



ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ดุจจิตต์ คุณากุลวิศาล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2565

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



คุณจิตต์ คุณากุลวิศาล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2565

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

THE EFFECTS OF CONCEPT ATTAINMENT MODEL WITH THINK WRITE PAIR  
SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF  
MATHAYOMSUKSA II STUDENTS



DUJJIT KUNAKOONWISAN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF  
THE REQUIREMENTS FOR THE MASTER DEGREE OF EDUCATION  
IN MATHEMATICS TEACHING  
FACULTY OF EDUCATION  
BURAPHA UNIVERSITY

2022

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา  
วิทยานิพนธ์ของ คุณจิตต์ คุณากุลวิศาล ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

..... ๖๖๖

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร)

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)

..... ๖๖๖

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

.....

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์)

..... กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สฎายุ ชีระวิชิตระกุล)

วันที่ 14 เดือน มิถุนายน พ.ศ. ๒๕๖๕

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการ  
การศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัย  
บูรพา

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)

วันที่ 16 เดือน มิถุนายน พ.ศ. ๒๕๖๕

62920071: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)  
 คำสำคัญ: รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์, เทคนิค Think Write Pair Share, มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุดจิจต์ คุณาภูลวิศาล : ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (THE EFFECTS OF CONCEPT ATTAINMENT MODEL WITH THINK WRITE PAIR SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร, กศ.ด., ผศดร สุวรรณโพธิ์, วท.ด. ปี พ.ศ. 2565.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จำนวน 45 คนซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 6 แผน 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งมีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งมีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.78 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบทีสำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample) ผลการวิจัยพบว่า

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

62920071: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: Concept Attainment model, Think Write Pair Share technique, mathematical concept, mathematical reasoning ability

DUJJIT KUNAKOONWISAN : THE EFFECTS OF CONCEPT ATTAINMENT MODEL WITH THINK WRITE PAIR SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D., PALADORN SUWANNAPHO, Ph.D. 2022.

The purposes of this research were 1) To compare mathematical concept on Congruence after using Concept Attainment model with Think Write Pair Share technique with 70 percent criterion 2) To compare mathematical reasoning ability on Congruence after using Concept Attainment model with Think Write Pair Share technique with 70 percent criterion. The sample was 45 Mathayomsuksa 2/4 students who were studying in second semester of 2021 school year at Phanatpittayakarn School. They were selected by cluster random sampling. The research instruments used in this research consisted of 1) 6 lesson plans on Congruence using Concept Attainment model with Think Write Pair Share technique 2) Mathematical concept on Congruence test (with reliability of 0.72) and 3) mathematical reasoning ability on Congruence test (with reliability of 0.78). The statistics used for analyzing the collected data were mean, percentage, standard deviation and t-test for one sample. Research results found that

1) Mathematical concept on Congruence after using Concept Attainment model with Think Write Pair Share technique higher than the criterion of 70 percent at .05 level of significance.

2) Mathematical reasoning ability on Congruence after using Concept Attainment model with Think Write Pair Share technique higher than the criterion of 70 percent at .05 level of significance.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงจากรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ผลาดร สุวรรณ โโพธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่คอยให้คำปรึกษาและคำชี้แนะในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเมตตากรุณาเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล ประธาน และ ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต ที่ให้ความกรุณาในการให้คำแนะนำและคำชี้แนะ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสำเร็จสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ แก้วขาว ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ ดร.จตุพันธ์ รุจิรานุกูล คุณครูประจวบ วิสมล และคุณครูอัมภา จันทรสมบัติ ที่กรุณาเสียสละเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ให้ดียิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียน รองผู้อำนวยการ โรงเรียนทุกฝ่าย และคุณครู โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรีทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์และคอยอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ และขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือและการดำเนินการทดลอง จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณครอบครัว และเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอยสนับสนุน ให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือโดยตลอด จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จโดยสมบูรณ์

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นความกตัญญูตเวทิตาแต่บิดามารดา ครูบาอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษา และประสบความสำเร็จจนตราบเท่าทุกวันนี้

คุณจิตต์ คุณาภูติวิศาล

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง .....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 .....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย .....	9
สมมติฐานการวิจัย.....	10
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย .....	10
ขอบเขตของการวิจัย.....	10
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	12
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	15
บทที่ 2 .....	16
ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 .....	17
รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์.....	23
เทคนิค Think Write Pair Share .....	39
การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share .....	46



มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	50
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	64
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	78
บทที่ 3 .....	82
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	82
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	83
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	83
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล .....	102
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	103
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	103
บทที่ 4 .....	108
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	108
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	108
บทที่ 5 .....	118
สรุปผลการวิจัย.....	119
อภิปรายผล .....	119
ข้อเสนอแนะ .....	124
บรรณานุกรม .....	126
ภาคผนวก .....	133
ภาคผนวก ก .....	134
ภาคผนวก ข .....	143
ภาคผนวก ค .....	181
ภาคผนวก ง.....	201
ภาคผนวก จ .....	203

ประวัติย่อของผู้วิจัย .....211



## สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 มาตรฐาน ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง .....	21
ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้การสอนมโนทัศน์ .....	30
ตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share.....	43
ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร ...	63
ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย .....	64
ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ กระทรวงศึกษาธิการ .....	75
ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสสวท. ....	76
ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร .....	76
ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของศศิธร แม้นสงวน	77
ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย .....	78
ตารางที่ 11 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ .....	84
ตารางที่ 12 การวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และจำนวน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ .....	91
ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย .....	94
ตารางที่ 14 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความ เท่ากันทุกประการ.....	97
ตารางที่ 15 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	99
ตารางที่ 16 แบบแผนการทดลอง.....	101
ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุก ประการ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 .....	109

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	114
ตารางที่ 19 ค่าประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมนต์สนธิ์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ .....	184
ตารางที่ 20 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม จากผู้เชี่ยวชาญ .....	185
ตารางที่ 21 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ด.ม.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ .....	185
ตารางที่ 22 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ด.ม.) จากผู้เชี่ยวชาญ .....	187
ตารางที่ 23 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ.....	188
ตารางที่ 24 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม– มุม – ด้าน (ม.ม.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ .....	189
ตารางที่ 25 ตารางที่ 26 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก– ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ.....	190
ตารางที่ 27 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง .....	190
ตารางที่ 28 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์.....	192
ตารางที่ 29 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ .....	194
ตารางที่ 30 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ .....	195
ตารางที่ 31 คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ .....	197
ตารางที่ 32 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ .....	199

## สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	15
ภาพที่ 2 รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share .....	49
ภาพที่ 3 ลำดับขั้นตอนของการคิดและการให้เหตุผลตามแนวคิดของ Krulik & Rudnick.....	65
ภาพที่ 4 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน .....	110
ภาพที่ 5 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน .....	111
ภาพที่ 6 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน กรณีที่ 1 .....	111
ภาพที่ 7 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน กรณีที่ 2 .....	112
ภาพที่ 8 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน กรณีที่ 1 .....	113
ภาพที่ 9 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน ..	115
ภาพที่ 10 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน	115
ภาพที่ 11 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน	116
ภาพที่ 12 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน กรณีที่ 1 .....	117
ภาพที่ 13 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้โปรแกรม SPSS .....	193
ภาพที่ 14 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้โปรแกรม SPSS .....	196
ภาพที่ 15 ผลการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนกลุ่ม ตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample .....	202
ภาพที่ 16 ผลการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนกลุ่ม ตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample .....	202

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การพัฒนาประเทศไทยในช่วงแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 (พ.ศ. 2560 – 2564) อยู่ในห้วงเวลาของการปฏิรูปประเทศเพื่อแก้ปัญหาพื้นฐานหลายด้านที่สั่งสมมานานท่ามกลางสถานการณ์โลกที่เปลี่ยนแปลงรวดเร็วและเชื่อมโยงกันใกล้ชิดมากขึ้น การแข่งขันด้านเศรษฐกิจจะเข้มข้นมากขึ้น สังคมโลกจะมีความเชื่อมโยงใกล้ชิดกันมากขึ้นเป็นสภาพไร้พรมแดน การพัฒนาเทคโนโลยีจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วและจะกระทบชีวิตความเป็นอยู่ในสังคมและการดำเนินกิจกรรมทางเศรษฐกิจอย่างมาก ขณะที่ประเทศไทยมีข้อจำกัดของปัจจัยพื้นฐานเชิงยุทธศาสตร์เกือบทุกด้านและจะเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาที่ชัดเจนขึ้น ช่วงแผนพัฒนาฯ ฉบับที่ 12 นับเป็นจังหวะที่ท้าทายมากที่ประเทศไทยต้องปรับตัวขนานใหญ่ โดยจะต้องเร่งพัฒนาในทุกด้านเพื่อเพิ่มขีดความสามารถในการแข่งขันของประเทศไทยท่ามกลางการแข่งขันในโลกที่รุนแรงขึ้นมาก ซึ่งเป็นที่ตระหนักร่วมกันในทุกภาคส่วนว่าการพัฒนาประเทศไทยไปสู่การเป็นประเทศที่พัฒนาและมีความมั่นคง มั่งคั่ง และยั่งยืนในระยะยาวได้นั้น ประเทศต้องเร่งพัฒนาปัจจัยพื้นฐานเชิงยุทธศาสตร์ในทุกด้าน รวมถึงการพัฒนาคนในภาพรวม ให้เป็นคนที่มีสมรรถนะในทุกช่วงวัยที่สามารถบริหารจัดการการเปลี่ยนแปลงที่เป็นสภาพแวดล้อม การดำเนินชีวิตได้อย่างดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพัฒนาทุนมนุษย์จากการยกระดับคุณภาพการศึกษา การเรียนรู้ และการพัฒนาทักษะ (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2559, หน้า 1) จะเห็นได้ว่าการจัดการศึกษาเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนามนุษย์ให้มีความสมรรถนะในทุก ๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านความรู้หรือด้านทักษะต่าง ๆ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ควรมีความหลากหลายและตอบสนองได้กับนักเรียนทุกกลุ่ม ควรเน้นนักเรียนเป็นสำคัญที่จะทำให้ นักเรียนเกิดองค์ความรู้ด้วยตนเอง ตลอดจนการพัฒนาทักษะต่าง ๆ ตามที่พระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 หมวด 4 มาตรา 22 ได้เสนอไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่านักเรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่า นักเรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพัฒนา ตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2542, หน้า 13)

