | S | ระดับ |
|--------|--|-----------|------|------------------|
| 1 | ด้านสาระสำคัญ | | | |
| | 1.1 ความถูกต้อง | 4.40 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| | 1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจนเข้าใจง่าย | 4.20 | 0.83 | เหมาะสมมาก |
| 2 | ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ | | | |
| | 2.1 ระบุพุทธิกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน | 4.60 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.60 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 3 | ด้านสาระการเรียนรู้ | | | |
| | 3.1 ใช้ความถูกต้อง | 4.60 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา | 4.40 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| | 3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน | 4.80 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4 | ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้ | | | |
| | 4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม | 5.00 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน | 4.40 | 0.54 | เหมาะสมมาก |
| | 4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม | 4.80 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5 | ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้ | | | |
| | 5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.00 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| | 5.2 เร้าความสนใจของผู้เรียน | 4.40 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| | 5.3 ช่วยประยุกต์เวลาในการสอน | 4.40 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| 6 | ด้านการวัดผลและประเมินผล | | | |
| | 6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ | 4.80 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม | 4.60 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| เฉลี่ย | | 4.53 | 0.62 | เหมาะสมมากที่สุด |

จากตารางที่ 20 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{X} = 4.53$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 21 ค่าเฉลี่ยความเห็นของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

| ข้อ | รายการประเมิน | \bar{X} | S | ระดับ |
|--------|---|-----------|------|------------------|
| 1 | ค้านสาระสำคัญ | | | |
| | 1.1 ความถูกต้อง | 3.8 | 1.30 | เหมาะสมมาก |
| | 1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจนเข้าใจง่าย | 4.0 | 1.00 | เหมาะสมมาก |
| 2 | ค้านจุดประสงค์การเรียนรู้ | | | |
| | 2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถอวัสดและประเมินได้ชัดเจน | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.2 | 0.83 | เหมาะสมมาก |
| 3 | ค้านสารการเรียนรู้ | | | |
| | 3.1 ใช้ความถูกต้อง | 4.2 | 0.83 | เหมาะสมมาก |
| | 3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา | 4.4 | 0.44 | เหมาะสมมาก |
| | 3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน | 4.8 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4 | ค้านกระบวนการจัดการเรียนรู้ | | | |
| | 4.1 เรียงลำดับกิจกรรม ได้เหมาะสม | 4.8 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน | 4.4 | 0.54 | เหมาะสมมาก |
| | 4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5 | ค้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้ | | | |
| | 5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.0 | 1.00 | เหมาะสมมาก |
| | 5.2 เร้าความสนใจของผู้เรียน | 3.6 | 1.34 | เหมาะสมมาก |
| | 5.3 ช่วยประยัดเวลาในการสอน | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 6 | ค้านการวัดผลและประเมินผล | | | |
| | 6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ | 4.5 | 1.34 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 6.2 ใช้เครื่องมือวัดผล ได้เหมาะสม | 4.2 | 0.83 | เหมาะสมมาก |
| เฉลี่ย | | 4.31 | 0.79 | เหมาะสมมาก |

จากตารางที่ 21 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.31$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 22 ค่าเฉลี่ยความเห็นของสมบูรณ์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

| ข้อ | รายการประเมิน | \bar{X} | S | ระดับ |
|--------|---|-----------|------|------------------|
| 1 | ด้านสาระสำคัญ | | | |
| | 1.1 ความถูกต้อง | 4.0 | 1.41 | เหมาะสมมาก |
| | 1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจนเข้าใจง่าย | 4.0 | 1.00 | เหมาะสมมาก |
| 2 | ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ | | | |
| | 2.1 ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ชัดเจน | 4.0 | 1.22 | เหมาะสมมาก |
| | 2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.0 | 1.22 | เหมาะสมมาก |
| 3 | ด้านสาระการเรียนรู้ | | | |
| | 3.1 ใช้ความถูกต้อง | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา | 4.4 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| | 3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน | 4.8 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4 | ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้ | | | |
| | 4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม | 4.8 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน | 4.4 | 0.54 | เหมาะสมมาก |
| | 4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5 | ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้ | | | |
| | 5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.6 | 1.41 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 5.2 เร้าความสนใจของผู้เรียน | 4.0 | 1.00 | เหมาะสมมาก |
| | 5.3 ช่วยประยุกต์เวลาในการสอน | 4.4 | 0.54 | เหมาะสมมาก |
| 6 | ด้านการวัดผลและประเมินผล | | | |
| | 6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ | 4.4 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| | 6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม | 4.4 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| เฉลี่ย | | 4.36 | 0.86 | เหมาะสมมาก |

จากตารางที่ 22 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พนบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสม ($\bar{X} = 4.36$) เมื่อพิจารณารายข้อพบว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 23 ค่าเฉลี่ยความเห็นของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

| ข้อ | รายการประเมิน | \bar{X} | S | ระดับ |
|-----|--|-----------|------|------------------|
| 1 | ด้านสาระสำคัญ | | | |
| | 1.1 ความถูกต้อง | 3.8 | 1.78 | เหมาะสมมาก |
| | 1.2 ภาษาที่ใช้ชัดเจนเข้าใจง่าย | 3.6 | 1.67 | เหมาะสมมาก |
| 2 | ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ | | | |
| | 2.1 ระบุพุทธิกรรมที่สามารถวัดและประเมินได้ | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 2.2 ข้อความชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมาก |
| 3 | ด้านสาระการเรียนรู้ | | | |
| | 3.1 ให้ความถูกต้อง | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 3.2 เนื้อหาเหมาะสมกับเวลา | 4.2 | 0.83 | เหมาะสมมาก |
| | 3.3 เหมาะสมกับระดับผู้เรียน | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 4 | ด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้ | | | |
| | 4.1 เรียงลำดับกิจกรรมได้เหมาะสม | 5.0 | 0.00 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 4.2 เหมาะสมกับเวลาที่สอน | 4.4 | 0.54 | เหมาะสมมาก |
| | 4.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม | 4.8 | 0.44 | เหมาะสมมากที่สุด |
| 5 | ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้ | | | |
| | 5.1 สื่อความหมายได้ชัดเจน เข้าใจง่าย | 4.0 | 1.41 | เหมาะสมมาก |
| | 5.2 เร้าความสนใจของผู้เรียน | 4.4 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| | 5.3 ช่วยประยุกต์เวลาในการสอน | 4.4 | 0.89 | เหมาะสมมาก |
| 6 | ด้านการวัดผลและประเมินผล | | | |
| | 6.1 วัดได้ครอบคลุมเนื้อหาสาระ | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | 6.2 ใช้เครื่องมือวัดผลได้เหมาะสม | 4.6 | 0.54 | เหมาะสมมากที่สุด |
| | เฉลี่ย | 4.41 | 0.77 | เหมาะสมมาก |

จากตารางที่ 23 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โควตาเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก ($\bar{X} = 4.41$) เมื่อพิจารณาข้อพนว่าอยู่ในระดับเหมาะสมมากและเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 24 ค่าเฉลี่ยความหมายสมของแผนการจัดการเรียนรู้

| แผนที่ | \bar{X} | S | ระดับ |
|--------|-----------|------|-------------------|
| 1 | 4.53 | 0.62 | หมายความมากที่สุด |
| 2 | 4.31 | 0.79 | หมายความมาก |
| 3 | 4.36 | 0.86 | หมายความมาก |
| 4 | 4.41 | 0.77 | หมายความมาก |
| เฉลี่ย | 4.40 | 0.76 | หมายความมาก |

จากตารางที่ 24 ผลการประเมินความหมายสมของแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีเฉลี่ยอยู่ในระดับหมายความมาก ($\bar{X} = 4.40$)

