

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสาน  
กับการสอนแบบอุปนัย โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี

ปวีศ นันทรัตน์กุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

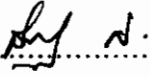
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

เมษายน 2558

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

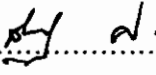
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา  
วิทยานิพนธ์ของปวริศ นันทรัตนกุล ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

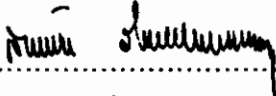
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

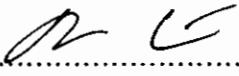
 ..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สินีนาฏ ศรีมงคล)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

 ..... ประธาน  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนินทร์ โรจน์ศิริพิศาล)

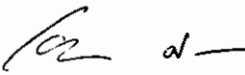
 ..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สินีนาฏ ศรีมงคล)

 ..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สหทัย รัตนมงคลกุล)

 ..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดวงกมล พลเต็ม)

 ..... กรรมการ  
(ดร.สมคิด อินเทพ)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา

 ..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่ 24 เดือน ๖ พ.ศ. ๒๕๖๔ พ.ศ. 2558

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สินีนานู ศรีมงคล อาจารย์ที่ปรึกษา ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชเนศร์ โรจน์ศิริพิศาล ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สหัทยา รัตนเมฆกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดวงกมล ผลเต็ม และดร.สมคิด อินเทพ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ตรวจสอบแก้ไขและวิจารณ์ผลงานทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณ ดร.กนิษฐา เขาวัดนกุล และดร.พินดา วราสุนันท์ ผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบ รวมทั้งให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากผู้อำนวยการโรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย ตลอดจนครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประจำปีการศึกษา 2557 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อชัชวาล์ คุณแม่ประนอม นันทรัตนกุล และญาติที่ให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา ขอขอบคุณที่ โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย ที่คอยให้กำลังใจและคำปรึกษา ที่ดีเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูตเวทิตาแด่ บพทรี บุรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

ปวีศ นันทรัตนกุล

55990013: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์ศึกษา; วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา)

คำสำคัญ: การเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย/

ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส / ความคงทนในการเรียนรู้

ปวีศ นันทรรัตน์กุล: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี (DESIGN OF LEARNING ACTIVITIES FOR UNDERSTANDING IN THE FUNDAMENTAL THEOREM OF CALCULUS OF GRADE 12 STUDENTS USING STUDENT TEAMS ACHIEVEMENT DIVISION AND INDUCTIVE APPROACH IN QUEEN COLLEGE, RATCHABURI PROVINCE) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สีนีนาฏ ศรีมงคล, ปร.ด. 217 หน้า. ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย 2) เพื่อศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 3) เพื่อศึกษาความคงทนหลังการเรียนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย และ 4) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ 3) แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ One Sample T-Test และ Paired Samples T-Test โดยใช้โปรแกรม SPSS ผลการวิจัยพบว่า 1) แผนการจัดการเรียนรู้ มีคุณภาพอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย พบว่าคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความคงทนทางการเรียนรู้ และ 4) ผลการประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยภาพรวมนักเรียนมีระดับความพึงพอใจมากที่สุด

55990013 : MAJOR: MATHEMATICS EDUCATION; M.Sc. (MATHEMATICS  
EDUCATION)

KEYWORDS: STUDENT TEAMS ACHIEVEMENT DIVISION INDUCTIVE APPROACH /  
THE FUNDAMENTAL THEOREM OF CALCULUS / LEARNING  
PERSISTENCE

PAWARIT NUNTHARATKUL: DESIGN OF LEARNING ACTIVITIES FOR  
UNDERSTANDING IN THE FUNDAMENTAL THEOREM OF CALCULUS OF GRADE 12  
STUDENTS USING STUDENT TEAMS ACHIEVEMENT DIVISION AND INDUCTIVE  
APPROACH IN QUEEN COLLEGE, RATCHABURI PROVINCE. ADVISORY  
COMMITTEE: SINEENART SRIMONGKOL, Ph.D. 217 P. 2015.

The purposes of this study were as follows: 1) to construct lesson plan, on the topic of “The Fundamental Theorem of Calculus” by using student teams achievement division and inductive approach, 2) to examine understanding in the fundamental theorem of calculus of grade 12 students using student teams achievement division and inductive approach by using learning achievement comparing with 70 percent criterion, 3) to study learning persistence after using student teams achievement division and inductive approach, and 4) to examine satisfaction of grade 12 students toward design of learning activities. The sample consisted of 44 grade 12 students, mathematics and science program at Queen College, Ratchaburi Province, in the first semester of 2014 through the purposive sampling technique. The instruments using in this research were: 1) lesson plan 2) comprehensive and retention test and 3) satisfaction questionnaire. The statistics used in the analysis were One Sample T-Test and Paired Samples T-Test using SPSS for Windows. The results of the study were as follows : 1) the quality of lesson plans is the most appropriate, 2) the posttest score was more than 70 percent with the statistical significance level .05. 3) the students have learning persistence, and 4) most students were satisfied in the learning activities.

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้.....	12
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning).....	24
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์.....	32
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอุปนัย.....	36
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนทางการเรียนรู้.....	41
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์.....	42
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบอัตนัย.....	46
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	51
การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	51
การออกแบบการวิจัย.....	51
การกำหนดกลุ่มประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	52
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	52
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	57

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	59
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	60
4 ผลการวิจัย.....	63
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	63
ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสาน กับการสอนแบบอุปนัย.....	63
ผลการทดสอบสมมติฐาน.....	72
ผลการวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎี บทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัยระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.....	72
ผลการศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ ร้อยละ 70.....	72
ผลการศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	73
ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัด การเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	73
5 สรุปและอภิปรายผล.....	77
สรุปผลการวิจัย.....	78
อภิปรายผลการวิจัย.....	79
ข้อเสนอแนะ.....	83
บรรณานุกรม.....	84
ภาคผนวก.....	91
ภาคผนวก ก.....	92

## สารบัญ (ต่อ)

ภาคผนวก	หน้า
ภาคผนวก ข .....	174
ภาคผนวก ค.....	203
ภาคผนวก ง.....	208
ภาคผนวก จ.....	215
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	217



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3-1 การกำหนดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยจัดตามวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	57
4-1 แสดงผลการหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	72
4-2 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	72
4-3 การศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	73
4-4 การศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	74
ก-1 ตารางวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 แผน โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน.....	172
ก-2 ตารางการวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.....	173
ข-1 ตารางวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน.....	201
ข-2 ตารางการวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.....	202

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ค-1 ตารางแสดงผลคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	204
ค-2 ตารางแสดงผลการศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70....	205
ค-3 ตารางแสดงผลการศึกษาความคงทนหลังการเรียนในเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	206
ง-1 ตารางวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ ที่มีต่อ การจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ แบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน.....	211
ง-2 ตารางแสดงผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัด การเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย.....	213

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
4-1 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ใต้กราฟของกราฟเส้นตรง.....	64
4-2 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ใต้กราฟของพาราโบลาที่มีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่จริง โดยแบ่งออกเป็น 2 ช่วงย่อยและ 4 ช่วงย่อย.....	65
4-3 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ใต้กราฟของพาราโบลาที่มีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่จริง โดยแบ่งออกเป็น 8 ช่วงย่อย.....	66
4-4 แสดงตัวอย่างพฤติกรรมกรปฏิบัติการปฏิบัติงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสาน กับการสอนแบบอุปนัย.....	67
4-5 ตัวอย่างแสดงผลงานของกลุ่มของนักเรียน.....	68
4-6 ตัวอย่างแสดงผลงานกลุ่มของนักเรียนที่นำเสนอเพื่อนภายในชั้นเรียน.....	69
4-7 ตัวอย่างแสดงการตรวจสอบคำตอบของนักเรียน โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส.....	70
4-8 ตัวอย่างการนำเสนอผลงานของกลุ่มพร้อมทั้งการอธิบายแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ....	70
4-9 แสดงตัวอย่างการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย เรื่องทฤษฎีบท หลักมูลของแคลคูลัส.....	71

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาเป็นรากฐานที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาประเทศ ดังพระบรมราโชวาทของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดชมหาราช ในพิธีพระราชทานปริญญาบัตรแก่มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ณ สวนอัมพร เมื่อวันที่ 22 มิถุนายน 2524 ความว่า “...ความรู้ที่นั่นสำคัญยิ่งใหญ่มาก เพราะเป็นปัจจัยให้เกิดความฉลาด ความสามารถและความเจริญก้าวหน้า มนุษย์จึงไปศึกษากันอย่างไม่รู้จบสิ้น แต่เมื่อพิจารณาเหตุผลแล้ว การเรียน ความรู้ แม้มากมายเพียงใด บางครั้งก็ไม่ช่วยให้ฉลาดหรือเจริญได้เท่าไรนัก ถ้าหากเรียนไม่ถูกถ้วน ไม่รู้จริงแท้ การศึกษาหาความรู้จึงสำคัญตรงที่ว่าต้องศึกษาเพื่อให้เกิด “ความฉลาดรู้” คือรู้แล้วสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง ๆ โดยไม่เป็นที่พิษเป็นโทษ การศึกษาเพื่อความฉลาดรู้ มีข้อปฏิบัติที่น่าจะยึดเป็นหลักอย่างน้อยสองประการ ประการแรกเมื่อจะศึกษาสิ่งใดเรื่องใดให้รู้จริง ควรจะได้ศึกษาให้ตลอดครบถ้วนทุกแง่มุม ไม่ใช่เรียนรู้แต่เพียงบางส่วนบางตอนหรือเพ่งเล็งเฉพาะแต่เพียงบางแง่มุม อีกประการหนึ่ง ซึ่งจะต้องปฏิบัติพร้อมกันไปด้วยเสมอ คือต้องพิจารณาศึกษาเรื่องนั้น ๆ ด้วยความคิดจิตใจที่ตั้งมั่นเป็นปกติ และเที่ยงตรงเป็นกลาง ไม่ยอมให้รู้เห็นและเข้าใจตามอำนาจความเหนียวแน่นของอคติ ไม่ว่าจะป็นอคติฝ่ายชอบหรือฝ่ายชัง มิฉะนั้น ความรู้ที่เกิดขึ้นจะไม่เป็นความรู้แท้ หากแต่เป็นความรู้ที่ถูกอำพรางไว้ หรือที่คลาดเคลื่อนวิปริตไปต่าง ๆ จะนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์จริง ๆ โดยปราศจากโทษไม่ได้...”

ในการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนมักมีคำถามอยู่เสมอว่า “เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม หรือ ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์ เรียนแล้วเอาไปทำอะไร” การที่นักเรียนมีคำถามเหล่านี้ แสดงว่านักเรียนไม่เข้าใจบทบาทของวิชาคณิตศาสตร์ ว่ามีความสำคัญต่อการดำรงชีวิต และการสร้างสรรค์งานต่าง ๆ ได้อย่างไร แท้จริงแล้วคณิตศาสตร์มีประโยชน์นานัปการ โดยใช้เป็นเครื่องมือการศึกษาวิทยาการต่าง ๆ ในทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มนุษยศาสตร์ และศิลปศาสตร์ ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง โดยครุคณิตศาสตร์ที่ดีและถือว่าเป็นมืออาชีพ จะต้องมีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพ ก็จะต้องจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์-

ข้อมูล ความน่าจะเป็น และอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกัน การเป็นครูคณิตศาสตร์จะต้องตระหนักอยู่เสมอว่าการสอนคณิตศาสตร์ไม่ใช่เพียงการกำหนดปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบเท่านั้น แต่ต้องเชื่อมโยงไปสู่การนำไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันหรือสร้างสรรค์สิ่งดี ๆ ให้เกิดขึ้น โดยจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตร จึงต้องมีความรับผิดชอบในการทำความเข้าใจหลักสูตร ศึกษาเนื้อหา หนังสือเรียน และคู่มือครูอย่างลึกซึ้ง รวมถึงการขวนขวายหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ตลอดจนศึกษาถึงปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนการสอนที่ตนเองรับผิดชอบ เพื่อให้มีความพร้อมในการจัดการเรียนการสอนอย่างมีคุณภาพ และสามารถทำให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองไปสู่ความเก่ง ดี และมีสุข สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 1-6) ซึ่งผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ จากผลประเมินการจัดการศึกษาระดับชาติ O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งประเทศ ในปีการศึกษา 2554 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 22.73 คะแนน ปีการศึกษา 2555 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 22.73 คะแนน และในปีการศึกษา 2556 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เพียง 20.48 คะแนน ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม และเมื่อพิจารณาในระดับโรงเรียนผลการสอบ O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย ปีการศึกษา 2554 – 2556 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 กล่าวคือในปีการศึกษา 2554 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เท่ากับ 30.10 คะแนน ปีการศึกษา 2555 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 24.05 คะแนน และปีการศึกษา 2556 ของโรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 18.20 คะแนน ซึ่งเมื่อพิจารณาผลการสอบ O-NET ระดับโรงเรียนพบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2556 ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยทั้งประเทศ และมีแนวโน้มจะลดลงเรื่อย ๆ ทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจให้นักเรียนของโรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย ควรได้รับการปรับปรุงและพัฒนาอย่างเร่งด่วน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2557, ออนไลน์)

ที่ผ่านมาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แม้ว่าในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จะมีเนื้อหาในส่วนของทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (The Fundamental Theorem of Calculus) แต่การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการบรรยายนั้นไม่เอื้อให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองแต่มุ่งเน้นการท่องจำ โดยเริ่มต้นด้วยการบอกนิยามของทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ให้ตัวอย่างโจทย์และให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถทำและหา

คำตอบที่ถูกต้องได้ แต่เมื่อระยะเวลาผ่านไปนักเรียนจะ ไม่มีความคงทนทางความรู้หรือความจำหลงเหลืออยู่เลย เพราะนักเรียนไม่ได้เรียนรู้อย่างเข้าใจถ่องแท้ แต่เป็นการเรียนแบบท่องจำเพื่อหวังเพียงให้เรียนผ่าน ๆ ไปเท่านั้น ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะดังกล่าว นอกจากจะทำให้ นักเรียนไม่เข้าใจทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสแล้ว ยังทำให้นักเรียนขาดความตระหนักเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อชีวิตจริง ทำให้นักเรียนขาดความกระตือรือร้น และความเอาใจใส่ต่อการเรียน ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับฟาฏินา วงศ์เลขา (2552) กล่าวว่าครูส่วนใหญ่ยังคงใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย โดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทำให้นักเรียนที่เรียนรู้ได้เร็วสามารถเข้าใจเนื้อหาได้ง่าย ส่วนนักเรียนที่เรียนรู้ช้าหรือฟังบรรยายไม่ทันหรือไม่เข้าใจเนื้อหาที่บรรยายก็จะเกิดความเบื่อหน่าย ไม่อยากเรียน เมื่อต้องเรียนเรื่องใหม่จะยิ่งประสบปัญหามากขึ้น เพราะขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐาน ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำลง และจะมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในที่สุด สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 7)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในอดีตเชื่อกันว่า ถ้านักเรียนสามารถจดจำสูตร กฎ ทฤษฎีบท ทำตามตัวอย่าง พิสูจน์หรือแก้โจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนและทำข้อสอบได้ ก็ถือว่านักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว จากความเชื่อดังกล่าวเป้าหมายการเรียนคณิตศาสตร์ในยุคสมัยนั้นจึงให้ความสำคัญกับการจดจำ สูตร กฎ ทฤษฎีบท วิธีการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยไม่สนใจที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจถึงเหตุผลที่แท้จริงว่า ทำไมจึงต้องเรียนเนื้อหา คณิตศาสตร์เหล่านั้น และคณิตศาสตร์ที่เรียนไปสามารถใช้อธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวได้อย่างไร ผู้วิจัยคิดว่าเป็นปัจจุบันแนวคิดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้เปลี่ยนไปมาก กล่าวคือ เป้าหมายหลักของการเรียนการสอนมุ่งเน้นไปที่การจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา คณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและมองเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ ทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีความหมายและสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตจริงได้

นอกจากนี้นักเรียนมัธยมศึกษาส่วนใหญ่ไม่มีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับสูตร กฎ ทฤษฎีบท นักเรียนขาดการค้นหาวิธีการที่สำคัญ และมองไม่เห็นความสัมพันธ์ ระหว่างวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ อาร์สแลน และคณะ (Arslan et al., 2009, p.2464) สอดคล้องกับที่วิเชียร ไชยบัง (2554) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์คือครูมักสอนให้นักเรียนจำสูตรหรือวิธีทำโดยไม่เข้าใจ ตามกรอบเดิมครูมักสอนให้คิดตัวเลขยาก ๆ เพราะเชื่อว่าการคิดคำนวณตัวเลขจำนวนเยอะได้คือเก่งทาง

คณิตศาสตร์ ทั้งที่จริงแค่ฝึกให้นักเรียนเข้าใจวิธีจากจำนวนน้อย ๆ แล้วนักเรียนจะหาคำตอบจากตัวเลขยาก ๆ กรอบเดิมจะเริ่มจากการบอกรหัสซึ่งแทบไม่มีโอกาสที่จะให้นักเรียนค้นพบวิธีได้ด้วยตัวเอง นักเรียนแต่ละคนจะได้เรียนรู้แบบต่างคนต่างคิดการปรึกษากัน หรือลอกกันจะถือว่าเป็นความผิด นักเรียนมีโอกาสน้อยที่นักเรียนร่วมมือกันคิดแล้วค้นพบวิธีหาคำตอบอย่างหลากหลาย ในหลายประเทศพบว่านักเรียนมีปัญหาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่มาก งานวิจัยการศึกษาในต่างประเทศแสดงให้เห็นถึงบทบาทของครูและวิธีสอนที่มีประสิทธิภาพ ในการแก้ปัญหาการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่ได้รับคามสนใจเป็นอย่างมากคือ การเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) จากผลการวิจัยของ แทรน (Tran, 2013) พบว่าการเรียนการสอนแบบร่วมมือมีผลในความสำเร็จที่สูงกว่าการเรียนแบบปกติ การที่นักเรียนมีความสำเร็จเพิ่มขึ้นมีผลมาจากการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการอธิบาย หรือแนวคิดที่สามารถเข้าใจได้ง่าย เพราะมีการหาหรือการให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกันระหว่างกลุ่มเพื่อน ทำให้การเรียนรู้สำเร็จได้ การเรียนแบบร่วมมือยังเพิ่มความเชื่อมั่นของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และความสัมพันธ์ในกลุ่มของนักเรียน สามารถปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ได้ และเพิ่มทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และจากผลการวิจัยของซาคาเรีย และคณะ (Zakaria et al., 2010) กล่าวว่าครูคณิตศาสตร์จะต้องมีการตระหนักถึงประโยชน์และความสำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ และควรเปลี่ยนวิธีการสอนจากครูเป็นศูนย์กลางเป็นการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง และการเรียนแบบร่วมมือที่ควรใช้อย่างยิ่งคือ วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division: STAD)

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการเรียนแบบร่วมมือ โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เอ็ม แวน วอค (M van Wyk, 2012) กล่าวว่า ในสองทศวรรษที่ผ่านมาวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์เป็นการออกแบบการเรียนการสอนที่ช่วยกระตุ้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนในกลุ่ม และความร่วมมือของนักเรียนและครู โดยมีจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้ที่ประสบผลสำเร็จโดยการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์เป็นการเรียนรู้การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้ทุกคนมีส่วนร่วมในการทำงาน ทั้งยังเป็นหนึ่งในวิธีการสอนที่ง่ายที่สุด และใช้กันอย่างแพร่หลายซึ่งวิธีนี้เหมาะกับครูที่ยังใหม่กับการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เมื่อเทียบกับการสอนแบบปกติแล้ววิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ สามารถส่งเสริมทัศนคติที่ดีให้กับนักเรียน แสดงให้เห็นถึงความสำเร็จที่ดีกว่า และกระตุ้นให้นักเรียนยอมรับการเรียนรู้ที่มีคุณค่าอย่างแท้จริง จากงานวิจัยเสาวภาคย์ เศรษฐศักดิ์ศิริ (2549, หน้า 89) พบว่า การศึกษาผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือเทคนิคกลุ่มแข่งขัน (Team Games Tournament: TGT) และวิธีการ

เรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 การเรียนรู้หลังเรียน ด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือ เทคนิคกลุ่มแข่งขัน และวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ อรรุรา สุขแปดริ้ว (2555, หน้า 640-641) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับการเรียนแบบ ร่วมมือเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ที่มีต่อผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลการเรียนรู้เรื่อง การบวกและการลบจำนวนเต็ม ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือ แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความพึงพอใจต่อ การจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ พบว่า โดยภาพรวมนักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด

และผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการสอนแบบอุปนัย พบว่านักเรียนจะเรียนรู้ภายใต้การค้นพบ ซึ่งเป็นวิธีการที่นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากขึ้นในด้านความคิด ความเข้าใจ แต่การค้นพบที่ บริสุทธิ์จะเกิดขึ้นไม่ได้หากขาดสภาพแวดล้อม คำแนะนำและข้อเสนอแนะจากครูและเพื่อน นักเรียน มิเช่นนั้นจะได้รับความเข้าใจที่ผิดพลาด หรือข้อมูลที่หายไปได้ แต่การค้นพบก็ยังคงเป็น แนวทางที่ดีกว่าการที่ครูบอกแล้วให้นักเรียนเชื่อ การค้นพบช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น หยางและคณะ (Yang et al., 2010, p. 743-744) สอดคล้องกับอาร์สแลน และคณะ (Arslan et al., 2009) กล่าวว่าวิธีการสอนแบบอุปนัย คือ กระบวนการเรียนรู้และการใช้เหตุผลจากส่วนย่อยไปหา ส่วนใหญ่ หรือกฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยการนำเอาตัวอย่างข้อมูล เหตุการณ์ สถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่มีหลักการแฝงอยู่มาให้นักเรียนศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ หรือวิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง วิธีการสอนแบบอุปนัย สามารถ ใช้ได้ดีในทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ และจากงานวิจัยของโซโคลอวสกี และแรครีย์ (Sokolowski & Rackley, 2011, p. 52) ได้ทำการวิจัยการเรียนการสอนตรีโกณมิติ เพื่อใช้ในการ จำลองทางฟิสิกส์ โดยใช้การสอนแบบอุปนัยที่มหาวิทยาลัยโคโลราโด แสดงให้เห็นว่านักเรียนมี สภาพแวดล้อมของการเรียนรู้สูงขึ้น คะแนนการทดสอบสูงขึ้น และสามารถนำความรู้ความเข้าใจ ไปพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ของการสร้างแบบจำลอง ฟังก์ชัน พหุนาม เรขาคณิต นอกจากนี้ยัง ใช้ในการเก็บรวบรวม การวิเคราะห์ การคำนวณเพื่อเพิ่มความเข้าใจในการเรียนการสอนของ อนุพันธ์ และ ปริพันธ์ รวมทั้งทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส และเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับ นักเรียนสำหรับการเรียนวิศวกรรมและมหาวิทยาลัย

ผู้วิจัยได้พิจารณาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่ผู้วิจัยเป็น ผู้รับผิดชอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่าแคลคูลัสซึ่งประกอบด้วยทฤษฎีบทหลักมูลของ



แคลคูลัส มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ชั้นสูง อีกทั้งยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้และอธิบายปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริงได้ ซึ่งนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังไม่ทราบถึงความสำคัญต่าง ๆ เหล่านี้

จากการศึกษาของผู้วิจัยพบว่าวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีจุดเด่นคือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยกระตุ้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถในระดับที่แตกต่างกันภายในกลุ่ม และความร่วมมือของนักเรียนและครู โดยความสำเร็จเกิดจากการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน กระตุ้นให้นักเรียนยอมรับการเรียนรู้ที่มีคุณค่าอย่างแท้จริง และการสอนแบบอุปนัย มีจุดเด่นคือ เป็นวิธีสอนที่ใช้ได้ดีในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะเรียนรู้ภายใต้การค้นพบสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจได้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นวิธีที่นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากขึ้นในด้านความคิด ความเข้าใจ และการค้นพบจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง และจดจำได้นาน ผู้วิจัยคิดว่าหากนำวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์และการสอนแบบอุปนัยมาผสมผสานกันจะทำให้ให้นักเรียนมีโอกาสได้สืบเสาะหาความรู้ สร้างองค์ความรู้ สรุปได้ด้วยตนเอง เน้นการเชื่อมโยงความรู้มาใช้จริง สร้างการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น สร้างให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อสังคมที่ดีต่อไป

ด้วยเหตุผลดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมุ่งมั่นที่จะทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสมากกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยปกติ และเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตระหนักและเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง รวมทั้งผู้วิจัยคาดหวังว่าผลของการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางที่สำคัญสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนสอนของวิชาคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในโลกจริงในหัวข้ออื่น ๆ ต่อไป

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. เพื่อศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

3. เพื่อศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

4. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

### สมมติฐานของการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีคุณภาพอยู่ในระดับเหมาะสมมาก

2. ความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้ค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70

3. ความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ไม่แตกต่างกันเมื่อระยะเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์

4. ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย อยู่ในระดับมาก

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2. ได้แนวทางในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เพื่อความคงทนของการเรียนรู้ในหัวข้ออื่น ๆ ต่อไป

3. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ สร้างให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เรียนรู้การอยู่ร่วมกับผู้อื่นและส่วนรวม และสร้างให้นักเรียนเห็นคุณค่าของความแตกต่างระหว่างบุคคล

## ขอบเขตของการวิจัย

### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 2 ห้องเรียน รวมจำนวน 89 คน

### กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่อง ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ได้ดำเนินการในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 โดยใช้เวลาดังนี้

1. ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส	4	คาบ
2. ทดสอบหลังเรียน ครั้งที่ 1	1	คาบ (สอบนอกตารางเรียน)
3. ทดสอบหลังเรียน ครั้งที่ 2	1	คาบ (สอบนอกตารางเรียน)

### ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

- 2.1 ความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส
- 2.2 ความคงทนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส
- 2.3 ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการเรียนที่จัดให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยให้สมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบต่อกลุ่มร่วมกัน ช่วยกันทำงานที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ

โดยมีจุดมุ่งหมายร่วมกับสมาชิกกลุ่ม มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันทำงานอย่างเต็มความสามารถ มีการคิดร่วมกัน มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน มีความร่วมมือกันทำงานให้บรรลุผลสำเร็จ และสามารถพัฒนานักเรียนในด้านพฤติกรรม ด้านความรู้ ด้านความคิดให้เกิดทักษะกระบวนการความคิด ความเข้าใจ คิดวิเคราะห์

2. การเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ หมายถึง การเรียนแบบร่วมมือที่กำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละ 4 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน มีขั้นตอนการสอนดังนี้

1) ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกสมาชิกที่จะทำหน้าที่ต่าง ๆ ในการทำงานร่วมกัน

2) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นความสนใจและความพร้อมของนักเรียนหรือทบทวนความรู้ที่จำเป็น

3) ขั้นเสนอบทเรียน เป็นขั้นที่ครูดำเนินการสอนเนื้อหาในบทเรียน โดยใช้สื่อการสอนประกอบ เช่น แผนภาพ บัตรจำนวน เป็นต้น

4) ขั้นฝึกทักษะ เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำแบบฝึกหัด นักเรียนจะได้รับแบบฝึกหัด และบัตรเฉลย นักเรียนจะผลัดกันทำหน้าที่ มีการอภิปรายและตรวจสอบว่ากลุ่มมีข้อผิดพลาดในการทำอะไร แล้วแก้ไขข้อผิดพลาดลงในแบบฝึกหัด

5) ขั้นทดสอบหลังเรียน เป็นขั้นที่นักเรียนทดสอบเป็นรายบุคคล

6) ขั้นสรุปและประเมินผล เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ข้อดีและข้อบกพร่องที่ควรแก้ไขในการทำงานร่วมกัน ครูประเมินผลการเรียนของนักเรียน โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน เพื่อหาคะแนนพัฒนาของแต่ละคน นำคะแนนพัฒนาเทียบเป็นคะแนนกลุ่มจากตาราง แล้วนำคะแนนที่ทุกคนทำในกลุ่มมาเฉลี่ย กลุ่มใดมีคะแนนกลุ่มผ่านเกณฑ์จะได้รับรางวัลทั้งกลุ่มตามที่กำหนด

3. การสอนแบบอุปนัย หมายถึง การสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์ กล่าวคือ เป็นการสอนแบบย่อยไปหาส่วนรวมหรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการข้อเท็จจริง หรือข้อสรุป โดยการให้นักเรียนทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบแล้วพิจารณาค้นหาองค์ประกอบที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุป ความมุ่งหมายของการสอนแบบอุปนัย เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเองกับให้เข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างแจ่มแจ้ง ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการทำการสอบสวนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

4. การเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย หมายถึง รูปแบบการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้และทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน โดยมีขั้นตอนในการเรียน ดังนี้

1) จัดกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยเด็กเรียนเก่ง 1 คน เด็กเรียนปานกลาง 2 คน และเด็กเรียนอ่อน 1 คน โดยใช้เกณฑ์การแบ่ง (หน้า 57-58)

2) ครูนำเสนอเนื้อหา และยกตัวอย่างจากรายละเอียดปลีกย่อยและถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดตาม หรือให้คิดแตกต่างโดยมีเหตุผล

3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาจากกิจกรรมต่าง ๆ จากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์หลักการ ข้อเท็จจริง หรือข้อสรุป โดยการเน้นให้นักเรียนทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ แล้วพิจารณาค้นหาองค์ประกอบที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุปตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

4) ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อย

5. ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส หมายถึง ทฤษฎีที่ว่าด้วยการกำหนด  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง  $[a,b]$  และ  $f(x) \geq 0$  บนช่วง  $[a,b]$  ถ้า  $F$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  แล้ว

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

6. ความเข้าใจ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดได้อย่างชัดเจน พร้อมข้อมูล ทฤษฎี และองค์ความรู้ที่เกี่ยวข้อง สามารถอธิบายเหตุผลและวิธีการทั้งยังตระหนักถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าคำตอบที่ได้ว่าถูกหรือผิด

7. ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ความจำของนักเรียนที่คงอยู่ในเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 สิ้นสุดไปแล้ว 2 สัปดาห์ด้วยแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

8. ความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังจากได้รับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ในเนื้อหาเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส และมีอิทธิพลต่อทำให้การแสดงออกหรือพฤติกรรมของนักเรียน วัดได้จากแบบวัดความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้
  - 1.1 ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้
  - 1.2 ความสำคัญและประโยชน์ของแผนการจัดการเรียนรู้
  - 1.3 องค์ประกอบและขั้นตอนการทำแผนจัดการเรียนรู้
  - 1.4 ขั้นตอนการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้
  - 1.5 การประเมินแผนการจัดการเรียนรู้
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning)
  - 2.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ
  - 2.2 องค์ประกอบการเรียนแบบร่วมมือ
  - 2.3 ผลดีของการเรียนแบบร่วมมือ
  - 2.4 รูปแบบการจัดการเรียนแบบร่วมมือ
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์
  - 3.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์
  - 3.2 งานวิจัยต่างประเทศ
  - 3.3 งานวิจัยในประเทศ
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอุปนัย
  - 4.1 ความหมายของการสอนแบบอุปนัย
  - 4.2 งานวิจัยต่างประเทศ
  - 4.3 งานวิจัยในประเทศ
  - 4.4 การเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย
5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนทางการเรียนรู้
6. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์
7. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบอัตนัย

## 1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้

### 1.1 ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2546, หน้า 213) ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้หรือแผนการเรียน (Lesson Plan) เป็นคำใหม่ที่น่ามาใช้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เหตุที่ใช้คำว่า “แผนการจัดการเรียนรู้” แทนคำว่า “แผนการสอน” เพราะต้องการให้ครูมุ่งจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นสำคัญ เพื่อให้สอดคล้องกับเป้าหมายของการจัดการศึกษาที่บ่งชี้ไว้ในมาตรา 22 ของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2544 ที่กล่าวไว้ว่า “การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่านักเรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่านักเรียนสำคัญที่สุด”

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542, หน้า 1) ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ไว้ว่า แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง แผนการหรือโครงการที่จัดเป็นลายลักษณ์อักษรเพื่อใช้ในการปฏิบัติการสอนในรายวิชาใดในรายวิชาหนึ่ง เป็นการเตรียมการสอนอย่างมีระบบและเป็นเครื่องมือที่ให้คุณพัฒนาการจัดการเรียนรู้ออกไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้และจุดมุ่งหมายของหลักสูตรได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กรมวิชาการ (2546, หน้า 1 - 2) ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ไว้ว่าแผนการจัดการเรียนรู้หมายถึงแผนซึ่งครูเตรียมการจัดการเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน โดยวางแผนการจัดการเรียนรู้ แผนการใช้สื่อการเรียนรู้หรือแหล่งเรียนรู้ แผนการวัดผลประเมินผลโดยการวิเคราะห์จากคำอธิบายรายวิชาหรือหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งยึดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้ที่กำหนดอันสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น

สุวิทย์ มูลคำ (2549, หน้า 58) ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ คือ แผนการเตรียมการสอนหรือกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ล่วงหน้าอย่างเป็นระบบและจัดทำไว้เป็นลายลักษณ์อักษร โดยมีการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ มากำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ นักเรียนบรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้

เอกรินทร์ สีมหาศาล (2545, หน้า 409) ให้ความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ เป็นวัสดุหลักสูตรที่ควรพัฒนามาจากหน่วยการเรียนรู้ (Unit Plan) ที่กำหนดไว้ เพื่อให้การจัดการสอนบรรลุเป้าประสงค์ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร หน่วยการเรียนรู้จึงเปรียบเสมือนโครงร่าง หรือพิมพ์เขียวที่กล่าวถึงประสบการณ์การเรียนรู้ตามหัวข้อการจัดการเรียนรู้ และกระบวนการวัดผลที่สอดคล้องสัมพันธ์กัน ส่วนแผนการเรียนจะแสดงการจัดการเรียนรู้ตามบทเรียนและประสบการณ์การเรียนรู้เป็นรายวัน หรือรายสัปดาห์ดังนั้นแผนการจัดการเรียนรู้ จึงเป็นเครื่องมือหรือแนวทางในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน ตามกำหนดไว้ในสาระการเรียนรู้ของแต่ละกลุ่ม

จากความหมายของแผนการจัดการเรียนรู้ที่นักการศึกษาให้ไว้สรุปได้ว่า แผนการจัดการเรียนรู้หมายถึง แผนการที่จัดทำเป็นลายลักษณ์อักษรเพื่อใช้ในการปฏิบัติการสอนในรายวิชาใดรายวิชาหนึ่งที่ระบุรายละเอียดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเช่น ชื่อเรื่อง ระยะเวลาในการสอนสาระสำคัญ จุดประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อ อุปกรณ์ การวัดและการประเมินผล เป็นการเตรียมการสอนอย่างมีระบบเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูพัฒนาการจัดการเรียนการสอนไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้ และจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 1.2 ความสำคัญและประโยชน์ของแผนการจัดการเรียนรู้

เอกรินทร์ สีมหาศาล (2545, หน้า 409) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของแผนการจัดการเรียนรู้ว่า การวางแผนจัดการเรียนรู้จะช่วยให้ครูทราบว่า ในแต่ละสัปดาห์หรือแต่ละชั่วโมงครูควรสอนรายวิชาใด ขอบข่ายสาระการเรียนรู้ครอบคลุมเรื่องราวอะไรบ้าง รวมทั้งการสำรวจสภาพปัญหาต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการจัดการเรียนรู้และสามารถทำการประเมิน ผลนักเรียนทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาตนเองในด้านต่าง ๆ ได้ตามเป้าหมาย

แผนการจัดการเรียนรู้เป็นเอกสารที่จะต้องจัดทำขึ้นล่วงหน้าก่อนที่จะจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังที่ศักรินทร์ สุวรรณโรจน์ และคณะ (2536, หน้า 23) ได้ให้ความสำคัญของแผนการจัดการเรียนรู้ว่า

1. การจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้จะช่วยให้ครูได้มีโอกาสได้ศึกษาหลักสูตรแนวการสอน วิธีการวัดผลและประเมินผล ศึกษาเอกสาร ตำรา ได้อย่างละเอียดทุกแง่มุม
2. แผนการจัดการเรียนรู้จะช่วยให้ครูสามารถจัดเตรียมกระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสภาพความจริงทั้งในเรื่องทรัพยากรของโรงเรียน ทรัพยากรของท้องถิ่น ค่านิยม ความเชื่อ และสภาพที่เป็นจริงของท้องถิ่น
3. แผนการจัดการเรียนรู้เป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพของครู ในการนำไปใช้สอนให้สอดคล้องกับสภาพของนักเรียน ระยะเวลาและสภาพการเรียน ช่วยให้ครูสอนได้ครบถ้วนทันเวลา และช่วยให้มีความมั่นใจในการสอนมากขึ้น
4. แผนการจัดการเรียนรู้จะช่วยให้ครูใช้เป็นข้อมูล หรือหลักฐานอ้างอิงได้อย่างถูกต้องเที่ยงตรงแก่ศึกษานิเทศก์ ผู้บริหารและผู้ที่เกี่ยวข้อง ว่าครูได้ทำการสอนอย่างไร ใช้สื่ออุปกรณ์และทรัพยากรอะไรบ้าง และอย่างไร
5. แผนการจัดการเรียนรู้จะใช้เป็นคู่มือครูที่สอนแทนได้
6. แผนการจัดการเรียนรู้จะเป็นเอกสารสำหรับใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอนและพัฒนาคุณภาพการศึกษาได้เป็นอย่างดี



7. แผนการจัดการเรียนรู้จะเป็นเอกสารที่แสดงถึงการพัฒนาวิชาชีพและมาตรฐานวิชาชีพครูที่แสดงว่างานสอนเป็นงานที่จะต้องได้รับการฝึกฝนโดยเฉพาะ มีเครื่องมือและเทคนิคที่จำเป็นสำหรับประกอบอาชีพด้วย

นอกจากนี้กรมวิชาการ (2540, หน้า 125) ได้จำแนกความสำคัญของแผนการจัดการเรียนรู้ได้ดังนี้

1. ช่วยให้ครูได้มีโอกาสในการพิจารณาส่วนประกอบต่าง ๆ ของบทเรียนดังกล่าวมาแล้วอย่างรอบคอบ อันส่งผลถึงประสิทธิภาพและประสิทธิผลในการเรียนรู้ของนักเรียน

2. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ครูทำขึ้นเอง เป็นการสร้างครูที่ดี เพราะครูมีโอกาสคาดการณ์ล่วงหน้าในกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการช่วยให้ครูมีความคิดสร้างสรรค์

3. ทำหน้าที่เปรียบเสมือนผู้เตือนความจำให้แก่ครู ช่วยไม่ให้สับสน สามารถสอนได้ตรงตามจุดประสงค์ จัดกิจกรรมได้ตามขั้นตอน ใช้สื่อที่เหมาะสม และมีการวัดและประเมินผลเป็นระยะ ๆ

4. ป้องกันการใช้เวลาว่างอย่างไร้ประโยชน์ การทำแผนการจัดการเรียนรู้ช่วยให้ครูคำนึงถึงเวลาที่ต้องใช้ การเตรียมบทเรียนมากเกินไปจนเป็นการขัดเยียดความรู้ให้แก่แก่นักเรียน ไม่ส่งผลดีต่อการเรียนรู้และเตรียมบทเรียนน้อยไปอาจทำให้ครูต้องสอนบททวนซ้ำซากจนหมดเวลา

5. ช่วยให้เกิดความมั่นใจในการสอน

6. ช่วยให้การบริหารงานเป็นไปด้วยดี เพราะครูใหญ่และศึกษานิเทศก์ก็มีส่วนในการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ของครูเป็นข้อมูลในการวางแผนและการนิเทศศึกษา

7. ประโยชน์สำหรับครูเข้ามาสอนแทนในกรณีที่ครูประจำไม่สามารถทำการสอนได้แต่ได้เตรียมการสอนไว้ล่วงหน้า และเก็บไว้ในที่ ๆ เพื่อนครูสามารถหยิบไปใช้ได้

8. เป็นหลักสูตรที่นักเรียนได้เรียน

จะเห็นว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อครู ช่วยให้ครูได้มีโอกาสศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการศึกษาเพิ่มเติม โดยเฉพาะเรื่องหลักการสอน เป็นเหมือนแผนที่นำทางไม่ให้ครูหลงทาง สามารถสอนได้ตามจุดประสงค์ มีขั้นตอน มีสื่อที่เหมาะสมกับสิ่งที่เรียน วัดผลและประเมินผลตามสภาพที่เป็นจริง

### 1.3 องค์ประกอบและขั้นตอนการทำแผนจัดการเรียนรู้

การเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ ครูจำเป็นต้องทราบองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ รูปแบบของแผนการจัดการเรียนรู้และขั้นตอนของการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งอ้อยทิพย์ ทองดี (2544, หน้า 2) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้ เขียนให้ชัดเจน กะทัดรัด เหมาะสมครอบคลุมเนื้อหาสาระ การเรียนรู้และเวลาที่กำหนด

2. สาระสำคัญ เขียนให้กะทัดรัด เป็นหัวข้อย่อหรือความเรียงก็ได้ แต่ต้องสอดคล้องกับ ชื่อหน่วย หัวข้อเรื่อง เน้นให้รู้ว่าจะต้องเรียนรู้เกี่ยวกับอะไรและเรื่องนั้นสำคัญอย่างไร

3. จุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียน โดยให้ครอบคลุม หัวข้อเรื่อง เน้นพฤติกรรมและจิตพิสัย โดยเขียนเป็นข้อ ๆ เรียงตามลำดับ แบ่งเป็นจุดประสงค์ ทั่วไป และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

4. เนื้อหาสาระ กำหนดให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เวลา ระดับความรู้ของนักเรียนจึง เรียงลำดับอย่างเหมาะสมจากง่ายไปหายาก โดยเขียนเน้นเฉพาะประเด็นที่สำคัญ

5. กิจกรรมการเรียนรู้ ระบุกิจกรรมที่เลือกตามบทบาทของครูและนักเรียน โดยเขียนให้ ชัดเจนในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการจัดการเรียนรู้ และเหมาะสมกับเวลาหากมีหลายกิจกรรม ต้องเป็นกิจกรรมต่อเนื่องตามลำดับที่ต้องการให้เกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด ไว้

6. สื่อการเรียนรู้ กำหนดให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ และเวลา โดยทั่วไปจะแบ่งเป็นสื่อสิ่งพิมพ์ (เอกสาร ตำรา ใบช่วยสอน) และสื่อโสตทัศน

7. การวัดผลและการประเมินผล ต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์และเวลา โดยกำหนด จำนวนครั้ง วิธีวัดและวิธีประเมินผลให้ชัดเจน ซึ่งโดยทั่วไปแบ่งเป็นการประเมินภาคทฤษฎี (ประเมินด้านพุทธิพิสัยและจิตพิสัย) และการประเมินภาคปฏิบัติ (ประเมินด้านทักษะพิสัย) รวมทั้ง ต้องกำหนดเครื่องมือที่ใช้วัดและเกณฑ์การประเมินให้ชัดเจน

8. บันทึกหลังการสอน ระบุถึงข้อดี ข้อด้อย ปัญหาอุปสรรคในการจัดการเรียนรู้และแนว ทางแก้ไข

และกรมวิชาการ (2545, หน้า 46) นำเสนอหัวข้อของแผนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

1. หัวข้อแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย

1.1 ชื่อกลุ่มสาระ

1.2 ชั้น

1.3 ภาคเรียนที่

1.4 ชื่อแผน

1.5 เวลาที่ใช้จัดการเรียนรู้

2. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

3. สาระการเรียนรู้

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้
5. กระบวนการวัดและการประเมินผล
6. แหล่งการเรียนรู้

และรุจิร ภู่อาระ (2546, หน้า 160) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ไว้  
ดังนี้

1. สาระสำคัญ
2. จุดประสงค์ปลายทาง
3. จุดประสงค์นำทาง
4. เนื้อหา
5. กิจกรรมการเรียนการสอน
6. สื่อการเรียนการสอน
7. การวัดและการประเมินผล

นอกจากนี้ณัฐวดี กิจรุ่งเรือง วัชรินทร์ เสถียรยานนท์ และวัชนีย์ เชาวน์ดำรงค์ (2545, หน้า 53) กล่าวว่า การจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้จะต้องมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. หัวเรื่อง (Heading) เป็นส่วนแรกของแผนการจัดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่มีรายละเอียดเบื้องต้นของแผนการจัดการเรียนรู้ มีแนวการเขียนดังนี้

- 1.1 ระบุลำดับที่ของแผนการจัดการเรียนรู้
- 1.2 ระบุกลุ่มสาระการเรียนรู้
- 1.3 ระบุระดับชั้นที่สอน
- 1.4 ระบุหัวข้อเรื่อง
- 1.5 ระบุเวลาที่ใช้จัดการเรียนรู้
- 1.6 ระบุวันที่ เดือน ปี และช่วงเวลาในการจัดการเรียนรู้

2. สาระสำคัญ (Concept) คือ ข้อความที่เขียนเพื่อระบุให้เห็นแก่น หรือเห็นข้อสรุปที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียน หลังจากการเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่ง ทั้งด้านเนื้อหา ด้านความรู้ด้านทักษะ หรือด้านเจตคติ ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะเหมาะสมของเรื่องที่น่าเสนอ สาระสำคัญเป็นคำที่ใช้ในความหมายเดียวกันกับความคิดรวบยอด มโนทัศน์ และมโนคติ ขึ้นอยู่กับหน่วยงานหรือความนิยมใช้ มีแนวการเขียนดังต่อไปนี้

2.1 เขียนในลักษณะของการสรุปเนื้อหาความรู้ ทักษะ หรือเจตคติที่เป็นเป้าหมาย ด้วยภาษาที่รัดกุมและชัดเจน

2.2 เขียนในลักษณะความเรียง หรือเขียนเป็นข้อในกรณีที่การจัดการเรียนรู้ครั้งนั้นมีมากกว่าหนึ่งสาระ

2.3 การจัดการเรียนรู้ในระดับชั้นต้น ๆ ควรมีสาระสำคัญเดียวในการเรียนรู้ครั้งหนึ่ง

3. จุดประสงค์การเรียนรู้ (Objective) หรือวัตถุประสงค์ คือ ข้อความที่ระบุคุณลักษณะด้านเนื้อหา ความรู้ด้านทักษะ หรือด้านเจตคติที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนหลังจากที่ได้เรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่ง การเขียนจุดประสงค์ในแผนการจัดการเรียนรู้มีวิธีเขียนหลายลักษณะ แต่โดยทั่วไปนิยมเขียนในลักษณะของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือลักษณะของจุดประสงค์นำทางและจุดประสงค์ปลายทาง ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral Objective) คือ จุดประสงค์ที่บ่งชี้ถึงพฤติกรรมที่นักเรียนสามารถแสดงออกหลังจากที่ได้เรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ครูกำหนดไว้ พฤติกรรมดังกล่าวต้องเป็นพฤติกรรมที่สังเกตเห็นได้อย่างชัดเจน จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่สมบูรณ์ควรจะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน ได้แก่ สถานการณ์หรือเงื่อนไขที่ครูตั้งขึ้น (Condition) พฤติกรรมของนักเรียนที่คาดหวังให้แสดงออก (Terminal Behavior) และเกณฑ์บ่งชี้ (Criteria) ความสามารถของนักเรียนที่จะแสดงพฤติกรรม

3.2 จุดประสงค์ปลายทางและจุดประสงค์นำทางจุดประสงค์ปลายทาง คือ ข้อความที่ระบุถึงสิ่งที่เป็นเป้าหมายสำคัญที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนหลังจากที่ได้เรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ หรือแต่ละเรื่องลักษณะของจุดประสงค์ปลายทางจะเป็นจุดประสงค์ที่ไม่เฉพาะเจาะจงถึงรายละเอียดของพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกจุดประสงค์นำทาง คือ จุดประสงค์ย่อยที่แตกออกจากจุดประสงค์ปลายทางเพื่อแสดงให้เห็นพฤติกรรมที่คาดหวังให้เกิดขึ้นกับนักเรียนเมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมได้ตามที่กำหนดไว้ก็จะบรรลุตามเป้าหมายของจุดประสงค์ปลายทางจุดประสงค์นำทางนิยมเขียนในรูปแบบของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมแนวการเขียนจุดประสงค์ มีดังนี้