ด้วยเหตุนี้กระทรวงศึกษาธิการจึงได้ประกาศใช้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้ สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมุ่งเน้นการปรับปรุงเนื้อหาให้มีความทันสมัย ทันต่อการเปลี่ยนแปลงและความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการต่าง ๆ คำนึงถึงการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ และมีการจัดเรียงลำดับ ความยากง่ายของเนื้อหาในแต่ละระดับชั้นตามพัฒนาการแต่ละช่วงวัยให้มีความเชื่อมโยงความรู้อ และกระบวนการเรียนรู้ โดยให้เรียนรู้ผ่านการปฏิบัติที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2) ซึ่งมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้ สังคมศึกษา ศาสนา และ วัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้เกิดการฉิ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่าง มีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนา เศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนา อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 8)

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ เป็นความรู้ เกี่ยวกับความหมายและ โครงสร้างของคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิด รวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กติกาและขั้นตอน ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะทางวิธีการเกิดจากกระบวนการกระทำต่าง ๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 3 – 5) ซึ่งความรู้เชิงมโนทัศน์มีความสำคัญ ต่อการเรียนรู้ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับ

คณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้อีกด้วย (สสวท., 2555, หน้า 61) สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2558, หน้า 16 – 17) ที่ได้กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ ความเข้าใจที่ถ่องแท้ที่จะทำให้ครูสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ความสำเร็จในการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ซับซ้อน ไม่คุ้นเคย หรือต้องใช้การแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ นักเรียนอาจไม่สามารถใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยแก้ปัญหาทันที แต่อาจต้องการความเข้าใจหรือมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ มาประกอบการคิด และที่สำคัญ ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ต้องการกระบวนการแก้ปัญหาตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีขั้นตอนเฉพาะใด ๆ ในการแก้ปัญหา แต่ต้องใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างสมเหตุสมผล

นอกจากความรู้เชิงมโนทัศน์ ซึ่งเป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์แล้ว ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่ต้องพัฒนานักเรียนให้ควบคู่ไปกับการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ เพราะความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 11) ด้วยเหตุนี้ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ได้แก่ 1) ทักษะการแก้ปัญหา 2) ทักษะการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3) ทักษะการเชื่อมโยง 4) ทักษะการให้เหตุผล และ 5) ทักษะการคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3) สำหรับทักษะการให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3) ถือเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนานักเรียน เนื่องจากการให้เหตุผลส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ (สสวท., 2555, หน้า 39)



ถึงแม้มีโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญเพียงใด แต่จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (Ordinary national educational test: O-NET) ซึ่งเป็นการทดสอบความรู้และความคิดรวบยอดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สทศ., 2559, หน้า 1) โดยแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2450 – 2579 ได้กำหนดยุทธศาสตร์ในการพัฒนาการศึกษาไว้ว่านักเรียนมีคะแนนผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) แต่ละวิชาผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ขึ้นไป (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2560, หน้า ๗) ซึ่งผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ในปีการศึกษา 2561 – 2563 รายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศอยู่ที่ 30.04 26.73 และ 25.46 คะแนนตามลำดับ (สทศ., 2564) รวมทั้งคะแนนเฉลี่ย (O-NET) ในปีการศึกษา 2563 รายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 46.01 คะแนน เมื่อนำมาจำแนกคะแนนเฉลี่ยตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต พบว่าโรงเรียนพนัสพิทยาคารมีคะแนนเฉลี่ยในสาระที่ 2 อยู่ที่ 43.42 คะแนน (โรงเรียนพนัสพิทยาคาร, 2564) จากคะแนนข้างต้นจะเห็นได้ว่า คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศและคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนพนัสพิทยาคารล้วนต่ำกว่าเกณฑ์ที่ยุทธศาสตร์ในการพัฒนาการศึกษาได้กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50 จึงสะท้อนให้เห็นถึงปัญหาด้านความรู้และความคิดรวบยอดของนักเรียนเกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต และจากการศึกษา งานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2546, หน้า 185) ที่ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนในช่วงชั้นที่ 3 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในสาระเรขาคณิต โดยนักเรียนมีความคลาดเคลื่อนทั้งด้านการศึกษาจากโจทย์ การใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ การคิดคำนวณ และการตรวจสอบการแก้ปัญหา ซึ่งตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ได้กำหนดตัวชี้วัดในสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ข้อ 4 ไว้ว่า เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง(กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 26) จะเห็นได้ว่าเนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการจัดเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีการใช้สมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยมโนทัศน์ในการทำความเข้าใจ จึงมีนักเรียนไม่น้อยที่มีอุปสรรคในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ ทำให้เกิดเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สอดคล้องกับนวลศรี ชำนาญกิจ (2544,

หน้า 81 – 82) ได้ศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการแบบ ด้าน – มุม – ด้าน ของรูปสามเหลี่ยม คือ นักเรียนไม่เข้าใจว่ามุมหนึ่งมุมจะต้องอยู่ระหว่างความยาวของด้านทั้งสอง และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของความเท่ากันทุกประการแบบ มุม – มุม – ด้าน ของรูปสามเหลี่ยม คือ นักเรียนไม่เข้าใจว่ามุมสองมุมและด้านหนึ่งด้านนั้นมีความสัมพันธ์แบบใด ทำให้นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์แบบ มุม – ด้าน – มุม กับความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน เป็นลักษณะเดียวกัน นอกจากนี้ The Australian Association of Mathematics Teachers (2014) ได้ทำการศึกษา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความสัมพันธ์แบบ ด้าน – มุม – ด้าน เนื่องจากนักเรียนไม่ตรวจสอบว่ามุมนั้นต้องอยู่ระหว่างด้านทั้งสอง และในกรณีที่โจทย์ให้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปแล้วให้นักเรียนพิจารณาว่ามีความเท่ากันทุกประการในรูปแบบใด นักเรียนส่วนใหญ่ตอบความสัมพันธ์แบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน โดยไม่ได้คำนึงถึงความสัมพันธ์แบบ ด้าน – มุม – ด้าน ประกอบกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ที่ผ่านมาของผู้วิจัยที่มีประสบการณ์ในการสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มามากกว่า 5 ปี พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในกรณีที่ครูกำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ แล้วให้นักเรียนระบุว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้เท่ากันทุกประการหรือไม่ อย่างไร นักเรียนส่วนใหญ่ระบุว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ ด้วยความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – มุม ซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเนื่องจากสมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ไม่มีความสัมพันธ์แบบมุม - มุม - มุม จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า สาเหตุที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังประสบปัญหาในเรื่องนี้อาจเกิดจากเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ส่วนหนึ่งมาจากนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

นอกจากนี้จากการประเมินวิชาคณิตศาสตร์นานาชาติโครงการ TIMSS (Trends in international mathematics and science study) ซึ่งมีการประเมินในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีรายละเอียดด้านเนื้อหาวิชาและพฤติกรรมการเรียนรู้ คือ ด้านเนื้อหาวิชาสามารถแบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็น 4 ส่วน ได้แก่ จำนวน (30%) พีชคณิต (30%) เรขาคณิต (20%) และข้อมูลและโอกาส (20%) และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยด้านความรู้ (35%) การประยุกต์ใช้ความรู้ (40%) และการใช้เหตุผล (25%) (สสวท., 2558, หน้า 3-5) ซึ่งผลการประเมิน TIMSS 2015 พบว่า ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 431 คะแนน เมื่อจำแนกตามเนื้อหาวิชาและพฤติกรรมการเรียนรู้ พบว่า คะแนนเฉลี่ยในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต เท่ากับ 429 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยด้านการใช้เหตุผลเท่ากับ 436 คะแนน ตามลำดับ (สสวท., 2558, หน้า 18-19) ซึ่งต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินที่โครงการ TIMSS ได้กำหนดไว้ คือ

500 คะแนนทั้งคะแนนเฉลี่ยรวมและคะแนนเฉลี่ยที่จำแนกตามเนื้อหาวิชาและพฤติกรรมการเรียนรู้ แสดงให้เห็นปัญหาด้านเนื้อหา เรื่อง เรขาคณิต และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านการใช้เหตุผล ของนักเรียนไทย ประกอบกับผลการประเมินโครงการ PISA (Programme for international student assessment) ที่มีการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถของบุคคล ในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผล อย่างเป็นคณิตศาสตร์ (สสวท., 2561, หน้า 220) และจากผลการประเมิน PISA 2018 พบว่า ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ อยู่ที่ 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของประเทศสมาชิก OECD ในปี 2018 คือ 489 คะแนน (สสวท., 2562, หน้า 2) แสดงให้เห็นถึงปัญหาด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และจากผลการสัมภาษณ์ครู ราชวิทยาลัยคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี ที่มีประสบการณ์ สอนมากกว่า 10 ปี พบว่านักเรียนส่วนใหญ่คิดว่าเรขาคณิตเป็นเรื่องยาก โดยเฉพาะเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เพราะต้องมีการพิสูจน์และการให้เหตุผล นักเรียนไม่สามารถเขียนข้อความ และเหตุผลได้ สาเหตุหนึ่งมาจากนักเรียนบางคนไม่สามารถนำทฤษฎีบท สมบัติ หลักการ ทฤษฎีบท ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการให้เหตุผลได้ เช่น นักเรียนไม่ทราบว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน ทำให้นักเรียนไม่ทราบมุมคู่ที่สมนัยกัน ซึ่งมีผลต่อการนำไปใช้ในการ พิสูจน์และให้เหตุผลเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (สรุขมา ดันธนาธิป, สัมภาษณ์, 5 พฤษภาคม 2563)

จากสภาพปัญหาดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดจากการจัดการเรียน การสอนที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียน นั่นคือครูเน้นการสอนแบบบรรยาย เน้นให้ นักเรียนท่องจำบทนิยาม สมบัติ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกกระบวนการคิดและ ไม่ได้สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ ได้ด้วยการ “บอก” จะต้องเกิดจากประสบการณ์และการคิด ยังมีประสบการณ์มากเท่าไร ่ ความคิดรวบยอดก็จะเกิดได้ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น (ขมนาด เชื้อสุวรรณทวิ, 2542, หน้า 85) อีกทั้งการจัดการเรียนการสอนที่ครูเป็นผู้บอกขั้นตอนให้นักเรียนทำตาม เน้นให้นักเรียนทำ แบบฝึกหัดตามตัวอย่าง ทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกการสังเกต สำรวจ และตั้งข้อคาดการณ์ นักเรียน จึงไม่สามารถหาความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันเพื่อนำมาใช้ในการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ ได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคอง (2558, หน้า 16) ที่กล่าวว่า การจัด การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทั่วไป ยังเน้นที่การทำงานตามขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มากกว่ามโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องที่เรียน ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่แตกต่างไปจาก

บริบทเดิมได้ ซึ่งเหตุผลสำคัญประการหนึ่งอาจเป็นเพราะการสอนขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ทำง่ายในชั้นเรียน อีกทั้งเห็นผลลัพธ์การเรียนรู้ได้ชัดเจนกว่าการสอนมโนทัศน์ เพราะเมื่อนักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอน ก็จะได้คำตอบซึ่งสามารถตัดสินใจได้ว่าถูกหรือผิด แต่ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ต้องการกระบวนการแก้ปัญหาตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีขั้นตอนเฉพาะใด ๆ ในการแก้ปัญหา แต่ต้องใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างสมเหตุสมผลประกอบกัน

การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่ใช้การเปรียบเทียบระหว่างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งนักเรียนสร้างนิยามของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ในสิ่งที่เรียนอย่างถ่องแท้ และความรู้ที่นักเรียนได้รับจะเป็นความรู้ที่คงทน ถาวร เนื่องจากนักเรียนเกิดองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Gunter, Estes & Schwab, 2007, pp. 89-99) ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์มีขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม 2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบและหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ 3) ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่แล้ว พร้อมอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์เช่นนั้น 4) ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียนโดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นนักเรียนและครูอภิปรายและสรุปร่วมกันเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ 5) ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูจัดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ (Joyce, Weil & Calhoun, 2015, pp. 140-141; Lesley, Matczynski & Rowley, 2002, pp. 117-121; Gunter, Estes & Schwab, 2007, pp. 89-99; Eggen & Kauchak, 2001, pp. 163-166; Arends, 2015, pp. 351-352)

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ จะเห็นได้ว่ารูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์เป็นรูปแบบการสอนที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากนักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดและสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองจากการเปรียบเทียบ

ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ของครู นักเรียนได้ตั้งสมมติฐานด้วยตนเอง และสามารถตรวจสอบมโนทัศน์ได้จากการยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ด้วย นอกจากนี้จากผลการวิจัยของสถาปนา บุญมาก (2558) ที่ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลการวิจัยของชวิทธิ เทศดี (2557) ที่ศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์มีความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้น การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์จึงเป็นรูปแบบการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

อย่างไรก็ตามการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์อาจมีข้อจำกัดสำหรับนักเรียนที่ไม่สามารถตั้งสมมติฐานด้วยตนเอง เนื่องจากรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์นั้น นักเรียนต้องใช้ทักษะการคิดในการเปรียบเทียบตัวอย่างที่ครูกำหนดให้ไปเรื่อย ๆ จนนักเรียนสามารถนำลักษณะสำคัญของมโนทัศน์มาใช้ในการตั้งสมมติฐาน หากนักเรียนขาดทักษะการคิดหรือไม่สามารถหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ได้ ย่อมส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถตั้งสมมติฐานด้วยตนเองได้ ดังนั้น หากต้องการให้การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ประสบความสำเร็จ ครูควรให้ความช่วยเหลือในการตั้งสมมติฐานของนักเรียนและส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนได้รับฟังแนวคิดของเพื่อน เพื่อนำไปปรับใช้ในการตั้งสมมติฐานของตนเอง สอดคล้องกับ Joyce, Weil & Calhoun (2015, pp. 142-147) ที่ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่า ครูควรให้การสนับสนุนและช่วยเหลือนักเรียนในการตั้งสมมติฐาน และเน้นการอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับสมมติฐานที่นักเรียนสร้างขึ้น ผู้วิจัยจึงได้นำเทคนิค Think Write Pair Share มาประยุกต์ใช้ร่วมกับรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เพื่อส่งเสริมให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เนื่องจากเทคนิคนี้จะมีขั้นตอนให้นักเรียนได้คิด (Think) และเขียน (Write) สิ่งที่นักเรียน

สังเกตได้จากการยกตัวอย่างของครูเพื่อนำไปตั้งสมมติฐาน หากนักเรียนไม่สามารถตั้งสมมติฐานได้ เทคนิคนี้จะมีขั้นตอนในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนคู่คิด (Pair) ทำให้นักเรียนได้รับฟังแนวทางในการตั้งสมมติฐานจากเพื่อนคู่คิดเพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานของตนเองได้นอกจากนี้ยังมีขั้นตอนการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Share) ซึ่งทำให้ขยายแนวความคิด ทำให้นักเรียนได้รับแนวคิดใหม่ ๆ มากยิ่งขึ้นอีกด้วย (Academy of art university, 2010; Ferlazzo, 2011, p. 152; Nasa, 2012, p. 3; Iowa State University, 2015, p. 25; Literacy Minnesota, 2017; Bifield, 2020) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Suhartoyo, Mukminatien & Laksmi (2015) ที่ได้ศึกษาผลของรูปแบบการสอนของ Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลของนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 38 คนของ Universitas Negeri Malang ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอน Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งสามารถสังเกตได้จากคะแนนเฉลี่ยที่สูงขึ้นของกลุ่มทดลอง ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share น่าจะเป็นรูปแบบการเรียนรู้หนึ่งที่จะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้นได้

ด้วยเหตุที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยผลการวิจัยครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูคณิตศาสตร์ที่จะนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70

### สมมติฐานการวิจัย

1. โน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

### ประโยชน์ที่รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
3. เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ของคุณครูเพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### ขอบเขตของการวิจัย

#### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี จำนวน 8 ห้องเรียน ซึ่งไม่นับรวมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ (สสวท.) ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์(สสวท.SME) ห้องเรียนพิเศษภาษาอังกฤษ (English Program:EP) และห้องเรียน โครงการห้องเรียนภาษาจีน โดยมีนักเรียนจำนวน 360 คน

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 จำนวน 45 คน ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบลดความสามารถ

### ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาย่อย จำนวน 12 คาบ คาบละ 55 นาที ดังนี้

- |   |        |
|---|--------|
| 1. ความเท่ากันทุกประการทุกประการของรูปสามเหลี่ยม                          | 2 คาบ  |
| 2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ด.ม.ด.)  | 2 คาบ  |
| 3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ด.ม.)   | 2 คาบ  |
| 4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) | 2 คาบ  |
| 5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ด.)   | 2 คาบ  |
| 6. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (ฉ.ด.ด.)  | 2 คาบ  |
| รวม   | 12 คาบ |

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 14 คาบ คาบละ 55 นาที ประกอบด้วย คาบที่ดำเนินการสอนจำนวน 12 คาบ และคาบที่ทดสอบหลังเรียนจำนวน 2 คาบ



## นียมศัพท์เฉพาะ

1. รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนค้นหา ลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด เพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานและการสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบาย ถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่มี มโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบและหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของ มโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่แล้ว พร้อมอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยาม ของมโนทัศน์เช่นนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียน โดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็น มโนทัศน์หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นนักเรียนและครูอภิปรายและสรุปร่วมกัน เกี่ยวกับลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียน สร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบความ ถูกต้อง จากนั้นครูจัดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2. เทคนิค Think Write Pair Share หมายถึง กลวิธีที่ใช้ในการส่งเสริมให้นักเรียนทุก คนมีส่วนร่วมในชั้นเรียน ช่วยให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด การเขียน และการอภิปรายกับเพื่อนคู่คิด หรือเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง อีกทั้งการอภิปรายจะทำ ให้นักเรียนฝึกการให้เหตุผลและการรับฟังเหตุผลอื่น ๆ จากเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียนอีกด้วย ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 Think ครูกำหนดปัญหา จากนั้นให้นักเรียนใช้เวลาในการคิด โดยครูใช้คำถาม นำเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 3 Pair นักเรียนแบ่งปันแนวคิดที่ได้จากการเขียนให้แก่เพื่อนคู่คิด จากนั้น เปรียบเทียบและอภิปรายคำตอบร่วมกัน พร้อมเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 4 Share หลังจากอภิปรายร่วมกันแล้ว ครูสุ่มนักเรียนบางคู่เพื่อแบ่งปันความคิด กับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน เพื่อเป็นการขยายแนวความคิด ซึ่งทำให้นักเรียนได้รับแนวคิดใหม่ ๆ

3. รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนค้นหาคุณสมบัติเฉพาะหรือคุณลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็น มโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ โดยให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด การเขียน และการอภิปรายกับ เพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียน เพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานและการสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง อีกทั้งการอภิปรายจะทำให้นักเรียนฝึกการให้เหตุผลและการรับฟังเหตุผลอื่น ๆ จากเพื่อนคู่คิดหรือ เพื่อนในชั้นเรียนอีกด้วย ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบาย ถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ ไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน จากนั้นให้นักเรียนคิด (Think) เพื่อเปรียบเทียบและหาคุณลักษณะสำคัญของ มโนทัศน์ แล้วเขียน (Write) ลักษณะสำคัญตามแนวคิดของตนเองลงในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของ มโนทัศน์ที่ได้จากการเขียนลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากขั้นที่แล้ว พร้อมแบ่งปันแนวคิดและ อภิปรายคำตอบร่วมกันกับเพื่อนคู่คิด (Pair) ว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของ มโนทัศน์เช่นนั้น พร้อมเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียน โดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็น มโนทัศน์หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน โดยสุ่มนักเรียน บางคู่เพื่อแบ่งปันแนวคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน (Share) เพื่อเป็นการขยายแนวคิดเกี่ยวกับ ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียน สร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบ ความถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อนำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ ต่าง ๆ โดยให้นักเรียนคิด (Think) เกี่ยวกับปัญหาที่ครูกำหนดมาให้ แล้วเขียน (Write) อธิบาย เหตุผลตามแนวคิดของตนเองลงบนกระดาษ จากนั้นให้นักเรียนแบ่งปันแนวคิดร่วมกับเพื่อนคู่คิด (Pair) แล้วสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาอธิบายเหตุผลเพื่อแบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน (Share)