ตารางที่ 25 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา และให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| ข้อที่ | ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียน | | | | | IOC | ผลการวิเคราะห์ |
|--------|--|---------|---------|---------|---------|-------|----------------|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | คนที่ 5 | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 1 | ใช่ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 1 | ใช่ได้ |
| 3 | 0 | +1 | +1 | 0 | +1 | 0.6 | ใช่ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 1 | ใช่ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 1 | ใช่ได้ |
| 6 | +1 | +1 | +1 | 0 | +1 | 0.8 | ใช่ได้ |
| 7 | +1 | +1 | +1 | -1 | +1 | 0.6 | ใช่ได้ |
| 8 | 0 | +1 | +1 | 0 | +1 | 0.6 | ใช่ได้ |
| 9 | 0 | +1 | +1 | +1 | +1 | 0.8 | ใช่ได้ |
| 10 | -1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 0.6 | ใช่ได้ |

ตารางที่ 26 ค่าความยก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร D.R.Whitney and D.L.Sabers.

| ข้อที่ | ค่าตัวชี้นิความยาก (P_E) | ค่าอำนาจจำแนก (D) | ผลการพิจารณา | ผลการคัดเลือก |
|--------|------------------------------|-----------------------|--------------|---------------|
| 1 | 0.53 | 0.56 | ใช่ได้ | คัดเลือก |
| 2 | 0.52 | 0.25 | ใช่ได้ | ไม่คัดเลือก |
| 3 | 0.61 | 0.35 | ใช่ได้ | คัดเลือก |
| 4 | 0.50 | 0.29 | ใช่ได้ | ไม่คัดเลือก |
| 5 | 0.60 | 0.33 | ใช่ได้ | คัดเลือก |
| 6 | 0.48 | 0.45 | ใช่ได้ | ไม่คัดเลือก |
| 7 | 0.57 | 0.50 | ใช่ได้ | คัดเลือก |
| 8 | 0.39 | 0.37 | ใช่ได้ | ไม่คัดเลือก |
| 9 | 0.25 | 0.47 | ใช่ได้ | คัดเลือก |
| 10 | 0.66 | 0.25 | ใช่ได้ | ไม่คัดเลือก |

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยข้อสอบที่คัดเลือกได้ตามเกณฑ์ตามเกณฑ์มี 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.25 - 0.66 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.25-0.56 โดยคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ เนื่องจากที่มีความยากง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.25-0.61 ซึ่งเป็นความยากพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.33-0.56 ซึ่งเป็นข้อที่สามารถจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งได้ไฉไล ข้อ 1, 3, 5, 7 และ 9 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ต่อไป

ตารางที่ 27 ค่า $\sum X_i$, $\sum X_i^2$ และ S_i^2 ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| ข้อที่ | $\sum X_i$ | $\sum X_i^2$ | s_i^2 |
|--------|------------|--------------|----------------------|
| 1 | 125 | 743 | 4.00 |
| 3 | 145 | 921 | 1.95 |
| 5 | 138 | 852 | 2.54 |
| 7 | 140 | 876 | 2.58 |
| 9 | 147 | 941 | 1.77 |
| | | | $\sum s_i^2 = 12.84$ |

ตารางที่ 28 ค่า $\sum X$, $\sum X^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดทักษะ การแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| นักเรียนคนที่ | \bar{X} | X^2 |
|----------------|-----------|---------------------|
| 1 | 21 | 441 |
| 2 | 26 | 676 |
| 3 | 35 | 1225 |
| 4 | 32 | 1024 |
| 5 | 38 | 1444 |
| 6 | 24 | 576 |
| 7 | 22 | 484 |
| 8 | 32 | 1024 |
| 9 | 21 | 441 |
| 10 | 25 | 625 |
| 11 | 37 | 1369 |
| 12 | 34 | 1156 |
| 13 | 33 | 1089 |
| 14 | 21 | 441 |
| 15 | 21 | 441 |
| 16 | 34 | 1156 |
| 17 | 27 | 729 |
| 18 | 33 | 1089 |
| 19 | 27 | 729 |
| 20 | 39 | 1521 |
| 21 | 34 | 1156 |
| 22 | 36 | 1296 |
| 23 | 21 | 441 |
| 24 | 22 | 484 |
| $\sum X = 695$ | | $\sum X^2 = 21,057$ |

ค่าความแปรปรวนของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient)

$$s_i^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

$$\begin{aligned} s_i^2 &= \frac{24(21,057) - (695)^2}{24(23)} \\ &= \frac{505,368 - 483,025}{552} \\ &= \frac{22,343}{552} \\ &= 40.48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_i^2} \right\} \\ &= \frac{5}{5-1} \left\{ 1 - \frac{12.84}{40.48} \right\} \\ &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{40.48 - 12.84}{40.48} \right\} \\ &= \frac{5}{4} \left\{ \frac{27.64}{40.48} \right\} \\ &= 0.85 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ง

- คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

- คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตารางที่ 29 คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

| นักเรียนคนที่ | คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 20) | นักเรียนคนที่ X^2 |
|---------------|--|---------------------|
| 1 | 19 | 361 |
| 2 | 18 | 324 |
| 3 | 19 | 361 |
| 4 | 14 | 196 |
| 5 | 9 | 81 |
| 6 | 18 | 324 |
| 7 | 20 | 400 |
| 8 | 20 | 400 |
| 9 | 16 | 256 |
| 10 | 18 | 324 |
| 11 | 15 | 225 |
| 12 | 17 | 289 |
| 13 | 20 | 400 |
| 14 | 18 | 324 |
| 15 | 15 | 225 |
| 16 | 17 | 289 |
| 17 | 20 | 400 |
| 18 | 20 | 400 |
| 19 | 20 | 400 |
| 20 | 16 | 256 |
| 21 | 16 | 256 |
| 22 | 19 | 361 |
| 23 | 17 | 289 |
| 24 | 14 | 196 |
| ผลรวม | 415 | 7,337 |

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบทักษะการแก้ปัญหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของพีงก์ชันตรี โกลมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\&= \sqrt{\frac{24(7,337) - (415)^2}{24(24-1)}} \\&= \sqrt{\frac{176,088 - 172,225}{24(23)}} \\&= \sqrt{\frac{3,863}{552}} \\&= 2.64\end{aligned}$$

ค้างนี้
 $t = \frac{17.29 - 15}{\frac{2.64}{\sqrt{24}}} ; df = n - 1$
 $= \frac{2.29}{0.53}$
 $= 4.32$

(เป็ตตราง / จะได้ค่าวิกฤตของ / จากการแจกแจงแบบ / เท่ากับ 1.7139 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05 เมื่อ $df = 24 - 1 = 23$)

ค้างนี้ จะเห็นว่าค่า / ที่คำนวณมากกว่าค่า / วิกฤต ($4.32 > 1.7139$) สรุปได้ว่า คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของพีงก์ชันตรี โกลมิติ สูงกว่าเกณฑ์อย่างละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .05

ตารางที่ 30 คะแนนทักษะการให้เหตุผลเหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอนawan เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

| นักเรียนคนที่ | คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 20) | นักเรียนคนที่ X^2 |
|---------------|--|---------------------|
| 1 | 17 | 289 |
| 2 | 16 | 256 |
| 3 | 18 | 324 |
| 4 | 12 | 144 |
| 5 | 9 | 81 |
| 6 | 17 | 289 |
| 7 | 18 | 324 |
| 8 | 20 | 400 |
| 9 | 14 | 196 |
| 10 | 16 | 256 |
| 11 | 12 | 144 |
| 12 | 16 | 256 |
| 13 | 19 | 361 |
| 14 | 15 | 225 |
| 15 | 15 | 225 |
| 16 | 16 | 256 |
| 17 | 19 | 361 |
| 18 | 20 | 400 |
| 19 | 20 | 400 |
| 20 | 15 | 225 |
| 21 | 16 | 256 |
| 22 | 18 | 324 |
| 23 | 17 | 289 |
| 24 | 14 | 196 |
| ผลรวม | 389 | 6,477 |

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบทักษะการให้เหตุผลเหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโอลนิมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\&= \sqrt{\frac{24(6,477) - (389)^2}{24(24-1)}} \\&= \sqrt{\frac{155,448 - 151,321}{24(23)}} \\&= \sqrt{\frac{4,127}{552}} \\&= 2.73\end{aligned}$$

ดังนี้

$$\begin{aligned}t &= \frac{16.21 - 15}{\frac{2.73}{\sqrt{24}}} ; df = n - 1 \\&= \frac{1.21}{0.55} \\&= 2.20\end{aligned}$$