1. เขียนให้สัมพันธ์กับสาระสำคัญ

2. เขียนให้ครอบคลุมทั้งด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ด้านจิตพิสัย

(Affective Domain) และด้านทักษะพิสัย (Psychomotor Domain)

ด้านพุทธิพิสัย เป็นจุดประสงค์ที่เกี่ยวกับความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมิน หรือตัดสินคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ

ด้านจิตพิสัย เป็นจุดประสงค์ที่เกี่ยวกับอารมณ์ ความรู้สึก การเห็นคุณค่าการยอมรับ หรือไม่ยอมรับในสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

ด้านทักษะพิสัย เป็นจุดประสงค์ที่เกี่ยวกับความคล่องแคล่วในการปฏิบัติ โดยใช้  
อวัยวะต่าง ๆ ของร่างกาย

3. เขียนให้เห็นรายละเอียดของพฤติกรรมที่สามารถวัดและสังเกตได้

4. เขียนด้วยภาษาที่รัดกุม ชัดเจน สื่อความได้ดี

5. หากมีจุดประสงค์ข้อเดียวไม่ต้องใส่ลำดับเลขหัวข้อ

4. เนื้อหาสาระ (Content) เป็นองค์ประกอบที่ทำให้ครูเห็นภาพของสิ่งที่ต้องสอน  
โดยรวม อาจประกอบด้วย ทฤษฎี หลักการ วิธีการ ขั้นตอน หรือแนวปฏิบัติ การระบุเนื้อหาใน  
แผนการจัดการเรียนรู้มีแนวการเขียนดังต่อไปนี้

4.1 เขียนให้สอดคล้องกับสาระสำคัญและจุดประสงค์

4.2 กำหนดเนื้อหาของการจัดการเรียนรู้แต่ละครั้งให้เหมาะสมกับระยะเวลา วิชาและ  
ความสามารถของนักเรียน

4.3 เขียนเนื้อหาแบบย่อ โดยสรุปเป็นหัวข้อหรือเป็นประเด็น หากมีเนื้อหามากให้ทำ  
เป็นใบความรู้ระบุไว้ในภาคผนวกท้ายแผนการจัดการเรียนรู้

4.4 เขียนเนื้อหาที่จะให้นักเรียนเรียนรู้ไว้ตามลำดับ หากแบ่งเป็นหัวข้อย่อยได้ควร  
แบ่งเพื่อความชัดเจน

5. กิจกรรมการเรียนรู้ (Activities) คือ สภาพการณ์ที่ครูออกแบบเพื่อนำเสนอเนื้อหา  
วิธีการ หรือการปฏิบัติให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ มีแนวการเขียนดังต่อไปนี้

5.1 เขียนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาวิชา วิธีการ หรือการ  
ปฏิบัติ

5.2 เขียนเป็นข้อตามลำดับขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ หรือเขียนโดยแบ่งขั้น ได้แก่  
ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นดำเนินการสอน และขั้นสรุปบทเรียน โดยเขียนเป็นข้อเรียงตามลำดับ  
ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ในแต่ละขั้น หากขั้นใดมีกิจกรรมเดียวไม่ต้องใส่เลขลำดับหัวข้อ

5.3 เขียนโดยระบุให้รู้ว่ากิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นใครเป็นผู้มีบทบาทนักเรียน ครู  
หรือทั้งนักเรียนและครูร่วมกันกระทำ เป็นต้น

5.4 ไม่ควรระบุรายละเอียดของคำพูดของครูและนักเรียน

6. สื่อการเรียนรู้ (Material & Media) คือ สิ่งที่เป็นตัวกลางที่ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้  
ได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีแนวการเขียน ดังต่อไปนี้

6.1 ระบุสื่อให้สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้

6.2 ระบุเฉพาะสื่อที่ใช้จริงในการเรียนรู้

6.3 ระบุชนิดและรายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เช่น รูปภาพขลุ่ยลาย แผนภูมิเพลง คุณธรรมสี่ประการ แอบบันทึกภาพและเสียงเรื่องชีวิตในบ้าน เป็นต้น

6.4 กรณีที่เป็นสื่อที่ใช้เพื่อกิจกรรมเป็นรายกลุ่มหรือรายบุคคลให้ระบุจำนวนชั้นต่อกลุ่มหรือรายบุคคล

6.5 ไม่ควรระบุสิ่งที่มีอยู่แล้วอย่างถาวรในห้องเรียนว่าเป็นสื่อการเรียนรู้ เช่น กระดานดำ ชอล์ก ดินสอ ปากกา เป็นต้น

7. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ (Assessment) เป็นการกระทำเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ การวัดเป็นการรวบรวมข้อมูล โดยใช้เครื่องมือและวิธีการต่าง ๆ เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การสอบถาม และการทดสอบ เป็นต้น ส่วนการประเมินผลเป็นการกำหนดค่าหรือตัดสินสิ่งที่วัด เช่น ผ่าน-ไม่ผ่าน, ดี-ปานกลาง-อ่อน หรือ กำหนดค่าเป็นระดับ 4 3 2 1 0 เป็นต้น มีแนวการเขียนดังต่อไปนี้

7.1 ระบุวิธีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์

7.2 ระบุวิธีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ว่าจะใช้วิธีการใดบ้าง

7.3 ระบุเนื้อหาที่ต้องการวัดและประเมินผล

นั่นคือ องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย หัวข้อแผนการจัดการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อหรือแหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และบันทึกหลังสอน

#### 1.4 ขั้นตอนการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้

พิชัย ละแมนชัย (2537, หน้า 51) ได้เสนอขั้นตอนในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. ขั้นเตรียม (Planning Steps) ซึ่งประกอบด้วย

1.1 กำหนดหัวข้อที่จะสอน

1.2 รวบรวมตัวอย่างและสื่อการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้อง

1.3 กำหนดเป้าหมายและวัตถุประสงค์ของการสอน

1.4 วิเคราะห์หาความรู้พื้นฐานของนักเรียน

1.5 เลือกสื่อการสอนที่นำมาใช้ในบทเรียน

2. ขั้นดำเนินการ (Main Steps) ซึ่งประกอบด้วย

2.1 กำหนดวิธีที่จะสอน

2.2 จัดเรียงลำดับสื่อการเรียนการสอนที่จะใช้

2.3 กำหนดและเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนที่เห็นว่าเหมาะสม

## 2.4 กำหนดวิธีประเมินผลการเรียนรู้

### 3. ขั้นสรุป (Final Steps) ซึ่งประกอบด้วย

#### 3.1 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้แบบฟอร์ม

#### 3.2 เตรียมสื่อการเรียนการสอนและวัสดุอุปกรณ์

#### 3.3 ทบทวนแผนการเรียนรู้เพื่อเตรียมการสอน

#### 3.4 เตรียมห้องเรียนและสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ภายในห้องเรียน

อ้อยทิพย์ ทองดี (2544, หน้า 4) ได้เสนอขั้นตอนในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร เพื่อการทำแผนการจัดการเรียนรู้ จะต้องศึกษาหลักการโครงสร้าง จุดมุ่งหมาย หลักสูตร จุดประสงค์รายวิชา เพื่อจะวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และเป็นกรอบทิศทางในการจัดการเรียนการสอน

2. ทำความเข้าใจกับคำอธิบายรายวิชา ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วจะประกอบด้วย 3 ส่วนคือ

2.1 กิจกรรม ข้อความส่วนนี้หลักสูตรจะวางแนวทางให้ครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนด ข้อความนี้มักขึ้นต้นด้วยกริยาเพื่อแสดงอาการกระทำ เช่น ศึกษา ปฏิบัติ ทดลอง สังเกต รวบรวมอภิปราย บันทึก ฯลฯ

2.2 เนื้อหา ข้อความในส่วนนี้หลักสูตรจะวางให้ครูทราบเนื้อหาหลักหรือเรื่องที่ครูจะนำไปจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องนำไปวิเคราะห์ร่วมกับกิจกรรม จุดประสงค์ในคำอธิบายรายวิชาเสียก่อน จึงจะทำให้ครูได้เนื้อหาช้อยในการเรียนรู้ต่อไป ส่วนมากส่วนนี้มักจะขึ้นต้นด้วยคำว่า การ หรือเรื่องราวเกี่ยวกับ หรือเกี่ยวกับ หรือเขียนเป็นกิจกรรม

2.3 จุดประสงค์ ข้อความในส่วนนี้จะอยู่ที่ท้ายสุดของคำอธิบายรายวิชา มักจะขึ้นต้นด้วยคำว่า เพื่อ ซึ่งจุดประสงค์ในคำอธิบายรายวิชาจะเป็นจุดประสงค์ปลายทางของแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนด้วย และจะครอบคลุมทักษะการเรียนรู้ทั้ง 3 ด้าน คือ

- ด้านปัญญา (พุทธิพิสัย) เป็นจุดประสงค์ที่มุ่งเน้นความสามารถทางการคิดของสมอง มักใช้คำว่า เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ ซึ่งครูควรพัฒนาให้ครบทั้ง 6 ระดับคือ ความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การประเมินค่า

- ด้านจิตใจ (จิตพิสัย) เป็นจุดประสงค์ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนมีคุณลักษณะทางจิตใจ มักใช้คำว่า เพื่อให้มีเจตคติที่ดี ชื่นชม เห็นคุณค่า ตระหนัก ซึ่งครูควรพัฒนาให้ครบทั้ง 5 ระดับ คือ การรับรู้ การตอบสนอง การสร้างคุณค่า การจัดระบบคุณค่า การสร้างลักษณะนิสัย

- ด้านทักษะ (ทักษะพิสัย) เป็นจุดประสงค์ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ มักใช้คำว่า ปฏิบัติตน สาธิต ทดลอง แก้ปัญหา คิดคำนวณ เป็นต้น ซึ่งครูควรพัฒนาให้ครบทั้ง 5 ระดับ

คือ การเลียนแบบ การทำตามแบบ การทำอย่างถูกต้อง การทำอย่างต่อเนื่องการทำเองโดยเหมือนธรรมชาติ

3. วิเคราะห์จุดประสงค์ปลายทาง เพื่อเขียนเป็นจุดประสงค์นำทาง เพราะจุดประสงค์นำทางจะเป็นสิ่งที่ทำให้ครูรู้ว่าสอนเนื้อหาอะไรบ้าง ในการกำหนดจุดประสงค์นำทางนั้นมีความสำคัญมาก เพราะจะต้องนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการวัดผลประเมินผล ดังนั้นเมื่อกำหนดจุดประสงค์นำทางแล้ว ครูต้องวิเคราะห์นำทางว่า

- ทำให้บรรลุถึงจุดประสงค์ปลายทางแล้วหรือยัง
- จุดประสงค์นำทางเป็นไปตามขั้นตอนหรือกระบวนการเรียนรู้หรือไม่
- จุดประสงค์นำทางนั้นระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดหรือประเมินได้หรือไม่

4. กำหนดระยะเวลาที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง การกำหนดคาบสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์ปลายทางว่า ในแต่ละจุดประสงค์จะใช้เวลาสอนกี่คาบ ทั้งนี้เพื่อจะได้วางแผน โครงการสอนได้อย่างถูกต้องเหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์

5. กำหนดเทคนิค กระบวนการที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเลือกใช้เทคนิควิธีการที่เหมาะสม สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา สอดคล้องกับนักเรียน โดยเฉพาะการเน้นให้นักเรียนฝึกค้นคว้า สังเกต รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล วิเคราะห์ตัวอย่างที่หลากหลายสร้างสรรค์ และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

6. การเขียนรายละเอียดหรือเนื้อหาสาระของแผนการจัดการเรียนรู้ตามส่วนประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยมีคำแนะนำดังนี้

6.1 การเขียนสาระสำคัญ ต้องคำนึงถึงเรื่องที่จะนำมาให้นักเรียนนั้นคือเรื่องอะไร ดีอย่างไร หรือสำคัญอย่างไร และเรียนแล้วจะได้อะไร ต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาสาระที่ปรากฏในแผนการจัดการเรียนรู้นั้น

6.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ ได้แก่จุดประสงค์การเรียนรู้ปลายทาง นำทาง ให้นำมาจากข้อ 3 ได้เลย

6.3 เนื้อหา เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์นำทางที่กำหนดไว้ควรระบุว่าควรเรียนเรื่องอะไรบ้างตามจุดประสงค์นำทาง และควรเขียนเป็นเนื้อหาโดยสรุปหรืออาจเขียนเป็นข้อ ๆ ส่วนเนื้อหาโดยละเอียดควรเขียนไว้ในส่วนของภาคผนวก เช่น ใบความรู้ หรือเอกสารประกอบการเรียน ตามความเหมาะสมเพิ่มเติมก็ได้

6.4 กิจกรรมการเรียนการสอน การที่จะมีการเรียนรู้จุดประสงค์นำทาง จะนำวิธีใดมาทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างไรบ้าง และต้องเขียนลำดับขั้นตอน ตั้งแต่เริ่มต้นสอนจนกระทั่งสิ้นสุดกระบวนการสอนในแผนนั้น ๆ เพื่อมองให้เห็นพฤติกรรมการสอนจริง ทั้งบทบาทของครูและ



นักเรียนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนเกิดความสนใจปฏิบัติง่าย และเกิดความคิดสร้างสรรค์ของผู้จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เอง โดยทั่วไปควรมี 3 ขั้นตอน คือขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นดำเนินการสอน และขั้นสรุป โดยเทคนิค กระบวนการที่นำมาใช้จะแทรกอยู่ในขั้นดำเนินการสอน

6.5 สื่อการเรียนการสอน ในการเรียนการสอนที่จะทำให้เกิดการเรียนรู้ได้นั้นต้องใช้สื่ออุปกรณ์อะไรบ้าง และสื่อที่นำมาใช้ต้องให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์โดยใช้เวลาน้อย ง่าย ประหยัดและน่าสนใจ ถูกต้องตามหลักวิชาการ เหมาะสมกับเนื้อหาและลักษณะของนักเรียน

6.6 การวัดผลประเมินผล ในการวัดผลจะต้องรู้ก่อนว่า จะวัดอะไร ด้วยเครื่องมืออะไร ควรระบุว่าเครื่องมือวัดผลจะใช้วิธีใด เมื่อใด และมีเกณฑ์การประเมินอย่างไรตามวัตถุประสงค์นำทางข้อใด เช่น สังเกตพฤติกรรมนักเรียน กรปฏิบัติงานกลุ่ม หรือการตรวจผลการปฏิบัติงาน ทดสอบผลสัมฤทธิ์ เครื่องมือวัดใช้เครื่องมืออะไร เช่น แบบสังเกตพฤติกรรมแบบทดสอบ แบบตรวจผลการปฏิบัติงาน เป็นต้น เมื่อวัดผลแล้วจะนำข้อมูลนั้นไปทำอะไร โดยมีเกณฑ์การประเมินผลกำหนดไว้

7. การเขียนบันทึกหลังการสอน เป็นการประเมินผลการสอนว่าครูนั้นสอนเป็นอย่างไร สอนแล้วนักเรียนได้รับผลอย่างไรบ้าง โดยส่วนใหญ่จะเขียนตามวิธีการวัดผลประเมินผล

เมื่อก้าวโดยสรุป ขั้นตอนการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ ครูจะต้องดำเนินการตามลำดับ ดังนี้ คือ ศึกษาหลักสูตร วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ กระบวนการวัดและการประเมินผล แหล่งการเรียนรู้ ทุกกระบวนการให้สอดคล้องกับสภาพนักเรียนและมีการบันทึกหลังการสอนตามลำดับ

### 1.5 การประเมินแผนการจัดการเรียนรู้

การประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ก่อนนำไปใช้โดยผู้เชี่ยวชาญ อาศัยหลักการของ Rovinelli และ Hambleton (อ้างใน บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์, 2527, หน้า 68) ใช้ผู้เชี่ยวชาญในการประเมินอย่างน้อย 3 คน เป็นการองค์ประกอบต่าง ๆ ของแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบว่า องค์ประกอบต่าง ๆ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จัดทำขึ้นมีความถูกต้องครอบคลุม ชัดเจนและสัมพันธ์กันหรือไม่เพียงใด โดยมีแนวทางการตรวจสอบ ดังนี้

1. ตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้ว่า ถูกต้องตามหลักการเขียน ครอบคลุมพฤติกรรมที่กำหนด (พุทธิพิสัย ทักษะพิสัย จิตพิสัย) และระดับพฤติกรรมที่กำหนดเหมาะสมกับเวลา เนื้อหา และนักเรียน

2. ตรวจสอบจุดประสงค์นำทางว่า ระบุพฤติกรรมที่สามารถวัดได้ ประเมินได้ และระบุพฤติกรรมได้ครบถ้วน และสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถบรรลุพฤติกรรมแต่ละด้านที่กำหนดในจุดประสงค์การเรียนรู้

3. ตรวจสอบเนื้อหาว่าถูกต้องตามหลักวิชาการ ชัดเจน ไม่สับสนแลต้นสมัยครบถ้วนเพียงพอที่จะเป็นพื้นฐานในการสร้างข้อความรู้ใหม่ หรือเกิดพฤติกรรมหรือทักษะที่ต้องการ

4. ตรวจสอบสาระสำคัญว่า แสดงความคิดรวบยอดของเนื้อหา หรือแก่นของเรื่องและสอดคล้องสัมพันธ์กับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา

5. ตรวจสอบกิจกรรมการเรียนการสอนว่า สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสอดคล้องกับความต้องการ ความสามารถและวัยของนักเรียน เหมาะสมกับเวลา สถานที่ วัสดุ อุปกรณ์ และสภาพแวดล้อมของห้องเรียนและโรงเรียน กิจกรรมน่าสนใจ จูงใจให้กระตือรือร้นที่จะเรียนรู้และเข้าร่วมกิจกรรม สร้างเสริมทักษะข้อความรู้และพฤติกรรมที่กำหนดได้อย่างครบถ้วน และมีประสิทธิภาพ แสดงความคิดริเริ่มสร้างสรรค์แปลกใหม่ เป็นกิจกรรมที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ

6. ตรวจสอบสื่อ ความเหมาะสมกับวัย ความสนใจ ความสามารถของนักเรียนสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอน และเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมของห้องเรียนและโรงเรียน

7. ตรวจสอบการวัดและประเมินผล วิธีการวัดและเครื่องมือวัดสอดคล้องกับพฤติกรรมที่กำหนดในจุดประสงค์ สอดคล้องกับธรรมชาติของวิชา และสอดคล้องกับขั้นตอนและกระบวนการเรียนรู้ในกิจกรรม ใช้วิธีการวัดและประเมินที่หลากหลาย เกณฑ์การประเมินมีความสอดคล้องกับระดับความสามารถของนักเรียน

ยงยุทธ กันไชยศักดิ์ (2545, หน้า 24) ได้กล่าวถึงการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ก่อนนำไปใช้ว่า เมื่อครูจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เป็นที่เรียบร้อยแล้ว ก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรมีการตรวจสอบก่อนว่าแผนการจัดการเรียนรู้นั้นมีความสอดคล้อง ครอบคลุม ถูกต้องตามหลักวิชาและมีความชัดเจนเพียงใดนอกจากนั้นแล้วแผนการจัดการเรียนรู้นั้นเน้นนักเรียนเป็นสำคัญหรือไม่

ตำลี รักสุทธิ (2545, หน้า 103) ได้กล่าวถึง การประเมินแผนการสอนว่าบุคคลที่มีส่วนประเมินแผนการสอน นอกจากผู้เชี่ยวชาญแล้วควรให้ครูและนักเรียนร่วมกันประเมินด้วย เพื่อแผนการสอนจะได้ผ่านการประเมินอย่างหลากหลาย มีบุคคลที่เกี่ยวข้องหลายฝ่ายจะช่วยให้แผนการสอนมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น การประเมินแผนการสอนควรมีขั้นตอนดังนี้

1. สร้างแบบประเมินแผนการสอน การสร้างแบบประเมินอาจมีหลักการที่แตกต่างกันไป ตามแนวทางหนึ่งในการจัดทำคือ

1.1 ศึกษาแบบประเมินแผนการสอนจากผู้รู้ ผู้เชี่ยวชาญหลาย ๆ ท่านเพื่อเป็นแนวทาง

1.2 สร้างแบบประเมินแผนการสอนด้วยตนเอง โดยถามให้ครอบคลุมองค์ประกอบของแผนการสอนอย่างน้อย 5 ด้าน คือ

1. รูปแบบ
2. คุณภาพของแผนการสอน
3. คุณภาพของผู้เขียนแผนการสอน (ความรู้ ความสามารถ วิสัยทัศน์โลกทัศน์)
4. เนื้อหาทั่วไป
5. ความสอดคล้องของหลักสูตร

1.3 การสร้างแบบประเมินแผนการสอนมีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale)

2. ให้ผู้เชี่ยวชาญหรือผู้มีประสบการณ์ประเมินแผนการสอนสำหรับผู้เชี่ยวชาญหรือผู้มีประสบการณ์ตามแบบประเมินแผนการสอนสำหรับผู้เชี่ยวชาญหรือผู้มีประสบการณ์

3. ให้นักเรียนประเมินตามแบบประเมินความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการสอนโดยใช้แผนการสอน

ดังนั้นในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้จะต้องมีการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ก่อนนำไปใช้ในส่วนขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ว่า ครบถ้วน และถูกต้องหรือไม่ โดยเฉพาะกิจกรรมการจัดการเรียนการสอนมีความสอดคล้องกับเนื้อหาหรือไม่ ใช้สื่อได้เหมาะสมมากน้อยเพียงใด ซึ่งในการศึกษาคครั้งนี้ได้ใช้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่านขึ้นไป

## 2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

### 2.1 ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

นักการศึกษาที่ศึกษาเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือ ไว้ดังนี้

แทรน (Tran, 2013) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือคือวิธีการสอนที่ครูจัดนักเรียนออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งนักเรียนจะทำงานเรียนรู้ร่วมกัน เพื่อช่วยให้เพื่อนภายในกลุ่มได้เรียนรู้ไปพร้อมกัน

เอ็ม แวน วอค (M van Wyk, 2012) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นกลยุทธ์ด้านการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญมากขึ้นกว่าเดิม เน้นประสบการณ์การเรียนรู้ และเน้นให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านสภาพแวดล้อมทางสังคม

ซาคาเรีย และคณะ (Zakaria et al., 2010) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือมีผลในความสำเร็จที่สูงกว่าการเรียนแบบปกติ การที่นักเรียนมีความสำเร็จเพิ่มขึ้นมีผลมาจากการมีส่วนร่วม

ร่วมของนักเรียนในการอธิบาย หรือแนวคิดที่สามารถเข้าใจได้ง่าย เพราะมีการหาหรือการให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกันระหว่างกลุ่มเพื่อน ทำให้การเรียนรู้สำเร็จได้ การเรียนแบบร่วมมือยังเพิ่มความเชื่อมั่นของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และความสัมพันธ์ในกลุ่มของนักเรียน

การเรียนแบบร่วมมือหรือการเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง สามารถปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ได้ และเพิ่มทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นครูคณิตศาสตร์จะต้องมีการตระหนักถึงประโยชน์และความสำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ และควรเปลี่ยนวิธีการสอนจากครูเป็นศูนย์กลางเป็นการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางแทน การเรียนแบบร่วมมือที่ควรใช้อย่างยิ่งคือการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการเรียนที่จัดให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยโดยให้สมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบต่อกัน ช่วยกันทำงานที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ โดยมีจุดมุ่งหมายร่วมกับสมาชิกกลุ่ม มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันทำงานอย่างเต็มความสามารถ มีการคิดร่วมกัน มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน มีความร่วมมือกันทำงานให้บรรลุผลสำเร็จ และสามารถพัฒนานักเรียนในด้านพฤติกรรม ด้านความรู้ ด้านความคิดให้เกิดทักษะกระบวนการความคิด ความเข้าใจ คิววิเคราะห์ และปรับใช้ในเนื้อหาสาระที่สูงขึ้นไปได้

## 2.2 องค์ประกอบการเรียนแบบร่วมมือ

ทิสนา แคมมณี (2555, หน้า 99 – 101) การเรียนแบบร่วมมือไม่ได้มีความหมายเพียงว่า มีการจัดให้นักเรียนเข้ากลุ่มแล้วให้งานและบอกนักเรียนให้ช่วยกันทำเท่านั้น การเรียนรู้จะเป็นแบบร่วมมือได้ ต้องมีองค์ประกอบที่สำคัญครบ 5 ประการดังนี้

### 1. การพึ่งพาและเกื้อกูลกัน (Positive Interdependence)

กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องมีความตระหนักว่า สมาชิกกลุ่มทุกคนมีความสำคัญและความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ในขณะที่เดียวกันสมาชิกแต่ละคนจะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อกลุ่มประสบความสำเร็จ ความสำเร็จของบุคคลของกลุ่มขึ้นอยู่กับกันและกันดังนั้นแต่ละคนต้องรับผิดชอบในบทบาทหน้าที่ของตนและในขณะที่เดียวกันก็ช่วยเหลือสมาชิกคนอื่น ๆ ด้วย เพื่อประโยชน์ร่วมกัน การจัดกลุ่มเพื่อช่วยให้นักเรียนมีการพึ่งพาช่วยเหลือเกื้อกูลกันนี้ทำได้หลายทาง เช่น การให้นักเรียนมีเป้าหมายเดียวกัน หรือให้นักเรียนกำหนดเป้าหมายในการทำงาน การเรียนรู้ร่วมกัน (Positive Goal Interdependence) การให้รางวัลตามผลงานของกลุ่ม (Positive Reward Interdependence) การให้งานหรือวัสดุอุปกรณ์ที่ทุกคนต้องทำหรือใช้ร่วมกัน (Positive Resource Interdependence) การมอบหมายบทบาทหน้าที่ในการทำงานร่วมกันให้แต่ละคน (Positive Role Interdependence)

## 2. การปรึกษาหารือกันอย่างใกล้ชิด (Face-to-Face Promotive Interaction)

การที่สมาชิกในกลุ่มมีการช่วยเหลือเกื้อกูลกัน เป็นปัจจัยที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันและกันในทางที่จะช่วยให้กลุ่มบรรลุเป้าหมาย สมาชิกกลุ่มจะห่วงใย ใ้วางใจ ส่งเสริม และช่วยเหลือกันและกันในการทำงานต่าง ๆ ร่วมกัน ส่งผลให้เกิดสัมพันธภาพที่ดีต่อกัน

## 3. ความรับผิดชอบที่ตรวจสอบได้ของสมาชิกแต่ละคน (Individual Accountability)

สมาชิกในกลุ่มการเรียนรู้ทุกคนจะต้องมีหน้าที่รับผิดชอบ และพยายามทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างเต็มความสามารถ ไม่มีใครที่จะได้รับประโยชน์โดยไม่ทำหน้าที่ของตนดังนั้นกลุ่มจึงจำเป็นต้องมีระบบการตรวจสอบผลงาน ทั้งที่เป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มวิธีการที่สามารถส่งเสริมให้ทุกคนได้ทำหน้าที่ของตนอย่างเต็มที่ที่มีหลายวิธี เช่น การจัดกลุ่มให้เล็ก เพื่อจะได้มีการเอาใจใส่กันและกันได้อย่างทั่วถึง การทดสอบเป็นรายบุคคล การสุ่มเรียกชื่อให้รายงาน ครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในกลุ่ม การจัดให้กลุ่มมีผู้สังเกตการณ์ การให้นักเรียนสอนกันและกัน เป็นต้น

## 4. การใช้ทักษะการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย

(Interpersonal and Small-Group Skills)

การเรียนรู้แบบร่วมมือจะประสบความสำเร็จได้ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญ ๆ หลายประการ เช่น ทักษะทางสังคม ทักษะการปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น ทักษะการทำงานกลุ่ม ทักษะการสื่อสาร และทักษะการแก้ปัญหาขัดแย้ง รวมทั้งการเคารพ ยอมรับ และใ้วางใจกันและกัน ซึ่งครูควรสอนและฝึกให้แก่ นักเรียนเพื่อช่วยให้ดำเนินงานไปได้

## 5. การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่ม (Group Process)

กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องมีการวิเคราะห์กระบวนการทำงานของกลุ่มเพื่อช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้และปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่มครอบคลุมการวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการทำงานของกลุ่ม พฤติกรรมของสมาชิกกลุ่มและผลงานของกลุ่ม การวิเคราะห์การเรียนรู้นี้อาจทำให้ครูหรือนักเรียนหรือทั้งสองฝ่ายได้รับข้อมูลป้อนกลับ และช่วยฝึกทักษะการรู้คิด (Meta Cognition) คือสามารถที่จะประเมินการคิดและพฤติกรรมของตนที่ได้ทำลงไป

ดังนั้นครูจะต้องพยายามจัดกิจกรรมให้ได้ครบทั้ง 5 องค์ประกอบพื้นฐานของการจัดการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อที่จะให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

## 2.3 ผลดีของการเรียนแบบร่วมมือ

ทิสนา แคมมณี (2555, หน้า 101) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้แบบร่วมมือส่งผลดีต่อนักเรียนตรงกันในด้านต่าง ๆ ดังนี้

### 1. มีความพยายามที่จะบรรลุเป้าหมายมากขึ้น (Greater Efforts to Achieve)

การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้นักเรียนมีความพยายามที่จะเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมาย เป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และมีผลงานมากขึ้น การเรียนรู้มีความคงทนมากขึ้น (Long-Term-Retention) มีแรงจูงใจภายในและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ มีการใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ ใช้เหตุผลดีขึ้น และคิดอย่างมีวิจารณญาณมากขึ้น

### 2. มีความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนดีขึ้น (More Positive Relationships Among Students)

การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้นักเรียนมีน้ำใจนักกีฬามากขึ้น ใส่ใจในนักเรียนมากขึ้น เห็นคุณค่าของความแตกต่าง ความหลากหลาย การประสานสัมพันธ์และการรวมกลุ่ม

### 3. มีสุขภาพจิตดีขึ้น (Greater Psychological Health)

การเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้นักเรียนมีสุขภาพจิตดีขึ้น มีความรู้สึกที่ดีเกี่ยวกับตนเอง และมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้นนอกจากนั้นยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมและความสามารถในการเผชิญกับความเครียดและความผันแปรต่าง ๆ

นอกจากนี้ ชิมาโซะ และ ออลดริช (Shimazoe & Aldrich, 2010) กล่าวว่า ผลดีของการเรียนแบบร่วมมือมี 5 ประการดังนี้

ประการที่ 1 การเรียนแบบร่วมมือช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แบบลึกซึ้ง

ประการที่ 2 การเรียนแบบร่วมมือทำให้นักเรียนมีผลการเรียนดีกว่าการเรียนของแต่ละบุคคล

ประการที่ 3 การเรียนแบบร่วมมือทำให้นักเรียน เรียนรู้ทักษะทางสังคม

ประการที่ 4 การเรียนแบบร่วมมือทำให้นักเรียน มีทักษะกระบวนการคิดที่สูงขึ้น และมีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

ประการที่ 5 การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการเจริญเติบโตของแต่ละบุคคล และพัฒนาทัศนคติที่ดีต่อการเรียนรู้ของตนเอง

จะเห็นได้ว่าผลดีของการเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยพัฒนาศักยภาพของนักเรียนทั้งทางด้านร่างกาย ความสามารถทางสติปัญญา และยกระดับจิตใจในเรื่องการเสียสละ การอยู่ร่วมกับผู้อื่นและแสดงความคิดเห็นอย่างสมเหตุสมผลรวมทั้งพัฒนาทักษะกระบวนการคิด วิเคราะห์ในขั้นสูงขึ้นไปได้

## 2.4 รูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ

ทิสนา แคมมณี (2555, หน้า 266-270) กล่าวถึงรูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการเรียนรู้แบบร่วมมือมีหลายรูปแบบ แต่ละรูปแบบจะมีวิธีการดำเนินการหลัก ๆ ซึ่งได้แก่

การจัดกลุ่มศึกษาเนื้อหาสาระ การทดสอบ การคิดคะแนน และระบบการให้รางวัลแตกต่างกันออกไปเพื่อตอบสนองต่อวัตถุประสงค์และเพื่อความกระชับในการนำเสนอจึงจะนำเสนอกระบวนการเรียนการสอนดังนี้

### แบบที่ 1 กระบวนการเรียนแบบร่วมมือแบบจิ๊กซอร์ (JIGSAW)

1. จัดนักเรียนเข้ากลุ่มละความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คน เรียกกลุ่มนี้ว่า กลุ่มบ้านของเรา (Home Group) สมาชิกในกลุ่มบ้านของเราได้รับมอบหมายให้ศึกษาเนื้อหาสาระคนละ 1 ส่วน (เปรียบเทียบเหมือนได้ชิ้นส่วนของภาพตัดต่อคนละ 1 ชิ้น) และหาคำตอบในประเด็นปัญหาที่ครูมอบหมายให้สมาชิกในกลุ่มบ้านของเราแยกย้ายไปรวมกับสมาชิกกลุ่มอื่นซึ่งได้รับเนื้อหาเดียวกันตั้งเป็นกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ (Expert Group) ขึ้นมา และร่วมกันทำความเข้าใจในเนื้อหาสาระนั้นอย่างละเอียด และร่วมกันอภิปรายหาคำตอบประเด็นปัญหาที่ครูมอบหมายให้

2. สมาชิกกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ กลับไปสู่กลุ่มบ้านของเรา แต่ละคนช่วยสอนเพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจในสาระที่ตนได้ศึกษาร่วมกับผู้เชี่ยวชาญ เช่นนี้ สมาชิกทุกคนก็จะได้เรียนรู้ภาพรวมของสาระทั้งหมด

3. นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบ แต่ละคนจะได้คะแนนเป็นรายบุคคล และนำคะแนนของทุกคนในกลุ่มบ้านของเรารวมกัน (หรือหาค่าเฉลี่ย) เป็นคะแนนกลุ่มกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุดจะได้รับรางวัล

### แบบที่ 2 กระบวนการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์

คำว่า “STAD” เป็นตัวย่อของ “Student Team-Achievement Division” มีกระบวนการดำเนินการดังนี้

1. จัดนักเรียนเข้ากลุ่มละความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คน และเรียกกลุ่มนี้ว่า กลุ่มบ้านของเรา

2. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา ได้รับเนื้อหาสาระ และศึกษาเนื้อหาสาระนั้นร่วมกันเนื้อหาสาระนั้นอาจมีหลายตอน ซึ่งนักเรียนอาจต้องทำแบบทดสอบในแต่ละตอน และเก็บคะแนนของตนไว้

3. นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบครั้งสุดท้าย ซึ่งเป็นการทดสอบรวบยอดและนำคะแนนของตนไปหาคะแนนพัฒนาการ (Improvement Score) ซึ่งทำได้ดังนี้

3.1 คะแนนพื้นฐาน ได้จากค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบย่อยหลาย ๆ ครั้งทีมนักเรียนแต่ละคนทำได้

คะแนนที่ได้ ได้จากการนำคะแนนทดสอบครั้งสุดท้ายลบคะแนนพื้นฐาน

3.2 คะแนนพัฒนาการ มีเงื่อนไขการคิดคะแนนต่อไปนี้

- 11 ขึ้นไป คะแนนพัฒนาการเท่ากับ 0
- 1 ถึง -10 คะแนน พัฒนาการเท่ากับ 10
- +1 ถึง +10 คะแนนพัฒนาการเท่ากับ 20
- +11 ขึ้นไป คะแนนพัฒนาการเท่ากับ 30

สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา นำคะแนนพัฒนาการของแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มใดได้คะแนนพัฒนาการของกลุ่มสูงสุด กลุ่มนั้นได้รางวัล

### แบบที่ 3 กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบ ที. เอ. ไอ.

คำว่า “TAI” มาจาก “Team-Assisted Individualization” มีกระบวนการดังนี้

1. จัดนักเรียนเข้ากลุ่มความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คน และเรียกกลุ่มนี้ว่า กลุ่มบ้านของเรา
2. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา ได้รับเนื้อหาสาระและศึกษาเนื้อหาสาระร่วมกัน
3. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา จับคู่กันทำแบบฝึกหัด โดยกำหนดเงื่อนไขการประเมินผลดังนี้ ถ้าใครทำแบบฝึกหัดได้ร้อยละ 75 ขึ้นไปให้ไปรับการทดสอบรวบยอดครั้งสุดท้ายได้ ถ้ายังทำแบบฝึกหัดได้ไม่ถึงร้อยละ 75 ให้ทำแบบฝึกหัดซ่อมจนกระทั่งทำได้ แล้วจึงไปรับการทดสอบรวบยอดครั้งสุดท้าย
4. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเราแต่ละคน นำคะแนนทดสอบรวบยอดมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม กลุ่มใดได้คะแนนกลุ่มสูงสุด กลุ่มนั้นได้รับรางวัล

### แบบที่ 4 กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบ ที. จี. ที.

ตัวย่อ “TGT” มาจาก “Team Games Tournament” ซึ่งมีการดำเนินการดังนี้

1. จัดนักเรียนเข้ากลุ่มความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คน และเรียกกลุ่มนี้ว่า กลุ่มบ้านของเรา
2. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา ได้รับเนื้อหาสาระและศึกษาเนื้อหาสาระร่วมกัน
3. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเราแยกย้ายกันเป็นตัวแทนกลุ่มไปแข่งขันกับกลุ่มอื่นโดยจัดกลุ่มแข่งขันตามความสามารถ คือคนเก่งในกลุ่มบ้านของเราแต่ละกลุ่มไปรวมกันคนอ่อนก็ไปรวมกับคนอ่อนของกลุ่มอื่น กลุ่มใหม่ที่รวมกันนี้เรียกว่ากลุ่มแข่งขันกำหนดให้มีสมาชิกกลุ่มละ 4 คน
4. สมาชิกในกลุ่มแข่งขัน เริ่มแข่งขันกันดังนี้
  - 4.1 แข่งขันกันตอบคำถาม 10 คำถาม
  - 4.2 สมาชิกคนแรกจับคำถามขึ้นมา 1 คำถาม และอ่านคำถามให้กลุ่มฟัง
  - 4.3 ให้สมาชิกที่อยู่ซ้ายมือของผู้อ่านคำถามคนแรกตอบคำถามก่อน ต่อไปจึงให้คนถัดไปตอบจนครบ



- 4.4 ผู้อ่านคำถามเปิดคำตอบ แล้วอ่านเฉลยคำตอบที่ถูกต้องให้กลุ่มฟัง
- 4.5 ให้คะแนนคำตอบโดย ผู้ตอบถูกเป็นคนแรกได้ 2 คะแนน ผู้ตอบถูกคนต่อไปได้ 1 คะแนน ผู้ตอบผิดได้ 0 คะแนน
- 4.6 ต่อไปสมาชิกกลุ่มที่สองจับคำถามที่ 2 และเริ่มเล่นตามขั้นตอน 4.2 – 4.3 ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งคำถามหมด
- 4.7 ทุกคนรวมคะแนนของตนเองโดย ผู้ที่ได้คะแนนสูงสุดอันดับ 1 ได้โบนัส 10 คะแนน ผู้ที่ได้คะแนนสูงสุดอันดับ 2 ได้โบนัส 8 คะแนน ผู้ที่ได้คะแนนสูงสุดอันดับ 3 ได้โบนัส 5 คะแนน ผู้ที่ได้คะแนนสูงสุดอันดับ 4 ได้โบนัส 4 คะแนน
5. เมื่อแข่งขันเสร็จแล้ว สมาชิกกลุ่มกลับไปกลุ่มบ้านของเรา แล้วนำคะแนนที่แต่ละคนได้รวมเป็นคะแนนของกลุ่ม

#### **แบบที่ 5 กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบ แอล. ที.**

“LT” มาจากคำว่า Learning Together ซึ่งกระบวนการที่ง่ายไม่ซับซ้อน ดังนี้

1. จัดนักเรียนเข้ากลุ่มความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คน
2. กลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ศึกษาเนื้อหาพร้อมกัน โดยกำหนดให้แต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ช่วยกลุ่มในการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น สมาชิกคนที่ 1 อ่านคำสั่ง สมาชิกคนที่ 2 หาคำตอบ สมาชิกคนที่ 3 หาคำตอบ สมาชิกคนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ
3. กลุ่มสรุปคำตอบร่วมกัน และส่งคำตอบนั้นเป็นผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานกลุ่มได้คะแนนเท่าใด สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะได้คะแนนเท่ากันทุกคน

#### **แบบที่ 6 กระบวนการเรียนการสอนรูปแบบ จี. ไอ.**

“GI” มาจากคำว่า Group Investigation รูปแบบนี้เป็นรูปแบบที่ส่งเสริมให้นักเรียนช่วยกันไปสืบค้นข้อมูลมาใช้ในการเรียนรู้ร่วมกัน โดยดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

1. จัดนักเรียนเข้ากลุ่มความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คน
2. กลุ่มย่อยศึกษาเนื้อหาสาระร่วมกัน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ แล้วแบ่งกันไปศึกษาหาข้อมูลหรือคำตอบ ในการเลือกเนื้อหาควรให้นักเรียนอ่อน เป็นผู้เลือกก่อน
3. สมาชิกแต่ละคน ไปศึกษาหาข้อมูลหรือคำตอบมาให้กลุ่ม กลุ่มอภิปรายร่วมกันและสรุปผลการศึกษา
4. กลุ่มเสนอผลงานของกลุ่มต่อชั้นเรียน

#### **แบบที่ 7 กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบ ซี.ไอ.อาร์.ซี. (CIRC)**

รูปแบบ CIRC หรือ “Cooperative Intergrated Reading And Composition” เป็นรูปแบบการเรียนการสอนแบบร่วมมือที่ใช้ในการสอนอ่านและเขียน โดยเฉพาะ รูปแบบนี้ประกอบด้วย

กิจกรรมหลัก 3 กิจกรรม คือ กิจกรรมการอ่านแบบเรียน การสอนการอ่านเพื่อความเข้าใจ และการบูรณาการภาษากับการเรียน โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนตามระดับความสามารถในการอ่าน นักเรียนในแต่ละกลุ่มจับคู่ 2 คน หรือ 3 คน ทำกิจกรรมการอ่านแบบเรียนร่วมกัน

2. ครูจัดทีมใหม่โดยให้แต่ละทีมมีนักเรียนต่างระดับความสามารถอย่างน้อย 2 ระดับ ทีมทำกิจกรรมร่วมกัน เช่น เขียนรายงาน แต่งความ ทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบต่าง ๆ และมีการให้คะแนนผลงานของแต่ละทีม ทีมใดได้คะแนน 90% ขึ้นไป จะได้รับประกาศนียบัตรเป็น “ซูเปอร์ทีม” หากได้รับคะแนนตั้งแต่ 80 – 89% ก็จะได้รับรางวัลรองลงมา

3. ครูพบกลุ่มการอ่านประมาณวันละ 20 นาที แจกวัสดุประสงค์ในการอ่าน แนะนำคำศัพท์ใหม่ ๆ ทบทวนศัพท์เก่าต่อจากนั้นครูจะกำหนดและแนะนำเรื่องที่อ่านแล้วให้นักเรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ ตามที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ เช่น อ่านเรื่องในใจแล้วจับคู่อ่านออกเสียงให้เพื่อนฟัง และช่วยกันแก้จุดบกพร่องหรือครูอาจจะให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามวิเคราะห์ตัวละคร วิเคราะห์ปัญหาหรือทำนายว่าเรื่องจะเป็นอย่างไรต่อไป เป็นต้น

4. หลังจากกิจกรรมการอ่าน ครูนำการอภิปรายเรื่องที่อ่าน โดยครูจะเน้นการฝึกทักษะต่าง ๆ ในการอ่าน เช่น การจับประเด็นปัญหา การทำนาย เป็นต้น

5. นักเรียนรับการทดสอบการอ่านเพื่อความเข้าใจ นักเรียนจะได้รับคะแนนเป็นทั้งรายบุคคลและทีม

6. นักเรียนจะได้รับการสอนและฝึกทักษะการอ่านสัปดาห์ละ 1 วัน เช่น ทักษะการจับใจความสำคัญ ทักษะการอ้างอิง ทักษะการใช้เหตุผล เป็นต้น

7. นักเรียนได้ชุดการเรียนการสอนเขียน ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกหัวข้อการเขียนได้ตามความสนใจ นักเรียนจะช่วยกันวางแผนเขียนเรื่อง และช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และในที่สุดตีพิมพ์ผลงานออกมา

8. นักเรียนจะได้รับการบ้านให้เลือกอ่านและหนังสือที่สนใจ และเขียนรายงานเรื่องที่อ่านเป็นรายบุคคล โดยให้ผู้ปกครองช่วยตรวจสอบพฤติกรรมการอ่านของนักเรียนที่บ้าน โดยมีแบบฟอร์มให้

### **แบบที่ 8 กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบคอมเพล็กซ์ (Complex Instruction)**

รูปแบบนี้พัฒนาขึ้นโดยเป็นรูปแบบที่รูปแบบนี้พัฒนาขึ้นโดย เอลิซาเบธ โคเฮน และคณะ (Elizabeth Cohen) เป็นรูปแบบที่คล้ายคลึงกับรูปแบบ จี.ไอ. เพียงแต่จะเน้นการสืบเสาะหาความรู้เป็นกลุ่มมากกว่าการทำเป็นรายบุคคล นอกจากนั้นงานที่ให้อยังมีลักษณะของการประสานความสัมพันธ์ระหว่างความรู้และทักษะหลายประเภท และเน้นความสำคัญของนักเรียนเป็น

รายบุคคล โดยการจัดงานให้เหมาะสมกับความสามารถและความถนัดของนักเรียนแต่ละคน ดังนั้นครูจึงจำเป็นต้องค้นหาความสามารถเฉพาะทางของนักเรียนที่อ่อน โดยโคเฮนเชื่อว่านักเรียนได้รับรู้ว่าคุณมีความถนัดด้านใด จะช่วยให้เขามีแรงจูงใจในการพัฒนาตนเองในด้านอื่น ๆ ด้วยรูปแบบนี้จะไม่มีการให้รางวัล เนื่องจากเป็นรูปแบบที่ได้ออกแบบให้งานที่แต่ละบุคคลสามารถสนองต่อความสนใจของนักเรียนและสามารถจูงใจนักเรียนแต่ละคนอยู่แล้ว

จะเห็นว่ากระบวนการจัดการเรียนการสอนทั้ง 8 รูปแบบที่กล่าวมาสามารถนำมาปรับใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยและความเหมาะสมในเลือกใช้วิธีการ เช่น พิจารณาถึงระดับความสามารถของนักเรียน หรือ จำนวนนักเรียน หรือเพื่อจุดมุ่งหมายที่ครูกำหนดจะสามารถช่วยให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นนักเรียนจะเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น มีโอกาสพัฒนาความสามารถในด้านการคิดมากขึ้นและเกิดการพัฒนาอย่างรอบด้าน

### 3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์

#### 3.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์

นักการศึกษาที่ศึกษาเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ไว้ดังนี้

เอ็ม แวน วอค (M van Wyk, 2012) กล่าวว่า ในสองทศวรรษที่ผ่านมาวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เป็นการออกแบบการเรียนการสอนที่ช่วยกระตุ้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนในกลุ่ม และความร่วมมือของนักเรียนและครู โดยมีจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้ที่ประสบผลสำเร็จโดยการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์เป็นการเรียนรู้การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้ทุกคนมีส่วนร่วมในการทำงาน ทั้งยังเป็นหนึ่งในวิธีการสอนที่ง่ายที่สุด และใช้กันอย่างแพร่หลายซึ่งวิธีนี้เหมาะกับครูที่ยังใหม่กับการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เมื่อเทียบกับการสอนแบบปกติแล้ว วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ สามารถส่งเสริมทัศนคติที่ดีให้กับนักเรียน แสดงให้เห็นถึงความสำเร็จที่ดีกว่า และกระตุ้นให้นักเรียนยอมรับการเรียนรู้ที่มีคุณค่าอย่างแท้จริง

แทรน (Tran, 2013) กล่าวว่าวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีขั้นตอนที่ครูควรปฏิบัติตามดังนี้ (1) แบ่งกลุ่มนักเรียน 4 คน (เก่ง:กลาง:อ่อน = 1:2:1) (2) ระบุวัตถุประสงค์หรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง (3) ครูสอน อธิบายเนื้อหาใหม่ให้กับนักเรียน (4) ให้ความรู้กับนักเรียนในการทำความเข้าใจกับเนื้อหาใหม่ (5) ให้นักเรียนทำภายในกลุ่ม เพื่อให้ทุกคนเกิดการเรียนรู้ร่วมกันผ่านการอภิปราย (6) ทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้วเอาคะแนนมารวมกันเป็นกลุ่ม ผ่านแบบทดสอบเพื่อดูความสำเร็จของวัตถุประสงค์หรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