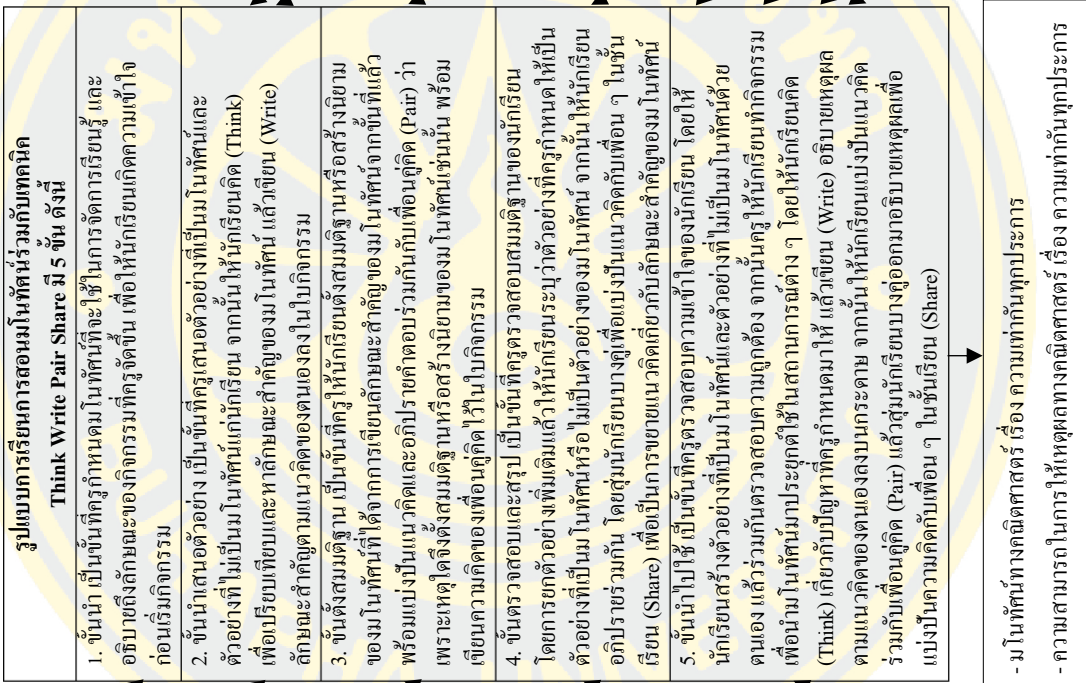
4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจหรือความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้จากการจัดหมวดหมู่หรือการจัดประเภทของลักษณะสำคัญบางประการ โดยสามารถอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน ทุกประการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 6 ข้อ

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการแสดง แนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหา ข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 6 ข้อ

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีมโนทัศน์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบ หลังเรียน โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ในระดับดีตามเกณฑ์ ของสำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553, หน้า 22)

## กรอบแนวคิดในการวิจัย

<p><b>รูปแบบการเรียนรู้การสอนแบบโน้ตชน</b> (Joyce, Weil, &amp; Calhoun, 2015, pp. 140-141; Lesley, Matczynski &amp; Rowley, 2002, pp. 117-121; Gunter, Estes &amp; Schwab, 2007, pp. 89-99; Eggen &amp; Kauchak, 2001, pp. 163-166; Arends, 2015, pp. 351-352)</p>
<p>1. ชื่อนำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดโน้ตชนที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้โน้ตชนเกิดความเข้าใจและยอมรับ</p>
<p>2. ชื่อนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นโน้ตชนและเปรียบเทียบกับลักษณะสำคัญของโน้ตชน</p>
<p>3. ชื่อนำตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างโน้ตชนที่ตัวเองคิดและอภิปรายร่วมกันกับเพื่อนคู่คิด (Pair) หรือสร้างนิยามของโน้ตชนที่ตัวเองคิดไว้</p>
<p>4. ชื่อนำตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียนโดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ถูกต้องที่สุดคืออะไร</p>
<p>5. ชื่อนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนนักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นโน้ตชนและตัวอย่างที่ไม่เป็นโน้ตชนครูอภิปรายและสรุปร่วมกันเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของโน้ตชน</p>



## ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
  - 1.1 ความสำคัญของคณิตศาสตร์
  - 1.2 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.3 คุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
  - 1.4 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
  - 1.5 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
  - 2.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
  - 2.2 ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
  - 2.3 ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
  - 2.4 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
  - 2.5 บทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
  - 2.6 ประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
3. เทคนิค Think Write Pair Share
  - 3.1 ความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share
  - 3.2 ขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share
  - 3.3 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share
4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share
5. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 5.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
  - 5.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

- 5.3 แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์
- 5.4 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 6.1 ความหมายของการให้เหตุผล
  - 6.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 6.3 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 6.4 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 6.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 6.6 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
  - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

### **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดทำมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละระดับชั้น เพื่อนำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษา และการจัดการเรียนการสอน ซึ่งสาระสำคัญของตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีดังนี้

#### **ความสำคัญของคณิตศาสตร์**

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนา

อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1)

### สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียน 3 สาระ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2)

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระหลักไว้ 3 สาระ คือ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต และสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะทำการวิจัยในเนื้อหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเกี่ยวข้องกับสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

### คุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 4 - 5)

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
6. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
7. มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
8. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ
9. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
10. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
11. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง



12. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

13. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

14. มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้นไม้ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่อง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

15. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะดำเนินการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งได้กำหนดคุณภาพนักเรียนไว้ว่า นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

#### สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2)

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

## สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

## สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

จากการศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 3 สาระ 7 มาตรฐาน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่มีการใช้สมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยมโนทัศน์ในการทำความเข้าใจและต้องอาศัยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์หรือหาข้อสรุป สำหรับเนื้อหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการนั้น สอดคล้องกับสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต ใน มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ โดยมีรายละเอียดของมาตรฐาน ตัวชี้วัด และ สาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 มาตรฐาน ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและ	ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและใช้	ความเท่ากันทุกประการ
วิเคราะห์รูปเรขาคณิต	สมบัติของรูปสามเหลี่ยม	- ความเท่ากันทุกประการ
สมบัติของรูปเรขาคณิต	ที่เท่ากันทุกประการใน	ของรูปสามเหลี่ยม
ความสัมพันธ์ระหว่าง	การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	- การนำความรู้เกี่ยวกับ
รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบท	และปัญหาในชีวิตจริง	ความเท่ากันทุกประการ
ทางเรขาคณิต และนำไปใช้		ไปใช้ในการแก้ปัญหา

### ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ได้แก่ ความสามารถต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3)

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหาและเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3. การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ทักษะ คือ ทักษะที่ 1 การแก้ปัญหา ทักษะที่ 2 การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ทักษะที่ 3 การเชื่อมโยง ทักษะที่ 4 การให้เหตุผล และทักษะที่ 5 การคิดสร้างสรรค์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะทำการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการให้เหตุผล

## รูปแบบการเรียนรู้การสอนมโนทัศน์

### ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนรู้การสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความเป็นมาของรูปแบบการเรียนรู้การสอนมโนทัศน์ไว้ดังนี้ Joyce, Weil & Calhoun (2015, pp. 131-132) ได้พัฒนารูปแบบนี้ขึ้นโดยใช้แนวคิดของ Bruner, Goodnow, & Austin ซึ่งกล่าวไว้ว่า Concept attainment is “the search for and listing of attributes that can be used to distinguish exemplars from nonexemplars of various categories” (Bruner, Goodnow, & Austin, 1967, p. 233) หมายความว่า การเรียนรู้มโนทัศน์เป็นการค้นหาคุณลักษณะสำคัญเพื่อใช้ในการแยกความแตกต่างหรือจำแนกสิ่งที่ใช้และสิ่งที่ไม่ใช้ให้ออกจากกัน ซึ่งการสร้างมโนทัศน์เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้แบบอุปนัยจากการเปรียบเทียบตัวอย่างที่มีความขัดแย้งกัน เมื่อนักเรียนบรรลุแนวคิดและเข้าใจในคุณลักษณะของหมวดหมู่ที่เกิดขึ้นแล้วก็จะทำให้นักเรียนสามารถตัดสินใจได้

นลินี บำเรอราช (2545, หน้า 13) กล่าวว่า ในต่างประเทศมีการศึกษาเกี่ยวกับการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ความคิดรวบยอดมาแล้วร่วม 50 ปี มีการพัฒนาแนวความคิดสืบต่อกันมาเป็นช่วง ๆ เช่น ในช่วงแรก ๆ มีการวิจัย พบว่า การสอนความคิดรวบยอดต้องใช้สื่อการเรียนการสอนที่สื่อความหมายได้ตรงกับเรื่องและต้องใช้ตัวอย่างของความคิดรวบยอดกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง (provide positive and negative examples of the concept) รวมทั้งมีการพบว่า การสอนความคิดรวบยอดต้องให้นักเรียนเรียนด้วยการค้นพบของตนเอง ด้วยการคิดเอง (Learning by doing –แนวคิดของ John Dewey และ Discovery learning –แนวคิดของ Bruner) นอกจากนี้ยังมีแนวคิดของนักการศึกษาอื่น ๆ อีก เช่น Hilda Taba ที่ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องกระบวนการคิด จนในที่สุด Joyce, Weil & Calhoun (2000) ได้รวบรวมและพัฒนาเป็นรูปแบบการสอนความคิดรวบยอด 2 วิธี มาตั้งแต่การพิมพ์หนังสือ Models of Teaching ครั้งที่ 1 ใน ค.ศ. 1972 โดยใช้ชื่อว่ารูปแบบการสอน Concept Attainment Model ต่อมารูปแบบการสอนนี้ได้นำมาเผยแพร่ในการอบรมครูภาษาไทย ระดับมัธยมศึกษาทั่วประเทศ ช่วง พ.ศ. 2535 – 2538 และได้ตั้งชื่อรูปแบบ Concept Attainment Model เป็น “รูปแบบการเรียนรู้การสอนมโนทัศน์”

