

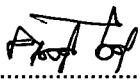
ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหา
ของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

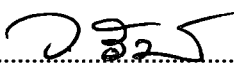
พิมพ์ลดา สินธุนาวา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2558
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

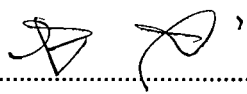
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ พิมพ์ลดา สิ้นธนูวา ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

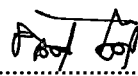
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

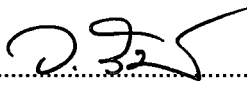

..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)

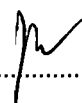

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

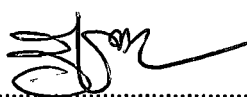

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร)


..... กรรมการ
(นาวาตรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 15 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2558

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ดร.คงรัฐ นवलเปง อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และนางวาทรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้ถูกต้อง ทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ได้แก่ ดร.เชวง ช้อนบุญ ดร.สมคิด อินเทพ อาจารย์พรทิพย์ ชิงชัย อาจารย์สุณีย์ ชอปรส และอาจารย์พัชรี เข็มขาว ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบ รวมทั้งให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ ยังได้รับความอนุเคราะห์จากท่านผู้อำนวยการ โรงเรียนพระตำหนักมหาราช ตลอดจนคณะครูและนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อวีรพัฒน์ สิ้นธุนาวา คุณแม่มาลี สิ้นธุนาวา นางสาวราตี สิ้นธุนาวา และนายจักรกฤษณ์ สง่าเนตร ที่ให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูคุณเวทิตาแด่ บุปผารี บุรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษา และประสบความสำเร็จมาตราบนานเท่าทุกวันนี้

พิมพ์ลดา สิ้นธุนาวา

55910227: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์/ กระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

พิมพ์ลดา สินธุนาวา: ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (THE EFFECTS OF STUDENT TEAM ACHIEVEMENT DIVISIONS LEARNING ACTIVITY AND POLYA PROBLEM SOLVING PROCESS ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY OF PRATOMSUKSA V STUDENTS)

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: คงรัฐ นवलแปง, กศ.ค., เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร, กศ.ค., 239 หน้า, ปี พ.ศ. 2558

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็น นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพระตำหนักมหาราช จังหวัดชลบุรี จำนวน 18 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทีแบบกลุ่มเดียว (*t-test* for one sample)

ผลการวิจัยปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

55910227: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.
(MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: STUDENT TEAM ACHIEVEMENT DIVISIONS LEARNING ACTIVITY /
POLYA PROBLEM SOLVING PROCESS/ MATHEMATICS PROBLEMS
SOLVING ABILITY

PIMLADA SINTUNAWA: THE EFFECTS OF STUDENT TEAM ACHIEVEMENT
DIVISIONS LEARNING ACTIVITY AND POLYA PROBLEM SOLVING PROCESS ON
MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY OF PRATOMSUKSA V STUDENTS.

ADVISORY COMMITTEE: KONGRAT NUALPANG, Ed.D., VETCHARIT

ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D. 239 P. 2015.

The purposes of this research were to compare mathematics learning achievement and mathematics problem solving ability after implementing student team achievement divisions learning activity and Polya problem solving process with criterion of 70 percent. The participants were 18 Pratomsuksa 5 students from Pratamnakhmaharaj school, Chonburi Province in second semester of 2014 academic year by using cluster random sampling. The research instruments were lesson plans, mathematics learning achievement test and problem solving ability test. The data were analyzed by using percentage, mean, standard deviation and t-test for one sample.

The results of research were:

1. Mathematics learning achievement of the students after implementing student team achievement divisions learning activity and Polya problem solving process was significantly higher than the 70 percents criterion at .01 level.
2. Mathematics problems solving ability of the students after implementing student team achievement divisions learning activity and Polya problem solving process was significantly higher than the 70 percents criterion at .01 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	7
สมมติฐานของการวิจัย.....	8
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	8
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	10
ขอบเขตของการวิจัย.....	10
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	13
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	14
การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์.....	18
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	42
การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับ	
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	75
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	76
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	90
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	95
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	95
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	95
การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย.....	96

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	114
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	116
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	117
4 ผลการวิจัย.....	121
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	121
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	121
5 สรุปและอภิปรายผล.....	132
สรุปผลการวิจัย.....	132
อภิปรายผลการวิจัย.....	132
ข้อเสนอแนะ.....	138
บรรณานุกรม.....	139
ภาคผนวก.....	146
ภาคผนวก ก.....	147
ภาคผนวก ข.....	154
ภาคผนวก ค.....	172
ภาคผนวก ง.....	177
ภาคผนวก จ.....	233
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	239

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1	ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5..... 17
2	การกำหนดนักเรียนเข้ากลุ่ม..... 30
3	การคิดคะแนนความก้าวหน้า..... 31
4	เกณฑ์กำหนดกลุ่มที่ได้รับการยกย่อง..... 31
5	การคิดคะแนนความก้าวหน้า..... 32
6	คะแนนการพัฒนา..... 34
7	การสังเคราะห์ขั้นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ของนักเรียน..... 36
8	การให้คะแนนแบบภาพรวมของทักษะการแก้ปัญหา..... 68
9	การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหา..... 69
10	รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ โพลยา..... 69
11	รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ เลสเตอร์ และ โอสต์เฟเฟอร์..... 71
12	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 75
13	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัด การเรียนรู้..... 97
14	การวิเคราะห์แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้..... 102
15	การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบจำแนก ตามระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด..... 107
16	การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบของ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 111
17	การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม..... 116
18	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับ กระบวนการแก้ปัญหของ โพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70..... 122

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
19 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	123
20 จำนวนคนที่ถูกในแต่ละข้อ ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา.....	124
21 จำนวนคนที่ถูกในแต่ละข้อ ในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา.....	126
22 จำนวนคนที่ถูกในแต่ละข้อ ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา.....	127
23 จำนวนคนที่ถูกในแต่ละข้อ ในขั้นการตรวจคำตอบ.....	130
24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	155
25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	157
26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	159
27 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	161
28 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้.....	163
29 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยประจำ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	164
30 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยประจำ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	165
31 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยประจำ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	166
32 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยประจำ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	167
33 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์.....	169
34 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	170
35 ผลการประเมินความสอดคล้องของเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	171

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
36 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	173
37 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	174
38 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	176
39 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	234
40 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	236
41 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	237

สารบัญญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	9
2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 2 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา.....	124
3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา.....	125
4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นการวางแผนปัญหา.....	126
5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 2 คะแนน ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา.....	128
6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา.....	128
7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา.....	129
8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 0 คะแนน ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา.....	131
9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นการตรวจคำตอบ...	131
10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 0 คะแนน ในขั้นการตรวจคำตอบ...	131

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณญาณ และคิดอย่างเป็นระบบและมีระเบียบแบบแผน ลักษณะการคิดดังกล่าวทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 1) นอกจากนี้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน ได้นานตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, หน้า 6) ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงเป็นกระบวนการที่สำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิตได้ แต่ที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นยังไม่ได้ผลดีเท่าที่ควร จะเห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (Ordinary national education test: O-NET) ปีการศึกษา 2555-2557 วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 35.77, 41.95, 38.06 ตามลำดับ และสำหรับโรงเรียนพระตำหนักมหาราชมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 33.66, 42.97, 38.33 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2557) จากรายงานดังกล่าวจะเห็นได้ว่า ผลการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ต่ำ และคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนพระตำหนักมหาราชอยู่ในระดับต่ำ เมื่อเทียบกับเกณฑ์ที่โรงเรียนตั้งไว้คือ ร้อยละ 50

เมื่อนำผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์พบว่า มาตรฐาน ค.1.2 เป็นมาตรฐานการเรียนรู้ที่ผู้เรียนนั้นเข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา โดยมาตรฐาน ค.1.2 มีคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศในปีการศึกษา 2555-2557 วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 28.89, 33.07, 38.25 ตามลำดับ และคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนพระตำหนักมหาราช 22.56, 27.03, 36.11

ตามลำดับ (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2557) จากรายงานดังกล่าว จะเห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยของมาตรฐาน ค 1.2 ของโรงเรียนพระตำหนักมหาราชต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศทุกปี การศึกษา สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติจึงได้ให้ข้อเสนอแนะว่าโรงเรียนควรเร่งพัฒนา มาตรฐาน ค 1.2 และเมื่อผู้วิจัยวิเคราะห์มาตรฐาน ค 1.2 พบว่ามีสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับเรื่องของ เศษส่วนและทศนิยมทั้งในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยในระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 นั้นมีเนื้อหาที่เกี่ยวกับเรื่องการบวก ลบ คูณ การเศษส่วนและทศนิยม และโจทย์ ปัญหาการบวก ลบ คูณ การเศษส่วนและทศนิยม และบทประยุกต์ ซึ่งเนื้อหาดังกล่าวจะเป็นพื้นฐาน ในการเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ต่อไป นอกจากนี้ผลดังกล่าวสอดคล้องกับคะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในปีการศึกษา 2556 เรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหาร เศษส่วน พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 68.20 (โรงเรียนพระตำหนักมหาราช, 2556, หน้า 83) ซึ่ง ต่ำกว่าเกณฑ์ที่โรงเรียนกำหนดไว้ คือ ร้อยละ 70 และต่ำกว่าทุกเนื้อหาที่เรียนในระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5

ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน มี เนื้อหาเกี่ยวกับการบวก การลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน การคูณเศษส่วนกับจำนวนนับหรือ เศษส่วน การหารเศษส่วน และ โจทย์ปัญหาเศษส่วน เนื้อหาเหล่านี้เป็นพื้นฐานที่นำไปใช้ในการ เรียนระดับสูง จากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียน พระตำหนักมหาราช (จงจิต ศิริรักษ์, สัมภาษณ์, 13 ตุลาคม 2557) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจ หลักการ ความคิดรวบยอด การคิดคำนวณ และการแก้ปัญหาลักษณะเป็นผลมาจากนักเรียนแต่ละ คนมีความพร้อมและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ในการคิดคำนวณนักเรียนมีปัญหาใน เรื่องการบวก ลบเศษส่วนที่ไม่เท่ากัน นักเรียนจะบวกหรือลบตัวเลข โดยไม่ทำตัวส่วนให้เท่ากัน ใน เรื่องการคูณเศษส่วน นักเรียนท่องสูตรคูณได้แต่นำไปใช้ไม่ได้ และเรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วน นักเรียนไม่เข้าใจ โจทย์ วิเคราะห์ โจทย์ไม่ได้ นอกจากนี้นักเรียนที่มีความเข้าใจในเนื้อหาจะตั้งใจ ทำงานและคิดแก้ปัญหได้ด้วยตนเอง ส่วนนักเรียนที่ไม่เข้าใจจะทำงานไม่ได้ ก็เกิดความรู้สึก เบื่อหน่าย ท้อ ไม่อยากเรียนคณิตศาสตร์ ด้วยสาเหตุเหล่านี้มีผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และทำ ให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ต่ำ กว่าเกณฑ์มาตรฐาน นอกจากนี้จากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ของโรงเรียนพระตำหนัก มหาราช (จงจิต ศิริรักษ์, สุกรี แสงจิตร, อรวรรณ ขวัญดี, โยษิตา เพชรกุลกิจ, สัมภาษณ์, 13 ตุลาคม 2557) พบว่า ในเวลาสอนนั้นครูนั้จะคำนึงถึงแต่เนื้อหา ทำให้ครูนั้ขาดการใช้คำถาม เพื่อให้ นักเรียนได้ฝึกการคิด วิเคราะห์แก้ปัญห อีกทั้งครูนั้ยังเน้นการสอนแบบบรรยาย ขาดความใส่ใจ ในสิ่งที่นักเรียนต้องการอธิบายกระบวนการคิด การให้เหตุผลที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญห ซึ่งครู

จะเป็นผู้เฉลยคำตอบและบอกวิธีคิดให้นักเรียน และในบางครั้งครูใช้วิธีการยกตัวอย่างบนกระดาน คำแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูใช้สื่อประกอบการสอนน้อยและไม่ทั่วถึง นักเรียนขาดความกระตือรือร้นในการเรียน ขาดการส่งเสริมให้มีการทำงานเป็นกลุ่ม นักเรียนที่อ่อนไม่สนใจในการเรียนการสอน ขาดความรับผิดชอบ และไม่ได้ได้รับความสนใจจากครูและเพื่อน ๆ เป็นต้น และนอกจากนี้นักเรียนยังมีปัญหาในด้านเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา เช่น นักเรียนมักจะมีปัญหาในเรื่องของการอ่านทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา การวิเคราะห์โจทย์ และจากโจทย์ปัญหานักเรียนไม่สามารถนำมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ รวมไปถึงการหาวิธีการในการแก้ปัญหา อีกทั้งทักษะการแก้ปัญหานี้ยังส่งผลต่อทักษะอื่น ๆ ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียน โรงเรียนพระตำหนักมหาราชมีปัญหาในด้านการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2549, หน้า 229 อ้างถึงใน อำไพ ศรีโพธิ์กลาง, 2554, หน้า 37) ที่ว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ประสบความสำเร็จในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากอุปสรรคหลายประการ เช่น นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือบางส่วน มีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ ไม่สามารถคิดคำนวณได้ ขาดความเข้าใจในกระบวนการหรือวิธีการ ขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา เป็นต้น

เมื่อผู้วิจัยวิเคราะห์สาเหตุของปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบที่เกิดจากสาเหตุหลายประการ เช่น นักเรียน ครอบครัวยุติธรรม สื่อการเรียนการสอน และอีกสาเหตุหนึ่งอยู่ที่การจัดการเรียนการสอนของครู เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนของครูส่วนใหญ่เน้นการบรรยาย โดยอธิบายเนื้อหาให้ตัวอย่างแล้วทำแบบฝึกหัด และยังใช้สื่อวัตกรรมการสอนน้อย (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2552, หน้า 141-145) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของอรนุช ลิ้มศิริ (2556, หน้า 174) กล่าวว่า การเรียนการสอนยังมุ่งเน้นการถ่ายทอดเนื้อหาวิชามากกว่าการเรียนรู้จากสภาพที่เป็นจริง ขาดการเน้นให้นักเรียนได้พัฒนาการคิด วิเคราะห์ วิจรณ์ สังเคราะห์ ประเมินค่า การแสดงความคิดเห็น และการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ครูไม่ได้สอนการแก้ปัญหอย่างเป็นขั้นตอน ไม่เน้นการฝึกกระบวนการแก้ปัญหาแต่เน้นที่คำตอบของปัญหา ซึ่งในบางครั้งครูใช้การอธิบายแล้วนักเรียนบางคนไม่เข้าใจแต่เพื่อนนักเรียนด้วยกันสามารถใช้คำอธิบายให้เพื่อนฟังเข้าใจได้ง่ายกว่า อีกทั้งครูไม่ส่งเสริมการทำงานเป็นกลุ่ม โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดการแก้ปัญหเป็นรายบุคคล ทำให้นักเรียนที่ไม่สามารถทำแบบฝึกหัดแก้ปัญหาก็เกิดความเบื่อหน่ายไม่อยากเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูควรฝึกให้นักเรียนการแก้ปัญหอย่างเป็นขั้นตอนและมีการฝึกแก้ปัญหาย่อย ๆ เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจการแก้ปัญหอย่างถ่องแท้ โดยครูอาจมีการใช้กระบวนการกลุ่มมาช่วยในการฝึกและส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียน เนื่องจากนักเรียนมีการใช้ภาษาในการอธิบายให้เพื่อน

เข้าใจได้ง่ายกว่าครูอธิบาย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 184) ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดลงมือปฏิบัติ แก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนมีประสบการณ์ และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรสอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาเข้าไปสู่กระบวนการเรียนการสอนทุกครั้ง

สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีวิธีการ กระบวนการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน หลายรูปแบบ แต่กระบวนการที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1957, pp. 16-17) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นการตรวจคำตอบ โดยขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาจะเป็นรูปแบบการแก้ปัญหาที่มีความต่อเนื่องและเกี่ยวเนื่องกันทุกขั้นตอน ซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะมีการฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และทักษะต่าง ๆ อีกทั้งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการฝึกทักษะและกระบวนการ โดยให้นักเรียนสามารถสรุปกฎและขั้นตอนการแก้ปัญหา สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ โดยอาศัยการเรียนรู้และฝึกฝนไปพร้อม ๆ กัน อีกทั้งมีการตรวจสอบผล/ คำตอบ ซึ่งทำให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างปัญหากับคำตอบที่ได้ และเกิดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง ดังเห็นได้จากผลวิจัยของอรมณ จันทรลัม (2550, หน้า 93) พบว่า การจัดการเรียนรู้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาสามารถช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนสูงขึ้น เนื่องจากรูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน ที่เป็นระบบและชัดเจน คือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญห ขั้นการดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้อยู่นั้น ถ้านักเรียนพบปัญหานักเรียนสามารถตรวจสอบได้ทุกขั้นตอน จึงส่งผลให้ความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีนักเรียนที่มีผลการสอบหลังเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 คิดเป็นร้อยละ 90.20 และสอดคล้องกับผลวิจัยของจิตติมา พิศาภาค (2552, หน้า 45) พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนทุกขั้นตอน และความสามารถในการแก้โจทย์

ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 และรวมไปถึงผลวิจัยของอัจฉราภรณ์ บุญจริง (2554, หน้า 71-72) ที่พบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

นอกจากใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวแล้ว สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 180) ได้ให้แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าครูควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมมือเป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวัง ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหามาบอกเล่าถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกันตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล่าวแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและจดจำ ได้นานมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM, 1991, p. 57) และสิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 81) ที่กล่าวว่าควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกัน ช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหาตนเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นรูปแบบการเรียนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละ 4 คน แบบคละความสามารถ ประกอบด้วยเด็กเรียนเก่ง 1 คน เด็กเรียนปานกลาง 2 คน และเด็กเรียนอ่อน 1 คน โดยสมาชิกในกลุ่มให้กำลังใจและช่วยเหลือกันในการทำงาน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีความรับผิดชอบระหว่างงานของตนเองและงานของกลุ่ม เพราะความสำเร็จของแต่ละคนคือความสำเร็จของกลุ่ม อีกทั้งการเรียนรู้แบบร่วมมือยังช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนรู้ ช่วยฝึกให้นักเรียนรู้จักรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น การใช้กระบวนการกลุ่มและการสื่อสารภายในกลุ่มจนสมาชิกเกิดความเข้าใจตรงกัน และเกิดการเรียนรู้

ร่วมกัน เพื่อพัฒนาความสามารถทางการเรียนรู้ เห็นคุณค่าของความแตกต่างของสมาชิกในกลุ่ม มีความเชื่อมั่นในการ ได้มาซึ่งคำตอบของตนเอง และเกิดเจตคติที่ดีในการเรียน การเรียนแบบร่วมมือ มีรูปแบบในการเรียนหลายเทคนิคด้วยกัน ซึ่งผู้วิจัยสนใจเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student Team Achievement Divisions: STAD) เนื่องจากการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์นี้เป็นเทคนิคที่ให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันร่วมกันทำงานเป็นกลุ่ม โดยคอยช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และมีการสรุปร่วมกัน จึงทำให้ความคิดในเรื่องที่จะต้องแข่งขันหมดไป โดยสลาวิน (Slavin, 1995, pp. 5-6) กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เป็นการเรียนการสอนที่กำหนดให้นักเรียนที่มีผลการเรียนต่างกัน ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยครูจะนำเสนอบทเรียน ส่วนนักเรียนในกลุ่มก็จะทำงานร่วมกันเพื่อให้แน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ร่วมกัน จากนั้นนักเรียนทุกคนจะสอบเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน คะแนนจากการ สอบของนักเรียนแต่ละคนจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยเดิมของนักเรียน (คะแนนฐาน) เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน แล้วจะนำคะแนนพัฒนาการนี้มาคิดรวมให้คะแนนเป็นกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนถึงเกณฑ์ที่ครูกำหนดจะได้รับเกียรติบัตรหรือรางวัลอื่น ๆ ที่ครูกำหนด การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ สามารถนำมาใช้ได้กับทุกวิชา ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ ภาษาศาสตร์ สังคมศาสตร์ หรือวิทยาศาสตร์ ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาไปจนถึงระดับวิทยาลัย แนวคิดที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ คือการกระตุ้นนักเรียนให้ช่วยเหลือสนับสนุนกันและกันให้มีความชำนาญ ด้านนักเรียนอยากให้ทีมตัวเองได้รับรางวัล พวกเขาต้องช่วยกันศึกษาบทเรียน สนับสนุนเพื่อนในกลุ่มให้ทำให้ดีที่สุด เห็นความสำคัญของการเรียน และเกิดความสนุกสนานในการเรียนรู้ นักเรียนจะได้ทำงานร่วมกันหลังจากครูนำเสนอบทเรียน นักเรียนอาจเปรียบเทียบคำตอบกันในกลุ่ม ได้แย้งความคิดเห็นที่ต่างกัน พร้อมกับช่วยเหลือคนที่ไม่เข้าใจ มีการอภิปรายกันถึงวิธีแก้ปัญหา และมีการประเมินกันในกลุ่มว่าเกิดการเรียนรู้มากน้อยแค่ไหน เพื่อให้ทุกคนทำข้อสอบได้ประสบความสำเร็จ แต่นักเรียนก็ไม่สามารถช่วยกันทำข้อสอบได้ นักเรียนทุกคนต้องเข้าใจบทเรียน ความรับผิดชอบของนักเรียนในการอธิบายความรู้ให้เพื่อนเข้าใจจะเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดี ซึ่งกลุ่มจะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อสมาชิกในกลุ่มมีความชำนาญและเข้าใจเนื้อหาบทเรียนที่สอนไป เพราะคะแนนของกลุ่มจะมาจากคะแนนพัฒนาการของสมาชิกในกลุ่มทุกคน นอกจากนี้การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ในชั้นการเรียนกลุ่มย่อยช่วยให้นักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกัน ทั้งชั้นเรียน ซึ่งจะส่งเสริมการพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อน ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจ

อย่างชัดเจนว่าจะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร จะทำให้นักเรียนเพิ่มความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเอง (Johnson and Johnson, 1989, pp. 235-237) จากสิ่งเหล่านี้ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอีกด้วย ดังเห็นได้จากผลวิจัยของปานจิต วัชรระงษ์ (2548, หน้า 102) พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยหลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ และสอดคล้องกับผลวิจัยของ สายหยุด ผุยนวล (2550, หน้า 68) สำเนียง กิจขุนทด (2552, หน้า 94-95) และกมลทิพย์ กุลกิจ (2554, หน้า 112) พบว่า รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น โดยมีจำนวนนักเรียนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

จากแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ และกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนได้มีบทบาทในกิจกรรมการเรียนการสอน และยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม ซึ่งนักเรียนในกลุ่มจะคอยช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการแลกเปลี่ยนความรู้ โดยนักเรียนที่เก่งจะคอยช่วยอธิบายให้นักเรียนในกลุ่มที่ไม่เข้าใจ ได้เข้าใจในแนวคิดและมโนคติได้กระจ่างชัดขึ้น ซึ่งนักเรียนจะเห็นคุณค่าของความแตกต่างระหว่างบุคคล อีกทั้งยอมรับความสามารถของตนเองและของผู้อื่น นอกจากนั้นนักเรียนยังได้ฝึกการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอนด้วยกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยามาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ใให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เพื่อที่จะพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

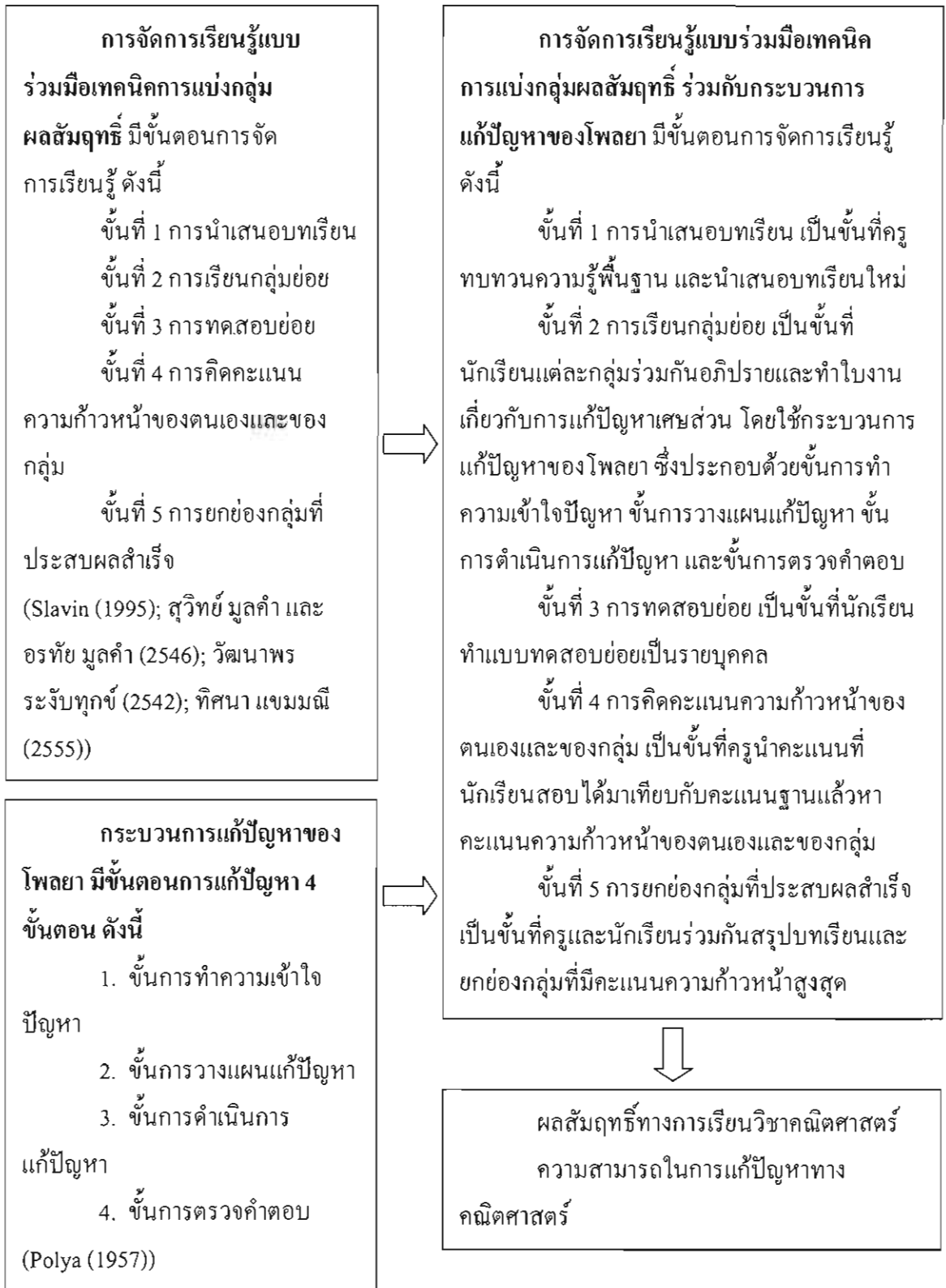
สมมติฐานของการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจจะศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ว่าส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นอย่างไร ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของการวิจัย ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5
2. ได้แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
3. ได้แนวทางในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนพระตำหนักมหาราช จังหวัดชลบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ

1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพระตำหนักมหาราช จังหวัดชลบุรี จำนวน 18 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาเรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ของรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 15101 ตามหลักสูตรของโรงเรียนพระตำหนักมหาราช ซึ่งมีหัวข้อ ดังนี้

- 2.1 การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากันและโจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน จำนวน 3 ชั่วโมง
- 2.2 การคูณเศษส่วนและโจทย์ปัญหาการคูณเศษส่วน จำนวน 3 ชั่วโมง
- 2.3 การหารเศษส่วนและโจทย์ปัญหาการหารเศษส่วน จำนวน 3 ชั่วโมง
- 2.4 การบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วนและโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน จำนวน 3 ชั่วโมง

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ซึ่งใช้เวลาในการทดลอง 14 ชั่วโมง โดยแบ่งเป็นดำเนินการสอน 12 ชั่วโมง และทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง

4. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

4.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

4.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน

4.2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้และทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ซึ่งแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน ประกอบด้วยเด็กเรียนเก่ง 1 คน เด็กเรียนปานกลาง 2-3 คน และเด็กเรียนอ่อน 1 คน โดยสมาชิกในกลุ่มจะคอยช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการแลกเปลี่ยนความรู้ และร่วมกันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาจนประสบผลสำเร็จ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ ทบทวนความรู้พื้นฐาน และนำเสนอปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน เพื่อให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว โดยครูใช้คำถามนำ จากนั้นครูนำเสนอบทเรียนใหม่ โดยใช้คำถามนำหรือการทำใบกิจกรรม

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม และนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย และทำใบงานเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งประกอบด้วยขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นการตรวจคำตอบ ในระหว่างการทำกิจกรรมครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้ จากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลยบนกระดานพร้อมอธิบาย วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม นำคะแนนที่นักเรียนสอบได้ของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน (Base score) ของตนเอง ซึ่งคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียน จากนั้นนำคะแนนก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันทั้งกลุ่ม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยการอภิปราย และยกย่องกลุ่มที่มีคะแนนความก้าวหน้าสูงสุด และมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิด ทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ และประสบการณ์เดิม เพื่อหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนพิจารณาและบอกว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร

ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนพิจารณาและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นการตรวจคำตอบ นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ

คำตอบ

ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในด้านความรู้ความจำ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งเป็นเกณฑ์ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยเกณฑ์ดังกล่าวอยู่ในระดับดีขึ้นไป

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์
 - 2.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 2.2 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 2.3 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับการเรียนคณิตศาสตร์
 - 2.4 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์
 - 2.5 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์
 - 2.6 ข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี
 - 3.4 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 องค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.7 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.8 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.9 การวัดและประเมินผลความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 5.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 5.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- 5.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 5.5 ลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดี
- 6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 6.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

(กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 1-4)

- จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง
 - การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับ การวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัด ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
 - เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนีกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)
 - พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต
 - การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

- ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
- คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
- มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้
- รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้
- ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้
สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษา เรื่อง การบวกร การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งตรงกับสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.5	ค 1.2 ป. 5/ 1 บวก ลบ คูณ หาร และ บวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> - การบวก การลบเศษส่วนที่ตัวส่วนตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของตัวส่วนอีกตัวหนึ่ง - การคูณเศษส่วนกับจำนวนนับ - การคูณเศษส่วนกับเศษส่วน - การหารเศษส่วนด้วยจำนวนนับ - การหารจำนวนนับด้วยเศษส่วน - การหารเศษส่วนด้วยเศษส่วน - การบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน
ป.5	ค 1.2 ป. 5/ 3 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหา ระคนของจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้	<ul style="list-style-type: none"> - โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน - โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณระคนของเศษส่วน

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป. 5	ค 6.1 ป. 5/ 1 ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา ค 6.1 ป. 5/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์

1. ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ได้มีผู้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ดังนี้

สลาวิน (Slavin, 1987, p. 8) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ คือ การเรียนแบบหนึ่งซึ่ง นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ปกติจัดกลุ่มละ 4 คน และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และความสามารถต่ำ 1 คน หน้าที่ของนักเรียนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียนซึ่งกันและกัน

เดวิดสัน (Davidson, 1990, p. 52) กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือในกลุ่มย่อยว่าสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพกับคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเรียนรู้แบบร่วมมือในกลุ่มย่อยยังสามารถนำไปใช้พัฒนาความสามารถของผู้เรียนในหลายเป้าหมาย เช่น การอภิปรายมโนคติ การสืบสวนหรือการค้นพบ การกำหนดปัญหาการพิสูจน์ทฤษฎีบท การหารูปแบบทางคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะ การทบทวน การระดมพลังสมอง การแลกเปลี่ยนข้อมูลและการใช้เทคโนโลยี

อาโจสและจอยเนอร์ (AJose and Joyner, 1990, p. 198) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกระบวนการซึ่งนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ทำงานร่วมกันเพื่อบรรลุเป้าหมายเดียวกัน

อาทซ์และนิวแมน (Artzt and Newman, 1990, p. 448-449) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า เป็นแนวทางที่เกี่ยวกับการที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบผลสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้อง

ระลึกเสมอว่าเขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย สมาชิกทุกคนต้องพูดคุยอธิบายแนวคิดกัน และช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูไม่ใช่เป็นแหล่งความรู้ที่คอยป้อนนักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน ตัวนักเรียนเองจะเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกัน ในกระบวนการเรียนรู้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2546, หน้า 134) กล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่จัดให้ผู้เรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้โดยที่แบ่งกลุ่มผู้เรียนที่มีความสามารถต่างกันออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งเป็นลักษณะการรวมกลุ่มอย่างมีโครงสร้างที่ชัดเจน มีการทำงานร่วมกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน มีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตัวและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนดไว้

ราชบัณฑิตยสถาน (2551, หน้า 92) ได้ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ คือ กระบวนการเรียนรู้ที่ยึดหลักให้ผู้เรียนช่วยกันเรียนรู้ โดยพึ่งพากัน มีปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ใช้ทักษะทางสังคมทำงานร่วมกัน มีการวิเคราะห์การทำงานกลุ่มและมีการตรวจสอบผลการเรียนรู้เป็นรายบุคคล

ทศนา เขมมณี (2555, หน้า 265) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีหลายรูปแบบ ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมีวิธีการดำเนินการหลัก ๆ ซึ่งได้แก่ การจัดกลุ่ม การศึกษาเนื้อหาสาระ การทดสอบ การคิดคะแนน และระบบการให้รางวัล แต่ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบใด ต่างก็มีวัตถุประสงค์เดียวกันคือ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่ศึกษาอย่างมากที่สุด โดยอาศัยการร่วมมือช่วยเหลือกัน และแลกเปลี่ยนความรู้กันระหว่างกลุ่มผู้เรียนด้วยกัน ความแตกต่างของแต่ละรูปแบบจะอยู่ที่เทคนิคในการศึกษาเนื้อหา วิธีการเสริมแรง และการให้รางวัลเป็นสำคัญ

จากความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นรูปแบบการเรียนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละ 4 คน แบบอิสระความสามารถ ประกอบด้วยเด็กเรียนเก่ง 1 คน เด็กเรียนปานกลาง 2 คน และเด็กเรียนอ่อน 1 คน โดยสมาชิกในกลุ่มให้กำลังใจและช่วยเหลือกันในการทำงาน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีความรับผิดชอบระหว่างงานของตนเองและงานของกลุ่ม เพราะความสำเร็จของแต่ละคนคือความสำเร็จของกลุ่ม

2. องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

มีนักการศึกษาทั้งต่างประเทศและในประเทศกล่าวถึงองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

Johnson and Johnson (1994, pp. 31-37) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การพึ่งพาและเกื้อกูลกัน (Positive interdependent) กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องมีความตระหนักว่า สมาชิกกลุ่มทุกคนมีความสำคัญ และความสำคัญของกลุ่มขึ้นกับสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ในขณะที่เดียวกันสมาชิกแต่ละคนจะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อกลุ่มประสบความสำเร็จ ความสำเร็จของบุคคลและของกลุ่มขึ้นอยู่กับกันและกัน ดังนั้นแต่ละคนต้องรับผิดชอบในบทบาทหน้าที่ของตนและในขณะที่เดียวกันก็ช่วยเหลือสมาชิกคนอื่น ๆ ด้วย เพื่อประโยชน์ร่วมกัน การจัดกลุ่มเพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการพึ่งพาช่วยเหลือเกื้อกูลกันนี้ทำได้หลายทาง เช่น การให้ผู้เรียนมีเป้าหมายเดียวกัน หรือให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมายในการทำงาน/ การเรียนรู้ร่วมกัน (Positive goal interdependence) การให้รางวัลตามผลงานของกลุ่ม (Positive reward interdependence) การให้งานหรือวัสดุอุปกรณ์ที่ทุกคนต้องทำหรือใช้ร่วมกัน (Positive resource interdependence) การมอบหมายบทบาทหน้าที่ในการทำงานร่วมกันให้แก่แต่ละคน (Positive role interdependence)

2. การปรึกษาหารือกันอย่างใกล้ชิด (Face to face promotive Interaction) การที่สมาชิกในกลุ่มมีการพึ่งพาช่วยเหลือเกื้อกูลกัน เป็นปัจจัยที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันและกัน ในทางที่จะช่วยให้กลุ่มบรรลุเป้าหมาย สมาชิกกลุ่มจะห่วงใย ใ้วางใจ ส่งเสริม และช่วยเหลือกัน และกันในการทำงานต่าง ๆ ร่วมกัน ส่งผลให้เกิดสัมพันธภาพที่ดีต่อกัน

3. ความรับผิดชอบที่ตรวจสอบได้ของสมาชิกแต่ละคน (Individual accountability) สมาชิกในกลุ่มการเรียนรู้ทุกคนจะต้องมีหน้าที่รับผิดชอบ และพยายามทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างเต็มความสามารถ ไม่มีใครที่จะได้รับประโยชน์โดยไม่ทำหน้าที่ของตน ดังนั้นกลุ่มจึงจำเป็นต้องมีระบบการตรวจสอบผลงาน ทั้งที่เป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่ม วิธีการที่สามารถส่งเสริมให้ทุกคนได้ทำหน้าที่ของตนอย่างเต็มที่หลายวิธี เช่น การจัดกลุ่มให้เล็ก เพื่อจะได้มีการเอาใจใส่กันและกันได้อย่างทั่วถึง การทดสอบเป็นรายบุคคล การสุ่มเรียกชื่อให้รายงาน ครูสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนในกลุ่ม การจัดให้กลุ่มมีผู้สังเกตการณ์ การให้ผู้เรียนสอนกันและกัน เป็นต้น