(7) ตรวจสอบและให้คะแนนนักเรียนแต่ละคน และให้ปรับปรุงแก้ไข (8) เพิ่มคะแนนหลังจากนักเรียนปรับปรุงแก้ไขแล้วเป็นคะแนนกลุ่ม เพื่อการปรับปรุงแก้ไข

มาโจกา และคณะ (Mojoka et al., 2010) กล่าวว่า วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์เป็นการเรียนแบบร่วมมือ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ โดยคนในกลุ่มจะมีความสามารถในระดับที่แตกต่างกันและร่วมมือในการเรียนเพื่อให้บรรลุเป้าหมายของการเรียน ครูสามารถใช้เทคนิคนี้สอนได้ในหลายวิชา และสอนได้ทุกระดับแม้กระทั่งในระดับมหาวิทยาลัย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน ซึ่งกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนเก่ง 1 คน นักเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนอ่อน 1 คน โดยมีจุดประสงค์ให้นักเรียนกระตือรือร้นกล้าแสดงออกและช่วยเหลือกันในการทำความเข้าใจเนื้อหาที่ต่าง ๆ อย่างแท้จริง ซึ่งเป็นเทคนิคที่สามารถใช้ได้กับทุกวิชาและใช้ได้กับทุกระดับชั้นตั้งแต่ประถมศึกษาจนถึงระดับมหาวิทยาลัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้กับนักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียน มีปฏิสัมพันธ์กันภายในกลุ่มทำให้นักเรียนช่วยเหลือกันภายในขณะเรียน ซักถามปัญหากันอย่างอิสระ นักเรียนที่เก่งสามารถอธิบายให้นักเรียนในกลุ่มเข้าใจ และนักเรียนสามารถอภิปรายได้ถึงข้อดีข้อเสียของการหาคำตอบในวิชาคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ท้าทายและเป็นปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งนักเรียนไม่เคยพบมาก่อน ความพยายามของนักเรียนในแต่ละคนในการหาคำตอบจะทำให้เกิดความก้าวหน้าทีละน้อยและประสบความสำเร็จที่มีค่า ทั้งยังเป็นการเรียนรู้การอยู่ร่วมกับผู้อื่นและส่วนรวมผ่านการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และเห็นคุณค่าของความแตกต่างระหว่างบุคคล

### 3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

แทรน (Tran, 2013) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนเกรด 9 ในวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนมัธยมศึกษาในประเทศเวียดนาม ศึกษาเป็นระยะเวลา 5 สัปดาห์ หลังจากทีนักเรียน 36 คน ที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียน 38 คนที่ได้รับการสอนแบบบรรยายที่ระดับนัยสำคัญ .05 และจากการศึกษาพบว่าวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีประสิทธิภาพในการปรับปรุงระดับผลสัมฤทธิ์ทางวิชาการของนักเรียน และส่งเสริมทัศนคติเชิงบวกของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศเวียดนาม

มาโจกา และคณะ (Mojoka et al., 2010) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ โดยหลักฐานเชิงประจักษ์จากห้องเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ศึกษาเป็นระยะเวลา 10 สัปดาห์ โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 25 คน สอนโดยวิธีดั้งเดิม และกลุ่มทดลอง 28 คน สอนโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ การสังเกตการเรียนการสอนชี้ให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีส่วนร่วมในการเรียนสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และจากการศึกษาพบว่าการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ นักเรียนจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นในด้านกระบวนการทางความคิดสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์เมื่อเทียบกับการสอนแบบดั้งเดิม

เอ็ม แวน วอค (M van Wyk, 2012) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ ทักษะคิดและแรงจูงใจในวิชาเศรษฐศาสตร์ของการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผลการศึกษาพบว่าการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าการสอนโดยตรง ทั้งยังส่งเสริมทักษะคิดเชิงบวกและความสำเร็จที่ดีแก่นักเรียน ทำให้นักเรียนมีแรงจูงใจที่จะเรียนรู้และศึกษาในวิชาเศรษฐศาสตร์ต่อไป

ซาคาเรีย และคณะ (Zakaria et al., 2010) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ ศึกษาเป็นระยะเวลา 2 สัปดาห์ โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม จากเมืองมีรี รัฐซาราวัก กลุ่มควบคุม 38 คน สอนโดยวิธีดั้งเดิม และกลุ่มทดลอง 44 คน จาก สอนโดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่าการเรียนแบบร่วมมือมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม และนักวิจัยสรุปว่าการเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งครูคณิตศาสตร์ควรนำไปใช้ในการเรียนการสอน

### 3.3 งานวิจัยในประเทศ

พันทิพา ทับเที่ยง (2550, หน้า 101) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ กับการจัดการเรียนแบบร่วมมือแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนแบบร่วมมือแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล ไม่แตกต่างกัน และพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์กับแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล ไม่แตกต่างกันและการจัดการเรียนแบบร่วมมือทั้งสองแบบก่อให้เกิดความ

คงทนในการเรียนซึ่งความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือทั้งแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ และแบบกลุ่มช่วยรายบุคคลไม่แตกต่างกัน

ชานนท์ ศรีพ่องงาม (2549, หน้า 91) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนที่จัดการเรียนการสอน โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าหลังจากที่นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนที่จัดการเรียนการสอน โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ แล้วทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความก้าวหน้าภายหลังการเรียนด้วยชุดการเรียนที่จัดการเรียนการสอน โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

เสาวภาคย์ เศรษฐศักดาศิริ (2549, หน้า 89) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษาผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือเทคนิคกลุ่มแข่งขัน และวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่าผลการเรียนรู้หลังเรียนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือ เทคนิคกลุ่มแข่งขัน และวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรอุรา สุขแปดริ้ว (2555, หน้า 640 – 641) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ที่มีต่อ ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลการเรียนรู้ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ พบว่า โดยภาพรวมนักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด

จากการศึกษางานวิจัยดังกล่าวจะเห็นได้ว่า วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความคงทนในการเรียนอย่างชัดเจนรวมทั้งนักเรียนมีพฤติกรรมการทำงานกลุ่มอยู่ในระดับที่ดีจนถึงดีมาก ถือเป็นการส่งเสริมทักษะการเรียนรู้ การใช้ชีวิตร่วมกับผู้อื่นในสังคมที่มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เป็นการสร้างความสามารถส่วนตนและความสำเร็จร่วมกันของกลุ่ม ส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น

## 4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบอุปนัย

### 4.1 ความหมายของการสอนแบบอุปนัย

นักการศึกษาที่ศึกษาเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของการสอนแบบอุปนัย ไว้ดังนี้

ปรินซ์ และเฟลเดอร์ (Prince & Felder, 2007, p. 14) กล่าวว่าวิธีการสอนแบบอุปนัย ซึ่งในครูจะเริ่มต้นโดยนำเสนอโจทย์หรือสถานการณ์ที่ท้าทายให้กับนักเรียน เช่น ข้อมูลของการทดลอง บทความที่จะตีความ กรณีศึกษา หรือการวิเคราะห์ที่ซับซ้อน หรือปัญหาในโลกแห่งความจริงที่จะให้นักเรียนแก้ปัญหา ซึ่งการจะแก้ปัญหาได้นั้นจำเป็นที่จะต้องใช้ข้อเท็จจริง ทักษะ แนวความคิด และความเข้าใจ ที่ครูชี้ให้เห็นในการเรียนการสอน และการที่นักเรียนได้ต่อสู้กับปัญหาและความท้าทายเหล่านี้ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง

อาร์สแลน และคณะ (Arslan et al., 2009) กล่าวว่าวิธีการสอนแบบอุปนัย คือ กระบวนการเรียนรู้และการใช้เหตุผลจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือกฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยการนำเอาตัวอย่างข้อมูล เหตุการณ์ สถานการณ์หรือปรากฏการณ์ ที่มีหลักการแฝงอยู่มาให้นักเรียนศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบหรือวิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง วิธีการสอนแบบอุปนัย สามารถใช้ได้ดีในทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์

หยาง และคณะ (Yang et al., 2010, p. 743-744) กล่าวว่าวิธีการสอนแบบอุปนัย นักเรียนจะเรียนรู้ภายใต้การค้นพบ ซึ่งเป็นวิธีการที่นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากขึ้นในด้านความคิด ความเข้าใจ แต่การค้นพบที่บริสุทธิ์จะเกิดขึ้นไม่ได้หากขาดสภาพแวดล้อม คำแนะนำและข้อเสนอแนะจากครูและเพื่อนนักเรียน มิเช่นนั้นจะได้รับความเข้าใจที่ผิดพลาด หรือข้อมูลที่หายไป แต่การค้นพบก็ยังเป็นแนวทางที่ดีกว่าการที่ครูบอกแล้วให้นักเรียนเชื่อ การค้นพบช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น

ฟาห์น (Fyhn, 2010, p. 276) กล่าวว่าวิธีการสอนแบบอุปนัย ในวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนจะสามารถสร้างแนวความคิดของตัวเองได้ ทั้งนี้เกิดจากการเรียนรู้ที่เป็นจริง และสัมผัสได้ด้วยประสบการณ์ของนักเรียน

โซโคโลวสกี และแรคเคย์ (Sokolowski & Rackley, 2011, p. 45) กล่าวว่าวิธีการสอนแบบอุปนัย เป็นกระบวนการคิดที่มีเป้าหมาย และเป็นการสร้างความรู้ที่ดีที่สุด การสอนแบบอุปนัยสามารถใช้ได้ทุกช่วงชั้นของการเรียนการสอน เป็นวิธีที่นำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่มีสูตรแบบจำลอง วิธีการสอนแบบอุปนัยทำหน้าที่เป็นสารตั้งต้นของการพัฒนาทางปัญญาของนักเรียน เป็นวิธีที่มีความโดดเด่น นักเรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจได้ด้วยตนเอง มากกว่าแค่การดูดซับจากครู

เรสตัน (Reston, 2012) กล่าวว่าวิธีการสอนแบบอุปนัย เป็นการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนได้เรียนรู้ในเนื้อหาที่ซับซ้อน หลายแง่มุม และเป็นปัญหาจริง ในวิธีนี้ครูควรมีการจัดการเรียนการสอนแบบปลายเปิดในชั้นเรียน ครูควรที่จะเป็นผู้ให้ความรู้และทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกและ รวมทั้งการตอบสนองตามความต้องการของนักเรียน ให้นักเรียนทำงานเป็นทีม และให้เวลาเพื่อจะให้เข้าถึงข้อมูลใหม่ๆ ได้ และนำไปสู่การแก้ปัญหาที่มีศักยภาพ หรือปัญหาที่มีความละเอียด ในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ ปัญหาอาจจะเป็นทางคณิตศาสตร์ หรือปัญหาอาจจะเป็นสถานการณ์ของโลกแห่งความเป็นจริง นักเรียนจะสามารถตอบ หรือ หาทางแก้ปัญหาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า วิธีการสอนแบบอุปนัยเป็นการสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์ กล่าวคือ เป็นการสอนแบบย่อไปหาส่วนรวมหรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุปโดยการให้นักเรียนทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบแล้วพิจารณาค้นหาองค์ประกอบที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุปตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยความมุ่งหมายของวิธีสอนแบบอุปนัยสรุปได้ดังนี้

1. เพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญด้วยตนเอง โดยการทำความเข้าใจความหมาย แล้วจึงสร้างความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ ให้แจ่มแจ้งก่อนนำมาสรุปกฎเกณฑ์ครุมีหน้าที่ในการกระตุ้นและให้แนวทางการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

2. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการสรุปหลักเกณฑ์จากรายละเอียดอย่างมีระบบ

ข้อดีของวิธีสอนแบบอุปนัย

1. นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจในเนื้อหา หาข้อสรุปได้อย่างชัดเจนและจดจำได้นาน
2. นักเรียนได้รับการฝึกทักษะการคิดตามหลักการ เหตุผล และหลักวิทยาศาสตร์
3. นักเรียนเข้าใจวิธีการในการแก้ปัญหาและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ดี

ข้อสังเกตของวิธีสอนแบบอุปนัย

1. ในการสอนครูควรให้โอกาสนักเรียนคิดอย่างอิสระ
2. ครูควรสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ที่ไม่เป็นทางการเพื่อลดความเครียดและเบื่อหน่าย
3. วิธีสอนแบบอุปนัยจะให้ผลสัมฤทธิ์สูงถ้าครูร่วมสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียน

#### 4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

อาร์สแลน และคณะ (Arslan et al., 2009, p.2460-2464) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้และการใช้เหตุผลในแบบอุปนัยหรือนิรนัยของครูฝึกสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยศึกษาในฤดูใบไม้ร่วง ของปี 2008 ที่มหาวิทยาลัย Uludag และ มหาวิทยาลัยอิสตันบูล ในประเทศตุรกี



ผู้เข้าร่วมเป็นครูฝึกสอนที่สอนวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษา จำนวน 463 คน พบว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยยังไม่สอดคล้องกับการแก้ปัญหา ในชีวิตประจำวัน และเป็นที่ยากที่นักเรียนในระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษาจะเข้าใจ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นที่ต้องการอย่างกว้างขวางของครูและนักเรียน เพราะ ได้ดำเนินการทดลอง การรวบรวม การสังเกตและ หาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง และพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ มีความสามารถ ในการ กำหนด และสร้างทฤษฎีส่วนตัวขึ้น มีพัฒนาการในการให้เหตุผลไปสู่สาขาอื่น ๆ และสามารถ แก้ปัญหาที่มีความหลากหลายให้สำเร็จได้

เรสตัน (Reston, 2012) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษามโนทัศน์ครูวิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น เรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้วิธีการเรียนการสอนแบบอุปนัย โดยครูคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ในประเทศฟิลิปปินส์ จำนวน 31 คน จบปริญญาตรีตรงสาขา 23 คน จบปริญญาตรีในสาขาอื่น ๆ 8 คน และสำเร็จประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ในด้านการศึกษา ได้รับใบอนุญาตประกอบวิชาชีพเรียบร้อยแล้ว อายุ 27-50 ปี มีประสบการณ์ในการสอนอยู่ในช่วง 2-22 ปี ครูทุกคน มีความรู้ในเรื่องความน่าจะเป็น ดำเนินการ โดยใช้แบบทดสอบปรนัย 30 ข้อ พบว่าประสบการณ์ที่ได้รับจากวิธีการสอนแบบอุปนัยส่งเสริมการพัฒนาแนวคิดและเสริมสร้างทักษะการสอนของพวกเขาสำหรับการเรียนการสอนความน่าจะเป็น

หยาง และคณะ (Yang et al., 2010, p. 743-745) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับประสิทธิผลของการค้นพบการเรียนการสอนแบบอุปนัยในห้องเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในประเทศไต้หวัน โดยใช้ กลุ่มทดลอง 27 คน ซึ่งใช้การเรียนการสอนแบบอุปนัย อีกสองกลุ่มเป็นกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 29 คน ซึ่งใช้วิธีการเรียนการสอนโดยตรง โดยกลุ่มทดลองแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการเก็บรักษาความคิดที่ดีขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งจะมีความละเอียดสูงขึ้น

โซโคโลวสกี และแรคเคอรี (Sokolowski & Rackley, 2011, p. 45-52) ได้ทำการวิจัยการเรียนการสอนตรีโกณมิติ เพื่อใช้ในการจำลองทางฟิสิกส์ โดยใช้การสอนแบบอุปนัย ที่มหาวิทยาลัยโคโลราโด แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้สูงขึ้น คณะกรรมการทดสอบสูงขึ้น และสามารถนำความรู้ความเข้าใจไปพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ของการสร้างแบบจำลอง ฟังก์ชัน พหุนาม เรขาคณิต นอกจากนี้ยัง ใช้ในการเก็บรวบรวม การวิเคราะห์ การคำนวณเพื่อเพิ่มความเข้าใจในการเรียนการสอนของอนุพันธ์ และ ปริพันธ์ รวมทั้งทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส และเป็นเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนสำหรับการเรียน วิศวกรรมและมหาวิทยาลัย

ปรินซ์ และเฟลเดอร์ (Prince & Felder, 2006, p. 1-2) ได้ทำการวิจัยการเปรียบเทียบ การสอนแบบอุปนัย กับการสอนโดยวิธีการอื่น พบว่าวิธีการเรียนการสอนมีหลายแบบที่จะเลือกใช้ โดยวิธีการสอนที่ใช้กันมากที่สุด คือวิธีการสอนแบบอุปนัย และมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการ

สอนแบบดั้งเดิม วิธีการสอนแบบอุปนัยช่วยให้ผลการเรียนรู้บรรลุตามความคาดหวัง ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจมากกว่าการดูดซับความรู้จากครู

### 4.3 งานวิจัยในประเทศ

ชุตินา รอดสุด (2550, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่อง ผลของการเรียนการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อมโนทัศน์ชีววิทยาและความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนชีววิทยาโดยจัดการเรียนการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยเฉลี่ยร้อยละ 74.79 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดคือร้อยละ 60 และพบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนชีววิทยาโดยจัดการเรียนการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชญลักษณ์ พงษ์ด้วง (2556, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการศึกษาการคิดเชิงมโนทัศน์เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนเน้นกระบวนการคิดโดยการสอนเชิงมโนทัศน์แบบอุปนัย และแบบนิรนัยมีความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน สูงกว่าการสอนแบบปกติ และการสอนเชิงมโนทัศน์เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน สูงกว่าการสอนเชิงมโนทัศน์แบบอุปนัยที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 และพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนเน้นกระบวนการคิดโดยการสอนเชิงมโนทัศน์แบบอุปนัย และแบบนิรนัยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน สูงกว่าการสอนแบบปกติ และการสอนเชิงมโนทัศน์แบบอุปนัยและนิรนัยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

สุพัตรา ภูหงส์สูง (2550, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย ประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีความพึงพอใจโดยรวมและเป็นรายด้าน 4 ด้าน คือ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้ และด้านการวัดผลประเมิน อยู่ในระดับมาก

ชวลัย ชมดี (2551, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการพัฒนาการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยและแบบนิรนัย พบว่านักเรียนที่เรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยวิธีสอนแบบอุปนัยและแบบนิรนัย มีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

จากการศึกษางานวิจัยดังกล่าวจะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนการสอนแบบอุปนัย ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความคงทนในการเรียนอย่างชัดเจนรวมทั้ง ได้ศึกษาคิดหาคำตอบเหตุผลที่มาของกฎ สูตร ทฤษฎีบทได้เอง ความพึงพอใจของนักเรียนจากการจัดการเรียนการสอนแบบอุปนัยอยู่ในระดับมาก

#### 4.4 การเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

จากการศึกษาของผู้วิจัยพบว่าวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีจุดเด่นคือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยกระตุ้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถในระดับที่แตกต่างกันภายในกลุ่ม และความร่วมมือของนักเรียนและครู โดยความสำเร็จเกิดจากการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน กระตุ้นให้นักเรียนยอมรับการเรียนรู้ที่มีคุณค่าอย่างแท้จริง และการสอนแบบอุปนัย มีจุดเด่นคือ เป็นวิธีสอนที่ใช้ได้ดีในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะเรียนรู้ภายใต้การค้นพบสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจได้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นวิธีที่นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากขึ้นในด้านความคิด ความเข้าใจ และการค้นพบจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง และจดจำได้นาน ผู้วิจัยคิดว่าหากนำวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์และการสอนแบบอุปนัยมาผสมผสานกันจะทำให้ให้นักเรียนมีโอกาสได้สืบเสาะความรู้ สร้างองค์ความรู้ สรุปได้ด้วยตนเอง เน้นการเชื่อมโยงความรู้มาใช้จริง สร้างการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น สร้างให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อสังคมที่ดีต่อไป และจากข้อมูลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี

ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัยได้รูปแบบการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้และทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม ดังนี้

1) จัดกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยเด็กเรียนเก่ง 1 คน เด็กเรียนปานกลาง 2 คน และเด็กเรียนอ่อน 1 คน

2) ครูนำเสนอเนื้อหา และยกตัวอย่างจากรายละเอียดปลีกย่อยและถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดตาม หรือให้คิดแตกต่างโดยมีเหตุผล

3) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาจากกิจกรรมต่าง ๆ จากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์หลักการ ข้อเท็จจริง หรือข้อสรุป โดยการเน้นให้นักเรียนทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ แล้วพิจารณาค้นหาคำประกอบที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุปตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

4) ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อย

## 5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนทางการเรียนรู้

นักการศึกษาที่ศึกษาเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของความคงทนทางการเรียนรู้ไว้ดังนี้

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2541, หน้า 242-248) กล่าวว่า การวัดความคงทนในการเรียนรู้ว่าเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้แล้วจะมีการคงไว้ซึ่งผลการเรียนรู้ หรือสามารถระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยได้เรียนหรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้ว โดยจะทิ้งไว้สักระยะเวลาหนึ่งแล้วจึงทำการวัด จึงเรียกว่าการวัดความคงทนในการเรียนรู้หรือการทดสอบความจำ

คาร์รอน และมาทีนุก (Carron & Marteniuk, 1970, p. 239-244) ได้ศึกษางานวิจัย 50 งานวิจัย แบ่งงานวิจัยเป็น 4 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 1 วัน 20 งานวิจัย กลุ่มที่ 2 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 7 วัน 10 งานวิจัย กลุ่มที่ 3 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 10 วัน 10 งานวิจัย และกลุ่มที่ 4 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 14 วัน 10 งานวิจัย พบว่าคะแนนของแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกันโดยที่คะแนนในกลุ่มที่ 4 จะสะท้อนให้เห็นถึงความคงทนทางการเรียนรู้ได้มากกว่ากลุ่มอื่น

ดลวรรณ พวงวิภาค (2554, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้และความคงทนเรื่องคำศัพท์ภาษาอังกฤษจากการเรียนด้วยหนังสือนิทานอิเล็กทรอนิกส์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่าความคงทนในการเรียนหลังเรียนไปแล้ว 2 สัปดาห์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนจากหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เรื่องคำศัพท์นิทานภาษาอังกฤษกับการเรียนแบบปกติ พบว่าคะแนนความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างจากคะแนนสอบหลังเรียน เฉลี่ยลดลง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพัตรา ภูหงษ์สูง (2550, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ แต่ละกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนและหลังเรียนผ่านไป 14 วัน ไม่แตกต่างกัน แสดงว่านักเรียนมีความคงทนความรู้ได้ทั้งหมด

สมพงษ์ ศรีพยาด (2553, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดแบบฝึกการเขียนสะกดคำ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่าความคงทนทางการเรียนภาษาไทยเรื่องการเขียนสะกดคำ โดยใช้ชุดแบบฝึกการเขียนสะกดคำ นักเรียนมีความคงทนไม่แตกต่างกันเมื่อระยะเวลาผ่านไป 14 วัน

จากการศึกษางานวิจัยดังกล่าวสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ความสามารถในการจำ การระลึกได้ต่อประสบการณ์ที่รับรู้มาแล้ว หลังจากได้ทิ้งเวลาไว้ประมาณ 14 วัน

## 6. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาที่ศึกษาเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของการสร้างความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ซาคาเรีย และคณะ (Zakaria et al., 2010, p 272) กล่าวว่า การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ควรสอนแบบการแจกกฎนิยาม ให้นักเรียนจดจำ แต่การสอนคณิตศาสตร์ควรพยายามที่จะมุ่งเน้นด้านวิธีการ การดำเนินการในแต่ละเรื่อง การเรียนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จนักเรียนควรได้รับโอกาสในการสื่อสารกับครู การซักถาม การหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทางด้านความมั่นใจในตนเอง และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

ฟาฏินา วงศ์เลขา (2552) กล่าวว่า หัวใจสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ให้เข้าใจ คือ

1. มีความรู้และเข้าใจในหลักการ วิธีการ ทฤษฎีที่เกี่ยวกับเนื้อหา นั้น ๆ จากการตั้งใจฟังครู ศึกษาตามตัวอย่างในหนังสือต่าง ๆ การฟังหรืออ่านหากมีข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจต้องถามผู้รู้ทันที

2. มีความเข้าใจในความคิดรวบยอดของเรื่องนั้น ๆ ให้ถ่องแท้ จนสามารถอธิบาย เขียนหรือยกตัวอย่างได้ ดังนั้นในการเริ่มต้นเรียนคณิตศาสตร์จะต้องทำความเข้าใจความคิดรวบยอดก่อน หากไม่เข้าใจต้องศึกษาหรือถามผู้รู้ให้เข้าใจถ่องแท้ เพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อไป

3. มีทักษะการแก้ปัญหา การนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดคำนวณ การวัด การประมาณ การอ่าน และแปลผลข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การทำนาย สิ่งที่สำคัญคือฝึกฝนทำแบบฝึกหัดหรือทำโจทย์คณิตศาสตร์มาก ๆ อย่างสม่ำเสมอ เป็นทักษะที่มีความสำคัญมาก เพราะหากไม่มีการฝึกฝนก็จะไม่สามารถเป็นคนเก่งคณิตศาสตร์ได้เลย และเมื่อฝึกฝนจนทำได้แล้วจะช่วยให้รู้สึกรู้สีกว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นไม่ยากอย่างที่คิด และจะเกิดความสนุกสนานในการแก้ปัญหาโจทย์อีกด้วย

4. มีความสามารถในการวิเคราะห์และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

จะเห็นว่า คณิตศาสตร์มิใช่เป็นวิชาที่เพียงให้คิดคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขเท่านั้น แต่การเรียนรู้อคณิตศาสตร์จะต้องมีคุณสมบัติความสามารถในการสำรวจ ความสามารถในการคาดเดา ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งถือเป็นศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

ถ้าถามนักเรียนส่วนใหญ่ถึงเหตุผลที่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ จะพบว่ามีหลายสาเหตุ เช่น บางคนไม่ชอบเพราะรู้สึกว่ายากเกินไป บางคนไม่ชอบคิด บางคนไม่ชอบทำแบบฝึกหัด บางคนไม่ชอบเพราะครูสอนไม่เข้าใจ ครูสอนไม่สนุก ครูดู ฐูู้ จู้บ่น เป็นต้น ดังนั้น ครูจำเป็นต้องสำรวจ

เพื่อให้ทราบว่านักเรียนไม่ชอบคณิตศาสตร์เพราะอะไร พร้อมทั้งช่วยกันหาทางแก้ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนใส่ใจคณิตศาสตร์กันมากขึ้น โดยอาจสอนเนื้อหาที่สามารถทำให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ ที่ตั้งไว้มากที่สุด เน้นให้นักเรียนเกิดการฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีการนำ สถานการณ์จริงมาใช้ในการสอน เพราะการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง เป็นการฝึก ปฏิบัติให้คิดเป็น และเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์เป็น รูปธรรม เน้นให้นักเรียน ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน เพราะการมีส่วนร่วมจะช่วยให้ นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นและมีแรงจูงใจในการเรียน กล้าคิด กล้าทำ และร่วมกันรับผิดชอบใน การเรียนมากขึ้น

ปัญหาสำคัญของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ครูส่วนใหญ่ยังคงใช้วิธีการ สอนแบบบรรยาย โดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทำให้นักเรียนที่เรียนรู้ ได้เร็วสามารถเข้าใจเนื้อหาได้ง่าย ส่วนนักเรียนที่เรียนรู้ช้าหรือฟังบรรยายไม่ทันหรือไม่เข้าใจ เนื้อหาที่ บรรยายก็จะเกิดความเบื่อหน่าย ไม่อยากเรียน เมื่อต้องเรียนเรื่องใหม่จะยิ่งประสบปัญหา มากขึ้น เพราะขาดความรู้ความเข้าใจในความเบื่อหน่าย ไม่อยากเรียน เมื่อต้องเรียนเรื่องใหม่จะยิ่ง ประสบปัญหามากขึ้น เพราะขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐาน ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนต่ำลง และจะมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในที่สุด

ในการเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ดีนั้นคงต้องเริ่มที่การฝึกฝนตนเองให้เป็นนักเรียนที่ดี คือ ในขณะที่ครูสอนจะต้อง คิด ถาม จด หรือ หากอ่านหนังสือแล้วไม่เข้าใจควรจดคำถามไว้เพื่อคิด ค้นคว้าหรือถามผู้รู้ต่อไป ต้องอ่านหนังสือหรือทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จัดเวลาสำหรับทบทวนสิ่งที่ เรียนมาหรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป หมั่นทบทวนความรู้กับเพื่อนหรือแบ่งปันแลกเปลี่ยน เรียนรู้ซึ่งกันและกัน รวมถึงการศึกษาเรียนรู้ด้วยตนเอง ที่สำคัญเคล็ดลับในการเรียนคณิตศาสตร์ อาจยึดหลัก 3 จ. คือ **จริงใจ** ไม่มีอคติกับผู้ครูสอน **จดจำตั้งใจ** ฟังครูสอนและหาเหตุผลกับบทเรียน และ **เจาะลึก** โดยต้องทำแบบฝึกหัดเป็นประจำสม่ำเสมอ

คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งและไม่อาจมองข้ามได้ เพราะคนเก่ง คณิตศาสตร์สามารถสร้างคุณประโยชน์แก่ประเทศชาติมากมาย คนเก่งคณิตศาสตร์มิใช่ได้จากการ เรียนรู้จากครูในห้องเรียนเพียงอย่างเดียว แต่ต้องหมั่นหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่แปลกใหม่มาฝึกฝน อย่างสม่ำเสมอ ซึ่งนั่นเป็นสิ่งท้าทาย และเป็นปัจจัยที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียน คณิตศาสตร์ ได้อย่างดีเยี่ยม และจะเป็นพื้นฐานให้เรียนเก่งวิชาอื่น ๆ อีกด้วย

วิเชียร ไชยบัง (2554) กล่าวว่า กรอบเดิมของการสอนคณิตศาสตร์คือครูมักสอนให้ นักเรียนจำสูตรหรือวิธีทำโดยไม่เข้าใจ จนนักเรียนไม่เข้าใจว่าทำไมการหารยาวจึงต้องหารจาก ข้างหน้ามาข้างหลัง นักเรียนไม่เข้าใจว่าทำไมการหารเศษส่วนต้องเอาตัวหารมากลับเศษเป็นส่วน

แล้วเอาไปคูณ ตัวตั้ง นักเรียนไม่เข้าใจว่าทำไมการหาพื้นที่วงกลมจึงไม่ใช่ด้านคูณด้านเหมือนกับสี่เหลี่ยม ไม่เข้าใจว่าทำไมต้องท่องสูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ในเมื่อนักเรียนรู้วิธีการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยม กรอบเดิมครูมักสอนให้นักเรียนคิดตัวเลขเยอะ ๆ เพราะเชื่อว่าการคิดคำนวณตัวเลขจำนวนเยอะได้คือเก่งทางคณิตศาสตร์ ทั้งที่จริงแค่ฝึกให้นักเรียนเข้าใจวิธีจากจำนวนน้อย ๆ แล้วเราจะหาคำตอบจากตัวเลขเยอะ ๆ ได้เอง นักเรียนต้องเสียเวลาไปนานกว่าที่ครูจะเคี้ยวเชียวให้นักเรียนท่องสูตรคูณได้ ทั้งที่ตอนนี้ นักเรียนแทบไม่ได้ใช้มันเพราะมีเครื่องมือสำหรับคิดเลขอยู่ทั่วไป แม้แต่ในโทรศัพท์มือถือ กรอบเดิมจะเริ่มจากการบอกรูปวิธีซึ่งแทบไม่มีโอกาสที่จะให้นักเรียนค้นพบวิธี ได้ด้วยตัวเอง นักเรียนแต่ละคนจะได้เรียนรู้แบบต่างคนต่างคิดการปรึกษากัน หรือลอกกันเป็นความผิด นักเรียนมีโอกาสน้อยที่นักเรียนร่วมมือกันคิดแล้ว ค้นพบวิธีหาคำตอบอย่างหลากหลาย ครูให้ความสำคัญกับคำตอบถูกและวิธีทำ โดยแค่คาดหวังเล็ก ๆ ว่าเมื่อนักเรียนแก้โจทย์เยอะก็จะเกิดความเข้าใจ และความจริงที่เจ็บปวดคือที่นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์มาทั้งหมดนักเรียนได้มาเพียงทักษะพื้น ๆ ทางคณิตศาสตร์นั่นคือ *ทักษะการคิดเลข*

การสอนจึงให้ความสำคัญที่เข้าใจความคิดรวบยอดก่อน และค้นหาวิธีที่หลากหลายร่วมกัน *วิธีการที่ได้จึงเป็นคำตอบที่สำคัญกว่าคำตอบจริง ๆ* โดยใช้ขั้นของการสอนดังนี้

1. ขง หมายถึง ขั้นที่ครูตั้งคำถาม ตั้งโจทย์ หรือโยนปัญหาให้นักเรียนได้เผชิญ นักเรียนจะได้คิดและการลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหานั้นด้วยตนเอง โดยเริ่มจากสื่อที่เป็นรูปธรรมจนนำไปสู่สัญลักษณ์ดังนี้

- รูปธรรม ขั้นนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้โดยผ่านประสาทสัมผัสทั้งห้า (Sensory) คือ การได้เห็น ได้ยิน ได้กลิ่น ได้สัมผัสและได้คิดจากสื่อจริง เช่น ก้อนหิน แผ่นร้อยไม้ตะเกียบ ฯลฯ

- กึ่งรูปธรรม หลังจากที่ผ่านมาการใช้สื่อจริงมาแล้ว ขั้นนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้การแก้ปัญหาผ่านการวาดภาพเพื่อจะช่วยให้สมองของนักเรียนพัฒนาทักษะการสร้างภาพในสมอง (Visual) ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญสำหรับการแก้ปัญหาต่อไป

- สัญลักษณ์ เป็นขั้นของการแปลภาพมาสู่สัญลักษณ์ เพื่อแก้ปัญหาโดยใช้ตรรกะหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

2. เชื่อม หมายถึง การนำเสนอเพื่อแลกเปลี่ยนวิธีแก้โจทย์ปัญหาของแต่ละคน ครูไม่จำเป็นต้องตัดสินว่าวิธีใดถูกหรือผิด เพราะสุดท้ายเมื่อมีการแลกเปลี่ยนกันมากขึ้น นักเรียนแต่ละคนจะเห็นมุมมองที่หลากหลาย เห็นช่องโหว่ของบางวิธี ได้ตรวจสอบวิธีแต่ละวิธี และในที่สุดจะรู้คำตอบเอง สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ตัวเองเข้าใจไปใช้ได้ นี่เป็นทักษะของการรู้ตัว รู้ว่าตัวเองรู้หรือไม่รู้ โดยนักเรียนจะเกิด (Meta Cognition) ซึ่งเป็นทักษะที่จะนำไปสู่การพัฒนาตนเองต่อไป ในขั้นนี้ครูแค่ตั้งคำถาม “ใครได้คำตอบแล้ว?”, “มีวิธีคิดอย่างไร?”, “ใครมีวิธีอื่นบ้าง?”, “คุยกับ

เพื่อนว่าเห็นอะไรที่คล้ายกันหรือแตกต่างกันบ้าง” ครูที่เก่งจะไม่ผลิผลามบอกคำตอบแต่จะเอื้ออำนวยให้นักเรียนพบคำตอบ คำตอบที่เราต้องการจริงคือวิธีการในขั้นตอนนี้นักเรียนจะได้พัฒนาทักษะทั้งหมด ทั้งทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving) ทักษะการมองเห็นภาพหรือรูปแบบที่ซ่อนอยู่ (Look for the Pattern) ทักษะการคิดสร้างสรรค์และการให้เหตุผล (Creative Thinking and Reasoning) และ ทักษะการสื่อสาร (Communication) เพื่อให้เกิดความร่วมมือและพบวิธีหรือคำตอบเอง (Meta cognition)

3. ใช้ หมายถึง ชั้นของการให้โจทย์ใหม่ที่คล้ายกันหรือยากขึ้น หลังจากที่นักเรียนเข้าใจเนื้อหาจากขั้นตอนที่ 2 แล้ว เพื่อให้นักเรียนแต่ละคนได้ประลองเอง จะได้สร้างความเข้าใจให้คมชัดขึ้น ครูจะได้ตรวจสอบอีกรอบว่าเด็กแต่ละคนเข้าใจมากน้อยเพียงใด

เฮียงราจ (Heingraj, 2006) ได้พัฒนากรอบทฤษฎีในการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับที่ 1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual Understanding) ระดับที่ 2 ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conceptual Understanding) ระดับที่ 3 ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural Conceptual Understanding) ในการพัฒนาระดับความเข้าใจนั้นจะพัฒนาเป็นไปตามลำดับขั้น ซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นต่อไป แต่บ่อยครั้งที่การพัฒนาระดับความเข้าใจไม่สามารถไปสู่ระดับโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ได้เนื่องจากการเลือกใช้ความเข้าใจหรือความเชื่อที่ได้มาจากแนวความคิดเดิมที่ไม่ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ ไม่สอดคล้องกับความรู้ใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความเข้าใจ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดได้อย่างชัดเจน พร้อมข้อมูล ทฤษฎี และองค์ความรู้ที่เกี่ยวข้อง สามารถอธิบายเหตุผลและวิธีการที่ยังตระหนักถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าคำตอบที่ได้ว่าถูกหรือผิด

ในการสร้างความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ครูไม่ควรสอนนักเรียนโดยวิธีบอกความรู้หรือเทคนิคลัด ให้ท่องจำ นำไปใช้โดยปราศจากความเข้าใจ ไม่รู้ที่มา ไม่รู้เหตุผล และไม่ควรละเลยการปูพื้นฐาน การสร้างความเข้าใจที่มาของสูตร กฎ นิยาม ทฤษฎีบท เน้นการคิดเชิงวิเคราะห์ พร้อมทั้งควรสร้างโจทย์ปัญหาและแนวข้อสอบที่หลากหลายโดยครูที่มีคุณภาพในการสอน ควรสอนอย่างจริงจัง มีสื่อการเรียนการสอน อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้จากแหล่งต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนได้เข้าใจและเห็นภาพชัดเจน พร้อมควรเสริมด้วยโจทย์ปัญหาที่ท้าทายความคิด ปรับเนื้อหาเข้ากับระดับความสามารถของนักเรียนแต่ละกลุ่มในช่วงชั้นที่ทำการสอน มีการทดสอบวัดระดับและติดตามผลการเรียนอย่างต่อเนื่อง มีการจัดการเรียนรู้ในบรรยากาศที่สนุกสนาน เอื้อให้เกิดทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับที่



1 ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ ระดับที่ 2 ความเข้าใจระดับกระบวนการ ระดับที่ 3 ความเข้าใจระดับโครงสร้าง

## 7. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบอัตนัย

ข้อสอบอัตนัย (Subjective Test) หรือข้อสอบแบบบรรยาย (Essay Test) เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วย คำถามที่มีจำนวนไม่มาก ไม่มีคำตอบให้เลือกตอบ ซึ่งผู้ตอบจะต้องคิดหาคำตอบโดยบูรณาการความรู้และความคิด แล้วแสดงออกเป็นภาษาเขียนอย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ดังนั้นข้อสอบอัตนัยจึงเป็นเครื่องมือที่ใช้วัด ความสามารถทางสมองในระดับสูง

### 1. ลักษณะทั่วไปของข้อสอบอัตนัย

อนันต์ ศรีโสภณ (2525, หน้า 137) กล่าวว่า ข้อสอบอัตนัยมีลักษณะที่สำคัญ 2 ประการ คือ

1. ให้นักเรียนมีอิสระในการตอบ
2. คุณภาพและความถูกต้องของคำตอบมีระดับแตกต่างกัน

บุญเชิด ภิญ โยอนันตพงษ์ (2544, หน้า 59) กล่าวว่า ข้อสอบอัตนัยจะเขียนข้อคำถามหรือโจทย์โดยกำหนดเป็นสถานการณ์หรือปัญหาในรูปแบบใด รูปแบบหนึ่งอย่างกว้าง ๆ หรือเฉพาะเจาะจง เพื่อให้ผู้ตอบได้แสดงความรู้ ความเข้าใจ ความคิดเห็น ทักษะคิดได้อย่างไม่จำกัด

ดังนั้นลักษณะของข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่เน้นให้นักเรียนได้เขียนเพื่อแสดงความรู้ ความคิด ความเข้าใจ โดยนักเรียนจะมีอิสระในการตอบคำถามอย่างเต็มที่และข้อคำถามจะมีจำนวนไม่มากเพื่อสามารถวัดได้ตรงประเด็นของเรื่องนั้น ๆ

### 2. ประเภทของข้อสอบอัตนัย

อนันต์ ศรีโสภณ (2525, หน้า 137) ได้แบ่งข้อสอบอัตนัยออกเป็น 2 แบบ คือ

1. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response) ข้อสอบแบบนี้จะให้อิสระแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการตอบ โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้ นักเรียนแสดงความสามารถเกี่ยวกับ

- ความจำในข้อเท็จจริงต่าง ๆ
- ประเมินเกี่ยวกับข้อเท็จจริงเหล่านั้น
- รวบรวมแนวความคิด
- เสนอแนวคิดอย่างมีเหตุผล

2. แบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและเนื้อหาที่เฉพาะให้ นักเรียนไม่มีอิสระในการตอบมากนัก

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ (2544, หน้า 60) โดยทั่วไปข้อสอบอัตนัยจำแนกเป็น 2 แบบ คือ

1. แบบไม่จำกัดคำตอบหรือแบบขยายความ ซึ่งข้อสอบแบบนี้จะถามความรู้ ความสามารถต่าง ๆ โดยให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ สามารถวัดสมรรถภาพด้าน ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะการประเมินค่าได้อย่างกว้างขวาง ปริมาณคำตอบจึงขึ้นอยู่กับคำถามและความรู้ที่สั่งสมว่ามีมากน้อยเพียงใดการกำหนดเวลาให้เขียนตอบจึงต้องกำหนดให้เหมาะสม ข้อสอบแบบนี้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักการรวบรวมความคิดต่าง ๆ การประเมินคุณค่าของ สิ่งเหล่านั้นและการใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาซึ่งข้อสอบแบบอื่น ๆ ไม่สามารถนำมาวัดได้

2. แบบจำกัดคำตอบ ข้อสอบแบบนี้จะถามแบบเฉพาะเจาะจง และต้องการคำตอบ เฉพาะเรื่องซึ่งผู้ตอบต้องจัดเรียงความคิดให้เป็นระเบียบ เพื่อให้ตรงประเด็นของคำถามเพียงสั้น ๆ ดังนั้น จึงต้องระมัดระวังเรื่องคำสั่งของโจทย์ ขอบเขตของเนื้อหา เวลาที่ให้นักเรียนเขียนตอบ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ข้อสอบอัตนัยสามารถแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัด คำตอบ (Extended Response) และแบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response)

### 3. หลักการสร้างข้อสอบอัตนัย

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2548) กล่าวถึง หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัยว่าเริ่มต้นด้วยการ กำหนดประเด็นปัญหาที่มุ่งวัด ซึ่งต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ จากนั้นเขียนตัวเลือกที่เหมาะสม สำหรับใช้วัดระดับการเรียนรู้ชั้นต่าง ๆ ควรมีการวางแผนสร้างไว้ ล่วงหน้า เพื่อให้มีเวลาในการสร้างอย่างเพียงพอ ในขณะที่สร้างควรกำหนดแนวเฉลยพร้อมทั้ง กำหนดน้ำหนักของคะแนนที่จะให้ไว้ด้วย

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ (2544) กล่าวถึง หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัยว่าการสร้าง ข้อสอบอัตนัยให้มีคุณภาพ ต้องคำนึงถึงจุดอ่อนสำคัญสองประการ คือ การสร้างคำถามให้สามารถ วัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้ และการตรวจข้อสอบอัตนัยให้น่าเชื่อถือ

สมบูรณ์ ดันยะ (2545) กล่าวถึง หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัยมีดังนี้

1. ควรใช้วัดพฤติกรรมชั้นสูงมากกว่าวัดความรู้ความจำ
2. ควรเลือกวัดในเนื้อหาและจุดมุ่งหมายที่สำคัญ
3. ควรแจ้งให้ผู้สอบทราบล่วงหน้า เพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง
4. ควรเขียนข้อคำถามให้ชัดเจนรัดกุม ใช้ภาษาที่ง่าย ๆ สั้น ๆ ไม่ซับซ้อน
5. พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ
6. ควรระบุคะแนนที่แน่นอน ในกรณีที่ข้อสอบแต่ละข้อมีคะแนนไม่เท่ากัน ควรระบุ คะแนนในแต่ละตอนให้ทราบ

7. ควรเตรียมเฉลยคำตอบไว้ล่วงหน้า
8. ควรเรียงคำถามจากง่ายไปหายาก และให้โอกาสผู้สอบเลือกทำข้อใดก่อนหลังได้อย่างอิสระ
9. ไม่ควรมีการให้เลือกตอบเพียงบางข้อ เพราะจะทำให้ขาดความยุติธรรมและได้ผลไม่ตรงตามความเป็นจริง
10. ควรกำหนดเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนให้แน่ชัดก่อนที่จะตรวจ

สรุปได้ว่า การสร้างข้อสอบอัตนัยจะต้องกำหนดขั้นตอนของการสร้างโดยตั้งจุดประสงค์ของการสร้างและกำหนดขอบเขตเพื่อที่จะสามารถวัดได้ครอบคลุมเนื้อหาวิชาที่ต้องการจะทำการวัดซึ่งข้อคำถามที่ถูกสร้างขึ้นจะต้องมีความเป็นปรนัย เพื่อให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจในข้อคำถามได้ถูกต้องตรงกัน

#### 4. หลักการตรวจข้อสอบอัตนัย

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2548) กล่าวถึง หลักการตรวจข้อสอบอัตนัยว่า การตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่วางไว้ ผู้ตรวจไม่ควรรู้ชื่อผู้ตอบ ควรตรวจทีละข้อของทุกคนจนครบ และควรมีการสุ่มเรียงกระดาษคำตอบใหม่เพื่อป้องกันการลำเอียง ในการตรวจให้คะแนน ควรตรวจหลายรอบหรือผู้ตรวจหลายคนอย่างน้อย 2 รอบ หรือ 2 คน แล้วเฉลี่ยผลการตรวจเป็นคะแนนของผู้สอบ

สมบูรณ์ ดันยะ (2545) กล่าวถึง หลักการตรวจข้อสอบอัตนัยดังนี้

1. ควรเตรียมเฉลยคำตอบที่ถูกต้องไว้ล่วงหน้าให้ครบทุกแบบ
2. ควรตรวจทีละข้อให้หมดทุกคน แล้วจึงเริ่มตรวจข้อใหม่
3. การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อควรแบ่งคะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดขึ้น
4. ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบในขณะที่ตรวจ
5. ผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ตรวจให้คะแนนเอง
6. ข้อสอบเชิงวิชาการไม่ควรหักคะแนนความสกปรก หรือสะกดการันต์ผิด ฯลฯ ถ้าจำเป็นต้องหักคะแนน ควรให้ผู้สอบทราบล่วงหน้า
7. ตรวจในเวลาที่มีสภาพอารมณ์เป็นปกติและสบายใจ

บุญเชิด ภิญ โยธอนันตพงษ์ (2544) กล่าวถึง หลักการตรวจข้อสอบอัตนัยมี 2 วิธี ดังนี้

1. แบบกำหนดค่าคะแนน ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือ

1.1 เฉลยคำตอบไว้ล่วงหน้า โดยครอบคลุมลักษณะที่นักเรียนอาจตอบออกมาแต่ละคำถาม และกำหนดค่าคะแนนรวมของแต่ละคำถามไว้

1.2 อ่านคำตอบข้อเดียวกันของนักเรียนทุกคนให้หมด จากนั้นจึงให้คะแนนแต่ละแผ่นตามความเหมาะสม

1.3 รวมคะแนนทั้งหมดทุกข้อของแต่ละคน ให้เกรดโดยอาศัยคะแนนปกติ ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ หรืออาศัยใ้การกระจายของคะแนน

2. แบบแบ่งกลุ่มประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

2.1 อ่านคำตอบให้ทะลุปรุโปร่งโดยเร็วที่สุดแล้ว แบ่งกระดาษคำตอบออกเป็นประเภท ๆ พร้อมทั้งกำหนดเกรดให้เป็นกอง ๆ ในแต่ละกระดาษคำตอบ หากไม่แน่ใจให้ทำเครื่องหมายหรือสัญลักษณ์ไว้