(เปิดตาราง / จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เพากับ 1.7139 ที่ระดับนัยสำคัญที่ $.05$ เมื่อ $df = 24 - 1 = 23$)

ดังนี้ จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณมากกว่าค่า t วิกฤต ($2.20 > 1.7139$) สรุปได้ว่า คะแนนเฉลี่ยทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโอลนิมิติ สูงกว่าเกณฑ์อย่างละ 75 ที่ระดับนัยสำคัญที่ $.05$

ตารางที่ 31 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนที่กำหนดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 32 จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิติ
- แบบวัสดุทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโภณมิติมีลักษณะเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

| | |
|--|--|
| รายวิชา ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 (Pre-Calculus 3) | รหัสวิชา ค30104 |
| ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 | ภาคเรียนที่ 2 |
| กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ | ชื่อหน่วย การประยุกต์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ |
| เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูล | เวลา 3 คาบ/ สัปดาห์ |

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

สามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติต่าง ๆ โดยนิยามจากการกล�บนึงหน่วย และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

3.1 ด้านความรู้ (K)

- นักเรียนสามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกของจำนวนจริงหรืออนุมูลได้
- นักเรียนสามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูลได้

3.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

- นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเพื่อหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูลได้
- นักเรียนสามารถให้เหตุผลในการหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูลได้

3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

- นักเรียนมีความใฝ่รู้/ใฝ่เรียน
- นักเรียนมีความมีวินัย

4. สาระสำคัญ

ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริง หรืออนุม คือการหาค่าของอนุมโดยการเขียนอนุมให้อยู่ในรูปที่สามารถหาค่าตรีโกณมิติได้ง่าย และสามารถหาค่าของอนุมโดยใช้สูตรดังนี้

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

5. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุม

6. กิจกรรมการเรียนรู้

คานที่ 1-2

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1) ครูสอนหนาภักนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ การหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุด ซึ่งนักเรียนจะต้องบอกได้ว่า “จุด (x, y) เป็นจุดปลายบนวงกลมหนึ่งหน่วยที่ข้าง θ หน่วย” จะได้ $x = \cos \theta, y = \sin \theta, \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ และระยะทางระหว่างจุด $A(x, y)$ กับ $B(x_1, y_1)$ คือ $|AB| = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}$

2) ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นสามกลุ่ม ครูอธิบายเกี่ยวกับการทำกิจกรรม แล้ว นักเรียนทำกิจกรรม “คุ้นเคยอยู่ไหน” โดยให้นักเรียนจับคู่ให้ถูกต้อง และนำบัตรคำอุกมาติดบนกระตาม ซึ่งกลุ่มที่ตอบได้รวดเร็วและถูกต้องมากที่สุดจะเป็นกลุ่มที่ชนะ

| ค่าว่ายังมัคร์ค่า | $\sin 60^\circ$ | $\cos \frac{4\pi}{3}$ | $\tan \frac{7\pi}{4}$ |
|-------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| -1 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | |

3) นักเรียนร่วมกันสังเกตว่ามุมที่ครูกำหนดให้มีมุมไหนบ้างที่นักเรียนรู้จักและสามารถหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้ และมุมใดบ้างที่นักเรียนยังไม่รู้จักและยังไม่สามารถหาค่าได้ (มุมที่นักเรียนไม่รู้จัก เช่น $\sin 75^\circ, \cos \frac{\pi}{12}, \tan 70^\circ$ เป็นต้น) แล้วครูใช้คำาณานักเรียน “นักเรียนจับคู่ มุมกับค่าของมุมที่นักเรียนไม่รู้จักนี้ได้อย่างไร” (แนวการตอบ ใช้เครื่องคำานวณ, คูจากหนังสือ เป็นต้น) จากนั้นครูถามนักเรียนว่า “แล้วถ้าไม่ใช้เครื่องคำานวนหรือไม่คูจากหนังสือ เราจะมีวิธีการหาค่าของมุมที่นักเรียนไม่รู้จักนี้ได้อย่างไร”

2. ขั้นสังเกต

1) ครูให้นักเรียนสังเกตจากกิจกรรม “คู่จัดอยู่ไหน” ว่ามีมุมใดบ้างที่นักเรียนไม่รู้จักจากกิจกรรมจับคู่ให้ลับที

2) นักเรียนสังเกตมุมเหล่านี้ แล้วครูใช้คำาณานกระดับให้นักเรียนคิดว่า เราสามารถแปลงมุมต่างๆ ที่เราไม่รู้จักให้เป็นมุมที่เรารู้จักได้หรือไม่ (ได้ เช่น มุม 75° แปลงเป็น $(45^\circ + 30^\circ)$) จากนั้nnักเรียนลองหาค่าของมุมที่นักเรียนแปลงแล้วว่ามีค่ามุมเป็นเท่าไร จากนั้นให้นักเรียนลองกดเครื่องคำานวนเปรียบเทียบมุม $\sin 75^\circ$ และมุมที่นักเรียนหาได้จากการแปลงมุมเป็น $\sin(45^\circ + 30^\circ)$ ว่ามีค่าเท่ากันหรือไม่เท่ากัน (แนวการตอบ ไม่เท่ากัน) จากนั้นครูใช้คำาณานี้ให้ นักเรียนได้พิจารณาคิดเพื่ออธิบายว่า ทำไมถึงไม่เท่ากัน และนักเรียนจะมีวิธีการในการหาค่าตอบได้อย่างไร จากที่นักเรียนปลีกย่อย มุม 75° แปลงเป็น $(45^\circ + 30^\circ)$

3) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มออกเป็นกลุ่มละ 4 คน โดยการสุ่ม

4) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม และให้นักเรียนศึกษาและสังเกตว่า จากใบกิจกรรมที่ 1.1 กำหนดจะนำมาให้บ้าง สามารถนำสิ่งที่กำหนดมาให้เหล่านี้มาอธิบาย คำตอบของปัญหาได้หรือไม่

3. ขั้นอธิบาย

1) จากใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่อง พังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม ครูกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลที่กำหนดมาให้ โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกัน แสดงเหตุผลจากสิ่งที่กำหนดมาให้ โดยมีครูอยู่ให้คำแนะนำ และใช้คำาณานกระดับให้นักเรียน พิจารณาคิด เช่น “จากข้อมูลที่กำหนดมาให้มีส่วนใดบ้างที่เท่ากัน” (แนวการตอบ ส่วนโถง PP_3 ยาวเท่ากับส่วนโถง PP_2) เป็นต้น

2) เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่อง พังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวก และผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม ให้แต่ละกลุ่มอภิมานนำเสนอข้อสรุปของกลุ่มต่อชั้นเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน โดยสิ่งที่นักเรียนต้องสรุปได้มีดังนี้

กำหนด A และ B เป็นจำนวนจริง หรือมุ่งใดๆ จะได้

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

4. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ

1) นักเรียนร่วมกันทดสอบข้อสรุปที่ได้ โดยการแก้ปัญหาจากขั้นสังเกต และเปรียบเทียบค่าที่ได้กับเครื่องคำนวณ

2) นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุน โดยครุยกอยอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนสรุปได้ยังไม่สมบูรณ์

คำที่ 3

5. ขั้นนำไปใช้

นักเรียนทำใบงานที่ 1.1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริง หรือมุน จากนั้นครุยกให้นักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบร่วมกันและครุยกชี้มด้วยเทาบนออกแบบของหน้าชั้นเรียน โดยให้นักเรียนในชั้นร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1.1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริง หรือมุน

2. ใบงานที่ 1.1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุน

3. เครื่องคำนวณ

4. บัตรคำกิจกรรม “คู่จัดอัญเชิญ”