4. การใช้ทักษะการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย (Interpersonal and small group skills) การเรียนรู้แบบร่วมมือจะประสบความสำเร็จได้ ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญ ๆ หลายประการ เช่น ทักษะทางสังคม ทักษะการปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น ทักษะการทำงานกลุ่ม ทักษะการสื่อสาร และทักษะการแก้ปัญหาขัดแย้ง รวมทั้งการเคารพ ขอมรับ และใ้วางใจกันและกัน ซึ่งครูควรสอนและฝึกให้แก่ผู้เรียนเพื่อช่วยให้ดำเนินงานไปได้

5. การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่ม (Group processing) กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องมีการวิเคราะห์กระบวนการทำงานของกลุ่ม เพื่อช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้และปรับปรุง

การทำงานให้ดีขึ้น การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่มครอบคลุมการวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการทำงานของกลุ่ม พฤติกรรมของสมาชิกกลุ่มและผลงานของกลุ่ม การวิเคราะห์การเรียนรู้นี้อาจทำโดยครู หรือผู้เรียน หรือทั้งสองฝ่าย การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่มนี้เป็นยุทธวิธีหนึ่งที่ส่งเสริมให้กลุ่ม ตั้งใจทำงาน เพราะรู้ว่าจะได้รับข้อมูลป้อนกลับ และช่วยฝึกทักษะการรู้คิด (Metacognition) คือ สามารถที่จะประเมินการคิดและพฤติกรรมของคนที่ได้ทำไป

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2546, หน้า 134-135) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. การมีความสัมพันธ์กันในทางบวก หมายถึง การที่สมาชิกในกลุ่มมีการทำงานอย่างมีเป้าหมายร่วมกัน มีการแข่งขัน มีการใช้วัสดุอุปกรณ์และข้อมูลต่าง ๆ ร่วมกัน มีบทบาทหน้าที่และประสบความสำเร็จร่วมกัน โดยได้รับผลประโยชน์หรือรางวัลโดยเท่าเทียมกัน
2. การปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดระหว่างการทำงานกลุ่ม เป็นการเปิดโอกาสให้สมาชิกในกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อธิบายความรู้ให้แก่เพื่อนสมาชิกในกลุ่มฟัง และมีการให้ข้อมูลย้อนกลับซึ่งกันและกัน
3. การตรวจสอบความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน เป็นกิจกรรมที่ตรวจเช็ค หรือทดสอบให้มั่นใจว่าสมาชิกมีความรับผิดชอบต่องานกลุ่มหรือไม่เพียงใด โดยสามารถที่จะทดสอบเป็นรายบุคคล เช่น การสังเกตการณ์ทำงาน การสุ่มถามปากเปล่า เป็นต้น
4. การใช้ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย เพื่อให้งานกลุ่มประสบความสำเร็จ ผู้เรียนควรจะได้รับ การฝึกฝนทักษะระหว่างบุคคลและทักษะกระบวนการกลุ่ม เช่น ทักษะการสื่อสาร ทักษะการเป็นผู้นำ ทักษะการตัดสินใจ การแก้ปัญหา และทักษะกระบวนการกลุ่ม เป็นต้น
5. กระบวนการกลุ่ม เป็นกระบวนการทำงานที่มีขั้นตอน ซึ่งสมาชิกแต่ละคนจะต้องทำความเข้าใจในเป้าหมายการทำงาน มีการวางแผน ดำเนินงานตามแผน ประเมินผลงานและปรับปรุงงานร่วมกัน

วัชราน เล่าเรียนดี (2550, หน้า 104) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะต้องคำนึงถึงและดำเนินการตามลักษณะและองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

1. การพึ่งพาอาศัยกันและกันทางบวก (Positive interdependent)
 - 1.1 ครูต้องอธิบายวิธีการเรียนรู้และงานที่ให้นักเรียนปฏิบัติอย่างชัดเจน
 - 1.2 ครูต้องแจ้งวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายของกลุ่ม
 - 1.3 ครูต้องพยายามทำให้นักเรียนเข้าใจและยอมรับว่าความพยายามของตนให้ผลดีต่อตนเองและต่อสมาชิกของกลุ่มทุกคน การยอมรับและพึ่งพาอาศัยทางบวกจะช่วยสร้าง

ความผูกพันในภาระหน้าที่ต่อความสำเร็จของกลุ่มเช่นเดียวกับความสำเร็จของตนเอง ซึ่งเป็นหัวใจของการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน

2. การมีความรับผิดชอบต่อตนเองและกลุ่ม (Individual and group accountability)

2.1 สมาชิกกลุ่มต้องมีความรับผิดชอบต่อผลสำเร็จของกลุ่มมีการร่วมมือร่วมใจกันปฏิบัติงาน โดยไม่เอาเปรียบซึ่งกันและกัน

2.2 สมาชิกกลุ่มต้องเข้าใจตรงกันเกี่ยวกับเป้าหมายของการทำงานกลุ่ม ต้องสามารถวัดได้รวมถึงความก้าวหน้าและความพยายามในการปฏิบัติงาน เพื่อให้ทราบว่าสมาชิกคนใดต้องการความช่วยเหลือ การสนับสนุน การกระตุ้นเสริมแรงเป็นพิเศษ เพื่อให้สามารถปฏิบัติงานได้ประสบความสำเร็จ โดยที่ทุกคนต้องเข้มแข็งและพัฒนาขึ้น

3. การมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีและการสร้างสรรค์ต่อกันระหว่างบุคคลและระหว่างสมาชิกทุกคนในกลุ่ม เนื่องจากนักเรียนต้องปฏิบัติงานร่วมกันอย่างจริงจัง ทุกคนต้องสนับสนุนช่วยเหลือกัน เพื่อให้ประสบความสำเร็จในเป้าหมายเดียวกัน โดยแบ่งปันสื่อวัสดุอุปกรณ์กัน ช่วยเหลือสนับสนุน กระตุ้นชมเชยในความพยายามของกันและกัน การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นระบบการให้การสนับสนุน ทั้งด้านวิชาการและด้านบุคคล จะเห็นได้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน การช่วยเหลือ การสนับสนุนพึ่งพาอาศัยกันจะปรากฏก็ต่อเมื่อนักเรียนช่วยเหลือกัน การยอมรับวิธีการแก้ปัญหา วิธีปฏิบัติร่วมอภิปราย การระดมความรู้ที่ได้เรียนมา มีการสอนหรืออภิปรายเพื่อเสริมความรู้และความเข้าใจให้แก่เพื่อน หรือเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม เป็นต้น

4. การสอนทักษะทางสังคม ทักษะในการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัยกัน และทักษะการปฏิบัติงานกลุ่มเป็นสิ่งจำเป็น การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกิจกรรมที่ซับซ้อนละเอียดมากกว่าการเรียนรู้แบบแข่งขัน หรือเรียนด้วยตนเอง เพราะนักเรียนจะต้องเรียนทั้งสาระความรู้ด้านวิชาการ (Task work) เช่นเดียวกับทักษะทางด้านสังคม การปฏิบัติงานร่วมกันภายในกลุ่ม (Team work) ดังนั้นสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มจะต้องรู้ เข้าใจ และมีความสามารถในการใช้ภาวะผู้นำอย่างมีประสิทธิภาพ การตัดสินใจ การสร้างความเชื่อถือ การสื่อความหมาย การจัดการแก้ไขข้อขัดแย้งในกลุ่มและการจูงใจให้ปฏิบัติได้ถูกต้องเช่นเดียวกับการให้ความรู้และทักษะทางวิชาการต่าง ๆ เพราะการร่วมมือกับความขัดแย้งมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

5. กระบวนการกลุ่ม (Group processing) การปฏิบัติงานกลุ่ม หรือกระบวนการกลุ่มเป็นองค์ประกอบที่สำคัญองค์ประกอบหนึ่งของการเรียนรู้แบบร่วมมือ กระบวนการจะปรากฏเมื่อสมาชิกกลุ่มร่วมกันอภิปรายจรรยาบรรณผลสำเร็จตามเป้าหมายกลุ่ม โดยที่สมาชิกกลุ่มทุกคนมีความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ดังนั้นกลุ่มจะต้องอภิปรายให้สมาชิกทุกคนได้เข้าใจการปฏิบัติงานอย่างไรที่ช่วยและไม่ช่วยให้งานกลุ่มประสบผลสำเร็จตามเป้าหมายและช่วยตัดสินใจว่าพฤติกรรมใดใน

กลุ่มที่ควรปฏิบัติต่อไป พฤติกรรมใดควรเปลี่ยนแปลง กระบวนการเรียนรู้จะเกิดอย่างต่อเนื่องเป็นผลจากการวิเคราะห์อย่างละเอียดว่า สมาชิกปฏิบัติงานร่วมกันอย่างไรและประสิทธิภาพกลุ่มจะพัฒนายิ่งขึ้นอย่างไร

จากองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน อธิบายความรู้ให้แก่เพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ฟัง ทำให้ผู้เรียนไม่สนใจแต่เฉพาะงานของตนเองแต่เพียงอย่างเดียว แต่จะต้องรับผิดชอบงานของกลุ่มด้วย นอกจากนี้ยังได้ฝึกทักษะระหว่างบุคคลและทักษะกระบวนการกลุ่มอีกด้วย

3. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับการเรียนคณิตศาสตร์

Johnson and Johnson (1989, pp. 235-237) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดทางคณิตศาสตร์ เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการ และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่ว และมีความหมายด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนคติและทักษะคณิตศาสตร์สามารถเรียนรู้ได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างแข็งขัน การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้ที่ยอมรับความรู้ การเรียนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่านักเรียนเป็นผู้คอยดูดซับข้อมูลความรู้จากการฝึกซ้ำและจากการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแข็งขันเป็นการท้าทายสมองสำหรับนักเรียนทุกคน และความอยากรู้อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่า จะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา ให้เหตุผลและวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อนจะทำให้เกิดการหยั่งรู้ (Insight) มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูง และเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่มมีโอกาสนในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ แต่ในโครงสร้างของการแข่งขันและการเรียนรายบุคคลนักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยนการวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลก็จะเป็นไปแบบไม่เต็มใจ หรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขันและการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวความคิดใหม่ การถ่ายโยงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือถ่ายโยงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานร่วมมือกันนักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้ โนมติ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคนและเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self-esteem) เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6. การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียน หากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียน ไม่เหมาะสมกับตัวเอง การช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้น ในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนับสนุนการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่า และได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดการเรียนรู้ โนมติและการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบาย และวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่ เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกัน การช่วยเหลือกัน และการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มร่วมมือ มีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่ม ต่อเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง (Self-confidence)

Davidson (1990, pp. 4-5) ผู้อำนวยการ โครงการเรียนประถมศึกษา ซึ่งตั้งอยู่ที่ศูนย์วิจัยโรงเรียนประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยจอร์เจียสเตต ได้กล่าวถึงความเหมาะสมของการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ชักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกของกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวความคิดและมโนคติของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้น ตลอดจนได้แสดงความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา

2. การเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อย เปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนภายในกลุ่มจะไม่มีการแข่งขันในการแก้ปัญหา ซึ่งปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มนั้นจะช่วยให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้ โนคติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้

3. คณิตศาสตร์แตกต่างไปจากวิชาอื่นในแง่ที่ครูสามารถประมาณเวลาได้ว่าการแก้ปัญหาแต่ละข้อควรใช้เวลานานเท่าไร และเป็นการเหมาะสมอย่างยิ่งในการอภิปรายกลุ่ม

เพื่อหาคำตอบที่พิสูจน์ได้จริง โดยที่นักเรียนสามารถโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้โดยใช้เหตุผลประกอบ

4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละปัญหาสามารถแก้ได้หลายวิธีและนักเรียนก็สามารถอภิปรายถึงข้อดีและข้อเสียของการหาคำตอบนั้นได้

5. นักเรียนสามารถช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มด้านพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดคำนวณที่จำเป็น โดยใช้สื่อหรือสถานการณ์ที่สนุกสนานและตื่นเต้น เช่น เกมปริศนา หรือการอภิปรายปัญหา

6. ในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความคิดที่ท้าทายและตื่นเต้น จะทำให้มีการอภิปรายถึงข้อดีข้อเสียที่นักเรียนที่เรียน โดยการพูดคุย การฟัง การอธิบาย และการคิดร่วมกับผู้อื่นก็สามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

7. คณิตศาสตร์เปิดโอกาสอย่างมากในการสร้างความคิด ค้นคว้าในสถานการณ์ต่าง ๆ มีการคาดคะเนและการตรวจสอบด้วยข้อมูล การตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้สนใจอยากรู้อยากเห็น และมีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกัน จะทำให้เกิดความก้าวหน้าทีละน้อยและเป็นประสบการณ์ที่มีค่า

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือจะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโจทย์ปัญหาต่าง ๆ มากมาย ซึ่งต้องใช้ทั้งการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา ถ้าหากนักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนแล้วนั้น นักเรียนจะเกิดความท้าทาย ความอยากรู้อยากเห็น โดยผ่านการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ชักถามปัญหากันกับเพื่อน ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นจึงต้องอาศัยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมาช่วยในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

4. ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือพบว่า มีหลากหลายเทคนิค เช่น เทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student teams achievement divisions: STAD) เทคนิคการแข่งขันระหว่างกลุ่มด้วยเกม (Team-games-tournaments: TGT) เทคนิคจิ๊กซอ II (Jigsaw II) เทคนิครายบุคคล (Team accelerated instruction: TAI) เทคนิคโปรแกรมการร่วมมือในการอ่านและการเขียน (Cooperative integrated reading and composition: CIRC) เทคนิคการตรวจสอบเป็นกลุ่ม (Group investigation: GI) เทคนิคการเรียนรู้ด้วยกัน (Learning together: LT) เทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (Numbered heads together: NHT) เทคนิคกลุ่มร่วมมือ (Co-op co-op) เป็นต้น ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เนื่องจากการเรียนรู้

แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์นี้เป็นเทคนิคที่ให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน ร่วมกันทำงานเป็นกลุ่ม โดยคอยช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด มีการยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และมีการสรุปร่วมกัน จึงทำให้ความคิดในเรื่องที่จะต้อง แข่งขันหมดไป โดยมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค การแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ไว้ดังนี้

Slavin (1995, p. 5) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ เป็นการเรียนการสอนที่กำหนดให้นักเรียนที่มีความต่างกัน ในผลการเรียน เพศ และ เชื้อชาติ ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยครูจะนำเสนอบทเรียน ส่วนนักเรียนในกลุ่มก็จะ ทำงานร่วมกันเพื่อให้แน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ จากนั้นนักเรียนทุกคนจะสอบ เป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือกัน คะแนนจากการสอบของนักเรียนแต่ละคนจะถูกลบมา เปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยเดิมของนักเรียน (คะแนนฐาน) เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละ คน แล้วจะนำคะแนนพัฒนาการนี้มาคิดรวมให้คะแนนเป็นกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนถึงเกณฑ์จะ ได้รับเกียรติบัตรหรือรางวัลอื่น ๆ ที่ครูกำหนด

ธีระพงษ์ ฤทธิ์ทอง (2545, หน้า 170) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD ว่าเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมืออีกรูปแบบหนึ่งที่สลาวิน (Slavin) แห่งมหาวิทยาลัย John Hopkins เป็นผู้พัฒนาขึ้น เป็นเทคนิคการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับการสอนเนื้อหาความรู้ ความเข้าใจ อาจใช้หนังสือ หรือใบความรู้เป็นสื่อการเรียนรู้ของนักเรียน

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2545, หน้า 38) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD ว่าเป็นเทคนิคแบ่งปันความสำเร็จมีการพัฒนามาจากเทคนิคการจัดทีมแข่งขัน (TGT) แต่จะเป็น การร่วมมือกันระหว่างสมาชิกในกลุ่ม โดยทุกคนจะต้องพัฒนาความรู้ของตนเองในเรื่องที่ผู้สอน กำหนด ซึ่งจะมีการช่วยเหลือแนะนำความรู้ให้แก่กัน มีการทดสอบความรู้เป็นรายบุคคลแทน การแข่งขัน และรวมคะแนนเป็นกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนมากที่สุดจะเป็นฝ่ายชนะ นักศึกษาที่คิด เทคนิค STAD คือ Slavin

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2546, หน้า 170) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้ เทคนิค STAD ไว้ว่าเป็นการเรียนรู้แบบร่วมมืออีกรูปแบบหนึ่งคล้ายกันกับเทคนิค TGT ที่แบ่ง ผู้เรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม เพื่อทำงานร่วมกันกลุ่มละประมาณ 4-5 คน โดย กำหนดให้สมาชิกของกลุ่มได้เรียนรู้ในเนื้อหาสาระที่ผู้สอนจัดเตรียมไว้แล้วทำการทดลองความรู้ คะแนนที่ได้จากการทดสอบของสมาชิกแต่ละคนนำเอามารวมเป็นคะแนนของทีม ผู้สอนจะต้องใช้ เทคนิคการเสริมแรง เช่น ให้รางวัล คำชมเชย เป็นต้น ดังนั้น สมาชิกกลุ่มจะต้องมีการกำหนด เป้าหมายร่วมกัน เพื่อความสำเร็จของกลุ่ม

ระวีวรรณ ศรีศรีรามครัน (2553, หน้า 156) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD ไว้ว่า เป็นรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการพัฒนาโดย John Hopkins Team Learning Project ซึ่งเน้นให้ผู้เรียนที่มีความสามารถต่าง ๆ กันในกลุ่ม มีกิจกรรมร่วมกัน รับผิดชอบงานของกลุ่มร่วมกัน รวมทั้งร่วมกันหรือช่วยเหลือกันส่งเสริมการเรียนรู้ของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม

จากความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือรูปแบบหนึ่ง ที่มีการจัดการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยที่สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน โดยครูจะนำเสนอบทเรียน จากนั้นนักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มช่วยเหลือซึ่งกันและกันจนกว่าจะแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาเป็นอย่างดีแล้ว หลังจากนั้นผู้เรียนได้รับการทดสอบเป็นรายบุคคลโดยไม่มี การช่วยเหลือกัน แล้วนำคะแนนที่ได้ไปหาคะแนนพัฒนาการของแต่ละคน และนำคะแนนของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มไหนที่ได้คะแนนรวมเกินเกณฑ์ที่ตั้งไว้จะได้รางวัล ซึ่งถือว่าเป็นความสำเร็จของกลุ่ม

5. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์

มีนักการศึกษาได้นำเสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ไว้ดังนี้

Slavin (1995, pp. 71-84) กล่าวถึง รูปแบบที่สามารถนำมาใช้ในการเรียนการสอน สำหรับผู้ที่ต้องการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้โดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. การนำเสนอบทเรียนต่อนักเรียนทั้งชั้น (Class presentation) ครูจะทำการสอนเนื้อหาของบทเรียนพร้อมกันทั้งชั้นเรียน ซึ่งครูอาจใช้เทคนิควิธีการสอนเสนอรูปแบบใดขึ้นอยู่กับลักษณะเนื้อหาของบทเรียนและการตัดสินใจของครูเป็นสำคัญที่จะเลือกวิธีการที่เหมาะสม และการนำเสนอบทเรียนของครูต้องใช้สื่อประกอบอย่างพอเพียง

2. การเรียนกลุ่มย่อย (Team study) กลุ่มประกอบด้วยนักเรียน 4-5 คน ซึ่งมีความแตกต่างทั้งในแง่ของผลลัพธ์ทางการเรียนและเพศ หน้าที่ที่สำคัญของกลุ่ม คือ การเตรียมสมาชิกของกลุ่มให้สามารถทำแบบทดสอบได้ดี หลังจากการเสนอเนื้อหาของครูต่อนักเรียนทั้งชั้นแล้ว นักเรียนจะแยกทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อศึกษาตามบัตรกิจกรรมกลุ่มที่ครูกำหนดให้โดยส่วนมากแล้วกิจกรรมจะอยู่ในรูปการอภิปรายการแก้ปัญหาาร่วมกัน การเปรียบเทียบคำตอบและการแก้ความเข้าใจผิดของเพื่อนร่วมทีมเป็นลักษณะที่สำคัญที่สุด สมาชิกในกลุ่มจะต้องทำให้ดีที่สุดเพื่อกลุ่มของตน กลุ่มจะต้องทำให้ดีที่สุดเพื่อช่วยสมาชิกแต่ละคนของกลุ่ม กลุ่มจะต้องติวและเสนอ

เพื่อนร่วมกลุ่มให้เข้าใจเนื้อหาที่จะเรียน การทำงานกลุ่มลักษณะนี้จะเน้นความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่ม การนับถือตนเอง (Self esteem) และการยอมรับเพื่อนนักเรียนที่เรียนด้วยกัน สิ่งนี้นักเรียนควรคำนึงถึงในการทำงานของกลุ่มย่อย มีดังนี้

- 2.1 นักเรียนต้องช่วยเหลือเพื่อนในทีมให้ได้เรียนรู้เนื้อหาที่เรียนอย่างถูกต้องแท้
- 2.2 ไม่มีใครจะเรียนหรือศึกษาเนื้อหาจบเพียงคนเดียว โดยที่เพื่อนในกลุ่มยังไม่เข้าใจ

เนื้อหา

- 2.3 ถ้ายังไม่เข้าใจให้ปรึกษาเพื่อนในกลุ่มก่อนจึงปรึกษาครู
- 2.4 เพื่อนร่วมทีมต้องปรึกษากันเบา ๆ ไม่ให้รบกวนกลุ่มอื่น

ในการจัดการเรียนการสอนกลุ่มย่อย ครูควรสนับสนุนในสิ่งต่อไปนี้

- 2.4.1 ให้โอกาสแก่ผู้เรียนในการตั้งชื่อทีม
- 2.4.2 นักเรียนสามารถเคลื่อนย้ายโต๊ะเก้าอี้ภายในกลุ่ม หรือย้ายที่ทำงานของกลุ่ม

ได้ภายในชั้นเรียน

2.4.3 แนะนำให้ผู้เรียนร่วมมือกันทำงานเป็นคู่หรือ 3 คนก็ได้ โดยให้มีการตรวจผลงานของกันและกัน เมื่อมีการผิดพลาดเพื่อนในทีมต้องช่วยอธิบายให้เข้าใจ

2.4.4 ไม่ควรจบการศึกษาเนื้อหาง่าย ๆ จนกว่าจะแน่ใจว่าเพื่อนในทีมคุณพร้อมที่จะทำข้อสอบได้ 100%

2.4.5 ให้มีการอธิบายคำตอบซึ่งกันและกัน แล้วจึงนำไปตรวจกับบัตรเฉลย

คำตอบ

2.4.6 เมื่อมีปัญหาให้ปรึกษาเพื่อนร่วมทีมก่อนจึงปรึกษาครู

2.4.7 ระหว่างที่ผู้เรียนทำกิจกรรมครูควรเดินไปรอบ ๆ ห้อง เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีโอกาสปรึกษาหารือได้สะดวกและเป็นการเสริมกำลังใจ

3. การทดสอบย่อย (Test) หลังจากเรียนไปได้ประมาณ 2-3 ครั้ง ครั้งละ 30-60 นาที นักเรียนจะต้องได้รับการทดสอบ ในระหว่างทำการทดสอบนักเรียนในกลุ่มไม่อนุญาตให้ช่วยเหลือกัน ทุกคนทำข้อสอบตามความสามารถของตนเอง

4. คะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน (Individual improvement scores) ความคิดที่อยู่เบื้องหลังของคะแนนในการพัฒนาของตนของบทเรียน คือ การให้นักเรียนแต่ละคนมีเป้าหมายกับผลการเรียนของตนเอง ที่จะต้องทำให้ได้ตามเป้าหมายนั้นซึ่งนักเรียนจะทำได้หรือไม่ขึ้นอยู่กับการทำงานหนักเพิ่มมากขึ้นกว่าที่ทำมาแล้วในบทเรียนก่อน นักเรียนทุกคนมีโอกาสได้คะแนนสูงสุดเพื่อช่วยกลุ่ม ซึ่งจะทำให้ไม่ได้เลยถ้าคะแนนในการสอบต่ำกว่าคะแนนที่ได้ครั้งก่อนนักเรียนแต่ละคนจะมีคะแนนเป็น “ฐาน” ซึ่งได้จากการเฉลี่ยคะแนนในการสอบต่ำกว่าคะแนนของการสอบ

ครั้งก่อนหรือคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบที่คล้ายคลึงกัน คะแนนของนักเรียนสำหรับกลุ่มขึ้นอยู่กับว่าคะแนนของเขาห่างจากคะแนน “ฐาน” มากน้อยเพียงใด

5. กลุ่มได้รับการยกย่อง (Team recognition) กลุ่มจะได้รับรางวัลเมื่อคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มเกินเกณฑ์ที่ตั้งไว้ การเตรียมการในการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ ครูจะต้องเตรียม

5.1 วัสดุการสอน ครูจะต้องเตรียมวัสดุการสอนที่ใช้ในการทำงานกลุ่ม ประกอบด้วย บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม และบัตรเฉลย รวมทั้งข้อสอบสำหรับทดสอบนักเรียนแต่ละคนหลังจากเรียนบทเรียนในแต่ละเนื้อหาแล้ว

5.2 การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มแต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยนักเรียน 4 คน ซึ่งมีความสามารถทางวิชาการแตกต่างกัน กล่าวคือ ประกอบด้วยนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน ถ้าเป็นไปได้ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างเพศด้วย เช่น ประกอบด้วย ชาย 2 คน และหญิง 2 คน วิธีการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มอาจทำได้ดังนี้

5.2.1 จัดลำดับนักเรียนในชั้นจากเก่งที่สุดไปหาอ่อนที่สุด โดยยึดตามผลการเรียนที่ผ่านมา ส่วนครูอาจจะลำบากใจในการจัดลำดับ แต่พยายามให้ดีที่สุดเท่าที่จะทำได้

5.2.2 หากจำนวนกลุ่มทั้งหมดว่ามีกี่กลุ่ม แต่ละกลุ่มควรประกอบด้วยสมาชิกประมาณ 4 คน ฉะนั้นจำนวนทั้งหมดจะมีกี่กลุ่มหาได้จากการหารจำนวนนักเรียนทั้งหมดด้วย 4 ผลหารก็คือจำนวนกลุ่มทั้งหมด ถ้าหารไม่ลงตัวเราอนุโลมให้บางกลุ่มมีสมาชิก 5 คน ตัวอย่างเช่น ถ้ามีนักเรียนในห้องทั้งหมด 32 คน ถ้าแบ่งกลุ่มละ 4 คน จะได้ทั้งหมด 8 กลุ่มพอดี

5.2.3 กำหนดนักเรียนเข้ากลุ่มเพื่อให้ได้กลุ่มที่สมดุลกันในประเด็นต่อไปนี้คือ

1) แต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนจากเก่ง ปานกลาง อ่อน

2) ระดับผลการเรียนโดยเฉลี่ยของทุกกลุ่มจะต้องใกล้เคียงกัน ซึ่งอาจทำได้ ดังนี้ ให้ชื่อกลุ่มทั้ง 6 (กรณีนักเรียน 24 คน) ด้วยอักษร A-F จากนั้นจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยเริ่มจากคนที่เรียนเก่งที่สุดให้อยู่กลุ่ม A ไปมาเรื่อย ๆ จนถึง F คนที่ 7 จะอยู่ในกลุ่ม F จากนั้นเริ่มใหม่ไล่ย้อนกลับ คือ ให้คนที่ 8 อยู่ในกลุ่ม F ไปเรื่อย ๆ จนถึงคนที่ 9 จะอยู่ในกลุ่ม E ทำซ้ำแบบเดิม จนถึงนักเรียนที่เรียนจุดอ่อนที่สุดจะได้นักเรียนเข้ากลุ่มละความสามารถ คือ เก่ง:ปานกลาง:อ่อน ตามอัตราส่วน 1:2:1 ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การกำหนดคนนักเรียนเข้ากลุ่ม

ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
นักเรียนเก่ง	1	A	นักเรียนปานกลาง	13	A
	2	B		14	B
	3	C		15	C
	4	D		16	D
	5	E		17	E
	6	F		18	F
นักเรียนปานกลาง	7	F	นักเรียนอ่อน	19	F
	8	E		20	E
	9	D		21	D
	10	C		22	C
	11	B		23	B
	12	A		24	A

5.2.4 การหาคะแนนฐานของนักเรียน คะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคนได้มาจากคะแนนผลการเรียนจากภาคเรียนที่ผ่านมาหรือปีการศึกษาที่ผ่านมาก็ได้ต้องทำการเฉลี่ยคะแนนของทั้งปี ดังนี้

ซาร่า (Sara) สอบวิชาคณิตศาสตร์เมื่อปีที่ผ่านมา 3 ภาคเรียน ได้คะแนนดังนี้

คะแนนภาคเรียนที่ 1 90

คะแนนภาคเรียนที่ 2 84

คะแนนภาคเรียนที่ 3 87

คะแนนเฉลี่ย คือ $261 \div 3 = 87$

คะแนนฐานของซาร่า (Sara) = 87 คะแนน

คะแนนฐานจะเปลี่ยนไปทุกครั้งเมื่อทำการทดสอบประจำเนื้อหา โดยจะนำคะแนนที่สอบจากการทดสอบประจำเนื้อหากับคะแนนฐานของแต่ละคนมาคิดคะแนนความก้าวหน้า ซึ่งมีเกณฑ์ในการให้คะแนน ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การคิดคะแนนความก้าวหน้า

คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนความก้าวหน้า
คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐาน 1-10 คะแนน	10
คะแนนสูงกว่าคะแนนฐาน 0-10 คะแนน	20
คะแนนสูงกว่าคะแนนฐานมากกว่า 10 คะแนน	30

ให้คะแนนความก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนแล้วนำคะแนนนั้นมารวมกันทั้งกลุ่ม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่มที่จะได้รับการยกย่องหรือได้รับรางวัลจะต้องมีการพิจารณาตามเกณฑ์ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์กำหนดกลุ่มที่ได้รับการยกย่อง

คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม	อยู่ในระดับ
15	เก่ง
20	เก่งมาก
25	ยอดเยี่ยม

หมายเหตุ: การเรียนแบบร่วมมือกันเรียนรู้จะมีการเปลี่ยนแปลงกลุ่มหรือจัดกลุ่มใหม่เมื่อทำการสอนไปได้ประมาณ 5-6 สัปดาห์ ซึ่งเป็นการให้นักเรียนได้ร่วมมือในการแก้ปัญหาต่าง ๆ กับเพื่อนในชั้นได้ครบทั้งชั้นและในการคิดคะแนนความก้าวหน้าของสมาชิกในกลุ่มสามารถทำได้ ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 การคิดคะแนนความก้าวหน้า

ชื่อกลุ่ม	การทดลองทดสอบประจำเนื้อหาครั้งที่ 1			การทดลองทดสอบประจำเนื้อหาครั้งที่ 2		
	เรื่อง.....			เรื่อง.....		
กลุ่ม	คะแนนฐาน	คะแนนจาก การทดสอบ	คะแนน ความก้าวหน้า	คะแนนฐาน	คะแนนจาก การทดสอบ	คะแนน ความก้าวหน้า
Fantastic four						
1. ซาร่า	80	100	30			
2. นาดาชา	85	82	10			
3. เอ็ดการ์	75	79	20			
4. แทมมี่	80	91	30			
คะแนนรวมของกลุ่ม			90	คะแนนรวมของกลุ่ม		
คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม			22	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม		
ระดับของกลุ่ม			ยอดเยี่ยม	ระดับของกลุ่ม		

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542, หน้า 37-38) กล่าวว่า เทคนิคการสอนแบบ STAD เทคนิคนี้พัฒนาเพิ่มเติมจากเทคนิค TGT แต่จะใช้การทดสอบรายบุคคลแทนการแข่งขัน มีขั้นตอนกิจกรรมดังนี้

1. ครูนำเสนอประเด็นเนื้อหาใหม่ โดยอาจนำเสนอด้วยสื่อที่น่าสนใจ ใช้การสอนโดยตรงหรือตั้งประเด็นให้ผู้เรียนอภิปราย
2. จัดผู้เรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน สมาชิกมีความสามารถต่างกัน มีทั้งความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ
3. แต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาบททวนเนื้อหาที่ครูนำเสนอจนเข้าใจ
4. ผู้เรียนทุกคนในกลุ่มทำแบบทดสอบ (Quiz) เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน
5. ตรวจสอบคำตอบของผู้เรียน นำคะแนนของสมาชิกทุกคนในกลุ่มมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม
6. กลุ่มที่ได้คะแนนรวมสูงสุด (ในกรณีที่แต่ละกลุ่มมีจำนวนสมาชิกไม่เท่ากันให้ใช้คะแนนเฉลี่ยแทนคะแนนรวม) จะได้รับคำชมเชย โดยอาจติดประกาศไว้ที่บอร์ด หรือป้ายนิเทศของห้องเรียน

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2546, หน้า 172-173) ได้เสนอว่า ขั้นตอนการจัด การเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD มีดังนี้

1. ขั้นเตรียมเนื้อหา ประกอบด้วย

1.1 การเตรียมเนื้อหาสาระ ผู้สอนจัดเตรียมเนื้อหาสาระหรือเรื่องที่จะให้ผู้เรียนได้ เรียนรู้เป็นเนื้อหาใหม่ โดยจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนศึกษา เรียนรู้ด้วยตนเอง รวมทั้งสื่อ วัสดุอุปกรณ์ หรือแหล่งการเรียนรู้ ใบความรู้ ใบงาน เป็นต้น

1.2 การจัดเตรียมแบบทดสอบย่อย เช่น ข้อสอบ กระจายคำตอบ เกณฑ์การให้ คะแนน เป็นต้น

2. ขั้นจัดทีม ผู้สอนจัดทีมผู้เรียนโดยให้คละกันทั้งเพศและความสามารถ ทีมละประมาณ 4-5 คน เช่น ทีมที่มีสมาชิก 4 คน อาจประกอบด้วยชาย 2 คน หญิง 2 คน เป็นเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน อ่อน 1 คน เป็นต้น

3. ขั้นเรียนรู้ ประกอบด้วย

3.1 ผู้สอนแนะนำวิธีการเรียนรู้

3.2 ทีมวางแผนการเรียนรู้ โดยแบ่งภาระหน้าที่กัน เช่น ผู้อ่าน ผู้หาคำตอบ ผู้สนับสนุน ผู้จับบันทึก ผู้ประเมินผล เป็นต้น

3.3 สมาชิกในแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาสาระและทำกิจกรรมตามใบงานที่ผู้สอน กำหนด ซึ่งการเรียนรู้โดยวิธีนี้เน้นการให้ความร่วมมือช่วยเหลือกัน ในทีมมากกว่าการแข่งขันแบบ ตัวต่อตัวใน TGT

3.4 ผู้เรียนหรือสมาชิกแต่ละกลุ่มประเมินเพื่อทบทวนความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา

4. ขั้นทดสอบ

4.1 ผู้เรียนแต่ละคนทำการทดสอบย่อย เพื่อจัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ได้ เรียนรู้จากข้อทดสอบของผู้สอน

4.2 ผู้สอนและผู้เรียนอาจร่วมกันตรวจผลการทดสอบของสมาชิกแต่ละคน

4.3 ทีมจัดทำคะแนนการพัฒนาของสมาชิกแต่ละคน และคะแนนการพัฒนาของกลุ่ม

4.4 ให้แต่ละทีมนำคะแนนการพัฒนาของทีมไปเทียบกับเกณฑ์ เพื่อหาระดับคุณภาพ ซึ่งอาจกำหนดดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 คะแนนการพัฒนา

คะแนนการพัฒนา	ระดับคุณภาพ
0-30	ต้องปรับปรุง
31-60	ควรปรับปรุง
61-90	พอใช้
91-120	ดี
121-150	ดีมาก

5. ขั้นการรับรองผลงานและเผยแพร่ชื่อเสียงของทีม เป็นการประกาศผลงานของทีมว่าแต่ละทีมอยู่ในระดับคุณภาพใด รับรองยกย่อง ชมเชย ทีมที่มีคะแนนการพัฒนาสูงในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ปิดประกาศ ให้รางวัล ลงจดหมายข่าว ประกาศเสียงตามสาย เป็นต้น

ทิสนา เขมมณี (2555, หน้า 266-267) กล่าวว่า กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบ เอส.ที.เอ.ดี. (STAD) มีกระบวนการดำเนินการดังนี้

1. จัดผู้เรียนเข้ากลุ่มทดสอบความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คน และเรียกกลุ่มนี้ว่า กลุ่มบ้านของเรา (Home group)

2. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา ได้รับเนื้อหาสาระ และศึกษาเนื้อหาสาระนั้น ร่วมกัน เนื้อหาสาระนั้นอาจมีหลายตอน ซึ่งผู้เรียนอาจต้องทำแบบทดสอบในแต่ละตอน และเก็บคะแนนของตนไว้

3. ผู้เรียนทุกคนทำแบบทดสอบครั้งสุดท้าย ซึ่งเป็นการทดสอบรวบยอดและนำคะแนนของคนไปหาคะแนนพัฒนาการ (Improvement score) ซึ่งหาได้ดังนี้

คะแนนพื้นฐาน: ได้จากค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบย่อยหลาย ๆ ครั้ง que ผู้เรียนแต่ละคนทำได้

คะแนนที่ได้: ได้จากการนำคะแนนทดสอบครั้งสุดท้ายลบคะแนนพื้นฐาน

คะแนนพัฒนาการ: ถ้าคะแนนที่ได้คือ

-11 ขึ้นไป คะแนนพัฒนาการ = 0

-1 ถึง -10 คะแนนพัฒนาการ = 10

+1 ถึง 10 คะแนนพัฒนาการ = 20

+11 ขึ้นไป คะแนนพัฒนาการ = 30

4. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา นำคะแนนพัฒนาการของแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มใดได้คะแนนพัฒนาการของกลุ่มสูงสุด กลุ่มนั้น ได้รางวัล