2.2 อ่านคำตอบทั้งหมดซ้ำอีกครั้ง โดยเฉพาะกระดาษคำตอบที่มีเครื่องหมายไม่แน่ใจ อาจเปลี่ยนกลุ่มได้

2.3 กำหนดเกรดเป็นตัวอักษร หรือตัวเลขให้แต่ละกองคำตอบที่แบ่งแล้วซึ่งเป็นผลมาจากการเปรียบเทียบคำตอบกันเองภายในกลุ่ม

สรุปได้ว่า หลักการตรวจข้อสอบอัตนัยมีดังนี้ อ่านวัตถุประสงค์การสร้างข้อสอบก่อน ตรวจ เฉลยคำตอบไว้ล่วงหน้า ครอบคลุมทุกลักษณะ กำหนดค่าคะแนนของแต่ละข้อคำถาม ตรวจทีละข้อ แยกคำตอบตามคุณภาพเป็นกลุ่ม อ่านคำตอบของแต่ละกลุ่มเพื่อเปรียบเทียบคะแนนกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ อาจเลื่อนกลุ่มคำตอบของนักเรียนตามความเหมาะสม ไม่หักคะแนนลายมือหรือคำผิดในข้อสอบเชิงวิชาการ ผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ตรวจและในเวลาตรวจควรมีอารมณ์และสภาพจิตใจปกติ

## 5. ข้อดีและข้อจำกัดของข้อสอบอัตนัย

### ข้อดีของข้อสอบอัตนัย

อนันต์ ศรีโสภ (2525, หน้า 139-140) เนื่องจากข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่คนส่วนมากคุ้นเคยและใช้กันมากเป็นเวลานานเพราะมีส่วนดีดังนี้

1. เป็นข้อสอบที่สร้างง่ายกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบ
2. เป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนแสดงความสามารถด้วยการเขียน และรวบรวมข้อเท็จจริง
3. เป็นการทดสอบความสามารถโดยการให้นักเรียนหาคำตอบ (Supply) มากกว่าให้เลือก (Select) คำตอบที่มีอยู่แล้ว

บุญเชิด ภิญ โญอนันตพงษ์ (2544, หน้า 65) ได้กล่าวถึงข้อดีของข้อสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

1. วัดกระบวนการคิด เช่น การจัดระเบียบโครงร่าง การคัดเลือกความคิดที่สำคัญ ๆ ที่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการเขียนได้ดี
2. วัดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความสามารถในการประเมินค่าได้ดี
3. วัดทัศนคติ ข้อคิดเห็นต่าง ๆ ได้ดี
4. ผู้ตอบมีอิสระในการเขียนแสดงความคิดเห็นได้เต็มที่

### ข้อจำกัดของข้อสอบอัตนัย

อนันต์ ศรีโสภ (2525, หน้า 140) ได้กล่าวถึง ข้อจำกัดของข้อสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

1. การสุ่มเนื้อหาวิชาที่จะนำมาทดสอบเป็นไปอย่างจำกัด เพราะไม่สามารถที่จะถามมาก  
ข้อเหมือนข้อสอบปรนัยได้

2. การให้คะแนนเป็นอัตนัย ขาดความเชื่อมั่น

3. เป็นข้อสอบที่มักจะทำให้นักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจคำถาม จึงทำให้นักเรียนไม่มีความ  
มั่นใจว่าจะตอบคำถามนั้นอย่างไร

4. การตรวจข้อสอบแบบนี้ต้องใช้เวลาในการอ่านมากและให้คนอื่นช่วยตรวจไม่ได้

บุญเชิด ภิญ โญอนันตพงษ์ (2544, หน้า 65) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของข้อสอบอัตนัย ไว้ดังนี้

1. การให้คะแนนไม่แน่นอน คะแนนที่ได้ขึ้นอยู่กับผู้ตรวจ เช่น อารมณ์ และทัศนคติของ  
ผู้ตรวจลายมือของผู้ตอบ

2. ขาดความเที่ยงตรงทางเนื้อหาเพราะออกข้อสอบได้น้อยจึงไม่ครอบคลุม

3. ตรวจข้อสอบยากและเสียเวลานาน

สรุปได้ว่า งานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบอัตนัย ในการวัดความเข้าใจและความ  
คงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบอัตนัยมีข้อดีคือ สร้างง่าย เป็นข้อสอบปลายเปิด  
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายคำตอบของตนเองได้อย่างอิสระตามความคิดของตน ไม่จำกัดคำตอบ  
เพื่อวัดความสามารถในกระบวนการคิด วัดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ วัดทัศนคติ และมีข้อจำกัดคือ  
การตรวจข้อสอบต้องใช้เวลาในการอ่านมากและให้คนอื่นช่วยตรวจไม่ได้ การให้คะแนนไม่  
แน่นอน เพราะคะแนนที่ได้ขึ้นอยู่กับผู้ตรวจ เช่น อารมณ์ และทัศนคติของผู้ตรวจลายมือของ  
ผู้ตอบ

### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยเรื่องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดกลุ่มประชากร
4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

#### 1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัย ทั้งในและต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย โดยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้น การเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ การสอนแบบอุปนัย การสร้างความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้

#### 2. การออกแบบการวิจัย

ในการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ที่เน้นการสร้างความเข้าใจในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้รูปแบบการวิจัยทดลองขั้นต้น (Pre-Experimental Design) โดยใช้แผนการทดลองแบบ One-Shot Case Study มุ่งเน้นการวิจัยกับกลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้น (มนต์ชัย เทียนทอง, 2548, หน้า 146) โดยมีแบบแผนการทดลองดังนี้

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง	ความคงทน
E	-	X	O	R

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว

X แทน การเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานการสอนแบบอุปนัย

O แทน การทดสอบหลังบทเรียน (Posttest)

R แทน การวัดความคงทนในการเรียนภายหลังการทดสอบหลังเรียนไปแล้ว 2 สัปดาห์

### 3. กำหนดกลุ่มประชากร

**ประชากรที่ใช้ในการวิจัย**

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 2 ห้องเรียน รวมจำนวน 89 คน

**กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย**

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

### 4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

#### 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้น โดยมีรายละเอียด ดังนี้

##### 4.1.1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จาก

เอกสารและตารางต่าง ๆ

##### 4.1.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และรายละเอียดของ

สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล

#### 4.1.3 ศึกษาเนื้อหาเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส จากตำราต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

4.1.3.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555)

4.1.3.2 แคลคูลัส 1 (ดำรง ทิพย์โยธา และคณะ, 2555)

4.1.3.3 Thomas' Calculus แคลคูลัส (เกียรติฟ้า ตั้งใจจิต และคณะ, 2553)

4.1.3.4 เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์แคลคูลัสเบื้องต้น (กวีภา เนาวประทีป, 2547)

4.1.3.5 แคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ตอนที่ 3 (อำพล ชรรณเจริญ, 2546)

4.1.3.6 แคลคูลัสสามวัน (ธีระพันธุ์ สันติเทวกุล, 2545)

4.1.3.7 ศิลปะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (ภาณุ ตรัยเวช, 2555)

4.1.3.8 เกล็ดคณิตศาสตร์ (วิรุพหุ ฌ สงขลา, 2542)

4.1.4 วิเคราะห์สาระการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดเวลาเรียนให้เหมาะสม ใช้เวลาสอนทั้งหมด 6 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

4.1.4.1 ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส 4 คาบ

4.1.4.2 ทดสอบหลังเรียน ครั้งที่ 1 1 คาบ (สอบนอกตารางเรียน)

4.1.4.3 ทดสอบหลังเรียน ครั้งที่ 2 1 คาบ (สอบนอกตารางเรียน)

4.1.5 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งประกอบด้วย

4.1.5.1 จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1.5.2 สาระการเรียนรู้

4.1.5.3 กิจกรรมการเรียนรู้

(1) ช้่นนำ หรือ ทบทวนความรู้

(2) ช้่นสอน

(3) ช้่นสรุป

4.1.5.4 สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

4.1.5.5 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

4.1.5.6 บันทึกหลังการสอน

4.1.5.7 ข้อเสนอแนะ



ซึ่งในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละครั้ง และออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

4.1.6 ตรวจสอบคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เป็นผู้ประเมินตามแบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 5 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง เหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง เหมาะสมน้อย
- 1 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

จากนั้นนำความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และแปลความหมายโดยใช้เกณฑ์ ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.61-3.40 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.81-2.60 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00-1.80 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

ถ้าค่าเฉลี่ยคะแนนประเมินของผู้เชี่ยวชาญมีค่าตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 แสดงว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมสอดคล้องกัน (วิเชียร เกตุสิงห์, 2538, หน้า 8-11 อ้างใน บัญญัติ ชำนาญกิจ และนวลศรี ชำนาญกิจ, 2551, หน้า 7-8)

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครั้งนี้ พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีคุณภาพอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 4.80 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.452 (ผลการประเมินคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญแสดงในภาคผนวก ก)

ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมในด้านเนื้อหา จุดประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งแนะข้อบกพร่องและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข เมื่อทำการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วจึงจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปทดลองใช้ต่อไป

## 4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส และแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

4.2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส จากเอกสารเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผล และการสร้างแบบทดสอบ รวมทั้งเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.1.2 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส และผลการเรียนรู้

4.2.1.3 สร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหา มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดตามหลักสูตรตามตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแบบทดสอบวัดความเข้าใจ และแบบทดสอบวัดความคงทนเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน

4.2.1.4 นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลจำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

เพื่อทำการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือ IOC (Index of Item Objective Congruence) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2543, หน้า 117) โดยผู้เชี่ยวชาญให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้นสอดคล้องกับเนื้อหา

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้นสอดคล้องกับเนื้อหา

-1 หมายถึง แน่ใจว่าจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้นไม่สอดคล้องกับเนื้อหา

ผู้วิจัยพิจารณาเลือกแบบทดสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มากกว่า .50 ขึ้นไป (ค่าดัชนีความสอดคล้องแสดงในภาคผนวก ข)

4.2.1.5 นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้วไป

ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนราชินีบูรณะ จังหวัดนครปฐม จำนวน 40 คน ซึ่งเรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสไปแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

4.2.1.6 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ( $P_e$ ) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ - Coefficient) ของครอน-บาค โดยเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย ระหว่าง 0.20 - 0.80 ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.40 เป็นต้นไป และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.41 เป็นต้นไป (ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นแสดงในภาคผนวก ข)

4.2.1.7 นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ที่ผ่านเกณฑ์แล้วไปทดลองใช้ต่อไป

4.2.2 แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงแบบวัดความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ บุญญิสรา แซ่หล่อ (2550) มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

4.2.2.1 ศึกษาวิธีการและหลักการสร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงและพัฒนาขึ้นเป็นแบบลิเคิร์ตสเกล (Likert Scale) เป็นข้อความที่มีความหมายทางบวก (Positive) ชนิด 5 ตัวเลือก คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย น้อยที่สุด กำหนดการให้คะแนน แต่ละความคิดเห็นดังนี้

มากที่สุด ให้	5	คะแนน
มาก ให้	4	คะแนน
ปานกลาง ให้	3	คะแนน
น้อย ให้	2	คะแนน
น้อยที่สุด ให้	1	คะแนน

จากนั้นกำหนดเกณฑ์ในการแปลค่าของคะแนนดังนี้

เกณฑ์การแปลความหมายความพึงพอใจ (สาขาวิทยบริการเฉลิมพระเกียรติ จังหวัดศรีสะเกษ, 2555, หน้า 51-52)

4.50-5.00	หมายถึง	ความพึงพอใจมากที่สุด
3.50-4.49	หมายถึง	ความพึงพอใจมาก
2.50-3.49	หมายถึง	ความพึงพอใจปานกลาง
1.50-2.49	หมายถึง	ความพึงพอใจน้อย
0.50-1.49	หมายถึง	ความพึงพอใจน้อยที่สุด

4.2.2.2 สร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผล จำนวน 5 ท่านตรวจพิจารณาและให้ข้อเสนอแนะ เกี่ยวกับการใช้ภาษาในแต่ละข้อ และตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับ จุดประสงค์การเรียนรู้ พร้อมทั้งหาค่าดัชนีความสอดคล้อง

4.2.2.3 ปรับปรุงแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 20 ข้อ

4.2.2.4 แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ไปทดลองใช้ต่อไป

## 5. การดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย และเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นครูเอง โดยได้ดำเนินการ ดังนี้

5.1 ผู้วิจัยจัดเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง โดยผู้วิจัยทำการแบ่งกลุ่มนักเรียนโดยพิจารณาจากเกรดเฉลี่ยเฉพาะรายวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ถึงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 8 รายวิชาและแจ้งให้นักเรียนทราบ โดยจัดแบบละความสามารถกลุ่มละ 4 คน แต่ละกลุ่มจะมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน โดยแบ่งตามวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ดังตารางที่ 3.1 (อาดุลย์ จงรักษ์, 2555, หน้า 32-34, วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์, ม.ป.ป., หน้า 32, อรุมา สุขแปดริ้ว, 2555, หน้า 645-646)

ตารางที่ 3-1 การกำหนดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยจัดตามวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ระดับความสามารถ ของนักเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับความสามารถ ของนักเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
นักเรียนเก่ง	1	A	นักเรียนปานกลาง	23	A
	2	B		24	B
	3	C		25	C
	4	D		26	D
	5	E		27	E

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

ระดับความสามารถ ของนักเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับความสามารถ ของนักเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
	6	F		28	F
	7	G		29	G
	8	H		30	H
	9	I		31	I
	10	J		32	J
	11	K		33	K
นักเรียนปานกลาง	12	K	นักเรียนอ่อน	34	K
	13	J		35	J
	14	I		36	I
	15	H		37	H
	16	G		38	G
	17	F		39	F
	18	E		40	E
	19	D		41	D
	20	C		42	C
	21	B		43	B
	22	A		44	A

จากตารางที่ 3.1 เป็นการจัดกลุ่มตามระดับความสามารถในการเรียนรู้ โดยยึดเกณฑ์เฉลี่ยเฉพาะรายวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 8 รายวิชา ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ถึงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 แล้วเรียงลำดับนักเรียนจากคะแนนสูงสุดไปต่ำสุดเข้ากลุ่ม 11 กลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกดังนี้

กลุ่ม A ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 1 , 22 , 23 , 44

กลุ่ม B ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 2 , 21 , 24 , 43

กลุ่ม C ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 3 , 20 , 25 , 42

กลุ่ม D ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 4 , 19 , 26 , 41

กลุ่ม E ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 5 , 18 , 27 , 40

กลุ่ม F ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 6 , 17 , 28 , 39

กลุ่ม G ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 7 , 16 , 29 , 38

กลุ่ม H ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 8 , 15 , 30 , 37

กลุ่ม I ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 9 , 14 , 31 , 36

กลุ่ม J ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 10 , 13 , 32 , 35

กลุ่ม K ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 11 , 12 , 33 , 34

5.2 ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 4 คาบ คาบละ 50 นาที โดยผู้วิจัยจะทำการสังเกตพฤติกรรมเพื่อศึกษากระบวนการทำงานและการแก้ปัญหาของนักเรียน และความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

5.3 เมื่อดำเนินการสอนเสร็จสิ้น ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำผลที่ได้ไปวิเคราะห์เพื่อศึกษาและทดสอบสมมติฐานการวิจัยต่อไป

5.4 เมื่อดำเนินการทดสอบวัดความเข้าใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วโดยที่ระยะเวลาไป 2 สัปดาห์ จากนั้นทำแบบทดสอบวัดความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบคู่ขนานกับแบบทดสอบวัดความเข้าใจ โดยไม่มีการแจ้งให้ทราบล่วงหน้า นำผลที่ได้ไปวิเคราะห์เพื่อศึกษาและทดสอบสมมติฐานการวิจัยต่อไป

5.5 เมื่อดำเนินการทดสอบ 2 ครั้งเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองตอบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

## 6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

6.1 เปรียบเทียบความเข้าใจหลังเรียน เทียบกับเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนที่เรียน โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้สถิติ One Sample T-Test

6.2 เปรียบเทียบความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ไม่แตกต่างกันเมื่อระยะเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ โดยใช้สถิติ Paired Samples T-Test

6.3 ศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัยโดยใช้  $\bar{X}$ , S. D. สำหรับการวิเคราะห์

## 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

### 7.1 สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

7.1.1 ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) โดยใช้สูตร (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2543, หน้า 117)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้

$\sum R$  แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$N$  แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

7.1.2 การวิเคราะห์ข้อสอบอัตรายจะต้องทำการแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มเก่ง (กลุ่มสูง) และกลุ่มอ่อน (กลุ่มต่ำ) โดยใช้เทคนิค 25 % ของจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ (เกียรติสุดา ศรีสุข, 2552) ดังนี้

7.1.2.1 ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) โดยใช้สูตร

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$S_U$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

$S_L$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

$N$  แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่ง หรือกลุ่มอ่อน

(เฉพาะกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง)

$X_{\max}$  แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$  แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

เกณฑ์การแปลความหมายค่าความยากง่ายของข้อสอบ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 185)

ความยากง่ายของข้อสอบ	ความหมาย
0.81 - 1.00	ง่ายมาก ( ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง )
0.60 - 0.80	ค่อนข้างง่าย ( ดี )
0.40 - 0.59	ยากพอเหมาะ ( ดีมาก )
0.20 - 0.39	ค่อนข้างยาก ( ดี )
0 - 0.19	ยากมาก ( ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง )

#### 7.1.2.2 ค่าอำนาจจำแนก (D)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$S_U$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

$S_L$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

$N$  แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่ง หรือกลุ่มอ่อน

(เฉพาะกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง)

$X_{\max}$  แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$  แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

เกณฑ์การแปลความหมายอำนาจจำแนกของข้อสอบ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 185)

อำนาจจำแนกของข้อสอบ	ความหมาย
0.81 - 1.00	อำนาจจำแนกดีมาก
0.60 - 0.80	อำนาจจำแนกดี
0.40 - 0.59	อำนาจจำแนกพอใช้
0.20 - 0.39	อำนาจจำแนกต่ำ(ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)
0 - 0.19	อำนาจจำแนกต่ำมาก (ควรปรับปรุงหรือตัดทิ้ง)



7.1.3 การหาค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบอัตนัยโดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค ใช้สำหรับหาสัมประสิทธิ์ของความเที่ยงของแบบทดสอบที่มีระบบการให้คะแนนแบบอื่นที่ไม่ใช่ 0 กับ 1 หรือ แบบ 0 กับ 1 ก็ได้ (เกียรติสุดา ศรีสุข, 2552, หน้า 144) โดยมีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

$\alpha$  แทน ค่าความเชื่อมั่น

$k$  แทน จำนวนข้อ

$s_i^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบแต่ละข้อ

$s_t^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

เกณฑ์การแปลผลค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ (เกียรติสุดา ศรีสุข, 2552, หน้า 144)

ความเชื่อมั่นของข้อสอบ	ความหมาย
0.00 - 0.20	ความเชื่อมั่นต่ำมาก/ไม่มีเลย
0.21 - 0.40	ความเชื่อมั่นต่ำ
0.41- 0.70	ความเชื่อมั่นปานกลาง
0.71 – 1.00	ความเชื่อมั่นสูง

## 7.2 สถิติพื้นฐาน

ผู้วิจัยใช้การหาค่าสถิติพื้นฐานและทดสอบสมมติฐาน

7.2.1 ร้อยละ

7.2.2 ค่าเฉลี่ย

7.2.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

7.2.4 สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน One Sample T-Test, Paired Samples T-Test

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

ผลการวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี มีรายละเอียดของผลการศึกษา ดังนี้

1. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

2. ผลการทดสอบสมมติฐาน โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2.2 ผลการศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

2.3 ผลการศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

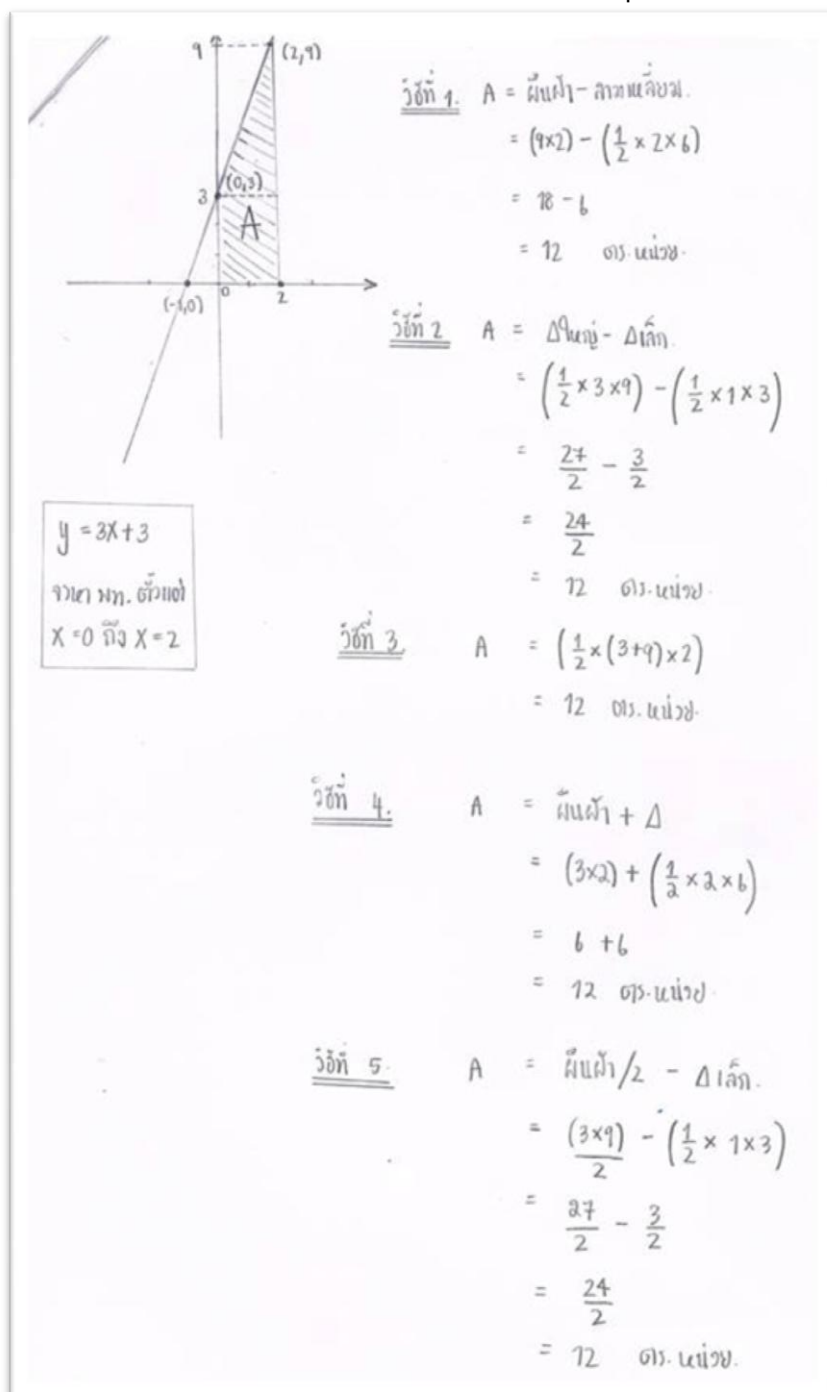
2.4 ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

#### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

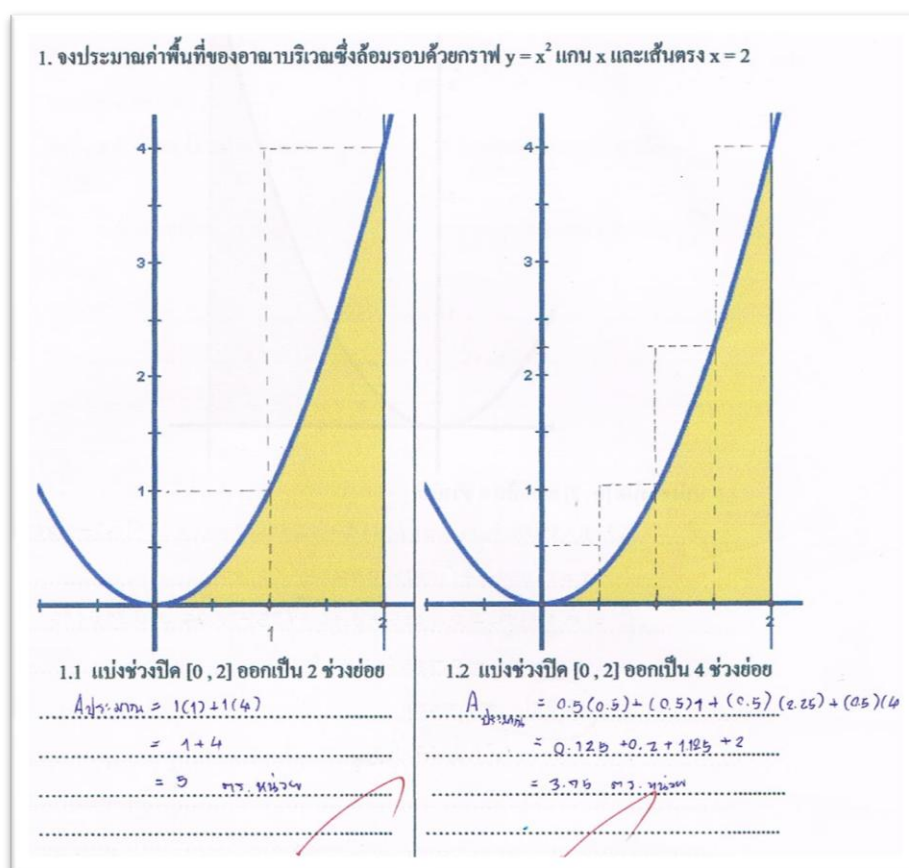
จากการวิจัยครั้งนี้ทำให้ได้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ซึ่งนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยให้นักเรียนหาพื้นที่ใต้กราฟของกราฟเส้นตรง กับแกน x โดยที่  $0 \leq x \leq 2$  และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาวิธีการหาคำตอบให้มากที่สุด ซึ่งนักเรียนจะกระตือรือร้น ให้ความสนใจ ร่วมมือกันในการหาคำตอบและแสดงความคิดเห็น เนื่องจากครูไม่ได้ถามเจาะจงเป็นรายบุคคลจึงสังเกตได้ว่านักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นของตนเองมากขึ้น โดยเฉพาะนักเรียนกลุ่มอ่อน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นร่วมกัน แล้วจึงเฉลยคำตอบ นักเรียนอาจตอบถูกบ้างหรือผิดบ้าง แต่นักเรียนจะได้เรียนรู้การตรวจสอบคำตอบหรือแนวคิดของตนเองจากการแสดงความคิดเห็นของเพื่อน ๆ คนอื่น ดังภาพที่ 4-1

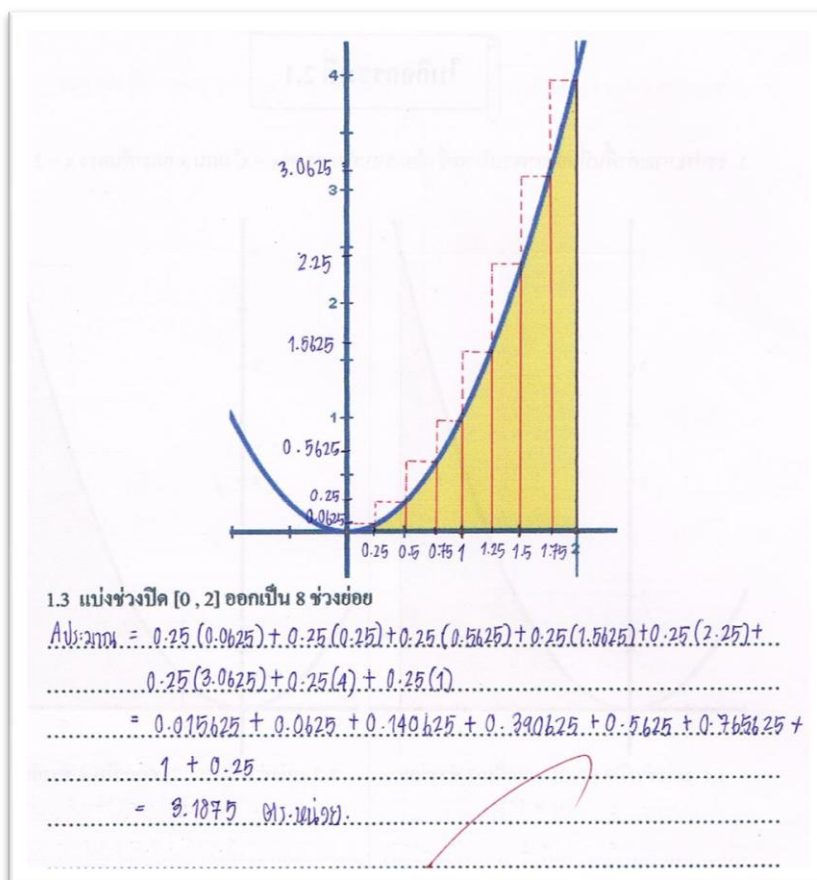


ภาพที่ 4-1 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ใต้กราฟของกราฟเส้นตรง

จากภาพที่ 4-1 พบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีวิธีที่แตกต่างกัน ดังนั้นครูจึงเริ่มให้นักเรียนหาพื้นที่ใต้กราฟของพาราโบลา  $y = x^2$  นักเรียนจะค้นพบร่วมกันว่าไม่มีสูตรของรูปเรขาคณิตใดที่จะใช้ในการหาพื้นที่ใต้กราฟของพาราโบลาได้ แต่มีนักเรียนบางกลุ่มเสนอแนวคิดการหาพื้นที่ที่ใกล้เคียง โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะ ดังภาพที่ 4-2 และภาพที่ 4-3



ภาพที่ 4-2 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ใต้กราฟของพาราโบลาที่มีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่จริง โดยแบ่งออกเป็น 2 ช่วงย่อยและ 4 ช่วงย่อย



ภาพที่ 4-3 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ใต้กราฟของพาราโบลาที่มีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่จริง โดยแบ่งออกเป็น 8 ช่วงย่อย

**ขั้นที่ 2** ขั้นกระบวนการเรียนรู้ ครูแจกใบกิจกรรมกลุ่มละ 1 ชุด โดยให้สมาชิกในกลุ่มร่วมมือกันในการหาคำตอบ โดยจะสังเกตเห็นพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่มของนักเรียนได้อย่างชัดเจน คือ นักเรียนภายในกลุ่มมีการแบ่งหน้าที่ มีการแสดงความคิดเห็น และนักเรียนแต่ละคนจะเกิดการเรียนรู้ในการทำงานร่วมกัน ทั้งยังร่วมระดมความคิดเห็นและอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม ซึ่งทำให้นักเรียนแต่ละคนกล้าแสดงความคิดเห็นของตนเองมากขึ้นมีการตัดสินใจร่วมกันจนได้ข้อสรุปของกลุ่ม เขียนแสดงแนวคิดส่งเป็นผลงานของกลุ่ม ในขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ในห้องเรียนและนักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในตนเองและสมาชิกภายในกลุ่มมากขึ้น จึงทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัยได้รับความร่วมมือจากนักเรียนเป็นอย่างดี ดังภาพที่ 4-4 และภาพที่ 4-5



ภาพที่ 4-4 แสดงตัวอย่างพฤติกรรมกรรมการปฏิบัติงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

โจทย์ จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  แกน  $x$  และเส้นตรง  $x = 2$

วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$$

$$S_n = \frac{2}{n} \left(\frac{2}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} \left(\frac{6}{n}\right)^2 + \dots + \frac{2}{n} \left(\frac{2n}{n}\right)^2$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \left(\frac{2i}{n}\right)^2$$

$$S_n = \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2$$

$$S_n = \frac{8}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$$

$$S_n = \frac{4}{n} \left( \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{3n^3} \right)$$

$$S_n = \frac{4}{3} \left( \frac{2}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{3n^2} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{3} \left( \frac{2}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{3n^2} \right) = \frac{4}{3} \left( \frac{2}{3} \right) = \frac{8}{9}$$

∴ พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  แกน  $x$  และเส้นตรง  $x = 2$  คือ  $\frac{8}{9}$  ตร.หน่วย

Ans.

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  เส้นตรง  $x = 0$  และเส้นตรง  $x = 2$

วิธีทำ 1)  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป  
 $\Delta x$  แทนความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ในพื้นที่เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  นั่นคือ  
 ออกเงิน  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$   
 3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$  ...  $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$$

$$S_n = \frac{2}{n} \left(4 - \left(\frac{2}{n}\right)^2\right) + \frac{2}{n} \left(4 - \left(\frac{4}{n}\right)^2\right) + \dots + \frac{2}{n} \left(4 - \left(\frac{2n}{n}\right)^2\right)$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \left(4 - \left(\frac{2i}{n}\right)^2\right)$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \left(4 - \frac{4i^2}{n^2}\right)$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{8}{n} - \frac{8i^2}{n^3}\right) = \frac{8}{n} - \frac{8}{n^3} \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$S_n = \frac{8}{n} - \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2$$

$\therefore$  พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  เส้นตรง  $x = 0$  และเส้นตรง  $x = 2$  คือ  $\frac{16}{3}$  ตารางหน่วย **Ans.**

$$S_n = \frac{8}{n} - \frac{8}{n^3} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)$$

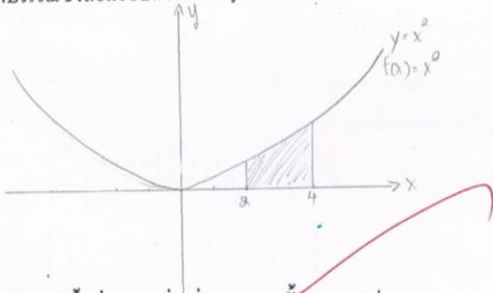
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(8 - 4 \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3n^2}\right)\right)$$

ภาพที่ 4-5 ตัวอย่างแสดงผลงานของกลุ่มของนักเรียน

**ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป** ในขั้นนี้ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน โดยครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมา นำเสนอคำตอบหรือแนวคิดในการหาคำตอบ โดยครูและเพื่อนในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องร่วมกันอภิปรายเสนอแนะข้อผิดพลาดเพื่อนำไปปรับปรุงผลงานกลุ่มในครั้งต่อไป โดยครูกล่าวให้คำชมเชยเพื่อเสริมแรงให้กับนักเรียน ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนกลุ่มเก่งและปานกลางจะมีความเชื่อมั่นในการอธิบายและแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ นักเรียนกลุ่มอ่อนในช่วงแรก ๆ จะมีความ

กังวลและประหม่าในการนำเสนอคำตอบ แต่ด้วยบรรยากาศในการเรียนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนกลุ่มอ่อนมีการปรับตัวและมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น ดังภาพที่ 4-6, 4-7 และ 4-8

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  เส้นตรง  $x = 2$ ,  $x = 4$  และแกน  $x$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป  
 $\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[2, 4]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{4-2}{n}$   
 ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$   
 3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$  ...       $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$S_n = \frac{2}{n} f(2 + \frac{2}{n}) + \frac{2}{n} f(2 + \frac{4}{n}) + \frac{2}{n} f(2 + \frac{6}{n}) + \dots + \frac{2}{n} f(2 + \frac{2n}{n})$$

$$S_n = \frac{2}{n} (2 + \frac{2}{n})^2 + \frac{2}{n} (2 + \frac{4}{n})^2 + \frac{2}{n} (2 + \frac{6}{n})^2 + \dots + \frac{2}{n} (2 + \frac{2n}{n})^2$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} (2 + \frac{2i}{n})^2$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} (4 + \frac{8i}{n} + \frac{4i^2}{n^2})$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n (\frac{8}{n} + \frac{16i}{n^2} + \frac{8i^2}{n^3})$$

$$S_n = \frac{8}{n} (n) + \frac{16}{n^2} \sum_{i=1}^n i + \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2$$

$$S_n = \frac{8}{n} (n) + \frac{16}{n^2} (\frac{n(n+1)}{2}) + \frac{8}{n^3} (\frac{n(n+1)(2n+1)}{6})$$

$$S_n = 8 + \frac{16}{n} (\frac{n^2 + n}{2}) + \frac{8}{n^3} (\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6})$$

$$S_n = 8 + 8 + \frac{16}{3} + \frac{8}{n} + \frac{4}{3n^2}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (8 + 8 + \frac{16}{3} + \frac{8}{n} + \frac{4}{3n^2})$   
 $= 8 + 8 + 0 + 8 + 0 + 0$   
 $= \frac{24 + 24 + 8}{3}$   
 $= \frac{56}{3}$

$\therefore$  พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  เส้นตรง  $x = 2$   $x = 4$  และแกน  $x$  คือ  $\frac{56}{3}$  ตารางหน่วย

ภาพที่ 4-6 ตัวอย่างแสดงผลงานกลุ่มของนักเรียนที่นำเสนอเพื่อนภายในชั้นเรียน



**ลองตรวจสอบกันนะ**

คำชี้แจง จากกรณีที่นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างที่ 1 และ 2 ให้นักเรียนลองตรวจสอบการหาพื้นที่ใต้กราฟของข้อ 1 และ 2 ในกิจกรรมที่ 2.2 โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

<p>ข้อ 1 <math>y = 4 - x^2</math> จาก <math>x = 1</math> ถึง <math>x = 2</math></p> $\textcircled{1} A = \int_1^2 (4 - x^2) dx$ $= \left[ 4x - \frac{x^3}{3} \right]_1^2$ $= \left( 8 - \frac{8}{3} \right) - \left( 4 - \frac{1}{3} \right)$ $= 8 - \frac{8}{3} - 4 + \frac{1}{3}$ $= 4 - \frac{7}{3}$ $= \frac{5}{3} \quad \text{พหุคูณแล้ว}$	<p>ข้อ 2 <math>y = x^3</math> จาก <math>x = 2</math> ถึง <math>x = 4</math></p> $\textcircled{2} A = \int_2^4 (x^3) dx$ $= \left[ \frac{x^4}{4} \right]_2^4$ $= \frac{4^4}{4} - \frac{2^4}{4}$ $= \frac{64}{4} - \frac{16}{4}$ $= \frac{48}{4} \quad \text{พหุคูณแล้ว}$
---	---

ภาพที่ 4-7 ตัวอย่างแสดงการตรวจสอบคำตอบของนักเรียน โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส



ภาพที่ 4-8 ตัวอย่างการนำเสนอผลงานของกลุ่มพร้อมทั้งการอธิบายแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส นักเรียนได้เขียนความรู้สึกที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ดังตัวอย่างภาพที่ 4-9 และสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น เข้าใจง่ายขึ้นเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นลำดับขั้นตอน เรียงจากง่ายไปสู่ยาก กลุ่มเด็กอ่อนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น และการเรียนรู้แบบรู้ที่มาของสูตรทำให้เข้าใจได้ง่ายกว่าการเรียนรู้แต่สูตรไม่รู้ที่มาของสูตร
2. ด้านกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนได้ร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกันภายในกลุ่มและภายนอกกลุ่ม ทำให้มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนบางคนนี้อาจจะไม่ค่อยสนิทกันมากขึ้น โดยที่การจัดกลุ่มเป็นการรวมระหว่างเด็กเก่ง ปานกลาง และอ่อน ทำให้เด็กเก่งได้ใช้ความสามารถในการสอนเพื่อน ช่วยให้เพื่อนเข้าใจและเกิดความมั่นใจในการเรียนรู้และการตอบคำถาม
3. ด้านการวัดและประเมินผล มีการให้แบบฝึกหัดให้นักเรียนนำกลับไปทบทวนอย่างเหมาะสม ทำให้นักเรียนบางคนเปลี่ยนทัศนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่คิดว่ายาก น่าเบื่อ เปลี่ยนเป็นสนุก น่าสนใจ อยากที่จะเรียนรู้เพิ่มมากขึ้น
4. ด้านครูผู้สอน ครูกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น โดยมีการลดความเครียดอย่างเหมาะสม ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างชัดเจน และครูผู้สอนมีความเข้าใจในตัวเด็กนักเรียน เข้าใจธรรมชาติของเด็กนักเรียนในช่วงวัยนี้ และมีการเอาใจใส่นักเรียนจึงทำให้การสอนไม่น่าเบื่อ นักเรียนเกิดความสนุกในการเรียน

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

..... กส. เตือนหาผลสอนแบบแบ่งกลุ่มทำในโรงเรียนให้ชัดเจนเพื่อให้นักเรียนได้เรียนอย่างชัดเจน.....

..... ควรจัดการสอนแบบที่เป็นการเรียนรู้ด้วยตัวเอง..... ครูผู้สอนสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

..... การเรียนแบบกลุ่ม ทำให้นักเรียนมีการร่วมทำกัน.....

..... การจัดการเรียนการสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

..... การเรียนการสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

..... การจัดการเรียนการสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

..... การเรียนการสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

..... การจัดการเรียนการสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

..... การเรียนการสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

..... การจัดการเรียนการสอนแบบที่เข้าใจง่าย.....