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

| สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน | วิธีการวัด | เครื่องมือที่ใช้ | เกณฑ์ |
|---|---|--|---|
| ด้านความรู้ (K) 1. นักเรียนสามารถหาค่า พังก์ชันตรีโภณมิติของผลบวก ของจำนวนจริงหรืออนุ่มได้ 2. นักเรียนสามารถหาค่า พังก์ชันตรีโภณมิติของผลต่าง ของจำนวนจริงหรืออนุ่มได้ | - ตรวจจากใบ กิจกรรมที่ 1.1 - ตรวจจากใบ งานที่ 1.1 | - ในกิจกรรมที่ 1.1 - ในงานที่ 1.1 | นักเรียนแต่คนทำใบ กิจกรรมและใบงาน ถูกต้องร้อยละ 75 ขึ้นไป |
| ด้านทักษะและกระบวนการ (P) 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา เพื่อหาค่าพังก์ชันตรีโภณมิติ ของผลบวกและผลต่างของ จำนวนจริงหรืออนุ่มได้ 2. นักเรียนสามารถให้เหตุผล ในการบอกค่าพังก์ชัน ตรีโภณมิติของผลบวกและ ผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุ่ม ได้ | - ตรวจจากใบ กิจกรรมที่ 1.1 - ในงานที่ 1.1 | - ในกิจกรรมที่ 1.1 - ในงานที่ 1.1 | นักเรียนแต่คนทำใบ กิจกรรมและใบงาน ถูกต้องร้อยละ 75 ขึ้นไป |
| ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) 1. นักเรียนมีความใฝ่รู้ในการเรียน 2. นักเรียนมีความมีวินัย ซื่อสัตย์ | - สังเกต พฤติกรรมที่แสดงออกถึง คุณลักษณะอัน พึงประสงค์ | - แบบประเมิน คุณลักษณะอัน พึงประสงค์ | นักเรียนแต่ละคน มี คะแนนอยู่ในเกณฑ์ ดี |

9. บันทึกหลังการสอน (ผลการจัดการเรียนรู้, ปัญหาและอุปสรรค, ข้อเสนอแนะ/ แนวทางการแก้ไข)

ผลการจัดการเรียนรู้

นักเรียนให้ความสนใจและความร่วมมือในการทำกิจกรรมดี มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม สามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลจนได้ค่าของพังก์ชันตรีโภณมิติของผลบวกและผลค่างของจำนวนจริงและมุ่งได้อย่างถูกต้อง และมีนักเรียนที่มีคะแนนการทำใบกิจกรรมที่ 1.1 และใบงานที่ 1.1 ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จำนวน 6 คน ผู้สอนได้นัดเรียนเพิ่มเติมนอกเวลาเรียนก่อนเรียนเรื่องต่อไป

ปัญหาและอุปสรรค

นักเรียนยังทำกิจกรรมได้ช้าเนื่องจากยังไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบนี้

ข้อเสนอแนะ/ แนวทางการแก้ไข

ครูช่วยแนะนำในส่วนที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และให้นักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้เร็วช่วยอธิบายให้นักเรียนที่ช้าพัง

ณิรัตน์ พรมศรี

(นางสาวณิรัตน์ พรมศรี)

ผู้สอน

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1)

เกณฑ์การประเมินแบบสังเกตการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

(สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1)

| ระดับคุณภาพ | เรื่องที่ประเมิน |
|-------------|---|
| 4 | 1. ไฟร์ ไฟเรียน - มีความกระตือรือร้น สนใจที่จะศึกษาเนื้อหา โดยทำกิจกรรมทันที |
| 3 | - มีความกระตือรือร้น สนใจที่จะศึกษาเนื้อหา โดยทำกิจกรรมทันทีเมื่อครูบอกให้เริ่ม |
| 2 | - มีความกระตือรือร้น สนใจที่จะศึกษาเนื้อหา โดยทำกิจกรรมเมื่อหึ่นเพื่อนเริ่มทำ |
| 1 | - ขาดความกระตือรือร้นและความสนใจ ครู่ต้องค่อยกระตุ้น |
| | 2. มีวินัย - นักเรียนมีวินัยในการทำกิจกรรม ระดับมาก |
| 4 | - นักเรียนมีวินัยในการทำกิจกรรม ระดับพอใช้ |
| 3 | - นักเรียนมีวินัยในการทำกิจกรรม ระดับน้อย |
| 2 | - นักเรียนมีวินัยในการทำกิจกรรม ระดับปรับปรุง |
| 1 | |

เกณฑ์การประเมิน

| ระดับคุณภาพ | คะแนนเฉลี่ยคุณภาพ |
|-------------|-------------------|
| ดีมาก | 3.26-4.00 |
| ดี | 2.5-3.25 |
| พอใช้ | 1.76-2.50 |
| ปรับปรุง | 1.00-1.75 |

ใบกิจกรรมที่ 1.1

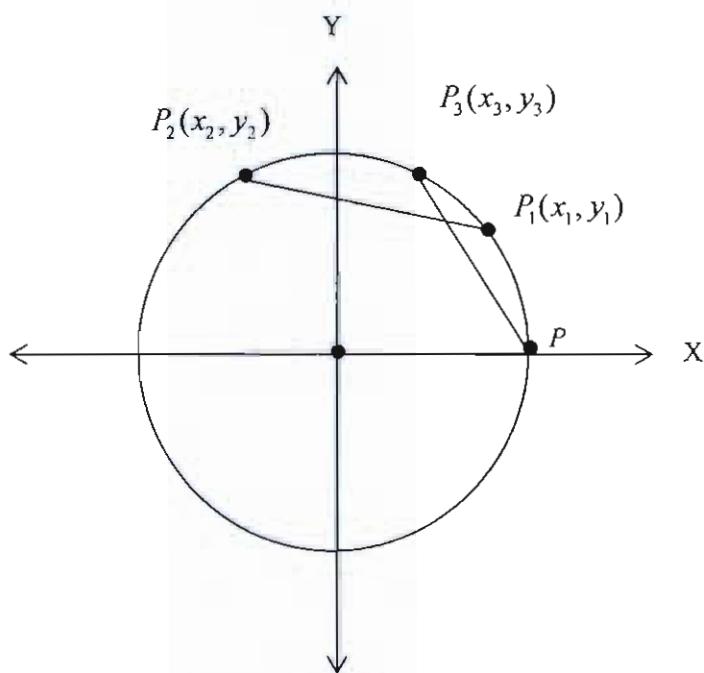
เรื่อง พังก์ชันตรีโภณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรืออนุมูล

รายชื่อสมาชิกกลุ่ม

- | | | | |
|---------|-------------|---------|-------------|
| 1. | เลขที่..... | 2. | เลขที่..... |
| 3. | เลขที่..... | 4. | เลขที่..... |

- คำชี้แจง**
1. ให้นักเรียนศึกษานื้อหาและทำกิจกรรมที่กำหนดให้เป็นกลุ่ม
 2. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาและหาข้อสรุปของกลุ่มร่วมกัน

- 1) การหาความสัมพันธ์ของ $\cos(\alpha - \beta)$ และ $\cos(\alpha + \beta)$ เมื่อ α, β เป็นจำนวนจริงหรืออนุมูลใดๆ



จากรูปวงกลม 1 หน่วย ให้ PP_1 แทน ส่วนโค้งที่ยาว β หน่วย และส่วนโค้ง PP_2 แทน ส่วนโค้งที่ยาว α หน่วย ดังนั้น ส่วนโค้ง P_1P_2 ยาว $\alpha - \beta$ หน่วย

ให้ P_3 เป็นจุดบนวงกลมหนึ่งหน่วยที่ทำให้ส่วนโค้ง PP_3 ยาวเท่ากับส่วนโค้ง P_1P_2 ดังนั้น ส่วนโค้ง PP_3 ยาว $\alpha - \beta$ หน่วย

ให้คู่อันดับของจุด P_1, P_2 และ P_3 แทน $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ตามลำดับ ดังรูป
เนื่องจากส่วนโถง PP_3 ยาวเท่ากับส่วนโถง P_1P_2 ดังนั้น ครอร์ค PP_3 ยาวเท่ากับครอร์ค P_1P_2

ຈະໄດ້ $PP_3^2 = \dots$ (ເຫດຜລ.)

..... = (លេខូល

..... = (ເຫດຜລ.....)

= (ເຫດຜລ.....)