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่ารูปแบบการเรียนรู้การสอนมโนทัศน์เป็นรูปแบบการสอนที่ Joyce, Weil & Calhoun ได้พัฒนาขึ้นโดยใช้แนวคิดของ Bruner, Goodnow & Austin ซึ่ง Joyce, Weil & Calhoun ได้รวบรวม พัฒนา และพิมพ์หนังสือชื่อ Models of teaching เป็นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1972 โดยใช้ชื่อว่ารูปแบบการสอน Concept Attainment Model หรือรูปแบบการเรียนรู้การสอนมโนทัศน์

### ความหมายของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความหมายของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Lesley, Matczynski & Rowley (2002, p. 139) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่แตกต่างไปจากการเรียนการสอนแบบดั้งเดิมที่เน้นการสอนแบบท่องจำเนื้อหา เพราะการสอนแบบมโนทัศน์จะส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิดด้วยตนเอง จากการหาลักษณะเฉพาะหรือลักษณะร่วมของสิ่งต่าง ๆ ทำให้นักเรียนได้ตั้งสมมติฐานด้วยตนเอง และเกิดแรงจูงใจในการเรียนมากยิ่งขึ้น

Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 89-99) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การเปรียบเทียบระหว่างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งนักเรียนสร้างนิยามของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ในสิ่งที่เรียนอย่างถ่องแท้ และความรู้ที่นักเรียนได้รับจะเป็นความรู้ที่คงทนถาวร เนื่องจากนักเรียนเกิดองค์ความรู้ด้วยตนเอง

Eggen & Kauchak (2001, p. 175) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นกลยุทธ์หนึ่งที่จะออกแบบไว้เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์และส่งเสริมการคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยครูมีการใช้ตัวอย่างเพื่อพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน นักเรียนต้องใช้ความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมในการเรียนรู้ นอกจากนี้ในการจัดสภาพห้องเรียนหรือบรรยากาศในห้องเรียน ต้องให้นักเรียนได้มีอิสระในการคิด และมีความกล้าที่จะนำเสนอความคิดของตนเองโดยปราศจากความอึดอัดใจ

นลินี บำเรอราช (2545, หน้า 14) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้ความคิดรวบยอด จัดเป็นรูปแบบการสอนที่อยู่ในกลุ่มการประมวลสารสนเทศ หรือการประมวลข้อมูลข่าวสาร ซึ่งเป็นรูปแบบการสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด จัดประเภทข้อมูลต่าง ๆ โดยการสังเกตข้อมูล ชุดที่เป็นตัวอย่างของสิ่งที่เป็นความคิดรวบยอด เปรียบเทียบกับชุดที่ไม่ใช่ตัวอย่างของสิ่งที่เป็นความคิดรวบยอด เพื่อหาลักษณะเฉพาะร่วมของข้อมูลชุดที่เป็นตัวอย่างของสิ่งที่เป็นความคิดรวบยอด ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในข้อมูลนั้น และสามารถนำวิธีคิดไปประยุกต์ใช้กับเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนค้นหาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดเพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานและการสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง

### ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวเกี่ยวกับขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ ดังนี้ Joyce, Weil & Calhoun (2015, pp. 140-141) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ออกเป็น 3 ขั้นตอน ซึ่งแต่ละขั้นตอนประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้

#### ขั้นที่ 1 การนำเสนอข้อมูลและการระบุชื่อของมโนทัศน์

- 1.1 ให้นำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์
- 1.2 นักเรียนเปรียบเทียบคุณลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์
- 1.3 นักเรียนสร้างความเข้าใจและทดสอบสมมติฐานเบื้องต้น
- 1.4 นักเรียนสร้างนิยามตามลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์

ในขั้นแรกจะเกี่ยวข้องกับการนำเสนอข้อมูลให้แก่ นักเรียน โดยข้อมูลจะถูกแยกออกเป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ ตัวอย่างที่นำเสนอต้องเป็นสิ่งที่ถูกจัดเตรียมไว้ล่วงหน้า และถูกระบุว่าตัวอย่างที่กำหนดให้ นั้นเป็นหรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนเปรียบเทียบและหาลักษณะร่วมหรือลักษณะที่แตกต่างกัน จนกระทั่งนักเรียนสามารถตั้งชื่อของมโนทัศน์และสร้างนิยามของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง

#### ขั้นที่ 2 การทดสอบความถูกต้องของมโนทัศน์

- 2.1 ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์หรือตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์
- 2.2 ครูเฉลยสมมติฐาน ชื่อของมโนทัศน์ และนิยามของมโนทัศน์ตามลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์
- 2.3 นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตนเอง

ในขั้นที่ 2 ครูทดสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนแยกแยะตัวอย่างที่ครูกำหนดให้ว่าตัวอย่างใดเป็นมโนทัศน์ และตัวอย่างใดไม่เป็นมโนทัศน์ หากพบว่าสมมติฐานเบื้องต้นของนักเรียนไม่สามารถจำแนกตัวอย่างได้ถูกต้อง ให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานใหม่จนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ เมื่อพบว่านักเรียนเกิดความเข้าใจมโนทัศน์แล้ว

ครูจึงเฉลยสมมติฐาน ชื่อของมโนทัศน์ และนิยามของมโนทัศน์ตามลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตัวเอง

### ขั้นที่ 3 การวิเคราะห์กลยุทธการคิด

#### 3.1 นักเรียนอธิบายสิ่งที่คิด

#### 3.2 นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับสมมติฐานและลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

#### 3.3 นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการที่ใช้ในการตั้งสมมติฐาน

ในขั้นที่สาม นักเรียนเริ่มวิเคราะห์กลยุทธในการคิดของตนเอง โดยนักเรียนและครู ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับสมมติฐานและลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นว่ามีวิธีการ ในการตั้งสมมติฐานอย่างไร ใช้เวลาในการพิจารณาลักษณะต่าง ๆ เพียงครั้งเดียวหรือหลาย ๆ ครั้ง และเมื่อสมมติฐานเบื้องต้นนั้นไม่ถูกต้อง นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงกระบวนการคิดอย่างไร การวิเคราะห์เช่นนี้จะทำให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบความแตกต่างของกลยุทธในการคิด ของตนเองและผู้อื่นได้

Lesley, Matczynski & Rowley (2002, pp. 117-121) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบ การเรียนการสอนมโนทัศน์ ออกเป็น 5 ขั้นตอน ซึ่งแต่ละขั้นประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ เริ่มจากครูเลือกเนื้อหาที่เหมาะสมกับรูปแบบการเรียน การสอนมโนทัศน์ ในขั้นแรก ครูอาจสอนจากมโนทัศน์ที่เข้าใจง่าย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจรูปแบบ การสอนนี้ จากนั้นครูสามารถเพิ่มความซับซ้อนของมโนทัศน์ได้ ในการจัดการเรียนการสอน ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนในช่วงเวลาเรียนให้นักเรียนทราบ จากนั้นสนทนาหรือซักถามนักเรียน เกี่ยวกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง การให้ตัวอย่างเป็นหัวใจสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนนี้ โดยครูเป็นผู้ให้ตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบแก่นักเรียน (ตัวอย่างทางบวก คือ ตัวอย่าง ที่เป็นมโนทัศน์ที่ต้องการสอน และตัวอย่างทางลบ คือ ตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ที่ต้องการสอน) ควรให้ตัวอย่าง 3-5 ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนเกิดการเปรียบเทียบ หาลักษณะเหมือนหรือต่างของ ตัวอย่างที่ครูกำหนดให้ได้

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน เมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างที่ครูนำเสนอแล้วให้นักเรียน ตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ เป็นขั้นที่ใช้เวลาน้อยที่สุด คือ ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และหาข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ ซึ่งครูจะเป็นผู้ทบทวนสมมติฐานของนักเรียน จากขั้นที่ 3

ขั้นที่ 5 ขันนำไปใช้ เป็นขั้นตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนสร้าง ตัวอย่างทางบวกและทางลบด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบว่าแต่ละคนนิยามลักษณะที่จำเป็น ของมโนทัศน์ได้ถูกต้องหรือไม่

Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 89-99) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียน การสอนมโนทัศน์ ออกเป็น 8 ขั้นตอน ซึ่งแต่ละขั้นประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 เลือกและระบุคำนิยามของมโนทัศน์และเลือกลักษณะ ครูเลือกลักษณะสำคัญ ที่ใช้สำหรับนิยามมโนทัศน์ เพื่อนำมาเป็นเกณฑ์ในการจำแนกยกตัวอย่าง โดยมโนทัศน์ที่ครู นำมาใช้ในการสอนนั้น ต้องมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำมาสร้างมโนทัศน์ ด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 2 พัฒนาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ครูจะต้องหา ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้มากที่สุด โดยตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ต้องมี ลักษณะเฉพาะที่สำคัญที่นักเรียนสามารถสังเกตได้ และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ที่ทำให้เห็น ความแตกต่างของลักษณะเฉพาะที่สำคัญได้อย่างชัดเจน

ขั้นที่ 3 แนะนำกระบวนการแก่นักเรียน โดยแจ้งให้นักเรียนทราบถึงมโนทัศน์ที่นักเรียน จะได้รับ และลักษณะของกิจกรรมที่จัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเข้าใจตรงกัน