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์ขั้นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ของนักการศึกษา ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา		พัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542)	ทศมา เขมมณี (2555)	ขั้นการสอนของผู้วิจัย
Slavin (1995)		ศุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2546)		
การนำเสนอบทเรียนต่อ นักเรียนทั้งชั้น ครูสอน เนื้อหาของบทเรียนให้กับ นักเรียนทั้งชั้น	ขั้นเตรียมเนื้อหา ประกอบด้วย การเตรียม เนื้อหาใหม่ และแบบทดสอบ ย่อย	นำเสนอเนื้อหาใหม่ อาจ ใช้การสอนตรงหรือตั้ง ประเด็นให้นักเรียนอภิปราย	-	การนำเสนอบทเรียน ครู แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ และนำเสนอบทเรียนใหม่
การเรียนรู้ในกลุ่มย่อย นักเรียนแยกทำงานเป็นกลุ่ม อยู่ในการอภิปราย การแก้ปัญหาร่วมกัน	ขั้นจัดทีม ผู้สอนจัดทีมและ 4-5 คน แบบคละกันทั้งเพศ และความสามารถ	จัดกลุ่มและความสามารถ กลุ่มละ 4-5 คน ศึกษาเนื้อหาเป็นกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มร่วมกันศึกษา เนื้อหาที่ครูนำเสนอจนเข้าใจ	จัดผู้เรียนเข้ากลุ่มคละ ความสามารถ กลุ่มละ 4 คน เรียกกลุ่มนี้ว่า กลุ่มบ้านของ เรา	การเรียนรู้ในกลุ่มย่อย นักเรียนเข้ากลุ่มเพื่อทำ กิจกรรมหรือไปงานร่วมกัน
		สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา ร่วมกันศึกษาเนื้อหา และอาจ ทำแบบทดสอบในแต่ละตอน แล้วเก็บคะแนนของตนไว้	ศึกษาเนื้อหาเป็นกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา ร่วมกันศึกษาเนื้อหา และอาจ ทำแบบทดสอบในแต่ละตอน แล้วเก็บคะแนนของตนไว้	

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ชั้นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา		ชั้นการสอบของผู้วิจัย		
Slavin (1995)	สุวิทย์ มุลคำ และ อรทัย มุลคำ (2546)	วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542)	ทิตินา เขมมณี (2555)	
การทดสอบย่อย หลังจาก เรียนไปแล้ว 2-3 ครั้ง ด้วยตนเอง	ชั้นเรียนรู้ สมาชิกในกลุ่ม ร่วมกันศึกษาและทำกิจกรรม เน้นการร่วมมือกัน	ทำแบบทดสอบ เพื่อวัด ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน	ทำข้อสอบเป็นรายบุคคล และคิดคะแนน นักเรียนทำ แบบทดสอบครั้งสุดท้าย ซึ่ง เป็นแบบทดสอบรวบรวม คำตอบของแต่ละคน	การทดสอบย่อย นักเรียน ทำแบบทดสอบย่อยเป็น รายบุคคล โดยไม่มีการ ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน
คะแนนความก้าวหน้าของ แต่ละคน นำคะแนนที่ นักเรียนสอบได้มา เปรียบเทียบกับคะแนนฐาน	ชั้นทดสอบ นักเรียนทำ แบบทดสอบย่อย จากนั้นครู และนักเรียนอาจร่วมกัน ตรวจผลการทดสอบ พร้อม จัดทำคะแนนการพัฒนา	คิดคะแนน นำคะแนนของ สมาชิกในกลุ่มมารวมกันเป็น คะแนนกลุ่ม	การคิดคะแนน ความก้าวหน้าของตนเองและ ของกลุ่ม นำคะแนนที่ นักเรียนสอบได้มา เปรียบเทียบกับคะแนนฐาน แล้วหาคะแนนความก้าวหน้า ของตนเองและของกลุ่ม	

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ชั้นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา		ชั้นการสอนของผู้วิจัย	
Slavin (1995)	ศุวิทย์ มูลคำ และ อรัญ มูลคำ (2546)	วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542)	ทิตนา เขมมณี (2555)
กลุ่มที่ได้รับยกย่อง เมื่อคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มเกิน เกณฑ์ที่ตั้งไว้	ชั้นการรับรองผลงานและ เผยแพร่ชื่อเสียงของทีม ประกาศผลของแต่ละทีม และชมเชยทีมที่มีคะแนน การพัฒนาสูงสุด	ยกย่อง ชมเชย กลุ่มที่ได้ คะแนนรวมสูงสุด จะได้ รับคำชมเชย	ยกย่อง นำคะแนน พัฒนาการของแต่ละคนในกลุ่ม มารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม กลุ่มใดได้คะแนนพัฒนาการ สูงสุดจะ"ได้รางวัล"

จากตารางวิเคราะห์ขั้นการจัดการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ของนักการศึกษา สามารถสรุปขั้นตอนการจัดการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ได้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ ทบทวนความรู้พื้นฐาน และนำเสนอเนื้อหาใหม่ของบทเรียน โดยใช้คำถามนำหรือการทำใบกิจกรรม

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม และนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย เพื่อทำกิจกรรมหรือใบงานร่วมกัน

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม นำคะแนนที่นักเรียนสอบได้ของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน (Base score) ของตนเอง ซึ่งคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียน จากนั้นนำคะแนนก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันทั้งกลุ่ม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน โดยการอภิปราย และยกย่องกลุ่มที่มีคะแนนความก้าวหน้าสูงสุด

6. ข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการจัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนและเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กัน รู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม มีเป้าหมายในการทำงานร่วมกัน รวมทั้งได้พัฒนาทักษะทางสังคมต่าง ๆ ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

Davidson (1990, pp. 4-5) ผู้อำนวยการ โครงการ โรงเรียนประถมศึกษาที่ตั้งอยู่ศูนย์วิจัย โรงเรียนประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยจอห์นฮอปกินส์ได้กล่าวถึงความเหมาะสมของการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ชักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวความคิด และมโนคติของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้น ตลอดจนได้สร้างความรู้สึกร่วมเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา

2. การเรียนเป็นกลุ่มย่อยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียน คณิตศาสตร์นักเรียนภายในกลุ่มไม่มีการแข่งขันกันในการแก้ปัญหา การปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มนั้นช่วยให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้ โนมติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้

3. คณิตศาสตร์แตกต่างไปจากวิชาอื่นในแง่ที่ครูสามารถประมาณเวลาได้ว่าการแก้ปัญหาแต่ละข้อควรใช้เวลานานประมาณเท่าใด และเหมาะสมอย่างยิ่งในการอภิปรายกลุ่มเพื่อหาคำตอบที่พิสูจน์ได้จริง โดยที่นักเรียนสามารถโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้โดยใช้เหตุผลประกอบ

4. ปัญหาคณิตศาสตร์หลายปัญหามีทางแก้ไขได้หลายวิธี และนักเรียนสามารถอภิปรายถึงข้อดีและข้อเสียของการหาคำตอบนั้นได้

5. นักเรียนสามารถช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มเกี่ยวกับความจริงที่เป็นพื้นฐานคณิตศาสตร์ (Basic fact) และกระบวนการคิดคำนวณที่จำเป็น ซึ่งสิ่งเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในแง่ที่ตื่นเต้นและท้าทายทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น เกม ปริศนา หรือการอภิปรายปัญหา

6. ในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความคิดที่ท้าทายและตื่นเต้น ซึ่งทำให้มีการอภิปรายถึงข้อดีข้อเสียของผู้ที่เรียน โดยการพูดคุย การฟัง การอธิบาย และการคิดร่วมกับผู้อื่นก็สามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

7. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เปิดโอกาสอย่างมากในการสร้างการค้นคว้าในสถานการณ์ต่าง ๆ มีการคาดคะเนและการตรวจสอบด้วยข้อมูล การตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้เกิดความสนใจอยากรู้อยากเห็น และมีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยพบเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกันจะทำให้เกิดความก้าวหน้าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และเป็นประสบการณ์ที่มีคุณค่า

Johnson, Johnson and Holubec (1994, pp. 1.3-1.4) ได้กล่าวถึงผลดีของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือส่งผลดีต่อผู้เรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. มีความพยายามที่จะบรรลุเป้าหมายมากขึ้น (Greater efforts to achieve) การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนพยายามที่จะเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมาย เป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และมีผลงานมากขึ้น การเรียนรู้มีความคงทนมากขึ้น (Long-term retention) มีแรงจูงใจภายในและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ มีการใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ ใช้เหตุผลดีขึ้น และคิดอย่างมีวิจารณญาณมากขึ้น

2. มีความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนดีขึ้น (More positive relationships among students) การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีน้ำใจนักกีฬามากขึ้น ใส่ใจในผู้อื่นมากขึ้น เห็นคุณค่าของความแตกต่างความหลากหลาย การประสานสัมพันธ์และการรวมกลุ่ม

3. มีสุขภาพจิตดีขึ้น (Greater psychological health) การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีสุขภาพจิตดีขึ้น มีความรู้สึกที่ดีเกี่ยวกับตนเองและมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น นอกจากนั้นยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมและความสามารถในการเผชิญกับความเครียดและความผันแปรต่าง ๆ

วัฒนาพร ระจับทุกษ์ (2542, หน้า 44-45) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือมีผลดี ดังนี้

1. ช่วยเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ดี ผู้เรียนในกลุ่มทุกคนจะช่วยเหลือหรือแลกเปลี่ยนให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกันในบรรยากาศที่เป็นกันเองและเปิดเผย สมาชิกกลุ่มทุกคนกล้าถามคำถามที่ไม่เข้าใจ บรรยากาศเช่นนี้นำไปสู่การอภิปรายซักถามทั้งในและนอกชั้นเรียนอันจะนำไปสู่การเรียนรู้
2. ก่อให้เกิดการเรียนรู้ในกลุ่มย่อย การแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มจะเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูดคุย อภิปราย ซักถาม จนเกิดความเข้าใจอย่างชัดเจน คนที่เรียนเก่งสามารถช่วยเหลือคนที่เรียนอ่อนกว่าให้ตามเพื่อนให้ทัน
3. ช่วยลดปัญหาวิสัยทัศน์ในชั้นเรียน ผู้เรียนจะให้กำลังใจ ขอมือ และช่วยเหลือซึ่งกันและกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนจะรับผิดชอบในความสำเร็จของกลุ่ม จึงจำเป็นที่ต้องร่วมมือกันพัฒนาเสริมสร้างพฤติกรรมที่พึงประสงค์ให้เกิดขึ้นในกลุ่ม
4. ช่วยยกระดับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยของทั้งห้องเรียน เมื่อผู้เรียนเก่งช่วยเหลือผู้เรียนอ่อน เขาจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดของสิ่งที่กำลังเรียน ได้ชัดเจนขึ้น ขณะที่ผู้เรียนอ่อนสามารถเรียนรู้จากเพื่อนที่ใช้ภาษาใกล้เคียงกันได้ง่ายกว่าการเรียนรู้จากครู
5. ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ ได้ศึกษาค้นคว้า ทำงานและแก้ปัญหาด้วยตนเอง และมีอิสระที่จะเลือกวิธีการเรียนรู้ของตน
6. ผู้เรียนที่มีประสบการณ์ในการเรียนแบบร่วมมือ จะมีทักษะในการบริการ การจัดการ การเป็นผู้นำ การแก้ปัญหา มนุษยสัมพันธ์และการสื่อความหมาย
7. การเรียนแบบร่วมมือช่วยเตรียมผู้เรียนให้ออกใช้ชีวิตในโลกของความเป็นจริง ซึ่งเป็นโลกที่ต้องอาศัยความร่วมมือมากกว่าการแข่งขัน

ระวีวรรณ ศรีศรีรัมย์ (2553, หน้า 174-175) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ก่อให้เกิดผลประโยชน์แก่ผู้เรียนดังนี้

1. ประสบความสำเร็จทางด้านวิชาการ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ทำให้ทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และแลกเปลี่ยนความรู้ โดยมุ่งให้ผลการเรียนของกลุ่มมีคะแนนสูงเมื่อมีการวัดผล ทำให้สมาชิกกลุ่มต้องสนใจศึกษาในเรื่องที่ได้รับมอบหมาย และผู้เรียนประสบความสำเร็จทางด้านวิชาการสูงกว่าการเรียนการสอนปกติ
2. เพิ่มความมั่นใจให้แก่ผู้เรียน การจัดการสอนในลักษณะกลุ่มการเรียน จะทำให้ผู้เรียนแต่ละคนรู้ถึงคุณค่า และความสำคัญของตนเองในการเป็นสมาชิก รวมทั้งการมีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่มทำให้เพิ่มความมั่นใจในการทำงาน และการเป็นตัวของตัวเองมากขึ้นมีอิสระที่จะคิดและเสนอความคิดเห็นต่อกลุ่ม

3. ผู้เรียนมีความสนใจในการเรียน เนื่องจากธรรมชาติและลักษณะของการเรียนรู้แบบร่วมมือจะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้กลั่นกรองปัญหาและเสนอความคิดเห็นต่อกลุ่มอธิบาย หรือบอกเล่าสิ่งที่รู้ให้แก่เพื่อนร่วมกลุ่มให้เข้าใจ ทำให้ผู้สอนหรือผู้บอกเล่ามีความเข้าใจเนื้อหาวิชาเป็นอย่างดีและชัดเจนมากขึ้น ผู้รับฟังก็จะสามารถเข้าใจในอีกแนวคิดที่นอกเหนือจากความคิดเห็นของตนเอง

4. พัฒนาทักษะทางด้านสังคม การเรียนการสอนแบบร่วมมือจะทำให้สมาชิกในกลุ่มได้ปรึกษาหารือกันพูดคุยเสนอความคิดเห็น ซึ่งก่อให้เกิดพฤติกรรมทางด้านสังคมที่ดีต่อกัน มีความเข้าใจกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รวมทั้งเป็นการฝึกทักษะที่ดีให้แก่ผู้เรียนในด้านการสื่อสาร

5. เป็นที่ยอมรับของเพื่อน และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน การเรียนรู้แบบร่วมมือก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างเพื่อนร่วมชั้นเรียน แม้กระทั่งเพื่อนที่เรียนด้อยในชั้นเรียน เมื่อจัดให้เรียนแบบร่วมมือก็จะแสดงความสามารถของตนเองทำให้เป็นที่ยอมรับของกลุ่มเพื่อนได้ และเมื่อมีการเปลี่ยนกลุ่มการเรียนเป็นระยะ ๆ ทำให้เพื่อนในชั้นเรียน ได้รู้จักคุ้นเคยกัน ทำให้ทุกคนในชั้นเรียนไม่ว่าผู้ที่เรียนดี หรือเรียนด้อย มีความสัมพันธ์ที่ดีต่อกันมากกว่าการเรียนแบบปกติ

จากข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความสัมพันธ์ที่ดีกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม ซึ่งนักเรียนในกลุ่มจะคอยช่วยเหลือซึ่งกันและกัน โดยนักเรียนที่เก่งจะคอยช่วยอธิบายให้นักเรียนในกลุ่มที่ไม่เข้าใจ ได้เข้าใจในแนวคิดและมโนคติได้กระจ่างชัดขึ้น ซึ่งนักเรียนจะเห็นคุณค่าของความแตกต่างระหว่างบุคคล พร้อมทั้งช่วยพัฒนานักเรียนในด้านความรู้ ความคิด ความเชื่อมั่นในตนเอง ยอมรับความสามารถของตนเองและของผู้อื่น ช่วยฝึกความสามัคคี ความรับผิดชอบ และช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกด้วย

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

แอนเดอร์สันและพินกรี (Anderson and Pingry, 1973, p. 228) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุป หรือคำตอบซึ่ง

ผู้แก้ปัญหาจะทำได้ต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม โดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผนและการตัดสินใจประกอบกันไป

อดัมส์ (Adams, 1977, p. 176) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่เป็นภาษา (Word problem) ปัญหาที่เป็นเชิงเรื่องราว (Story problem) และปัญหาที่เป็นคำพูด (Verbal problem) ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะแตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่แบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจทำเท่ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์

ครูลิก และ รูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993, p. 6) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณในตัวปัญหานั้น ไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหาจึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 7) ได้ให้ความหมายว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สิริพร ทิพย์คง (2552, หน้า 165) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ คำถามที่ต้องการคำตอบปัญหาของคนหนึ่ง ๆ อาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง เพราะคนหนึ่งอาจจะแก้ปัญหาได้แล้ว แต่อีกคนหนึ่งอาจจะแก้ไม่ได้ เพราะมีความแตกต่างกันทั้งความรู้และประสบการณ์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาหรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยตัวเลขและข้อความ ซึ่งนักเรียนต้องทำความเข้าใจคำและประโยคในโจทย์ปัญหา และค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยใช้ความรู้และทักษะต่าง ๆ ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ

1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

บลังคา (Branca, 1980, pp. 3-8) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้น ในการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใด ๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ สิ่งที่ดีว่าสำคัญที่สุดเมื่อมีการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงเป็นสาระสำคัญ และเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหาแบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหานั้น ๆ ที่ควรใช้จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหานั้น ๆ ทุกคนต้องเรียนรู้ และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหานั้น

โพลยา (Polya, 1980, p. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่เพื่อให้ได้ข้อลงรอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แม้ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 112) ให้ความหมายการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคน ๆ หนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหานั้นจะต้องมีการวางแผนการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ การกำหนดสารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็น เสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหานั้นที่หลากหลาย และทดสอบการแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปการแก้ปัญหานั้นที่เป็นที่ยอมรับกัน โดยทั่วไป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 6-7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหายุทธวิธีการแก้ปัญหาลักษณะที่มืออยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหานั้น กระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยในผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหานั้นเผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้นานตลอดชีวิต

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหานั้นต้องใช้ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการค้นหาคำตอบ นอกจากนี้การแก้ปัญหายังเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้

2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1957, pp. 23-29) ได้แบ่งประเภทของปัญหาเป็น 2 แบบ คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ลักษณะของปัญหาจะประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการให้หา กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนประกอบของปัญหานี้ประเภทนี้ ประกอบไปด้วย 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

ครูติกและเรย์ (Krulik, & Reys, 1980, p. 208) ได้แบ่งชนิดของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ชนิดคือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์หรือปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์

บาร์ดูดี (Baroody, 1993, pp. 254-255) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการหรือโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาคำตอบด้วยวิธีการใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่ข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาคำตอบ เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหาคำหนดให้ไม่ทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธี คำตอบก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

บิทเทอร์ ฮาร์ทฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter, Hartfield, & Edwards, 1989, p. 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ
2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลายวิธี
3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องการค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) แบ่งประเภทของปัญหาทางตามลักษณะของปัญหาสรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ
2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผน และอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถแบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ที่ต้องการ ดังนั้นจึงได้ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันไปตามจุดประสงค์ที่นำมาใช้ในการจำแนก และสำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำปัญหาธรรมดาและปัญหาที่ไม่ธรรมดาให้นักเรียนฝึกคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหา

3. ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

มีนักการศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องได้เสนอลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ดังนี้

ครูติกและรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993, p. 280) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมีลักษณะดังนี้

1. ปัญหาที่นักเรียนพบไม่ได้บ่อยในห้องเรียน

2. ปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและความสามารถทางภาษาของผู้แก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2552, หน้า 79) กล่าวว่า ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย
2. ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้น ๆ
5. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
6. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ ที่เป็นไปได้จริง
7. สามารถใช้การวาดแผนภาพ ไดอะแกรม หรือ แผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
8. ในการแก้ปัญหาคือต้องอาศัยจากประสบการณ์ และความรู้ที่เคยเรียนมาก่อน
9. ก่อให้เกิดวิเคราะห์ และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญทางความคิด
10. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผลไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 171-174) ได้เสนอลักษณะที่ดีของปัญหาที่ส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. ปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน เพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย ครูอาจดัดแปลงกำหนดสถานการณ์ขึ้นใหม่หรือเปลี่ยนแง่มุมของคำถามให้ต่างไปจากเดิม เพื่อให้กลายเป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียนก็ได้

3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบและมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนเพื่อให้ให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้

4. ปัญหาในสถานการณ์จริง ที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จะช่วย

ให้นักเรียน ได้มีโอกาสฝึกทักษะ/กระบวนการด้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนเห็นคุณค่าว่า คณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ด้วย

5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้หลากหลาย ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความ คาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไป เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูปที่จะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วย การคิดกำหนดปัญหาให้ชัดเจน การคิดหาคำตอบที่หลากหลาย การคิดพิจารณาไตร่ตรอง วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วน รอบคอบและสมเหตุสมผล และตัดสินใจ เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์และคุ้นเคยกับกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ถูกต้อง

9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นด้วย

10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อไม่ทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้

11. ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดเกี่ยวกับปัญหา ตัดสินใจได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา อะไรคือสิ่งที่กำหนดให้มา มีข้อมูลเพียงพอที่จะแก้ปัญหาได้หรือไม่ หรือมีข้อมูลเกินหรือขัดแย้งกันบ้างหรือไม่ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ว่าลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นจะต้องใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย ชัดเจน เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เป็นปัญหามีความแปลกใหม่ ดึงดูดความสนใจ และท้าทายความสามารถของนักเรียน อีกทั้งสถานการณ์ของปัญหานั้นต้องเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหรือ

สามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ ไม่สั้นหรือยาวจนเกินไป อีกทั้งต้องส่งเสริมให้นักเรียนฝึกคิดวิเคราะห์ด้วย

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กาเย่ (Gagne, 1985, pp. 186-187) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอดและ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาคือความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาลดลดกระบวนการ

บาร์ดูดี (Baroody, 1993, pp. 2-8) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยองค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive factor) ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับนิยาม และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก (Affective factor) ซึ่งเป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อมั่นของนักเรียน

3. องค์ประกอบทางการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหา และจะติดตาม และควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39-40) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจในปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา
2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใดและประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหามากมาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่
6. บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน
7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น
8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง
9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิด ทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ และประสบการณ์เดิม เพื่อหาคำตอบในสถานการณ์หรือคำถามใหม่ที่กำหนดเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอน พร้อมทั้งใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

5. องค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างเข้ามาช่วยให้การแก้ปัญหาเพื่อให้ประสบผลสำเร็จ จึงได้มีนักการศึกษาเสนอแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957, p. 225) ได้กล่าวว่า สิ่งที่มีสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ คือ

1. ความสามารถในการอ่านเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหา เมื่อนักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาข้อนั้นแล้ว จะต้องสามารถจับใจความได้ว่า โจทย์ข้อนั้นต้องการให้หาคำตอบเกี่ยวกับอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง ข้อมูลที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันหรือไม่หรือข้อกำหนดอย่างไรบ้าง

2. ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้และประยุกต์ใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมของตน เพื่อทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. ความสามารถในการแปลงสิ่งที่กำหนดให้ใน โจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์

4. ความสามารถในการวางแผนเพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ โจทย์ปัญหา

5. ความสามารถในการคิดคำนวณ เพื่หาคำตอบที่ถูกต้องของ โจทย์ปัญหา นักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวนและตัวเลข ตลอดจนมีทักษะในการคำนวณต่าง ๆ อย่างคล่องแคล่ว

6. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ เพื่อให้มั่นใจว่า คำตอบที่คำนวณ ได้นั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์ของ โจทย์ปัญหาข้อนั้น

อดัมส์ เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis, & Beeson, 1977, pp. 174-175) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative factors) ดังนั้นนักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพราะการแก้ปัญหามักต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่า ควรจะทำอะไรและอย่างไร มีจำนวนนักเรียนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic skills) หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือ นักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็นซึ่งก็คือ ทักษะพื้นฐานนั่นเอง

ไฮเมอร์ และ ทรูบลัด (Heimer & Trueblood, 1977, pp. 31-32) กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับภาษาหรือถ้อยคำ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เทคนิค

2. ความสามารถเกี่ยวกับการคำนวณ

3. การรวบรวมข้อมูลความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลของความสมเหตุสมผลตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
6. ความสามารถในการเลือกการดำเนินการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการรองรับข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

วิชัย พาณิชยชัย (2546, หน้า 32) ได้กล่าวว่างค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ที่ควรคำนึง 4 ประการ ดังนี้

1. ความคิดรวบยอด (Concepts) คือความรู้ความเข้าใจ สิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในภาพรวมขององค์ความรู้ ซึ่งได้จากการประมวลข้อเท็จจริงต่าง ๆ
2. ทักษะ (Skills) คือ ความสามารถ ความชำนาญ และความคล่องแคล่ว ที่เกี่ยวข้องกับ การเรียนคณิตศาสตร์ มี 2 ทักษะที่สำคัญ คือ ทักษะการอ่าน และทักษะการคิดคำนวณ
3. กระบวนการแก้ปัญหา (Processes) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมอง จึงเป็น กระบวนการทางปัญญามีความละเอียดลึกซึ้ง เป็นนามธรรม
4. เมตาคอกนิชัน (Metacognition) เป็นความสามารถของบุคคลในการระลึกว่าตนรู้อะไร ยังไม่รู้ในสิ่งใด และสามารถควบคุมและตรวจสอบความคิดทั้งหมดของตนเองได้

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าองค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ทักษะพื้นฐาน ทักษะการอ่าน ทักษะการคิดคำนวณ และทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

6. ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957, pp. 16-17) เป็นผู้ให้แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเรียกว่ากระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยมีขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา โดยพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรบ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่ต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะอย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ซึ่งขั้นวางแผนแก้ปัญหานี้เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาคำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่กำหนดไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน มีการเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจคำตอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการแก้ปัญหา โดยมีการพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีวิธีการแก้ปัญหายังอื่นอีกหรือไม่ และพิจารณาปรับปรุงการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจนเหมาะสมขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมา ขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

ครูลิก และ รูดนิค (Kulik and Rudnick, 1993, pp. 39-57) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาวเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่สร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหามองเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหานี้ปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้น ได้แก่ การค้นหาแบบรูป (Pattern recognition) การทำย้อนกลับ (Working backwards) การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and test) การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or experimentation) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction/

expansion) การแจกแจงกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized listing/ Exhaustive listing) การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical deduction)

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้ นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัย การประมาณค่าการใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และ การใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการ ก็ต้องย้อนหลังไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 97) กล่าวถึงการแก้ปัญหว่า การแก้ปัญหาคือหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณหลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่ยังไม่ประสบความสำเร็จ เนื่องจากผู้เรียนมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์ และการวิเคราะห์โจทย์ ซึ่งในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือการวิเคราะห์ปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร
2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้อยู่มาเพื่อมาใช้ เช่น การเขียนภาพสายเส้น การเขียนตารางแผนภาพช่วยในการแก้ปัญหา บางครั้งในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย
3. การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ เป็นการตรวจสอบว่ามีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 8-10) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคือตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าจะอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปเข้ามา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่ทราบค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นมองย้อนกลับ ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบ หรือมียุทธวิธีแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ขั้นตอนหลัก คือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นการตรวจสอบผล สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อให้ นักเรียนได้ฝึกคิด วิเคราะห์ โจทย์ปัญหา และแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนพิจารณาและบอกว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร
2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนพิจารณาและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้

4. ขั้นการตรวจคำตอบ นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

7. ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจขั้นตอนแก้ปัญหาแล้วนั้น การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ช่วยให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จยิ่งขึ้น ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1997, pp. 11-23) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่

1. การแสดงออก (Act it out) เป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับเด็กเล็ก เป็นการแสดงออกในรูปแบบของละครหรือบทบาทสมมติในเรื่องราวชีวิตจริงหรือสถานการณ์ เช่น การจำลองสถานการณ์การค้าขาย โดยสมมติให้ห้องเรียนเป็นร้านค้า มีการซื้อขายอาหาร และเครื่องใช้ต่าง ๆ หรือสมมติห้องเรียนเป็นธนาคาร มีการฝากหรือถอนเงิน เป็นต้น

2. การหาและใช้แบบรูป (Look for and use a pattern) เป็นการนำความรู้ในคณิตศาสตร์มาค้นหาความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงและทำเป็นกรณีทั่วไป เพื่อทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นต่อไป

3. การสร้างแบบจำลอง (Make a model) เป็นการนำสิ่งของที่เป็นรูปธรรม เช่น หนังสือ ตุ๊กตาหมี ลูกพลาสติกต่าง ๆ มาเป็นแบบจำลองแทนของจริง เพื่อให้นำเข้าสู่บทเรียนสร้างความเข้าใจในมโนคติแก่นักเรียน

4. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ (Draw a picture or diagram) เป็นการ ใช้ภาพหรือแผนภาพมาจัดทำรายละเอียดของปัญหา แล้วประยุกต์เข้ากับจำนวนและวิธีการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพเวนนีในการแก้ปัญหาเรื่องเซต

5. การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการ ใช้เหตุผลในการพิจารณาตัวเลือกต่าง ๆ นำมาทดสอบกับปัญหา แล้วทำการตัดตัวเลือกที่ไม่สอดคล้องกับปัญหาออกไป จนเหลือตัวเลือกที่สอดคล้องกับปัญหาเพียงเล็กน้อยหรือเพียงหนึ่งเดียว

6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Account for all possibilities) เป็นการสืบเสาะหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา เช่น ในการเรียนเรื่องการบวก เด็ก ๆ สามารถหาจำนวนเต็มบวกที่รวมกันได้ 7 มาได้ทั้งหมด ในการเรียนรู้เรื่องเงิน สามารถจัดหมู่เหรียญชนิดต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่รวมกันได้ 46 เซนต์ ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ สามารถหาเซตของคู่อันดับที่เกิดจากผลคูณคาร์ทีเซียนได้

7. แก้ปัญหาที่ลดขนาดลง หรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ (Solve a simpler problem or break into parts) เป็นยุทธวิธีที่ใช้กับปัญหาที่มีจำนวนมีค่ามากและยุ่งยาก โดยเป็นการกำหนดจำนวนในปัญหาให้น้อยลง เพื่อสร้างความเข้าใจในการแก้ปัญหา

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Work backward) เป็นการศึกษารายละเอียดของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา และสิ่งที่โจทย์ให้หาละเอียดถี่ถ้วน การดำเนินการกับข้อมูลที่โจทย์ให้มา มีการทำย้อนกลับเพื่อไปให้ถึงสิ่งที่โจทย์ถาม

9. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ (Write a mathematical sentence) เป็นยุทธวิธีที่ช่วยให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย โดยใช้ประโยคสัญลักษณ์ เช่น $4+5=9$ ใช้แทนประโยคที่ว่า นาดาซามีผลไม้ไม้ก็ผล เมื่อเธอมีแอปเปิ้ล 4 ผล และส้ม 5 ผล

10. สร้างตารางและ/หรือกราฟ (Make a table and/ or a graph) เป็นการใช้ตารางและกราฟในการจัดการข้อมูลให้เป็นระบบเพื่อใช้แสดงรายละเอียดต่าง ๆ ช่วยแก้ปัญหาและรายงานข้อมูลต่าง ๆ

11. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your point of view) เป็นการเปลี่ยนวิธีคิดในการมองปัญหา ในบางปัญหาอาจต้องใช้วิธีคิดที่ฉีกแนวไปจากเดิม

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 52) กล่าวว่า ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ดังนี้

1. การหาแบบรูป
2. การเขียนแผนผัง หรือภาพประกอบ
3. การสร้างแบบรูป
4. การสร้างตาราง หรือกราฟ
5. การคาดเดา และตรวจสอบ
6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์
8. การมองปัญหาย้อนกลับ
9. การระบุข้อมูลที่ต้องการ และข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมอง ปัญหานั้น

วิชัย พาณิชย์สวย (2546, หน้า 61-87) ได้กล่าวถึง กลวิธีที่ใช้แก้ปัญหามา สรุปได้ดังนี้

1. กลวิธีเขียนประโยคสัญลักษณ์ เป็นกลวิธีพื้นฐานที่สำคัญยิ่งในการแก้ปัญหา

โดยเฉพาะกับโจทย์ปัญหาจำเจ (Routine problems) ซึ่งช่วยให้สามารถวิเคราะห์ แยกแยะส่วนที่โจทย์กำหนด ส่วนที่โจทย์ถาม และรู้ถึงความสัมพันธ์ของตัวเลขในโจทย์ได้

2. กลวิธีทำให้เป็นโจทย์ปัญหาย่อย ๆ เป็นกลวิธีที่ช่วยให้นักเรียนรู้จักแยกโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูล ข้อกำหนดมาก ๆ ให้มีขนาดของปัญหาเล็กลง จะทำให้นักเรียนมองเห็นวิธีหาคำตอบได้ง่ายขึ้นและชัดเจนขึ้น

3. กลวิธีเคาะและตรวจสอบ เป็นกลวิธีที่ใช้กันมาก ผู้แก้ปัญหาก็จะพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ของปัญหากับประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ นำมาใช้ในการคาดเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล มีความเป็นไปได้ พร้อมกับตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ คลาดเคลื่อนมาน้อยเพียงไร โดยการคาดเดาในครั้งแรกจะเป็นข้อมูลพื้นฐานอย่างดีในการคาดเดาคำตอบครั้งต่อ ๆ ไป

4. กลวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ ช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพของปัญหาชัดเจนขึ้น จึงสามารถหาวิธีคิดได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

5. กลวิธีสร้างตารางหรือแสดงรายการ การนำข้อมูลมาจัดกระทำอย่างเป็นระบบระเบียบลงในตาราง ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ได้อย่างชัดเจน และนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องได้ โดยการสร้างตารางอาจสร้างขึ้นเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้บางกรณี หรือทั้งหมด และบางครั้งก็สร้างตารางเพื่อค้นหาแบบรูปที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ

6. กลวิธีทำย้อนกลับ เป็นกลวิธีที่นักเรียนเริ่มใช้มาตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษา เช่น ก้อยซื้อขนมไป 5 บาท ยังมีเงินเหลือ 8 บาท เดิมก้อยมีเงินกี่บาท

7. กลวิธีค้นหาแบบรูป เป็นการนำข้อมูลของปัญหามาวิเคราะห์หาค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นเพื่อกำหนดแบบรูป และนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบ

8. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี เป็นการแบ่งปัญหาออกเป็นกรณีย่อย ๆ หลายกรณี แล้วพิจารณาในแต่ละกรณี จะทำให้แก้ปัญหาย่อยง่ายขึ้น ไม่สับสน ผลสรุปรวมในแต่ละกรณีจะเป็นคำตอบของปัญหา

9. กลวิธีแก้สมการ เป็นวิธีกำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่เราไม่ทราบค่า โดยเขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรกับข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดในรูปสมการและดำเนินการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 13-14) ได้เสนอแนวยุทธวิธีเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาก็ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล จะพิจารณาแบบรูปของส่วนแรกใน ลำดับของจำนวนหรือข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้ แล้วคาดเดาคำตอบ คำตอบที่ได้จะถูกยอมรับเมื่อผ่านการตรวจสอบว่าถูกต้อง

2. การสร้างตาราง ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็นกราฟ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ด้วยการวาดแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น ในวิชาเรขาคณิตจะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาได้

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด แยกเป็นกรณีที่เกิดขึ้น เป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เป็นการแทนจำนวนน้อยๆ ที่สามารถคำนวณได้ อาจเสนอเพียงบางส่วนที่ใช้ในการหาคำตอบเป็นการจัดกรณีที่ไม่ใช่ ออก

5. การคาดเดาและตรวจสอบ ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจคำตอบถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป

6. การทำงานแบบย้อนกลับ ใช้การวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ โดยเริ่มจากผลขั้นสุดท้าย และคิดย้อนกลับสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนแรก ปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าพิจารณาจากคำตอบ

7. การเขียนสมการ ตัวแปร สร้างความสัมพันธ์ในรูปสมการ ที่สอดคล้องกับปัญหา นักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์เพื่อหาข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดให้ กำหนดตัวแปรแสดงความสัมพันธ์ ลงมือแก้สมการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา ปัญหาบางปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหยุดคิดความคิดนั้น ดังนั้น ต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่ แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย

9. การทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ในการวางแผนแก้ปัญหาบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมาก ๆ หรือที่เคยพบมาแล้ว อาจกลายเป็นเป้าหมายย่อย ๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบหรือการเขียนภาพและแผนภาพ

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จหาข้อขัดแย้งยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมีมากมายหลายวิธี ซึ่งบางโจทย์ปัญหาอาจใช้ยุทธการแก้ปัญหาวิธีเดียว แต่บางโจทย์ปัญหาเราสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้หลายยุทธวิธี เพื่อที่จะได้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ง่ายขึ้น ดังนั้นการแก้ปัญหาต้องเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้เหมาะสมจึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้นสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ และสำหรับวิจัยในครั้งนี้ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาคือ การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์และการเขียนภาพ

8. แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถดำเนินการได้หลายรูปแบบ ซึ่งได้มีนักการศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991, p. 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับ และเห็นคุณค่าของแนวคิดวิธีการคิดและความรู้สึกรักของนักเรียน
2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดในทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหา และสร้างข้อคาดเดา
5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2538, หน้า 66-67) ได้เสนอวิธีการสอนของครู เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของ Polya และนำมาเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา
 - ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอน ก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหาความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความเพียงพอ หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้
 - ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

- ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่า ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา

- ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ หุคใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

- ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกม้าง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกม้าง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสม

- ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ ๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

- ควรจัดปัญหาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ
- ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา แต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด และจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผน ก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/ คำตอบ

- ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียน ได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

- ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

- ควรสนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

- ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 80-81) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบดูว่า นักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้นักเรียน
5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการถามโจทย์ว่าถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกนักเรียนให้รู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
7. ควรช่วยนักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพ หรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้
8. ควรช่วยให้นักเรียน ในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ
9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำ ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ ตลอดจนทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน
10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 180-186) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียน ได้มีโอกาสทำงานร่วมมือเป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้พูดคุย

แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตน ได้อภิปรายถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกันตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะต้องเลือก ขนาดของกลุ่ม ว่าควรเป็นเท่าไร ซึ่งโดยปกติกลุ่มละ 3-4 คน เมื่อเลือกขนาดของกลุ่มได้แล้ว ครูควรจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยให้แต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีระดับความสามารถเก่ง ปานกลางและอ่อน อยู่ในกลุ่มเดียวกัน หลังจากนั้นครูควรชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม โดยเน้นย้ำว่า ทุกคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา เข้าใจงานของกลุ่มและสามารถอธิบายได้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันอยู่ ครูควรมีบทบาทในการตรวจตราสอดส่องการทำงานและพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคน คอยสอดแทรก/ ชัดจังหวะกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยใช้คำถามกระตุ้นเมื่อกลุ่มแก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ตรงประเด็น ตอบคำถาม (คำถามของกลุ่มเท่านั้น) และให้คำปรึกษาเท่าที่จำเป็น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียว เติมคำตอบสั้น ๆ แล้วจึงเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพราะการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มจะช่วยให้ นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย้ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ควรซักถาม อธิบายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงขอให้ครูและและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนำมากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้น หากคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตัวเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ แต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นขณะแก้ปัญหาอีกด้วย ซึ่ง

จะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบความคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมาด้วย

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละคนได้ทำ แล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ายุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดำเนินการได้ โดยนักเรียนจะต้องเข้าใจปัญหา รู้จักการวางแผนในการแก้ปัญหาลดลงจนการดำเนินการตามแผน และมีการตรวจสอบความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยมีครูเป็นผู้คอยกระตุ้นนักเรียนให้รู้จักคิดแก้ปัญหา ให้อิสระกับนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา ควรให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบต่าง ๆ ตามลำดับความยากง่าย และควรตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาหรือไม่ โดยแนะนำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ มาใช้ให้เหมาะสมกับบรรยากาศในชั้นเรียน และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

9. การวัดและประเมินผลความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการทางความคิดที่สำคัญมากต่อการศึกษาระบบการหนึ่ง วิธีการที่จะกระตุ้นให้ผู้สอนได้ตื่นตัว คือ การใช้แบบทดสอบไปกระตุ้นและท้าทายความคิดของผู้เรียน ลักษณะของข้อสอบจะประกอบด้วยข้อคำถามที่ให้ผู้สอบพิจารณาหาคำตอบหรือเขียนตอบเอง โดยประยุกต์ความรู้จากแหล่งต่าง ๆ มาวางแผนแก้ปัญหา ลักษณะของปัญหาเป็นปัญหาที่เลียนแบบปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน มีนักการศึกษากล่าวถึงรูปแบบการวัดและประเมินผล ดังนี้

9.1 เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหา

กงนิตา เคยนิยม และสุวิมล จรุงญ โสตร์ (2553, หน้า 21) กล่าวว่าควรใช้คำถามที่มีใช้ถามความจำ ความเข้าใจหรือคำถามที่มีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น แต่ควรเป็นคำถามแบบปลายเปิดที่นักเรียนต้องคิดกว้างและหลากหลายใช้ความคิดระดับสูงในการตอบ มีการนำข้อมูลความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ พัฒนาแนวคิดใหม่ประเมินความเหมาะสม และคิดสร้างสิ่งใหม่

เวชฤทธิ์ อังกะนะภัทรขจร (2555ก, หน้า 109-110) กล่าวว่า การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบ เป็นการประเมินโดยใช้ข้อสอบ ข้อสอบที่ใช้ในปัจจุบันแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ข้อสอบแบบปรนัย เป็นข้อสอบที่มีคำตอบไว้ให้แล้ว ผู้สอบต้องตัดสินใจเลือกคำตอบที่ถูกต้องหรือพิจารณาข้อความที่ให้ว่าถูกหรือผิด ซึ่งการวัดและประเมินผลโดยใช้ข้อสอบแบบปรนัยนั้นมุ่งวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยหรือความรู้ในเนื้อหาวิชาเป็นส่วนใหญ่ แต่ก็สามารถนำมาใช้ในการวัดทักษะและกระบวนการได้ โดยขึ้นอยู่กับคำถามหรือปัญหาที่ถาม ข้อสอบประเภทนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 5 ประเภท ดังนี้

1.1 ข้อสอบแบบถูก-ผิด เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 2 ตัวเลือก โดยมีข้อความให้ผู้เรียนเลือกตอบว่า ถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ จริงหรือเท็จ เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย เป็นต้น

1.2 ข้อสอบแบบเติมคำหรือตอบสั้น ๆ เป็นข้อสอบที่ให้ผู้เรียนเติมคำหรือข้อความสั้น ๆ ลงในช่องว่าง

1.3 ข้อสอบแบบจับคู่ เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยข้อความเรียงกันเป็นแถว โดยทั่วไปจะให้ข้อความทางซ้ายมือเป็นคำถามหรือตัวนำเรื่อง และข้อความทางขวามือเป็นคำตอบหรือข้อเลือก ผู้เรียนจะต้องเลือกข้อความทางขวามือที่สอดคล้องหรือจับคู่กับข้อความทางซ้ายมือ โดยนำเอาตัวเลขหรือตัวอักษรหน้าข้อความทางขวามือมาใส่ไว้หน้าข้อความทางซ้ายมือที่มีความสอดคล้องกัน

1.4 ข้อสอบแบบจัดลำดับ เป็นข้อสอบที่มักจะถามถึงขั้นตอนหรือลำดับของการพิสูจน์หรือการพิจารณาว่าการแก้โจทย์ปัญหาต้องทำอะไรก่อน-หลัง

1.5 ข้อสอบแบบเลือกตอบ เป็นข้อสอบแบบปรนัยที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการทดสอบของผู้สอนหรือในการทดสอบที่เป็นมาตรฐาน เป็นข้อสอบที่คำถามแต่ละข้อมีตัวเลือกหลายตัวเลือกให้เลือก แต่ให้ผู้เรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

2. ข้อสอบแบบอัตนัย เป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามมาให้แล้วให้ผู้ตอบแสดงความรู้ ความเข้าใจ และความคิดตั้งแต่กว้างจนถึงแคบที่สุด หรือเฉพาะเจาะจงตามที่โจทย์กำหนด การใช้ภาษาในการเขียนตอบขึ้นอยู่กับความสามารถของตัวผู้สอบ ข้อสอบแบบอัตนัย

สามารถวัดความสามารถของผู้เรียนได้หลายด้านทั้งในด้านความรู้ และด้านทักษะและกระบวนการ การใช้ข้อสอบแบบอัตนัยจะช่วยให้ผู้สอนสามารถประเมินผู้เรียนได้หลากหลายทักษะและหลากหลายมุมมอง เนื่องจากการเขียนของผู้เรียนนอกจากจะสะท้อนความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แล้ว ยังสะท้อนความรู้ วิธีคิด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารอีกด้วย แต่ไม่สามารถถ่ายทอดออกมาได้ ดังนั้นผู้สอนควรประเมินแยกกันระหว่างความสามารถในการเขียนกับทักษะและกระบวนการ

การใช้ข้อสอบแบบอัตนัยจะสามารถประเมินทักษะและกระบวนการได้มากกว่า การใช้ข้อสอบแบบปรนัย เนื่องจากผู้สอนสามารถถามในพฤติกรรมนั้นได้โดยตรง เช่น ถ้าต้องการถามเกี่ยวกับการให้เหตุผล อาจถามว่า “เพราะเหตุใด” “ทำไมจึงเป็นเช่นนี้” หรือถ้าต้องการให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยง อาจถามว่า “เราเคยเห็นคำถามแบบนี้ที่ไหนหรือไม่” “แนวคิดเหล่านี้สัมพันธ์กันอย่างไร” แต่อย่างไรก็ตามผู้สอนควรมีการคิดแนวทางของคำตอบไว้ล่วงหน้าและมีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจนสำหรับการประเมินคำตอบของผู้เรียน

เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าแบบทดสอบที่นำมาใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหานั้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบแบบปรนัย และแบบทดสอบแบบอัตนัย และการวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะวัดและประเมินตามขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อคำถามที่เป็นสถานการณ์ที่สามารถพบได้ในชีวิตประจำวัน เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีข้อบกพร่องส่วนใดจะได้แก้ไขได้ถูกต้อง สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เพื่อที่จะตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาอย่างไรบ้าง และมีข้อบกพร่องส่วนใดบ้าง

9.2 เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนน เป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินเชิงคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และการปฏิบัติงานของผู้เรียน ซึ่งสามารถแยกแยะความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตรฐานวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละระดับ/ กลุ่มในมาตรฐานวัดไว้อย่างชัดเจน (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555ก, หน้า 115-118) เกณฑ์การให้คะแนนอาจจะใช้วิธีการที่เรียกว่า รูบริก (Rubric)

รูบริก (Rubric) คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนจากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) คือ การให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยดูภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น ตัวอย่างของการให้คะแนนแบบภาพรวมทักษะการแก้ปัญหา ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 การให้คะแนนแบบภาพรวมของทักษะการแก้ปัญหา

ทักษะ/ กระบวนการ	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การแก้ปัญหา	4 (ดีมาก)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมดและอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
	3 (ดี)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมด แต่อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้บางส่วน ยังไม่ชัดเจน
	2 (พอใช้)	- ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวแต่ไม่ถูกต้อง
	1 (ปรับปรุง)	- มีร่องรอยการดำเนินการการแก้ปัญหาได้บางส่วน แต่ไม่มีการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าว
	0 (ไม่พยายาม)	- ไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา หรือมีร่องรอยการแก้ปัญหาแต่ไม่ถูกต้อง

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) เป็นการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย ตัวอย่างของการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งเป็นการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการสรุปและตรวจคำตอบ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหา

องค์ประกอบของ ทักษะการแก้ปัญหา	คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
การทำความเข้าใจ ปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาถูกต้องบางส่วน
	1 (ปรับปรุง)	- ไม่เข้าใจปัญหา
การวางแผน การแก้ปัญหา	3 (ดี)	- วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสม ชัดเจน
	2 (พอใช้)	- วางแผนการแก้ปัญหาได้บางส่วน
	1 (ปรับปรุง)	- วางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
การดำเนินการ แก้ปัญหา	3 (ดี)	- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด
	2 (พอใช้)	- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	1 (ปรับปรุง)	- ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปและ ตรวจคำตอบ	3 (ดี)	- มีการสรุปและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- มีการสรุปคำตอบแต่ไม่มีการตรวจคำตอบ
	1 (ปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปและไม่มีการตรวจคำตอบ

โพลยา (Polya, 1980) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากอ่าน โจทย์ปัญหาแล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนด อะไรมาให้ ต้องการทราบอะไรและข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับ ขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผล และการสรุปความหมายของคำตอบ

ชาร์ล และเลสเตอร์ (Charles & Lester, 1982, pp. 11-12) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน

2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะ

การคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

1 หมายถึง ตอบถูกเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

เลสเตอร์ และ โอส์เคฟเฟอร์ (Lester & O'Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชลพร เมียนเพชร,

2556, หน้า 110-111) แบ่งสัดส่วนของการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจใน

การแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งสามารถวิเคราะห์สัดส่วนและสร้างเป็นเกณฑ์

ให้คะแนน ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของเลสเตอร์
และไอส์เคฟเฟอร์

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจในปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไร	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาคิดเป็นส่วนน้อย	3
	วางแผนได้เหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	0
	เขียนผิด คำนวณผิด	1
	คำตอบถูกต้อง	2

รีส์ ซุยแคม และลินควิสท์ (Reys, Suydam, Lindquist, 1995, p. 313) ได้กำหนดรูบรีค
ของความสามารถในการแก้ปัญหาโดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนน
ตั้งแต่ 0-2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังนี้

1. ความเข้าใจ
 - 0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
 - 1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
 - 2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์
2. การวางแผนการแก้ปัญหา
 - 0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด
 - 1 หมายถึง วางแผนได้ถูกต้องบางส่วน
 - 2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

3. คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

1 หมายถึง คัดลอกผิดพลาด คำนวนผิดพลาด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ

2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้อง และใช้ภาษาได้ถูกต้อง

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 113-114) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาควรมีวิธีการที่มากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง และได้เสนอเกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง

0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การตอบ

2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด

0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 92) กล่าวถึง การให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาว่า ผู้สอนต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าว่า จะให้ผู้เรียนทำกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนจะให้คะแนนอย่างไร ตัวอย่างการให้คะแนนในลักษณะดังกล่าว มีดังต่อไปนี้

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	0:	ไม่เข้าใจปัญหาเลย
	1:	เข้าใจปัญหาเป็นบางส่วน
	2:	เข้าใจปัญหาทั้งหมด
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	0:	แผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
	1:	ใช้ข้อมูลจากปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วน
	2:	แผนที่วางไว้จะให้คำตอบที่ถูกต้องได้ถ้าดำเนินการถูกต้อง
ขั้นหาคำตอบ	0:	ไม่ได้คำตอบหรือคำตอบผิด
	1:	ได้คำตอบผิดจากการคำนวณผิดแต่มีบางส่วนถูกต้อง
	2:	คำตอบถูกต้องสมบูรณ์

เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาที่กล่าวมา สรุปได้มา มีเกณฑ์การให้คะแนน 2 แบบ คือ การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) และการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัดนัย โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring rubric) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงแนวคิดและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของรีส์ ชุยแดม และลินควิสต์ (Reys, Suydam, Lindquist, 1995, p. 313) สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 113-114) อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 92) และเวชฤทธิ อังกนะภักทรขจร (2555ก, หน้า 115-118) แล้วสรุปได้ดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่ประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การประเมิน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด
	1	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนแต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องแต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง
	0	ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้
การวางแผนแก้ปัญหา	1	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	0	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงการเลือกใช้ยุทธวิธี
การดำเนินการแก้ปัญหา	2	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด
	1	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้องบางส่วน/ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ
	0	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณไม่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบถูกต้อง/ ไม่แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบ
การตรวจคำตอบ	1	ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ตามแนวคิดของ Slavin (1995), สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2546), วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542) และ ทิศนา แจมมณี (2555) สรุปเป็นขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ ทบทวนความรู้พื้นฐาน และนำเสนอเนื้อหาใหม่ของบทเรียน โดยใช้คำถามนำหรือการทำใบกิจกรรม

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม และนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายเพื่อทำกิจกรรมหรือใบงานร่วมกัน

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม นำคะแนนที่นักเรียนสอบได้ของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน (Base score) ของตนเอง (คะแนนฐาน หมายถึง คะแนนจากบทเรียนก่อนหน้า) ซึ่งคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียน จากนั้นนำคะแนนก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันทั้งกลุ่ม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยการอภิปราย และยกย่องกลุ่มที่มีคะแนนความก้าวหน้าสูงสุด

และจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1957) พบว่ากระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนพิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร

ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนพิจารณาว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา

ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นการตรวจคำตอบ นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและความสมเหตุสมผล

จากขั้นตอนดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงได้สังเคราะห์รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ ทบทวนความรู้พื้นฐานและนำเสนอปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน เพื่อให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว โดยครูใช้คำถามนำจากนั้นครูนำเสนอบทเรียนใหม่ โดยใช้คำถามนำหรือการทำใบกิจกรรม

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม และนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและทำใบงานเกี่ยวกับการแก้ปัญหเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งประกอบด้วยขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญห ขั้นการดำเนินการแก้ปัญห และขั้นการตรวจคำตอบ ในระหว่างการทำกิจกรรมครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนแก้ปัญหไม่ได้ จากนั้นครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลยบนกระดานพร้อมอธิบาย วิธีการแก้ปัญห

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม นำคะแนนที่นักเรียนสอบได้ของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน (Base score) ของตนเอง ซึ่งคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียน จากนั้นนำคะแนนก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันทั้งกลุ่ม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนโดยการอภิปราย และยกย่องกลุ่มที่มีคะแนนความก้าวหน้าสูงสุด และมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ วิลสัน (Wilson, 1971 อ้างถึงใน พร่อมพรรณ อุดมสิน, 2542, หน้า 60-75) ได้นำเอาการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาของเบนจามิน เอส บลูม และคณะ (Benjamin S. Bloom and Others) มาแบ่งพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation)

ระดับนี้เป็นการวัดเกี่ยวกับทักษะในการคิดคำนวณ ได้แก่ การวัดความรู้ ความจำแบบง่าย ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนผ่านไปแล้ว เช่น ระลึกถึงแบบฝึกหัดที่ทำไปแล้วโดยไม่มีกระบวนการตัดสินใจ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 3 ชั้น คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) หมายถึง การถามเพื่อจะวัดความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปหรือแบบเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว นอกจากนี้ยังรวมถึงความรู้พื้นฐานซึ่งผู้เรียนต้องนำมาใช้เสมอ

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) หมายถึง การถามให้ผู้เรียนบอกความหมายของคำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ตามที่ได้เคยเรียนมาแล้ว โดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใด และไม่ต้องการหาความรู้อื่นมาช่วย

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithm) หมายถึง การที่ผู้เรียนสามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาดำเนินการตามกระบวนการของการคิดคำนวณในแบบที่ได้เคยเรียนมาแล้ว ในขั้นนี้มิได้มุ่งหมายให้ผู้เรียนคิดหากระบวนการคิดคำนวณแบบใหม่ด้วยตนเอง เช่น ลำดับขั้นตอนในการหารยาว ลำดับขั้นตอนในการหา ห.ร.ม. หรือ ค.ร.น.

2. ความเข้าใจ (Comprehension)

ความเข้าใจ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ที่รู้แล้วมาสัมพันธ์กับ โจทย์หรือ ปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้ การวัดพฤติกรรม ในระดับนี้แบ่งเป็น 6 ชั้น คือ

2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concept) หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนมาตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กัน โดยการนำมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่ง หรืออาจจะกล่าวได้ว่า มโนคติเป็นเซตของสิ่งที่เกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of principles, rules, and generalizations) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างมโนคติและตัวปัญหา ซึ่งผู้เรียนควรจะรู้หลังจากที่เรียนเรื่องนั้นจบไปแล้ว คำถามในระดับนี้บางครั้งอาจเป็นการวัดพฤติกรรมในขั้นการวิเคราะห์ก็ได้ ถ้าหากคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักและกฎที่ผู้เรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก

2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) หมายถึง การถามเพื่อวัดความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบย่อยของข้อความทางด้านคณิตศาสตร์ตามลักษณะที่มุ่งหวัง ส่วนใหญ่จะเป็นคำถามเกี่ยวกับศัพท์และนิยามในคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) หมายถึง ความสามารถในการ

การเปลี่ยนข้อความให้เป็นสัญลักษณ์หรือสมการ ในขั้นนี้มิได้รวมถึงการคิดคำนวณหาคำตอบจากสมการนั้น

2.5 ความสามารถในการดำเนินตามเหตุผล (Ability of follow a line of reasoning) คณิตศาสตร์ส่วนมากอยู่ในรูปของการอนุมาน (Deductive format) ดังนั้น การที่จะเข้าใจบทความหรือผลงานทางคณิตศาสตร์จึงต้องอาศัยความสามารถในการดำเนินตามแนวเหตุผลขณะที่ยังอ่าน

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a mathematics problem) หมายถึง ความสามารถในการอ่านและตีความจาก โจทย์ความสามารถระดับนี้รวมทั้งการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ (Application)

เป็นการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง ทฤษฎี ฯลฯ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ ทั้งนี้ โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในระดับนี้จะต้องไม่ใช่โจทย์ข้อเดิมที่อยู่ในแบบฝึกหัด หรือเคยทำมาแล้ว การวัดพฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น ดังนี้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาธรรมดา (Ability to solve routine problem) ปัญหาธรรมดา หมายถึง ปัญหาคล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียน โดยที่ผู้เรียนจะต้องจัดรูปของพฤติกรรมขั้นความเข้าใจและการใช้กระบวนการเพื่อที่จะแก้ปัญหา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) หมายถึง การถามที่คาดหวังให้ผู้เรียนนึกถึงรายละเอียดที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ เช่น มโนคติ กฎ ศัพท์ นิยามของข้อมูล 2 ชุด เพื่อค้นพบความสัมพันธ์เปรียบเทียบและนำมาสรุปในการตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการแยกแยะ จำแนกปัญหาโจทย์ออกเป็นส่วนย่อยว่ามีความจำเป็นหรือไม่ในการนำไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

3.4 ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to recognize patterns isomorphisms and symmetries) พฤติกรรมในขั้นนี้จะเกี่ยวกับการระลึกรู้ถึงข้อมูล แปลงปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล ระลึกรู้ถึงความสัมพันธ์ จะเป็นการถามคำถามให้ผู้เรียนหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้หรือจากปัญหาที่กำหนดให้

4. การวิเคราะห์ (Analysis)

พฤติกรรมในขั้นนี้ถือว่าพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในด้านพุทธิพิสัย ผู้เรียนที่ตอบปัญหาที่วัดพฤติกรรมขั้นนี้ได้ต้องมีความสามารถในระดับสูง จะเป็นการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยกับที่รู้มาก่อน ไม่เคยฝึกทำมาก่อน

แต่ทั้งนี้มิได้หมายความว่า โจทย์ปัญหานั้นจะอยู่นอกขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมา ดังนั้น การแก้ปัญหานี้จึงครอบคลุมความรู้ความสามารถในสามขั้นที่กล่าวมา รวมทั้งมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อสามารถค้นพบวิธีการหรือแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ ได้ พหุติกรรมในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 5 ขั้นย่อย คือ

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาก็แปลกกว่าธรรมดา (Ability to solve nonroutine problems) หมายถึง ความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งผู้เรียนจะต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ สืบเสาะว่ารู้อะไรบ้างในแต่ละตอน รวมทั้งการเรียนรู้สัญลักษณ์ใหม่เพื่อนำไปสู่คำตอบ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ส่วนมากเป็นปัญหาสถานการณ์ด้วย จะนำกระบวนการคิดคำนวณมาใช้โดยตรงไม่ได้ ต้องพยายามหาวิธีการใหม่

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่หรือนำสัญลักษณ์จากสิ่งที่กำหนดมาให้มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเอง หรือเพื่อนำมาใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ

4.3 ความสามารถในการแสดงพิสูจน์ (Ability to construct proofs) หมายถึง ความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเองซึ่งไม่เหมือนกับความสามารถในการพิสูจน์ขั้นนำไปใช้ โดยผู้ตอบจะต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์การพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) หมายถึง ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ การพิสูจน์ เป็นการให้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่เป็นความสามารถที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่าการเขียนการพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ ข้อคำถามจะแสดงความสมเหตุสมผล

พร้อมพรรณ อุคมสิน (2544, หน้า 24) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจและความสามารถต่าง ๆ ทางสมองที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ตามหลักสูตร

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 79) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และเมโนทัศน์แต่ละเรื่อง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้

ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองที่นักเรียนได้รับจากการเรียนรู้เนื้อหาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในรูปของคะแนนซึ่งจำแนกได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้ 1) ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ 2) ความเข้าใจ 3) การนำไปใช้ และ 4) การวิเคราะห์

2. องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนจะเกิดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายประการด้วยกัน ดังที่นักการศึกษาได้ให้ความเห็นไว้ ดังต่อไปนี้

เพรสคอตต์ (Prescott, 1961, pp. 14-16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียนและสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน มีดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกายข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
 2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
 3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
 4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
 5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน
 6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์
- แคร์รอล (Carroll, 1963, pp. 723-733) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียนและหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีผลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ของนักเรียนที่จะได้รับ

บลูม (Bloom, 1976, pp. 167-176) ได้ทำการวิจัยและเสนอทฤษฎีเกี่ยวกับระบบการเรียนการสอนในโรงเรียน โดยองค์ประกอบหรือปัจจัยที่มีผลกระทบต่อระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 3 องค์ประกอบ

1. พฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive entry behaviors) ซึ่งหมายถึงความสามารถทั้งหมดของผู้เรียน ซึ่งประกอบด้วยความถนัดและพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียน

2. คุณลักษณะทางด้านจิตพิสัย (Affective entry behaviors) ซึ่งหมายถึง สภาพการณ์หรือแรงจูงใจที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ใหม่ ซึ่งได้แก่ ความสนใจและเจตคติที่มีต่อเนื้อหาวิชา โรงเรียนและระบบการเรียน ความคิดเห็นเกี่ยวกับตนเอง และลักษณะซึ่งเป็นคุณลักษณะต่าง ๆ ทางด้านจิตพิสัย ซึ่งบางอย่างอาจเปลี่ยนแปลงได้บางอย่างยังคงอยู่

3. คุณภาพของการสอน (Quality of instruction) ซึ่งได้แก่ การได้รับคำแนะนำการมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การเสริมสร้างของครู การแก้ไขข้อผิดพลาดและรู้ผลว่าตนเองกระทำได้อีกต้องหรือไม่

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสรุปได้ว่า องค์ประกอบหลายประการที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นเกิดจากปัจจัยทั้งทางตรงและทางอ้อม เช่น ความสนใจ สติปัญญา เจตคติต่อการเรียน ตัวครู สังคม สิ่งแวดล้อมของนักเรียน และสิ่งสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคือ วิธีการสอนของครู

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นการทดสอบเพื่อประเมินผลการเรียน โดยจะทำการวัดหลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง จำเป็นต้องใช้เครื่องมือในการวัด นั่นคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541, หน้า 146-147) ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (Paper and pencil test) กับให้นักเรียนปฏิบัติจริง (Performance test) ซึ่งแบ่งแบบทดสอบประเภทนี้เป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดของคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งเป็นข้อคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียนว่า นักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บทพระองค์ส่วนใดจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดดูความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ ซึ่งขึ้นอยู่กับความต้องการของครู

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาหรือจากครูผู้สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพดีพอ จึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้เป็นหลักและเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใด ๆ ก็ได้ แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการ สอบบอกถึงวิธีการสอบและยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย ทั้งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐานมีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว จะเป็นพฤติกรรมที่สามารถตั้งคำถามได้ ซึ่งควรจัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้

- วัดด้านความรู้ความจำ
- วัดด้านความเข้าใจ
- วัดด้านการนำไปใช้
- วัดด้านการวิเคราะห์
- วัดด้านการสังเคราะห์
- วัดด้านการประเมินค่า

บุญชม ศรีสะอาด (2545, หน้า 53) สรุปว่า แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ความสามารถของบุคคลในด้านวิชาการ ซึ่งเป็นผลจากการเรียนรู้ในเนื้อหา สาระและตามจุดประสงค์ของวิชา หรือเนื้อหาที่สอนนั้น โดยทั่วไปจะวัดผลสัมฤทธิ์ในวิชาต่าง ๆ ที่เรียนในโรงเรียน วิทยาลัย มหาวิทยาลัย หรือสถาบันการศึกษาต่าง ๆ อาจจำแนกออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion referenced test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม มีคะแนนจุดตัดหรือคะแนนเกณฑ์สำหรับใช้ตัดสินว่าผู้สอบมีความรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนดหรือไม่ การวัดตรงตามจุดประสงค์เป็นหัวใจสำคัญของข้อสอบในแบบทดสอบประเภทนี้

2. แบบทดสอบอิงกลุ่ม (Norm referenced test) หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งสร้างเพื่อวัดให้ครอบคลุมหลักสูตร จึงสร้างตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ความสามารถในการจำแนกผู้สอบตามความเก่งอ่อนได้ดี เป็นหัวใจของข้อสอบในแบบทดสอบประเภทนี้ การรายงานผลการสอบอาศัยคะแนนมาตรฐานซึ่งเป็นคะแนนที่สามารถให้ความหมายแสดงถึงคุณภาพความสามารถของบุคคลนั้นเมื่อเปรียบเทียบกับบุคคลอื่น ๆ ที่ใช้เป็นกลุ่มเปรียบเทียบ

สมนึก ภัททิยชนี (2549, หน้า 73-97) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้ว ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างกับแบบทดสอบมาตรฐาน ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบคือ

1. ข้อสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or essay test)
2. ข้อสอบแบบกาถูก-ผิด (True-false test)
3. ข้อสอบแบบเติมคำ (Completion test)
4. ข้อสอบแบบตอบสั้นๆ (Short answer test)
5. ข้อสอบแบบจับคู่ (Matching test)

6. ข้อสอบแบบเลือกตอบ (Multiple choice test)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ความสามารถในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ ได้แก่ ด้านความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์ ของนักเรียนหลังจากได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้ว ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน ซึ่งผู้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์จะต้องเลือกชนิดของแบบทดสอบให้เหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการจะวัดกับนักเรียน สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นข้อแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple choice test) 4 ตัวเลือก

4. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจะต้องศึกษาวิธีการสร้างและหลักการสร้าง เพื่อให้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีคุณภาพเหมาะสมกับเนื้อหาตรงกับหลักสูตร และจุดมุ่งหมายที่ต้องการวัดกับนักเรียน มีนักการศึกษาได้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

ลิวัน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, หน้า 122-124) ได้ข้อสรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบไว้ดังนี้

1. การพิจารณาจุดประสงค์ของการทดสอบ พิจารณาว่าการสอบครั้งนี้มีจุดประสงค์หรือจุดมุ่งหมายอะไร
2. สร้างตารางกำหนดรายละเอียด บางทีเรียกตารางวิเคราะห์หลักสูตรในวิชาหนึ่ง
3. เลือกแบบของข้อสอบให้เหมาะสม เช่น แบบความเรียง แบบเติมคำ แบบจับคู่ แบบถูก-ผิด และแบบเลือกตอบ โดยใช้แบบของข้อสอบให้สอดคล้องกับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการ เพื่อจะได้ตัวแทนของพฤติกรรมจริง ๆ
4. รวมข้อสอบทำเป็นแบบทดสอบ ในการรวบรวมข้อสอบควรตรวจสอบดูว่า แต่ละข้อวัดจุดประสงค์นั้นจริงหรือไม่ แบบของข้อสอบลักษณะเดียวกันควรอยู่ในแบบทดสอบชุดเดียวกัน
5. กำหนดวิธีการดำเนินการสอน ซึ่งประกอบไปด้วย การจัดเตรียมแบบทดสอบ การจัดเตรียมห้องสอบ การจัดเตรียมอธิบายการสอบ การคุมสอบ และการตรวจให้คะแนน
6. การประเมินคุณภาพของแบบทดสอบ ควรตรวจสอบความยากของข้อสอบ อำนาจจำแนกของข้อสอบ ความเชื่อมั่นและความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ

7. การนำผลไปใช้ปรับปรุงเป้าประสงค์ของการเรียนรู้ โดยผลคือคะแนนที่ได้มาจะสามารถบ่งชี้ว่าใครเด่นใครด้อยในเนื้อหาใด พฤติกรรมใด ผลที่ได้ก็สามารถแนะนำให้เกิดการปรับปรุงแก้ไขการเรียนการสอนเป็นไปตามเป้าประสงค์ตามที่หลักสูตรที่ต้องการ

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2545, หน้า 97-99) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร การสร้างแบบทดสอบควรเริ่มด้วยการวิเคราะห์หลักสูตร เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาสาระและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้เป็นพฤติกรรมที่เป็นผล การเรียนรู้ที่ผู้สอนมุ่งหวังจะให้เกิดกับผู้เรียน ซึ่งผู้สอนจะต้องกำหนดไว้ล่วงหน้า สำหรับเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนและสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์
3. กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง โดยการศึกษาตารางวิเคราะห์หลักสูตร และจุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาและตัดสินใจเลือกใช้ชนิดของข้อสอบที่จะใช้วัดว่าจะใช้แบบใด โดยต้องเลือกให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้และเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน แล้วศึกษาวิธีเขียนข้อสอบชนิดนั้น ให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักและวิธีการเขียนข้อสอบ
4. เขียนข้อสอบ ผู้ออกข้อสอบลงมือเขียนข้อสอบตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร และให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยอาศัยหลักและวิธีการเขียนข้อสอบที่ได้ศึกษามาแล้วในขั้นที่ 3
5. ตรวจสอบข้อสอบ เพื่อให้ข้อสอบที่เขียนไว้แล้วในขั้นที่ 4 มีความถูกต้องตามหลักวิชา มีความสมบูรณ์ครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณา ทบทวนตรวจสอบข้อสอบอีกครั้งก่อนที่จะจัดพิมพ์และนำไปใช้ต่อไป
6. จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง เมื่อตรวจสอบข้อสอบเสร็จแล้วให้พิมพ์ข้อสอบทั้งหมด จัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับทดลอง โดยมีคำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีตอบแบบทดสอบ (Direction) และจัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม
7. ทดสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ การทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบเป็นวิธีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบก่อนนำไปใช้จริง โดยนำแบบทดสอบไปทดลองกับกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกลุ่มที่ต้องการสอนจริง แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์และปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพ โดยสภาพการปฏิบัติจริงของการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในโรงเรียนมักไม่ค่อยมีการทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ ส่วนใหญ่นำแบบทดสอบไปใช้ทดสอบแล้วจึงวิเคราะห์ข้อสอบ เพื่อปรับปรุงข้อสอบและนำไปใช้ในครั้งต่อไป

8. จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบ หากพบว่าข้อสอบข้อใด ไม่มีคุณภาพหรือมีคุณภาพไม่ดีอาจจะต้องตัดทิ้งหรือปรับปรุงแก้ไขข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น แล้วจึงจัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับจริงที่จะนำไปทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 196) ได้อธิบายถึงขั้นตอนในการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นที่สอน
2. เขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมของเนื้อหาที่ต้องการออกข้อสอบ เพราะ

วัตถุประสงค์ที่เขียนในรูปแบบของพฤติกรรมที่ให้นักเรียนแสดงออกนั้น สังกัดได้และวัดได้ ภายหลังจากการเรียนการสอน

3. ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่จะออกข้อสอบ
4. พิจารณาว่าจะใช้ข้อสอบชนิดใด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, หน้า 30) ได้เสนอขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของการวัดผลประเมินผล สารการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และมโนทัศน์ของแต่ละเรื่อง

2. กำหนดสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัด

3. เลือกประเภทของแบบทดสอบอย่างหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถอย่างเต็มศักยภาพ

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการทดสอบและเวลาที่ใช้สอบ

5. สร้างแบบทดสอบตามคุณลักษณะที่กำหนด โดยคำนึงถึงเทคนิคของการสร้างแบบทดสอบและความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย

6. ตรวจสอบความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ สำหรับแบบทดสอบบางแบบอาจต้องตรวจสอบความเป็นปรนัยด้วย

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 87-88) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนสำคัญดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สารการเรียนรู้หรือเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยการเรียนหรือเรื่องที่ต้องการวัด

2. กำหนดจุดมุ่งหมายของการวัดและการประเมิน สารการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด

3. เลือกประเภทของแบบทดสอบโดยอาจเป็นแบบปรนัยทั้งหมด แบบอัตนัยทั้งหมด หรือแบบปรนัยผสมกับแบบอัตนัย เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถตาม จุดมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการสอบและเวลาที่ใช้สอบ เช่น การสอบย่อยหรือสอบเก็บคะแนน อาจใช้เวลา 30-60 นาที การสอบปลายภาคหรือสอบปลายปี อาจใช้เวลา 100-120 นาที เป็นต้น โดยในส่วนของจำนวนข้อสอบและคะแนนต้องสัมพันธ์หรือ เหมาะสมกับเวลาที่ใช้สอบและรูปแบบของแบบทดสอบด้วย จัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบ (Table of specification) เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัดตาม อัตราส่วนที่เหมาะสม โดยพฤติกรรมที่มุ่งวัดนั้น อาจใช้ความสามารถด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้ ความจำ และการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ หรืออาจ ผลสมผสานระหว่างความสามารถด้านความรู้ ความคิดกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้ ความจำและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจและการสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ ความเข้าใจและการให้เหตุผล การนำไปใช้และการแก้ปัญหา การวิเคราะห์และ การแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งการจัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบนี้จะช่วยทำให้ได้แบบทดสอบที่มีความ ตรงเชิงเนื้อหา

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สรุปการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรและเนื้อหา
2. กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง
3. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหา
4. สร้างข้อสอบตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร และให้ สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
5. ตรวจสอบข้อสอบ ผู้ออกข้อสอบพิจารณาทบทวนตรวจสอบอีกครั้งก่อนที่จะ จัดพิมพ์และนำไปใช้ต่อไป
6. จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง โดยมีคำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีตอบแบบทดสอบ (Direction) และจัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม
7. นำแบบทดสอบไปทดลองกับกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกลุ่มที่ต้องการสอนจริง แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์และปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพ จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบ หาก พบว่าข้อสอบข้อใดไม่มีคุณภาพหรือมีคุณภาพไม่ดีต้องตัดทิ้งหรือปรับปรุงแก้ไขข้อสอบให้มี คุณภาพดีขึ้น

8. จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง

5. ลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดี

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีไว้ดังนี้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช (2546, หน้า 223-225) ระบุว่า การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้มีคุณภาพต้องสร้างแบบทดสอบนั้นมีคุณลักษณะที่ดีดังต่อไปนี้

1. ความตรง หมายถึง แบบทดสอบนั้นสามารถวัดได้ตรงตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการจะวัดหรือวัดในสิ่งที่แบบทดสอบนั้นจะวัด กล่าวคือ ถ้าแบบทดสอบมีคุณลักษณะของความตรง แสดงว่าแบบทดสอบนั้นสามารถวัดได้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา และครอบคลุมพฤติกรรมที่กำหนดไว้ ความตรงของแบบทดสอบอาจจำแนกได้เป็นความตรงตามเนื้อหา ความตรงเชิงโครงสร้าง ความตรงตามสภาพ และความตรงเชิงพยากรณ์

1.1 ความตรงตามเนื้อหา คือ ลักษณะแบบทดสอบวัดได้ตรงและครอบคลุมเนื้อหาที่ต้องการจะวัด ในทางปฏิบัติที่จะช่วยให้แบบทดสอบมีความตรงตามเนื้อหาได้คือ การจัดทำแผนผังการออกข้อสอบซึ่งจัดทำต่อเนื่องจากตารางวิเคราะห์วัตถุประสงค์พฤติกรรม เพราะฉะนั้นการสร้างข้อสอบก็ต้องสร้างตามลักษณะเนื้อหาและพฤติกรรมที่กำหนดไว้