..... = (ເຫດຸພລ.....)

..... = (លេខូល.....)

เนื่องจาก จุด $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ และ (x_3, y_3) เป็นจุดปลายส่วนโค้งที่ยาว β, α และ $\alpha - \beta$

หน่วยตามลำดับ

$$\text{จะได้ } x_1 = \dots \dots \dots \quad y_1 = \dots \dots \dots$$

$$x_2 = \dots \quad y_2 = \dots$$

$$x_3 = \dots$$

ดังนั้น $\cos(\alpha - \beta) = \dots$

นำค่าของ $\cos(\alpha - \beta)$ ไปหาค่าของ $\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta)$ และ $\sin(\alpha - \beta)$ จะได้ดังนี้

$$\cos(\alpha + \beta) = \dots \quad (\text{ເຫດຜົນ} \dots)$$

= (ເໜີພາ.....)

= (ເຫດຜົນ.....)

ดังนั้น $\cos(\alpha + \beta) = \dots$

ในการหาค่าของ $\sin(\alpha + \beta)$ หาได้โดยพิสูจน์ว่า

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \text{ 且 } \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos \beta$$

เนื่องจาก $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \dots$ (เหตุผล.....)

=(លេខូល.....)

ดังนั้น $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \dots$

๓๗ ก $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \dots$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$$

จะได้..... =

คั้นน้ำ =

เนื่องจาก $\sin(\alpha + \beta) = \dots$ (เหตุผล).....

=(ເໜັດ).

= (ເຫດຜລ)

คั่งนั้น $\sin(\alpha+\beta) = \dots$

และสามารถหาค่า $\tan(\alpha + \beta)$ โดยอาศัยค่าของ $\sin(\alpha + \beta)$ และ $\cos(\alpha + \beta)$ ดังนี้

$$\tan(\alpha + \beta) = \dots \quad (\text{เหตุผล} \dots)$$

= (ເຫດຜລ.....)

= (ເຫດຜລ.....)

A
110

= (ເຫດຜລ.....)

คั่งนั่น $\tan(\alpha + \beta) = \dots$

ในทำนองเดียวกันจะได้ $\tan(\alpha - \beta) = \dots$

สรุปเป็นสตรีได้ดังนี้ กำหนดให้ A และ B เป็นจำนวนจริงหรืออนมใดๆ



ใบงานที่ 1.1

เรื่อง พังก์ชันตรีโภณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม
จงเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1) จงแยกมุมที่กำหนดให้ ให้อยู่ในรูปผลบวก หรือผลต่างของมุม 2 มุม ที่สามารถหาค่าของพังก์ชัน
ตรีโภณมิติได้ง่าย

| กำหนดคุณที่จะหาค่าของฟังก์ชันตรีโกรณิต | แยกมุมให้อยู่ในรูปผลต่างของมุมที่หาค่าฟังก์ชันตรีโกรณิตได้ง่าย | แยกมุมให้อยู่ในรูปผลบวกของมุมที่หาค่าฟังก์ชันตรีโกรณิตได้ง่าย |
|--|--|---|
| 15° | $45^\circ - 30^\circ$ | - |
| 75° | - | $45^\circ + 30^\circ$ |
| 105° | | |
| 135° | | |
| 165° | | |
| 390° | | |
| 435° | | |
| $\frac{\pi}{12}$ | | |
| $\frac{5\pi}{12}$ | | |
| $\frac{7\pi}{12}$ | | |

2) จงหาค่าของพีกชันต่อไปนี้

$$(1) \sin 15^\circ$$

| | | |
|---------|-------------------------|---------------|
| วิธีทำ | $\sin 15^\circ = \dots$ | (เหตุผล.....) |
| จาก | = | (เหตุผล.....) |
| จะได้ | = | |
| ดังนั้น | $\sin 15^\circ = \dots$ | |

$$(2) \tan 15^\circ$$

วิธีทำ $\tan 15^\circ = \dots$ (เหตุผล.....)

ຈາກ = (ເຫດຜລ.....)

ຈະໄດ້ =

คั่งนั่น $\sin 15^\circ = \dots$

$$(3) \cos(-105^\circ)$$

วิธีทำ $\cos(-105^\circ) = \dots$ (เหตุผล....)

ຈາກ = (ເຫດຜົດ.....)

ຈະໄດ້ =

คั่งนั้น $\cos(-105^\circ) = \dots$

$$(4) \cos \frac{17\pi}{12}$$

วิธีทำ $\cos \frac{17\pi}{12} = \dots$ (เหตุผล \dots)

ຈາກ = (ເຫດຜລ.....)

จะได้ =

ดังนั้น $\cos \frac{17\pi}{12} = \dots$

$$(5) \quad \sin \frac{11\pi}{12}$$

วิธีทำ $\sin \frac{11\pi}{12} = \dots$ (เหตุผล.....)

จาก = (เหตุผล.....)

ຈະໄດ້ =

คั่งนึ้น $\sin \frac{11\pi}{12}$ =

3) จงหาค่าของพีชคณิตผลบวกผลต่างค่าไปนี้

$$(1) \text{ ให้ } \sin A = \frac{4}{5}, \cos B = -\frac{12}{13} \text{ โดยที่ } 0 < A < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < B < \pi \text{ จงหา}$$

$$1.1 \cos(A-B) = \dots \text{ (เหตุผล)}.$$

$$= \dots \text{ (เหตุผล)}.$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$1.2 \sin(A+B) = \dots \text{ (เหตุผล)}.$$

$$= \dots \text{ (เหตุผล)}.$$

$$= \dots \text{ (เหตุผล)}.$$

$$= \dots \text{ (เหตุผล)}.$$

$$(2) \text{ จงหาค่าของ } \sin 35^\circ \cos 25^\circ + \sin 25^\circ \cos 30^\circ$$

$$\text{วิธีทำ } \sin 35^\circ \cos 25^\circ + \sin 25^\circ \cos 30^\circ = \dots$$

$$(\text{เหตุผล})$$

$$= \dots$$

$$\text{ดังนั้น } \sin 35^\circ \cos 25^\circ + \sin 25^\circ \cos 30^\circ = \dots$$

$$(3) \text{ จงหาค่าของ } \sin\left(\frac{\pi}{4}-A\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+A\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}+A\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-A\right)$$

$$\text{วิธีทำ } \sin\left(\frac{\pi}{4}-A\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+A\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}+A\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-A\right)$$

$$= \dots$$

$$(\text{เหตุผล})$$

$$= \dots$$

$$(\text{เหตุผล})$$

$$= \dots$$

$$\text{ดังนั้น } \sin\left(\frac{\pi}{4}-A\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+A\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}+A\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-A\right) = \dots$$

$$(4) \text{ ถ้า } A+B=225^\circ \text{ งหาค่าของ } \frac{\cot A}{1+\cot A} \cdot \frac{\cot B}{1+\cot B}$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้.....

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 1.1

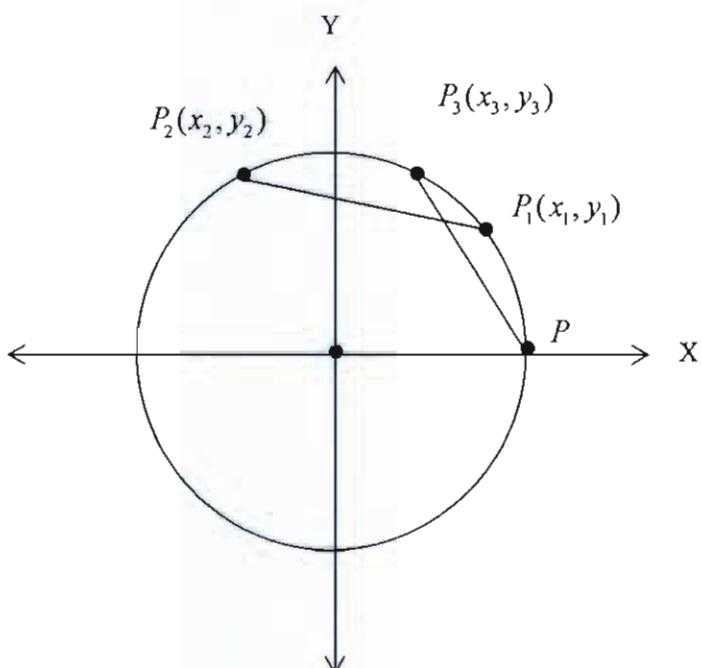
เรื่อง พังค์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุน

รายชื่อสมาชิกกลุ่ม

| | | | |
|--------|-------------|--------|-------------|
| 1..... | เลขที่..... | 2..... | เลขที่..... |
| 3..... | เลขที่..... | 4..... | เลขที่..... |

- คำชี้แจง**
- ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมที่กำหนดให้เป็นกลุ่ม
 - นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาและหาข้อสรุปของกลุ่มร่วมกัน

- 1) การหาความสัมพันธ์ของ $\cos(\alpha - \beta)$ และ $\cos(\alpha + \beta)$ เมื่อ β, α เป็นจำนวนจริงหรือมุนไดๆ



จากรูปวงกลม I หน่วย ให้ PP_1 แทน ส่วนโถงที่ยาว β หน่วย และส่วนโถง PP_2 แทน ส่วนโถงที่ยาว α หน่วย ดังนั้น ส่วนโถง P_1P_2 ยาว $\alpha - \beta$ หน่วย

ให้ P_3 เป็นจุดบนวงกลมหนึ่งหน่วยที่ทำให้ส่วน PP_3 ยาวเท่ากับส่วน PP_1 ดังนั้น ส่วน PP_3 ยาว $\alpha - \beta$ หน่วย

ให้คู่อันดับของจุด P_1, P_2 และ P_3 แทน $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ตามลำดับ ดังรูป
เนื่องจากส่วน PP_3 ยาวเท่ากับส่วน PP_1 ดังนั้น คงรูป PP_3 ยาวเท่ากับคงรูป PP_1

จะได้ $PP_3^2 = PP_1^2$ (เหตุผล P_1P_2 ยาว $\alpha - \beta$ หน่วยและ PP_3 ยาว $\alpha - \beta$ หน่วย)

$$(x_3 - 1)^2 + (y_3 - 0)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \quad (\text{เหตุผล หาระยะทางระหว่างจุดสองจุด})$$

$$(x_3^2 - 2x_3 + 1 + y_3^2) = x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^2 + y_2^2 - 2y_1y_2 + y_1^2 \quad (\text{เหตุผล สูตรกำลังสองสมบูรณ์})$$

$$-2x_3 + 2 = -2x_1x_2 - 2y_1y_2 + 2 \quad (\text{เหตุผล จาก } \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$$

$$x_3 = x_1x_2 + y_1y_2 \quad (\text{เหตุผล จัดรูปสมการ})$$

เนื่องจาก จุด $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ และ (x_3, y_3) เป็นจุดปลายส่วน PP_1 ที่ยาว β, α และ $\alpha - \beta$ หน่วยตามลำดับ

$$\text{จะได้} \quad x_1 = \cos \beta \quad y_1 = \sin \beta$$

$$x_2 = \cos \alpha \quad y_2 = \sin \alpha$$

$$x_3 = \cos(\alpha - \beta)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

นำค่าของ $\cos(\alpha - \beta)$ ไปหาค่าของ $\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta)$ และ $\sin(\alpha - \beta)$ จะได้ดังนี้

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - (-\beta)) \quad (\text{เหตุผล เนื่องให้ออยู่ในรูปผลต่างของ cos})$$

$$= \cos \alpha \cos(-\beta) + \sin \alpha \sin(-\beta) \quad (\text{เหตุผล ใช้สูตรผลต่างของ cos})$$

$$= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (\text{เหตุผล จากพังก์ชันคู่ พังก์ชันคี่})$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta, \sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

ในการหาค่าของ $\sin(\alpha + \beta)$ หากได้โดยพิสูจน์ว่า

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \text{และ} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos \beta$$

$$\text{เนื่องจาก} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{2} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{2} \sin \alpha \quad (\text{เหตุผล ใช้สูตรผลต่างของ cos})$$

$$= \sin \alpha \quad (\text{เหตุผล แทนค่าจาก } \cos \frac{\pi}{2} = 0, \sin \frac{\pi}{2} = 1)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\text{จาก} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\text{ถ้าให้ } \alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$\text{จะได้ } \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$$

$$\text{ดังนั้น } \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos \beta$$

$$\text{เนื่องจาก } \sin(\alpha + \beta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right) \text{ (เหตุผล ใช้ความรู้เรื่อง โคฟังก์ชัน}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \theta \text{ โดยให้ } (\alpha + \beta) = \theta$$

$$= \cos\left(\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \beta\right) \text{ (เหตุผล จัดรูปสมการให้อยู่ในรูปผลต่างของ}$$

\cos)

$$= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos \beta + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \beta \text{ (เหตุผล จากสูตรผลค่าง}$$

ของ \cos)

$$= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\text{ดังนั้น } \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\text{เนื่องจาก } \sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha + (-\beta)) \text{ (เหตุผล จัดให้อยู่ในรูปผลบวกของ } \sin)$$

$$= \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta) \text{ (เหตุผล จากสูตรผลบวกของ } \sin)$$

$$= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \text{ (เหตุผล จากพังก์ชันคู่ พังก์ชันคี่ } \cos(-\theta) = \cos \theta, \sin(-\theta) = -\sin \theta)$$

$$\text{ดังนั้น } \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

และสามารถหาค่า $\tan(\alpha + \beta)$ ได้โดยอาศัยค่าของ $\sin(\alpha + \beta)$ และ $\cos(\alpha + \beta)$ ดังนี้

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \text{ (เหตุผล ได้จาก } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta})$$

$$= \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} \text{ (เหตุผล ใช้สูตรผลบวกของ } \sin \text{ และ}$$

ผลต่างของ \cos)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \\
 &= \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \quad (\text{เหตุผล คูณตกลอคลสมการค่วย}) \\
 &\quad \frac{1}{\cos \alpha \cos \beta} \\
 \text{เมื่อ } \cos \alpha \neq 0 \text{ และ } \cos \beta \neq 0
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \quad (\text{เหตุผล จาก } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta})$$

ดังนั้น $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

ในทำนองเดียวกันจะได้ $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$
 สรุปเป็นสูตรได้ดังนี้ กำหนดให้ A และ B เป็นจำนวนจริงหรืออนุญาต

| |
|--|
| $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$ |
|--|

ใบงานที่ 1.1

**เรื่อง พังก์ชันตรีโภณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม
จงเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง**

- 1) จงแยกมุมที่กำหนดให้ ให้ออยู่ในรูปผลบวก หรือผลต่างของมุม 2 มุม ที่สามารถหาค่าของพังก์ชันตรีโภณมิติได้ง่าย

| กำหนดมุมที่จะหาค่าของพังก์ชันตรีโภณมิติ | แยกมุมให้อยู่ในรูปผลบวกของมุมที่หาค่าพังก์ชันตรีโภณมิติได้ง่าย | แยกมุมให้อยู่ในรูปผลบวกของมุมที่หาค่าพังก์ชันตรีโภณมิติได้ง่าย |
|---|--|--|
| 15° | $45^\circ - 30^\circ$ | - |
| 75° | - | $45^\circ + 30^\circ$ |
| 105° | - | $60^\circ + 45^\circ$ |
| 135° | $180^\circ - 45^\circ$ | - |
| 165° | - | $120^\circ + 45^\circ$ |
| 390° | - | $360^\circ + 30^\circ$ |
| 435° | - | $(360^\circ + (45^\circ + 30^\circ))$ |
| $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ | - |
| $\frac{5\pi}{12}$ | $\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ | - |
| $\frac{7\pi}{12}$ | $\frac{4\pi}{3} - \frac{3\pi}{4}$ | - |

- 2) จงหาค่าของพังก์ชันต่อไปนี้

(1) $\sin 15^\circ$

วิธีทำ $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$ (เหตุผล แยกมุมให้เป็นมุมที่หาค่าได้ง่าย)

จะได้ $\sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 45^\circ$ (เหตุผล จาก $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A$)