ขั้นที่ 4 นำเสนอตัวอย่างและจรรยาการลักษณะ โดยครูเริ่มเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ และไม่เป็นมโนทัศน์หลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างตัวอย่าง 2 ประเภท แล้วจึงให้นักเรียนจดลักษณะสำคัญที่ได้ลงในกระดาษ

ขั้นที่ 5 พัฒนาและสร้างนิยามของมโนทัศน์ เมื่อเสนอตัวอย่างครบแล้ว ครูให้นักเรียน นำลักษณะตัวอย่างที่บันทึกไว้จากขั้นที่แล้วมาสร้างนิยามของมโนทัศน์ โดยใช้ภาษาในการอธิบาย คำนิยามของมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 6 ให้ตัวอย่างเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนนิยามมโนทัศน์ได้แล้ว ครูให้ตัวอย่างที่เป็น มโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูเสนอนั้นเป็นมโนทัศน์ หรือไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นที่ 7 อภิปรายกระบวนการกับเพื่อนในชั้น ว่ามีวิธีการจำแนกหรือจัดหมวดหมู่ข้อมูล ได้อย่างไร เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น ทั้งนี้ในการจำแนกหรือ จัดหมวดหมู่ข้อมูลต้องอาศัยความรู้เดิมหรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนด้วย

ขั้นที่ 8 ประเมินผล เป็นขั้นตรวจสอบความเข้าใจในกระบวนการของนักเรียน โดยให้ นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง หรือครูจัดกิจกรรมที่ทำให้ นักเรียนได้นำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



Aggen & Kauchak (2001, pp. 163-166) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ออกเป็น 4 ขั้นตอน โดยกิจกรรมจะเริ่มขึ้นเมื่อครูยกตัวอย่างไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งนักเรียนสามารถสร้างสมมติฐานได้ โดยแต่ละขั้นตอนประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำเสนอตัวอย่าง หลักจากได้รับการแนะนำหรืออธิบายเกี่ยวกับลักษณะกิจกรรมแล้ว บทเรียนจะเริ่มขึ้นเมื่อครูนำเสนอตัวอย่างให้แก่ นักเรียน โดยทั่วไปจะใช้ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างเช่น กำหนดให้แอปเปิลเป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ และก้อนหินเป็นตัวอย่างที่ไม่ใช่ มโนทัศน์ ตัวอย่างที่กำหนดให้มีความแตกต่างระหว่างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์กับตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์มาก ๆ จะทำให้ตั้งสมมติฐานได้กว้าง หากครูเลือกตัวอย่างที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างเหมาะสม เช่น นมกับข้าว จะลดความเป็นไปได้สำหรับการตั้งสมมติฐานเบื้องต้นและทำให้การทดสอบสมมติฐานน้อยลง

ขั้นตอนที่ 2 การวิเคราะห์สมมติฐาน หลังจากนำเสนอตัวอย่างแล้ว ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานเบื้องต้นที่เป็นไปได้ จากนั้นครูให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐาน ซึ่งจะให้นักเรียนพัฒนาทักษะการคิดด้วยการอธิบายเหตุผลที่ชัดเจน และส่งผลให้นักเรียนคนอื่น ๆ ได้รับประโยชน์จากการฟังเหตุผลของผู้อื่น หากนักเรียนคนหนึ่งตัดสินใจว่าจะต้องปฏิเสธสมมติฐานหรือไม่เห็นด้วยกับสมมติฐานของผู้อื่น ก็สามารถอธิบายเหตุผลของตนเองเพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุป ครูให้นักเรียนระบุคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์และระบุคำจำกัดความ

ขั้นตอนที่ 4 การประยุกต์ เป็นขั้นที่เพิ่มความเข้าใจของนักเรียนให้มากยิ่งขึ้น โดยให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ หรือให้นักเรียนสร้างตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตนเอง ซึ่งขั้นนี้มีความสำคัญสำหรับนักเรียนและครู เนื่องจากเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดสอบความเข้าใจของตนเองจากการยกตัวอย่างเพิ่มเติม และครูเป็นผู้ให้ผลย้อนกลับเกี่ยวกับความเข้าใจนั้น ๆ

Arends (2015, pp. 351-352) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ออกเป็น 4 ขั้นตอน ซึ่งแต่ละขั้นประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 นำเสนอตัวอย่าง โดยตัวอย่างที่นำมาแสดงให้นักเรียนเห็นนั้นต้องแสดงถึงสิ่งที่เป็นมโนทัศน์และสิ่งที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างที่ดีต้องสามารถระบุได้อย่างชัดเจนว่า “เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์” หรือ “ไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์” จึงต้องมีความระมัดระวังในการเลือกตัวอย่างที่จะนำมาใช้

ขั้นที่ 2 ครูกระตุ้นให้นักเรียนตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับคุณสมบัติของมโนทัศน์และให้จัดบันทึกเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น ครูอาจถามคำถามเพิ่มเติมเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการคิดและทำให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ได้

ขั้นที่ 3 เมื่อนักเรียนกำหนดชื่อและคุณลักษณะของมโนทัศน์ได้เรียบร้อยแล้ว ครูแสดงตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบคุณลักษณะของมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ครูตรวจสอบและสังเกตนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น โดยให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดตัวอย่างที่ครูกำหนดให้จึงเป็นหรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ และให้นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง

จากขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโมโนทัศน์

Joyce, Weil, & Calhoun (2015, pp. 140-141)	Lestey, Mateczynski & Rowley (2002, pp. 117-121)	Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 89-99)	Eggen & Kauchak (2001, pp. 163-166)	Arends (2015, pp. 351-352)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นที่ 1 การกำหนด มโนทัศน์ ครูเลือกเนื้อหาที่เหมาะสมกับรูปแบบการเรียนการสอนโมโนทัศน์ โดยเริ่มจากมโนทัศน์ที่เข้าใจง่าย จากนั้นครูสามารถเพิ่มความซับซ้อนของมโนทัศน์ได้</p>	<p>ขั้นที่ 1 เลือกและระบุค่านิยามของมโนทัศน์และเลือกลักษณะ ครูเลือกลักษณะใช้สำหรับนิยามมโนทัศน์ โดยมโนทัศน์ที่ครูนำมาใช้ในการสอนนั้นต้องมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำมาสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองได้</p>	<p>ขั้นที่ 1 เลือกและระบุค่านิยามของมโนทัศน์และเลือกลักษณะ ครูเลือกลักษณะใช้สำหรับนิยามมโนทัศน์ โดยมโนทัศน์ที่ครูนำมาใช้ในการสอนนั้นต้องมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญที่นักเรียนสามารถนำมาสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองได้</p>	<p>ขั้นที่ 1 ขั้นนำเป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม</p>	<p>ขั้นที่ 1 ขั้นนำเป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม</p>	<p>ขั้นที่ 1 ขั้นนำเป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม</p>
<p>ขั้นที่ 2 พิจารณาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และ</p>	<p>ตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์</p>	<p>ขั้นที่ 2 พิจารณาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และ</p>	<p>ขั้นที่ 2 พิจารณาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และ</p>	<p>ขั้นที่ 2 พิจารณาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และ</p>	<p>ขั้นที่ 2 พิจารณาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และ</p>
<p>ขั้นที่ 3 แนะนำลักษณะของกิจกรรมที่จัดขึ้น เพื่อให้</p>	<p>นักเรียนเข้าใจตรงกัน</p>	<p>ขั้นที่ 3 แนะนำลักษณะของกิจกรรมที่จัดขึ้น เพื่อให้</p>	<p>ขั้นที่ 3 แนะนำลักษณะของกิจกรรมที่จัดขึ้น เพื่อให้</p>	<p>ขั้นที่ 3 แนะนำลักษณะของกิจกรรมที่จัดขึ้น เพื่อให้</p>	<p>ขั้นที่ 3 แนะนำลักษณะของกิจกรรมที่จัดขึ้น เพื่อให้</p>

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Joyce, Weil, & Calhoun (2015, pp. 140-141)	Lesley, Matezyski & Rowley (2002, pp. 117-121)	Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 89-99)	Aggen & Kauchak (2001, pp. 163-166)	Arends (2015, pp. 351-352)	ผู้วิจัย
<p>ชั้นที่ 1 การนำเสนอข้อมูลและการระบุนชื่อของมโนทัศน์ ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นตัวอย่างของนักเรียน</p> <p>นักเรียนเปรียบเทียบและมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนเปรียบเทียบและหา</p>	<p>ชั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง ครูเป็นผู้ให้ตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบแก่นักเรียน</p>	<p>ชั้นที่ 4 นำเสนอตัวอย่างและจรรยาบรรณลักษณะโดยครูเริ่มเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์หลาย ๆ ตัวอย่าง</p>	<p>ชั้นที่ 1 นำเสนอตัวอย่าง โดยตัวอย่างที่นำมาให้นักเรียนเห็นนั้น แสดงให้นักเรียนเห็นจำเป็นต้องแสดงถึงสิ่งที่ไม่มีมโนทัศน์</p>	<p>ชั้นที่ 2 นำเสนอตัวอย่าง เป็นชั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบและหา ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์</p>	
<p>หาลักษณะร่วม จนกระทั่งนักเรียนสามารถตั้งชื่อของมโนทัศน์และสร้างนิยามของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง</p>	<p>ชั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน เมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างที่ครูนำเสนอแล้วให้นักเรียนตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ</p>	<p>ชั้นที่ 5 พัฒนาและสร้างนิยามของมโนทัศน์ เมื่อเสนอตัวอย่างครบแล้ว ครูให้นักเรียนนำลักษณะตัวอย่างที่บันทึกไว้จากขั้นที่แล้วมาสร้างนิยามของมโนทัศน์ โดยใช้ภาษาในการอธิบายนิยามของมโนทัศน์ด้วยตนเอง</p>	<p>ชั้นที่ 2 ครูกระตุ้นให้นักเรียนตั้งสมมติฐานเบื้องต้นเกี่ยวกับคุณสมบัติของมโนทัศน์และให้จัดบันทึกเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น</p>	<p>ชั้นที่ 3 ชั้นตั้งสมมติฐานเป็นชั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่แล้ว พร้อมอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์เช่นนั้น</p>	