1.2 ความตรงตามโครงสร้าง หมายถึง ลักษณะที่แบบทดสอบจัดไว้ครอบคลุมพฤติกรรมที่วิเคราะห์ไว้ในตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม กล่าวคือ แบบทดสอบสามารถวัดพฤติกรรมได้สอดคล้องตรงตามที่กำหนดไว้ในวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น ๆ

1.3 ความตรงตามสภาพ หมายถึง ลักษณะที่แบบทดสอบวัดได้สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของผู้เข้าสอบขณะนั้น กล่าวคือ ผู้เข้าเรียนสามารถทำแบบทดสอบได้สอดคล้องกับสภาพที่เป็นอยู่

1.4 ความตรงเชิงพยากรณ์ หมายถึง ลักษณะที่แบบทดสอบสามารถทำนายผลในอนาคตได้ถูกต้อง กล่าวคือ ถ้าแบบทดสอบมีความตรงเชิงพยากรณ์สูงแล้วคะแนนความสามารถของผู้เข้าสอบจากแบบทดสอบจะสอดคล้องสัมพันธ์กับคะแนนความสามารถทางการเรียนรู้ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

2. ความเที่ยง หมายถึง ลักษณะความคงเส้นคงวาของแบบทดสอบ ไม่ว่าจะสอบวัดกี่ครั้งก็ตามข้อสอบที่มีความเที่ยงสูงจะเป็นข้อสอบที่ให้คะแนนในแต่ละครั้งสอดคล้องกัน

3. ความเป็นปรนัย คือ ลักษณะที่แบบทดสอบนั้น สามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ ซึ่งแบบทดสอบจะมีความเป็นปรนัยสูง ก็ต่อเมื่อ

3.1 คำถามที่ถามมีความแจ่มชัด ใช้ภาษารัดกุม ไม่กำกวม ผู้สอบมีความเข้าใจคำถามตรงกัน

3.2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแน่ชัด ไม่ว่าจะตรวจเมื่อใด ใครเป็นผู้ตรวจจะได้คะแนนเท่ากันเสมอ วิธีการให้คะแนนที่เป็นปรนัยมากที่สุด ได้แก่ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

4. ความยาก หมายถึง แบบทดสอบควรมีความยากพอเหมาะ เพราะถ้าข้อสอบยากหรือง่ายเกินไปก็ไม่สามารถทำให้ผู้สอบแสดงพฤติกรรมที่ต้องการวัดออกมาได้ กล่าวคือ ข้อสอบยากเกินไปก็ไม่มีใครทำได้แต่ถ้าข้อสอบง่ายเกินไปทุกคนก็ทำได้หมด ก็ไม่มีประโยชน์อะไร โดยทั่วไปแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ตัวถูกควรมีค่าความยากระหว่าง 0.20 ถึง 0.80

5. มีอำนาจจำแนก คำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบจะต้องสามารถจำแนกประเภทผู้สอบได้เป็นคนเก่งและไม่เก่งได้ กล่าวคือ คนเก่งจะตอบถูกและคนไม่เก่งจะตอบผิด ซึ่งโดยทั่วไปแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ตัวถูกควรมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

6. มีประสิทธิภาพ หมายถึง การประหยัดเวลา เงิน และแรงงานในการสร้างแบบทดสอบที่มีความตรงและเชื่อถือได้มากที่สุด รวมถึงการตรวจให้คะแนนทำได้ง่าย มีความเหมาะสมระหว่างจำนวนข้อในแบบทดสอบและเวลาที่ให้ทำแบบทดสอบนั้น รวมถึงการพิมพ์แบบทดสอบ ต้องพิมพ์ได้ชัดเจน

ราตรี นันทสุนทร (2553, หน้า 87-90) ได้กล่าวถึงคุณลักษณะของแบบทดสอบที่ดีเฉพาะที่สำคัญ ๆ 10 ประการ คือ

1. ความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ความคงเส้นคงวาของผลการวัด การที่นำเครื่องมือนี้ไปทดสอบกลุ่มตัวอย่าง ไม่ว่าจะทดสอบกี่ครั้ง ๆ ก็ตาม ก็ยังคงได้คะแนนเท่าเดิม

2. ความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง เครื่องมือนี้สามารถวัดได้ตามสิ่งที่ต้องการจะวัด หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ที่จะวัด ความเที่ยงตรงแบ่งออกได้เป็น 3 ประเภท คือ ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct validity) และ ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-related validity)

2.1 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content validity) การที่ครูสอนนักเรียนในเรื่องอะไรก็ออกข้อสอบเรื่องนั้น การที่จะรู้ว่าข้อสอบมีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาหรือไม่ก็นำข้อสอบไปเปรียบเทียบกับตารางวิเคราะห์หลักสูตร ภาคเนื้อหาวิชาว่าข้อสอบฉบับนั้นวัดเนื้อหาที่สอนนักเรียนได้ครอบคลุมเพียงใด ถ้าวัดได้ครอบคลุมตารางวิเคราะห์หลักสูตรถือว่ามีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา

2.2 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง หมายถึง แบบทดสอบใดก็ตามที่สามารถวัดได้ตามลักษณะหรือตามทฤษฎีต่าง ๆ ของโครงสร้างนั้น

2.3 ความเที่ยงตรงเชิงเกณฑ์สัมพัทธ์ เป็นความเที่ยงตรงแบบอาศัยเกณฑ์ที่ต้องการเป็นหลักแบ่งออกเป็น 2 อย่างคือ

2.3.1 ความเที่ยงตรงตามสภาพ (Concurrent validity) หมายถึง แบบทดสอบที่สามารถวัดได้ตามสภาพความเป็นจริงของกลุ่มตัวอย่าง

2.3.2 ความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive validity) แบบทดสอบฉบับใดก็ตามที่มีความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์แล้ว เมื่อนำไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง ก็สามารถที่จะพยากรณ์อนาคตของกลุ่มตัวอย่างได้ถูกต้อง

3. ความยากง่าย (Difficulty) หมายถึง ค่าที่ได้จากจำนวนคนที่ทำข้อสอบนั้นถูก ถ้ามีจำนวนคนที่ทำข้อสอบนั้นถูกมาก ก็ถือว่าข้อสอบนั้นง่าย ถ้าจำนวนคนที่ทำข้อสอบนั้นถูกน้อย ก็ถือว่าข้อสอบนั้นมีความยาก ถ้ามีจำนวนคนทำข้อสอบนั้นถูกครึ่งหนึ่งคือทำถูก 50% ก็ถือว่าข้อสอบนั้นมีความยากง่ายปานกลาง ค่าความยากง่ายนี้จะใช้สัญลักษณ์ p แทน ย่อมาจาก Percent และ Proportion คือเปอร์เซ็นต์หรือสัดส่วนที่นักเรียนทำข้อนั้นถูก โดยปกติข้อสอบที่มีความยากง่ายใช้ได้จะมีค่า p อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ถ้ามีค่าต่ำกว่านี้ก็ถือว่ายากไป และถ้า p มีค่าสูงกว่านี้ก็ถือว่าง่ายไป ข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายพอเหมาะคือข้อสอบที่มีค่า $p = 0.50$ คือมีคนที่ทำข้อสอบนั้นถูกประมาณ 50% นั่นเอง

4. อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง ความสามารถในการจำแนกเด็กเก่งและเด็กอ่อนได้ในข้อคำถามของข้อสอบแบบอิงกลุ่ม แต่ถ้าเป็นข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ อำนาจจำแนก หมายถึง ความสามารถในการจำแนกความรู้ก่อนเรียนและความรู้หลังเรียน ค่าอำนาจจำแนกจะใช้สัญลักษณ์ r หรือ D แทน

5. ความเป็นปรนัย (Objectivity) หมายถึงแบบทดสอบที่มีลักษณะ 3 ประการดังนี้

- 5.1 ความแจ่มชัดในความหมายของข้อคำถาม
- 5.2 ความแจ่มชัดในวิธีตรวจหรือมาตรฐานการให้คะแนน
- 5.3 ความแจ่มชัดในการแปลความหมายของคะแนน

คุณภาพข้อนี้แบบทดสอบจะขาดไม่ได้ เพราะเป็นสิ่งที่ทำให้เกิดคุณภาพทางด้านความเชื่อมั่นสูง และความเที่ยงตรงของการวัดด้วย

6. ถามได้เจาะจง (Definite) เขียนข้อคำถามให้ชัดเจน โดยถามให้เจาะจงลงไปว่าถามอะไร อย่างตั้งคำถามที่คลุมเครือหรือถามวกวน เพราะจะทำให้นักเรียนอ่านคำถามแล้วไม่รู้ว่าควรถามอะไร ซึ่งจะมีผลทำให้ข้อสอบขาดความเป็นปรนัยไปด้วย

7. ถามให้ลึก ๆ (Searching) ข้อคำถามที่ดีจะต้องถามวัดพฤติกรรมขั้นสูง ๆ เช่น คำถามวัดความเข้าใจ นำไปใช้ วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า เป็นต้น ไม่ควรถามคำถามที่วัดแต่จำ

อย่างเดียวกันซึ่งจะทำให้ข้อสอบวัดพฤติกรรมการที่ไม่ครอบคลุม อันมีผลต่อความเที่ยงตรงตาม โครงสร้าง
ทันที

8. ยุติธรรม (Fair) ข้อสอบที่ดีจะต้องประกอบด้วยข้อคำถามที่วัดครอบคลุมเนื้อหาที่
เรียนไป ไม่ใช่ถามเจาะจงเฉพาะเนื้อหาตอนใดตอนหนึ่งเท่านั้น เพื่อให้นักเรียนที่ผ่านการอ่านทุก
เนื้อเรื่องตอบได้ซึ่งจะเป็นการให้เห็นว่าไม่เสียเวลาอ่าน เพราะถ้ายังอ่านเนื้อหาไม่มาก ก็ยังตอบได้มาก

9. คำถามจะต้องมีลักษณะตัวอย่าง (Exemplary) คำถามที่ดีจะต้องเขียนแล้วช่วยหรือรื้อให้นัก
นักเรียนอยากจะทำต่อไป หรืออยากจะทำต่อไป โดยปกติแล้วมักจะเป็นคำถามที่
เขียนวัดพฤติกรรมสูง ๆ ทำให้นักเรียนต้องคิดในการตอบและเมื่อตอบแล้วก็อยากจะทำต่อไป
จริง ทำให้มีแรงที่จะค้นคว้าความรู้มาตอบใหม่

10. ประสิทธิภาพ (Efficiency) ข้อสอบที่ดีจะต้องมีประสิทธิภาพของการสอบ คือ
แบบทดสอบไม่เพียงพอแต่สอบเพื่อวัดความรู้นักเรียนอย่างเดียว แต่ต้องตอบแล้วใช้ผลการสอบไป
ทำประโยชน์ได้ให้คุ้มกับเวลาและเงินที่เสียไปแล้ว เช่น ใช้ผลสอบไปใช้ในการแนะแนว หา
จุดบกพร่องของการเรียน เป็นต้น

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ว่าลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีนั้นจะต้องวัดได้
ตรงตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ ข้อคำถามจะต้องมีความชัดเจนว่าจะถามอะไร ไม่ควรถามในสิ่งที่
ยากหรือง่ายจนเกินไป และมีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจน นอกจากนี้แบบทดสอบที่ดีควรมีค่า
ความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

อารมณ จันทร์ลามา (2550, หน้า 93) ได้ศึกษาผลของการสอนแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน
โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหานักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนโดยใช้กระบวนการ
แก้ปัญหานักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีนักเรียน
ที่มีผลการสอบหลังเรียนผ่านเกณฑ์ 60 % คิดเป็นร้อยละ 90.20 2) ความสามารถของนักเรียนใน
การแก้ปัญหานักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหานักเรียนหลังเรียนสูงกว่า
ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียน โจทย์
ปัญหาเศษส่วน หลังการเรียน โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนหลังเรียนอยู่ในระดับมาก

สำเนียง กิจขุนทด (2552, หน้า 99) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เทคนิค STAD เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนได้รับพัฒนาการผ่านรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เทคนิค STAD ทำให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ได้แก่ ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ความสามัคคี ความรับผิดชอบ กล้าแสดงออก และความมั่นใจในตัวเอง และนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 76.95 และมีจำนวนนักเรียนร้อยละ 83.33 ของนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

กมลทิพย์ กุลกิจ (2554, หน้า 115-116) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD เป็นกิจกรรมที่นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ การคิดวิเคราะห์ ทำความเข้าใจ วางแผนเลือกแนวทางแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบผลด้วยตนเองจากสถานการณ์ที่ครูและนักเรียนเป็นผู้กำหนด มีทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยนความรู้กันและกัน ช่วยเหลือกัน กล้าแสดงความคิดเห็น ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นเมื่อมีเหตุผลดีกว่า รับผิดชอบในหน้าที่ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และนักเรียนจำนวนร้อยละ 85.71 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 83.92

สุนิตย์ สัจจา (2554, หน้า 75) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบตามแนวคิดของโพลยาโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ ผลการวิจัยพบว่า 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบตามแนวคิดของโพลยาโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 84.83/ 82.92 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 2) ค่าดัชนีประสิทธิผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบตามแนวคิดของโพลยาโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.7437 หมายความว่านักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นร้อยละ 74.37 3) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบตามแนวคิดของโพลยาโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โสมภิลัย สุวรรณ (2554, หน้า 72-73) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

โรงเรียนอนุบาลลำพูน ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนที่เหมาะสมกับกลุ่มเป้าหมายในครั้งนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้คำถามนำในการชี้แนะแนวทางให้นักเรียนนำกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยขั้นตอนทั้งสี่ของกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสามารถยึดหยุ่นได้และนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในด้านการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนการแก้ปัญหา แต่ยังมีความบกพร่องในการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถทำได้ครบทุกขั้นตอน ในด้านการตรวจคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจคำตอบได้อย่างครบถ้วนและสมบูรณ์

อัจฉราภรณ์ บุญจริง (2554, หน้า 71-72) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 78.27 และนักเรียนจำนวนร้อยละ 81.48 ของนักเรียนทั้งหมด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบโดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya พบว่า นักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 91.48 รองลงมาคือขั้นวางแผนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 75.56 และขั้นที่ได้คะแนนน้อยที่สุดคือ ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ คิดเป็นร้อยละ 58.89 และในภาพรวมนักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 75.09

ลิจิต สุเมธานุสรณ์ (2556, หน้า 97-98) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ โดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โพลยา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่มในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โพลยาอยู่ในระดับมาก

2. งานวิจัยต่างประเทศ

พุท (Putt, 1979, p. 5382-A) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ 2 วิธี ที่มีผลต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับเกรด 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ผู้วิจัยสอนห้องที่หนึ่ง โดยสอนตามรูปแบบซึ่งมีพื้นฐานมาจากกระบวนการเรียนรู้ของกาเย่ และการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ซึ่งจะใช้วิธีสอนแบบฮิวริสติก

ในการสอนนักเรียนกลุ่มนี้ ส่วนห้องที่สองสอนโดยการสร้างประสบการณ์แก่นักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และไม่ใช่วิธีสอนแบบฮิวริสติก ในการสอนนักเรียนกลุ่มที่สอง ส่วนกลุ่มควบคุมสอนโดยการใช้วิธีสอนแบบปกติ ผลการทดลองพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญระหว่างวิธีสอน 2 วิธี กับวิธีสอนแบบปกติ และมีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญเกี่ยวกับการแก้ปัญหานักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม สิ่งที่พัฒนาขึ้นซึ่งเห็นได้ชัดในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองก็คือ วิธีสอนวิธีแรกจะทำให้เห็นความแตกต่างในด้านทัศนคติที่มีต่อการแก้ปัญหานักเรียน คำถามซึ่งนักเรียนใช้ถามเพื่อที่จะทำให้เข้าใจในปัญหา การใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหและการตั้งชื่อยุทธวิธีในการแก้ปัญห ส่วนในด้านทัศนคติที่มีต่อการแก้ปัญหานักเรียน พบว่า มีความแตกต่างกันไม่มากนักระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม และมีความแตกต่างกันน้อยมากระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม จะเห็นได้ว่าวิธีสอนทั้งสองวิธีช่วยทำให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญห และได้ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น

รอส (Ross, 1995, pp. 125-140) ได้ศึกษาผลย้อนกลับของนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ กับการเรียนแบบปกติในวิชาคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนระดับ 7 จำนวน 18 คน ที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ ทำการทดลองเป็นเวลา 4 เดือน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีผลย้อนกลับในด้านการให้ความช่วยเหลือกันในกลุ่มเกิดทักษะกระบวนการคิดเพื่อแก้ปัญหาค้นหาให้ตนเองและเพื่อนเพิ่มขึ้น และส่งเสริมให้นักเรียนประสบความสำเร็จในตนเองอีกด้วย

ดาร์เรล เอ ออสติน (Darrel A' Austin, 1996 อ้างถึงใน พิมพ์ภรณ์ สุขพ่วง, 2548, หน้า 71) แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย โดยแบ่งนักศึกษาเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองซึ่งเรียนแบบร่วมมือ และกลุ่มควบคุมซึ่งเรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ชูเตอร์ (Schurter, 2001 อ้างถึงใน จิตติมา พิสาภาค, 2552, หน้า 29) ได้ทำการศึกษาการใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและกระบวนการแก้ปัญหานักเรียนของโพลยา สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการพัฒนาการเรียนคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี University of the Incarnate Word, San Antonio, Texas, USA โดยผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบการพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างการใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ

เพียงอย่างเดียว กับการใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจร่วมกับการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจร่วมกับการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีการพัฒนาการแก้ปัญหาที่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการตรวจสอบความรู้เพียงอย่างเดียว

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ โพลยา พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์จะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น และเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการทำงานกลุ่ม รู้จักการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ส่วนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา พบว่า ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และมีทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญห่อีกด้วย ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหามาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีหัวข้อในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ
4. วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของโรงเรียนพระตำหนักมหาราช จังหวัดชลบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพระตำหนักมหาราช จังหวัดชลบุรี จำนวน 18 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการวิจัยดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน จำนวน 4 แผน รวม 12 ชั่วโมง

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบ อัตนัย จำนวน 5 ข้อ

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน
แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน โดย
การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ
โพลยา จำนวน 4 แผน รวม 12 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และเนื้อหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5
เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการเรียนรู้

1.2 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้แนวคิด
ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์
ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้
การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ
โพลยา

1.3 วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 5 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้และ
สาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
1	<p>ค.1.2 ป.5/1 บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ</p> <p>ค.1.2 ป.5/3 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาของคนของจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้</p> <p>ค.6.1 ป.5/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>ค.6.1 ป.5/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้</p> <p>อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. นักเรียนสามารถบวกและลบ เศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้</p>	<p>1. การบวกและการลบ เศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน</p> <p>2. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วน</p>	3

ตารางที่ 13 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
2	<p>ค 1.2 ป. 5/1 บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณ หารของเศษส่วน พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ</p> <p>ค 1.2 ป. 5/3 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาของคนของจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้</p> <p>ค 6.1 ป. 5/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ป. 5/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. นักเรียนสามารถคูณเศษส่วนกับจำนวนนับได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถคูณเศษส่วนกับเศษส่วนได้</p> <p>3. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคำนวณเศษส่วนได้</p>	<p>1. การคูณเศษส่วนกับจำนวนนับ</p> <p>2. การคูณเศษส่วนกับเศษส่วน</p> <p>3. โจทย์ปัญหาการคูณเศษส่วน</p>	3

ตารางที่ 13 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
3	<p>ค 1.2 ป. 5/1 บวก ลบ คูณ หาร และบวกลบคูณระคนของเศษส่วน พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ</p> <p>ค 1.2 ป. 5/3 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้</p> <p>ค 6.1 ป. 5/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ป. 5/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้</p> <p>อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. นักเรียนสามารถหารเศษส่วนได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการหารเศษส่วนได้</p>	<p>1. การหารเศษส่วน</p> <p>2. โจทย์ปัญหาการหารเศษส่วน</p>	3

ตารางที่ 13 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
4	<p>ค 1.2 ป. 5/1 บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ</p> <p>ค 1.2 ป. 5/3 วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาและโจทย์ปัญหาหาค่าของจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนับได้</p> <p>ค 6.1 ป. 5/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาค 6.1 ป. 5/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วนได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วนได้</p>	<p>1. การบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน</p> <p>2. โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน</p>	3
รวม				12

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

- มาตรฐานการเรียนรู้
- ตัวชี้วัด
- จุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์
- สาระสำคัญ
- สาระการเรียนรู้
- กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้น คือ
 - ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน
 - ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย
 - ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย
 - ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม
 - ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ
- สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้
- การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้
- บันทึกหลังการสอน

1.5 สร้างแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ 4 ชุด ให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 การวิเคราะห์แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม				รวม
		ความรู้/ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1						
การบวกและการลบ	นักเรียนสามารถบวกเศษส่วนที่มี	3	1			4
เศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน	ตัวส่วนไม่เท่ากันได้					
	นักเรียนสามารถลบเศษส่วนที่มีตัว	3	1			4
	ส่วนไม่เท่ากันได้					
โจทย์ปัญหาการบวก	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการบวก					
และการลบเศษส่วน	และการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วน			1	1	2
	ไม่เท่ากันได้					
	รวม	6	2	1	1	10
แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2						
การคูณเศษส่วนกับ	นักเรียนสามารถคูณเศษส่วนกับ	3	1			4
จำนวนนับ	จำนวนนับได้					
การคูณเศษส่วนกับ	นักเรียนสามารถคูณเศษส่วนกับ	3	1			4
เศษส่วน	เศษส่วนได้					

ตารางที่ 14 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม				รวม
		ความรู้/ความเข้าใจ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
โจทย์ปัญหาการคูณ เศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการคูณ เศษส่วนได้		1	1		2
	รวม	6	2	1		10
แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3						
การหารเศษส่วน	นักเรียนสามารถหารเศษส่วนได้	6	2			8
โจทย์ปัญหาการหาร เศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการหาร เศษส่วนได้		1	1		2
	รวม	6	2	1		10
แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4						
การบวก ลบ คูณระคน ของเศษส่วน	นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ ระคนของเศษส่วนได้	6	2			8
โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วนได้		1	1		2
	รวม	6	2	1		10

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และแบบทดสอบย่อยที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบย่อยที่ได้ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้ว ไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือจำนวน 5 ท่าน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อ ตรวจสอบความเหมาะสม และความถูกต้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรม การเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้ และระยะเวลาที่ใช้สอน ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข โดยใช้แบบประเมินคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ โดยกำหนดเกณฑ์ประเมิน ดังนี้

5	หมายถึง	มีความเหมาะสมมากที่สุด
4	หมายถึง	มีความเหมาะสมมาก
3	หมายถึง	มีความเหมาะสมปานกลาง
2	หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อย
1	หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

และมีเกณฑ์การแปลความหมาย ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

ค่าเฉลี่ย	4.51-5.00	หมายถึง	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	3.51-4.50	หมายถึง	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย	2.51-3.50	หมายถึง	เหมาะสมปานกลาง
ค่าเฉลี่ย	1.51-2.50	หมายถึง	เหมาะสมน้อย
ค่าเฉลี่ย	1.00-1.50	หมายถึง	เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีความเหมาะสมจะต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป

และตรวจสอบความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดหรือไม่ จากนั้นบันทึกผลการพิจารณาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ในแต่ละข้อแล้วนำไปคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (Index of item objective congruence: *IOC*) โดยมีเกณฑ์ประเมิน ดังนี้

+ 1	หมายถึง	แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น
0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น
- 1	หมายถึง	แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น

พิจารณาข้อสอบข้อที่มีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป และในกรณีที่มีข้อสอบมีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ต่ำกว่า .50 ผู้วิจัยจะต้องปรับปรุงข้อสอบตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

ผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญพบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ 4.79 ซึ่งมีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด และแบบทดสอบย่อยทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ .60-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ข) นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ให้เพิ่มข้อความและปรับภาษาให้ชัดเจน และแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ให้ปรับตัวเลือกข้อ 4 ให้ครอบคลุมมากยิ่งขึ้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ให้ปรับภาษาให้ชัดเจน และแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ให้ปรับแก้ตัวเลขของโจทย์ข้อ 4 และปรับภาษาโจทย์ข้อ 9 ให้ชัดเจน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ให้เพิ่มรายละเอียดของขั้นที่ 3 การทดสอบย่อยให้ชัดเจนยิ่งขึ้น และให้เพิ่มข้อความในใบกิจกรรมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น และปรับภาษาในแต่ละขั้นให้ชัดเจน และแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ให้ปรับตัวเลือกข้อ 8 ให้ตัวเลือกแต่ละตัวเลือกมีความใกล้เคียงกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ให้ปรับรูปภาพให้เท่ากัน และปรับภาษาให้ชัดเจน และแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ให้ปรับภาษาโจทย์ข้อ 10 ให้ชัดเจน

โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบย่อยตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบย่อยที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปเสนอประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบย่อยที่ปรับปรุงแก้ไขไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/2 โรงเรียนพระตำหนักมหาราช ปีการศึกษา 2557 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 18 คน เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรม และจากการทดลองใช้พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้สามารถจัดกิจกรรมได้ทันตามกำหนดเวลา และแบบทดสอบย่อยนักเรียนสามารถทำได้ทันตามกำหนดเวลา

1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบย่อยที่ปรับปรุงแล้ว พิมพ์เป็นฉบับจริง เพื่อนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2 กำหนดลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ

2.3 คัดเลือกข้อสอบ โดยพิจารณาจากค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยที่ค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป

2.4 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ดังตารางที่

ตารางที่ 15 การวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม			รวม
		ความรู้/ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้ การวิเคราะห์	
การบวกและการลบ เศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน	นักเรียนสามารถบวกเศษส่วนที่มี ตัวส่วนไม่เท่ากันได้	2 (1)	2 (1)		4 (2)
	การบวกและการลบ เศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน	2 (1)	2 (1)		4 (2)
โจทย์ปัญหาการบวก และการลบเศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหการบวก และการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วน ไม่เท่ากันได้			2 (1)	4 (2)
	การคูณเศษส่วนกับ จำนวนนับ	2 (1)	2 (1)		4 (2)
การคูณเศษส่วนกับ เศษส่วน	นักเรียนสามารถคูณเศษส่วนกับ เศษส่วนได้	2 (1)	2 (1)		4 (2)
	โจทย์ปัญหาการคูณ เศษส่วน			2 (1)	4 (2)

ตารางที่ 15 (ต่อ)

สถานะเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบจำแนกตามระดับพฤติกรรม				รวม
		ความรู้/ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
การหารเศษส่วน	นักเรียนสามารถหารเศษส่วนได้	2	2			4
		(1)	(1)			(2)
โจทย์ปัญหาการหาร	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการหาร			2	2	4
เศษส่วน	เศษส่วนได้			(1)	(1)	(2)
การบวก ลบ คูณระคน	นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ	2	2			4
ของเศษส่วน	ระคนของเศษส่วนได้	(1)	(1)			(2)
โจทย์ปัญหาการบวก	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการบวก			2	2	4
ลบ คูณระคนของเศษส่วน	ลบ คูณระคนของเศษส่วนได้			(1)	(1)	(2)
	รวม	12	12	8	8	40
		(6)	(6)	(4)	(4)	(20)

2.5 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 แบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์ข้อสอบ

2.6 นำแบบทดสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

2.7 นำแบบทดสอบไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผล จำนวน 5 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และความครอบคลุมของคำถาม โดยให้ผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดหรือไม่ จากนั้นบันทึกผลการพิจารณาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ในแต่ละข้อแล้วนำไปคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) โดยมีเกณฑ์ประเมิน ดังนี้

- + 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น

โดยคัดเลือกข้อสอบข้อที่มีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป

ผลการประเมินพบว่าแบบทดสอบมีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อสอบแต่ละข้อ มีค่าตั้งแต่ .60-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ข) นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ให้เน้นคำว่า “ถูกต้อง” “ไม่ถูกต้อง” ในข้อคำถาม และปรับแก้ตัวเลือกในข้อ 4 ให้ถูกต้อง ปรับแก้ตัวเลือกในข้อ 23 เนื่องจากมีความหมายเหมือนกัน ปรับแก้ตัวเลือกในข้อ 30,31 เนื่องจากตัวเลือกเห็นชัดเจนไปว่าถูก/ไม่ถูกต้องแน่ ๆ ปรับแก้ข้อคำถาม โจทย์ข้อ 29, 32, 37, 38 ให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น และปรับแก้โจทย์ข้อ 39 ให้มีการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปคำนวณด้วย

2.8 ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.9 นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/ 2 โรงเรียนพระตำหนักมหาราช ปีการศึกษา 2557 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 18 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.10 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูกและให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก

2.11 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) และเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป

2.12 คัดเลือกข้อสอบจำนวน 20 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่าข้อสอบมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .44-.78 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .22-.67 และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson method) โดยมีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ .87 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก)

2.13 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาทฤษฎี นิยาม เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2 ศึกษาเนื้อหา ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

3.3 กำหนดลักษณะของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย

3.4 กำหนดจุดมุ่งหมายในการทดสอบ จุดประสงค์ของการเรียนรู้ สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง
โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้	2	1
	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้	2	1
โจทย์ปัญหาการคูณเศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการคูณเศษส่วนได้	2	1
โจทย์ปัญหาการหารเศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการหารเศษส่วนได้	2	1
โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารของเศษส่วน	นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารของเศษส่วนได้	2	1
	รวม	10	5

3.5 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการ โจทย์แก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

3.6 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring rubric) ซึ่งผู้วิจัย สังเคราะห์เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของรีส์ ชุยแควม และ ลินควิสต์ (Reys, Suydam, Lindquist, 1995, p. 313) สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 113-114) อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 92) และเวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555ก, หน้า 115-118) ดังนี้

สิ่งที่ประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การประเมิน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ ถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด
	1	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนแต่ บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์ กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ ต้องการหาได้ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ไม่ถูกต้องแต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง
	0	ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ ต้องการหาได้
การวางแผนแก้ปัญหา	1	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	0	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่แสดง การเลือกใช้ยุทธวิธี

สิ่งที่ประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การประเมิน
การดำเนินการแก้ปัญหา	2	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด
	1	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ ได้ถูกต้องบางส่วน/แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ ได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ
	0	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ ไม่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบถูกต้อง/ไม่แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบ
การตรวจคำตอบ	1	ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง

3.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วปรับปรุงแก้ไข

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับแบบทดสอบ แล้วนำไปตรวจสอบความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดหรือไม่ จากนั้นบันทึกผลการพิจารณาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ในแต่ละข้อแล้วนำไปคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (*IOC*) โดยมีเกณฑ์ประเมิน ดังนี้

- + 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ข้อนั้น

โดยคัดเลือกข้อสอบข้อที่มีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป

ผลการประเมินพบว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีค่า *IOC* เท่ากับ 1 และค่า *IOC* ของเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ .80 ทูกรายการประเมิน (รายละเอียดดังภาคผนวก ข) นอกจากนี้ ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ให้ปรับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อ 6 และข้อ 10 ให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/2 โรงเรียนพระตำหนักมหาราช ปีการศึกษา 2557 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 18 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.11 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์รายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้สูตรของวิทนี-ซาเบอร์ และเลือกข้อสอบที่มีความยากง่าย (p) ระหว่าง .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป

3.12 คัดเลือกข้อสอบจำนวน 5 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่าข้อสอบมีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .50-.75 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .26-.70 และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ .75 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

3.13 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง เป็นแบบ One-shot case study โดยดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มที่ใช้ในการวิจัยทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตน ได้ถูกต้อง และแจ้งคะแนนฐานให้นักเรียนแต่ละคนทราบ โดยคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคนได้มาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเรื่องเศษส่วน ที่นักเรียนเรียนก่อนหน้า

2. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกลุ่มผู้เรียน ซึ่งแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก 4-5 คน สมาชิกในกลุ่มจะมีความสามารถแตกต่างกัน คือ เด็กเรียนเก่ง 1 คน เด็กเรียนปานกลาง 2-3 คน และเด็กเรียนอ่อน 1 คน วิธีการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทำได้ดังนี้

2.1 จัดลำดับนักเรียนในชั้นจากเก่งที่สุดไปหาอ่อนที่สุด โดยยึดตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเรื่อง เศษส่วน ที่นักเรียนเรียนก่อนหน้า

2.2 หากจำนวนกลุ่มทั้งหมดว่ามีกี่กลุ่ม แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกประมาณ 4-5 คน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างมีนักเรียนทั้งหมด 18 คน แบ่งกลุ่มละ 4 คน ได้ 2 กลุ่มและกลุ่มละ 5 คน ได้ 2 กลุ่ม

2.3 กำหนดนักเรียนเข้ากลุ่มเพื่อให้ได้กลุ่มที่สมดุลกันในประเด็นต่อไปนี้คือ

1) แต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนจากเก่ง ปานกลาง อ่อน

2) ในการจัดกลุ่มระดับผลการเรียนโดยเฉลี่ยของทุกกลุ่มจะต้องใกล้เคียงกัน ผู้วิจัยจัดกลุ่มได้ ดังนี้ ให้ชื่อกลุ่มทั้ง 4 กลุ่ม ด้วยอักษร A-D จากนั้นจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยเริ่มจากคนที่เรียนเก่งที่สุดให้อยู่กลุ่ม A ไปมาเรื่อย ๆ จนถึง D คนที่ 4 จะอยู่ในกลุ่ม D จากนั้นเริ่มใหม่ได้ย้อนกลับ คือ ให้คนที่ 5 อยู่ในกลุ่ม D ไปเรื่อย ๆ จนถึงคนที่ 9 และคนที่ 10 ผู้วิจัยจัดให้อยู่ในกลุ่ม A และ B ตามลำดับ จากนั้นคนที่ 11 อยู่ในกลุ่ม A ทำซ้ำแบบเดิมจนถึงนักเรียนที่เรียนจุดอ่อนที่สุดจะได้นักเรียนเข้ากลุ่มละความสามารถ คือ เก่ง: ปานกลาง: อ่อน ตามอัตราส่วน 1: 2-3: 1 ดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม

ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
นักเรียนเก่ง	1	A	นักเรียนปานกลาง	11	A
	2	B		12	B
	3	C		13	C
	4	D		14	D

ตารางที่ 17 (ต่อ)

ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
	5	D			
	6	C		15	D
นักเรียนปานกลาง	7	B	นักเรียนอ่อน	16	C
	8	A		17	B
	9	A		18	A
	10	B			

3. ดำเนินการทดลอง โดยทำการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ใช้เวลา 12 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนด้วยตนเอง

4. เมื่อเสร็จสิ้นการสอนแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

5. ตรวจสอบคะแนนแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ โดยใช้วิธีทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. การวิเคราะห์เชิงปริมาณ

1.1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample

2. การวิเคราะห์เชิงคุณภาพ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการวิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ร้อยละ (Percentage) โดยคำนวณจากสูตร (สมนึก ภัททิษณี, 2549, หน้า 260)

$$\text{ร้อยละ} = \frac{f}{N} \times 100$$

เมื่อ f คือ คะแนนที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ
 N คือ คะแนนเต็ม

1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 33)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{x} คือ คะแนนเฉลี่ย
 $\sum x$ คือ ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล
 n คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

1.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S คือ ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
 $(\sum x)^2$ คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดยกกำลังสอง
 $\sum x^2$ คือ ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
 n คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

2.1 หากำดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC)

ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน โดยวิธีการของโรวินสลิและแฮมเบลดัน (พร้อมพรรณ อุตมสิน, 2544, หน้า 116)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	คือ	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	$\sum R$	คือ	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	คือ	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบชนิดเลือกตอบ โดยคำนวณจากสูตรของจอห์นสัน (Johnson) (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544, หน้า 144)

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ	p	คือ	ค่าความยากง่าย
	R_h	คือ	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง
	R_l	คือ	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ
	n_h	คือ	จำนวนคนในกลุ่มสูง
	n_l	คือ	จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

2.3 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบชนิดเลือกตอบ โดยคำนวณจากสูตรของจอห์นสัน (Johnson) (พร้อมพรรณ อุคมสิน, 2544, หน้า 144)

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ	r	คือ	ค่าอำนาจจำแนก
	R_h	คือ	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มสูง
	R_l	คือ	จำนวนผู้ที่ตอบถูกในคนกลุ่มต่ำ
	n_h	คือ	จำนวนคนในกลุ่มสูง

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบชนิดเลือกตอบ โดยคำนวณจากสูตร KR-20 คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555ข, หน้า 160)

$$r'' = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	r''	คือ	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	คือ	จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p	คือ	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
q	คือ	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
S_t^2	คือ	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

2.5 หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ไขโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตรของวิทเนย์-ซาเบอร์ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, หน้า 147)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	p	คือ	ค่าความยากง่าย
	S_h	คือ	ผลรวมของคะแนนในกลุ่มสูง
	S_l	คือ	ผลรวมของคะแนนในกลุ่มต่ำ
	n_t	คือ	จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	x_{\max}	คือ	คะแนนสูงสุดที่ได้
	x_{\min}	คือ	คะแนนต่ำสุดที่ได้

2.6 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ไขโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตรของวิทเนย์-ซาเบอร์ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, หน้า 147)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	r	คือ	ค่าอำนาจจำแนก
	S_h	คือ	ผลรวมของคะแนนในกลุ่มสูง
	S_l	คือ	ผลรวมของคะแนนในกลุ่มต่ำ
	n_h	คือ	จำนวนคนในกลุ่มสูง
	x_{\max}	คือ	คะแนนสูงสุดที่ได้
	x_{\min}	คือ	คะแนนต่ำสุดที่ได้

2.7 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) (เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร, 2555ข, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ	α	คือ	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	คือ	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	S_i^2	คือ	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	S_t^2	คือ	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

ทดสอบสมมติฐาน โดยใช้สูตร t-test for one sample จากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2540, หน้า 240)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