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

ดังนั้น $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(2) $\tan 15^\circ$

วิธีทำ $\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ)$ (เหตุผล แยกมุมให้เป็นมุมที่หาค่าได้ง่าย)

จะได้ $\tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$ (เหตุผล จาก $\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$)

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + (1)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$$

(เหตุผล $\tan 45^\circ = 1$, $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$)

$$= \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

ดังนั้น $\tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

(3) $\cos(-105^\circ)$

วิธีทำ $\cos(-105^\circ) = \cos 105^\circ$ (เหตุผล นิยามของฟังก์ชันคู่)

$= \cos(135^\circ - 30^\circ)$ (เหตุผล แยกมุมให้เป็นมุมที่หาค่าได้ง่าย)

จะได้ $\cos(135^\circ - 30^\circ) = \cos 135^\circ \cos 30^\circ + \sin 135^\circ \sin 30^\circ$ (เหตุผล $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$)

$$= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{\sqrt{6}}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

ดังนั้น $\cos(-105^\circ) = \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(4) $\cos \frac{17\pi}{12}$

วิธีทำ $\cos \frac{17\pi}{12} = \cos \left(\frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$ (เหตุผล แยกมุมให้เป็นมุมที่หาค่าได้ง่าย)

จะได้ $= \cos \frac{5\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{5\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$ (เหตุผล $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$)

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{ดังนั้น } \cos \frac{17\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{4}$$

$$(5) \sin \frac{11\pi}{12}$$

วิธีทำ $\sin \frac{11\pi}{12} = \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$ (เหตุผล แยกมุมให้เป็นมุมที่หาค่าได้ง่าย)

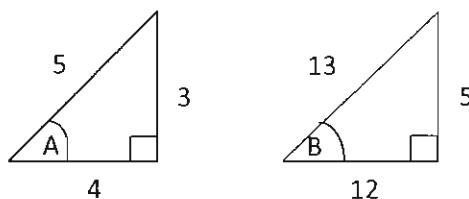
จะได้ $= \sin \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$ (เหตุผล $\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$)

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{6}}{4} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{ดังนั้น } \sin \frac{11\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

3) จงหาค่าของฟังก์ชันผลบวกผลค่างค่ำไปนี้

$$(1) \text{ ให้ } \sin A = \frac{4}{5}, \cos B = -\frac{12}{13} \text{ โดยที่ } 0 < A < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < B < \pi \text{ จงหา}$$



$$1.1 \cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$
 (เหตุผล จากสูตรผลค่างของ \cos)

$$= \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right)$$
 (เหตุผล แทนค่าของมุมจากรูป)

สามเหลี่ยมและตามที่โจทย์กำหนด (เงื่อนไข)

$$= \left(-\frac{48}{65}\right) + \left(\frac{15}{65}\right) \\ = \left(-\frac{33}{65}\right)$$

$$1.2 \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$
 (เหตุผล จากสูตรผลบวกของ \sin)

$$= \left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right)$$
 (เหตุผล แทนค่าของมุมจากรูป)

สามเหลี่ยมและตามที่โจทย์กำหนด (เงื่อนไข)

$$\begin{aligned}
 &= \left(-\frac{48}{65} \right) + \left(\frac{15}{65} \right) \\
 &= \left(-\frac{33}{65} \right)
 \end{aligned}$$

(2) จงหาค่าของ $\sin 35^\circ \cos 25^\circ + \sin 25^\circ \cos 30^\circ$

วิธีทำ $\sin 35^\circ \cos 25^\circ + \sin 25^\circ \cos 30^\circ = \sin(35^\circ + 25^\circ)$

(เหตุผล จากพังก์ชันผลรวมของ $\sin(\alpha + \beta) =$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)$$

$$= \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ดังนั้น $\sin 35^\circ \cos 25^\circ + \sin 25^\circ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) จงหาค่าของ $\sin\left(\frac{\pi}{4} - A\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + A\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + A\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - A\right)$

วิธีทำ $\sin\left(\frac{\pi}{4} - A\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + A\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + A\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - A\right)$

$$= \sin\left[\left(\frac{\pi}{4} - A\right) + \left(\frac{\pi}{4} + A\right)\right] (\text{เหตุผล จากพังก์ชันผลรวมของ } \sin(\alpha + \beta) =$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)$$

$$= \sin \frac{\pi}{2} (\text{เหตุผล } \left(\frac{\pi}{4} - A\right) + \left(\frac{\pi}{4} + A\right) = \frac{\pi}{2})$$

$$= 1$$

ดังนั้น $\sin\left(\frac{\pi}{4} - A\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + A\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + A\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - A\right) = 1$

$$(4) \text{ ถ้า } A+B=225^\circ \text{ จะหาค่าของ } \frac{\cot A}{1+\cot A} \cdot \frac{\cot B}{1+\cot B}$$

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $A+B=225^\circ$

$$\text{หรือ } A+B=180^\circ + 45^\circ \text{ (เหตุผล จากการหมายอ้างอิง)}$$

จะได้ $\cot(A+B)=\cot(180^\circ + 45^\circ)$ (เหตุผล คูณด้วย \cot ทั้งสองข้างของสมการ)

$$\frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B + \cot A} = \cot 45^\circ \text{ (เหตุผล จากสูตรผลบวกของ } \cot \text{)}$$

$$\frac{\cot A \cot B - 1}{\cot B + \cot A} = 1 \text{ (เหตุผล เนื่องจาก } \cot 45^\circ = 1 \text{)}$$

$$\cot A \cot B - 1 = \cot B + \cot A \text{ (เหตุผล จัดรูปสมการ)}$$

$$\cot A \cot B = 1 + \cot B + \cot A \text{ (เหตุผล จัดรูปสมการ)}$$

$$2 \cot A \cot B = 1 + \cot B + \cot A + \cot A \cot B$$

$$\frac{\cot A \cot B}{1 + \cot B + \cot A + \cot A \cot B} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\cot A \cot B}{(1 + \cot A)(1 + \cot B)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\cot A}{1 + \cot A} \cdot \frac{\cot B}{1 + \cot B} = \frac{1}{2}$$

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
วิชา ค30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2557
จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน เวลา 60 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้ โดยเจียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดชัดเจนทุกข้อ

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่า

$$\text{商式} \quad \sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้.....

$$\text{คั่งนั้น } \sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = \dots$$

$$2) \text{ กำหนดให้ } \sin 3\theta + \sin \theta = 1 - 4 \sin^3 \theta \text{ และจงหา } \sec 2\theta + \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right)$$

ວັນທຳ

ແສກງວິທີທຳ

ໃຫ້ເຫດຜລ

คํานິນ $\sec 2\theta + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \dots$

$$3) \text{ จงหาค่าของ } \sin 80^\circ - \sin 20^\circ + \sin 70^\circ - \sin 10^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ$$

ວິທີໜຳ

ແສດງວິທີ

ໃຫ້ເທົ່ານີ້

ดังนั้น $\sin 80^\circ - \sin 20^\circ + \sin 70^\circ - \sin 10^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ = \dots$

4) ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม $A = 20^\circ$, มุม $B = 47^\circ$ และ $b = 12$ จงหา a (ให้ $\sin 20^\circ = 0.3420$, $\sin 47^\circ = 0.7314$)

ວິທີໜໍາ

ແສດງວິທີທຳ

ໃຫ້ເຫດຜົນ

គំនុំ a =

5) กำหนด $0 \leq x < 360^\circ$ จงหาผลต่างของ x ทั้งหมด จากสมการ $4\sin x = \operatorname{cosec} x$

វិធីការ

ແສດງວິທີທຳ

ໃຫ້ເຫດຜົນ

ตั้งนี้ ผลค่างของ x ทั้งหมด คือ

เฉลย

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

วิชา ค30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2557
จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน เวลา 60 นาที

1) กำหนดให้ $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ และ $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$ เมื่อ $\sin A = \frac{3}{5}$ และ $\tan B = -\frac{5}{12}$ จงหาค่าของ $\sin(A+B) \cdot \tan(A+B)$