ภาพที่ 4-9 แสดงตัวอย่างการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

## 2. ผลการทดสอบสมมติฐาน โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตารางที่ 4-1 แสดงผลการหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญ	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	รวม
$\bar{X}$	4.60	4.80	4.90	4.70	5.00	4.80
S.D.	0.516	0.422	0.316	0.675	0.000	0.452
ความหมาย	เหมาะสมมากที่สุด	เหมาะสมมากที่สุด	เหมาะสมมากที่สุด	เหมาะสมมากที่สุด	เหมาะสมมากที่สุด	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 4.1 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครั้งนี้ มีคุณภาพอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ 4.80 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.452

2.2 ผลการศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีสมมติฐานของการทดสอบคือ คะแนนสอบหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ต่ำกว่าเกณฑ์คะแนนร้อยละ 70

ตารางที่ 4-2 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

ครั้งที่	$\bar{X}$	S.D.	คะแนนเกณฑ์	t	p
หลังสอบครั้งที่ 1 (Post test)	14.78	2.419	14	2.150*	.037

จากตารางที่ 4.2 พบว่า การทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.78 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน และเมื่อเปรียบเทียบกับระหว่างเกณฑ์

กับคะแนนสอบหลังเรียน โดยใช้ One Sample T-Test พบว่า คะแนนสอบหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สูงกว่าเกณฑ์คะแนนร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.3 ผลการศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

ตารางที่ 4-3 การศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

คะแนน	$\bar{X}$	S.D.	t	p
หลังเรียนครั้งที่ 1 (Post test)	14.78	2.419	-.374	.711
หลังเรียนครั้งที่ 2 (2 สัปดาห์)	14.97	3.770		

จากตารางที่ 4.3 พบว่า การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้หลังเรียนครั้งที่ 1 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.78 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.419 คะแนน เมื่อผ่านไป 2 สัปดาห์ ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้หลังเรียนครั้งที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.97 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.770 คะแนน เมื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนหลังเรียนทั้งสองครั้ง โดยใช้ Paired Samples T-Test พบว่าคะแนนเฉลี่ยไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่าข้อมูลสะท้อนความคงทนทางความรู้ของนักเรียน

2.4 ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

ตารางที่ 4-4 การศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.	ระดับความพึงพอใจ
<b>ด้านเนื้อหา</b>			
1. เนื้อหาตรงตามบทเรียนและหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน 2551	4.89	0.32	มากที่สุด
2. ความยากง่ายของเนื้อหาเหมาะสมกับความสามารถของ นักเรียน	4.09	0.60	มาก
3. การจัดเนื้อหาเหมาะสมกับเวลาเรียน	4.64	0.49	มากที่สุด
<b>เฉลี่ยรวมด้านเนื้อหา</b>	<b>4.54</b>	<b>0.58</b>	<b>มากที่สุด</b>
<b>ด้านกิจกรรมการเรียนรู้</b>			
4. นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมร่วมกัน	4.45	0.63	มาก
5. กิจกรรมการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอนที่สะดวก เข้าใจง่าย	4.55	0.55	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้เข้าใจเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น	4.61	0.54	มากที่สุด
7. นักเรียนได้ฝึกทักษะการเป็นผู้นำ การตัดสินใจ และการ แก้ปัญหา	4.20	0.63	มาก
<b>เฉลี่ยรวมด้านกิจกรรมการเรียนรู้</b>	<b>4.45</b>	<b>0.60</b>	<b>มาก</b>
<b>ด้านครูผู้สอน</b>			
8. ครูชี้แจงกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน	4.77	0.42	มากที่สุด
9. ครูจัดแบ่งกลุ่มนักเรียน โดยละความสามารถอย่าง เหมาะสม	4.52	0.59	มากที่สุด
10. ครูให้คำปรึกษา แนะนำ ดูแลนักเรียนในการเรียนรู้อย่าง ทั่วถึง	4.91	0.29	มากที่สุด
11. ครูกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้	4.77	0.42	มากที่สุด
<b>เฉลี่ยรวมด้านด้านครูผู้สอน</b>	<b>4.74</b>	<b>0.46</b>	<b>มากที่สุด</b>

ตารางที่ 4-4 (ต่อ)

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.	ระดับความพึงพอใจ
<b>ด้านกิจกรรมกลุ่ม</b>			
12. นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน	4.61	0.54	มากที่สุด
13. นักเรียนได้ร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกัน	4.68	0.52	มากที่สุด
14. นักเรียนเกิดความมั่นใจในการเรียนรู้และการตอบคำถาม	4.20	0.63	มาก
15. นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลและเสนอความคิดในการเรียนรู้	4.41	0.62	มาก
16. นักเรียนรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่มเสมอ	4.55	0.59	มากที่สุด
17. นักเรียนกล่าวให้กำลังใจ และชมเชยเพื่อนในกลุ่มและเพื่อนนอกกลุ่มด้วยความจริงใจ	4.48	0.63	มาก
<b>เฉลี่ยรวมด้านกิจกรรมกลุ่ม</b>	<b>4.49</b>	<b>0.60</b>	<b>มาก</b>
<b>ด้านการวัดและประเมินผล</b>			
18. การวัดและประเมินผลครอบคลุมเนื้อหาที่เรียน	4.68	0.56	มากที่สุด
19. มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้กลับไปทบทวนอย่างเหมาะสม	4.80	0.41	มากที่สุด
20. มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4.86	0.41	มากที่สุด
<b>เฉลี่ยรวมด้านการวัดและประเมินผล</b>	<b>4.78</b>	<b>0.47</b>	<b>มากที่สุด</b>
<b>เฉลี่ยรวมทั้งหมด</b>	<b>4.58</b>	<b>0.57</b>	<b>มากที่สุด</b>

จากตารางที่ 4.4 ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย พบว่า

ด้านเนื้อหา มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.54 จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.58 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีระดับความพึงพอใจมากที่สุด

ด้านกิจกรรมการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.45 จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และมี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.60 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีระดับความพึงพอใจมาก

ด้านครูผู้สอนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.74 จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และมี ส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.46 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีระดับความพึงพอใจมากที่สุด

ด้านกิจกรรมกลุ่มมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.49 จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และมี ส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.60 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีระดับความพึงพอใจมาก

ด้านการวัดและประเมินผลมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.78 จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.47 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีระดับความพึงพอใจมากที่สุด

คะแนนเฉลี่ยรวมทั้งหมดมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.58 จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน และมี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.5 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีระดับความพึงพอใจมากที่สุด

แสดงให้เห็นว่าผลการประเมินความพึงพอใจของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการ เรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแกลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัยนักเรียน มีระดับความพึงพอใจมากที่สุดในด้านการวัด และประเมินผล ด้านครูผู้สอน ด้านเนื้อหาตามลำดับ มีระดับความพึงพอใจมากในด้านการรวม กลุ่ม และด้านกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับ และระดับความพึงพอใจโดยรวมมีค่าเฉลี่ย 4.58 จาก คะแนนเต็ม 5 คะแนน ซึ่งอยู่ในระดับความพึงพอใจมากที่สุด

## บทที่ 5

### สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี ในครั้งนี้เป็นการวิจัยทดลองขั้นต้น โดยใช้แผนการทดลองแบบ One-Shot Case Study มุ่งเน้นการวิจัยกับกลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2. เพื่อศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

3. เพื่อศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

4. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 44 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง โดยผู้วิจัยทำการแบ่งกลุ่มนักเรียนโดยใช้เกรดเฉลี่ยเฉพาะรายวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ถึงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 8 รายวิชาและแจ้งให้นักเรียนทราบ โดยจัดแบบละความสามารถกลุ่มละ 4 คน แต่ละกลุ่มจะมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน โดยแบ่งตามวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการ



เรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส และแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ซึ่งผู้วิจัยเป็นครูเอง โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 6 คาบ คาบละ 50 นาที โดยเป็นคาบสอน 4 คาบ และคาบในการทดสอบ 2 คาบ ผู้วิจัยได้ทำการวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัยด้วย

### สรุปผลการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครั้งนี้ มีคุณภาพอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ 4.80 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.452

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย พบว่าการทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.78 คะแนน และเมื่อเปรียบเทียบระหว่างเกณฑ์กับคะแนนสอบหลังเรียน พบว่าคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์คะแนนร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย พบว่าการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้หลังเรียนครั้งที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.78 คะแนน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.419 คะแนน เมื่อผ่านไป 2 สัปดาห์ ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้หลังเรียนครั้งที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.97 คะแนน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.770 คะแนน เมื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนหลังเรียนทั้งสองครั้งพบว่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่าข้อมูลสะท้อนความคงทนทางความรู้ของนักเรียน

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย พบว่าผลการประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ มีระดับความพึงพอใจมากที่สุดในด้านการวัดและประเมินผล ด้านครู ด้านเนื้อหาตามลำดับ มีระดับความพึงพอใจมากในด้านกิจกรรมกลุ่ม และด้านกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับ และระดับความพึงพอใจโดยรวมมีค่าเฉลี่ย 4.58 ซึ่งอยู่ในระดับความพึงพอใจมากที่สุด

## อภิปรายผลการวิจัย

1. ผลการหาคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครั้งนี้ ผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่ามีคุณภาพอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ 4.80 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.45 ทั้งนี้เนื่องจากเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ตรงตามเนื้อหาหลักสูตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยมีการวิเคราะห์ผู้เรียนและจัดกลุ่มนักเรียนแบบละความสามารถกลุ่มละ 4 คน แต่ละกลุ่มจะมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน เพื่อเพิ่มความสนใจในการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้มีกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมและสอดคล้องกับศักยภาพของนักเรียน เน้นทักษะการคิด กระบวนการคิด การปฏิบัติจริง และการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีการวัดผลและประเมินผลสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ทักษะ และเจตคติ โดยผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะให้ผู้วิจัยหาข้อมูลจากแหล่งอื่น มาเสริมเพิ่มเติมจากแบบเรียน โดยเฉพาะประวัตินักคณิตศาสตร์หรือเกร็ดเล็กเกร็ดน้อยเกี่ยวกับแคลคูลัสเพิ่มเติมลงในแผนการจัดการเรียนรู้

2. ผลการเปรียบเทียบความเข้าใจหลังเรียนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 เมื่อผ่านไป 2 สัปดาห์ ผลการทดสอบทั้งสองครั้งเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ผ่านของคะแนนไว้ที่ 14 คะแนน ในเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย พบว่าครั้งที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.78 คะแนนและครั้งที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 14.97 คะแนน ซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าร้อยละ 70 ทั้งสองครั้ง อาจส่งผลมาจากนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย เป็นนักเรียนประจำทุกคน จึงไม่มีปัญหาเรื่องการเดินทาง หรือเสียเวลาไปกับการเดินทาง สภาพสังคมภายในโรงเรียนเอื้อต่อการเรียนการสอน โดยนักเรียนจะเข้าห้องอ่านหนังสือเวลา 19.00 – 21.00 น. นักเรียนมีการทบทวนบทเรียนโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะเมื่อนักเรียนมีเรื่องไม่เข้าใจก็สามารถถามครูได้ในทันทีเนื่องจากครูอยู่ภายในโรงเรียนจึงมีข้อได้เปรียบมากกว่านักเรียนไปกลับ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัย และสอดคล้องกับงานวิจัยของชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549, หน้า 91) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนที่จัดการเรียนการสอนโดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าหลังจากที่นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนที่จัดการเรียนการสอน โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ แล้วทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่

ระดับ .01 และความก้าวหน้าภายหลังการเรียนด้วยชุดการเรียนที่จัดการเรียนการสอนโดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02 จึงสามารถสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าร้อยละ 70

3. ผลการเปรียบเทียบความคงทนหลังการเรียน ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ไม่แตกต่างกันเมื่อระยะเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคงทนทางการเรียนรู้ ทั้งนี้เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองเป็นกลุ่ม มีโอกาสเรียนรู้ร่วมกัน และช่วยเหลือซึ่งกันและกันทำให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนและจำได้นานกว่าที่จะเรียนรู้โดยครูเป็นผู้บอก อีกทั้งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนตั้งวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติอย่างเป็นขั้นตอน มีกรอบและแนวทางในการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ อีกทั้งยังมีการทบทวนความรู้เดิม เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้พื้นฐาน เพื่อนำไปสู่การค้นพบความรู้ใหม่และข้อสรุป ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัย และงานวิจัยของคาร์รอน และมาทีนุก (Carron & Marteniuk, 1970, pp. 239-244) ได้ศึกษางานวิจัย 50 งานวิจัย แบ่งงานวิจัยเป็น 4 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 1 วัน 20 งานวิจัย กลุ่มที่ 2 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 7 วัน 10 งานวิจัย กลุ่มที่ 3 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 10 วัน 10 งานวิจัย และกลุ่มที่ 4 ใช้เวลาติดตามผลหลัง 14 วัน 10 งานวิจัย พบว่าคะแนนของแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกัน โดยที่คะแนนในกลุ่มที่ 4 จะสะท้อนให้เห็นถึงความคงทนทางการเรียนรู้ได้มากกว่ากลุ่มอื่น

และงานวิจัยของดลวรรณ พวงวิภาค (2554, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้และความคงทนเรื่องคำศัพท์ภาษาอังกฤษจากการเรียนด้วยหนังสือนิทานอิเล็กทรอนิกส์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่าความคงทนในการเรียนหลังเรียนไปแล้ว 2 สัปดาห์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนจากหนังสืออิเล็กทรอนิกส์เรื่องคำศัพท์นิทานภาษาอังกฤษกับการเรียนแบบปกติ พบว่าคะแนนความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างจากคะแนนสอบหลังเรียน เฉลี่ยลดลงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

และสอดคล้องกับงานวิจัยสมพงษ์ ศรีพยาด (2553, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดแบบฝึกการเขียนสะกดคำ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่าความคงทนทางการเรียน

ภาษาไทยเรื่องการเขียนสะกดคำ โดยใช้ชุดแบบฝึกการเขียนสะกดคำ นักเรียนมีความคงทนไม่แตกต่างกันเมื่อระยะเวลาผ่านไป 14 วัน

อีกทั้งยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุพัตรา ภูหงษ์สูง (2550, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย ประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ แต่ละกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนและหลังเรียนผ่านไป 14 วัน ไม่แตกต่างกัน แสดงว่านักเรียนมีความคงทนความรู้ได้ทั้งหมด

ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการช่วยกระตุ้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถในระดับที่แตกต่างกันภายในกลุ่ม และความร่วมมือของนักเรียนและครู โดยความสำเร็จเกิดจากการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน กระตุ้นให้นักเรียนยอมรับการเรียนรู้ที่มีคุณค่าอย่างแท้จริง นักเรียนจะเรียนรู้ภายใต้การค้นพบ สามารถสร้างความรู้ความเข้าใจได้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นวิธีที่นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากขึ้นในด้านความคิด ความเข้าใจ และการค้นพบ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง และจดจำได้นาน ทั้งนี้จะช่วยสร้างให้นักเรียนมีโอกาสได้สืบเสาะความรู้ สร้างองค์ความรู้ สร้างได้ด้วยตนเอง เน้นการเชื่อมโยงความรู้มาใช้จริง สร้างการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น สร้างให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อสังคมที่ดีต่อไป

4. ผลการเปรียบเทียบความพึงพอใจที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียน โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย นักเรียนมีความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ มีระดับความพึงพอใจมากที่สุดในด้านการวัดและประเมินผล ด้านครู ด้านเนื้อหา ตามลำดับ มีระดับความพึงพอใจมากในด้านกิจกรรมกลุ่ม และด้านกิจกรรมการเรียนรู้ตามลำดับ และระดับความพึงพอใจโดยรวมมีค่าเฉลี่ย 4.58 ซึ่งอยู่ในระดับความพึงพอใจมากที่สุด ทั้งนี้อาจเกิดจากวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย เป็นการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นลำดับขั้นตอน เรียงจากง่ายไปสู่ยาก ทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดในทุกขั้นตอนทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดี นักเรียนได้ร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ภายในกลุ่มและภายนอกกลุ่ม ทำให้มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนบางคนนี้อาจจะไม่ค่อยสนิทกันมากขึ้น โดยที่การจัดกลุ่มเป็นการรวมระหว่างเด็กเก่ง ปานกลาง และอ่อน ทำให้เด็กเก่งได้ใช้ความสามารถในการสอนเพื่อน ช่วยให้เพื่อนเข้าใจและเกิดความมั่นใจในการเรียนรู้และการตอบคำถาม โดยมีครู

กระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น และครูมีความเข้าใจในตัวเด็กนักเรียน เข้าใจธรรมชาติของเด็กนักเรียนในช่วงวัยนี้ และมีการเอาใจใส่นักเรียนจึงทำให้การสอนไม่น่าเบื่อ นักเรียนเกิดความสุขในการเรียน ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัย และสอดคล้องกับงานวิจัยของ อรรอรุา สุขแปดริ้ว (2555, หน้า 640-641) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียน มัลติมีเดียร่วมกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ที่มีต่อ ผลการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลการเรียนรู้ เรื่อง การบวกและการลบจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียน มัลติมีเดียร่วมกับวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .01 และความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับวิธีการเรียน แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ พบว่า โดยภาพรวมนักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด

และงานวิจัยของ สุพัตรา ภูหงส์สูง (2550, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย ประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยแผนการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย ประกอบการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีความพึงพอใจโดยรวมและเป็น รายด้าน 4 ด้าน คือ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้ และด้านการวัดผลประเมิน อยู่ในระดับมาก

ทั้งนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ชวาลักษณ์ ชมดี (2551, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่อง ผลการพัฒนาการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยและแบบนิรนัย พบว่านักเรียนที่เรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยวิธีสอนแบบอุปนัยและแบบนิรนัย มีความพึงพอใจโดยรวมอยู่ในระดับมาก

จากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของ แคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียน โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ส่งผลให้นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและมองเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ ในสิ่งรอบตัว ทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีความหมายและสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตจริงได้ ทั้งยังช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนตระหนักเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงดีขึ้น และทำให้นักเรียนตระหนักเห็นถึง

ประโยชน์ของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงทั้งทางตรงและทางอ้อม นอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้มีการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกันและกัน และช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คงทนถาวร

### ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะที่จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และการศึกษาค้นคว้าต่อไป

#### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่ควรเร่งที่จะเอาคำตอบจากนักเรียน ควรให้เวลาในการคิดแก่นักเรียน เพราะกระบวนการคิด ที่มา และความเข้าใจย่อมสำคัญกว่าการได้รับคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นครูต้องมีการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมและสอดคล้องกับเวลา

2. การเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีข้อจำกัดในเรื่องการจัดโต๊ะ เก้าอี้ เป็นกลุ่มซึ่งในการเรียนแต่ละชั่วโมงจะเสียเวลาในการจัดโต๊ะ เก้าอี้ ดังนั้นควรมีการประสานกับผู้ที่เกี่ยวข้องในการขอใช้ห้องเรียน

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนกล้าแสดงออก และแสดงความคิดเห็นออกมาแม้ว่าจะเป็นความคิดเห็นที่แตกต่างกัน หรือไม่ถูกต้อง เพื่อนำไปสู่การอภิปรายและการสรุปที่ถูกต้อง

#### ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาวิธีการสอนเพื่อเน้นความเข้าใจ และพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ในหัวข้ออื่น ๆ เช่น ความน่าจะเป็น ตรรกศาสตร์ ลำดับและอนุกรม เป็นต้น

2. ควรมีการเชื่อมโยงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ กับวิชาอื่น หรือชีวิตจริงที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อให้นักเรียนเกิดความตระหนักเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงมากขึ้น

3. ควรเพิ่มสื่อการเรียนการสอนที่กระตุ้นความสนใจให้กับนักเรียนมากยิ่งขึ้น

4. ควรพัฒนาการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้มีความคงทนในการเรียนรู้มากยิ่งขึ้นในทุก ๆ เรื่อง

5. ควรเปรียบเทียบวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัยกับวิธีการเรียนแบบปกติ และวิธีการเรียนในแบบอื่นต่อไป

## บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. (2541). *การศึกษานุคตเป็นรายกรณี*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทร-  
วิโรฒ.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *เอกสารประกอบการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544:  
คู่มือการจัดการ เรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กรุงเทพมหานคร.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม  
กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้า  
และพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2540). *ชุดฝึกการเขียนแผนการสอนให้สอดคล้องกับ  
ต้องการของท้องถิ่น*. กรุงเทพฯ: กรุงเทพมหานคร.
- กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม โรงเรียนสตรีวิทยา. (2554). *โลกศึกษา  
Global Education : GE โรงเรียนมาตรฐานสากล*. กรุงเทพฯ: จามจุรีโปรดักท์.
- กวิยา เนาวประทีป. (2547). *เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แคลคูลัสเบื้องต้น*. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์-  
เซ็นเตอร์.
- เกียรติสุดา ศรีสุข. (2552). *ระเบียบวิธีวิจัย*. เชียงใหม่: โรงพิมพ์ครองช่าง.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน,  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชวลัย ชมดี. (2551). *ผลการพัฒนาการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการหาค่าเฉลี่ย  
เลขคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบอุปนัยและแบบนิรนัย*. วิทยานิพนธ์  
การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัย  
มหาสารคาม.
- ชานนท์ ศรีอ่อนงาม. (2549). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams  
Achievement Division : STAD) เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต,  
สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชุติมา รอดสุด. (2550). *ผลของการเรียนการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อมโนทัศน์ชีววิทยา  
และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย.  
วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์, คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*.

- ณัฐวุฒิ กิจรุ่งเรือง, วัชรินทร์ เสถียรยานนท์ และวัชรินทร์ เชาว์คำรงค์. (2545). *ผู้เรียนเป็นสำคัญและการเขียนแผนจัดการเรียนรู้ของครูมืออาชีพ*. กรุงเทพฯ: สถาพรบุ๊คส์.
- คณาพร พวงวิภาค. (2554). *ผลการเรียนรู้และความคงทนเรื่องคำศัพท์ภาษาอังกฤษจากการเรียนด้วยหนังสือนิทานอิเล็กทรอนิกส์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- คำรงค์ ทิพย์โยธา, ยุวรีย์ พันธุ์กล้า และณัฐธนาถ ไตรภพ. (2555). *แคลคูลัส 1* (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตนา แคมมณี. (2555). *ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 16). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธัญลักษณ์ พงษ์ด้วง. (2556). *ผลการศึกษาคิดเชิงมโนทัศน์ เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีการศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ธีระพันธุ์ สันติเทวกุล. (2545). *แคลคูลัสสามวัน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ธรรมสาร เสาชิงช้า.
- บัญญัติ และนวลศรี ชำนาญกิจ. (2551). *ผลการจัดการเรียนแบบใฝ่รู้ด้วยเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือและการใช้กราฟที่มีต่อพฤติกรรมการเรียนรู้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความพึงพอใจในการเรียนรายวิชาทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์*. นครสวรรค์: ภาควิชาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.
- บุญเชิด ภิญ โญอนันตพงษ์. (2544). *การประเมินการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิดและวิธีการ*. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักงานกฤษฎีกามนตรี.
- บุญเชิด ภิญ โญอนันตพงษ์. (2527). *การทดสอบแบบอิงเกณฑ์: แนวคิดและวิธีการ*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- ประสาท มีเต็ม และช่อฟ้า นิลรัตน์. (2542). *คณิตศาสตร์พื้นฐาน*. สงขลา: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- พนทิพา ทับเที่ยง. (2551). *การ ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) กับการจัดการเรียนแบบร่วมมือแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล (TAI)*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการประถมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.



- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2543). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 8).  
กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบกลางทางการศึกษาและจิตวิทยา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิชัย ละแมนชัย. (2537). *ทำอย่างไรจึงจะเป็นอาจารย์ 3*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ปาภินา วงศ์เลขา. (2552, 7 มกราคม). *การเรียนคณิตศาสตร์ ความจำเป็นที่ไม่ควรมองข้าม*.  
หนังสือพิมพ์เดลินิวส์.
- มนต์ชัย เทียนทอง. (2548). *สถิติและวิธีการวิจัยทาง เทคโนโลยีสารสนเทศ*. กรุงเทพฯ: สถาบัน  
เทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- ขงยุทธ กันไชยศักดิ์. (2545). *การสร้างแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ตามรูปแบบเอส ที  
เอ ดี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. การค้นคว้าแบบอิสระศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต,  
บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- เยาวดี วิบูลย์ศรี. (2548). *การวัดและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่ง  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รุจิรัฐ ภู่อาระ. (2546). *การเขียนแผนการจัดการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: บั๊ก พอยท์.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:  
สุริยาสาน.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ: แอล ที เพรส.
- วิเชียร ไชยบัง. (2554, 18-24 กันยายน). *ทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์*. หนังสือพิมพ์กรุงเทพธุรกิจ.
- วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์. (ม.ป.ป.). *การวัดผลการศึกษา มมส. คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัย  
มหาสารคาม*.
- วิรุพห์ ณ สงขลา. (2542). *เคล็ดคณิตศาสตร์*. นนทบุรี: สหมิตรพรินติ้ง.
- ศักรินทร์ สุวรรณโรจน์และคณะ. (2536). *เส้นทางความก้าวหน้าของข้าราชการครู: คู่มือการจัดทำ  
แผนการสอน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์เอมพันธ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม  
คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร  
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์  
สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์  
(พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: ส. เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่  
ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*.

กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

สมบุญ ดันยะ. (2545). *การประเมินทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

สมพงษ์ ศรีพชาติ. (2553). *การพัฒนาชุดแบบฝึกการเขียนสะกดคำ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนภาษาไทย, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศิลปากร.

สาขาวิทยบริการเฉลิมพระเกียรติ จังหวัดตรัง. (2555). *ความพึงพอใจของนักศึกษาที่มีต่อการให้บริการด้านการจัดการศึกษา มหาวิทยาลัยรามคาแหง สาขาวิทยบริการเฉลิมพระเกียรติ จังหวัดตรัง*. มหาวิทยาลัยรามคาแหง สาขาวิทยบริการเฉลิมพระเกียรติ จังหวัดตรัง.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *สมรรถนะการศึกษาไทยในเวทีสากล พ.ศ.2552*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สารสนเทศทางการศึกษา.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *ตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). *แนวทางการพัฒนาทักษะชีวิต บูรณาการการเรียนการสอน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). *แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาทักษะการคิด ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา ฉบับปรับปรุง*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *การเสริมสร้าง “ทักษะชีวิต” ตามจุดเน้นการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน ระดับประถมศึกษา-มัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *รู้ได้อย่างไรว่าเด็กไทยมีทักษะชีวิต*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

- ลำลี รักสุทธิ. (2544). *เทคนิควิธีการจัดการเรียนการสอนและการเขียนแผนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: พัฒนาศึกษา.
- สุพัตรา ภูหงส์สูง. (2550). *การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย ประกอบการใช้เทคนิค STAD*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2549). *กลยุทธ์การสอนคิดสังเคราะห์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- เสาวภาคย์ เศรษฐศักดิ์ศิริ. (2549). *การศึกษาผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือ เทคนิคกลุ่มแข่งขัน (TGT) และเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการนิเทศ, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- อนันต์ ศรีโสภณ. (2525). *การวัดผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5)*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- อรอุรา สุขแปดริ้ว. (2554). *ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนมัลติมีเดียร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือ เทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ที่มีต่อ ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิชาเทคโนโลยีการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- อ้อยทิพย์ ทองดี. (2544). *แนวการจัดทำแผนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง*. เชียงใหม่: โรงเรียนพร้าววิทยาคม. อัดสำเนา.
- อาตุล จงรักษ์. (2555). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจของนักศึกษาที่เรียนรู้แบบร่วมมือด้วยวิธีแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์วิชาตรรกศาสตร์เชิงคณิตศาสตร์เรื่องการพิสูจน์ความสมเหตุสมผลของข้อโต้แย้ง*. โครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2546). *หลักการสอน*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2540). *หลักการสอน*. กรุงเทพฯ: โอเอส พรินติ้ง เฮาส์.
- อำพล ธรรมเจริญ. (2546). *แคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ ตอนที่ 3*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พิทักษ์การพิมพ์.
- เอกรินทร์ สีมหาศาล. (2545). *กระบวนการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษา แนวคิดสู่ปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: บัญชีพอายท์.

- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009). Characteristics of Effective Teaching of Mathematics: A View from the West. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 147-164.
- Arslan, C., Gocmencelebi, S. I., & Tapan, M. S. (2009). Learning and Reasoning Styles of Pre Service Teachers': Inductive or Deductive Reasoning on Science and Mathematics Related to Their Learning Style. *Science Direct*, 2460-2465.
- Barcenas, D. (2000). The Fundamental Theorem of Calculus for Lebesgue Integral. *Divulgaciones Matematicas*, 8(1), 75-85.
- Carron, A. V., & Marteniuk, R. G. (1970). An Examination of the Selection of Criterion Scores for the Study of Motor Learning and Retention. *Journal of Motor Behavior*, 2(4), 239-244.
- Cheng, H. (2011). A Case Study of Cooperative Learning in Mathematics: Middle School Course Design. *Journal of Mathematics Education*, 4(1), 75-88.
- Dannon, H. V. (2009). The Fundamental Theorem of The Fractional Calculus, and The Meaning of Fractional Derivatives. *Gauge Institute Journal*, 5(1), 1-26.
- Doorman, M., & Maanen, J. V. (2008). A Historical Perspective on Teaching and Learning Calculus. *Australian Senior Mathematics Teacher*, 22(2), 4-14.
- Felder, R. M. (1993). Reaching the Second Tier: Learning and Teaching Styles in College Science Education. *J. College Science Teaching*, 23(5), 286-290.
- Felder, R. M. (1988). Learning and Teaching Styles In Engineering Education. *Engr. Education*, 78(7), 674-681.
- Fyhn, A. B. (2010). Climbing and Angles: A Study of how two Teachers Internalise and Implement the Intentions of a Teaching Experiment. *Montana Council of Teachers of Mathematics & Information Age Publishing*, 7, 275-294.
- Hiengraj, C. (2006). *Role of the Geometer's Sketchpad in Students' Processes of Geometric Conceptual Construction: A Case Study*. Paper presented at the Thailand International Conference on 21<sup>st</sup> Century Information Technology in Mathematics Education, held of Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand.
- Kiat, S. E. (2005). Analysis of Students' Difficulties in Solving Integration Problems. *The Mathematics Educator*, 9(1), 39-59.

- M van Wyk, M. (2012). The Effects of the STAD-Cooperative Learning Method on Student Achievement, Attitude and Motivation in Economics Education. *J Soc Sci*, 33(2), 261-270.
- Majokal, M. I., Dad, M. H., & Mahmood, T. (2013). Student Team Achievement Division (STAD) As An Active Learning Strategy: Empirical Evidence From Mathematics Classroom. *Journal of Education and Sociology*, 52-57.
- Prince, M., & Felder, R. (2007). The Many Faces of Inductive Teaching and Learning. *Journal of College Science Teaching*, 36(5),14-20.
- Prince, M. J., & Felder, R. M. (2006). Inductive Teaching and Learning Methods: Definitions, Comparisons, and Research Bases. *J. Engr. Education*, 95(2), 1–30.
- Reston, E. (2012, 8 July – 15 July). Exploring Inservice Elementary Mathematics Teachers' Conceptions of Probability Through Inductive Teaching and Learning Methods. 12<sup>th</sup> *International Congress on Mathematical Education*, abcde-abcde+3
- Shimazoe, J., & Aldrich, H. (2010). Group work can be gratifying: Understanding and overcoming resistance to cooperative learning. *Coll. Teach.*, 58, 52-57.
- Sokolowski, A., & Rackley, R. (2011). Teaching harmonic motion in trigonometry: Inductive inquiry supported by physics simulations. *Australian Senior Mathematics Journal*, 25(1), 45-53.
- Tran , V. D. (2013). Effects of Student Teams Achievement Division (STAD) on Academic Achievement, and Attitudes of Grade 9th Secondary School Students towards Mathematics. *International Journal of Sciences*, 2, 5-15.
- Witherell, K. (2010). *Communication of Mathematics Within Cooperative Learning Groups*. In partial fulfillment of the MAT Degree, Department of Mathematics, University of Nebraska-Lincoln.
- Yang, E. F. Y., Liao, C. C. Y., Ching, E., Chang, T., & Chan, T. W. (2010). The Effectiveness of Inductive Discovery Learning in 1: 1 Mathematics Classroom. In *Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference on Computers in Education*. Putrajaya, Malaysia: Asia-Pacific Society for Computers in Education (pp.743-747).
- Zakaria, E., Chin, L. C., & Daud, M. Y. (2010). The Effects of Cooperative Learning on Students' Mathematics Achievement and Attitude towards Mathematics. *Journal of Social Sciences*, 6(2), 272-275.

ภาคผนวก

### ภาคผนวก ก

#### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย และผลการวิเคราะห์

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 แผน โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน
3. ผลการวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แคลคูลัสเบื้องต้น

เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

คาบที่ 1-2 เวลา 100 นาที

สอนวันที่ .....

#### ผลการเรียนรู้

หาปริพันธ์จำกัดเขตของฟังก์ชันบนช่วงที่กำหนดให้ และหาพื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งบนช่วงที่กำหนดให้ได้

#### สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

การหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรงและกราฟพาราโบลาด้วยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ โดยการใช้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  เมื่อ  $S_n = \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หา  $S_n$  ในรูปของ  $\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$  ได้
2. หาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟได้

ด้านทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. ในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
4. ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนเป็นผู้ที่

1. มีความรับผิดชอบ
2. ตรงต่อเวลา
3. มีระเบียบวินัย

#### สาระการเรียนรู้

การหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง และกราฟพาราโบลา



## การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (15 นาที)

1) ครูทำการแบ่งกลุ่มนักเรียนโดยดูจากเกรดเฉลี่ยเฉพาะรายวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ถึงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 8 รายวิชาแล้วเรียงลำดับนักเรียนจากคะแนนสูงสุดไปต่ำสุดโดยจัดแบบความสามารถกลุ่มละ 4 คน แต่ละกลุ่มจะมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน โดยแบ่งตามวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ 11 กลุ่ม และแจ้งให้นักเรียนทราบ (อาตุลย์ จงรักษ์, 2555, หน้า 32-34, วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์, ม.ป.ป., หน้า 32, อรุมา สุขแปดริ้ว, 2555, หน้า 645-646) ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกดังนี้

กลุ่ม A ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 1, 22, 23, 44

กลุ่ม B ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 2, 21, 24, 43

กลุ่ม C ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 3, 20, 25, 42

กลุ่ม D ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 4, 19, 26, 41

กลุ่ม E ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 5, 18, 27, 40

กลุ่ม F ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 6, 17, 28, 39

กลุ่ม G ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 7, 16, 29, 38

กลุ่ม H ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 8, 15, 30, 37

กลุ่ม I ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 9, 14, 31, 36

กลุ่ม J ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 10, 13, 32, 35

กลุ่ม K ประกอบด้วยสมาชิกอันดับที่ 11, 12, 33, 34

2) ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มตามที่ครูได้จัดให้ และช่วยกันคิดชื่อกลุ่ม

3) ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยการใช้คำถาม

- ลักษณะของกราฟเส้นตรงเป็นอย่างไร นักเรียนคนใดสามารถอธิบายให้ครูและเพื่อนฟังได้บ้าง (กราฟเส้นตรงมีรูปร่างมาตรฐาน คือ  $y = mx + c$  โดยที่เลขชี้กำลังของ  $x, y$  เป็น 1 และ  $x, y$  ต้องไม่เป็น 0 พร้อมกัน โดยที่  $m$  คือความชัน เมื่อ  $m > 0$  เส้นตรงจะทำมุมแหลมกับแกน  $x$  ทางด้านบวก และ เมื่อ  $m < 0$  เส้นตรงจะทำมุมป้านกับแกน  $x$  ทางด้านบวก) หรือ (กราฟเส้นตรงมีรูปทั่วไป คือ  $Ax + By + C = 0$  โดยที่เลขชี้กำลังของ  $x, y$  เป็น 1 และ  $x, y$  ต้องไม่เป็น 0 พร้อมกัน โดยที่  $-\frac{A}{B}$  คือความชัน เมื่อ  $-\frac{A}{B} > 0$  เส้นตรงจะทำมุมแหลมกับแกน  $x$  ทางด้านบวก และ เมื่อ  $-\frac{A}{B} < 0$  เส้นตรงจะทำมุมป้านกับแกน  $x$  ทางด้านบวก)

- นักเรียนคนใดวาดกราฟเส้นตรงได้บ้าง (นักเรียนบางคนอาจยกมือ)
- การที่นักเรียนจะวาดกราฟเส้นตรงได้นักเรียนต้องรู้ส่วนประกอบใดของกราฟบ้าง (จุดตัดแกน x และจุดตัดแกน y), แทนค่า x ด้วยตัวเลขแล้วหาค่า y จะได้ (x, y) แล้วนำไปลงจุดแล้ววาดกราฟเส้นตรงต่อไป ถ้านักเรียนให้คำตอบนี้ครูควรชี้แจงว่าสามารถทำได้ แต่อาจจะช้าและเสียเวลาซึ่งไม่เหมาะกับการวาดกราฟในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย)
- ในการหาจุดตัดแกน x และจุดตัดแกน y มีวิธีการอย่างไร (เมื่อเราต้องการหาจุดตัดแกน x เราจะให้ y เป็น 0 เมื่อเราต้องการหาจุดตัดแกน y เราจะให้ x เป็น 0)

4) ครูสาธิตการวาดกราฟตามที่นักเรียนได้ตอบคำถามครูไว้ เช่น  $y = 2x + 4$

หาจุดตัดแกน x ให้  $y = 0$

$$\text{จาก } y = 2x + 4$$

$$0 = 2x + 4$$

$$-\frac{4}{2} = x$$

$$-2 = x$$

∴ จุดตัดแกน x คือ  $(-2, 0)$

หาจุดตัดแกน y ให้  $x = 0$

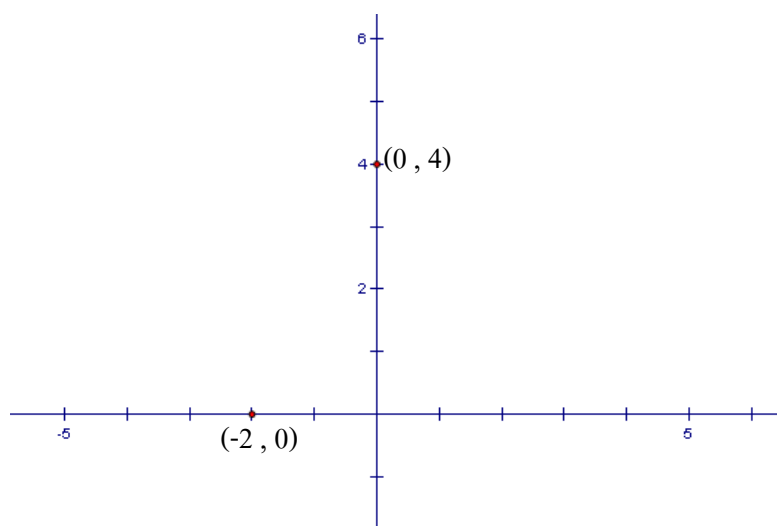
$$\text{จาก } y = 2x + 4$$

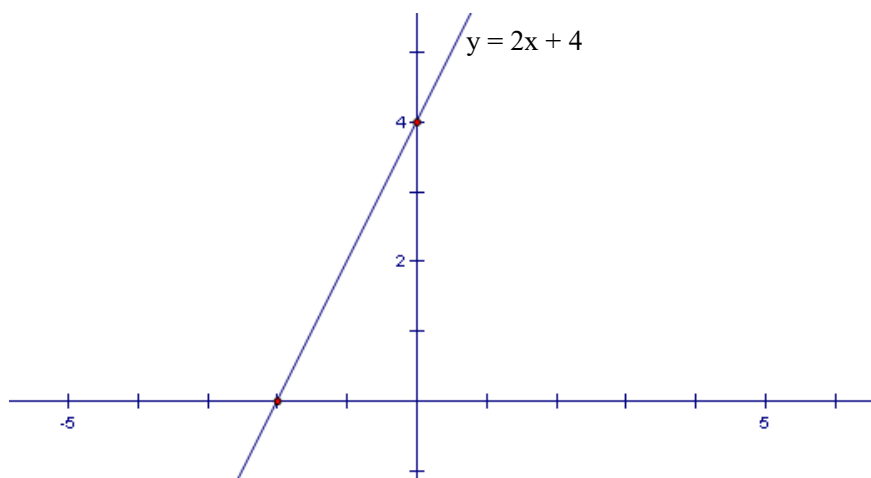
$$y = 2(0) + 4$$

$$y = 0 + 4$$

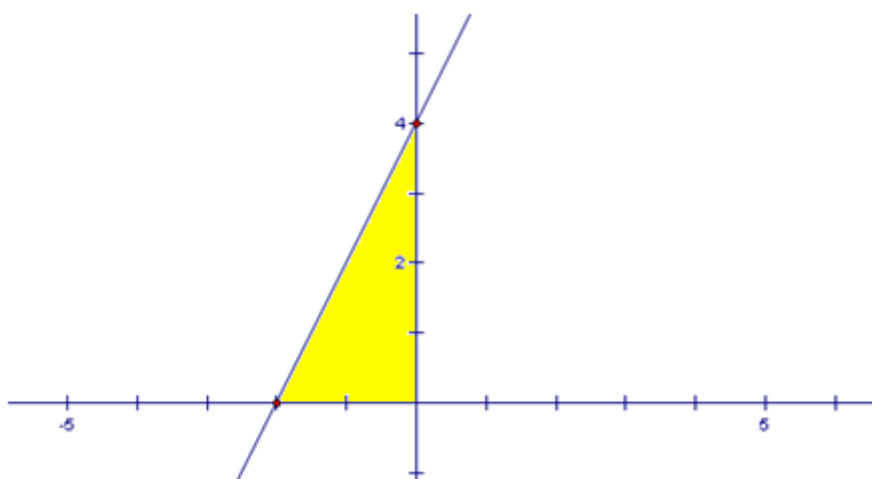
$$y = 4$$

∴ จุดตัดแกน y คือ  $(0, 4)$





5) ครูเริ่มตั้งคำถาม หากนักเรียนต้องการพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = 2x + 4$  แกน  $x$  และแกน  $y$  จะมีวิธีการหาพื้นที่อย่างไร (ใช้สูตรการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมคือ  $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$ ) ครูอาจให้นักเรียนคนที่ตอบออกมานำเสนอวิธีคิดให้เพื่อนฟังหน้าชั้นเรียน



วิธีทำ ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

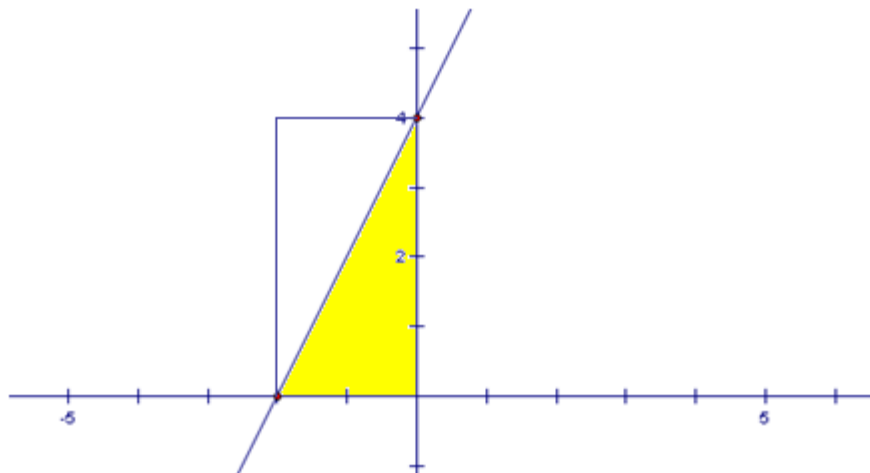
$$A = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$A = \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$A = 4$$

ดังนั้น พื้นที่แรเงามีค่าเท่ากับ 4 ตารางหน่วย ตอบ

6) ครูเริ่มตั้งคำถาม หากนักเรียนต้องการหาพื้นที่แรงแดงกล่าวโดยที่ได้พื้นที่เท่าเดิม แต่ไม่ซ้ำกับเพื่อนนักเรียนสามารถทำได้หรือไม่ อย่างไร (ได้โดยวิธีสร้างเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าแล้วหักออกครึ่งหนึ่ง) ครูอาจให้นักเรียนคนที่ตอบออกมานำเสนอวิธีคิดให้เพื่อนฟังหน้าชั้นเรียน



วิธีทำ ให้พื้นที่แรงแทนด้วย A

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว}$$

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า} = 2 \times 4$$

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า} = 8$$

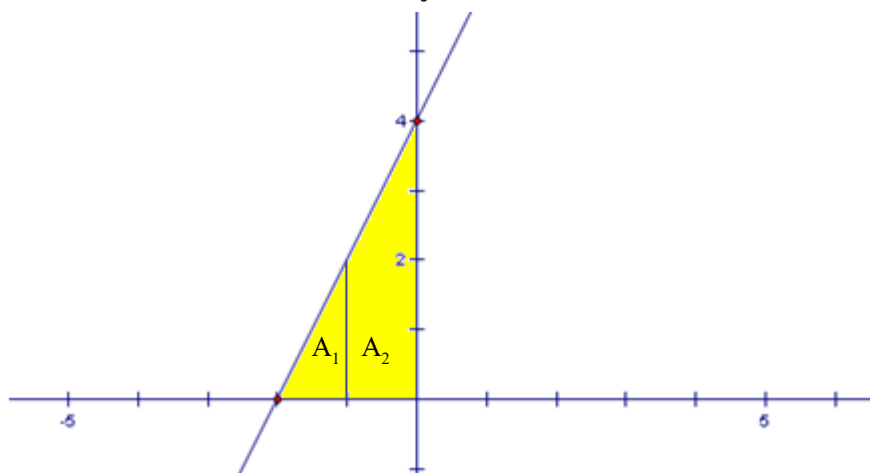
แต่พื้นที่แรงแที่ต้องการเป็นเพียงครึ่งหนึ่งของพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$A = \frac{8}{2}$$

$$A = 4$$

ดังนั้น พื้นที่แรงแมีค่าเท่ากับ 4 ตารางหน่วย ตอบ

7) ครูเริ่มตั้งคำถาม นักเรียนคิดว่านอกเหนือจากที่เพื่อนทั้ง 2 คนได้นำเสนอวิธีการหาพื้นที่แรงแดงกล่าวว่ามีวิธีคิดเหลืออยู่อีกหรือไม่อย่างไร (มีอาจใช้การแบ่งรูปให้เล็กลง)



วิธีทำ ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}\right)$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right) + \left(\frac{1}{2} \times (2+4) \times 1\right)$$

$$A = 1 + 3$$

$$A = 4$$

ดังนั้น พื้นที่แรเงามีค่าเท่ากับ 4 ตารางหน่วย ตอบ

8) ครูใช้คำถาม นักเรียนคิดว่านอกเหนือจากที่เพื่อนทั้ง 3 คน ได้นำเสนอวิธีการหาพื้นที่แรเงาดังกล่าวนักเรียนว่ายังมีวิธีคิดเหลืออยู่อีกหรือไม่อย่างไร (นักเรียนทุกคนเริ่มมีคำตอบเป็นของตนเองและมีคำตอบที่หลากหลาย) ครูบอกนักเรียนว่าให้นักเรียนเก็บวิธีคิดไว้ในใจแล้วเดี๋ยวเราจะเริ่มทำกิจกรรมกันต่อ

### ขั้นกระบวนการเรียนรู้ (75 นาที)

1) ครูแจกกระดาษให้นักเรียนกลุ่มละ 10 แผ่น พร้อมชี้แจงว่าต่อไปนี่ครูจะให้สมการเส้นตรงสมการหนึ่ง แล้วให้นักเรียนภายในกลุ่มจำนวน 4 คน ช่วยกันคิดหาพื้นที่แรเงาดังตัวอย่างข้างต้นให้ได้มากที่สุดและถูกต้อง โดยครูจะกำหนดเวลาไว้ 15 นาที และเมื่อนักเรียนกลุ่มใดหรือนักเรียนคนใดมีปัญหาข้อสงสัยหรือความไม่เข้าใจให้ยกมือขึ้นแล้วครูจะเป็นผู้ช่วยเหลือหรือแนะนำเพิ่มเติม

2) เมื่อแต่ละกลุ่มได้กระดาษครบแล้วครูจึงเขียนบนกระดานดังนี้

โจทย์ จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 3x + 3$  จาก  $x = 0$  ถึง  $x = 2$  และ  $y = 0$

3) ครูเริ่มจับเวลา เมื่อนักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มครูจะต้องเดินดูนักเรียนทุกกลุ่ม เพื่อนักเรียนมีปัญหาข้อซักถาม

4) เมื่อหมดเวลาครูให้แต่ละกลุ่มคัดวิธีของตนเองที่ดีที่สุดและคิดว่าไม่ซ้ำกลุ่มอื่นแล้วส่งตัวแทนออกมานำเสนอหน้าชั้นจนครบ 11 กลุ่ม โดยใช้เวลาประมาณ 10 นาที  
วิธีทำของนักเรียนอาจมีหลายวิธีในที่นี้จะเสนอ 5 วิธี

จากสมการเส้นตรง  $y = 3x + 3$  สามารถหาจุดตัดแกน x และหาจุดตัดแกน y ดังนี้

$$\text{หาจุดตัดแกน } x \text{ ให้ } y = 0$$

$$\text{หาจุดตัดแกน } y \text{ ให้ } x = 0$$

$$\text{จาก } y = 3x + 3$$

$$\text{จาก } y = 3x + 3$$

$$0 = 3x + 3$$

$$-\frac{3}{3} = x$$

$$-1 = x$$

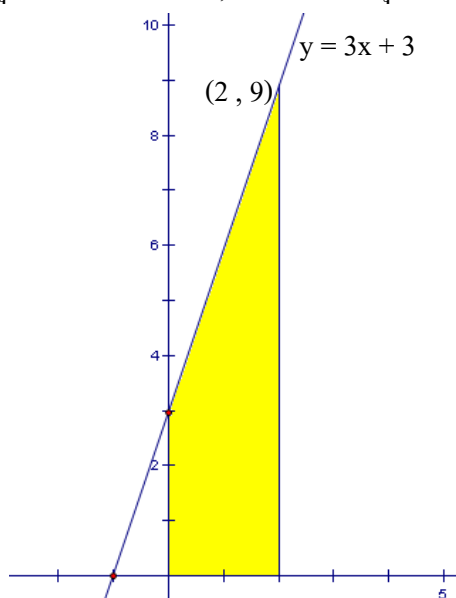
$$y = 3(0) + 3$$

$$y = 0 + 3$$

$$y = 3$$

∴ จุดตัดแกน x คือ  $(-1, 0)$

∴ จุดตัดแกน y คือ  $(0, 3)$



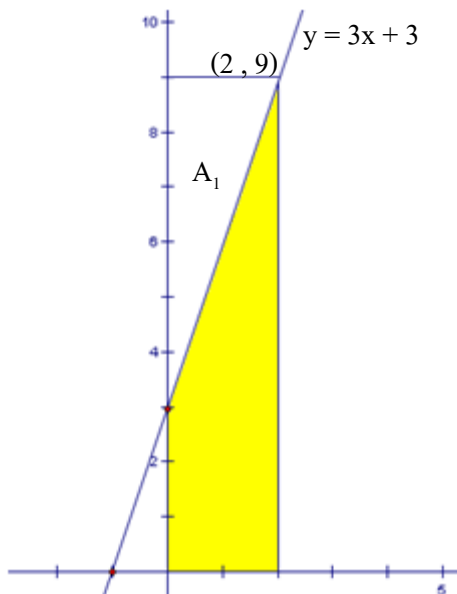
วิธีทำที่ 1 ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

$$A = \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}$$

$$A = \frac{1}{2} \times (3+9) \times 2$$

$$A = 12$$

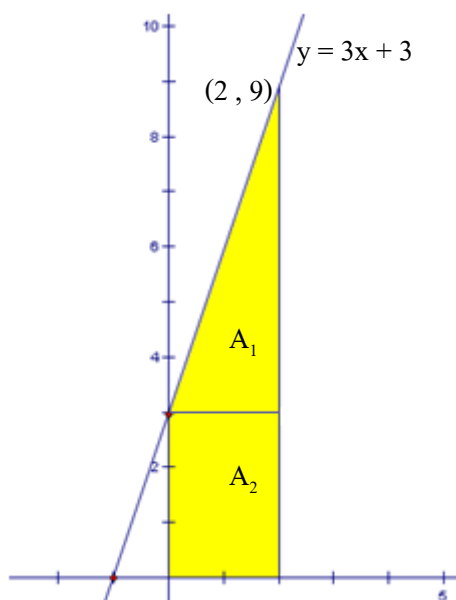
ดังนั้น พื้นที่แรเงามีค่าเท่ากับ 12 ตารางหน่วย ตอบ



วิธีทำที่ 2 ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

$$\begin{aligned} A &= \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} - A_1 \\ A &= (\text{กว้าง} \times \text{ยาว}) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}\right) \\ A &= (2 \times 9) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6\right) \\ A &= 18 - 6 \\ A &= 12 \end{aligned}$$

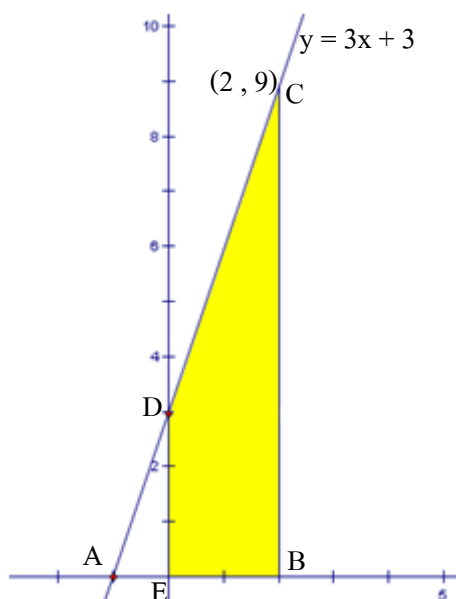
ดังนั้น พื้นที่แรเงามีค่าเท่ากับ 12 ตารางหน่วย ตอบ



วิธีทำที่ 3 ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 \\ A &= \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}\right) + (\text{กว้าง} \times \text{ยาว}) \\ A &= \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6\right) + (2 \times 3) \\ A &= 6 + 6 \\ A &= 12 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่แรเงามีค่าเท่ากับ 12 ตารางหน่วย ตอบ



วิธีทำที่ 4 ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

$$A = \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ABC - \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } AED$$