เมื่อ	t	คือ	ค่าที่พิจารณาใน t-distribution
	\bar{x}	คือ	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ_0	คือ	ค่าเฉลี่ยที่เป็นเกณฑ์ ($\mu_0 = 70\%$)
	s	คือ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	คือ	จำนวนของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเสนอผลการวิจัย ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
\bar{x}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
μ_0	แทน	เกณฑ์ร้อยละ 70
t	แทน	การทดสอบที (t -test for one sample)
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 1 ผู้วิจัยได้นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	คะแนน เต็ม	μ_0 (ร้อยละ 70)	\bar{x}	S	t
ผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนวิชา คณิตศาสตร์	18	20	14	15.83	2.15	3.62*

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(0.1,17)} = 2.5669$)

จากตารางที่ 18 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 15.83 คิดเป็นร้อยละ 79.17 ซึ่งเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่าคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 2 ผู้วิจัยได้นำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่ม

ผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา ไปเทียบกับกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งได้ผลดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	คะแนน เต็ม	μ_0 (ร้อยละ 70)	\bar{x}	S	t
ความสามารถใน การแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	18	30	21	24.33	3.46	4.08*

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(0.01,17)} = 2.5669$)

จากตารางที่ 19 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 24.33 คิดเป็นร้อยละ 81.11 ซึ่งเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างตามกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นการตรวจคำตอบ โดยมีรายละเอียดของผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 20 ถึงตารางที่ 23

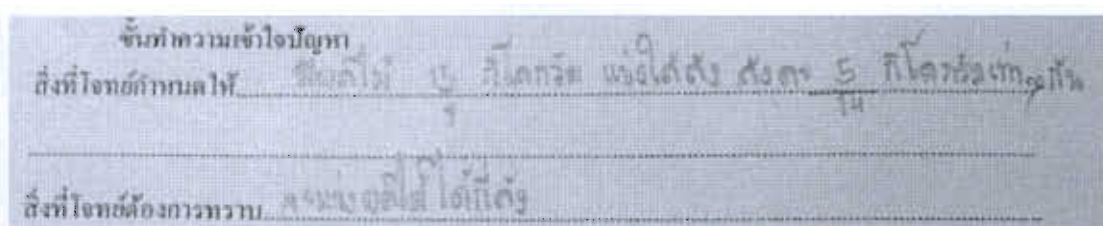
ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ปรากฏผลดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อ ของชั้นการทำความเข้าใจปัญหา จำแนกตามระดับคะแนน

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)					ร้อยละ
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
ชั้นการทำความเข้าใจปัญหา						
2 คะแนน	15 (83.33)	15 (83.33)	11 (61.11)	11 (61.11)	13 (72.22)	72.22
1 คะแนน	3 (16.67)	3 (16.67)	7 (38.89)	7 (38.89)	5 (27.78)	27.78
0 คะแนน	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0.00
รวม	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	100

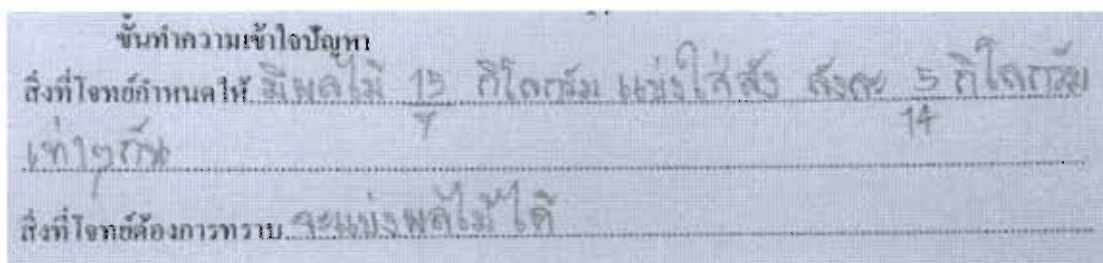
จากตารางที่ 20 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา อยู่ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.22 และเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่า ในข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 5 ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.33, 83.33, 61.11, 61.11, 72.22 โดยมีตัวอย่างผลงานในแต่ละระดับคะแนน ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 2 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 72.22 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ จากตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง” แสดงดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 2 คะแนน ในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา

กลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ถูกต้องและครบถ้วนแต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 27.78 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ จาก ตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง” แสดงดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นการทำความเข้าใจ ปัญหา

จากภาพที่ 3 พบว่า นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนแต่บอก สิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง จึงได้คะแนน 1 คะแนน

กลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 0 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ ซึ่งไม่มีนักเรียนคนใดที่จัดอยู่ในกลุ่มนี้

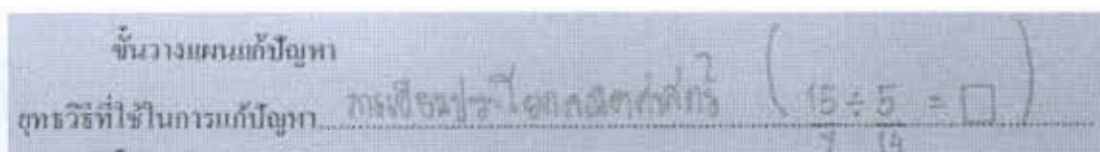
ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ปรากฏผล ดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อ ของชั้นการวางแผนแก้ปัญหา จำแนกตามระดับคะแนน

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)					ร้อยละ
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
ชั้นการวางแผนแก้ปัญหา						
1 คะแนน	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	100
0 คะแนน	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	0.00
รวม	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	100

จากตารางที่ 21 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการวางแผนแก้ปัญหา อยู่ระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 100 โดยมีตัวอย่างผลงานในแต่ละระดับคะแนน ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 100 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ จากตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ถัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ถัง” แสดงดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 1 คะแนน ในชั้นการวางแผนปัญหา

กลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 0 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงการเลือกใช้ยุทธวิธี ซึ่งไม่มีนักเรียนคนใดที่จัดอยู่ในกลุ่มนี้

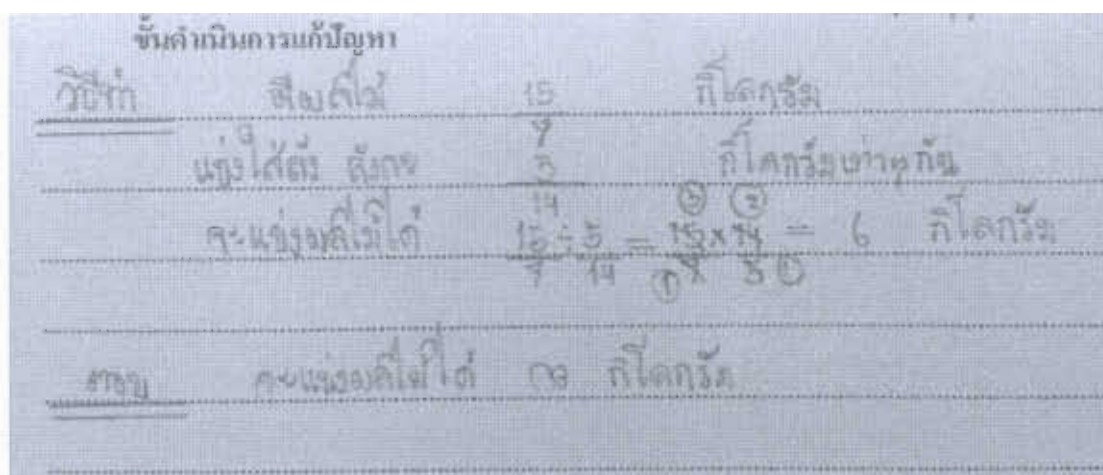
ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหา
ปรากฏผลดังตารางที่ 22

ตารางที่ 22 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อ ของชั้นการดำเนินการแก้ปัญหา จำแนก
ตามระดับคะแนน

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)					ร้อยละ
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา						
2 คะแนน	15 (83.33)	15 (83.33)	14 (77.78)	8 (44.44)	5 (27.78)	63.33
1 คะแนน	3 (16.67)	3 (16.67)	4 (22.22)	9 (50.00)	5 (27.78)	26.67
0 คะแนน	0 (0.00)	0 (0.00)	0 (0.00)	1 (5.56)	8 (44.44)	10.00
รวม	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	100

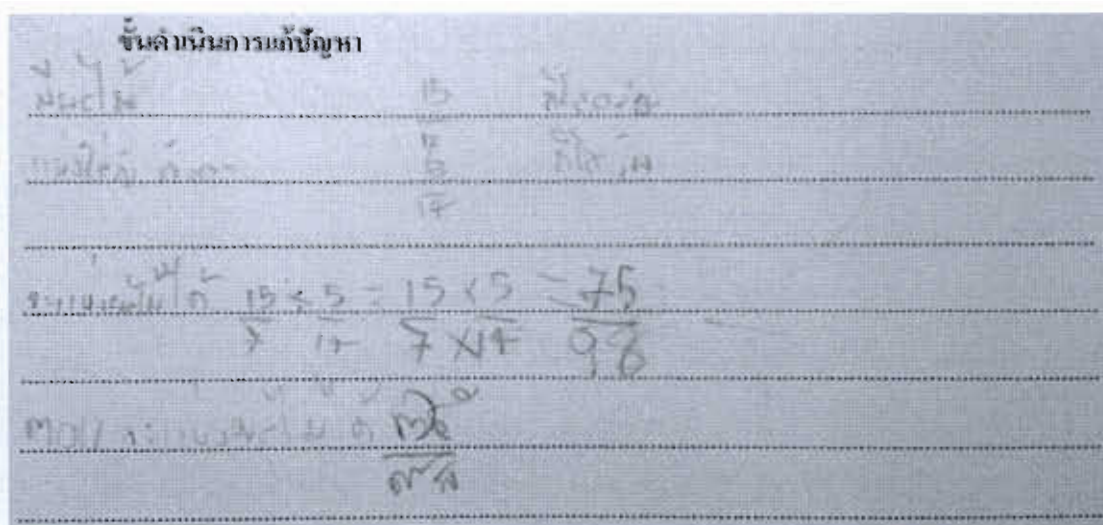
จากตารางที่ 22 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหา อยู่ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 63.33 และเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่า ในข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 3 ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับคะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.33, 83.33, 77.78 ส่วนข้อที่ 4 ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 50.00 แต่ในข้อที่ 5 ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.44 โดยมีตัวอย่างผลงานในแต่ละระดับคะแนน ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 2 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำนวณ และสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 63.33 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ จากตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง” แสดงดังภาพที่ 5



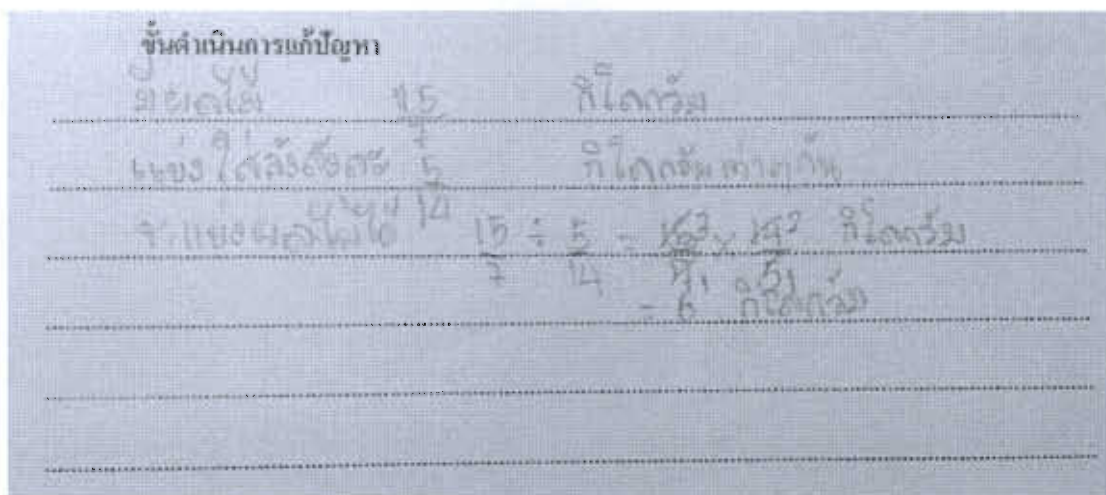
ภาพที่ 5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 2 คะแนน ในขั้นตอนการแก้ปัญหา

กลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำนวณได้ถูกต้องบางส่วน/แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำนวณได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ คิดเป็นร้อยละ 26.67 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบจากตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ถัง 3 ถัง จะแบ่งผลไม้ได้กี่ถัง” แสดงดังภาพที่ 6 และภาพที่ 7



ภาพที่ 6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นตอนการแก้ปัญหา

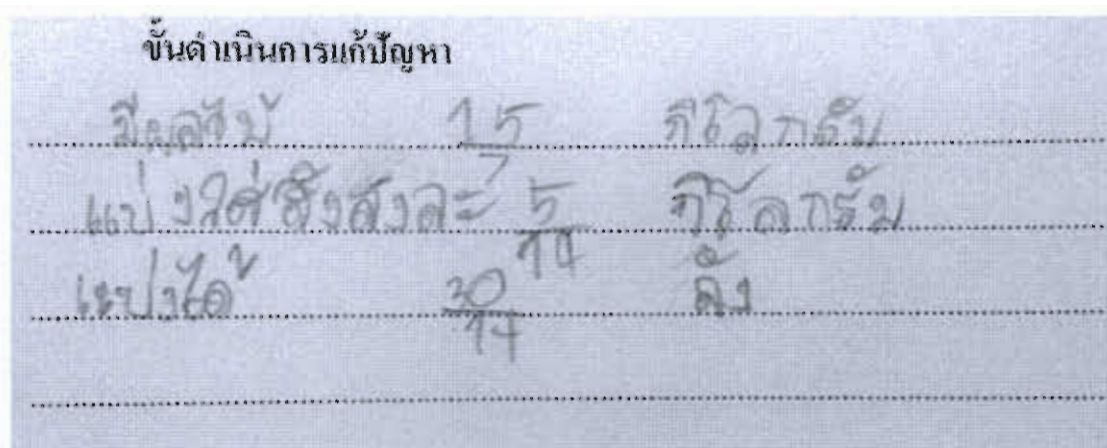
จากภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้องบางส่วน และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง จึงได้คะแนน 1 คะแนน



ภาพที่ 7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 1 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 7 พบว่า นักเรียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการสรุปคำตอบ จึงได้คะแนน 1 คะแนน

กลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 0 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณไม่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบถูกต้อง/ไม่แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบ คิดเป็นร้อยละ 10.00 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ จากตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง” แสดงดังภาพที่ 8



ภาพที่ 8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 3 ได้คะแนน 0 คะแนน ในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 8 พบว่า นักเรียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง จึงได้คะแนน 0 คะแนน

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการตรวจคำตอบ ปรากฏผลดังตารางที่ 23

ตารางที่ 23 จำนวนและร้อยละของนักเรียนในแต่ละข้อ ของขั้นการตรวจคำตอบ จำแนกตามระดับคะแนน

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)					ร้อยละ
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
ขั้นการตรวจคำตอบ						
1 คะแนน	14 (77.78)	12 (66.67)	10 (55.56)	11 (61.11)	8 (44.44)	61.11
0 คะแนน	4 (22.22)	6 (33.33)	8 (44.44)	7 (38.89)	10 (55.56)	38.89
รวม	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	18 (100)	100

จากตารางที่ 23 พบว่า ในภาพรวมระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นการตรวจคำตอบ อยู่ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.11 และเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ

พบว่า ในข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 4 ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการตรวจคำตอบของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับคะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 77.78, 66.67, 55.56, 61.11 แต่ในข้อที่ 5 ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นการตรวจคำตอบของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับคะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 55.56 โดยมีตัวอย่างผลงานในแต่ละระดับคะแนน ดังนี้

กลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 1 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 61.11 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ จากตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง” แสดงดังภาพที่ 9

ชั้นตรวจคำตอบ

$$3 \times 5 = 15$$

7

ภาพที่ 9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 1 ได้คะแนน 1 คะแนน ในชั้นการตรวจคำตอบ

กลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 0 คะแนน โดยนักเรียนกลุ่มนี้ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 38.89 โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ จากตัวอย่างโจทย์ “มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง” แสดงดังภาพที่ 10

ชั้นตรวจคำตอบ

$$1 \times 5 = 5$$

7

ภาพที่ 10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มที่ 2 ได้คะแนน 0 คะแนน ในชั้นการตรวจคำตอบ

จากภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง จึงได้คะแนน 0 คะแนน

บทที่ 5

สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็น นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพระตำหนักมหาราช จังหวัดชลบุรี จำนวน 18 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน จำนวน 4 แผน รวม 12 ชั่วโมง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .44-.78 มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .22-.67 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .87 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .50-.75 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .26-.70 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .75 การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย (\bar{x}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบที (t-test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผลการวิจัย

จากการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัย 2 ประเด็น ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 15.83 คิดเป็นร้อยละ 79.17 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ เนื่องมาจากสาเหตุหลายประการ ดังนี้

1.1 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่ใช้ในการวิจัยนี้ เป็นการจัดการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อย ที่สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีเป้าหมายร่วมกัน และเพื่อให้เป้าหมายของกลุ่มสำเร็จแล้ว นักเรียนในกลุ่มนั้นคอยช่วยเหลือสนับสนุนกันและกัน ช่วยกันศึกษาเนื้อหา อีกทั้งนักเรียนที่เก่งในกลุ่มก็คอยช่วยอธิบายเนื้อหาให้เพื่อนในกลุ่มที่ไม่เข้าใจ ได้เข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น เพื่อให้สมาชิกในกลุ่มทุกคนทำข้อสอบได้ นอกจากนี้นักเรียนอ่อนในกลุ่มก็ต้องพยายามที่จะเรียนรู้และทำความเข้าใจในเนื้อหาด้วย เพื่อที่จะสอบได้คะแนนดี ๆ เพราะคะแนนของกลุ่มจะมาจากคะแนนพัฒนาการของสมาชิกในกลุ่มทุกคน ด้วยสาเหตุนี้จึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Slavin (1995, p. 6) ที่ได้กล่าวว่าวิธีสอนแบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ จะกระตุ้นนักเรียนให้ช่วยเหลือสนับสนุนกันและกัน เห็นความสำคัญของการเรียน เกิดความสนุกสนานในการเรียนรู้ มีการอภิปรายกันถึงวิธีแก้ปัญหา ซึ่งการอธิบายความรู้ให้เพื่อนเข้าใจจะเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดี และสอดคล้องกับแนวคิดของ Johnson, Johnson and Holubec (1994, pp. 1.3-1.4) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยให้ผู้เรียนพยายามที่จะเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมาย เป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น รวมถึงสอดคล้องกับคำกล่าวของวัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542, หน้า 44-45) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยยกระดับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยของทั้งห้องเรียน เมื่อผู้ที่เรียนเก่งช่วยเหลือผู้ที่เรียนอ่อน เขาจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดของสิ่งที่กำลังเรียน ได้ชัดเจนขึ้น ขณะที่ผู้ที่เรียนอ่อนสามารถเรียนรู้จากเพื่อนที่ใช้ภาษาใกล้เคียงกันได้ ง่ายกว่าการเรียนจากครู

1.2 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ในขั้นการเรียนกลุ่มย่อย นอกจากนักเรียนได้ฝึกคิดคำนวณแล้วยังได้มีการฝึกการแก้ปัญหาตามกระบวนการของโพลยาอีกด้วย และจากการที่นักเรียน ได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาอย่างสม่ำเสมอ จึงทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน และช่วยให้นักเรียนได้ฝึกคิด วิเคราะห์โจทย์ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหา และตรวจ

คำตอบด้วยตนเองได้ ซึ่งเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้คิดจึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นด้วย ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยของอัจฉราภรณ์ บุญจริง (2254, หน้า 68) ที่พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya เรื่อง โจทย์ปัญหาหระคน นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 78.27 และมีนักเรียนจำนวนร้อยละ 81.48 ของนักเรียนทั้งหมด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

1.3 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ในชั้นการทดสอบย่อย ซึ่งในขั้นนี้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนเรียนเนื้อหาจบแล้วนั้น จะมีการทำแบบทดสอบย่อยเป็นรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาของนักเรียน จากนั้นนำคะแนนที่นักเรียนสอบได้มาคิดเป็นคะแนนก้ำกัหน้าของนักเรียน และนำคะแนนก้ำกัหน้าของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันเพื่อหาคะแนนความก้ำกัหน้าเฉลี่ยของกลุ่ม ถ้าหากกลุ่มใด ได้คะแนนความก้ำกัหน้าเฉลี่ยของกลุ่มสูงที่สุดจะได้รับการยกย่องจากเพื่อน ๆ และครู และผลจากการทำแบบทดสอบย่อยทุกครั้งหลังจากเรียนจบเนื้อหา ทำให้ผู้วิจัยได้ทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องหรือส่วนที่ผิดพลาดส่วนใด จึงทำให้ผู้วิจัยสามารถแก้ไขปัญหานักเรียนได้อย่างตรงจุด ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของพร้อมพรรณ อุดมสิน (2544, หน้า 11) ที่กล่าวว่า ผลการสอบสามารถนำมาใช้หาจุดเด่น-จุดด้อยของผู้สอบว่ามีปัญหาในเรื่องอะไร ต้องแก้ไขจุดอ่อนของผู้เรียนตรงไหน ซึ่งครูผู้สอนจะสามารถสอนซ่อมเสริม ให้ถูกต้องว่า ต้องแก้ไขจุดอ่อนของผู้เรียนตรงไหน และจะช่วยให้ผู้เรียนไม่สะสมสิ่งที่ไม่รู้มากขึ้น จนพอกหางหมูไว้จนไม่สามารถเรียนต่อไปได้ นอกจากนี้การได้รับการยกย่องจากเพื่อน ๆ และครู นั้นถือว่าเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนรู้สึกภูมิใจ และเป็นแรงกระตุ้นและแรงผลักดันให้นักเรียนแต่ละคนอยากที่จะเรียนรู้ อยากที่จะทำ ความเข้าใจในเนื้อหาให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ ทฤษฎีการวางเงื่อนไขของสกินเนอร์ (อ้างถึงใน ทิศนา แจมมณี, 2555, หน้า 57) ที่กล่าวว่า การกระทำใด ๆ ถ้าได้รับการเสริมแรง จะมีแนวโน้มที่จะเกิดขึ้นอีก และสอดคล้องกับทฤษฎีของ มาสโลว์ (อ้างถึงใน ทิศนา แจมมณี, 2555, หน้า 69) ที่กล่าวว่า มนุษย์ทุกคนย่อมต้องการยอมรับ และการยกย่องจากสังคม หากความต้องการ ได้รับการตอบสนองอย่างเพียงพอ มนุษย์จะสามารถพัฒนาตน ไปสู่ขั้นที่สูงขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น จึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของกมลทิพย์ กุลกิจ (2554, หน้า 115-116) พบว่า การจัดกิจกรรม

การเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD มีนักเรียนจำนวนร้อยละ 85.71 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของลิจิต สุเมธานุสรณ์ (2556, หน้า 97-98) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โพลยา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 24.33 คิดเป็นร้อยละ 81.11 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ เนื่องมาจากสาเหตุหลายประการ ดังนี้

2.1 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาที่ใช้ในการวิจัยนี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักการทำงานเป็นกลุ่มช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ร่วมกันคิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา อย่างเป็นขั้นเป็นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งจะเห็นได้จาก

2.1.1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนจะร่วมกันพิจารณาและบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และ โจทย์ต้องการทราบอะไร และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นนี้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์และบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และ โจทย์ต้องการทราบอะไร แต่ก็ยังมีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และ โจทย์ต้องการทราบอะไร หรือบอกสิ่งที่ โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ โจทย์ต้องการทราบไม่ครบถ้วน แต่เมื่อได้มีการเรียนรู้เป็นกลุ่ม นักเรียนที่เก่งหรือนักเรียนปานกลางก็คอยช่วย คอยให้คำแนะนำเพื่อนที่ไม่เข้าใจให้เข้าใจใน โจทย์มากยิ่งขึ้น

2.1.2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา หลังจากนักเรียนทราบแล้วว่า โจทย์ต้องการทราบอะไรในขั้นก่อนแล้ว ในขั้นนี้ นักเรียนจะพิจารณาและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นนี้ของนักเรียนพบว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหส่วนใหญ่ นักเรียนใช้การเขียนประโยคคณิตศาสตร์ โดยในช่วงแรกของการทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนอ่อนไม่สนใจที่จะช่วยเพื่อนทำงาน ส่วนนักเรียนเก่งก็จะทำงานของตนเอง

เพียงอย่างเดียว ไม่สนใจที่จะอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ ดังนั้นครูต้องคอยกระตุ้นให้รู้จักช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ช่วยกันวางแผนแก้ปัญหา และการทำงานเป็นกลุ่มไม่ควรให้คนใดคนหนึ่งเป็นคนทำอย่างเดียว เพราะความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับทุก ๆ คนในกลุ่ม หลังจากที่ครูได้ให้คำแนะนำนักเรียนไปแล้วนักเรียนอ่อนเริ่มที่จะสนใจ ร่วมเสนอความคิดเห็นกับเพื่อนในกลุ่มมากขึ้น

2.1.3 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้ และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นนี้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำวิธีการแก้ปัญหามาใช้ และแสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างได้ถูกต้อง และในขั้นนี้นักเรียนเก่งหรือนักเรียนปานกลางคอยใส่ใจ ให้ความช่วยเหลือ และคอยอธิบายให้นักเรียนอ่อนได้เข้าใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องตามไปด้วย อีกทั้งยังคอยกระตุ้นและให้กำลังใจกับนักเรียนอ่อน เพื่อไม่ให้นักเรียนอ่อนเกิดความรู้สึกเบื่อท้อแท้ และไม่อยากที่จะเรียนรู้การแก้ปัญหาอีกต่อไป นอกจากนี้ในเนื้อหาเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหอย่างได้ถูกต้อง เนื่องจากเนื้อหาเรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วนเป็นเนื้อหาที่ยากและซับซ้อน อาศัยการคิดและวิเคราะห์ที่เป็นอย่างมากเพราะใน โจทย์หนึ่งข้อนักเรียนจะต้องดำเนินการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน

2.1.4 ขั้นการตรวจคำตอบ ในขั้นนี้นักเรียนจะตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างปัญหากับคำตอบที่ได้ และเกิดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นนี้ของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจคำตอบได้ แต่ในบางครั้งลืมที่จะตรวจคำตอบ ผู้วิจัยจึงคอยย้ำกับนักเรียนให้เห็นถึงความสำคัญของการตรวจคำตอบ เนื่องจากการตรวจคำตอบนี้ถือเป็นตรวจสอบได้ว่าสิ่งที่เราคำนวณและหาคำตอบมาได้นั้นถูกต้องหรือไม่ หรือผิดพลาดตรงไหน และสำหรับนักเรียนอ่อนในขั้นนี้ก็ยังมีนักเรียนเก่งหรือนักเรียนปานกลางคอยช่วยเหลือ อธิบาย เพื่อให้นักเรียนอ่อนเข้าใจและสามารถตรวจคำตอบด้วยตัวเองได้

จากกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยาทั้ง 4 ขั้นและการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ที่นักเรียนได้เรียนรู้กันเป็นกลุ่ม คอยช่วยเหลือช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ร่วมกันคิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา อย่างเป็นขั้นเป็นตอนแล้ว จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของปรีชา เนาเวียงผล (2538, หน้า 78-79) ที่กล่าวว่า พฤติกรรมการสอนของครูที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา จะช่วยให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการวิเคราะห์เกี่ยวกับปัญหาที่กำหนดให้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา ช่วยให้เกิดแนวคิดใน

การหาวิธีการในการแก้ปัญหาตามลำดับขั้น ส่งเสริมให้ได้พัฒนาความสามารถในการลงมือทำตามแผน ซึ่งเป็นการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ การคิดวิเคราะห์ และสามารถนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการดำเนินการตามแผนเพื่อหาคำตอบ และส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการตรวจสอบวิธีการและคำตอบ เป็นการช่วยให้นักเรียนมีความรอบคอบและสอดคล้องกับแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 180-184) ได้ให้แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาว่า ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมมือเป็นทีมหรือกลุ่มได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตนได้อธิบายถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้เด็กมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน และครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาคืบคลานและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

2.2 หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเสร็จแล้วทุกครั้ง ผู้วิจัยได้ให้แบบฝึกหัดนักเรียนกลับไปทำเป็นรายบุคคล เพื่อเป็นการให้นักเรียนได้ฝึกและทบทวนการแก้ปัญหาเนื้อหานั้นได้คล่องขึ้น และผลจากการที่นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดทุกครั้ง ช่วยทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์และแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 14) ที่กล่าวว่า ถ้านักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอจะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จึงส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของสุนิตย์ สัจจา (2554, หน้า 75) ที่พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบตามแนวคิดของโพลยาโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของอารมณ จันทร์สาม

(2550, หน้า 93) ซึ่งพบว่า ความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

จากการสังเกตในการทำงานกลุ่มพบว่า นักเรียนที่มีผลการเรียนเก่งมักจะทำงานเองคนเดียว ส่วนนักเรียนอ่อนไม่สนใจต่อการทำงานกลุ่ม จึงเสนอแนะ

1. ในการทำงานกลุ่มครูควรทำความเข้าใจกับนักเรียนเรื่องการทำงานกลุ่ม เนื่องจากนักเรียนที่มีผลการเรียนเก่งมักจะทำงานเองคนเดียว ส่วนนักเรียนอ่อนไม่สนใจต่อการทำงานกลุ่ม ดังนั้นครูจึงควรแนะนำให้นักเรียนรู้จักช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ช่วยกันแก้ปัญห และการทำงานเป็นกลุ่มไม่ควรให้คนใดคนหนึ่งเป็นคนทำอย่างเดียว เพราะความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับทุก ๆ คนในกลุ่ม

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูควรเน้นขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและขั้นตรวจคำตอบ เนื่องจากขั้นดำเนินการแก้ปัญหาเป็นขั้นที่นักเรียนผิดพลาดในส่วนการคำนวณได้บ่อย และนักเรียนไม่ค่อยตรวจคำตอบ ดังนั้นครูฝึกด้านคำนวณควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา และฝึกให้นักเรียนตรวจคำตอบจนเคยชิน

3. ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน ครูควรฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์วิธีการดำเนินการที่ใช้ในการแก้ปัญหาคด้วยโจทย์ที่หลากหลายมากขึ้น เนื่องจาก โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณระคนเป็น โจทย์ที่ยากและซับซ้อน และต้องอาศัยการวิเคราะห์ถึงวิธีที่จะใช้ดำเนินการในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธีขึ้นไป

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรทำการศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และระดับชั้นอื่น ๆ

2. ควรทำการศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับตัวแปรอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน เช่น ความคงทนในการเรียนรู้ พฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่ม ความพึงพอใจ ฯลฯ

3. ควรศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เกิดจากการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อดูประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาว่าเหมาะสมกับนักเรียนทุกกลุ่มหรือไม่

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กลมทิพย์ กุลกิจ. (2554). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD เรื่องการบวก ลบ คูณ หาร
ระคน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและ
การสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- กณิตา เคนนิม และสุวิมล จรุงโสตร์. (2553, กันยายน-ตุลาคม). กิจกรรมเสริมประสบการณ์
สำหรับนักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี.
นิตยสารสสวท, 38(168), 21-24.
- จิตติมา พิศาภาค. (2552). *การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนา
การศึกษา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา*. วิทยานิพนธ์
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, โครงการสหวิทยาการระดับ
บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
- จงจิต ศิริรักษ์. (2557, 13 ตุลาคม). ครูชำนาญการ โรงเรียนพระตำหนักมหาราช. สัมภาษณ์
ชานนท์ จันทร์. (2555). *การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ:
อาร์ แอนด์ เอ็น ปริ้นท์.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2553). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12)*. นนทบุรี: ไทยเนรมิตกิจ
อินเตอร์ โพรเกรสซิฟ.
- ชลพร เมียนเพชร. (2556). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมัลติมีเดียโดยใช้ภาพการ์ตูน
เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการ
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณิพนธ์
การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย,
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทีศนา แจมมณี. (2555). *ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ
(พิมพ์ครั้งที่ 15)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ธีระพงษ์ ฤทธิทอง. (2545). 30 รูปแบบการจัดกิจกรรมโดยยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: เพื่อฟ้าพรินติ้ง.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). การวิจัยเบื้องต้น (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปานจิต วัชรรังษี. (2548). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการนิเทศ, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ปรีชา เนาวีเย็นผล. (2538). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2542). เอกสารการสอนรายวิชา คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยมศึกษา. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2545). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: เข้าออฟ เคอร์มิสท์.
- พิมพ์ภรณ์ สุขพ่วง. (2548). การพัฒนาผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการนิเทศ, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2546). ประมวลสาระวิชาชุดวิชาการพัฒนาเครื่องมือสำหรับการประเมินการศึกษา หน่วยที่ 1-7 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- โยมิตา เพชรกุลกิจ. (2557, 13 ตุลาคม). ครูโรงเรียนพระตำหนักมหาราช. สัมภาษณ์
- ระวีวรรณ ศรีศรีรามครัน. (2553). เทคนิคการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ราตรี นันทสุคนธ์. (2553). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: บริษัท จุดทอง จำกัด
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2551). หลักเกณฑ์การใช้เครื่องหมายวรรคตอนและเครื่องหมายอื่น ๆ หลักเกณฑ์การเว้นวรรค หลักเกณฑ์การเขียนคำย่อ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.

- โรงเรียนพระตำหนักมหาราช. (2556). รายงานประจำปีโรงเรียนพระตำหนักมหาราช. ชลบุรี:
โรงเรียนพระตำหนักมหาราช.
- ลิขิต สุเมธานุสรณ์. (2556). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ โดยจัด
การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์โพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์การศึกษา
มหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2540). สถิติวิทยาทางการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ:
สุวีริยาสาสน์
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2541). เทคนิคการสร้างข้อสอบความถนัดทางการเรียน
(พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:
สุวีริยาสาสน์.
- วัชรรา เล่าเรียนดี. (2550). เทคนิคการจัดการเรียนการสอนและการนิเทศ. นครปฐม: โรงพิมพ์
มหาวิทยาลัยศิลปากร
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2542). แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:
วัฒนาพานิช
- วิชัย พาณิชย์สวຍ. (2546). สอนอย่างไรให้เด็กเก่ง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบัน
พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- เวชฤทธิ์ อังกณะภัทรขจร. (2555ก). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ชลบุรี: ภาควิชา
การจัดการเรียนรู้, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังกณะภัทรขจร. (2555ข). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร
การสอน และการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินิทวงศ์การพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือการวัดผลประเมินผล
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศรีเมืองการพิมพ์
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/ กระบวนการทาง
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: หจก.ส.เจริญการพิมพ์
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: บริษัท วี.พริน (1991) จำกัด

- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2557). รายงานผลการทดสอบระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ช่วงชั้นที่ 2 (ประถมศึกษาปีที่ 6) ปีการศึกษา 2557. เข้าถึงได้จาก <http://niets.or.th>
- สายหยุด ผุยนวล. (2550). การพัฒนารูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบจำนวนนับที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100,000 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem solving). กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2552). เอกสารคำสอนวิชาทฤษฎีและการสอนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สุกรี แสงจิตร. (2557, 13 ตุลาคม). ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนพระตำหนักมหาราช. สัมภาษณ์
- สุคนธ์ สนิธพานนท์. (2545). การจัดกระบวนการการเรียนรู้: เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.
- สุนิตย์ สัจจา. (2554). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบตามแนวคิดของโพลยาโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ. ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ. (2546). 19 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2549). การวัดผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: ประสานการพิมพ์
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem solving). วารสารคณิตศาสตร์, 51, 562-564 (กุมภาพันธ์-เมษายน), 71-73.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2552). รายงานการวิจัย เรื่อง สภาพปัญหาและแนวทางแก้ปัญหาการจัดการเรียนการสอนที่ส่งผลต่อการพัฒนาคุณภาพผู้เรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพฯ: วิ.ที.ซี. คอมมิวนิเคชั่น.

สำเนียง กิจขุนทด. (2552). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เทคนิค STAD เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

โสมภักดิ์ สุวรรณ. (2554). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลลำพูน. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

อรนุช ลิมตศิริ. (2556). หลักสูตรและการเรียนการสอนในระดับประถมศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง

อรวรรณ ขวัญดี. (2557, 13 ตุลาคม). ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนพระตำหนักมหาราช. สัมภาษณ์

อัจฉราภรณ์ บุญจริง. (2554). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อัมพร ม้าคอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อารมณ จันทร์ลาม. (2550). ผลการสอนแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหานักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยทักษิณ.

อำไพ ศรีโพธิ์กลาง. (2554). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์.

Adams, S. (1977). *Teaching mathematics*. New York: Harper & Row Publishers.

Adams, S., Ellis, L., & Besson, B. F. (1977). *Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach*. New York: Harper & Row, Publishers.

- Ajose, S. A., & Joyner, V. G. (1990). Cooperative learning: The rebirth effective teaching strategy, *Educational Horizons*. pp. 197-201: Summer.
- Anderson, K. R., & Pingry, R. E. (1973). *Problem solving in mathematics :It's theory and practice*. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Artzt, A. F., & Newman, C. M. (1990, September). Cooperative learning, *The Mathematics Teachers*, 83(6), 448-452.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving reasoning and communicating K-8: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan.
- Bitter, G. G., Hatfield, M. M., & Edwards, N. T. (1989). *Mathematics methods for the elementary and middle school: A comprehensive approach*. Boston: Allyn and Bacon.
- Bloom, B. S. (1976). *Human characteristics and school learning*. New York: McGraw-Hill.
- Branca, N. A. (1980). Problem solving as a goal, process, and basic skill. in *Problem Solving in School Mathematics 1980 Yearbook* (pp. 3-8). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Carrol, J. B. (1963, May). Teacher college record. *A Model of School Learning*, 64, 723-733.
- Charles, R., & Lester, F. K. (1982). *Teaching problem solving what why & how*. Palo Alto, California: Dale Semour Publications.
- Davidson, N. (1990). Small-group cooperative leaning in mathematics, *In Teaching and Learning Mathematics in the 1990s, 1990 yearbook*. Edited by Thomas J. Cooney and Christian R. Hirsch. (pp. 52-61). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1989). Cooperative leaning in mathematics education, *New Directions For Elementary School Mathematics; 1989 yearbook*. (pp. 234-245). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1994). An overview of cooperative learning. In J.S. Thousand, R. A. Villa & A. I. Nevin (Eds.), *Creativity and collaborative learning* (pp. 31-34). Baltimore, Maryland: Paul H. Brookes.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. T. (1994). *Cooperative in the classroom*. Minnesota: Interaction Book.