วิธีทำ

$$\text{จาก } \frac{\pi}{2} < A < \pi \text{ และ } \frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$$

(โจทย์กำหนดให้)

จะได้ว่า มุม A อยู่ใน Q_2 และ มุม B อยู่ใน Q_4

$$\text{จาก } \sin A = \frac{3}{5} \text{ จะได้}$$

(จาก $\frac{\pi}{2} < A < \pi$)

$$\cos A = -\frac{4}{5}, \tan A = -\frac{3}{4}$$

(จาก $\frac{3\pi}{2} < B < 2\pi$)

$$\text{และจาก } \tan B = -\frac{5}{12} \text{ จะได้}$$

$$\sin B = -\frac{5}{13}, \cos B = \frac{12}{13}$$

พิจารณา

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

(สูตรผลบวกของมุมของฟังก์ชันไซน์)

$$= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{5}{13}\right)$$

(แทนค่าฟังก์ชัน)

$$= \frac{56}{65}$$

(คำนวณค่า)

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

(สูตรผลบวกของมุมของฟังก์ชัน

$$= \frac{\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right)}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{5}{12}\right)}$$

โคแทนเจนต์)

$$= -\frac{56}{33}$$

(แทนค่าฟังก์ชัน)

ดังนั้น

(คำนวณค่า)

$$\sin(A+B) \cdot \tan(A+B) = \left(\frac{56}{65}\right) \left(-\frac{56}{33}\right) = -\frac{3136}{2145}$$

(แทนค่าฟังก์ชัน)

2) กำหนดให้ $\sin 3\theta + \sin \theta = 1 - 4 \sin^3 \theta$ และจาก $\sec 2\theta + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$

วิธีทำ

พิจารณา

$$\sin 3\theta + \sin \theta = 1 - 4 \sin^3 \theta$$

$$3\sin \theta - 4\sin^3 \theta + \sin \theta = 1 - 4\sin^3 \theta$$

$$4\sin \theta = 1$$

$$\sin \theta = \frac{1}{4}$$

แทนค่า $\sin \theta = \frac{1}{4}$ ใน $\sec 2\theta + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)$ จะ

ได้

$$\begin{aligned}\sec 2\theta + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) &= \frac{1}{\cos 2\theta} + \sin \theta \\ &= \frac{1}{1 - 2\sin^2 \theta} + \sin \theta \\ &= \frac{1}{1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^2} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{8}{7} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{39}{28}\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sec 2\theta + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \frac{39}{28}$

(จากสูตร $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$)

(จาก $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ และ โคฟังก์ชันจะ

ได้ $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$)

(จาก $\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$)

(แทน $\sin \theta = \frac{1}{4}$)

3) จงหาค่าของ $\sin 80^\circ - \sin 20^\circ + \sin 70^\circ - \sin 10^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ$

วิธีทำ

พิจารณา

$$\begin{aligned}
 & \sin 80^\circ - \sin 20^\circ + \sin 70^\circ - \sin 10^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ \\
 &= 2 \cos 50^\circ \sin 30^\circ + 2 \cos 40^\circ \sin 30^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ \\
 &= \cos 50^\circ + \cos 40^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ \\
 &= \sin 40^\circ + \sin 50^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\sin 80^\circ - \sin 20^\circ + \sin 70^\circ - \sin 10^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ = 0$$

(จาก $\sin A - \sin B$)

$$\begin{aligned}
 &= 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \\
 \text{และ } &\sin A + \sin B \\
 &= 2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)
 \end{aligned}$$

- 4) ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม $A = 20^\circ$, มุม $B = 47^\circ$ และ $b = 12$ จงหา a ($\sin 20^\circ = 0.3420$, $\sin 47^\circ = 0.7314$)

วิธีทำ

กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม
 $A = 20^\circ$, มุม $B = 47^\circ$, $b = 12$
 จากกฎของไซน์

$$\begin{aligned}\frac{a}{\sin A} &= \frac{b}{\sin B} \\ \frac{a}{\sin 20^\circ} &= \frac{12}{\sin 47^\circ} \\ a &= \frac{(12)(\sin 20^\circ)}{\sin 47^\circ} \\ &= \frac{(12)(0.3420)}{0.7314} \\ &\approx 5.61\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่า a ยาวประมาณ 5.6 หน่วย

(จากกฎของไซน์)

(แทนค่า $A = 20^\circ$, มุม $B = 47^\circ$)

(จากโจทย์กำหนดให้ $\sin 20^\circ = 0.3420$ และ $\sin 47^\circ = 0.7314$)

5) กำหนด $0 \leq x < 360^\circ$ จงหาผลต่างของ x ทั้งหมด จากสมการ $4\sin x = \cosec x$

วิธีทำ

| | |
|--|---|
| <p>กำหนดให้ $0 \leq x < 360^\circ$</p> <p>จากสมการ $4\sin x = \cosec x$</p> $4\sin x = \frac{1}{\sin x}$ $4\sin^2 x = 1$ $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ $\therefore \sin x = \pm \frac{1}{2}$ $\therefore \sin x = \frac{1}{2}$ $= \sin 30^\circ \text{ หรือ } \sin(180^\circ - 30^\circ)$ $= \sin 30^\circ \text{ หรือ } \sin 150^\circ$ $x = 30^\circ \text{ หรือ } \sin 150^\circ$ $\therefore \sin x = -\frac{1}{2}$ $= -\sin 30^\circ$ $= \sin(180^\circ + 30^\circ) \text{ หรือ }$ $\sin(360^\circ - 30^\circ)$ $x = 210^\circ \text{ หรือ } 330^\circ$ <p>จะได้ $x = 30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ$</p> <p>ดังนั้น ผลต่างของ x ทั้งหมด คือ</p> $30^\circ - 150^\circ - 210^\circ - 330^\circ = -660$ | <p>(เนื่องจาก $\cosec x = \frac{1}{\sin x}$)</p> <p>(คูณด้วย $\sin x$ ทั้งสองข้างของสมการ)</p> <p>(คูณด้วย $\frac{1}{4}$ ทั้งสองข้างของสมการ)</p> <p>(คูณด้วยราบทั้งสองทั้งสองข้าง)</p> <p>(เนื่องจาก $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ หรือ $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$)</p> <p>(เนื่องจาก $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$ หรือ $\sin 330^\circ = -\frac{1}{2}$)</p> |
|--|---|

เกณฑ์การให้คะแนน ในส่วนของการแสดงวิธีทำ

| คะแนน/ความหมาย | ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น |
|-----------------|--|
| 4/ ดีมาก | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมกับปัญหา และการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน และสรุป คำตอบได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ |
| 3/ ดี | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมกับปัญหา และการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนยังไม่ ชัดเจน และสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง |
| 2/ พอดี | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วนหรือเข้าใจบางส่วนของปัญหาผิด เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็น ปัญหา และการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนยังไม่ชัดเจนหรือดำเนินการ แก้ปัญหาไม่ถูกต้องและสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน |
| 1/ ควรแก้ไข | - เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่เข้าใจปัญหา เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้แต่ ไม่เหมาะสมหรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ไม่แสดงการลำดับ ขั้นตอนยังในการแก้ปัญหาหรือพยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ เหมาะสม สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ |
| 0/ ต้องปรับปรุง | - ไม่ทაความเข้าใจปัญหา และไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือคัดลอกข้อมูล จากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ในการแก้ปัญหา |

เกณฑ์การให้คะแนน ในส่วนของการให้เหตุผล

| ระดับคะแนน/ ความหมาย | เกณฑ์การให้คะแนน |
|----------------------|---|
| 4/ คีมาก | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและชัดเจน มีการอธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจนและทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง |
| 3/ ดี | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้อธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน |
| 2/ พอดี | เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป แต่ข้อสรุปที่ได้ยังไม่ถูกต้อง |
| 1/ ต้องปรับปรุง | เมื่อแสดงความพยายามในการให้เหตุผลช่วยในการหาข้อสรุป บ้าง แต่ยังไม่ได้หาข้อสรุป |
| 0/ ไม่พยายาม | เมื่อไม่ได้แสดงความพยายามในการให้เหตุผลเลย |