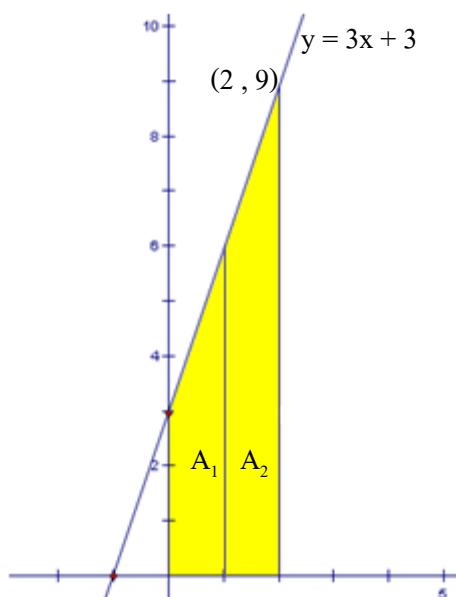
$$A = \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}\right) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}\right)$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 9\right) - \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 3\right)$$

$$A = 13.5 - 1.5$$

$$A = 12$$

ดังนั้น พื้นที่แรเงามีค่าเท่ากับ 12 ตารางหน่วย ตอบ





วิธีทำที่ 5 ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}\right)$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \times (3 + 6) \times 1\right) + \left(\frac{1}{2} \times (6 + 9) \times 1\right)$$

$$A = 4.5 + 7.5$$

$$A = 12$$

ดังนั้น พื้นที่แรเงามีค่าเท่ากับ 12 ตารางหน่วย ตอบ

5) นักเรียนกับครูช่วยกันสรุปให้ได้ว่าทุกสมการเส้นตรงใด ๆ สามารถหาพื้นที่แรเงาได้จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตทั่วไปไม่ว่าจะหาโดยตรงหรือการแบ่งรูปแบบใดก็ตาม

6) ครูใช้คำถาม ดังนี้

- ลักษณะของกราฟพาราโบลาเป็นอย่างไร นักเรียนคนใดสามารถอธิบายให้ครูและเพื่อนฟังได้บ้าง (กราฟพาราโบลาที่มีรูปมาตรฐาน คือ  $y = ax^2 + bx + c$  โดยที่สัมประสิทธิ์หน้า  $x^2$  ต้องไม่เป็น 0 โดยที่  $a > 0$  จะเป็นพาราโบลาหงาย และ เมื่อ  $a < 0$  จะเป็นพาราโบลาคว่ำ)

- นักเรียนคนใดวาดกราฟพาราโบลาได้บ้าง (นักเรียนบางคนอาจยกมือ)

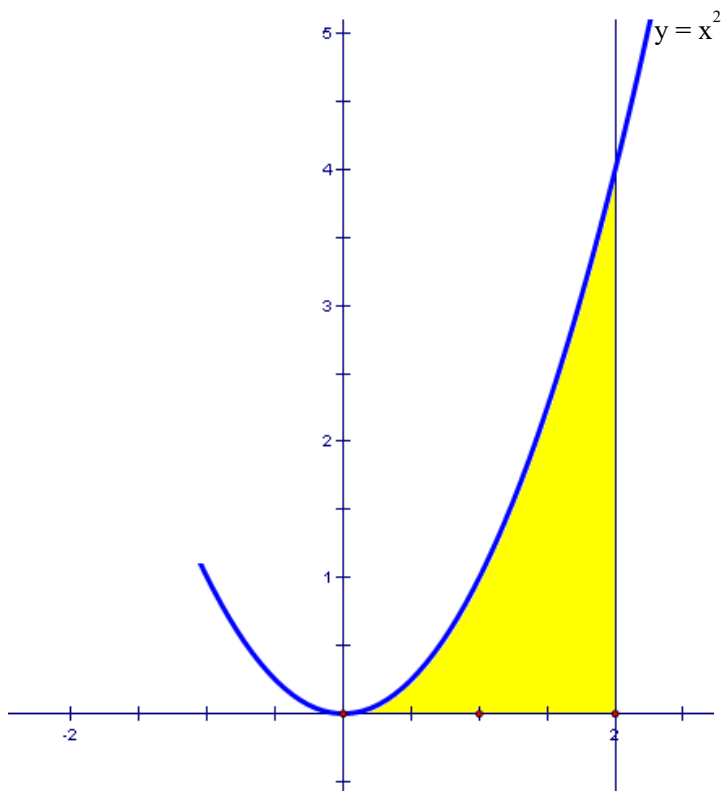
- การที่นักเรียนจะวาดกราฟพาราโบลาได้นักเรียนต้องรู้ส่วนประกอบใดของกราฟบ้าง (จุดยอด จุดตัดแกน x และจุดตัดแกน y), (แทนค่า x ด้วยตัวเลขแล้วหาค่า y จะได้ (x, y) แล้วนำไปลงจุดบนกราฟแล้ววาดกราฟพาราโบลาต่อไป ถ้านักเรียนให้คำตอบนี้ครูควรชี้แจงว่าสามารถทำได้ แต่อาจจะช้าและเสียเวลาซึ่งไม่เหมาะกับการวาดกราฟในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย)

- ในการหาจุดยอดมีวิธีการอย่างไร (เมื่อ  $y = ax^2 + bx + c$  จุดยอดของพาราโบลาหาได้จาก  $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ )

- ในการหาจุดตัดแกน x และจุดตัดแกน y มีวิธีการอย่างไร (เมื่อเราต้องการหาจุดตัดแกน x เราจะให้ y เป็น 0 เมื่อเราต้องการหาจุดตัดแกน y เราจะให้ x เป็น 0)

7) จากนั้นครูให้โจทย์ เพื่อให้ให้นักเรียนได้เริ่มคิดหาพื้นที่ที่แรเงา

โจทย์ จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  แกน x และเส้นตรง  $x = 2$



8) เมื่อนักเรียนเห็นกราฟแล้วครูเริ่มใช้คำถาม

- นักเรียนคิดว่านักเรียนมีสูตรที่จะใช้การหาพื้นที่แรเงานี้หรือไม่ (ไม่มี)
- นักเรียนคิดว่าเมื่อไม่มีสูตรที่จะหาพื้นที่แรเงานี้ได้แบบถูกต้อง แล้วนักเรียนคิดว่า

นักเรียนสามารถหาพื้นที่โดยประมาณหรือใกล้เคียงได้หรือไม่ (ได้) โดยครูแนะนำว่านักเรียนอาจจะแบ่งรูปหรือไม่ก็ได้ในการหาคำตอบดังกล่าวกิจกรรมที่ทำแล้วในการหาพื้นที่แรเงาในเส้นตรง ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดภายในกลุ่มประมาณ 5 นาที แล้วครูถามหาคำตอบ ครูจดคำตอบของนักเรียนทุกกลุ่มไว้บนกระดาน แล้วบอกว่าเราจะเริ่มทำกิจกรรมต่อไปแล้วเราจะรู้คำตอบเองว่ากลุ่มใดใกล้เคียงความเป็นจริงที่สุดและถูกต้อง

9) ให้นักเรียนสังเกตกราฟแล้วครูเริ่มอธิบายว่า “เนื่องจากการหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟพาราโบลาไม่มีสูตร โดยตรงที่ใช้ในการหาพื้นที่ของอาณาบริเวณที่แรเงา จึงจะทำการประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวด้วยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ หลายรูปที่ให้อาณาบริเวณใกล้เคียงกับอาณาบริเวณที่กำหนด เริ่มจากการแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็นช่วงย่อยโดยที่แต่ละช่วงมีความกว้างเท่า ๆ กัน ต่อจากนั้นสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากบนแต่ละช่วงย่อย โดยมีช่วงย่อยเป็นฐานของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และมีส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่จุดใดจุดหนึ่งบนช่วงย่อยนั้น”

10) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2.1 ให้นักเรียนทุกคนในชั้นเรียน

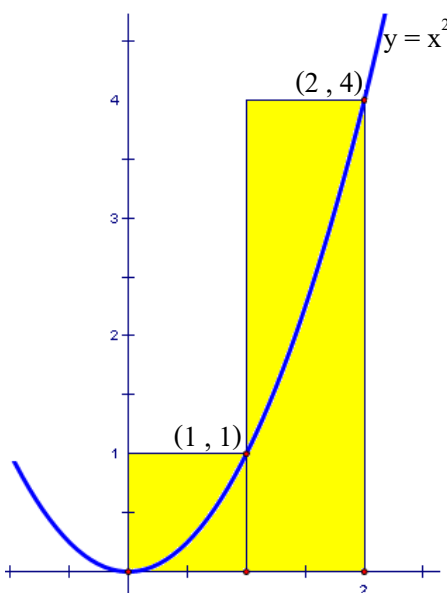
11) ให้นักเรียนแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็น 2 ช่วงย่อย แล้วรู้ใช้คำถามดังนี้

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 1$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 1$ )
- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 2$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 4$ )
- นักเรียนสามารถหาหาพื้นที่โดยประมาณได้เท่าไรให้นักเรียนปรึกษาเพื่อนและ

ช่วยกันคิดในกลุ่มได้ (5 ตารางหน่วย)

- นักเรียนสังเกตพื้นที่ที่ได้ นักเรียนคิดว่าพื้นที่เกินความเป็นจริงหรือไม่ (เกิน)
- เมื่อพื้นที่เกินความเป็นจริง นักเรียนคิดว่านักเรียนจะอย่างไรให้พื้นที่ส่วนที่

เกินลดลง (ลองแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  เพิ่มขึ้น)



วิธีทำ ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย  $A$

$$A_{\text{ประมาณ}} = 1(1) + 1(4)$$

$$A_{\text{ประมาณ}} = 1 + 4$$

$$A_{\text{ประมาณ}} = 5$$

ดังนั้น พื้นที่แรเงาโดยประมาณ คือ 5 ตารางหน่วย ตอบ

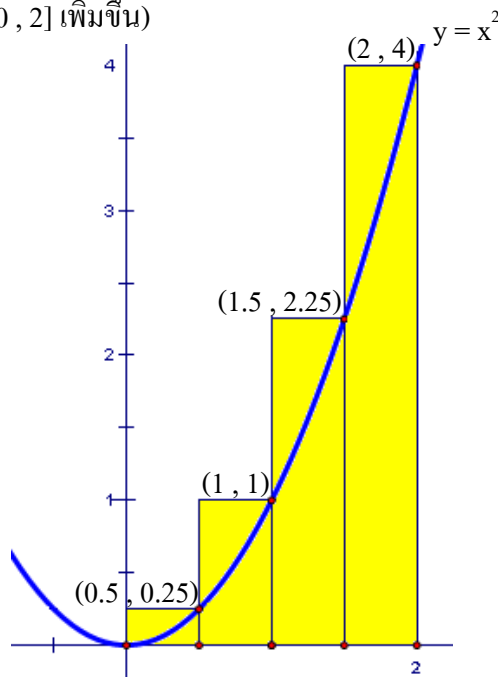
12) ให้นักเรียนแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อย แล้วครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมที่ 2.1 หลังจากนั้นอาจแล้วครูใช้คำถามดังนี้

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 0.5$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 0.25$ )
- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 1$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 1$ )
- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 1.5$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 2.25$ )
- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 2$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 4$ )

- นักเรียนสามารถหาพื้นที่โดยประมาณได้เท่าไรให้นักเรียนปรึกษาเพื่อนและช่วยกันคิดในกลุ่มได้ (3.75 ตารางหน่วย)

- นักเรียนสังเกตพื้นที่ที่ได้ นักเรียนคิดว่าพื้นที่เกินความเป็นจริงหรือไม่ (เกิน)

- เมื่อพื้นที่เกินความเป็นจริง นักเรียนคิดว่านักเรียนจะอย่างไรให้พื้นที่ส่วนที่เกินลดลง (ลองแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  เพิ่มขึ้น)



วิธีทำ ให้พื้นที่เรขาคณิตด้วย A

$$A_{\text{ประมาณ}} = (0.5)(0.25) + (0.5)(1) + (0.5)(2.25) + (0.5)(4)$$

$$A_{\text{ประมาณ}} = 0.125 + 0.5 + 1.125 + 2$$

$$A_{\text{ประมาณ}} = 3.75$$

ดังนั้น พื้นที่เรขาคณิตโดยประมาณ คือ 3.75 ตารางหน่วย ตอบ

13) ให้นักเรียนแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็น 8 ช่วงย่อย แล้วครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมที่ 2.1 หลังจากนั้นอาจใช้คำถามดังนี้

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 0.25$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 0.0625$ )

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 0.5$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 0.25$ )

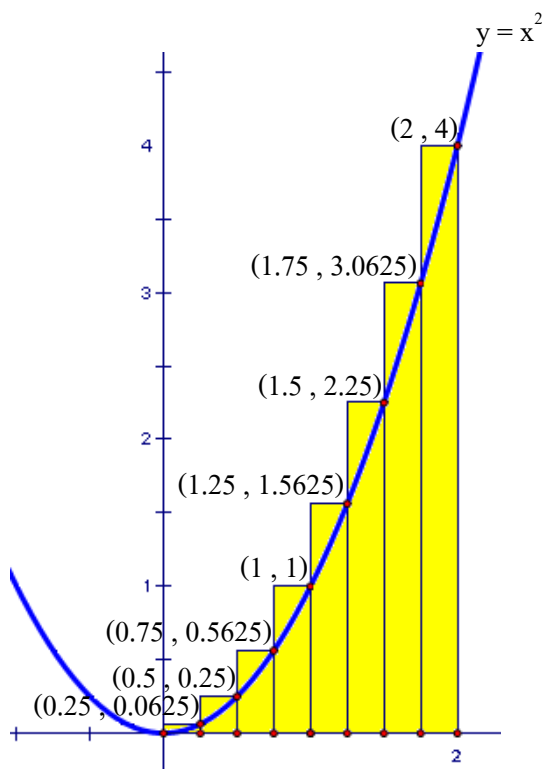
- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 0.75$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 0.5625$ )

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 1$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 1$ )

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 1.25$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 1.5625$ )

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 1.5$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 2.25$ )

- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 1.75$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 3.0625$ )
- นักเรียนคิดว่าเมื่อ  $x = 2$  จะได้  $y$  เท่าไร (ได้  $y = 4$ )
- นักเรียนสามารถหาหาพื้นที่โดยประมาณได้เท่าไรให้นักเรียนปรึกษาเพื่อนและช่วยกันคิดในกลุ่มได้ (3.1875 ตารางหน่วย)
- นักเรียนสังเกตพื้นที่ที่ได้ นักเรียนคิดว่าพื้นที่เกินความเป็นจริงหรือไม่ (เกิน)
- เมื่อพื้นที่เกินความเป็นจริง นักเรียนคิดว่านักเรียนจะอย่างไรให้พื้นที่ส่วนที่เกินลดลง (ลองแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  เพิ่มขึ้น)
- นักเรียนคิดว่านักเรียนจะทำการแบ่งต่อหรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่เพราะช่องยิ่งเล็กยิ่งทำให้การคิดเลขยากตามไปด้วย)
- นักเรียนคิดว่าการแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  เพิ่มขึ้นเรื่อย จาก 2 ช่วงย่อย เป็น 4 ช่วงย่อย และ 8 ช่วงย่อย นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นอย่างไร (ยิ่งแบ่งช่วงย่อยมากขึ้นเท่าใดคำตอบยิ่งเข้าใกล้ความจริงมากเท่านั้น)
- นักเรียนคิดว่าการแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ควรแบ่งกี่ช่วงย่อยจึงจะได้พื้นที่จริง (มากที่สุด, เยอะที่สุด,  $\infty$  ช่วง)



วิธีทำ ให้พื้นที่แรเงาแทนด้วย A

$$A_{\text{ประมาณ}} = (0.25)(0.0625) + (0.25)(0.25) + (0.25)(0.5625) + (0.25)(1) + (0.25)(1.5625) + (0.25)(2.25) + (0.25)(3.0625) + (0.25)(4)$$

$$A_{\text{ประมาณ}} = 0.015625 + 0.0625 + 0.140625 + 0.25 + \\ 0.390625 + 0.5625 + 0.765625 + 1$$

$$A_{\text{ประมาณ}} = 3.1875$$

ดังนั้น พื้นที่เรขาคณิตโดยประมาณ คือ 3.1875 ตารางหน่วย ตอบ

14) ครูเริ่มอธิบายว่าโดยทั่วไป ถ้าแบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อยจะต้องแบ่งออกเป็นแต่ละช่วงที่กว้างเท่า ๆ กัน และครูทำการทบทวนดังนี้

$$\sum_{i=1}^n c = nc \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$\sum_{i=1}^n ca_i = c \sum_{i=1}^n a_i \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว}$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i - b_i) = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{i=1}^n b_i$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

เนื่องจากนักเรียนต้องนำไปใช้ในการหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

โจทย์ จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$

วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = x^2$

$$= \frac{2}{n} \left(\frac{2}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} \left(\frac{6}{n}\right)^2 + \dots + \frac{2}{n} \left(\frac{2n}{n}\right)^2$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left(\frac{2k}{n}\right)^2$$

$$= \frac{8}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2$$

$$= \frac{8}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$$

$$\text{นั่นคือ } S_n = \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} \right)$$

เมื่อพิจารณาแล้วเราต้องการพื้นที่ใกล้เคียงความจริงมากที่สุด เราจึงต้องแบ่งช่วงให้มากที่สุด

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} \right) = \frac{8}{3} \approx 2.67$$

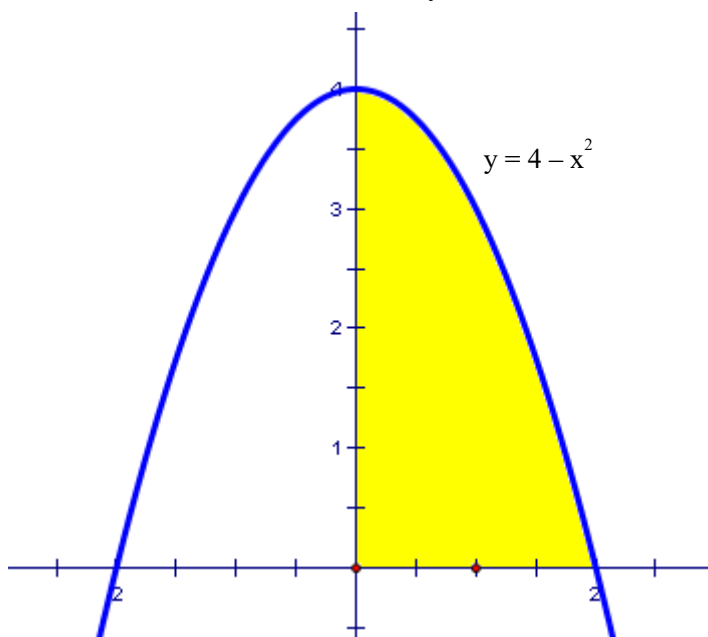
ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{8}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

15) ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2.1 ข้อ 2 โดยมีโจทย์คือจงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 2$  และเส้นตรง  $y = 0$  โดยนักเรียนสามารถปรึกษาอภิปรายซักถามเพื่อนภายในกลุ่มได้ และศึกษาตัวอย่างจากข้อที่ผ่านมา โดยครูใช้เวลาประมาณ 10 นาที และครูเป็นผู้ช่วยเหลือหากมีนักเรียนคนใดสงสัย หรือต้องการคำอธิบายเพิ่มเติม

16) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยกิจกรรมที่ 2.1 ข้อ 2 โดยใช้เวลาประมาณ 10 นาที โจทย์คือจงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 2$  และเส้นตรง  $y = 0$  โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนดังนี้

- กลุ่มใดวาดกราฟได้บ้างให้ส่งตัวแทนออกมาวาดกราฟให้เพื่อน ๆ ดู (นักเรียนจะออกมาวาดกราฟ ครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง)
- นักเรียนคิดว่าช่วงปิดในข้อนี้ที่โจทย์ต้องการคือช่วงใด (ช่วงปิด  $[0, 2]$ )
- นักเรียนหาค่า  $\Delta x$  ได้เท่าไร ( $\frac{2}{n}$ )
- นักเรียนกลุ่มใดสามารถออกมาเฉลยให้เพื่อน ดูได้บ้าง (นักเรียนจะออกมาเฉลย ครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติม หากไม่มีนักเรียนออกมาเฉลยครูจะถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อไป)

โจทย์ จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  กับแกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 2$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

ดังนั้น  $S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$

จาก  $f(x) = 4 - x^2$

$$= \frac{2}{n} \left\{ 4 - \left(\frac{2}{n}\right)^2 \right\} + \frac{2}{n} \left\{ 4 - \left(\frac{4}{n}\right)^2 \right\} + \frac{2}{n} \left\{ 4 - \left(\frac{6}{n}\right)^2 \right\} + \dots + \frac{2}{n} \left\{ 4 - \left(\frac{2n}{n}\right)^2 \right\}$$



$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left[ 4 - \left( \frac{2k}{n} \right)^2 \right] \\
&= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{8}{n} - \frac{8k^2}{n^3} \right] \\
&= \sum_{k=1}^n \frac{8}{n} - \sum_{k=1}^n \frac{8k^2}{n^3} \\
&= \frac{8}{n}(n) - \frac{8}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= 8 - \frac{8}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \\
&= 8 - \frac{8}{n^2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{6} \right) \\
&= 8 - \frac{8}{6} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = 8 - \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 8 - \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right] = 8 - \frac{8}{3}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{16}{3}$  ตารางหน่วย

ตอบ

17) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.1 เป็นการบ้าน (ส่งในวันถัดไปหลังเข้าแถวเคารพธงชาติ)

**ขั้นสรุป (10 นาที)**

1) นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 2.1 จำนวน 1 ข้อ (10 นาที ส่งท้ายคาบเรียน)

**สื่อ / แหล่งการเรียนรู้**

1. ห้องสมุดคณิตศาสตร์โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย
2. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 6
3. ใบกิจกรรมที่ 2.1
4. แบบทดสอบย่อยที่ 2.1
5. แบบฝึกหัดที่ 2.1

## การวัดผลและการประเมินผล (วิธีการ/เครื่องมือ/เกณฑ์)

### 1. วิธีการวัดผล

1.1 การทำแบบทดสอบย่อยที่ 2.1

1.2 การทำแบบฝึกหัดที่ 2.1

### 2. เครื่องมือที่ใช้วัดผล

2.1 แบบทดสอบย่อยที่ 2.1

2.2 แบบฝึกหัดที่ 2.1

### 3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ทำแบบทดสอบย่อยที่ 2.1 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70% (7 คะแนนขึ้นไป) ถ้าไม่ผ่านเกณฑ์ต้องปรับปรุงแก้ไข โดยครูสอนทบทวนเพิ่มเติมแล้วทำการทดสอบย่อยใหม่

3.2 ทำแบบฝึกหัดที่ 2.1 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70% (7 ข้อขึ้นไป) ถ้าไม่ผ่านเกณฑ์ต้องปรับปรุงแก้ไข โดยครูสอนทบทวนเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนแก้ไขข้อผิดพลาดส่งครูอีกครั้ง

### บันทึกหลังสอน

ชื่อครูผู้สอน นายปวิศ นันทรัตน์กุล  
 จังหวัด ราชบุรี  
 ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น  
 เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  
 วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

โรงเรียน บรมราชินีนาถราชวิทยาลัย  
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.1  
 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6  
 เวลา 100 นาที

#### 1. การประเมินการจัดการเรียนรู้

ระบุพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกที่ทำให้ทราบว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้

.....

.....

.....

#### 2. สรุปผลจากการปฏิบัติการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้

2.1 สิ่ง queปฏิบัติแล้วทำให้นักเรียนเกิดการการเรียนรู้ คือ

.....

.....

.....

2.2 สิ่ง queปฏิบัติแล้วไม่ทำให้นักเรียนเกิดการการเรียนรู้ คือ

.....

.....

.....

2.3 ปัญหาและอุปสรรคในการปฏิบัติการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

#### 3. แนวทางการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้

.....

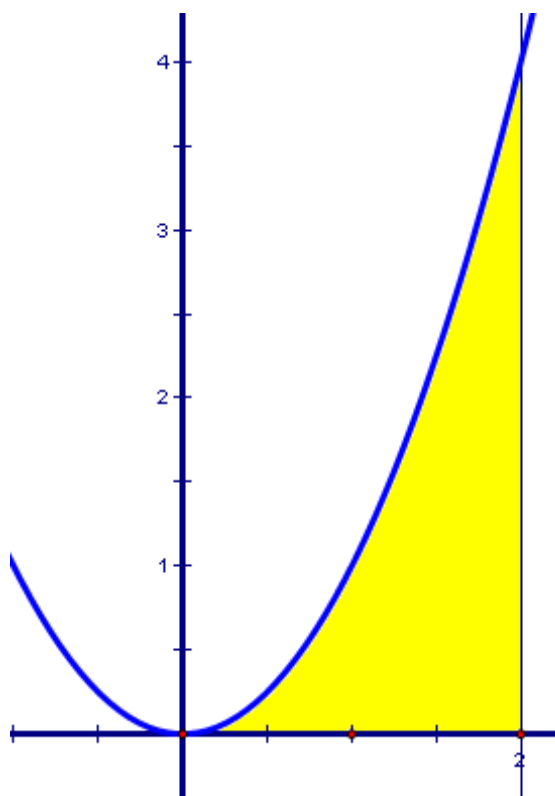
.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นายปวิศ นันทรัตน์กุล)

## ใบกิจกรรมที่ 2.1

1. จงประมาณค่าพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 2$



1.1 แบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็น 2 ช่วงย่อย

.....

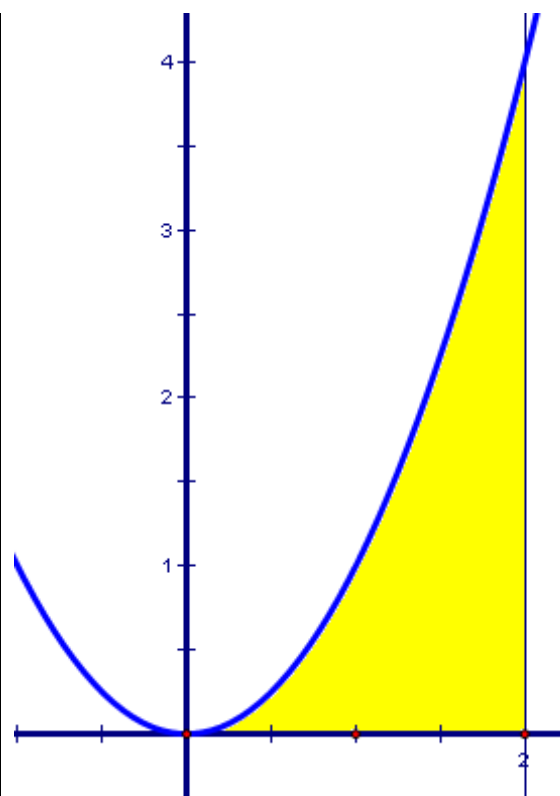
.....

.....

.....

.....

.....



1.2 แบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อย

.....

.....

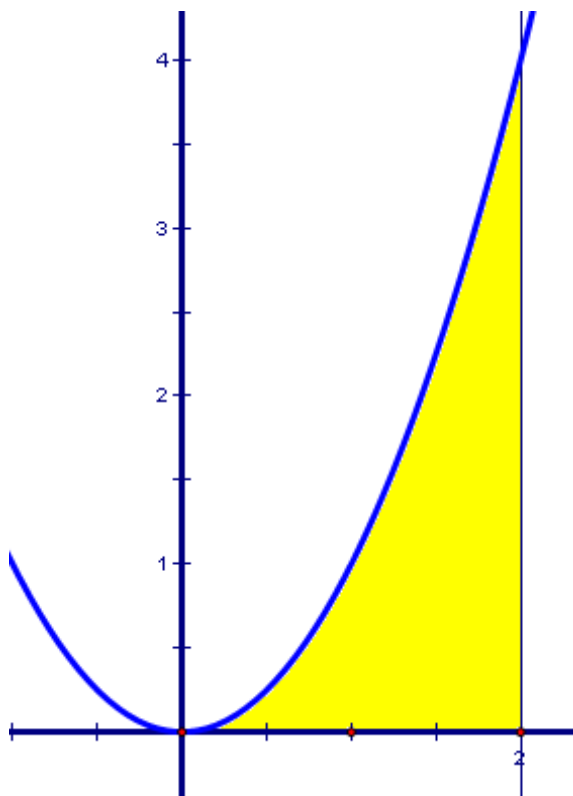
.....

.....

.....

.....

บันทึกช่วยจำ



1.3 แบ่งช่วงปิด  $[0, 2]$  ออกเป็น 8 ช่วงย่อย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 นักเรียนคิดว่าพื้นที่ที่ได้จากการประมาณค่าในข้อ 1.1 – 1.3 ข้อใดมีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่จริงมากที่สุด เพราะเหตุใด

.....

.....



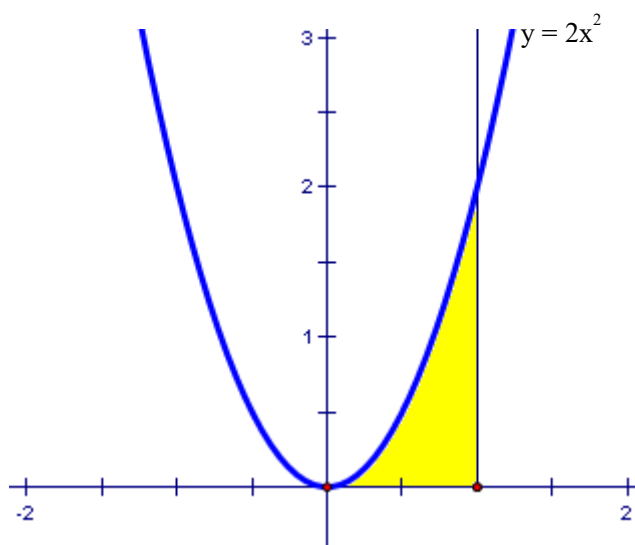






## เฉลยแบบทดสอบย่อยที่ 2.1

1. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 2x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 1$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{1}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 1]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{1-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{1}{n}$

2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{2}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{3}{n}$  ...  $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{1}{n} f\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(\frac{3}{n}\right) + \dots + \frac{1}{n} f\left(\frac{n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = 2x^2$

$$= \frac{1}{n} \left\{ 2\left(\frac{1}{n}\right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 2\left(\frac{2}{n}\right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 2\left(\frac{3}{n}\right)^2 \right\} + \dots + \frac{1}{n} \left\{ 2\left(\frac{n}{n}\right)^2 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left[ 2\left(\frac{k}{n}\right)^2 \right]$$

$$= \frac{2}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2$$

$$= \frac{2}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$$

$$= \frac{1}{n^2} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{3} \right)$$

$$\text{นั่นคือ } S_n = \frac{2n^2 + 3n + 1}{3n^2}$$

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{3n^2} \right) = \frac{2}{3}$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{2}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

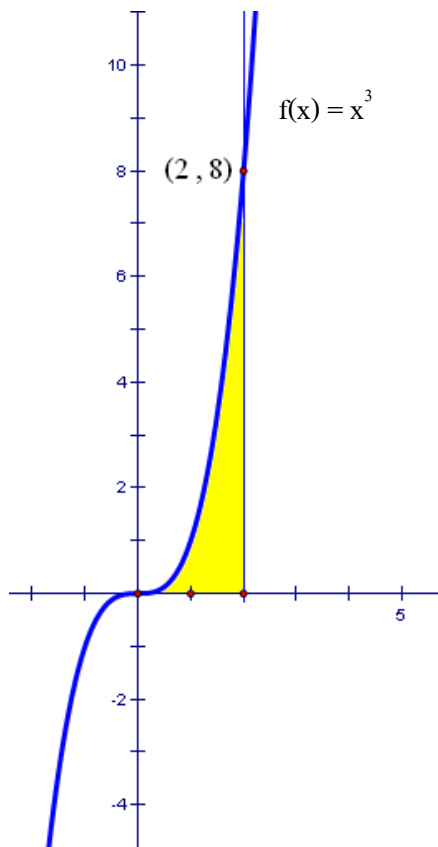
เกณฑ์การให้คะแนน

คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1. วาดกราฟของ $y = 2x^2$ ได้ถูกต้อง	1 คะแนน
2. แรเงาพื้นที่ใต้กราฟตามที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง	1 คะแนน
3. หาค่า $\Delta x$ ได้ถูกต้อง ( $\Delta x = \frac{1}{n}$ )	1 คะแนน
4. $S_n = \frac{1}{n} f\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(\frac{3}{n}\right) + \dots + \frac{1}{n} f\left(\frac{n}{n}\right)$ ถูกต้อง	1 คะแนน
5. มีการแทนค่า $f(x) = 2x^2$ ให้เห็นและถูกต้อง $S_n = \frac{1}{n} \left\{ 2 \left( \frac{1}{n} \right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 2 \left( \frac{2}{n} \right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 2 \left( \frac{3}{n} \right)^2 \right\} + \dots + \frac{1}{n} \left\{ 2 \left( \frac{n}{n} \right)^2 \right\}$	1 คะแนน
6. เขียน $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left[ 2 \left( \frac{k}{n} \right)^2 \right]$ ได้ถูกต้อง	1 คะแนน
7. แทนค่า $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ได้ถูกต้อง	1 คะแนน
8. มีการ take ลิมิตให้เห็นทั้ง 2 ข้าง $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{3n^2} \right)$	1 คะแนน
9. หาค่า $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ได้ถูกต้อง ( $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{2}{3}$ )	1 คะแนน
10. มีการสรุปคำตอบอย่างชัดเจน เช่น ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ $\frac{2}{3}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน
<b>รวม</b>	<b>10 คะแนน</b>

## แบบฝึกหัดที่ 2.1

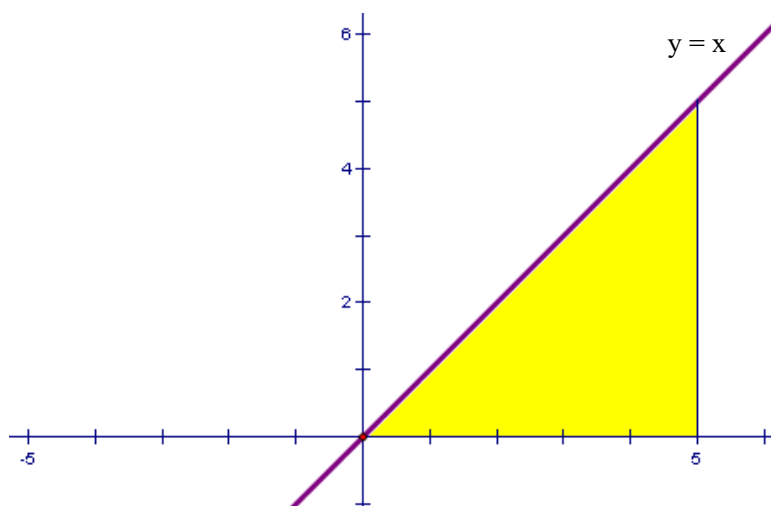
คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้อย่างละเอียด

1. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x$  แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 5$
2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = -3x + 6$  แกน  $x$  และแกน  $y$
3. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x + 5$  ที่แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 5$
4. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 2 + x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$
5. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 16 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 4$
6. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{2}$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$
7. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 9 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 3$
8. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 - 25$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$
9. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = -x^2 + x + 6$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$
10. จงหาพื้นที่แรเงาของกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้



## เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.1

1. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x$  ที่แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 5$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{5}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 5]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{5-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{5}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{10}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{15}{n}$  ...       $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{5n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{5}{n} f\left(\frac{5}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{10}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{15}{n}\right) + \dots + \frac{5}{n} f\left(\frac{5n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = x$

$$= \frac{5}{n} \left(\frac{5}{n}\right) + \frac{5}{n} \left(\frac{10}{n}\right) + \frac{5}{n} \left(\frac{15}{n}\right) + \dots + \frac{5}{n} \left(\frac{5n}{n}\right)$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{5}{n} \left(\frac{5k}{n}\right)$$

$$= \frac{25}{n^2} \sum_{k=1}^n k$$

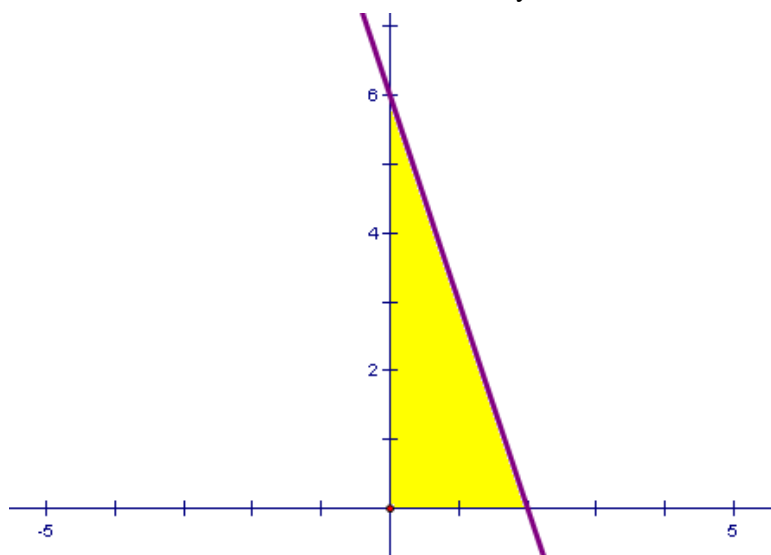
$$= \frac{25}{n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)$$

นั่นคือ  $S_n = \frac{25}{2} \left( \frac{n^2+n}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{25}{2} \left( \frac{n^2+n}{n^2} \right) = \frac{25}{2}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 12.5 ตารางหน่วย ตอบ

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = -3x + 6$  แกน  $x$  และแกน  $y$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

ดังนั้น  $S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$

จาก  $f(x) = -3x + 6$

$$= \frac{2}{n} \left[ -3\left(\frac{2}{n}\right) + 6 \right] + \frac{2}{n} \left[ -3\left(\frac{4}{n}\right) + 6 \right] + \frac{2}{n} \left[ -3\left(\frac{6}{n}\right) + 6 \right] + \dots + \frac{2}{n} \left[ -3\left(\frac{2n}{n}\right) + 6 \right]$$

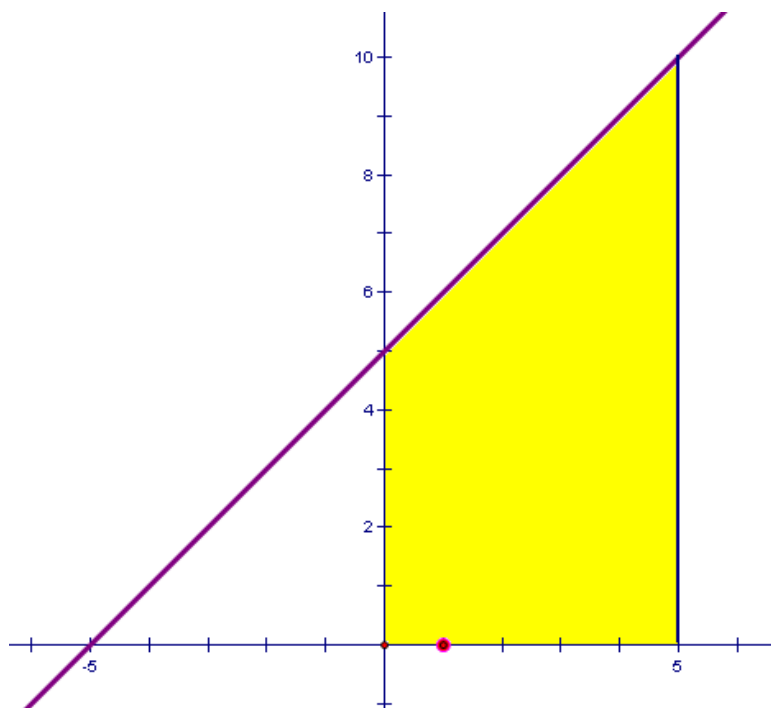
$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left[ (-3) \left( \frac{2k}{n} \right) + 6 \right] \\
&= \sum_{k=1}^n \left( \left( -\frac{12k}{n^2} \right) + \frac{12}{n} \right) \\
&= -\frac{12}{n^2} \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n \frac{12}{n} \\
&= -\frac{12}{n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) + 12
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = -6 \left( \frac{n^2+n}{n^2} \right) + 12$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ -6 \left( \frac{n^2+n}{n^2} \right) + 12 \right] = 6$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 6 ตารางหน่วย ตอบ

3. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x + 5$  ที่แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 5$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{5}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 5]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{5-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{5}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{10}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{15}{n}$  ...       $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{5n}{n}$

ดังนั้น  $S_n = \frac{5}{n} f\left(\frac{5}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{10}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{15}{n}\right) + \dots + \frac{5}{n} f\left(\frac{5n}{n}\right)$

จาก  $f(x) = x + 5$

$$= \frac{5}{n} \left[ \left( \frac{5}{n} \right) + 5 \right] + \frac{5}{n} \left[ \left( \frac{10}{n} \right) + 5 \right] + \frac{5}{n} \left[ \left( \frac{15}{n} \right) + 5 \right] + \dots + \frac{5}{n} \left[ \left( \frac{5n}{n} \right) + 5 \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{5}{n} \left[ \left( \frac{5k}{n} \right) + 5 \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \left( \frac{25k}{n^2} + \frac{25}{n} \right)$$

$$= \frac{25}{n^2} \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n \frac{25}{n}$$

$$= \frac{25}{n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) + 25$$

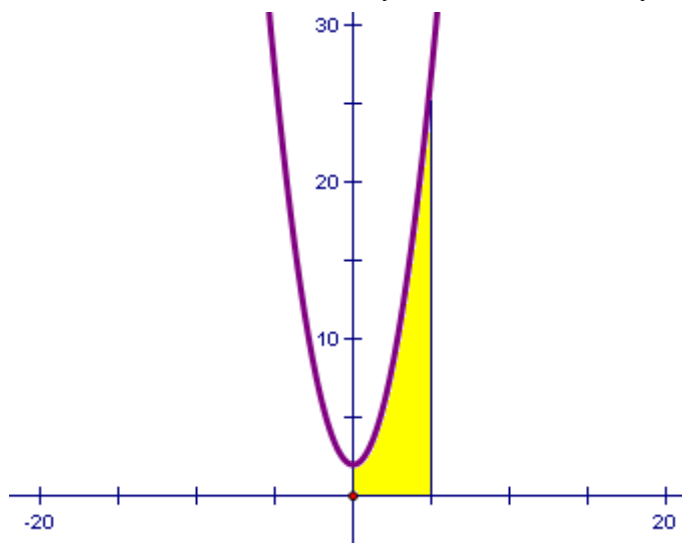
นั่นคือ  $S_n = \frac{25}{2} \left( \frac{n^2+n}{n^2} \right) + 25$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{25}{2} \left( \frac{n^2+n}{n^2} \right) + 25 \right] = 37.5$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 37.5 ตารางหน่วย

ตอบ

4. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 2 + x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{5}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 5]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{5-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{5}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{10}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{15}{n}$  ...       $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{5n}{n}$

ดังนั้น  $S_n = \frac{5}{n} f\left(\frac{5}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{10}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{15}{n}\right) + \dots + \frac{5}{n} f\left(\frac{5n}{n}\right)$

จาก  $f(x) = 2 + x^2$

$$= \frac{5}{n} \left\{ 2 + \left(\frac{5}{n}\right)^2 \right\} + \frac{5}{n} \left\{ 2 + \left(\frac{10}{n}\right)^2 \right\} + \frac{5}{n} \left\{ 2 + \left(\frac{15}{n}\right)^2 \right\} + \dots + \frac{5}{n} \left\{ 2 + \left(\frac{5n}{n}\right)^2 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{5}{n} \left[ 2 + \left(\frac{5k}{n}\right)^2 \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{10}{n} + \frac{125k^2}{n^3} \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{10}{n} + \sum_{k=1}^n \frac{125k^2}{n^3}$$

$$= \frac{10}{n}(n) + \frac{125}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2$$



$$= 10 + \frac{125}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$$

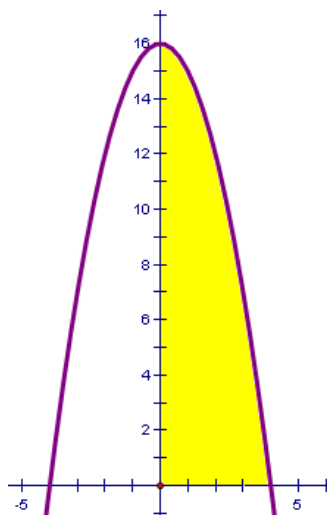
$$= 10 + \frac{125}{n^2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{6} \right)$$

นั่นคือ  $S_n = 10 + \frac{125}{6} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 10 + \frac{125}{6} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right] = 10 + \frac{125}{3}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{155}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

5. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 16 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 4$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{4}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 4]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{4-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{4}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{8}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{12}{n}$  ...       $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{4n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{4}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{4}{n} f\left(\frac{8}{n}\right) + \frac{4}{n} f\left(\frac{12}{n}\right) + \dots + \frac{4}{n} f\left(\frac{4n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = 16 - x^2$

$$= \frac{4}{n} \left\{ 16 - \left(\frac{4}{n}\right)^2 \right\} + \frac{4}{n} \left\{ 16 - \left(\frac{8}{n}\right)^2 \right\} + \frac{4}{n} \left\{ 16 - \left(\frac{12}{n}\right)^2 \right\} + \dots + \frac{4}{n} \left\{ 16 - \left(\frac{4n}{n}\right)^2 \right\}$$

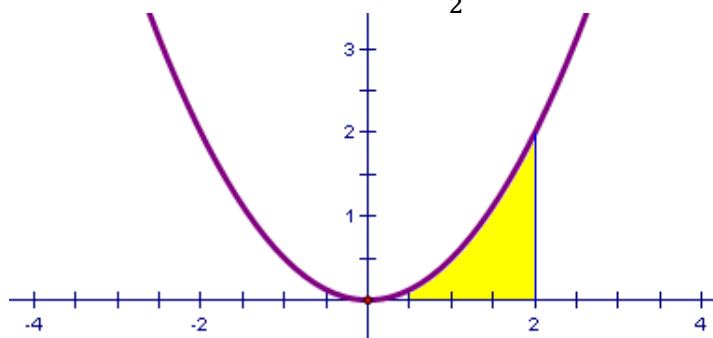
$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n \frac{4}{n} \left[ 16 - \left( \frac{4k}{n} \right)^2 \right] \\
&= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{64}{n} - \frac{64k^2}{n^3} \right] \\
&= \sum_{k=1}^n \frac{64}{n} - \sum_{k=1}^n \frac{64k^2}{n^3} \\
&= \frac{64}{n}(n) - \frac{64}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= 64 - \frac{64}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \\
&= 64 - \frac{32}{n^2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{3} \right)
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = 64 - \frac{32}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 64 - \frac{32}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right] = 64 - \frac{64}{3}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{128}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

6. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{2}$  แกน x แกน y และเส้นตรง  $x = 2$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...    n ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$$

$$\text{จาก } f(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{2}{n} \frac{\left(\frac{2}{n}\right)^2}{2} + \frac{2}{n} \frac{\left(\frac{4}{n}\right)^2}{2} + \frac{2}{n} \frac{\left(\frac{6}{n}\right)^2}{2} + \dots + \frac{2}{n} \frac{\left(\frac{2n}{n}\right)^2}{2}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2 \left(\frac{2k}{n}\right)^2}{2}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{4k^2}{n^2}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{4k^2}{n^3}$$

$$= \frac{4}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2$$

$$= \frac{4}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$$

$$= \frac{2}{3} \left( \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \right)$$

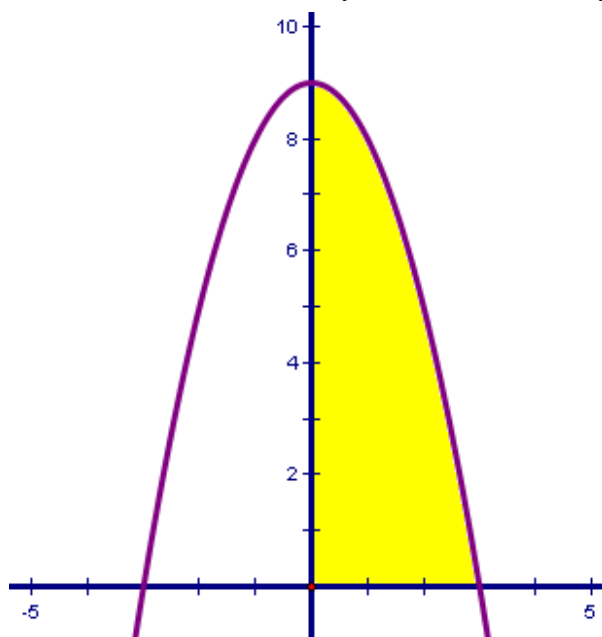
$$\text{นั่นคือ } S_n = \frac{2}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$$

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right] = \frac{4}{3}$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{4}{3}$  ตารางหน่วย

ตอบ

7. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 9 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 3$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{3}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 3]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{3-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{3}{n}$

2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{6}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{9}{n}$  ...  $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{3n}{n}$

ดังนั้น  $S_n = \frac{3}{n} f\left(\frac{3}{n}\right) + \frac{3}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \frac{3}{n} f\left(\frac{9}{n}\right) + \dots + \frac{3}{n} f\left(\frac{3n}{n}\right)$