- Gagne, J. G. (1985). *Some examples of cognitive task analysis with instructional implications*. New Jersey: Elbaum.
- Heimer, R. T., & Trueblood, C. R. (1977). *Strategies for teaching children mathematics*. Reading, Mass: Addison-Wessley.
- Kennedy, L. M., & Tipps, S. (1997). *Guiding children's learning of mathematics* (8th ed). Belmont, California: Wadsworth.
- Krulik, S., & Reys, R. E. (1980). *Problem solving in school mathematics*. Washington D. C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. Garden City, New York: Doubleday.
- Polya, G. (1980). *On solving mathematical problems in high school*. In *problem solving in school mathematics: 1980 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Prescott, D. A. (1961). Report of conference on child study. *Education Bulletin*. Faculty of Education. Bangkok: Chulalongkorn University.
- Putt, J. I. (1979, September). An exploratory investigation of methods of instruction in mathematical problem-solving at the fifth grade level. *Dissertation Abstracts International*, 39(3), 5382-A
- Reys, R. E., Suydam, M. N., & Lindquist, M. M. (1995). *Helping children learn mathematics* (4th ed). Boston: Allyn and Bacon
- Ross, J. A. (1995, December). Effects of feedback on student behaviors in cooperative learning groups in grade 7 math class. *The Elementary School Journal*, 96, 125-140.
- Slavin, R. E. (1987, November). Cooperative learning and cooperative school, *Educational Leadership*, 45(3), 7-13.
- Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning: Theory, research and practice* (2nd ed). Boston: Allyn and Bacon.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้เชี่ยวชาญ
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้และความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- | | |
|--------------------------|---|
| 1. ดร.เชวง ช้อนบุญ | อาจารย์ประจำสาขาการศึกษาปฐมวัย
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 2. ดร.สมคิด อินเทพ | อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. อาจารย์พรทิพย์ ชิงชัย | ครู คศ.3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนวัดเสนาณรงค์
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด |
| 4. อาจารย์สุณีย์ ชอบรส | ครู คศ.3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนวัดเสนาณรงค์
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด |
| 5. อาจารย์พัชรี เข้มขาว | ครู คศ.3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนวัดช้างทูน
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาตราด |



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศร ๒๖๒๘/ ๓๓ ๖ ๒ วันที่ ๕ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๗
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
 เรียน ดร.เชวง ชื่นบุญ

ด้วยนางสาวพิมพ์ธิดา สิ้นสุหนาว นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.คงรัฐ นวลแบ่ง ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ดร.เชษฐ สิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

ที่ ศบ ๖๖๒๖ว/ว. ๖๕๕๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๓๖๙ ถนนหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๓

๔ ธันวาคม ๒๕๖๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร.สมคิด อินเทพ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงข้อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

ด้วยนางสาวพิมพ์พัชรา สินธุวนา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.คงรัฐ บวสแบ่ง ปรัชชากรรณการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.คงรัฐ บวสแบ่ง)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๕๐๙-๓๔๔๖, ๐-๓๘๕๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๕๐๙-๓๔๔๕

ผู้วิจัย ๐๘๙-๖๐๗๒๐๘๐

ที่ ศร ๒๒๒๗ ว-๒๕๖๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๒๙ ถนนเทศบาลสมน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๑๑

๔ ธันวาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน อาจารย์พรทิพย์ จิงชัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพิมพ์ธิดา สินฐานวา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.คงรัฐ นวตบง ประชานกรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า จะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๑-๓๕๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๒๓

โทรสาร ๐-๓๘๓๑-๓๕๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๗-๖๐๒๒๐๘๐

ที่ ศอ ๒๖๒๘/ว. ๒ ๕๕๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถนนหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๑๓

✓ ธันวาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน อาจารย์สุณีย์ ซอबरลี

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวพิมพ์ลลดา สิ้นสูนาว่า นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ศรัทธา นวดแบ่ง ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในกรณีนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ศิริวัฒน์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้อำนวยการศูนย์การศึกษามหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๘๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๘

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๘๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๙-๖๐๒๒๐๘๐

ที่ ศบ ๖๖๖๖/๑-๖๖๖๖



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถนนหาดบางแสน อ.แสนสุข
จ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๓

๔ ธันวาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน อาจารย์พัชรี เข็มขาว

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโคร่งย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

ด้วยนางสาวพิณทัตดา สินธุภาว นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.คงวิทย์ นวลแบ่ง ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในกรณีนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.คงวิทย์ นวลแบ่ง)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้อำนวยการแผนกอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๕๓-๓๔๘๖, ๐-๓๘๕๐-๒๐๖๓

โทรสาร ๐-๓๘๕๓-๓๔๘๕

ผู้วิจัย: ๐๔๓-๖๐๖๐๔๐

ภาคผนวก ข

- ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้
- ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้
- ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์
- ค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์
- ค่าความสอดคล้องของเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถใน
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					S	การแปลผล
	1	2	3	4	5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน	2	5	5	5	5	4.4	เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย	2	5	5	5	5	4.4	เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม	4	5	5	5	5	4.8	เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 24 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
8. การวัดผลและประเมินผล	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
เฉลี่ย						4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					S	การแปลผล	
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด	
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด	
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด	
4. สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด	
5. สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด	
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน	2	5	5	5	5	4.4	1.34	เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย	2	5	5	5	5	4.4	1.34	เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ	5	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 25 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
8. การวัดผลและประเมินผล	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
เฉลี่ย						4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					S	การแปลผล
	1	2	3	4	5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	3	5	5	5	5	0.89	เหมาะสมระดับมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	3	5	5	5	5	0.89	เหมาะสมระดับมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน	2	5	5	5	5	1.34	เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย	2	5	5	5	5	1.34	เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย	3	5	5	5	5	0.89	เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองของกลุ่ม	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 26 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
8. การวัดผลและประเมินผล	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
9. ใบกิจกรรม	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
เฉลี่ย						4.74	0.58	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 27 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					S	การแปลผล
	1	2	3	4	5		
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
4. สารสำคัญ	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด
5. สารการเรียนรู้	4	5	5	5	5	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้							
ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน	2	5	5	5	5	4.4	1.34 เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย	2	5	5	5	5	4.4	1.34 เหมาะสมระดับมาก
ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย	4	5	5	5	5	4.8	0.45 เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม	4	5	5	5	5	4.8	0.45 เหมาะสมระดับมากที่สุด
ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ	5	5	5	5	5	0	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 27 (ต่อ)

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด
8. การวัดผลและประเมินผล	3	5	5	5	5	4.6	0.89	เหมาะสมระดับมากที่สุด
เฉลี่ย						4.8	0.45	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 28 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้	ค่าเฉลี่ย	การแปลผล
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	4.8	เหมาะสมระดับมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	4.8	เหมาะสมระดับมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	4.74	เหมาะสมระดับมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	4.8	เหมาะสมระดับมากที่สุด
เฉลี่ย	4.79	เหมาะสมระดับมากที่สุด

ตารางที่ 31 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่า IOC	ผลการวิเคราะห์
	1	2	3	4	5		
1	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
10	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้

ตารางที่ 32 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่า IOC	ผลการวิเคราะห์
	1	2	3	4	5		
1	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
2	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
3	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
4	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
5	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
6	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
7	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
8	0	1	1	1	1	0.8	ใช้ได้
9	1	1	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	-1	1	1	1	0.6	ใช้ได้

ภาคผนวก ก

- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 36 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ข้อที่	p	r
1	0.78	0.22
2	0.67	0.44
3	0.72	0.56
4	0.56	0.22
5	0.61	0.33
6	0.61	0.33
7	0.72	0.56
8	0.67	0.44
9	0.78	0.44
10	0.61	0.33
11	0.67	0.67
12	0.44	0.22
13	0.61	0.56
14	0.44	0.22
15	0.72	0.33
16	0.67	0.22
17	0.67	0.44
18	0.50	0.33
19	0.56	0.44
20	0.44	0.22

ตารางที่ 37 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ข้อที่	p	q	pq
1	0.78	0.22	0.17
2	0.67	0.33	0.22
3	0.72	0.28	0.20
4	0.56	0.44	0.25
5	0.61	0.39	0.24
6	0.61	0.39	0.24
7	0.72	0.28	0.20
8	0.67	0.33	0.22
9	0.78	0.22	0.17
10	0.61	0.39	0.24
11	0.67	0.33	0.22
12	0.44	0.56	0.25
13	0.61	0.39	0.24
14	0.44	0.56	0.25
15	0.72	0.28	0.20
16	0.67	0.33	0.22
17	0.67	0.33	0.22
18	0.50	0.50	0.25
19	0.56	0.44	0.25
20	0.44	0.56	0.25

$\Sigma pq = 4.50$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S_r^2} \right) \\
 &= \frac{20}{20-1} \left(1 - \frac{4.50}{26.61} \right) \\
 &= (1.053)(0.831) \\
 &= 0.87
 \end{aligned}$$

นั่นคือ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับ

0.87

ตารางที่ 38 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	p	r
1	0.72	0.26
2	0.69	0.56
3	0.75	0.39
4	0.69	0.33
5	0.50	0.70

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_i^2} \right) \\ &= \frac{5}{5-1} \left(1 - \frac{6.91}{17.15} \right) \\ &= (1.25)(0.60) \\ &= 0.75\end{aligned}$$

นั่นคือ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.75

ภาคผนวก ง

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ (ค15101) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน
 เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน เวลา 3 ชั่วโมง
 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557
 ผู้สอน นางสาวพิมพ์ลดา สิ้นธนูวาท

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 1.2 ป. 5/ 1 บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณระคนของเศษส่วน พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ค 6.1 ป. 5/ 1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ป. 5/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถบวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้

ด้านทักษะ/ กระบวนการ

นักเรียนสามารถแก้ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันได้

ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

นักเรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

สาระสำคัญ

1. การบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน จะต้องทำตัวส่วนให้เท่ากันก่อนแล้วจึงหาผลบวกหรือผลลบ โดยนำตัวเศษมาบวกหรือลบกัน ตัวส่วนคงเดิม

2. การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน มีขั้นตอนดังนี้

2.1 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนพิจารณาและบอกว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร

2.2 ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนพิจารณาและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2.3 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาคตามแผนที่กำหนดไว้

2.4 ขั้นการตรวจคำตอบ นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของ

คำตอบ

สาระการเรียนรู้

1. การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

2. โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียน

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

2. ครูทบทวนเรื่องการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน โดยครูยกตัวอย่าง

โจทย์การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันบนกระดาน แล้วซักถามนักเรียนในประเด็นต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 $\frac{4}{9} + \frac{3}{9}$

- $\frac{4}{9} + \frac{3}{9}$ สามารถหาผลบวกได้หรือไม่ (ได้ เพราะ $\frac{4}{9}$ และ $\frac{3}{9}$ มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้น

หาผลบวกได้)

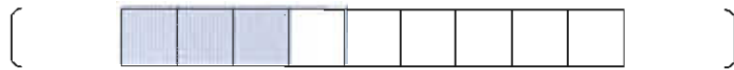
• การหาผลบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันสามารถหาได้อย่างไร
 (การหาผลบวกส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน หาคำตอบได้โดยนำตัวเศษมาบวกกัน โดยตัว
 ส่วนคงเดิม)

• $\frac{4}{9}$ จะต้องแบ่งช่องทั้งหมดกี่ช่อง มีช่องที่ต้องระบายสีกี่ช่องจากช่องทั้งหมด และ
 เขียนภาพได้อย่างไร

($\frac{4}{9}$ จะต้องแบ่งช่องทั้งหมด 9 ช่อง มีช่องที่ต้องระบายสีทั้งหมด 4 ช่องจากช่อง
 ทั้งหมด ซึ่งเขียนเป็นภาพได้ดังนี้)



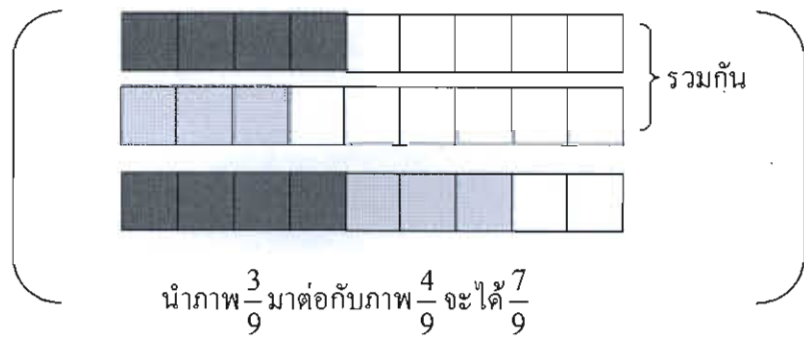
• $\frac{3}{9}$ เขียนภาพได้อย่างไร



• จากภาพ $\frac{4}{9}$ และภาพ $\frac{3}{9}$ สามารถนำมาหาผลบวกได้อย่างไร

(นำภาพ $\frac{3}{9}$ มารวมกับภาพ $\frac{4}{9}$)

• $\frac{4}{9} + \frac{3}{9}$ เขียนภาพแสดงการหาคำตอบได้อย่างไร และคำตอบเท่ากับเท่าไร



- $\frac{4}{3} + \frac{3}{9}$ แสดงวิธีหาคำตอบได้อย่างไร

$$\left(\frac{4}{3} + \frac{3}{9} = \frac{4+3}{9} = \frac{7}{9}\right)$$

ตัวอย่างที่ 2 $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$

- $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$ สามารถหาผลลบได้หรือไม่

(ได้ เพราะ $\frac{5}{7}$ และ $\frac{2}{7}$ มีตัวส่วนเท่ากัน ดังนั้นหาผลลบได้)

- การหาผลลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันสามารถหาได้อย่างไร

(การหาผลลบส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน หาคำตอบได้โดยนำตัวเศษมาลบกัน โดยตัว

ส่วนคงเดิม)

- $\frac{5}{7}$ เขียนภาพได้อย่างไร



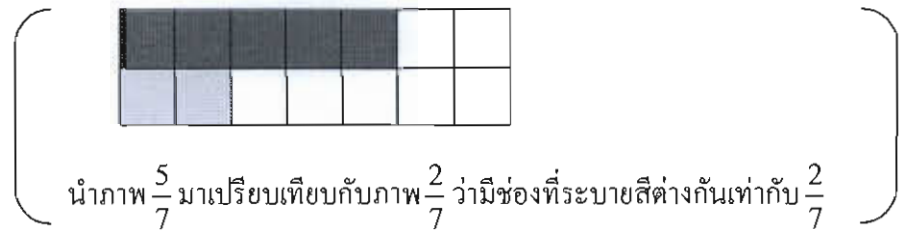
- $\frac{2}{7}$ เขียนภาพได้อย่างไร



- จากภาพ $\frac{5}{7}$ และภาพ $\frac{2}{7}$ สามารถนำมาหาผลลบได้อย่างไร

(นำภาพ $\frac{5}{7}$ กับภาพ $\frac{2}{7}$ มาเปรียบเทียบช่องระที่ระบายสีว่ามีต่างกันทั้งหมดกี่ช่อง)

- $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$ เขียนภาพแสดงการหาคำตอบได้อย่างไร และคำตอบเท่ากับเท่าไร



- $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$ แสดงวิธีหาคำตอบได้อย่างไร

$$\left(\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}\right)$$

จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน หาคำตอบได้โดยนำตัวเศษมาบวกหรือลบกัน โดยตัวส่วนคงเดิม

3. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานการทำเศษส่วนให้เท่ากับเศษส่วนที่กำหนด โดยครูคิดแถบแสดงเศษส่วนบนกระดาน แล้วซักถามนักเรียน ดังนี้

แถบแสดงเศษส่วนที่ 1



- จากแถบแสดงเศษส่วนที่ 1 เขียนเศษส่วนแสดงส่วนที่ระบายสีได้อย่างไร

$$\left(\frac{2}{3}\right)$$

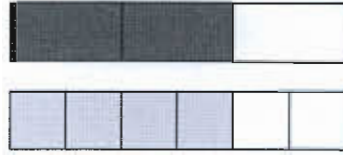
แถบแสดงเศษส่วนที่ 2



- จากแถบแสดงเศษส่วนที่ 2 เขียนเศษส่วนแสดงส่วนที่ระบายสีได้อย่างไร

$$\left(\frac{4}{6}\right)$$

- จากแถบแสดงเศษส่วนที่ 1 และแถบแสดงเศษส่วนที่ 2 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร



(ส่วนที่ระบายสีมีพื้นที่เท่ากัน)

- จากแถบแสดงเศษส่วนที่ 1 และแถบแสดงเศษส่วนที่ 2 สามารถสรุปได้อย่างไร

$$\left(\frac{2}{3} = \frac{4}{6}\right)$$

4. ครูซักถามนักเรียนถึงวิธีการทำเศษส่วนให้เท่ากัน โดยยกตัวอย่างโจทย์เศษส่วนบนกระดาน แล้วให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 $\frac{2}{3} = \frac{\square}{6}$

ครูซักถามนักเรียน ดังนี้

- ถ้าต้องการเปลี่ยน $\frac{2}{3}$ ให้เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็น 6 โดยที่รูปของเศษส่วน

เปลี่ยนไปแต่ยังมีค่าคงเดิม สามารถทำได้อย่างไร (นำ 2 มาคูณ $\frac{2}{3}$ ทั้งตัวเศษและตัวส่วน)

- เขียนแสดงการทำเศษส่วนให้เท่ากันได้อย่างไร $\left(\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}\right)$

ตัวอย่างที่ 2 $\frac{9}{15} = \frac{\square}{5}$

ครูซักถามนักเรียน ดังนี้

- ถ้าต้องการเปลี่ยน $\frac{9}{15}$ ให้เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็น 5 โดยที่รูปของเศษส่วน

เปลี่ยนไปแต่ยังมีค่าคงเดิม สามารถทำได้อย่างไร (นำ 3 ไปหาร $\frac{9}{15}$ ทั้งตัวเศษและตัวส่วน)

- เขียนแสดงการทำเศษส่วนให้เท่ากันได้อย่างไร $\left(\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}\right)$

จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า การหาเศษส่วนที่เท่ากับเศษส่วนที่กำหนดให้ ทำได้โดยนำจำนวนนับที่เท่ากันมาคูณหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน

5. ครุณาเสนอปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันมาให้นักเรียนวิเคราะห์ จากนั้นครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ดังนี้

ปัญหาที่ 1 ส้มถุงหนึ่งหนัก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ส้มอีกถุงหนึ่งหนัก $\frac{1}{4}$ กิโลกรัม เมื่อซ้รวมกันส้มจะหนักกี่กิโลกรัม

- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร (ส้มถุงหนึ่งหนัก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ส้มอีกถุงหนึ่งหนัก $\frac{1}{4}$ กิโลกรัม)
- สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (เมื่อซ้รวมกันส้มจะหนักกี่กิโลกรัม)
- ใช้ยุทธวิธีใดแก้ปัญหา (การเขียนภาพ หรือการเขียนประโยคคณิตศาสตร์)
- ในการแก้ปัญหานี้ใช้การดำเนินการอย่างไร (การบวก)

ปัญหาที่ 2 โต๊ะตัวแรกยาว $\frac{8}{12}$ เมตร โต๊ะตัวที่สองยาว $\frac{2}{4}$ เมตร โต๊ะทั้งสองตัวยาวต่างกันเท่าใด

- สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร (โต๊ะตัวแรกยาว $\frac{8}{12}$ เมตร โต๊ะตัวที่สองยาว $\frac{2}{4}$ เมตร)
- สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (โต๊ะทั้งสองตัวยาวต่างกันเท่าใด)
- ใช้ยุทธวิธีใดแก้ปัญหา (การเขียนภาพ หรือการเขียนประโยคคณิตศาสตร์)
- ในการแก้ปัญหานี้ใช้การดำเนินการอย่างไร (การลบ)

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

6. ครูจัดกลุ่มให้นักเรียน ซึ่งแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก 4 - 5 คน สมาชิกในกลุ่มจะมีความสามารถแตกต่างกัน คือ เด็กเรียนเก่ง 1 คน เด็กเรียนปานกลาง 2 - 3 คน และเด็กเรียนอ่อน 1 คน

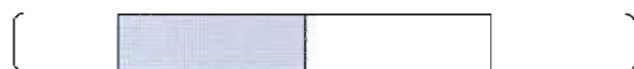
7. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสังเกตภาพและหาคำตอบของ $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ โดยครูใช้คำถามนำ

ต่อไปนี้

- $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ สามารถหาผลบวกได้หรือไม่ (ไม่ได้ เพราะ $\frac{1}{2}$ และ $\frac{3}{8}$ มีตัวส่วนไม่เท่ากัน)

• การหาผลบวกของเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันจะต้องทำอย่างไรก่อนจึงจะหาผลบวกได้ (ต้องทำเศษส่วนทั้งสองจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากันก่อนแล้วจึงหาผลบวกได้)

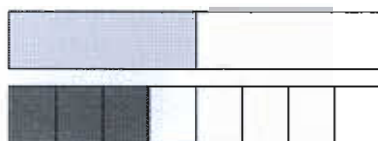
- $\frac{1}{2}$ เขียนภาพได้อย่างไร



- $\frac{3}{8}$ เขียนภาพได้อย่างไร

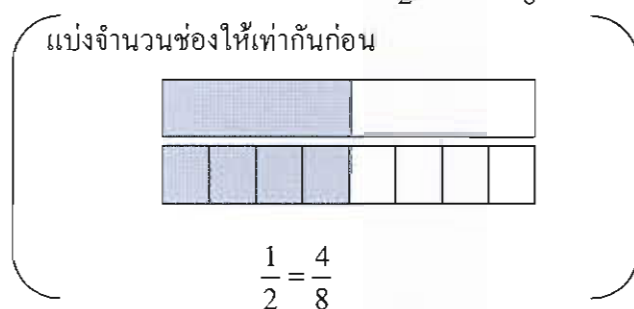


- จากภาพ $\frac{1}{2}$ และภาพ $\frac{3}{8}$ สามารถนำมารวมกันได้ไหม เพราะอะไร



(ไม่ได้ เพราะจำนวนช่องไม่เท่ากัน)

- จะต้องทำอย่างไรถึงจะรวมภาพ $\frac{1}{2}$ และภาพ $\frac{3}{8}$ ได้



- จากภาพ $\frac{4}{8}$ สามารถนำมารวมกับภาพ $\frac{3}{8}$ ได้ไหม



(ได้)

- ภาพ $\frac{4}{8}$ รวมกับภาพ $\frac{3}{8}$ ได้อย่างไร



(จากภาพจะได้ $\frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$)

- สามารถเขียนประโยคคณิตศาสตร์ $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ แทนด้วย $\frac{4}{8} + \frac{3}{8}$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (ได้ เพราะ $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$)

- $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ สามารถแสดงวิธีหาคำตอบได้อย่างไร

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \left(\frac{1 \times 4}{2 \times 4}\right) + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4+3}{8} = \frac{7}{8}\right)$$

8. ให้นักเรียนสังเกตภาพและหาคำตอบของ $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$ โดยครูใช้คำถามนำต่อไปนี้

- $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$ สามารถหาผลลบได้หรือไม่ (ไม่ได้ เพราะ $\frac{7}{9}$ และ $\frac{2}{3}$ มีตัวส่วนไม่เท่ากัน)
- การหาผลลบของเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันจะต้องทำอะไรก่อนจึงจะหาผลบวกได้ (ต้องทำเศษส่วนทั้งสองจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากันก่อนแล้วจึงหาผลลบได้)

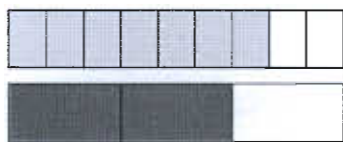
- $\frac{7}{9}$ เขียนภาพได้อย่างไร



- $\frac{2}{3}$ เขียนภาพได้อย่างไร

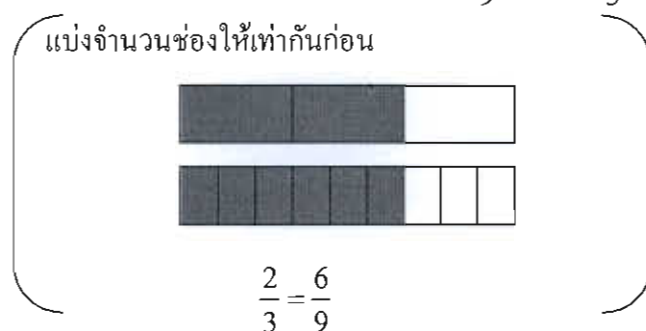


- จากภาพ $\frac{7}{9}$ และภาพ $\frac{2}{3}$ สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้ไหม เพราะอะไร



(ไม่ได้ เพราะจำนวนช่องไม่เท่ากัน)

- จะต้องทำอย่างไรถึงจะเปรียบเทียบภาพ $\frac{7}{9}$ และภาพ $\frac{2}{3}$ ได้

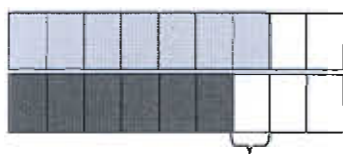


- จากภาพ $\frac{6}{9}$ สามารถนำมาเปรียบเทียบกับภาพ $\frac{7}{9}$ ได้ไหม



(ได้)

- ภาพ $\frac{7}{9}$ มีส่วนที่ระบายสีต่างกับภาพ $\frac{6}{9}$ เท่าไร



ต่างกัน 1 ช่อง

(จากภาพจะได้ $\frac{7}{9} - \frac{6}{9} = \frac{1}{9}$)

• สามารถเขียนประโยคคณิตศาสตร์ $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$ แทนด้วย $\frac{7}{9} - \frac{6}{9}$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
(ได้เพราะ $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$)

• $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$ สามารถแสดงวิธีหาคำตอบได้อย่างไร

$$\left(\frac{7}{9} - \frac{2}{3} = \frac{7}{9} - \left(\frac{2 \times 3}{3 \times 3}\right) = \frac{7}{9} - \frac{6}{9} = \frac{7-6}{9} = \frac{1}{9}\right)$$

9. ครูซักถามนักเรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในประเด็นต่อไปนี้

• การบวกและการลบเศษส่วนที่ไม่เท่ากัน สามารถหาคำตอบได้โดยวิธีใด
(การเขียนภาพหรือการเขียนประโยคคณิตศาสตร์)

• การหาคำตอบการบวกและการลบเศษส่วนที่ไม่เท่ากันจะต้องทำอย่างไรก่อนจึงจะบวกหรือลบได้ (กรณีที่ 1 การเขียนภาพ ต้องทำจำนวนช่องให้เท่ากันก่อนจึงจะบวกหรือลบกันได้ กรณีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์ ต้องทำเศษส่วนทั้งสองจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากันก่อนแล้วจึงหาผลบวกหรือผลลบ)

10. กรุณาปัญหาที่ 1 มาให้นักเรียนมาอภิปรายการหาคำตอบร่วมกัน โดยครูใช้คำถามนำ

ดังนี้

วิธีที่ 1 การเขียนภาพ

• ส้ม $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม สามารถเขียนภาพแทนได้อย่างไร



• ส้ม $\frac{1}{4}$ กิโลกรัม สามารถเขียนภาพแทนได้อย่างไร



- สัม $\frac{1}{2}$ กิโลกรัมและสัม $\frac{1}{4}$ กิโลกรัมสามารถนำมารวมกันได้ไหม เพราะอะไร



(ไม่ได้ เพราะจำนวนช่องไม่เท่ากัน)

- จะต้องทำอะไรถึงจะรวมภาพ $\frac{1}{2}$ และภาพ $\frac{1}{4}$ ได้

แบ่งจำนวนช่องให้เท่ากันก่อน

→ แทน $\frac{1}{2}$ โดยภาพระบายสีเป็นครึ่งหนึ่งของภาพทั้งหมด

→ พื้นที่ครึ่งหนึ่งคือ $\frac{1}{2}$ และเป็นพื้นที่ย่อยของทั้งหมดคือ $\frac{2}{4}$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

- จากภาพ $\frac{2}{4}$ สามารถนำมารวมกับภาพ $\frac{1}{4}$ ได้ไหม



(ได้)

- ภาพ $\frac{2}{4}$ รวมกับภาพ $\frac{1}{4}$ ได้อย่างไร



(จากภาพจะได้ $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$)

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

- เขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ($\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \square$)

ครูและนักเรียนร่วมกันแสดงวิธีการหาคำตอบและตรวจคำตอบ

วิธีทำ	ส้มถุงหนึ่งหนัก	$\frac{1}{2}$	กิโลกรัม
	ส้มอีกถุงหนึ่งหนัก	$\frac{1}{4}$	กิโลกรัม
	เมื่อซ้กรวมกันส้มจะหนัก	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \left(\frac{1 \times 2}{2 \times 2}\right) + \frac{1}{4}$	กิโลกรัม
		$= \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$	กิโลกรัม
		$= \frac{3}{4}$	กิโลกรัม

ตอบ เมื่อซ้กรวมกันส้มจะหนัก $\frac{3}{4}$ กิโลกรัม

ตรวจคำตอบ

เมื่อซ้กรวมกันส้มจะหนัก $\frac{3}{4}$ กิโลกรัม แต่ส้มอีกถุงหนึ่งหนัก $\frac{1}{4}$ กิโลกรัม ดังนั้นส้มอีกถุงหนัก

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ กิโลกรัม}$$

หรือ เมื่อซ้กรวมกันส้มจะหนัก $\frac{3}{4}$ กิโลกรัม แต่ส้มอีกถุงหนึ่งหนัก $\frac{1}{2}$ กิโลกรัม ดังนั้นส้มอีกถุง

$$\text{หนัก } \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4} \text{ กิโลกรัม}$$

11. ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบและตรวจคำตอบของปัญหาที่ 2 ร่วมกัน โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้

12. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำใบงานที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน และสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลยบนกระดานพร้อมอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบ หลังจากตัวแทนนักเรียนอธิบายเสร็จ ครูถามนักเรียนว่ามีใครที่คิดต่างจากที่เพื่อนอธิบายหรือไม่ ถ้ามีให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบให้เพื่อนดู และครูเฉลยว่าสิ่งที่นักเรียนทำนั้นถูกต้องหรือไม่

ชั่วโมงที่ 2

13. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและแก้ปัญหาในใบงานที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาพร้อมด้วย ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ให้นักเรียนพิจารณาและบอกว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร
2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนพิจารณาและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้
4. ขั้นการตรวจคำตอบ ให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ในระหว่างการทำกิจกรรมครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้

14. หลังจากนักเรียนทำใบงานที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันเสร็จ ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลยบนกระดานพร้อมอธิบาย วิธีการแก้ปัญหา หลังจากตัวแทนนักเรียนอธิบายเสร็จ ครูถามนักเรียนว่ามีใครที่คิดต่างจากที่เพื่อนอธิบายหรือไม่ ถ้ามีให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้เพื่อนดู และครูเฉลยว่าสิ่งที่นักเรียนทำนั้นถูกต้องหรือไม่

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย

15. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันและ โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน เป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

16. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยและตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนความก้าวหน้าของตนเองและของกลุ่ม

17. ครูนำคะแนนที่นักเรียนสอบได้ของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน (Base score) ของตนเอง โดยคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคนได้มาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเรื่อง เศษส่วน ที่นักเรียนเรียนก่อนหน้านี้ ซึ่งคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียน จากนั้นนำคะแนนก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันทั้งกลุ่ม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ

18. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนในการหาคำตอบของการบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน โดยครูใช้คำถามนำ ดังนี้

- การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน สามารถหาคำตอบได้กี่วิธี อะไรบ้าง (2 วิธี คือ การเขียนภาพหรือการเขียนประโยคคณิตศาสตร์)

- การบวกหรือการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากันจะต้องทำอะไรก่อนจึงจะบวกหรือลบได้ (การบวกหรือการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน จะต้องต้องทำช่องให้เท่ากันก่อนจึงจะบวกหรือลบกันได้ หรือทำเศษส่วนทั้งสองจำนวนให้มีตัวส่วนเท่ากันก่อนแล้วจึงหาผลบวกหรือผลลบ โดยนำตัวเศษมาบวกหรือลบกัน ตัวส่วนคงเดิม)

- ในการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน นักเรียนมีขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างไรบ้าง (การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน มีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา พิจารณาและบอกว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร
2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา พิจารณาและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้
4. ขั้นตรวจคำตอบ ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ)

19. ครูยกย่องกลุ่มที่มีคะแนนความก้าวหน้าสูงสุด

20. ให้แบบฝึกหัด เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

- ใบงานที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน
- ใบงานที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- แบบฝึกหัด เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
- แบบทดสอบย่อย เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากันและ โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

ด้าน	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
ความรู้ นักเรียนสามารถ บวกและลบเศษส่วน ที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ได้	1. การตรวจใบงาน ที่ 1 เรื่อง การบวกและ การลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่ เท่ากัน 2. การตรวจ แบบทดสอบย่อย เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วน ที่ตัวส่วนไม่เท่ากันและ โจทย์ปัญหาการบวกและ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วน ไม่เท่ากัน	1. ใบงานที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบ เศษส่วนที่ตัวส่วนไม่ เท่ากัน 2. แบบทดสอบย่อย เรื่อง การบวกและการลบ เศษส่วนที่ตัวส่วนไม่ เท่ากันและโจทย์ปัญหา การบวกและการลบ เศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่ เท่ากัน	1. นักเรียนสามารถ ทำใบงานที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบ เศษส่วนที่ตัวส่วนไม่ เท่ากันได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 2. นักเรียนสามารถ ทำแบบทดสอบย่อยได้ ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 70
ทักษะ/ กระบวนการ นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาการบวก และการลบเศษส่วน ได้	1. การตรวจใบงาน ที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหา การบวกและการลบ เศษส่วนที่มีตัวส่วน ไม่ เท่ากัน 2. การตรวจแบบฝึกหัด เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก และการลบเศษส่วนที่มีตัว ส่วนไม่เท่ากัน	1. ใบงานที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและ การลบเศษส่วนที่มีตัว ส่วนไม่เท่ากัน 2. แบบฝึกหัด เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและ การลบเศษส่วนที่มีตัว ส่วนไม่เท่ากัน	1. นักเรียนสามารถ ทำใบงานที่ 2 เรื่อง โจทย์ ปัญหาการบวกและการ ลบเศษส่วนที่มีตัวส่วน ไม่เท่ากันได้ถูกต้องอย่าง น้อยร้อยละ 70 2. นักเรียนสามารถ ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70

ด้าน	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
ด้านคุณลักษณะ ที่พึงประสงค์ นักเรียนสามารถ ทำงานร่วมกับผู้อื่น ได้	การสังเกตจาก พฤติกรรมการทำงาน กลุ่มของนักเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	ได้คะแนนตั้งแต่ 5 คะแนนขึ้นไป

บันทึกหลังการสอน

จากผลการจัดกิจกรรมพบว่า เมื่อครูนำเสนอตัวอย่างโจทย์การคูณเศษส่วนแล้วให้นักเรียนหาคำตอบ นักเรียนสามารถวิเคราะห์และบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดอะไรให้คืออะไร สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร นอกจากนั้นนักเรียนสามารถเขียนภาพแทนเศษส่วนจากโจทย์ได้ สามารถแสดงภาพการหาคำตอบได้ถูกต้อง และสามารถเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่เมื่อนักเรียนแยกกลุ่มทำใบงานนักเรียนบางกลุ่มวาดขนาดของภาพเศษส่วนที่กำหนดให้ไม่เท่ากัน ครูจึงต้องคอยชี้แนะเพิ่มเติมถึงการวาดขนาดของภาพเศษส่วนที่ถูกต้องให้นักเรียนเข้าใจ สำหรับพฤติกรรมในกลุ่มนักเรียนอ่อนไม่สนใจที่จะช่วยเพื่อนทำงาน ปลอ่ยให้คนเก่งทำงานอย่างเดียว ครูต้องคอยกระตุ้นให้รู้จักช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ช่วยกันแก้ปัญหา และการทำงานเป็นกลุ่มไม่ควรให้คนใดคนหนึ่งเป็นคนทำอย่างเดียว เพราะความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับทุก ๆ คนในกลุ่ม และจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่านักเรียนบางคนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่พลาดในการคำนวณ เนื่องจากนักเรียนลืมทำตัวส่วนให้เท่ากันก่อน จึงส่งผลให้นักเรียนสรุปคำตอบและตรวจคำตอบผิดด้วย และสำหรับคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียนแต่ละกลุ่มในเรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน และโจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน แสดงดังตารางต่อไปนี้

กลุ่ม	เลขที่	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบย่อย	คะแนน ความก้าวหน้า	คะแนนรวม ของกลุ่ม	คะแนน เฉลี่ยของ กลุ่ม	ระดับกลุ่ม
A	1	50	6(60)	20	100	20	เก่งมาก
	2	65	9(90)	30			
	3	65	7(70)	20			
	5	55	8(80)	30			
	12	90	7(70)	0			
B	6	60	6(60)	20	110	22	ยอดเยี่ยม
	7	65	7(70)	20			
	11	55	9(90)	30			
	16	70	9(90)	30			
	18	75	6(60)	10			
C	9	65	10(100)	30	80	20	เก่งมาก
	13	60	9(90)	30			
	15	85	6(60)	0			
	17	80	8(80)	20			
D	4	55	10(100)	30	100	25	ยอดเยี่ยม
	8	75	7(70)	10			
	10	55	7(70)	30			
	14	50	10(100)	30			

(นางสาวพิมพ์ลดา สินธุนาวา)

ผู้สอน

แบบประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา

สิ่งที่ประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การประเมิน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด
	1	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนแต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง/ บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องแต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง
	0	ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้
การวางแผนแก้ปัญหา	1	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	0	เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงการเลือกใช้ยุทธวิธี
การดำเนินการแก้ปัญหา	2	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด
	1	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้องบางส่วน/ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ
	0	แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณไม่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบถูกต้อง/ ไม่แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และสรุปคำตอบ
การตรวจคำตอบ	1	ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ หรือตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง

แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่ม

กิจกรรม/ เรื่อง..... วันที่.....

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม 1 เลขที่.....
 2 เลขที่.....
 3 เลขที่.....
 4 เลขที่.....
 5 เลขที่.....

คำชี้แจง แบบประเมินฉบับนี้ออกแบบเพื่อให้ครูประเมินนักเรียน โดยพฤติกรรมการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ที่นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มแสดงออกในระหว่างเรียนหรือการทำกิจกรรม
 จำแนกได้เป็น 3 ระดับ ดังต่อไปนี้

- 2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินอย่างสม่ำเสมอตลอดเวลา
 1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ประเมินบางครั้ง
 0 หมายถึง นักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมที่ประเมิน

ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก

พฤติกรรมตามคุณลักษณะ	ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออก		
	2	1	0
1. มีการปรึกษากันภายในกลุ่ม			
2. ร่วมกันเสนอแนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหา			
3. รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น			
4. ให้ความร่วมมือในการทำงานร่วมกับผู้อื่น			
5. ทำงานเสร็จภายในเวลาที่กำหนด			

เกณฑ์การประเมิน

ช่วงของคะแนน	ระดับพฤติกรรม
8-10	ดีมาก
5-7	ดี
0-4	ควรปรับปรุง

ใบงานที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน

ชื่อ-นามสกุล ชั้น..... เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น..... เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น..... เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น..... เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบ

ตัวอย่าง $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \square$

วิธีที่ 1 การเขียนภาพ



แต่เนื่องจากจำนวนช่องของ $\frac{2}{3}$ และ $\frac{1}{6}$ ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมาบวกกันได้ ดังนั้น

ต้องทำจำนวนช่องของ $\frac{2}{3}$ และ $\frac{1}{6}$ ให้เท่ากันก่อน โดยแปลงรูป $\frac{2}{3}$ ให้มีจำนวนช่องทั้งหมดเป็น

6 ช่อง ได้ดังรูป



ดังนั้น $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} =$

จากรูปจะได้ $\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \left(\frac{2 \times 2}{3 \times 2}\right) + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$1. \frac{2}{4} + \frac{2}{12} = \square$$

วิธีที่ 1.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

วิธีที่ 2.....

.....

.....

$$2. \frac{9}{10} - \frac{3}{5} = \square$$

วิธีที่ 1.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

วิธีที่ 2.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบงานที่ 1 เรื่อง การบวกและการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน

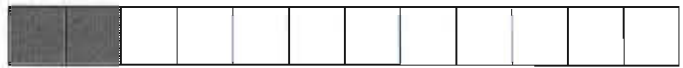
$$1. \frac{2}{4} + \frac{2}{12} = \square$$

วิธีที่ 1 การเขียนภาพ

$\frac{2}{4}$ เขียนภาพได้ดังนี้



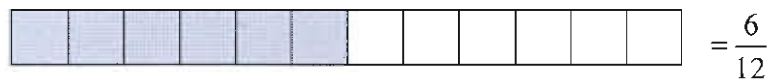
$\frac{2}{12}$ เขียนภาพได้ดังนี้



แต่เนื่องจากจำนวนช่องของ $\frac{2}{4}$ และ $\frac{2}{12}$ ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมาบวกกันได้ ดังนั้นต้อง

ทำจำนวนช่องของ $\frac{2}{4}$ และ $\frac{2}{12}$ ให้เท่ากันก่อน โดยแปลงรูป $\frac{2}{4}$ ให้มีจำนวนช่องทั้งหมดเป็น 12 ช่อง

ได้ดังรูป



ดังนั้น $\frac{2}{4} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} =$



จากรูปจะได้ $\frac{6}{12} + \frac{2}{12} = \frac{8}{12}$

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{12} = \left(\frac{2 \times 3}{4 \times 3} \right) + \frac{2}{12}$$

$$= \frac{6}{12} + \frac{2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$2. \frac{9}{10} - \frac{3}{5} = \square$$

วิธีที่ 1 การเขียนภาพ

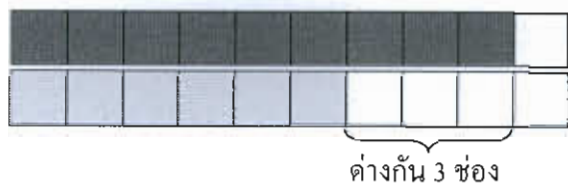


แต่เนื่องจากจำนวนช่องของ $\frac{9}{10}$ และ $\frac{3}{5}$ ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมาลบกันได้ ดังนั้นต้องทำ

จำนวนช่องของ $\frac{9}{10}$ และ $\frac{3}{5}$ ให้เท่ากันก่อน โดยแปลงรูป $\frac{3}{5}$ ให้มีจำนวนช่องทั้งหมดเป็น 10 ช่อง ได้ดังรูป



ดังนั้น $\frac{9}{10} - \frac{3}{5} = \frac{9}{10} - \frac{6}{10} =$



จากรูปจะได้ $\frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned} \frac{9}{10} - \frac{3}{5} &= \frac{9}{10} - \left(\frac{3 \times 2}{5 \times 2} \right) \\ &= \frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

ใบงานที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

ชื่อ-นามสกุล ชั้น เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น เลขที่.....

ชื่อ-นามสกุล ชั้น เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. รับบิ้นม้วนแรกยาว $\frac{4}{5}$ เมตร รับบิ้นม้วนที่สองยาว $\frac{7}{15}$ เมตร รับบิ้นทั้งสองม้วนยาวรวมกัน

กี่เมตร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1.....

.....

.....

.....

.....

วิธีที่ 2.....

ขั้นตรวจคำตอบ

2. ขวดใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{7}{8}$ ลิตร ใช้น้ำไป $\frac{1}{4}$ ลิตร ขวดใบนี้เหลือน้ำอีกกี่ลิตร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1.....
.....
.....
.....
.....
.....

วิธีที่ 2.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นตรวจคำตอบ

.....
.....

เฉลยใบงานที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

1. รับบิ้นม้วนแรกยาว $\frac{4}{5}$ เมตร รับบิ้นม้วนที่สองยาว $\frac{7}{15}$ เมตร รับบิ้นทั้งสองม้วนยาวรวมกันกี่เมตร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ รับบิ้นม้วนแรกยาว $\frac{4}{5}$ เมตร รับบิ้นม้วนที่สองยาว $\frac{7}{15}$ เมตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ รับบิ้นทั้งสองม้วนยาวรวมกันกี่เมตร

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนภาพ/ การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การเขียนภาพ

$\frac{4}{5}$ เขียนภาพได้ดังนี้



$\frac{7}{15}$ เขียนภาพได้ดังนี้



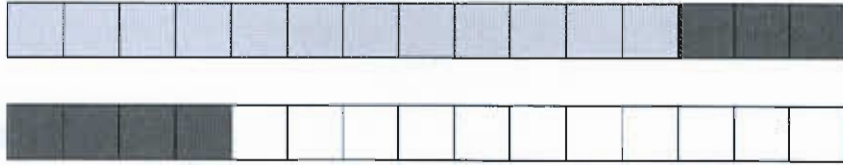
แต่เนื่องจากจำนวนช่องของ $\frac{4}{5}$ และ $\frac{7}{15}$ ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมาบวกกันได้ ดังนั้นต้อง

ทำจำนวนช่องของ $\frac{4}{5}$ และ $\frac{7}{15}$ ให้เท่ากันก่อน โดยแปลงรูป $\frac{4}{5}$ ให้มีจำนวนช่องทั้งหมดเป็น 15 ช่อง ได้ดัง

รูป



ดังนั้น $\frac{4}{5} + \frac{7}{15} = \frac{12}{15} + \frac{7}{15} =$



จากรูปจะได้ $\frac{12}{15} + \frac{7}{15} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ประโยคคณิตศาสตร์ $\frac{4}{5} + \frac{7}{15} = \square$

ริบบิ้นม้วนแรกยาว $\frac{4}{5}$ เมตร

ริบบิ้นม้วนที่สองยาว $\frac{7}{15}$ เมตร

ริบบิ้นทั้งสองม้วนยาว $\frac{4}{5} + \frac{7}{15} = \left(\frac{4 \times 3}{5 \times 3}\right) + \frac{7}{15}$ เมตร

$= \frac{12}{15} + \frac{7}{15}$ เมตร

$= \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$ เมตร

ตอบ ริบบิ้นทั้งสองม้วนยาว $1\frac{4}{15}$ เมตร

ขั้นตรวจคำตอบ

ริบบิ้นทั้งสองม้วนยาว $1\frac{4}{15}$ เมตร แต่ริบบิ้นม้วนที่สองยาว $\frac{7}{15}$ เมตร

ดังนั้นริบบิ้นม้วนแรกยาว $1\frac{4}{15} - \frac{7}{15} = \frac{19}{15} - \frac{7}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ เมตร

หรือริบบิ้นทั้งสองม้วนยาว $1\frac{4}{15}$ เมตร แต่ริบบิ้นม้วนแรกยาว $\frac{4}{5}$ เมตร

ดังนั้นริบบิ้นม้วนที่สองยาว $1\frac{4}{15} - \frac{4}{5} = \frac{19}{15} - \frac{4}{5} = \frac{19}{15} - \frac{12}{15} = \frac{7}{15}$ เมตร

2. ขวดใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{7}{8}$ ลิตร ใช้น้ำไป $\frac{1}{4}$ ลิตร ขวดใบนี้เหลือน้ำอีกกี่ลิตร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ขวดใบหนึ่งมีน้ำอยู่ $\frac{7}{8}$ ลิตร ใช้น้ำไป $\frac{1}{4}$ ลิตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขวดใบนี้เหลือน้ำอีกกี่ลิตร

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนภาพ/ การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

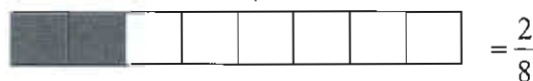
วิธีที่ 1 การเขียนภาพ

$\frac{7}{8}$ เขียนภาพได้ดังนี้ 

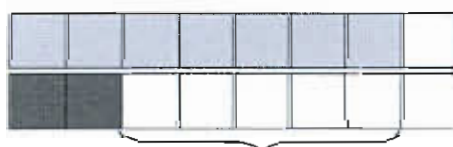
$\frac{1}{4}$ เขียนภาพได้ดังนี้ 

แต่เนื่องจากจำนวนช่องของ $\frac{7}{8}$ และ $\frac{1}{4}$ ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมาลบกันได้ ดังนั้นต้องทำ

จำนวนช่องของ $\frac{7}{8}$ และ $\frac{1}{4}$ ให้เท่ากันก่อน โดยแปลงรูป $\frac{1}{4}$ ให้มีจำนวนช่องทั้งหมดเป็น 8 ช่อง ได้ดังรูป



ดังนั้น $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8} - \frac{2}{8} =$



ต่างกัน 5 ช่อง

จากรูปจะได้ $\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

$$\text{ประโยคคณิตศาสตร์ } \frac{7}{8} - \frac{1}{4} = \square$$

$$\text{ขวดใบหนึ่งมีน้ำอยู่} \quad \frac{7}{8} \quad \text{ลิตร}$$

$$\text{ใช้น้ำไป} \quad \frac{1}{4} \quad \text{ลิตร}$$

$$\text{ขวดใบนี้เหลือน้ำอีก} \quad \frac{7}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8} - \left(\frac{1 \times 2}{4 \times 2} \right) \quad \text{ลิตร}$$

$$= \frac{7}{8} - \frac{2}{8} \quad \text{ลิตร}$$

$$= \frac{5}{8} \quad \text{ลิตร}$$

$$\text{ตอบ ขวดใบนี้เหลือน้ำอีก } \frac{5}{8} \quad \text{ลิตร}$$

ขั้นตรวจคำตอบ

$$\text{ขวดใบนี้เหลือน้ำอีก } \frac{5}{8} \text{ ลิตร ก่อนหน้านั้นใช้น้ำไป } \frac{1}{4} \text{ ลิตร}$$

$$\text{ดังนั้นขวดใบนี้มีน้ำอยู่ } \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8} \text{ ลิตร}$$

แบบฝึกหัด เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

ชื่อ-นามสกุล ชั้น เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. นักเรียนถือกระเป๋านักเรียนหนัก $\frac{2}{9}$ กิโลกรัม และถุงใส่ของหนัก $\frac{1}{3}$ กิโลกรัม นักเรียนถือของทั้งหมดหนักกี่กิโลกรัม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....
.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

2. มานะมีสีไม้ที่ไม่ได้เหลาอยู่ $\frac{6}{7}$ ของกล่อง หลังจากเหลาสีไม้ไปแล้ว $\frac{2}{14}$ ของกล่อง

มานะเหลือสีไม้ที่ยังไม่ได้เหลาเป็นเศษส่วนเท่าใดของกล่อง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

เจดยแบบฝีกหัด เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

1. นักเรียนถือกระเป๋านักเรียนหนัก $\frac{2}{9}$ กิโลกรัม และถุงใส่ของหนัก $\frac{1}{3}$ กิโลกรัม นักเรียนถือของทั้งหมดหนักกี่กิโลกรัม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนถือกระเป๋านักเรียนหนัก $\frac{2}{9}$ กิโลกรัม และถุงใส่ของหนัก $\frac{1}{3}$ กิโลกรัม

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ นักเรียนถือของทั้งหมดหนักกี่กิโลกรัม


ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนภาพ/ การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การเขียนภาพ

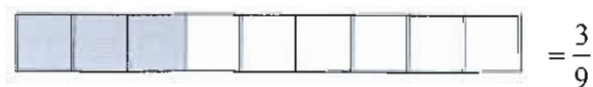
$\frac{2}{9}$ เขียนภาพได้ดังนี้ 

$\frac{1}{3}$ เขียนภาพได้ดังนี้ 

แต่เนื่องจากจำนวนช่องของ $\frac{2}{9}$ และ $\frac{1}{3}$ ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมาบวกกันได้ ดังนั้นต้องทำ

จำนวนช่องของ $\frac{2}{9}$ และ $\frac{1}{3}$ ให้เท่ากันก่อน โดยแปลงรูป $\frac{1}{3}$ ให้มีจำนวนช่องทั้งหมดเป็น 9 ช่อง

ได้ดังรูป



ดังนั้น $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{2}{9} + \frac{3}{9} =$



จากรูปจะได้ $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

$$\text{ประโยคคณิตศาสตร์ } \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \square$$

$$\text{นักเรียนถือกระเป๋านักเรียนหนัก} \quad \frac{2}{9} \quad \text{กิโลกรัม}$$

$$\text{และถุงใส่ของหนัก} \quad \frac{1}{3} \quad \text{กิโลกรัม}$$

$$\text{นักเรียนถือของทั้งหมดหนัก} \quad \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{2}{9} + \left(\frac{1 \times 3}{3 \times 3} \right) \quad \text{กิโลกรัม}$$

$$= \frac{2}{9} + \frac{3}{9} \quad \text{กิโลกรัม}$$

$$= \frac{5}{9} \text{ กิโลกรัม}$$

$$\text{ตอบ} \quad \text{นักเรียนถือของทั้งหมดหนัก} \quad \frac{5}{9} \quad \text{กิโลกรัม}$$

ขั้นตอนตรวจคำตอบ

นักเรียนถือของทั้งหมดหนัก $\frac{5}{9}$ กิโลกรัม แต่นักเรียนถือถุงใส่ของหนัก $\frac{1}{3}$ กิโลกรัม

ดังนั้นนักเรียนถือกระเป๋าเรียนหนัก $\frac{5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{9} = \frac{2}{9}$ กิโลกรัม

หรือนักเรียนถือของทั้งหมดหนัก $\frac{5}{9}$ กิโลกรัม แต่นักเรียนถือกระเป๋าเรียนหนัก $\frac{2}{9}$ กิโลกรัม

ดังนั้นนักเรียนถือถุงใส่ของหนัก $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ กิโลกรัม

2. มานะมีสีไม้ที่ไม่ได้เหลาอยู่ $\frac{6}{7}$ ของกล่อง หลังจากเหลาสีไม้ไปแล้ว $\frac{2}{14}$ ของกล่อง
มานะเหลือสีไม้ที่ยังไม่ได้เหลาเป็นเศษส่วนเท่าใดของกล่อง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มานะมีสีไม้ที่ไม่ได้เหลาอยู่ $\frac{6}{7}$ ของกล่อง หลังจากเหลาสีไม้ไปแล้ว $\frac{2}{14}$ ของ
กล่อง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ มานะเหลือสีไม้ที่ยังไม่ได้เหลาเป็นเศษส่วนเท่าใดของกล่อง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนภาพ/ การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การเขียนภาพ

$\frac{6}{7}$ เขียนภาพได้ดังนี้



$\frac{2}{14}$ เขียนภาพได้ดังนี้



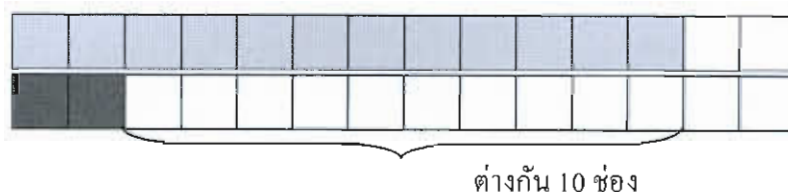
แต่เนื่องจากจำนวนช่องของ $\frac{6}{7}$ และ $\frac{2}{14}$ ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมาลบกันได้ ดังนั้นต้องทำ

จำนวนช่องของ $\frac{6}{7}$ และ $\frac{2}{14}$ ให้เท่ากันก่อน โดยแปลงรูป $\frac{6}{7}$ ให้มีจำนวนช่องทั้งหมดเป็น 14 ช่อง ได้ดัง

รูป



$$\text{ดังนั้น } \frac{6}{7} - \frac{2}{14} = \frac{12}{14} - \frac{2}{14} =$$



$$\text{จากรูปจะได้ } \frac{12}{14} - \frac{2}{14} = \frac{10}{14}$$

วิธีที่ 2 การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

$$\text{ประโยคคณิตศาสตร์ } \frac{6}{7} - \frac{2}{14} = \square$$

มานะมีสีไม้ที่ไม่ได้เหลาอยู่ $\frac{6}{7}$ ของกล่อง

หลังจากเหลาสีไม้ไปแล้ว $\frac{2}{14}$ ของกล่อง

มานะเหลือสีไม้ที่ยังไม่ได้เหลาเป็น $\frac{6}{7} - \frac{2}{14} = \left(\frac{6 \times 2}{7 \times 2}\right) - \frac{2}{14}$ ของกล่อง

$$= \frac{12}{14} - \frac{2}{14} \quad \text{ของกล่อง}$$

$$= \frac{10}{14} = \frac{5}{7} \quad \text{ของกล่อง}$$

ตอบ มานะเหลือสีไม้ที่ยังไม่ได้เหลาเป็น $\frac{5}{7}$ ของกล่อง

ขั้นตรวจคำตอบ

มานะเหลือสีไม้ที่ยังไม่ได้เหลาเป็น $\frac{5}{7}$ ของกล่อง และมานะเหลาสีไม้ไปแล้ว $\frac{2}{14}$ ของกล่อง

$$\text{ดังนั้นเดิมมานะมีสีไม้ที่ไม่ได้เหลาอยู่ } \frac{5}{7} + \frac{2}{14} = \frac{10}{14} + \frac{2}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7} \text{ ของกล่อง}$$



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

เวลา 60 นาที

ชื่อ-นามสกุล ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท X ทับตัวอักษร ก,ข,ค,ง ที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. $\frac{7}{12} + \frac{3}{4}$ เท่ากับข้อใด (ความรู้/ความจำ)

ก. $\frac{5}{8}$

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $1\frac{5}{8}$

ง. $1\frac{1}{3}$

2. ข้อใดถูกต้อง (ความเข้าใจ)

ก. $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} > \frac{7}{9} + \frac{11}{18}$

ข. $\frac{2}{6} + \frac{3}{18} < \frac{5}{24} + \frac{2}{6}$

ค. $\frac{1}{3} + \frac{4}{6} > \frac{10}{12} + \frac{1}{6}$

ง. $\frac{2}{3} + \frac{5}{9} < \frac{4}{9} + \frac{8}{27}$

3. $\frac{1}{2} - \frac{5}{18}$ เท่ากับข้อใด (ความรู้/ความจำ)

ก. $\frac{9}{18}$

ข. $\frac{7}{9}$

ค. $\frac{2}{9}$

ง. $\frac{1}{4}$

4. ข้อใดถูกต้อง (ความเข้าใจ)

ก. $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{7}{9} - \frac{11}{18}$

ข. $\frac{4}{7} - \frac{5}{14} = \frac{6}{7} - \frac{10}{28}$

ค. $\frac{1}{3} - \frac{2}{6} = \frac{11}{12} - \frac{3}{4}$

ง. $\frac{17}{32} - \frac{3}{8} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

5. วันแรกอ่านหนังสือได้ $\frac{3}{5}$ เล่ม วันที่สองอ่านหนังสือได้ $\frac{3}{10}$ เล่ม รวมสองวันอ่านหนังสือได้เท่าไร (การนำไปใช้)

ก. $\frac{6}{15}$ เล่ม

ข. $\frac{9}{10}$ เล่ม

ค. $\frac{6}{10}$ เล่ม

ง. $\frac{3}{10}$ เล่ม

6. เจ็บเดินทางจากบ้านไปทำงานเป็นระยะทาง $1\frac{3}{4}$ กิโลเมตร และเจ็บเดินทางจากบ้านไปตลาดเป็นระยะทาง $5\frac{1}{2}$ กิโลเมตร ถ้าที่ทำงานของเจ็บอยู่ระหว่างบ้านและตลาด เจ็บจะเดินทางจากที่ทำงานไปตลาดเป็นระยะทางเท่าไร (การวิเคราะห์)

ก. $3\frac{1}{2}$ กิโลเมตร

ข. $3\frac{3}{4}$ กิโลเมตร

ค. $4\frac{1}{2}$ กิโลเมตร

ง. $4\frac{3}{4}$ กิโลเมตร

7. $\frac{4}{5} \times 25$ เท่ากับข้อใด (ความรู้/ความจำ)

ก. $\frac{20}{4}$

ข. $\frac{25}{5}$

ค. 20

ง. 100

8. $\frac{1}{6} \times 4$ กับ $\frac{1}{3} \times 2$ นำผลลัพธ์มาบวกกันจะเท่ากับข้อใด (ความเข้าใจ)

ก. $\frac{1}{3}$

ข. $\frac{2}{3}$

ค. $1\frac{1}{3}$

ง. $1\frac{2}{3}$

9. $\frac{8}{11} \times \frac{55}{64}$ เท่ากับข้อใด (ความรู้/ความจำ)

ก. $\frac{1}{8}$

ข. $\frac{5}{8}$

ค. $\frac{55}{8}$

ง. $\frac{9}{11}$

10. ข้อใดไม่ถูกต้อง (ความเข้าใจ)

ก. $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{10} \times \frac{5}{8}$

ข. $\frac{4}{12} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{6}$

ค. $\frac{4}{14} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{12} \times \frac{9}{21}$

ง. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15} \times \frac{3}{10}$

11. โอมหนัก $\frac{45}{2}$ กิโลกรัม อิมหนักเป็น $\frac{7}{9}$ เท่าของโอม อิมหนักเท่าไร (การนำไปใช้)

ก. $15\frac{1}{2}$ กิโลกรัม

ข. $16\frac{1}{2}$ กิโลกรัม

ค. $17\frac{1}{2}$ กิโลกรัม

ง. $18\frac{1}{2}$ กิโลกรัม

12. “มีน့်มีเงิน $\frac{3}{5}$ ของเงิน 600 บาท และเมย์มีเงิน $\frac{3}{10}$ ของเงิน 1,200 บาท” จากข้อความข้อใดถูกต้อง (การวิเคราะห์)

ก. มีน့်มีเงินมากกว่าเมย์

ข. เมย์มีเงินมากกว่ามีน့်

ค. มีน့်และเมย์มีเงินเท่ากัน

ง. ไม่มีข้อใดถูก

13. $28 \div \frac{7}{8}$ เท่ากับข้อใด (ความรู้/ความจำ)

ก. $\frac{1}{32}$

ข. $\frac{22}{7}$

ค. $\frac{49}{2}$

ง. 32

14. ข้อใดมีค่ามากกว่า $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$ (ความเข้าใจ)

ก. $\frac{7}{15} \div \frac{14}{30}$

ข. $\frac{1}{3} \div \frac{5}{4}$

ค. $\frac{3}{5} \div \frac{6}{4}$

ง. $\frac{2}{4} \div \frac{20}{8}$

15. มีขนมปัง 12 ชิ้น แบ่งให้เพื่อนคนละ $\frac{1}{3}$ ชิ้น จะแบ่งขนมปังให้เพื่อนได้ทั้งหมดกี่คน
(การนำไปใช้)

- ก. 4 คน ข. 24 คน ค. 36 คน ง. 48 คน

16. “อิงทำขนมชั้นรอบแรกได้ $\frac{24}{2}$ ถาด ตักใส่กล่อง กล่องละ $\frac{1}{4}$ ถาด และทำขนมชั้นรอบที่สองได้ $\frac{24}{4}$ ถาด ตักใส่กล่อง กล่องละ $\frac{1}{8}$ ถาด” จากข้อความข้อใดถูกต้อง (การวิเคราะห์)

- ก. อิงตักขนมชั้นรอบแรกใส่กล่องได้น้อยกว่ารอบที่สอง 3 กล่อง
ข. อิงตักขนมชั้นรอบแรกใส่กล่องได้มากกว่ารอบที่สอง 3 กล่อง
ค. ทั้งสองรอบอิงตักขนมชั้นใส่กล่องได้เท่ากัน 48 กล่อง
ง. ทั้งสองรอบอิงตักขนมชั้นใส่กล่องได้เท่ากัน 46 กล่อง

17. $\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{10}\right) \times \frac{2}{3}$ เท่ากับข้อใด (ความรู้/ความจำ)

- ก. $\frac{4}{5}$ ข. $\frac{3}{5}$ ค. $\frac{14}{13}$ ง. $1\frac{1}{2}$

18. จงพิจารณาว่า $\frac{7}{9} \times \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{8}\right)$ มีค่ามากกว่า $\frac{1}{3}$ อยู่เท่าไร (ความเข้าใจ)

- ก. $\frac{2}{9}$ ข. $\frac{3}{9}$ ค. $\frac{4}{9}$ ง. $\frac{5}{9}$

19. ผ้าผืนแรกยาว $\frac{37}{12}$ เมตร ผ้าผืนที่สองยาวเป็น 3 เท่าของผืนแรก นำผ้าทั้งสองผืนมาเย็บต่อกันได้ความยาว 12 เมตร ส่วนที่เย็บทับกันมีความยาวเท่าใด (การนำไปใช้)

- ก. 1 เมตร ข. $\frac{1}{3}$ เมตร ค. $12\frac{1}{3}$ เมตร ง. $13\frac{1}{3}$ เมตร

20. ปิ่นมีเงิน 900 บาท แข็งมีเงิน $\frac{2}{3}$ ของเงินปิ่น และปอนมีเงิน $1\frac{1}{3}$ ของเงินแข็ง ใครมีเงินมากที่สุด
(การวิเคราะห์)

ก. แข็ง

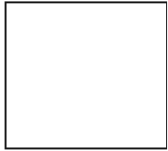
ข. ปิ่น

ค. ปอน

ง. แข็งและปอน

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน

- | | |
|-------|-------|
| 1. ง | 11. ค |
| 2. ข | 12. ค |
| 3. ค | 13. ง |
| 4. ก | 14. ก |
| 5. ข | 15. ค |
| 6. ข | 16. ค |
| 7. ค | 17. ก |
| 8. ค | 18. ค |
| 9. ข | 19. ข |
| 10. ง | 20. ข |



แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

เวลา 60 นาที

ชื่อ-นามสกุล ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1. ผ้าม้วนแรกยาว 5/9 เมตร ผ้าม้วนที่สองยาวกว่าผ้าม้วนแรก 2/3 เมตร ผ้าม้วนที่สองยาวกี่เมตร

ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

ชั้นตรวจคำตอบ

.....

2. มีน้ำผึ้ง $\frac{7}{4}$ ลิตร มีน้ำหวาน $\frac{5}{12}$ ลิตร มีน้ำผึ้งมากกว่าน้ำหวานกี่ลิตร

ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

3. ถังน้ำถังหนึ่งจุน้ำได้ $\frac{72}{9}$ ลิตร ใส่น้ำไป $\frac{3}{4}$ ของถัง ใส่น้ำไปที่ลิตร

ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชั้นตรวจคำตอบ

.....

.....

4. มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....
.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นตรวจคำตอบ

.....
.....

5. พ่อมีที่ดิน $\frac{23}{4}$ ไร่ แบ่งให้ลูกไป $\frac{3}{2}$ ไร่ และพ่อซื้อที่ดินเพิ่มอีก 2 เท่าของที่ดินที่เหลืออยู่ พ่อ
มีที่ดินทั้งหมดกี่ไร่

ฉันทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

ฉันวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....

ฉันดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ฉันตรวจคำตอบ

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

1. ผ้าม้วนแรกยาว $\frac{5}{9}$ เมตร ผ้าม้วนที่สองยาวกว่าผ้าม้วนแรก $\frac{2}{3}$ เมตร ผ้าม้วนที่สองยาวกี่เมตร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ผ้าม้วนแรกยาว $\frac{5}{9}$ เมตร ผ้าม้วนที่สองยาวกว่าผ้าม้วนแรก $\frac{2}{3}$ เมตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ผ้าม้วนที่สองยาวกี่เมตร

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

ประโยคคณิตศาสตร์ $\frac{5}{9} + \frac{2}{3} = \square$

ผ้าม้วนแรกยาว $\frac{5}{9}$ เมตร

ผ้าม้วนที่สองยาวกว่าผ้าม้วนแรก $\frac{2}{3}$ เมตร

ผ้าม้วนที่สองยาว $\frac{5}{9} + \frac{2}{3} = \frac{5}{9} + \left(\frac{2 \times 3}{3 \times 3}\right)$ เมตร

$= \frac{5}{9} + \frac{6}{9}$ เมตร

$= \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$ เมตร

ตอบ ผ้าม้วนที่สองยาว $1\frac{2}{9}$ เมตร

ขั้นตรวจคำตอบ

ผ้าม้วนที่สองยาว $1\frac{2}{9}$ เมตร และผ้าม้วนที่สองยาวกว่าผ้าม้วนแรก $\frac{2}{3}$ เมตร

ดังนั้นผ้าม้วนแรกยาว $1\frac{2}{9} - \frac{2}{3} = \frac{11}{9} - \frac{2}{3} = \frac{11}{9} - \frac{6}{9} = \frac{5}{9}$ เมตร

2. มีน้ำผึ้ง $\frac{7}{4}$ ลิตร มีน้ำหวาน $\frac{5}{12}$ ลิตร มีน้ำผึ้งมากกว่าน้ำหวานกี่ลิตร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีน้ำผึ้ง $\frac{7}{4}$ ลิตร มีน้ำหวาน $\frac{5}{12}$ ลิตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ มีน้ำผึ้งมากกว่าน้ำหวานกี่ลิตร

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ประโยคคณิตศาสตร์ $\frac{7}{4} - \frac{5}{12} = \square$

มีน้ำผึ้ง $\frac{7}{4}$ ลิตร

มีน้ำหวาน $\frac{5}{12}$ ลิตร

มีน้ำผึ้งมากกว่าน้ำหวาน $\frac{7}{4} - \frac{5}{12} = \left(\frac{7 \times 3}{4 \times 3}\right) - \frac{5}{12}$ ลิตร

$= \frac{21}{12} - \frac{5}{12}$ ลิตร

$= \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ ลิตร

ตอบ มีน้ำผึ้งมากกว่าน้ำหวาน $1\frac{1}{3}$ ลิตร

ขั้นตรวจสอบคำตอบ

มีน้ำผึ้งมากกว่าน้ำหวาน $1\frac{1}{3}$ ลิตร แต่มีน้ำหวาน $\frac{5}{12}$ ลิตร

ดังนั้นมีน้ำผึ้ง $1\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4}{3} + \frac{5}{12} = \frac{16}{12} + \frac{5}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$ ลิตร

4. มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จะแบ่งผลไม้ได้กี่ลัง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ประโยคคณิตศาสตร์ $\frac{15}{7} \div \frac{5}{14} = \square$

มีผลไม้ $\frac{15}{7}$ กิโลกรัม

แบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัม

จะแบ่งผลไม้ได้ $\frac{15}{7} \div \frac{5}{14} = \frac{15}{7} \times \frac{14}{5}$ ลัง

$= \frac{210}{35} = 6$ ลัง

ตอบ จะแบ่งผลไม้ได้ 6 ลัง

ขั้นตรวจคำตอบ

แบ่งผลไม้ได้ 6 ลัง ซึ่งแบ่งใส่ลัง ลังละ $\frac{5}{14}$ กิโลกรัมเท่า ๆ กัน

ดังนั้นมีผลไม้ทั้งหมด $6 \times \frac{5}{14} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}$ กิโลกรัม

5. พ่อมีที่ดิน $\frac{23}{4}$ ไร่ แบ่งให้ลูกไป $\frac{3}{2}$ ไร่ และพ่อซื้อที่ดินเพิ่มอีก 2 เท่าของที่ดินที่เหลืออยู่ พ่อมีที่ดินทั้งหมดกี่ไร่

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พ่อมีที่ดิน $\frac{23}{4}$ ไร่ แบ่งให้ลูกไป $\frac{3}{2}$ ไร่ และพ่อซื้อที่ดินเพิ่มอีก 2 เท่า
ของที่ดินที่เหลืออยู่

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ พ่อมีที่ดินทั้งหมดกี่ไร่

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา การเขียนประโยคคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ประโยคคณิตศาสตร์ $\left(\frac{23}{4} - \frac{3}{2}\right) \times 2 = \square$

พ่อมีที่ดิน $\frac{23}{4}$ ไร่

แบ่งให้ลูกไป $\frac{3}{2}$ ไร่

พ่อเหลือที่ดิน $\frac{23}{4} - \frac{3}{2} = \frac{23}{4} - \left(\frac{3 \times 2}{2 \times 2}\right)$ ไร่

$= \frac{23}{4} - \frac{6}{4}$ ไร่

$= \frac{17}{4}$ ไร่

พ่อซื้อที่ดินเพิ่มอีก 2 เท่าของที่เหลืออยู่

พ่อมีที่ดินทั้งหมด $\frac{17}{4} \times 2 = \frac{17 \times 2}{4 \times 1} = \frac{34}{4}$ ไร่

$= 8\frac{2}{4} = 8\frac{1}{2}$ ไร่

ตอบ พ่อมีที่ดินทั้งหมด $8\frac{1}{2}$ ไร่

ขั้นตรวจคำตอบ

พ่อมีที่ดินทั้งหมด $8\frac{1}{2}$ ไร่ และพ่อซื้อที่ดินเพิ่มอีก 2 เท่าของที่ดินที่เหลืออยู่

ดังนั้นพ่อมีที่ดินก่อนที่จะซื้อ $8\frac{1}{2} \div 2 = \frac{17}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{17}{4}$ ไร่

จากนั้นพ่อแบ่งที่ดินให้ลูกไป $\frac{3}{2}$ ไร่ ดังนั้นเดิมพ่อมีที่ดิน $\frac{17}{4} + \frac{3}{2} = \frac{17}{4} + \frac{6}{4} = \frac{23}{4}$ ไร่

ภาคผนวก จ

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และผลการทดสอบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
- คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการทดสอบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ตารางที่ 39 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

เลขที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (เต็ม 20 คะแนน)
1	13
2	16
3	16
4	17
5	19
6	14
7	15
8	14
9	18
10	17
11	16
12	14
13	19
14	18
15	13
16	18
17	16
18	12
คะแนนรวม	285
คะแนนเฉลี่ย	15.83

ทดสอบสมมติฐานคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

$$t = \frac{15.83 - 14}{\frac{2.15}{\sqrt{18}}}, df = 18 - 1$$

$$t = 3.62$$

จากการเปิดตารางค่า t ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ $df = 17$ ค่า $t_{(.01,17)} = 2.5669$

สรุปได้ว่า ค่า t ที่คำนวณ มากกว่า ค่า t ที่ได้จากการเปิดตาราง ดังนั้นคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตารางที่ 40 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การให้คะแนน	จำนวนคน					ร้อยละ
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา						
2 คะแนน	15	15	11	11	13	72.22
1 คะแนน	3	3	7	7	5	27.78
0 คะแนน	0	0	0	0	0	0
ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา						
1 คะแนน	18	18	18	18	18	100
0 คะแนน	0	0	0	0	0	0
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา						
2 คะแนน	15	15	14	8	5	63.33
1 คะแนน	3	3	4	9	5	26.67
0 คะแนน	0	0	0	1	8	10.00
ขั้นการตรวจคำตอบ						
1 คะแนน	14	12	10	11	8	61.11
0 คะแนน	4	6	8	7	10	38.89

ตารางที่ 41 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

เลขที่	คะแนนวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เต็ม 30 คะแนน)
1	21
2	26
3	27
4	25
5	27
6	23
7	24
8	23
9	29
10	27
11	25
12	18*
13	29
14	26
15	20*
16	28
17	22
18	18*
คะแนนรวม	438
คะแนนเฉลี่ย	24.33

ทดสอบสมมติฐานคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กับเกณฑ์ร้อยละ 70

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, df = n - 1$$

$$t = \frac{24.33 - 21}{\frac{3.46}{\sqrt{18}}}, df = 18 - 1$$

$$t = 4.08$$

จากการเปิดตารางค่า t ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ $df = 17$ ค่า $t_{(.01,17)} = 2.5669$

สรุปได้ว่า ค่า t ที่คำนวณ มากกว่า ค่า t ที่ได้จากการเปิดตาราง ดังนั้นคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01