จาก  $f(x) = 9 - x^2$

$$= \frac{3}{n} \left\{ 9 - \left(\frac{3}{n}\right)^2 \right\} + \frac{3}{n} \left\{ 9 - \left(\frac{6}{n}\right)^2 \right\} + \frac{3}{n} \left\{ 9 - \left(\frac{9}{n}\right)^2 \right\} + \dots + \frac{3}{n} \left\{ 9 - \left(\frac{3n}{n}\right)^2 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{3}{n} \left[ 9 - \left(\frac{3k}{n}\right)^2 \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{27}{n} - \frac{27k^2}{n^3} \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{27}{n} - \sum_{k=1}^n \frac{27k^2}{n^3}$$

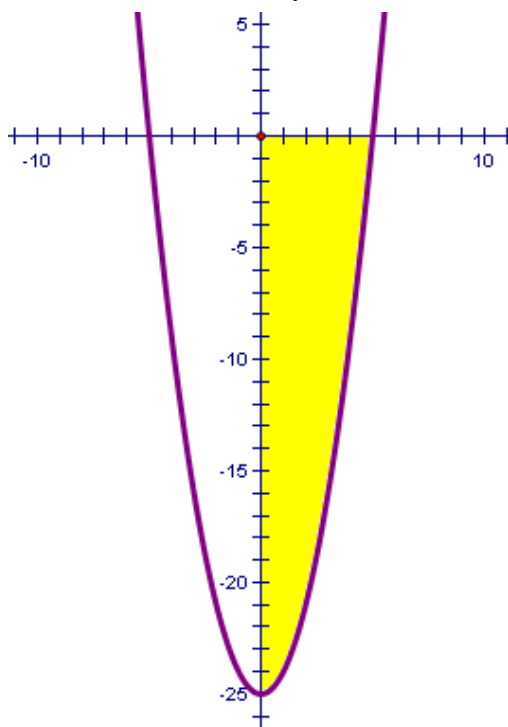
$$\begin{aligned}
&= \frac{27}{n} (n) - \frac{27}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= 27 - \frac{27}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \\
&= 27 - \frac{9}{n^2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{2} \right)
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = 27 - \frac{9}{2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 27 - \frac{9}{2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right] = 27 - 9$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 18 ตารางหน่วย ตอบ

8. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 - 25$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{5}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 5]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{5-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{5}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{10}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{15}{n}$  ...      n ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{5n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{5}{n} f\left(\frac{5}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{10}{n}\right) + \frac{5}{n} f\left(\frac{15}{n}\right) + \dots + \frac{5}{n} f\left(\frac{5n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = x^2 - 25$

$$= \frac{5}{n} \left\{ \left(\frac{5}{n}\right)^2 - 25 \right\} + \frac{5}{n} \left\{ \left(\frac{10}{n}\right)^2 - 25 \right\} + \frac{5}{n} \left\{ \left(\frac{15}{n}\right)^2 - 25 \right\} + \dots + \frac{5}{n} \left\{ \left(\frac{5n}{n}\right)^2 - 25 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{5}{n} \left[ \left(\frac{5k}{n}\right)^2 - 25 \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{125k^2}{n^3} - \frac{125}{n} \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{125k^2}{n^3} - \sum_{k=1}^n \frac{125}{n}$$

$$= \frac{125}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 - \frac{125}{n} (n)$$

$$= \frac{125}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) - 125$$

$$= \frac{125}{n^2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{6} \right) - 125$$

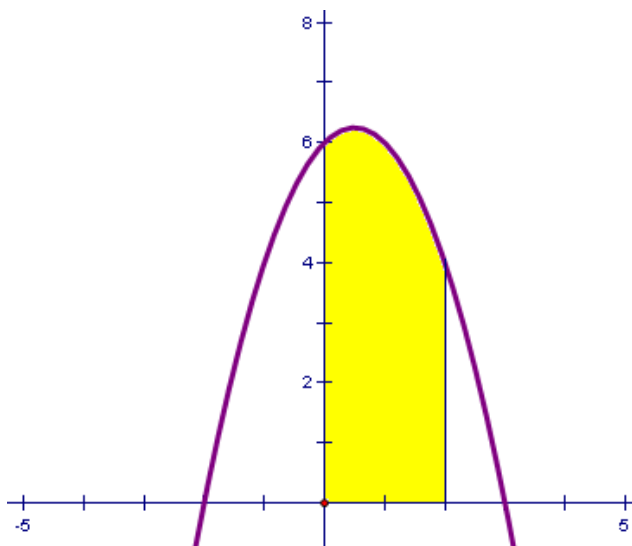
$$\text{นั่นคือ } S_n = \frac{125}{6} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) - 125$$

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{125}{6} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) - 125 \right] = \frac{125}{3} - 125$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{250}{3}$  ตารางหน่วย

ตอบ

9. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = -x^2 + x + 6$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = -x^2 + x + 6$

$$= \frac{2}{n} \left\{ -\left(\frac{2}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} + 6 \right\} + \frac{2}{n} \left\{ -\left(\frac{4}{n}\right)^2 + \frac{4}{n} + 6 \right\} + \dots + \frac{2}{n} \left\{ -\left(\frac{2n}{n}\right)^2 + \frac{2n}{n} + 6 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left\{ -\left(\frac{2k}{n}\right)^2 + \frac{2k}{n} + 6 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \left\{ -\frac{8k^2}{n^3} + \frac{4k}{n^2} + \frac{12}{n} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n -\frac{8k^2}{n^3} + \sum_{k=1}^n \frac{4k}{n^2} + \sum_{k=1}^n \frac{12}{n} \\
&= -\frac{8}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 + \frac{4}{n^2} \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n \frac{12}{n} \\
&= -\frac{8}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) + \frac{4}{n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) + \frac{12}{n}(n) \\
&= -\frac{4}{3} \left( \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \right) + 2 \left( \frac{n+1}{n} \right) + 12
\end{aligned}$$

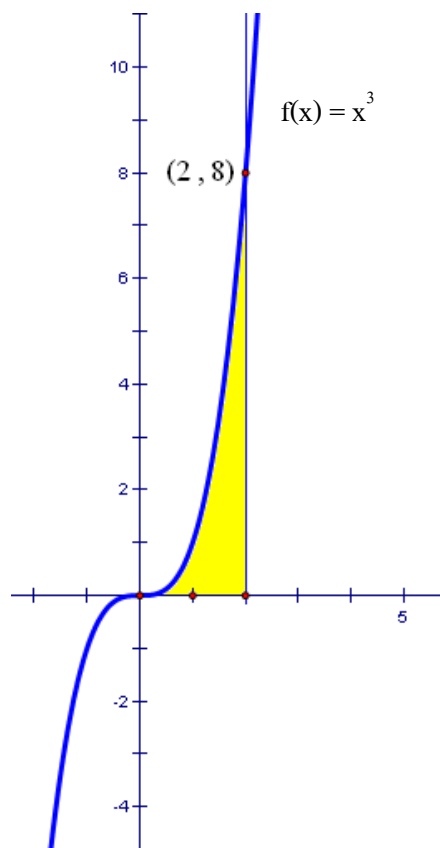
นั่นคือ  $S_n = -\frac{4}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) + 2 \left( \frac{n+1}{n} \right) + 12$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ -\frac{4}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) + 2 \left( \frac{n+1}{n} \right) + 12 \right] = -\frac{8}{3} + 14$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{34}{3}$  ตารางหน่วย

ตอบ

10. จงหาพื้นที่แรเงาของกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้





วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$   
 ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = x^3$

$$= \frac{2}{n} \left(\frac{2}{n}\right)^3 + \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n}\right)^3 + \frac{2}{n} \left(\frac{6}{n}\right)^3 + \dots + \frac{2}{n} \left(\frac{2n}{n}\right)^3$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left(\frac{2k}{n}\right)^3$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{16k^3}{n^4}$$

$$= \frac{16}{n^4} \sum_{k=1}^n k^3$$

$$= \frac{16}{n^4} \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$= 4 \left(\frac{n^2(n+1)^2}{n^4}\right)$$

$$\text{นั่นคือ } S_n = 4 \left(\frac{n^2+2n+1}{n^2}\right)$$

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[4 \left(\frac{n^2+2n+1}{n^2}\right)\right] = 4$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 4 ตารางหน่วย

ตอบ

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 แคลคูลัสเบื้องต้น

เรื่อง ปริพันธ์จำกัดเขตและพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง คาบที่ 3-4 เวลา 100 นาที

สอนวันที่ .....

## ผลการเรียนรู้

หาปริพันธ์จำกัดเขตของฟังก์ชันบนช่วงที่กำหนดให้ และหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งบนช่วงที่กำหนดให้ได้

## สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส หมายถึง ทฤษฎีที่ว่าด้วยการกำหนด  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง  $[a,b]$  และ  $f(x) \geq 0$  บนช่วง  $[a,b]$  ถ้า  $F$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  แล้ว

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหาปริพันธ์จำกัดเขตได้
2. ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟได้

ด้านทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. ในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
4. ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนเป็นผู้ที่

1. มีความรับผิดชอบ
2. ตรงต่อเวลา
3. มีระเบียบวินัย

## สาระการเรียนรู้

การหาปริพันธ์จำกัดเขต และพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

## การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (30 นาที)

1) ครูทบทวนนักเรียน โดยให้สังเกตช่วงปิดของกราฟแต่ละข้อทั้งในกิจกรรมที่ 2.1 แบบทดสอบย่อยที่ 2.1 และแบบฝึกหัดที่ 2.1 ว่าช่วงปิดเป็นอย่างไรให้นักเรียนช่วยอธิบาย (ช่วงปิดทุกข้อเริ่ม  $[0, a]$  โดยที่  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก)

2) ครูถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ดังนี้

- จากโจทย์ในคาบที่แล้วจงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$  ช่วงที่เราต้องการหาพื้นที่อยู่ในช่วงใด ( $[0, 2]$ )

- หากเราจะเปลี่ยน โจทย์เป็นจงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  แกน  $x$  เส้นตรง  $x = 1$  และเส้นตรง  $x = 2$  ช่วงที่เราต้องการหาพื้นที่อยู่ในช่วงใด ( $[1, 2]$ )

- นักเรียนคิดว่าช่วงปิดที่โจทย์ต้องการไม่เริ่มที่  $x = 0$  แต่เป็นเริ่มที่  $x = 1$  ขึ้นตอนและวิธีการหาพื้นที่ใต้กราฟยังคงเหมือนเดิมหรือไม่ (ไม่เหมือนเพราะเราเริ่มที่  $x = 1$  แล้ว)

3) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2.2 ให้นักเรียนและครูถามนำ

- นักเรียนหาค่า  $\Delta x$  ได้เท่าไร ( $\frac{1}{n}$ )

- นักเรียนหาพื้นที่ใต้กราฟโดยเริ่มจาก  $x$  ที่มีค่าเท่าไร ( $x = 1$ )

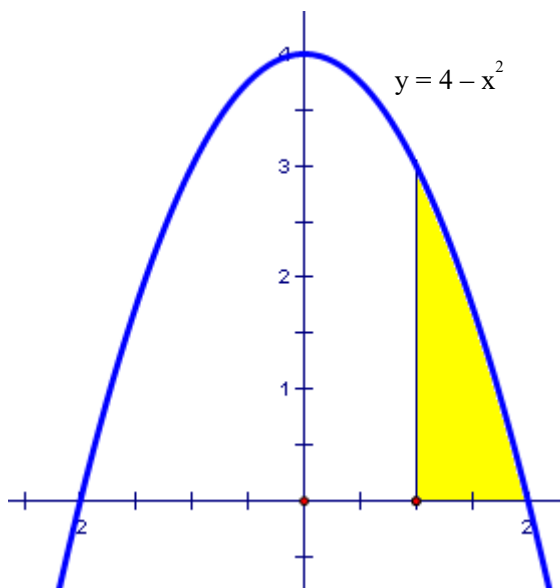
- ดังนั้นนักเรียนจะเขียน  $S_n$  ได้อย่างไร

$$(S_n = \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(1 + \frac{3}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(1 + \frac{n}{n}\right))$$

4) ครูให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมที่ 2.2 โดยนักเรียนสามารถปรึกษาอภิปรายซักถามเพื่อนภายในกลุ่มได้ และศึกษาตัวอย่างจากข้อที่ผ่านมา โดยครูใช้เวลาประมาณ 10 นาที และครูเป็นผู้ช่วยเหลือหากมีนักเรียนคนใดสงสัย หรือต้องการคำอธิบายเพิ่มเติม

5) เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที ครูใช้คำถาม นักเรียนกลุ่มใดสามารถออกมาเฉลยให้เพื่อนดูได้บ้าง (นักเรียนจะออกมาเฉลย ครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติม หากไม่มีนักเรียนออกมาเฉลยครูจะถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อไป)

โจทย์ จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  เส้นตรง  $x = 1$ ,  $x = 2$  และแกน  $x$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{1}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[1, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-1}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{1}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{2}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{3}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{n}{n}$

เริ่มหาพื้นที่ใต้กราฟตั้งแต่  $x = 1$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{3}{n}\right) + \dots + \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = 4 - x^2$

$$= \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{2}{n}\right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{3}{n}\right)^2 \right\}$$

$$+ \dots + \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{n}{n}\right)^2 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left[ 4 - \left(1 + \frac{k}{n}\right)^2 \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left[ 3 - \frac{2k}{n} - \frac{k^2}{n^2} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{3}{n} - \frac{2k}{n^2} - \frac{k^2}{n^3} \right] \\
&= \sum_{k=1}^n \frac{3}{n} - \sum_{k=1}^n \frac{2k}{n^2} - \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3} \\
&= \frac{3}{n}(n) - \frac{2}{n^2} \sum_{k=1}^n k - \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= 3 - \frac{2}{n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) - \frac{1}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \\
&= 3 - \frac{(n+1)}{n} - \frac{1}{n^2} \left( \frac{2n^2+3n+1}{6} \right) \\
&= 3 - 1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2n} - \frac{1}{6n^2}
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{n} - \frac{1}{2n} - \frac{1}{6n^2}$

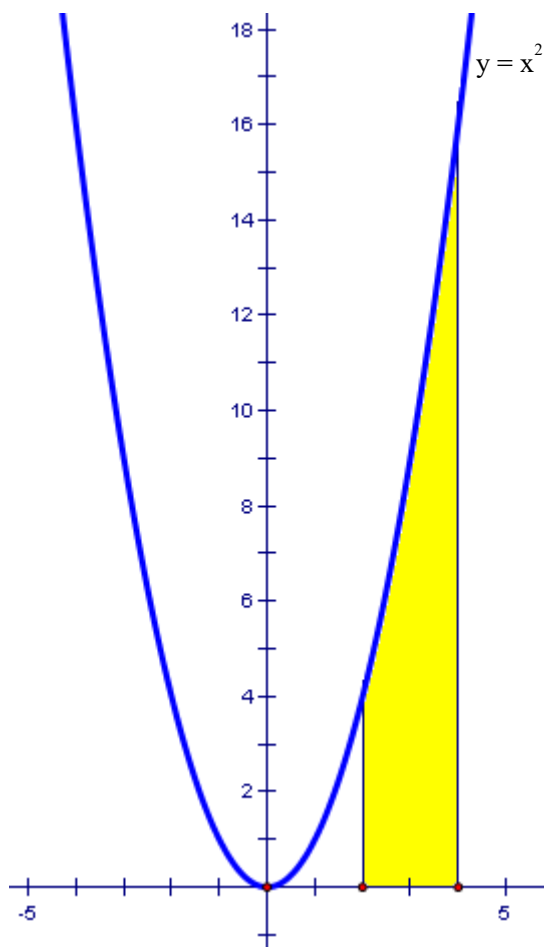
จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{n} - \frac{1}{2n} - \frac{1}{6n^2} \right) = \frac{5}{3}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{5}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

6) เมื่อนักเรียนฟังเพื่อนอธิบายจนเข้าใจแล้ว ครูให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมที่ 2.2 ข้อ 2 ด้วยตนเอง โดยนักเรียนสามารถปรึกษาอภิปรายซักถามเพื่อนภายในกลุ่มได้ และศึกษาตัวอย่างจากข้อที่ผ่านมา โดยครูใช้เวลาประมาณ 10 นาที และครูเป็นผู้ช่วยเหลือหากมีนักเรียนคนใดสงสัย หรือต้องการคำอธิบายเพิ่มเติม

7) เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที ครูใช้คำถาม นักเรียนกลุ่มใดสามารถออกมาเฉลยให้เพื่อนดูได้บ้าง (นักเรียนจะออกมาเฉลย ครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติม หากไม่มีนักเรียนออกมาเฉลยครูจะถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดต่อไป)

โจทย์ จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2$  เส้นตรง  $x = 2$ ,  $x = 4$  และแกน  $x$



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[2, 4]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{4-2}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$

2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$  ...  $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

เริ่มหาพื้นที่ใต้กราฟตั้งแต่  $x = 2$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{2n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = x^2$

$$= \frac{2}{n} \left(2 + \frac{2}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} \left(2 + \frac{4}{n}\right)^2 + \frac{2}{n} \left(2 + \frac{6}{n}\right)^2 + \dots + \frac{2}{n} \left(2 + \frac{2n}{n}\right)^2$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left(2 + \frac{2k}{n}\right)^2$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{8}{n} + \frac{16k}{n^2} + \frac{8k^2}{n^3} \right] \\
&= \sum_{k=1}^n \frac{8}{n} + \sum_{k=1}^n \frac{16k}{n^2} + \sum_{k=1}^n \frac{8k^2}{n^3} \\
&= \frac{8}{n}(n) + \frac{16}{n^2} \sum_{k=1}^n k + \frac{8}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= 8 + \frac{16}{n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) + \frac{8}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \\
&= 8 + \frac{8(n+1)}{n} + \frac{4}{3} \left( \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \right) \\
&= 8 + 8 + \frac{8}{n} + \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = 16 + \frac{8}{n} + \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 16 + \frac{8}{n} + \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right) = 16 + \frac{8}{3}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{56}{3}$  ตารางหน่วย

ตอบ

### ชั้นกระบวนการเรียนรู้ (60 นาที)

1) ต่อไปนี้ค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  ที่ได้จะเรียกว่า ปริพันธ์จำกัดเขต (Definite Integral) ของฟังก์ชัน  $f$  บนช่วงปิด  $[a, b]$  และแทนด้วยสัญลักษณ์  $\int_a^b f(x) dx$  ซึ่งจากข้อ 2 ในกิจกรรมที่ 2.2 สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้ว่า  $\int_2^4 x^2 dx = \frac{56}{3}$

### 2) ครูถามนักเรียนดังนี้

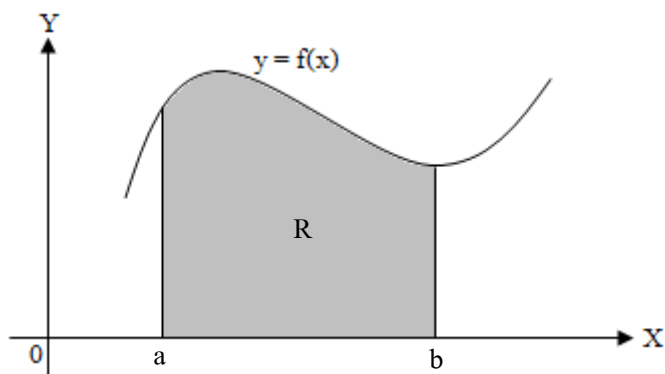
- การหาค่าปริพันธ์จำกัดเขตโดยใช้ขั้นตอนที่กล่าวมาข้างต้นมีความยุ่งยากซับซ้อนหรือไม่ (มีความยุ่งยากซับซ้อน)

- ครูมีวิธีใหม่อีกวิธีที่จะนำเสนอให้นักเรียนทราบ โดยวิธีนี้ง่าย สะดวก รวดเร็ว และไม่ซับซ้อน ในการหาปริพันธ์จำกัดเขตและใช้ในการหาพื้นที่ใต้กราฟได้ด้วย ถ้านักเรียนคนใดอยากทราบให้ยกมือขึ้น (นักเรียนทุกคนยกมือ)

- ก่อนนักเรียนจะนำวิธีนี้ไปใช้ได้ นักเรียนจะต้องร่วมมือกับครูและเพื่อนช่วยกัน

พิสูจน์ทฤษฎีบท บทนี้เสียก่อน ตกผลหรือไม่ (ตกลง)

ให้  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและ  $f(x) \geq 0$  บนช่วง  $[a, b]$

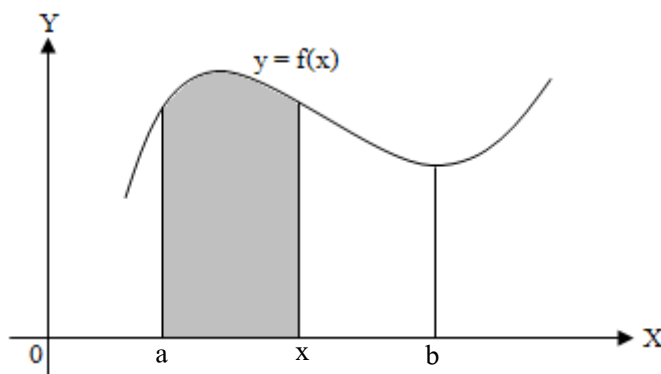


รูปที่ 1

อาณาบริเวณ  $R$  ที่แสดงดังรูปที่ 1 เป็นอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = f(x)$  แกน  $X$  เส้นตรง  $x = a$  และเส้นตรง  $x = b$

เรียกพื้นที่ของบริเวณ  $R$  ว่าพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก  $a$  ถึง  $b$

ให้  $A(x)$  แทน ฟังก์ชันของพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก  $a$  ถึง  $x$  เมื่อ  $a \leq x \leq b$



รูปที่ 2

สังเกตว่า

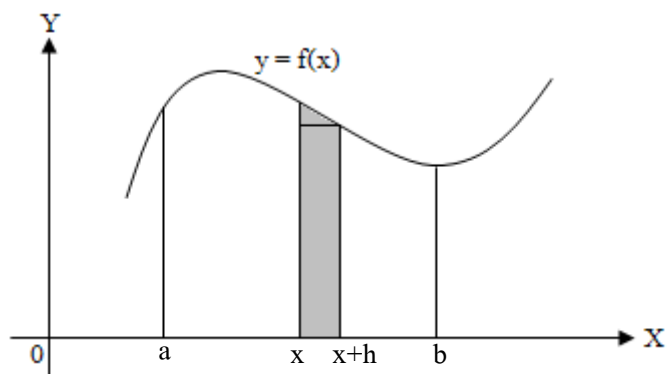
1.  $A(a) = 0$  (เพราะว่าพื้นที่จาก  $a$  ถึง  $a$  เท่ากับศูนย์)

2.  $A(b) = \int_a^b f(x) dx$  เป็นพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก  $a$  ถึง  $b$

ต่อไปพิจารณา พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก  $x$  ถึง  $x + h$  เมื่อ  $h > 0$  ซึ่งเท่ากับ

$A(x + h) - A(x)$





รูปที่ 3

ถ้า  $h$  มีค่าน้อย ๆ จะได้ว่า  $A(x+h) - A(x)$  มีค่าใกล้เคียงกับ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้างที่ฐานเท่ากับ  $h$  และความสูงเท่ากับ  $f(x)$  ดังรูปที่ 3

นั่นคือ  $A(x+h) - A(x) \approx h \cdot f(x)$

หรือ  $f(x) \approx \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$

ซึ่งค่าประมาณนี้จะถูกต้องมากยิ่งขึ้นเมื่อ  $h$  มีค่าน้อยมาก ๆ

ดังนั้น เมื่อ  $h \rightarrow 0$  จะได้ว่า  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h}$

นั่นคือ  $f(x) = A'(x)$

ดังนั้น  $A(x)$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของ  $f(x)$

จะได้ว่าปฏิยานุพันธ์ใด ๆ ของ  $f$  จะต้องอยู่ในรูป

$F(x) = A(x) + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว -----(1)

แทน  $x$  และ  $A(a)$  ในสมการ (1) ด้วย  $a$  และ  $0$  ตามลำดับ จะได้  $F(a) = c$

แทน  $x$  ในสมการ (1) ด้วย  $b$  จะได้  $F(b) = A(b) + c$

ดังนั้น  $A(b) = F(b) - c = F(b) - F(a)$

เนื่องจาก  $A(b) = \int_a^b f(x) dx$  จึงสรุปได้ว่า  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

### ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (The Fundamental Theorem of Calculus)

กำหนด  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง  $[a, b]$  ถ้า  $F$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  แล้ว

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

ดังนั้นการหาปริพันธ์จำกัดเขต  $\int_a^b f(x) dx$  โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสทำได้ดังนี้

1. หาปฏิยานุพันธ์  $F$  ของ  $f$  นั่นคือหา  $\int f(x) dx$

2. หา  $F(b) - F(a)$

ค่าที่ได้จากข้อ 2 จะเป็นค่าปริพันธ์จำกัดเขต  $\int_a^b f(x) dx$

หมายเหตุ จากทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสเขียนแทน  $F(b) - F(a)$  ด้วยสัญลัษณ์  $F(x)|_b^a$

$$\text{ถ้า } F'(x) = f(x) \text{ ดังนั้น } \int_a^b f(x) dx = F(x)|_b^a = F(b) - F(a)$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหา  $\int_0^2 x^2 dx$

วิธีทำ เนื่องจากปฏิยานุพันธ์ของ  $f(x) = x^2$  คือ  $F(x) = \frac{x^3}{3} + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว

$$\text{จะได้ } \int_0^2 x^2 dx = \left( \frac{x^3}{3} + c \right) \Big|_0^2$$

$$\text{จะได้ } = \left( \frac{2^3}{3} + c \right) - (0 + c)$$

$$\text{จะได้ } = \frac{8}{3} \quad \text{ตอบ}$$

ลองเปรียบเทียบวิธีทำนี้กับกิจกรรมที่ 2.1 ข้อ 1

**ข้อสังเกต** ในการหาปริพันธ์จำกัดเขตของฟังก์ชัน  $f$  โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสนั้น ต้องหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ก่อน ซึ่งการหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันนั้นไม่จำเป็นต้องบวกค่าคงตัว  $c$  เพราะเมื่อแทน  $x$  ใน  $F(x)$  ด้วย  $a$  และ  $b$  แล้ว คำนวณหา  $F(b) - F(a)$  ค่าคงตัว  $c$  จะลบกันหมดไป ดังนั้นตัวอย่างที่ 1 จะทำใหม่ได้ดังนี้

วิธีทำ

$$\text{จะได้ } \int_0^2 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2$$

$$\text{จะได้ } = \frac{2^3}{3} - 0$$

$$\text{จะได้ } = \frac{8}{3} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหา  $\int_0^2 (4 - x^2) dx$

วิธีทำ

$$\int_0^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^2$$

$$= \left(8 - \frac{8}{3}\right) - 0$$

$$= \frac{16}{3}$$

ตอบ

ลองเปรียบเทียบวิธีทำนี้กับกิจกรรมที่ 2.1 ข้อ 2

3) ครูถามนักเรียนดังนี้ นักเรียนคิดว่าวิธีข้างต้นในกิจกรรมที่ 2.1 กับวิธีการหาปริพันธ์จำกัดเขตโดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสวิธีใดง่ายและสะดวกกว่ากัน (ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส)

4) ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบในกิจกรรมที่ 2.2 ที่ข้อ 1 และ 2 โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสในการหาคำตอบ โดยให้เวลานักเรียนทำ 10 นาที หลังจากนั้นครูให้นักเรียนอาสาสมัครออกมาแสดงการหาคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสให้เพื่อนดู โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

5) ให้นักเรียนเขียนข้อดีและข้อเสียของวิธีการหาพื้นที่ใต้กราฟของวิธีก่อนหน้าและวิธีของทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสในการหาคำตอบ ว่ามีข้อดีข้อเสียแตกต่างกันอย่างไร หลังจากนั้นครูจึงสุ่มให้แต่ละกลุ่มได้พูดนำเสนอให้เพื่อนในชั้นเรียนฟัง โดยมีครูเป็นคนช่วยอธิบายเสริม

6) ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2.2 ที่ข้อ 3 โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสในการหาคำตอบ โดยให้เวลานักเรียนทำ 10 นาที หลังจากนั้นครูให้นักเรียนอาสาสมัครออกมาแสดงการหาคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสให้เพื่อนดู โดยใช้เวลานักเรียนทำ 10 นาที โดยมีครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

3. จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

$$3.1 \quad \int_3^4 (3x + 4) dx$$

วิธีทำ

$$\int_3^4 (3x + 4) dx = \left(\frac{3x^2}{2} + 4x\right) \Big|_3^4$$

$$= \left(\frac{48}{2} + 16\right) - \left(\frac{27}{2} + 12\right)$$

$$= 14.5 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

$$3.2 \int_{-1}^2 (3x^2 + x - 2) dx$$

วิธีทำ

$$\int_{-1}^2 (3x^2 + x - 2) dx = \left( x^3 + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-1}^2$$

$$= (8 + 2 - 4) - (-1 + 0.5 + 2)$$

$$= 6 - 1.5$$

$$= 4.5 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

$$3.3 \int_2^3 x(x^2 - 3) dx$$

วิธีทำ

$$\int_2^3 x(x^2 - 3) dx = \int_2^3 (x^3 - 3x) dx$$

$$= \left( \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_2^3$$

$$= \left( \frac{81}{4} - \frac{27}{2} \right) - \left( \frac{16}{4} - \frac{12}{2} \right)$$

$$= \frac{65}{4} - \frac{15}{2}$$

$$= \frac{35}{4} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

$$3.4 \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2} dx$$

วิธีทำ

$$\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2} dx = \int_{-2}^{-1} x^{-2} dx$$

$$= \left( \frac{x^{-1}}{-1} \right) \Big|_{-2}^{-1}$$

$$= \left(-\frac{1}{x}\right)\Big|_{-2}^{-1}$$

$$= 1 - \frac{1}{2}$$

$$= 0.5 \quad \text{ตอบ}$$

$$3.5 \int_0^2 \left(\frac{x^3}{2} + 2x\right) dx$$

วิธีทำ

$$\int_0^2 \left(\frac{x^3}{2} + 2x\right) dx = \left(\frac{x^4}{8} + x^2\right)\Big|_0^2$$

$$= \left(\frac{16}{8} + 4\right) - 0$$

$$= 6 \quad \text{ตอบ}$$

7) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.2 เป็นการบ้าน (ส่งในวันถัดไปหลังเข้าแถวเคารพธงชาติ)

### ขั้นสรุป (10 นาที)

1) ให้นักเรียนเขียนข้อดีและข้อเสียของวิธีการหาพื้นที่ใต้กราฟของวิธีก่อนหน้าและวิธีของทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสในการหาคำตอบ ว่ามีข้อดีข้อเสียแตกต่างกันอย่างไร ใช้เวลาประมาณ 5 นาที หลังจากนั้นครูจึงสุ่มให้แต่ละกลุ่มได้พูดนำเสนอให้เพื่อนในชั้นเรียนฟังใช้เวลาประมาณ 5 นาที โดยมีครูเป็นคนช่วยอธิบายเสริม

2) นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ 2.2 จำนวน 3 ข้อ (10 นาที ส่งท้ายคาบเรียน)

### สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดคณิตศาสตร์ โรงเรียนบรมราชินีนาถราชวิทยาลัย
2. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 6
3. ใบกิจกรรมที่ 2.2
4. แบบทดสอบย่อยที่ 2.2
5. แบบฝึกหัดที่ 2.2

## การวัดผลและการประเมินผล (วิธีการ/เครื่องมือ/เกณฑ์)

### 1. วิธีการวัดผล

1.1 การทำแบบทดสอบย่อยที่ 2.2

1.2 การทำแบบฝึกหัดที่ 2.2

### 2. เครื่องมือที่ใช้วัดผล

2.1 แบบทดสอบย่อยที่ 2.2

2.2 แบบฝึกหัดที่ 2.2

### 3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ทำแบบทดสอบย่อยที่ 2.1 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70% (7 คะแนนขึ้นไป) ถ้าไม่ผ่านเกณฑ์ต้องปรับปรุงแก้ไข โดยครูสอนทบทวนเพิ่มเติมแล้วทำการทดสอบย่อยใหม่

3.2 ทำแบบฝึกหัดที่ 2.1 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 70% (7 ข้อขึ้นไป) ถ้าไม่ผ่านเกณฑ์ต้องปรับปรุงแก้ไข โดยครูสอนทบทวนเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนแก้ไขข้อผิดพลาดส่งครูอีกครั้ง

### บันทึกหลังสอน

ชื่อครูผู้สอน นายปวิศ นันทรัตน์กุล

จังหวัด ราชบุรี

ชื่อหน่วยการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

เรื่อง ปริพันธ์จำกัดเขตและพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

โรงเรียน บรมราชินีนาถราชวิทยาลัย

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.2

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 เวลา 100 นาที

#### 1. การประเมินการจัดการเรียนรู้

ระบุพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกที่ทำให้ทราบว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้

.....

.....

.....

#### 2. สรุปผลจากการปฏิบัติการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้

2.1 สิ่งที่เกิดขึ้นแล้วทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ คือ

.....

.....

.....

2.2 สิ่งที่เกิดขึ้นแล้วไม่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ คือ

.....

.....

.....

2.3 ปัญหาและอุปสรรคในการปฏิบัติการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

#### 3. แนวทางการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นายปวิศ นันทรัตน์กุล)

## ใบกิจกรรมที่ 2.2

1. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 4 - x^2$  เส้นตรง  $x = 1$ ,  $x = 2$  และแกน  $x$

วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{1}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[1, 2]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-1}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{1}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{2}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{3}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{n}{n}$

เริ่มหาพื้นที่ใต้กราฟตั้งแต่  $x = 1$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{3}{n}\right) + \dots + \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{n}{n}\right)$$

จาก  $f(x) = 4 - x^2$

$$= \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{2}{n}\right)^2 \right\} + \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{3}{n}\right)^2 \right\} \\ + \dots + \frac{1}{n} \left\{ 4 - \left(1 + \frac{n}{n}\right)^2 \right\}$$

.....  
 .....  
 .....

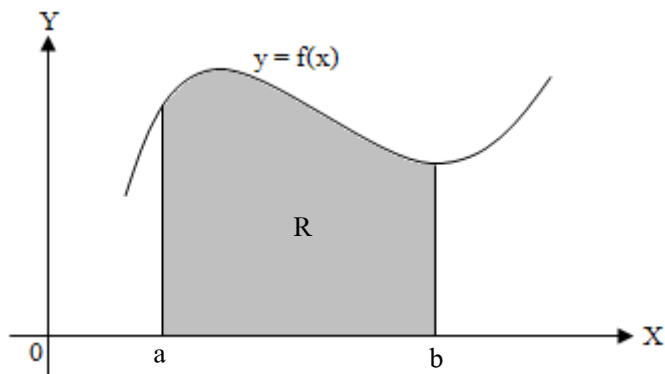






มาช่วยกันพิสูจน์

ให้  $y = f(x)$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและ  $f(x) \geq 0$  บนช่วง .....

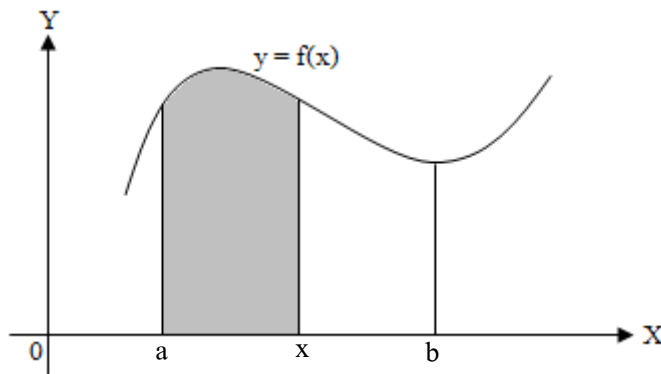


รูปที่ 1

อาณาบริเวณ  $R$  ที่แสดงดังรูปที่ 1 เป็นอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = f(x)$  แกน  $X$  เส้นตรง  $x = \dots\dots\dots$  และเส้นตรง  $x = \dots\dots\dots$

เรียกพื้นที่ของบริเวณ  $R$  ว่าพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก .....

ให้  $A(x)$  แทน ฟังก์ชันของพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก  $a$  ถึง  $x$  เมื่อ  $a \leq x \leq b$



รูปที่ 2

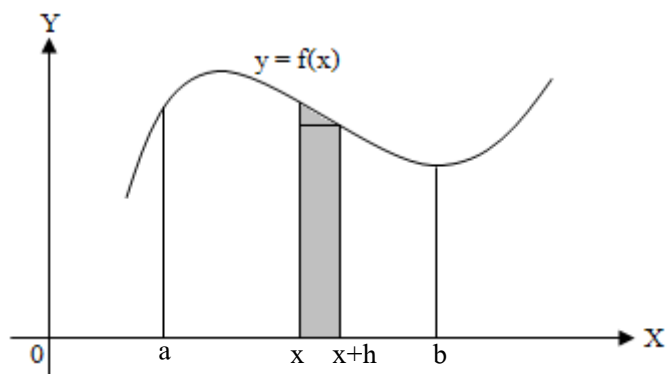
สังเกตว่า

1.  $A(a) = \dots\dots\dots$  (เพราะว่าพื้นที่จาก  $a$  ถึง  $a$  .....

2.  $A(b) = \dots\dots\dots$  เป็นพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก  $a$  ถึง  $b$

ต่อไปพิจารณา พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ  $y = f(x)$  จาก  $x$  ถึง  $x + h$  เมื่อ  $h > 0$  ซึ่งเท่ากับ

$$A(x + h) - A(x)$$



รูปที่ 3

ถ้า  $h$  มีค่าน้อย ๆ จะได้ว่า  $A(x+h) - A(x)$  มีค่าใกล้เคียงกับ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้างที่ฐานเท่ากับ  $h$  และความสูงเท่ากับ  $f(x)$  ดังรูปที่ 3

นั่นคือ .....

หรือ .....

ซึ่งค่าประมาณนี้จะถูกต้องมากยิ่งขึ้นเมื่อ  $h$  มีค่าน้อยมาก ๆ

ดังนั้น เมื่อ ..... จะได้ว่า .....

นั่นคือ .....

ดังนั้น  $A(x)$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของ .....

จะได้ว่าปฏิยานุพันธ์ใด ๆ ของ  $f$  จะต้องอยู่ในรูป

$$F(x) = A(x) + c \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัว} \text{-----(1)}$$

แทน  $x$  และ  $A(a)$  ในสมการ (1) ด้วย  $a$  และ  $0$  ตามลำดับ จะได้ .....

แทน  $x$  ในสมการ (1) ด้วย  $b$  จะได้ .....

ดังนั้น  $A(b) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$$\text{เนื่องจาก } A(b) = \int_a^b f(x) dx \text{ จึงสรุปได้ว่า } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

#### ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (The Fundamental Theorem of Calculus)

กำหนด  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง  $[a, b]$  ถ้า  $F$  เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  แล้ว

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

ดังนั้นการหาปริพันธ์จำกัดเขต  $\int_a^b f(x) dx$  โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสทำได้ดังนี้

1. หาปฏิยานุพันธ์  $F$  ของ  $f$  นั่นคือหา  $\int f(x) dx$

2. หา  $F(b) - F(a)$

ค่าที่ได้จากข้อ 2 จะเป็นค่าปริพันธ์จำกัดเขต  $\int_a^b f(x) dx$

หมายเหตุ จากทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสเขียนแทน  $F(b) - F(a)$  ด้วยสัญลัษณ์  $F(x)\Big|_b^a$

$$\text{ถ้า } F'(x) = f(x) \text{ ดังนั้น } \int_a^b f(x) dx = F(x)\Big|_b^a = F(b) - F(a)$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหา  $\int_0^2 x^2 dx$

วิธีทำ เนื่องจากปฏิยานุพันธ์ของ  $f(x) = x^2$  คือ  $F(x) = \frac{x^3}{3} + c$  เมื่อ  $c$  เป็นค่าคงตัว

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \int_0^2 x^2 dx &= \left(\frac{x^3}{3} + c\right)\Big|_0^2 \\ &= \left(\frac{2^3}{3} + c\right) - (0 + c) \end{aligned}$$

$$= \frac{8}{3} \quad \text{ตอบ}$$

ลองเปรียบเทียบวิธีทำนี้กับกิจกรรมที่ 2.1 ข้อ 1

**ข้อสังเกต** ในการหาปริพันธ์จำกัดเขตของฟังก์ชัน  $f$  โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสนั้น ต้องหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f$  ก่อน ซึ่งการหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชันนั้นไม่จำเป็นต้องบวกค่าคงตัว  $c$  เพราะเมื่อแทน  $x$  ใน  $F(x)$  ด้วย  $a$  และ  $b$  แล้ว คำนวณหา  $F(b) - F(a)$  ค่าคงตัว  $c$  จะลบกันหมดไป ดังนั้นตัวอย่างที่ 1 จะทำใหม่ได้ดังนี้

$$\int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^2$$

$$= \frac{2^3}{3} - 0$$

$$= \frac{8}{3} \quad \text{ตอบ}$$



3. จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

$$3.1 \int_3^4 (3x + 4) dx$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.2 \int_{-1}^2 (3x^2 + x - 2) dx$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.3 \int_2^3 x(x^2 - 3) dx$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.4 \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x^2} dx$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$3.5 \int_0^2 \left( \frac{x^3}{2} + 2x \right) dx$$

.....

.....

.....

.....

.....

ให้นักเรียนเขียนข้อดีและข้อเสียของวิธีการหาพื้นที่ใต้กราฟของวิธีก่อนหน้าและวิธีของทฤษฎีบท  
 หลักมูลของแคลคูลัสในการหาคำตอบ ว่ามีข้อดีข้อเสียแตกต่างกันอย่างไร ใช้เวลาประมาณ 5 นาที  
 หลังจากนั้นให้เลือกสมาชิก 1 คนเตรียมพูดนำเสนอให้เพื่อนในชั้นเรียนฟัง







## เฉลยแบบทดสอบย่อยที่ 2.2

1. จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

$$1.1 \quad \int_1^3 (x^2 + 1) \, dx$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_1^3 (x^2 + 1) \, dx &= \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_1^3 \\ &= \left( \frac{27}{3} + 3 \right) - \left( \frac{1}{3} + 1 \right) \\ &= \frac{26}{3} + 2 \\ &= \frac{32}{3} \end{aligned} \quad \underline{\underline{\text{ตอบ}}}$$

$$1.2 \quad \int_{-1}^1 (-x^4 + x^2 - 1) \, dx$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (-x^4 + x^2 - 1) \, dx &= \left( -\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \left( -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} - 1 \right) - \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{3} + 1 \right) \\ &= -\frac{2}{5} + \frac{2}{3} - 2 \\ &= -\frac{26}{15} \end{aligned} \quad \underline{\underline{\text{ตอบ}}}$$

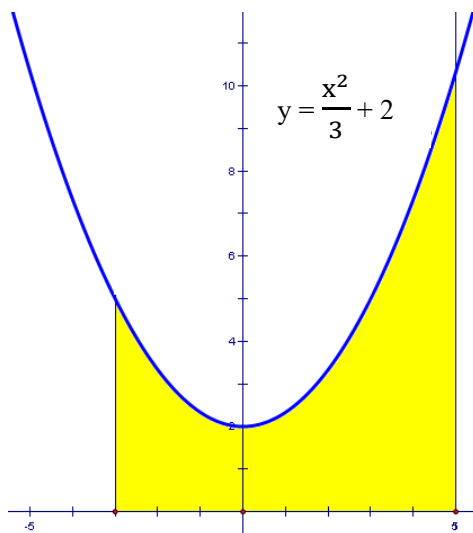
$$1.3 \int_0^1 x^2(x^2 + 1)^2 dx$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^2(x^2 + 1)^2 dx &= \int_0^1 (x^6 + 2x^4 + x^2) dx \\ &= \left( \frac{x^7}{7} + \frac{2x^5}{5} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 \\ &= \left( \frac{1}{7} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) - 0 \\ &= \frac{92}{105} \end{aligned}$$

ตอบ

2. จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  $y = \frac{x^2}{3} + 2$  จาก  $x = -3$  ถึง  $x = 5$  และแกน  $x$  โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส



วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_{-3}^5 \left( \frac{x^2}{3} + 2 \right) dx &= \left( \frac{x^3}{9} + 2x \right) \Big|_{-3}^5 \\ &= \left( \frac{125}{9} + 10 \right) - \left( -\frac{27}{9} - 6 \right) \\ &= \frac{152}{9} + 16 \end{aligned}$$

$$= \frac{296}{9}$$

ดังนั้นพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  $y = \frac{x^2}{3} + 2$  จาก  $x = -3$  ถึง  $x = 5$  คือ  $\frac{296}{9}$  ตารางหน่วย

ตอบ

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1.1	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^3}{3} + x$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง $\frac{32}{3}$	1 คะแนน
1.2	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $-\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} - x$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง $-\frac{26}{15}$	1 คะแนน
1.3	มีการจัดรูปอย่างง่ายถูกต้อง $\int_0^1 (x^6 + 2x^4 + x^2) dx$	1 คะแนน
	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^7}{7} + \frac{2x^5}{5} + \frac{x^3}{3}$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง $\frac{92}{105}$	1 คะแนน
2	วาดกราฟและแรเงาพื้นที่ที่ต้องการได้ถูกต้อง	1 คะแนน
	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^3}{9} + 2x$	1 คะแนน
	มีการสรุปคำตอบได้ถูกต้องชัดเจน $\frac{296}{9}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน
<b>รวม</b>		<b>10 คะแนน</b>

## แบบฝึกหัดที่ 2.2

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้ลงสมุดการบ้านอย่างละเอียด

**ตอนที่ 1** จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

$$1. \int_1^2 (x^2 + 2) \, dx$$

$$2. \int_{-1}^3 (x^2 - 2x + 3) \, dx$$

$$3. \int_{-2}^{-1} \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right) \, dx$$

$$4. \int_0^1 x^2(x^2 - 1)^2 \, dx$$

$$5. \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) \, dx$$

**ตอนที่ 2** ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ตรวจสอบพื้นที่ใต้กราฟในแบบฝึกหัดที่ 2.1

(จำนวน 10 ข้อ)

## เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.2

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้อย่างละเอียด

**ตอนที่ 1** จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

$$1. \int_1^2 (x^2 + 2) \, dx$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \int_1^2 (x^2 + 2) \, dx &= \left( \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_1^2 \\ &= \left( \frac{8}{3} + 4 \right) - \left( \frac{1}{3} + 2 \right) \\ &= \frac{7}{3} - 2 \\ &= \frac{7}{3} - \frac{6}{3} \\ &= \frac{1}{3} \qquad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

$$2. \int_{-1}^3 (x^2 - 2x + 3) \, dx$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \int_{-1}^3 (x^2 - 2x + 3) \, dx &= \left( \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 3x \right) \Big|_{-1}^3 \\ &= \left( \frac{27}{3} - \frac{18}{2} + 9 \right) - \left( -\frac{1}{3} - 1 - 3 \right) \\ &= 13 + \frac{1}{3} \\ &= \frac{40}{3} \qquad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

$$3. \int_{-2}^{-1} \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right) dx$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{วิธีทำ}} \quad \int_{-2}^{-1} \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right) dx &= \int_{-2}^{-1} (x^2 + x^{-3}) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^{-2}}{2}\right) \Big|_{-2}^{-1} \\ &= \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{8}{3} - \frac{1}{8}\right) \\ &= \frac{7}{3} - \frac{3}{8} \\ &= \frac{56-9}{24} \\ &= \frac{47}{24} \quad \underline{\text{ตอบ}} \end{aligned}$$

$$4. \int_0^1 x^2(x^2 - 1)^2 dx$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{วิธีทำ}} \quad \int_0^1 x^2(x^2 - 1)^2 dx &= \int_0^1 (x^6 - 2x^4 + x^2) dx \\ &= \left(\frac{x^7}{7} - \frac{2x^5}{5} + \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^1 \\ &= \left(\frac{1}{7} - \frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) - (0) \\ &= \frac{15}{105} - \frac{42}{105} + \frac{35}{105} \\ &= \frac{8}{105} \quad \underline{\text{ตอบ}} \end{aligned}$$



$$5. \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) \, dx$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) \, dx &= \left( \frac{x^4}{4} - \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} \right) \Big|_1^2 \\ &= \left( \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \Big|_1^2 \\ &= (4 - 8 + 4) - \left( \frac{1}{4} - 1 + 1 \right) \\ &= 0 - \frac{1}{4} \\ &= -\frac{1}{4} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

ตอนที่ 2 ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ตรวจสอบพื้นที่ใต้กราฟในแบบฝึกหัดที่ 2.1

(จำนวน 10 ข้อ)

1. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x$  ที่แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 5$

วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^5 x \, dx \\ &= \left( \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^5 \\ &= \left( \frac{25}{2} \right) - 0 \\ &= \frac{25}{2} \text{ หรือ } 12.5 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x$  ที่แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 5$

มีพื้นที่เท่ากับ  $\frac{25}{2}$  หรือ 12.5 ตารางหน่วย

ตอบ

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = -3x + 6$  แกน  $x$  และแกน  $y$   
วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 (-3x + 6) \, dx \\ &= \left( \frac{-3x^2}{2} + 6x \right) \Big|_0^2 \\ &= (-6 + 12) - 0 \\ &= 6 \end{aligned}$$

- ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = -3x + 6$  แกน  $x$  และแกน  $y$   
 มีพื้นที่เท่ากับ 6 ตารางหน่วย ตอบ

3. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x + 5$  ที่แกน  $x$  แกน  $y$   
 และ  $x = 5$

วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^5 (x + 5) \, dx \\ &= \left( \frac{x^2}{2} + 5x \right) \Big|_0^5 \\ &= \left( \frac{25}{2} + 25 \right) - 0 \\ &= \frac{75}{2} \text{ หรือ } 37.5 \end{aligned}$$

- ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟเส้นตรง  $y = x + 5$  ที่แกน  $x$  แกน  $y$  และ  $x = 5$   
 มีพื้นที่เท่ากับ  $\frac{75}{2}$  หรือ 37.5 ตารางหน่วย ตอบ

4. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 2 + x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$   
วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^5 (2 + x^2) \, dx \\ &= \left( 2x + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^5 \\ &= \left( 10 + \frac{125}{3} \right) - 0 \\ &= \frac{155}{3} \text{ หรือประมาณ } 51.67 \end{aligned}$$

- ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบกราฟ  $y = 2 + x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$   
 มีพื้นที่เท่ากับ  $\frac{155}{3}$  หรือประมาณ 51.67 ตารางหน่วย ตอบ

5. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 16 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 4$   
วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^4 (16 - x^2) \, dx \\ &= \left( 16x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 \\ &= \left( 64 - \frac{64}{3} \right) - 0 \\ &= \frac{128}{3} \text{ หรือประมาณ } 42.67 \end{aligned}$$

- ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบกราฟ  $y = 16 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 4$   
 มีพื้นที่เท่ากับ  $\frac{128}{3}$  หรือประมาณ 42.67 ตารางหน่วย ตอบ

6. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{2}$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$

วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 \frac{x^2}{2} dx \\ &= \left( \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 \\ &= \left( \frac{8}{6} \right) - 0 \\ &= \frac{4}{3} \text{ หรือประมาณ } 1.33 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบกราฟ  $y = \frac{x^2}{2}$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$

มีพื้นที่เท่ากับ  $\frac{4}{3}$  หรือประมาณ 1.33 ตารางหน่วย

ตอบ

7. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 9 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 3$

วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^3 (9 - x^2) dx \\ &= \left( 9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 \\ &= \left( 27 - \frac{27}{3} \right) - 0 \\ &= (27 - 9) - 0 \\ &= 18 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบกราฟ  $y = 9 - x^2$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 3$

มีพื้นที่เท่ากับ 18 ตารางหน่วย

ตอบ

8. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 - 25$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$

วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^5 (x^2 - 25) \, dx \\ &= \left[ \frac{x^3}{3} - 25x \right]_0^5 \\ &= \left[ \left( \frac{125}{3} - 125 \right) - 0 \right] \\ &= \frac{250}{3} \text{ หรือประมาณ } 83.33 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบกราฟ  $y = x^2 - 25$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 5$

มีพื้นที่เท่ากับ  $\frac{250}{3}$  หรือประมาณ 83.33 ตารางหน่วย ตอบ

9. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = -x^2 + x + 6$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$

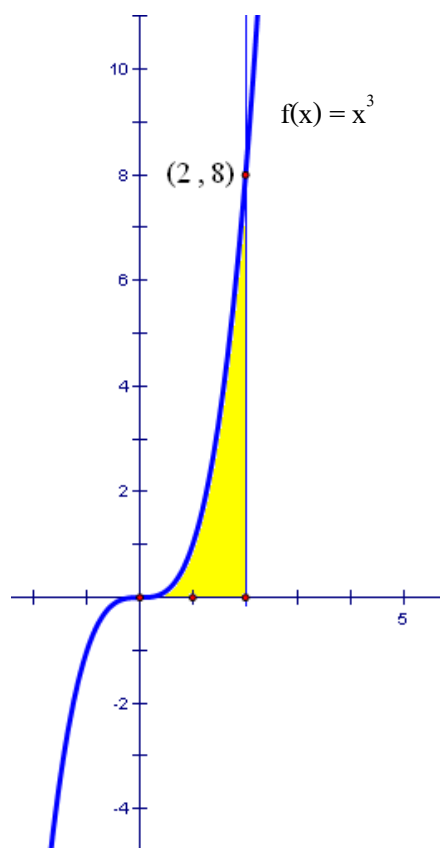
วิธีทำ ให้  $A$  แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 (-x^2 + x + 6) \, dx \\ &= \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \right]_0^2 \\ &= \left( -\frac{8}{3} + 2 + 12 \right) - 0 \\ &= \left( -\frac{8}{3} + 14 \right) - 0 \\ &= \frac{34}{3} \text{ หรือประมาณ } 11.33 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบกราฟ  $y = -x^2 + x + 6$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$

มีพื้นที่เท่ากับ  $\frac{34}{3}$  หรือประมาณ 11.33 ตารางหน่วย ตอบ

10. จงหาพื้นที่แรเงาของกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้



วิธีทำ ให้ A แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ

$$\begin{aligned}
 A &= \int_0^2 x^3 \, dx \\
 &= \left. \left( \frac{x^4}{4} \right) \right|_0^2 \\
 &= \left( \frac{16}{4} \right) - 0 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบกราฟ  $y = x^3$  แกน  $x$  แกน  $y$  และเส้นตรง  $x = 2$

มีพื้นที่เท่ากับ 4 ตารางหน่วย

ตอบ

ตารางภาคผนวก ก – 1 ตารางวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 แผน โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน

รายการข้อความความคิดเห็น	ค่าความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่า IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5		
1. แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความชัดเจนครอบคลุมเนื้อหาสาระ	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับระดับชั้นของนักเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
4. มีการทบทวนความรู้เดิมแล้วจึงนำเข้าสู่บทเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
5. กิจกรรมการเรียนรู้เรียงลำดับจากง่ายไปยาก	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
6. มีกิจกรรมที่เน้นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ความรู้ ทักษะ หรือทัศนคติ ระหว่างกันและกัน	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
7. แผนการจัดการเรียนรู้ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่คงทนถาวร	+1	0	+1	0	+1	0.6	ใช้ได้
8. แผนการจัดการเรียนการสอนช่วยเสริมสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
9. มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้กลับไปทบทวนอย่างเหมาะสม	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
10. มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
<b>ผลรวม</b>	10	8	10	9	10	9.4	ใช้ได้

$$\text{ค่า IOC} = \frac{\sum R}{N} = \frac{9.4}{10} = 0.94$$

สรุปว่า แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้ได้

ตารางภาคผนวก ก – 2 ตารางการวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

รายการข้อความคิดเห็น	ค่าความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญคนที่					รวม
	1	2	3	4	5	
1. แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญครบถ้วน	5	5	5	5	5	5
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความชัดเจนครอบคลุมเนื้อหาสาระ	4	5	5	5	5	4.8
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับระดับชั้นของนักเรียน	4	5	5	5	5	4.8
4. มีการทบทวนความรู้เดิมแล้วจึงนำเข้าสู่บทเรียน	4	5	5	5	5	4.8
5. กิจกรรมการเรียนรู้เรียงลำดับจากง่ายไปยาก	5	5	5	5	5	5
6. มีกิจกรรมที่เน้นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ความรู้ ทักษะ หรือทัศนคติ ระหว่างกันและกัน	4	4	5	5	5	4.6
7. แผนการจัดการเรียนรู้ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่คงทนถาวร	5	4	4	3	5	4.2
8. แผนการจัดการเรียนการสอนช่วยเสริมสร้าง ความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส	5	5	5	4	5	4.8
9. มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้กลับไปทบทวนอย่างเหมาะสม	5	5	5	5	5	5
10. มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5
$\bar{X}$	4.60	4.80	4.90	4.70	5.00	4.80
S.D.	0.516	0.422	0.316	0.675	0.000	0.452
การแปลความหมาย	เหมาะสมมากที่สุด					



## ภาคผนวก ข

### แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการวิจัย และผลการวิเคราะห์

1. แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน
3. ผลการวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยากง่าย ( $P_e$ ) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ - Coefficient) ของครอนบาคของแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

## แบบทดสอบที่ 1

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดและไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณใด ๆ โดยที่  
แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 5 ข้อ ให้นักเรียนใช้เวลา 60 นาทีในการทำแบบทดสอบ

1. ในการหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 2x^2 + 1$  ที่เส้นตรง  $x = 1$ ,  $x = 5$  และแกน  $x$  เราจึงทำการประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวด้วยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ หากเราแบ่งช่วงปิด  $[1, 5]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อยและ 8 ช่วงย่อยตามลำดับ โดยที่แต่ละช่วงมีความกว้างเท่า ๆ กัน ค่าประมาณของพื้นที่ที่ได้จะเป็นอย่างไรจงอธิบาย (1 คะแนน)

.....

.....

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 3$  ที่เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 3$  และแกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{2}$  ที่เส้นตรง  $x = 1$ ,  $x = 3$  และ แกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)





5. จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (7 คะแนน)

$$5.1) \int_2^3 \left( \frac{2x+3}{5} \right) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$5.2) \int_{-3}^3 (30x^2 + 24x - 2) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$5.3) \int_{-1}^1 x^2(x^2 - 1)^2 dx \quad (3 \text{ คะแนน})$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

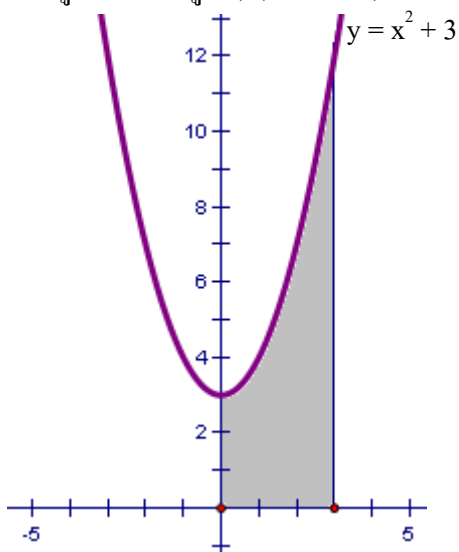
## เฉลยแบบทดสอบที่ 1

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดและไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณใด ๆ โดยที่แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 5 ข้อ ให้นักเรียนใช้เวลา 50 นาทีในการทำแบบทดสอบ

1. ในการหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = 2x^2 + 1$  ที่เส้นตรง  $x = 1$ ,  $x = 5$  และแกน  $x$  เราจึงทำการประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวด้วยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ หากเราแบ่งช่วงปิด  $[1, 5]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อยและ 8 ช่วงย่อยตามลำดับ โดยที่แต่ละช่วงมีความกว้างเท่า ๆ กัน ค่าประมาณของพื้นที่ที่ได้จะเป็นอย่างไรจงอธิบาย (1 คะแนน)

**ตอบ** การประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวหากแบ่งช่วงปิด  $[1, 5]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อยจะได้ค่าประมาณของพื้นที่ที่ใกล้เคียงความเป็นจริงน้อยกว่าการแบ่งช่วงปิด  $[1, 5]$  ออกเป็น 8 ช่วงย่อย

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 3$  ที่เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 3$  และแกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)



**วิธีทำ** ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{3}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 3]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{3-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{3}{n}$

2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{6}{n}$

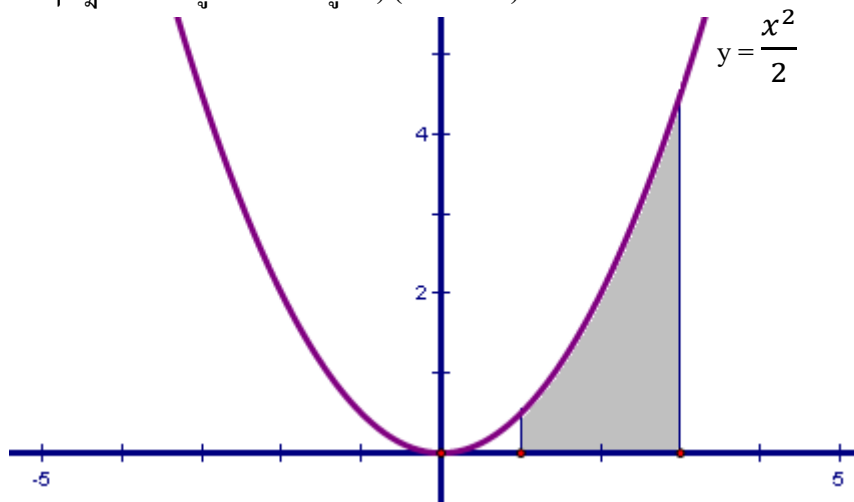
3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{9}{n}$  ...  $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{3n}{n}$

$$\begin{aligned}
\text{ดังนั้น } S_n &= \frac{3}{n}f\left(\frac{3}{n}\right) + \frac{3}{n}f\left(\frac{6}{n}\right) + \frac{3}{n}f\left(\frac{9}{n}\right) + \dots + \frac{3}{n}f\left(\frac{3n}{n}\right) \\
\text{จาก } f(x) &= x^2 + 3 \\
&= \frac{3}{n}\left\{\left(\frac{3}{n}\right)^2 + 3\right\} + \frac{3}{n}\left\{\left(\frac{6}{n}\right)^2 + 3\right\} + \frac{3}{n}\left\{\left(\frac{9}{n}\right)^2 + 3\right\} + \dots + \frac{3}{n}\left\{\left(\frac{3n}{n}\right)^2 + 3\right\} \\
&= \sum_{k=1}^n \frac{3}{n}\left[\left(\frac{3k}{n}\right)^2 + 3\right] \\
&= \sum_{k=1}^n \left[\frac{27k^2}{n^3} + \frac{9}{n}\right] \\
&= \frac{27}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n \frac{9}{n} \\
&= \frac{27}{n^3} \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right) + \frac{9}{n}(n) \\
&= \frac{9}{2} \left(\frac{2n^2+3n+1}{n^2}\right) + 9 \\
\text{นั่นคือ } S_n &= \frac{9}{2} \left(\frac{2n^2+3n+1}{n^2}\right) + 9 \\
\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{9}{2} \left(\frac{2n^2+3n+1}{n^2}\right) + 9\right] = 9 + 9
\end{aligned}$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 18 ตารางหน่วย ตอบ



3. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{2}$  ที่เส้นตรง  $x = 1$ ,  $x = 3$  และแกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[1, 3]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{3-1}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

เริ่มหาพื้นที่ใต้กราฟตั้งแต่  $x = 1$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(1 + \frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(1 + \frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(1 + \frac{2n}{n}\right)$$

$$\text{จาก } f(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{2}{n} \frac{\left(1 + \frac{2}{n}\right)^2}{2} + \frac{2}{n} \frac{\left(1 + \frac{4}{n}\right)^2}{2} + \frac{2}{n} \frac{\left(1 + \frac{6}{n}\right)^2}{2} + \dots + \frac{2}{n} \frac{\left(1 + \frac{2n}{n}\right)^2}{2}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2 \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^2}{2}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1 + \frac{4k}{n} + \frac{4k^2}{n^2}}{n}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{1}{n} + \frac{4k}{n^2} + \frac{4k^2}{n^3} \right] \\
&= \frac{1}{n}(n) + \frac{4}{n^2} \sum_{k=1}^n k + \frac{4}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= 1 + \frac{4}{n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) + \frac{4}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \\
&= 1 + \frac{2(n+1)}{n} + \frac{2}{3} \left( \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \right) \\
&= 1 + 2 + \frac{2}{n} + \frac{2}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = 3 + \frac{2}{n} + \frac{2}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 3 + \frac{2}{n} + \frac{2}{3} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right] = 3 + \frac{4}{3}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{13}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

4. ให้นักเรียนใช้โจทย์ข้อที่ 1 และ 2 หาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ (โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (ข้อละ 2 คะแนน)

4.1) จงหาพื้นที่ของบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 3$  ที่เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 3$  และแกน  $x$

วิธีทำ

$$\int_0^3 (x^2 + 3) dx = \left( \frac{x^3}{3} + 3x \right) \Big|_0^3$$

$$= (9 + 9) - 0$$

$$= 18$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 18 ตารางหน่วย ตอบ

4.2) จงหาพื้นที่ของบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{2}$  ที่เส้นตรง  $x = 1$ ,  $x = 3$  และแกน  $x$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_1^3 \frac{x^2}{2} dx &= \left. \frac{x^3}{6} \right|_1^3 \\ &= \frac{27}{6} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{26}{6} \end{aligned}$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{13}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

5. จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (7 คะแนน)

$$5.1) \int_2^3 \left( \frac{2x+3}{5} \right) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_2^3 \left( \frac{2x+3}{5} \right) dx &= \left. \left( \frac{x^2}{5} + \frac{3x}{5} \right) \right|_2^3 \\ &= \left( \frac{9}{5} + \frac{9}{5} \right) - \left( \frac{4}{5} + \frac{6}{5} \right) \\ &= \frac{18}{5} - \frac{10}{5} \\ &= \frac{8}{5} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

$$5.2) \int_{-3}^3 (30x^2 + 24x - 2) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

วิธีทำ

$$\int_{-3}^3 (30x^2 + 24x - 2) dx = \left. (10x^3 + 12x^2 - 2x) \right|_{-3}^3$$

$$= (270 + 108 - 6) - (-270 + 108 + 6)$$

$$= 540 - 12$$

$$= 528 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

$$5.3) \int_{-1}^1 x^2(x^2 - 1)^2 dx$$

(3 คะแนน)

วิธีทำ

$$\int_{-1}^1 x^2(x^2 - 1)^2 dx = \int_{-1}^1 (x^6 - 2x^4 + x^2) dx$$

$$= \left( \frac{x^7}{7} - \frac{2x^5}{5} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1$$

$$= \left( \frac{1}{7} - \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) - \left( -\frac{1}{7} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{16}{105} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

## เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1	การประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวหากแบ่งช่วงปิด $[1, 5]$ ออกเป็น 4 ช่วงย่อยจะได้ค่าประมาณของพื้นที่ที่ใกล้เคียงความเป็นจริงน้อยกว่าการแบ่งช่วงปิด $[1, 5]$ ออกเป็น 8 ช่วงย่อย หรือ การประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวหากแบ่งช่วงปิด $[1, 5]$ ออกเป็น 8 ช่วงย่อยจะได้ค่าประมาณของพื้นที่ที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากกว่าการแบ่งช่วงปิด $[1, 5]$ ออกเป็น 4 ช่วงย่อย	1 คะแนน
2	วาดกราฟและกำหนดช่วงได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	หาค่า $\Delta x = \frac{3}{n}$ ได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	เขียนในรูป $\sum_{k=1}^n \frac{3}{n} \left[ \left( \frac{3k}{n} \right)^2 + 3 \right]$ ได้ถูกต้อง	1 คะแนน
	มีการ take ลิมิตเข้าสู่ $\infty$ ให้เห็น $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 18 ตารางหน่วย	1 คะแนน
3	วาดกราฟและกำหนดช่วงได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	หาค่า $\Delta x = \frac{2}{n}$ ได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	เขียนในรูป $\sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2k}{n}\right)^2}{2}$ ได้ถูกต้อง	1 คะแนน
	มีการ take ลิมิตเข้าสู่ $\infty$ ให้เห็น $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ $\frac{13}{3}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน
4.1	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^3}{3} + 3x$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ 18 ตารางหน่วย	1 คะแนน
4.2	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^3}{6}$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ $\frac{13}{3}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน

## เกณฑ์การให้คะแนน(ต่อ)

ข้อ	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
5.1	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^2}{5} + \frac{3x}{5}$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง $\frac{8}{5}$	1 คะแนน
5.2	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $10x^3 + 12x^2 - 2x$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง 528	1 คะแนน
5.3	มีการจัดรูปอย่างง่ายถูกต้อง $\int_{-1}^1 (x^6 - 2x^4 + x^2) dx$	1 คะแนน
	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^7}{7} - \frac{2x^5}{5} + \frac{x^3}{3}$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง $\frac{16}{105}$	1 คะแนน
<b>รวม</b>		<b>20 คะแนน</b>

## แบบทดสอบที่ 2

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดและไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณใด ๆ โดยที่  
แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 5 ข้อ ให้นักเรียนใช้เวลา 60 นาทีในการทำแบบทดสอบ

1. ในการหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 1$  ที่เส้นตรง  $x = 2$ ,  $x = 4$  และแกน  $x$  เราจึงทำการประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวด้วยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ หากเราแบ่งช่วงปิด  $[2, 4]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อยและ 8 ช่วงย่อยตามลำดับ โดยที่แต่ละช่วงมีความกว้างเท่า ๆ กัน ค่าประมาณของพื้นที่ที่ได้จะเป็นอย่างไรจงอธิบาย (1 คะแนน)

.....

.....

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 2$  ที่เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 2$  และแกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{3}$  ที่เส้นตรง  $x = 2$ ,  $x = 4$  และแกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)







5. จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (7 คะแนน)

$$5.1) \int_1^5 \left( \frac{3x+4}{2} \right) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$5.2) \int_{-5}^5 (10x^2 + 12x - 7) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$5.3) \int_{-2}^2 2x^2(x^2 - 2)^2 dx \quad (3 \text{ คะแนน})$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

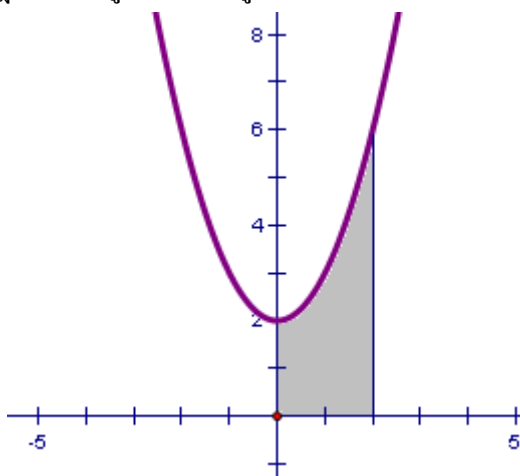
## เฉลยแบบทดสอบที่ 2

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดและไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณใด ๆ โดยที่แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 5 ข้อ ให้นักเรียนใช้เวลา 50 นาทีในการทำแบบทดสอบ

1. ในการหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 1$  ที่เส้นตรง  $x = 2$ ,  $x = 4$  และแกน  $x$  เราจึงทำการประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวด้วยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็ก ๆ หากเราแบ่งช่วงปิด  $[2, 4]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อยและ 8 ช่วงย่อยตามลำดับ โดยที่แต่ละช่วงมีความกว้างเท่า ๆ กัน ค่าประมาณของพื้นที่ที่ได้จะเป็นอย่างไรจงอธิบาย (1 คะแนน)

**ตอบ** การประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวหากแบ่งช่วงปิด  $[2, 4]$  ออกเป็น 4 ช่วงย่อยจะได้ค่าประมาณของพื้นที่ที่ใกล้เคียงความเป็นจริงน้อยกว่าการแบ่งช่วงปิด  $[2, 4]$  ออกเป็น 8 ช่วงย่อย

2. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 2$  ที่เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 2$  และแกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)



**วิธีทำ** ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[0, 2]$  แบ่ง

ออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{2-0}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$

2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$  ...  $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(\frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(\frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(\frac{2n}{n}\right)$$

$$\text{จาก } f(x) = x^2 + 2$$

$$= \frac{2}{n} \left\{ \left(\frac{2}{n}\right)^2 + 2 \right\} + \frac{2}{n} \left\{ \left(\frac{4}{n}\right)^2 + 2 \right\} + \frac{2}{n} \left\{ \left(\frac{6}{n}\right)^2 + 2 \right\} + \dots + \frac{2}{n} \left\{ \left(\frac{2n}{n}\right)^2 + 2 \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left[ \left(\frac{2k}{n}\right)^2 + 2 \right]$$

$$= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{8k^2}{n^3} + \frac{4}{n} \right]$$

$$= \frac{8}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n \frac{4}{n}$$

$$= \frac{8}{n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) + \frac{4}{n}(n)$$

$$= \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} \right) + 4$$

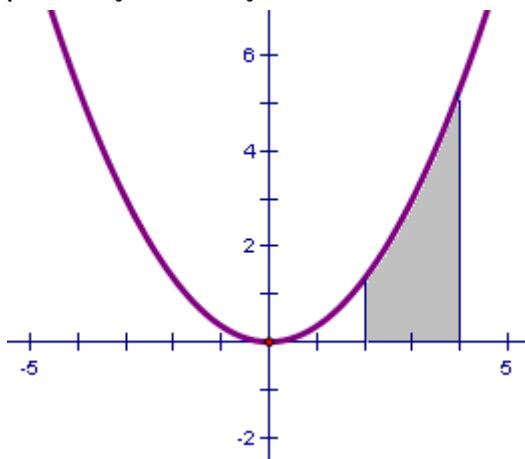
$$\text{นั่นคือ } S_n = \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} \right) + 4$$

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{4}{3} \left( \frac{2n^2 + 3n + 1}{n^2} \right) + 4 \right] = \frac{20}{3}$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{20}{3}$  ตารางหน่วย

ตอบ

3. จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{3}$  ที่เส้นตรง  $x = 2$ ,  $x = 4$  และแกน  $x$  (โดยไม่ใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (4 คะแนน)



วิธีทำ ให้  $S_n$  แทนผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $n$  รูป

$\Delta x$  แทนความกว้างของแต่ละช่วงย่อย (ในที่นี้เท่ากับ  $\frac{2}{n}$ ) เกิดจากช่วงปิด  $[2, 4]$  แบ่งออกเป็น  $n$  ช่วงย่อย  $\Delta x = \frac{4-2}{n}$

ดังนั้น 1 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $\Delta x = \frac{2}{n}$       2 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $2\Delta x = \frac{4}{n}$

3 ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $3\Delta x = \frac{6}{n}$     ...     $n$  ช่วงย่อยเขียนแทนด้วย  $n\Delta x = \frac{2n}{n}$

เริ่มหาพื้นที่ใต้กราฟตั้งแต่  $x = 2$

$$\text{ดังนั้น } S_n = \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{2}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{4}{n}\right) + \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{6}{n}\right) + \dots + \frac{2}{n} f\left(2 + \frac{2n}{n}\right)$$

$$\text{จาก } f(x) = \frac{x^2}{3}$$

$$= \frac{2}{n} \frac{\left(2 + \frac{2}{n}\right)^2}{3} + \frac{2}{n} \frac{\left(2 + \frac{4}{n}\right)^2}{3} + \frac{2}{n} \frac{\left(2 + \frac{6}{n}\right)^2}{3} + \dots + \frac{2}{n} \frac{\left(2 + \frac{2n}{n}\right)^2}{3}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{2 \left(2 + \frac{2k}{n}\right)^2}{3}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{8 + \frac{16k}{n} + \frac{8k^2}{n^2}}{3n}$$

$$= \sum_{k=1}^n \left[ \frac{8}{3n} + \frac{16k}{3n^2} + \frac{8k^2}{3n^3} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{8}{3n}(n) + \frac{16}{3n^2} \sum_{k=1}^n k + \frac{8}{3n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\
&= \frac{8}{3} + \frac{16}{3n^2} \left( \frac{n(n+1)}{2} \right) + \frac{8}{3n^3} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \\
&= \frac{8}{3} + \frac{8(n+1)}{3n} + \frac{4}{9} \left( \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \right) \\
&= \frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3n} + \frac{4}{9} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)
\end{aligned}$$

นั่นคือ  $S_n = \frac{16}{3} + \frac{8}{3n} + \frac{4}{9} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right)$

จะได้  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{16}{3} + \frac{8}{3n} + \frac{4}{9} \left( \frac{2n^2+3n+1}{n^2} \right) \right] = \frac{16}{3} + \frac{8}{9}$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{56}{9}$  ตารางหน่วย ตอบ

4. ให้นักเรียนใช้โจทย์ข้อที่ 1 และ 2 หาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ (โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส) (ข้อละ 2 คะแนน)

4.1) จงหาพื้นที่ของบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = x^2 + 2$  ที่เส้นตรง  $x = 0$ ,  $x = 2$  และแกน  $x$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
\int_0^2 (x^2 + 2) dx &= \left( \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_0^2 \\
&= \left( \frac{8}{3} + 4 \right) - 0 \\
&= \frac{20}{3}
\end{aligned}$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{20}{3}$  ตารางหน่วย ตอบ

4.2) จงหาพื้นที่ของบริเวณซึ่งล้อมรอบด้วยกราฟ  $y = \frac{x^2}{3}$  ที่เส้นตรง  $x = 2$ ,  $x = 4$  และแกน  $x$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_2^4 \frac{x^2}{3} dx &= \left. \frac{x^3}{9} \right|_2^4 \\ &= \frac{64}{9} - \frac{8}{9} \\ &= \frac{56}{9} \end{aligned}$$

ดังนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ  $\frac{56}{9}$  ตารางหน่วย ตอบ

5. จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้ โดยใช้ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส (7 คะแนน)

$$5.1) \int_1^5 \left( \frac{3x+4}{2} \right) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_1^5 \left( \frac{3x+4}{2} \right) dx &= \left. \left( \frac{3x^2}{4} + \frac{4x}{2} \right) \right|_1^5 \\ &= \left( \frac{75}{4} + \frac{20}{2} \right) - \left( \frac{3}{4} + \frac{4}{2} \right) \\ &= \frac{72}{4} + \frac{16}{2} \\ &= 18 + 8 \\ &= 26 \quad \quad \quad \underline{\text{ตอบ}} \end{aligned}$$



$$5.2) \int_{-5}^5 (10x^2 + 12x - 7) dx \quad (2 \text{ คะแนน})$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int_{-5}^5 (10x^2 + 12x - 7) dx &= \left( \frac{10x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} - 7x \right) \Big|_{-5}^5 \\ &= \left( \frac{1250}{3} + \frac{300}{2} - 35 \right) - \left( -\frac{1250}{3} + \frac{300}{2} + 35 \right) \\ &= \frac{2500}{3} - 70 \\ &= \frac{2500}{3} - \frac{210}{3} \\ &= \frac{2290}{3} \quad \underline{\text{ตอบ}} \end{aligned}$$

$$5.3) \int_{-2}^2 2x^2(x^2 - 2)^2 dx \quad (3 \text{ คะแนน})$$

$$\begin{aligned} \underline{\text{วิธีทำ}} \int_{-2}^2 2x^2(x^2 - 2)^2 dx &= \int_{-2}^2 (2x^6 - 8x^4 + 8x^2) dx \\ &= \left( \frac{2x^7}{7} - \frac{8x^5}{5} + \frac{8x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 \\ &= \left( \frac{256}{7} - \frac{256}{5} + \frac{64}{3} \right) - \left( -\frac{256}{7} + \frac{256}{5} - \frac{64}{3} \right) \\ &= \frac{512}{7} - \frac{512}{5} + \frac{128}{3} \\ &= \frac{7680}{105} - \frac{10752}{105} + \frac{4480}{105} \\ &= \frac{1408}{105} \quad \underline{\text{ตอบ}} \end{aligned}$$

## เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1	การประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวหากแบ่งช่วงปิด $[2, 4]$ ออกเป็น 4 ช่วงย่อยจะได้ค่าประมาณของพื้นที่ที่ใกล้เคียงความเป็นจริงน้อยกว่าการแบ่งช่วงปิด $[2, 4]$ ออกเป็น 8 ช่วงย่อย หรือ การประมาณค่าพื้นที่ดังกล่าวหากแบ่งช่วงปิด $[2, 4]$ ออกเป็น 8 ช่วงย่อยจะได้ค่าประมาณของพื้นที่ที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากกว่าการแบ่งช่วงปิด $[2, 4]$ ออกเป็น 4 ช่วงย่อย	1 คะแนน
2	วาดกราฟและกำหนดช่วงได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	หาค่า $\Delta x = \frac{2}{n}$ ได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	เขียนในรูป $\sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left[ \left( \frac{2k}{n} \right)^2 + 2 \right]$ ได้ถูกต้อง	1 คะแนน
	มีการ take ลิมิตเข้าสู่ $\infty$ ให้เห็น $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดั้งนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ $\frac{20}{3}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน
3	วาดกราฟและกำหนดช่วงได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	หาค่า $\Delta x = \frac{2}{n}$ ได้ถูกต้อง	0.5 คะแนน
	เขียนในรูป $\sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left( 2 + \frac{2k}{n} \right)^2$ ได้ถูกต้อง	1 คะแนน
	มีการ take ลิมิตเข้าสู่ $\infty$ ให้เห็น $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดั้งนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ $\frac{56}{9}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน
4.1	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{3x^2}{4} + \frac{4x}{2}$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดั้งนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ $\frac{20}{3}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน
4.2	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{x^3}{9}$	1 คะแนน
	มีการสรุป ดั้งนั้นพื้นที่ของอาณาบริเวณที่กำหนดให้เท่ากับ $\frac{56}{9}$ ตารางหน่วย	1 คะแนน

## เกณฑ์การให้คะแนน(ต่อ)

ข้อ	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
5.1	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{3x^2}{4} + \frac{4x}{2}$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง 26	1 คะแนน
5.2	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{10x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} + 7$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง $\frac{2290}{3}$	1 คะแนน
5.3	มีการจัดรูปอย่างง่ายถูกต้อง $\int_{-1}^1 (2x^6 - 8x^4 + 8x^2) dx$	1 คะแนน
	หาปฏิยานุพันธ์ได้ถูกต้อง $\frac{2x^7}{7} - \frac{8x^5}{5} + \frac{8x^3}{3}$	1 คะแนน
	คำตอบถูกต้อง $\frac{1408}{105}$	1 คะแนน
<b>รวม</b>		<b>20 คะแนน</b>

ตารางภาคผนวก ข – 1 ตารางวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน

รายการข้อความคิดเห็น	ค่าความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่า IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5		
1. แบบทดสอบสอดคล้องกับหลักสูตรและผลการเรียนรู้	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2. แบบทดสอบสอดคล้องกับเนื้อหาสาระ	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3. แบบทดสอบสอดคล้องกับระดับชั้นของนักเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
4. แบบทดสอบมีจำนวนข้อที่เหมาะสมกับเวลาในการทำ	+1	0	+1	0	+1	0.6	ใช้ได้
5. โจทย์ในแต่ละข้อใช้ภาษาที่อ่านแล้วเข้าใจง่าย	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
6. โจทย์ในแต่ละข้อมีความชัดเจนและเหมาะสม	+1	+1	+1	0	+1	0.8	ใช้ได้
7. แบบทดสอบต้องใช้ความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
8. แบบทดสอบมีการใช้ความคิด วิเคราะห์ อย่างมีวิจารณญาณ	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
9. มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
10. ข้อสอบแต่ละข้อมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เหมาะสม	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
<b>ผลรวม</b>	10	9	10	8	10	9.4	ใช้ได้

$$\text{ค่า IOC} = \frac{\sum R}{N} = \frac{9.4}{10} = 0.94$$

สรุปว่า แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้ได้

ตารางภาคผนวก ข – 2 ตารางการวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ข้อที่	ค่าความยากง่าย ( $P_E$ )	แปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (D)	แปลผล	แปลผลคุณภาพของข้อสอบ
1	0.65	ใช้ได้	0.50	ใช้ได้	ใช้ได้
2	0.63	ใช้ได้	0.60	ใช้ได้	ใช้ได้
3	0.29	ใช้ได้	0.43	ใช้ได้	ใช้ได้
4	0.66	ใช้ได้	0.43	ใช้ได้	ใช้ได้
5	0.66	ใช้ได้	0.46	ใช้ได้	ใช้ได้

การวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ - Coefficient) ของครอนบาค

จากสูตร

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\ &= \frac{5}{5-1} \left[ 1 - \frac{8.113}{14.698} \right] \\ &= \frac{5}{4} \left[ \frac{14.698}{14.698} - \frac{8.113}{14.698} \right] \\ &= 1.25 \left[ \frac{6.585}{14.698} \right] \\ &= 1.25(0.44802)\end{aligned}$$

ดังนั้น  $\alpha = 0.56$

สรุปว่า แบบทดสอบวัดความเข้าใจและความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีค่าความเชื่อมั่น 0.56

### ภาคผนวก ค

1. ผลคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย
2. ผลการศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัสหลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ผลการศึกษาความคงทนหลังการเรียนในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

ตารางภาคผนวก ค – 1 ตารางแสดงผลคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 เรื่องทฤษฎีบท

หลักฐานของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียน  
แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

เลขที่	หลังเรียน ครั้งที่ 1	หลังเรียน ครั้งที่ 2	เลขที่	หลังเรียน ครั้งที่ 1	หลังเรียน ครั้งที่ 2
1	13	14	23	13.5	19
2	15.5	19	24	12.5	13.5
3	15.5	10.5	25	17.5	11.5
4	14	9	26	18	20
5	13.5	14.5	27	14.5	18.5
6	12.5	17	28	11.5	14.5
7	15	17	29	16	16
8	12	9	30	11	16.5
9	17	17.5	31	15.5	13.5
10	16	13	32	13.5	12
11	11.5	9.5	33	12.5	20
12	13.5	12	34	15.5	13
13	14	14	35	17	18
14	8.5	10	36	17	20
15	14.5	19	37	10	6
16	15.5	14.5	38	14	16
17	15.5	18	39	19	19.5
18	15.5	9.5	40	18	18
19	18	20	41	16	15
20	15	11	42	18	19
21	13.5	9.5	43	19.5	17.5
22	17	18.5	44	14.5	15.5

ตารางภาคผนวก ค – 2 ตารางแสดงผลการศึกษาความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส  
หลังเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ  
แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์สัมพันธ์กับการสอนแบบอุปนัย โดยใช้คะแนน  
ผลสัมฤทธิ์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ให้  $\mu_1$  แทน คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนหลังเรียนครั้งที่ 1 (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

สมมติฐานการวิจัย  $H_0 : \mu_1 \leq 14$

$H_1 : \mu_1 > 14$

#### One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Postest1	44	14.78	2.419	.365

#### One-Sample Test

	Test Value = 14					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Postest1	2.150	43	.037	.784	.05	1.52



ตารางภาคผนวก ค – 3 ตารางแสดงผลการศึกษาความคงทนหลังการเรียนรู้ในเรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

ให้  $\mu_1$  แทน คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนหลังเรียนครั้งที่ 1

$\mu_2$  แทน คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนหลังเรียนครั้งที่ 2

สมมติฐานการวิจัย  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  (ไม่แตกต่างกัน)

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$  (ไม่แตกต่างกัน)

**Paired Samples Statistics**

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 Postest1	14.78	44	2.419	.365
Postest2	14.97	44	3.770	.568

**Paired Samples Correlations**

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 Postest1 & Postest2	44	.529	.000

ตารางภาคผนวก ค - 3 (ต่อ)

Paired Samples Test

		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	Posttest1 - Posttest2	-.182	3.228	.487	-1.163	.800	-.374	43	.711

## ภาคผนวก ง

### ผลการศึกษาความพึงพอใจ หลังการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส

1. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจ ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน
3. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

**แบบประเมินความพึงพอใจในการจัดการเรียนรู้**  
**เพื่อสร้างความเข้าใจในทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือ**  
**แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

**คำชี้แจง** โปรดทำเครื่องหมายถูก ( ✓ ) ในช่องที่นักเรียนเห็นด้วยมากที่สุด

รายการการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
<b>ด้านเนื้อหา</b>					
1. เนื้อหาตรงตามบทเรียนและหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน 2551	.....	.....	.....	.....	.....
2. ความยากง่ายของเนื้อหาเหมาะสมกับความสามารถของ นักเรียน	.....	.....	.....	.....	.....
3. การจัดเนื้อหาเหมาะสมกับเวลาเรียน	.....	.....	.....	.....	.....
<b>ด้านกิจกรรมการเรียนรู้</b>					
4. นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมร่วมกัน	.....	.....	.....	.....	.....
5. กิจกรรมการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอนที่สะดวก เข้าใจง่าย	.....	.....	.....	.....	.....
6. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้เข้าใจเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น	.....	.....	.....	.....	.....
7. นักเรียนได้ฝึกทักษะการเป็นผู้นำ การตัดสินใจ และการ แก้ปัญหา	.....	.....	.....	.....	.....
<b>ด้านครูผู้สอน</b>					
8. ครูชี้แจงกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน	.....	.....	.....	.....	.....
9. ครูจัดแบ่งกลุ่มนักเรียน โดยผลความสามารถอย่าง เหมาะสม	.....	.....	.....	.....	.....
10. ครูให้คำปรึกษา แนะนำ ดูแลนักเรียนในการเรียนรู้อย่าง ทั่วถึง	.....	.....	.....	.....	.....
11. ครูกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้	.....	.....	.....	.....	.....

รายการการประเมิน	ระดับความเหมาะสม				
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
<b>ด้านกิจกรรมกลุ่ม</b>					
12. นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน	.....	.....	.....	.....	.....
13. นักเรียนได้ร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกัน	.....	.....	.....	.....	.....
14. นักเรียนเกิดความมั่นใจในการเรียนรู้และการตอบคำถาม	.....	.....	.....	.....	.....
15. นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลและเสนอความคิดในการเรียนรู้	.....	.....	.....	.....	.....
16. นักเรียนรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่มเสมอ	.....	.....	.....	.....	.....
17. นักเรียนกล่าวให้กำลังใจ และชมเชยเพื่อนในกลุ่มและเพื่อนนอกกลุ่มด้วยความจริงใจ	.....	.....	.....	.....	.....
<b>ด้านการวัดและประเมินผล</b>					
18. การวัดและประเมินผลครอบคลุมเนื้อหาที่เรียน	.....	.....	.....	.....	.....
19. มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้กลับไปทบทวนอย่างเหมาะสม	.....	.....	.....	.....	.....
20. มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	.....	.....	.....	.....	.....

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....



ตารางภาคผนวก ง – 1 ตารางวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน

รายการข้อความความคิดเห็น	ค่าความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่า IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5		
<b>ด้านเนื้อหา</b>							
1. เนื้อหาตรงตามบทเรียนและหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2. ความยากง่ายของเนื้อหาเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3. การจัดเนื้อหาเหมาะสมกับเวลาเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
<b>ด้านกิจกรรมการเรียนรู้</b>							
4. นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมร่วมกัน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
5. กิจกรรมการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอนที่สะดวกเข้าใจง่าย	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
6. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้เข้าใจเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
7. นักเรียนได้ฝึกทักษะการเป็นผู้นำ การตัดสินใจ และการแก้ปัญหา	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
<b>ด้านครูผู้สอน</b>							
8. ครูชี้แจงกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
9. ครูจัดแบ่งกลุ่มนักเรียนโดยคละความสามารถอย่างเหมาะสม	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
10. ครูให้คำปรึกษา แนะนำ ดูแลนักเรียนในการเรียนรู้อย่างทั่วถึง	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
11. ครูกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้

## ตารางภาคผนวก ง – 1 (ต่อ)

รายการข้อความคิดเห็น	ค่าความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ค่า IOC	แปลผล
	1	2	3	4	5		
<b>ด้านกิจกรรมกลุ่ม</b>							
12. นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
13. นักเรียนได้ร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกัน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
14. นักเรียนเกิดความมั่นใจในการเรียนรู้และการ ตอบคำถาม	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
15. นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลและเสนอความคิดใน การเรียนรู้	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
16. นักเรียนรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่มเสมอ	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
17. นักเรียนกล่าวให้กำลังใจ และชมเชยเพื่อนในกลุ่ม และเพื่อนนอกกลุ่มด้วยความจริงใจ	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
<b>ด้านการวัดและประเมินผล</b>							
18. การวัดและประเมินผลครอบคลุมเนื้อหาที่เรียน	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
19. มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้กลับไปทบทวนอย่าง เหมาะสม	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
20. มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
<b>ผลรวม</b>	20	20	20	20	20	20	ใช้ได้

$$\begin{aligned}
 \text{ค่า IOC} &= \frac{\sum R}{N} \\
 &= \frac{20}{20} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

สรุปว่า แบบสอบถามวัดความพึงพอใจ ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของ  
แคลคูลัส โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบ  
อุปนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้ได้

ตารางภาคผนวก ง – 2 ตารางแสดงผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6  
ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส โดยใช้วิธีการ  
เรียนแบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ผสมผสานกับการสอนแบบอุปนัย

รายการข้อความคิดเห็น	ระดับความเหมาะสม					$\bar{X}$	S.D.
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด		
<b>ด้านเนื้อหา</b>							
1. เนื้อหาตรงตามบทเรียนและหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551	39	5	-	-	-	4.89	0.32
2. ความยากง่ายของเนื้อหาเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน	10	28	6	-	-	4.09	0.60
3. การจัดเนื้อหาเหมาะสมกับเวลาเรียน	28	16	-	-	-	4.64	0.49
<b>ด้านกิจกรรมการเรียนรู้</b>							
4. นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมร่วมกัน	23	28	3	-	-	4.45	0.63
5. กิจกรรมการเรียนรู้มีลำดับขั้นตอนที่สะดวกเข้าใจง่าย	25	18	1	-	-	4.55	0.55
6. กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้เข้าใจเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น	28	15	1	-	-	4.61	0.54
7. นักเรียนได้ฝึกทักษะการเป็นผู้นำ การตัดสินใจ และการแก้ปัญหา	14	25	5	-	-	4.20	0.63
<b>ด้านครูผู้สอน</b>							
8. ครูชี้แจงกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน	34	10	-	-	-	4.77	0.42
9. ครูจัดแบ่งกลุ่มนักเรียนโดยละเอียดความสามารถอย่างเหมาะสม	25	17	2	-	-	4.52	0.59
10. ครูให้คำปรึกษา แนะนำ ดูแลนักเรียนในการเรียนรู้อย่างทั่วถึง	40	4	-	-	-	4.91	0.29
11. ครูกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้	34	10	-	-	-	4.77	0.42



## ตารางภาคผนวก ง – 2 (ต่อ)

รายการข้อความคิดเห็น	ระดับความเหมาะสม					$\bar{X}$	S.D.
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด		
<b>ด้านกิจกรรมกลุ่ม</b>							
12. นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน	28	15	1	-	-	4.61	0.54
13. นักเรียนได้ร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกัน	31	12	1	-	-	4.68	0.52
14. นักเรียนเกิดความมั่นใจในการเรียนรู้และการตอบคำถาม	14	25	5	-	-	4.20	0.63
15. นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลและเสนอความคิดในการเรียนรู้	21	20	3	-	-	4.41	0.62
16. นักเรียนรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่มเสมอ	26	16	2	-	-	4.55	0.59
17. นักเรียนกล่าวให้กำลังใจ และชมเชยเพื่อนในกลุ่มและเพื่อนนอกกลุ่มด้วยความจริงใจ	23	20	1	-	-	4.48	0.63
<b>ด้านการวัดและประเมินผล</b>							
18. การวัดและประเมินผลครอบคลุมเนื้อหาที่เรียน	32	10	2	-	-	4.68	0.56
19. มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้กลับไปทบทวนอย่างเหมาะสม	35	9	-	-	-	4.80	0.41
20. มีการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	39	4	1	-	-	4.86	0.41

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

**รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย**

1. ดร.รัชนิกร ชลไชยะ                      อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร.วินิตร แสนหาญ                      อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะศิลปศาสตร์และวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
3. ดร.กนิษฐา เซาว์วัฒนกุล                อาจารย์ประจำภาควิชาครุศึกษา  
คณะศึกษาศาสตร์และพัฒนศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
4. อาจารย์ปรีชา แซ่ลี                        อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศิลปากร
5. อาจารย์ทักษิณ เรทนู                      ครูชำนาญการพิเศษ (สอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6)  
กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์  
โรงเรียนเบญจมราชูทิศ ราชบุรี