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Joyce, Weil, & Calhoun (2015, pp. 140-141)	Lesley, Matezynski & Rowley (2002, pp. 117-121)	Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 89-99)	Eggen & Kauchak (2001, pp. 163-166)	Arends (2015, pp. 351-352)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นตอนที่ 2 การทดสอบความถูกต้องของโมโนทัศน์ โดยให้นักเรียนแยกแยะตัวอย่างที่ครูกำหนดให้ และให้นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นโมโนทัศน์และไม่เป็นโมโนทัศน์ด้วยตัวเอง</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 การวิเคราะห์ และครูร่วมกันอภิปราย และครูร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับสมมติฐานและลักษณะสำคัญของ</p> <p>โมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น</p>	<p>ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสรุปโมโนทัศน์ ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและหาข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะที่สำคัญของโมโนทัศน์</p>	<p>ขั้นตอนที่ 6 ให้ตัวอย่างเพิ่มเติมให้นักเรียนทราบว่าตัวอย่างที่ครูเสนอนั้นเป็นโมโนทัศน์หรือไม่</p> <p>โมโนทัศน์</p> <p>ขั้นตอนที่ 7 อภิปรายกระบวนการการกับเพื่อน</p> <p>ในชั้น ว่ามีวิธีการจำแนกหรือจัดหมวดหมู่ข้อมูลได้อย่างไร เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้น</p>	<p>ขั้นตอนที่ 3 ครูแสดงตัวอย่างที่เป็นโมโนทัศน์และไม่เป็นโมโนทัศน์เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบนักเรียน</p> <p>ตรวจสอบโมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นว่าถูกต้องหรือไม่</p> <p>ขั้นตอนที่ 4 ครูตรวจสอบและสังเกตนักเรียนที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับโมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นและ</p> <p>นักเรียนสร้างขึ้น</p>	<p>ขั้นตอนที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุปเป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียนโดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นโมโนทัศน์หรือไม่เป็นตัวอย่างของโมโนทัศน์ จากนักเรียนและครูอภิปรายและสรุปร่วมกันเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของโมโนทัศน์</p>	

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Joyce, Weil, & Calhoun (2015, pp. 140-141)	Lesley, Matezynski & Rowley (2002, pp. 117-121)	Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 89-99)	Eggen & Kauchak (2001, pp. 163-166)	Arends (2015, pp. 351-352)	ผู้วิจัย
<p>ชั้นที่ 5 ชื่อนำไปใช้ เป็น ชั้นตรวจสอบ ความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนสร้าง ตัวอย่างทางบวกและ ทางลบด้วยตนเอง แล้ว ร่วมกันตรวจสอบว่าแต่ละ คนนิยามลักษณะที่จำเป็น ของมโนทัศน์ได้ถูกต้อง หรือไม่</p>	<p>ชั้นที่ 8 ประเมินผล เป็นชั้น ตรวจสอบความเข้าใจ ในกระบวนการของนักเรียน โดยให้นักเรียนสร้างตัวอย่าง ที่เป็น มโนทัศน์และไม่เป็น มโนทัศน์ด้วยตนเอง หรือครูจัดกิจกรรมที่ทำใ้ นักเรียนได้นำมโนทัศน์ มาประยุกต์ใช้ใน สถานการณ์ต่าง ๆ</p>	<p>ชั้นที่ 5 ชื่อนำไปใช้ เป็นชั้นที่ครูตรวจสอบ ความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนสร้างตัวอย่าง ที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่าง ที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบ ความถูกต้อง จากนั้นครูจัด กิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้นำ มโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ ในสถานการณ์ต่าง ๆ</p>			

จากตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียน การสอนมโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียน การสอนมโนทัศน์ ซึ่งมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึง ลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็น มโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบและหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของ มโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่แล้ว พร้อมอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยาม ของมโนทัศน์เช่นนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียน โดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็น มโนทัศน์หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นนักเรียนและครูอภิปรายและสรุปร่วมกัน เกี่ยวกับลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียน สร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบ ความถูกต้อง จากนั้นครูจัดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ ต่าง ๆ

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น ผู้วิจัยจะนำไปใช้ในการสังเคราะห์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

### บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

Joyce, Weil & Calhoun (2015, pp. 142-147) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัด การเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่า

1. สิ่งสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ คือ การนำเสนอตัวอย่างที่เป็น มโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้นักเรียน ครูจึงควรมีความระมัดระวังในการเลือกตัวอย่าง ที่จะนำมาเสนอให้นักเรียน และควรจัดลำดับการนำเสนอตามความยากง่าย
2. ครูต้องมีการกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการสอนไว้ล่วงหน้า เนื่องจากการจัด การเรียนรู้ของนักเรียนไม่ใช่เพื่อคิดค้นมโนทัศน์ใหม่ แต่เพื่อให้ได้มโนทัศน์ตามที่ครูเลือกไว้ ก่อนหน้านี้

3. ให้การสนับสนุนและช่วยเหลือนักเรียนในการตั้งสมมติฐาน
4. เน้นการอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับสมมติฐานที่นักเรียนสร้างขึ้น
3. ช่วยเหลือนักเรียนในการประเมินกลยุทธ์การคิด

Kleausmeior & Ripple (1971 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2554, หน้า 130)

ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่า

1. การเน้นคุณลักษณะของความคิดรวบยอด ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเรานั้น ทั้งลักษณะที่ใหญ่และลักษณะที่น้อย เพื่อเป็นการช่วยให้นักเรียนสามารถแยกลักษณะที่แตกต่างกันได้ ซึ่งช่วยให้การเรียนรู้ความคิดรวบยอดนั้นได้ง่ายขึ้น
2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม การสอนความคิดรวบยอดในขั้นนี้จะต้องให้นักเรียนรู้จักถ้อยคำที่ใช้แทนความคิดรวบยอดนั้น ในการสอนที่ใช้ถ้อยคำนั้นก็ควรที่จะกำหนดเป็นตัวอย่างเป็นคำจำกัดความการใช้แต่งเป็นประโยค รวมทั้งคำที่มีความหมายใกล้เคียงกัน ครูจำเป็นต้องให้นักเรียนสามารถใช้ถ้อยคำที่ถูกต้องเหมาะสม ต้องให้ความหมายและความสัมพันธ์ระหว่างคำนั้น ๆ กับศัพท์หรือคำที่ใช้แทนความคิดรวบยอดคำอื่นด้วย
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของความคิดรวบยอดที่เรียน การอธิบายให้นักเรียนได้ทราบถึงธรรมชาติของความคิดรวบยอดนั้น ๆ ก่อนจะมีผลต่อประสิทธิภาพของผลงานในอนาคต ดังนั้น การสอนความคิดรวบยอดจะได้ผลเมื่อครูได้ตั้งใจที่จะให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของความคิดรวบยอดนั้น ๆ เสียก่อนตั้งแต่ต้น
4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง การจัดลำดับการเสนอตัวอย่างมีผลต่อประสิทธิภาพของนักเรียนอยู่มาก การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะได้ผลดีที่สุด เมื่อนักเรียนได้รับตัวอย่างทั้งที่มีลักษณะเป็นบวก คือ ลักษณะย่อยของความคิดรวบยอดนั้นมีอยู่ และตัวอย่างที่ลักษณะเป็นลบ ส่วนตัวอย่างจะมีมากหรือน้อยเพียงใด อัตราส่วนระหว่างลักษณะบวกและลบจะเป็นอย่างไร ครูต้องเน้นให้เด็กเห็นลักษณะเฉพาะ เพื่อให้เขาสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปรวบยอดได้
5. ส่งเสริมและแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า การเรียนด้วยวิธีค้นคว้าด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง เป็นสิ่งช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง และครูจำเป็นต้องมีการตัดสินใจที่ดี ต้องทราบถึงความรู้พื้นฐานที่เขามีอยู่เดิม วิธีการเรียนของนักเรียนและเจตคติที่มีต่อเรื่องนั้น ๆ เจตคติต่อวิชา รวมทั้งเจตคติที่มีต่อบรรยากาศในโรงเรียน และต่อวิธีการสอนของครู ครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหานั้นพอ ๆ กับการให้เขามีอิสระในการตัดสินใจและรับผิดชอบสิ่งที่ตนกระทำ ครูต้องทราบว่าช่วยนักเรียนได้อย่างไรจึงจะให้นักเรียนช่วยตัวเองได้



6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนความคิดรวบยอดนั้น โดยให้นักเรียน ได้มีโอกาสนำความรู้จากความคิดรวบยอดนั้นไปใช้ โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ เช่น การยกตัวอย่าง การให้มีความรู้ในความคิดรวบยอดอื่น ๆ ที่สัมพันธ์กับความคิดรวบยอดนั้น

7. ให้นักเรียนรู้จักวัดผลตัวเองว่าเข้าใจในความรู้ที่นั้นหรือไม่ หากยังไม่เข้าใจก็จะได้ เริ่มต้นใหม่

Eggen & Kauchak (2001, p. 157) กล่าวว่าบทบาทของครูใน 3 แนวทาง ดังนี้

1. สนับสนุนให้นักเรียนเกิดการคิดหรือการตั้งสมมติฐานด้วยตนเอง
2. เป็นผู้แนะนำหรือให้ความช่วยเหลือนักเรียนในการคิดหรือการตั้งสมมติฐาน
3. ให้นักเรียนอธิบายว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานเช่นนั้น ไม่ว่าจะสมมติฐานนั้น

จะถูกหรือไม่ถูกก็ตาม

นวลลอ ทินานนท์ (2540, หน้า 42) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่า

1. ครูต้องการนำเสนอการสอนมโนทัศน์ใดก็ต้องมีการเตรียมการสอนและวางแผนไว้อย่างดี คือ ต้องมีการเตรียมหาตัวอย่างของมโนทัศน์นั้นหลาย ๆ ตัวอย่าง ทั้งที่ใช่และไม่ใช่ ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ใช่ ครูควรยึดหลักว่าต้องมีให้มากพอที่จะครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนจับเอาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่ ใช่ และเยาะเย้ยลักษณะของสิ่งที่ไม่ใช่ และ ไม่ใช่ ออกจากกัน

2. การนำตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ของมโนทัศน์มานำเสนอแก่นักเรียนมีความสำคัญมาก เมื่อได้มโนทัศน์ที่ใช่และไม่ใช่มาแล้วก็จะนำมาเรียงลำดับ การเรียงลำดับของกลุ่มมโนทัศน์ 2 กลุ่มนี้ก็จะส่งผลต่อการเรียนรู้ที่ต่างกัน กล่าวคือ ถ้าเราต้องการให้นักเรียนฝึกการสังเกต ครูต้องเรียงลำดับตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่สลับกัน แต่ถ้าครูประสงค์จะให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์อย่างรวดเร็วและไม่เน้นทักษะเรื่องการสังเกต ครูก็จะเรียงลำดับมโนทัศน์ที่ใช่ก่อนเป็นอันดับแรก และต่อด้วยตัวอย่างที่ไม่ใช่ การจะเรียงลำดับแบบใดก็ขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายของบทเรียน

3. การจะให้นักเรียนเห็นตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น นอกจากคำพูดหรือคำบอกเล่า เรื่องเล่าอาจต้องพึ่งสื่อการสอนหรืออุปกรณ์ต่าง ๆ ช่วยด้วย เช่น รูปภาพ ของจริง หุ่นจำลอง ฯลฯ เท่าที่ครูสามารถทำให้นักเรียนเห็นลักษณะต่าง ๆ ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนได้ก็ถือว่าเป็นสื่อที่ดี

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าบทบาทที่สำคัญของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ คือ การเตรียมและวางแผนการจัดการเรียนรู้ โดยเฉพาะ การเลือกตัวอย่างที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากนักเรียนต้องพิจารณาตัวอย่างที่เป็น

มโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์จากครู หากตัวอย่างมีลักษณะที่ไม่เด่นชัด หรือมีจำนวนน้อยเกินไป อาจทำให้นักเรียนไม่สามารถเปรียบเทียบได้ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ ได้ นอกจากนี้ขณะจัดการเรียนรู้ ครูต้องเป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ให้คำแนะนำ ตลอดจนให้ความช่วยเหลือนักเรียนในด้านต่าง ๆ อีกด้วย

### บทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

Joyce, Weil & Calhoun (2015, pp. 137-141) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่านักเรียนต้องมีความพยายามในการเปรียบเทียบลักษณะต่าง ๆ จากตัวอย่างที่ครูกำหนดให้ เพื่อนำไปสู่การสร้างสมมติฐาน และเมื่อถึงขั้นอภิปรายนอกจากอธิบายแนวคิดของตนเองแล้ว นักเรียนควรเป็นผู้รับฟังแนวคิดของเพื่อน เนื่องจากแนวคิดที่หลากหลายจะทำให้เกิดการพัฒนาทักษะการคิดที่มากขึ้นด้วย นอกจากนี้ นักเรียนควรมีการปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ทางความคิด แม้ว่านักเรียนจะเข้าใจในมโนทัศน์นั้นแล้วก็ตาม เพื่อให้การเรียนรู้นั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นและพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 27) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ว่าในการเรียนมโนทัศน์ใด ๆ นักเรียนควรมีพฤติกรรม การเรียน ดังต่อไปนี้

1. ยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่คล้ายคลึงมโนทัศน์แต่ไม่ใช่มโนทัศน์ พร้อมทั้งอธิบายตัวอย่างเหล่านั้น
2. รวบรวมและพิสูจน์ข้อมูลเพื่อบอกลักษณะตามมโนทัศน์ของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งไม่มีในตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์
3. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อาจแปรเปลี่ยนได้ แต่ยังคงเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์
4. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่หลากหลายของมโนทัศน์มีสิ่งใดที่เหมือนกัน
5. อ้างอิงได้ว่าลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ทั้งหมดที่ตรวจสอบแล้วจะเป็นจริง และมีอยู่ในตัวอย่างอื่นของมโนทัศน์นี้
6. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ คล้ายคลึงและแตกต่างจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อย่างไร
7. อ้างอิงเกี่ยวกับลักษณะสำคัญที่จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ แต่มีความคล้ายคลึงที่จะเป็นมโนทัศน์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าบทบาทสำคัญของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ คือ การสังเกต เนื่องจากนักเรียนต้องสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองจากการสังเกต เปรียบเทียบ และหาลักษณะเฉพาะจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ที่ครูกำหนดขึ้น และนักเรียนควรเป็นผู้รับฟังแนวคิดของเพื่อน เนื่องจากแนวคิดที่หลากหลายจะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการคิดมากขึ้น

### ประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ดังนี้ Joyce, Weil & Calhoun (2015, p. 134) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ทำให้นักเรียนได้วิเคราะห์กระบวนการคิดของตนเองและช่วยให้พวกเขาพัฒนากลยุทธ์ทางการคิดให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังส่งเสริมการมีส่วนร่วมของนักเรียน โดยให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนเองให้เพื่อน ฟังหรือรับฟังแนวคิดต่าง ๆ ของเพื่อน จากแนวคิดที่หลากหลายทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการคิดที่มากขึ้นด้วย

Lesley, Matczynski & Rowley (2002, p. 111) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ช่วยให้นักเรียนเกิดการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และสามารถนำความรู้ไปใช้ในการตัดสินใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 88-89) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่า รูปแบบการเรียนนี้ทำให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิด การสังเกต การเปรียบเทียบ จนสามารถสร้างนิยามได้ด้วยตนเอง นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ด้วยความเข้าใจ นอกจากนี้เมื่อนักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นหรือพูดคุยกับเพื่อน ๆ เกี่ยวกับนิยามของมโนทัศน์แต่ละคน ก็จะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทางความคิดมากยิ่งขึ้น

นลินี บำเรอราช (2545, หน้า 15-16) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ดังนี้

#### ประโยชน์ทางตรง

1. นักเรียนได้เรียนรู้ธรรมชาติของความคิดรวบยอด
2. นักเรียนเรียนรู้วิธีการสร้างความคิดรวบยอดด้วยตนเอง
3. นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดเฉพาะเรื่อง
4. นักเรียนได้เรียนรู้การคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย

### 5. นักเรียนมีกระบวนการสร้างความคิดรวบยอด

#### ประโยชน์ทางอ้อม

1. นักเรียนเรียนรู้ว่าการคิดของแต่ละคนแตกต่างกัน
2. นักเรียนสามารถสื่อสารกับผู้อื่นด้วยความคิดอย่างมีเหตุผล
3. นักเรียนเรียนรู้ว่าบางทีความคิดรวบยอดอาจไม่ชัดเจน ทำให้ยอมรับในเหตุผลที่ว่า “คนเราไม่สามารถหาคำอธิบายที่สมบูรณ์สำหรับทุกสิ่งทุกอย่างในโลก”

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ คือ ช่วยให้นักเรียนรู้กระบวนการในการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ ทำให้เป็นคนมีเหตุและผล สามารถนำความรู้ไปใช้ในการตัดสินใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และการเข้าใจมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ อย่างแท้จริงจะทำให้ความรู้ที่ได้รับนั้นคงทน ถาวรและจดจำได้นาน

### เทคนิค Think Write Pair Share

#### ความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share ไว้ดังนี้

Academy of art university (2010) ได้เสนอความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share ไว้ว่า เทคนิค Think Write Pair Share เป็นกลวิธีที่ใช้ในการเพิ่มการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน และส่งเสริมให้มีการอภิปรายในชั้นเรียน โดยมีการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักซ้อมการหาคำตอบของตัวเองกับคนอื่น ๆ ก่อนที่จะออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งครูสามารถวัดระดับของชั้นเรียนได้อย่างรวดเร็วโดยการเดินไปรอบ ๆ ห้องเรียนเพื่อดูบันทึกของนักเรียน ฟังการสนทนาคู่ และการแบ่งปันความรู้ในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนในห้องเรียนทั้งหมดมีส่วนร่วมกับการแบ่งปันความรู้ในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนในห้องเรียนทั้งหมดมีส่วนร่วมกับการแบ่งปันความรู้ในชั้นเรียน ไม่ใช่เพียงนักเรียนบางส่วนในห้อง

Ferlazzo (2011, p. 152) ได้กล่าวถึงความหมายของ เทคนิค Think Write Pair Share ไว้ว่า เป็นหนึ่งในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่ทำให้นักเรียนมีการตอบสนองในด้านการตอบคำถามที่ดีขึ้นและเพิ่มการมีส่วนร่วมภายในห้องเรียนอย่างสูงสุด โดยครูมีการตั้งคำถามในชั้นเรียนแล้วให้เวลาในการคิดคำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถใช้การเขียนเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างลึกซึ้งและชัดเจนมากขึ้น อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนสามารถให้เหตุผลในสิ่งที่นักเรียนต้องการจะพูดได้ชัดเจนขึ้น นอกจากนี้การให้นักเรียนได้แบ่งปันแนวคิดกับเพื่อนคู่คิด จะยังทำให้นักเรียนเข้าใจความคิดของผู้อื่นอีกด้วย

Nasa (2012, p. 3) ได้เสนอความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share ไว้ว่า เทคนิค Think Write Pair Share ถูกออกแบบให้เป็นการจัดการเรียนการสอนที่แตกต่างจากการเรียนการสอนแบบดั้งเดิม โดยให้เวลาและให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดเกี่ยวกับสิ่งที่หัวข้อกำหนด เมื่อปัญหาถูกกำหนดขึ้น นักเรียนจะมีเวลาในการคิดเกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ ด้วยตนเอง เขียนในสิ่งที่คิด จับคู่ทำงานกับเพื่อนเพื่อแก้ปัญหา และแบ่งปันแนวคิดกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและได้แบ่งปันแนวคิดต่าง ๆ กับผู้อื่น

Iowa State University (2015, p. 25) ได้เสนอความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share ไว้ว่า เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือรูปแบบหนึ่ง โดยให้นักเรียนใช้เวลาในการคิดด้วยตนเองเกี่ยวกับปัญหา แล้วเขียนแนวความคิดของตนเองก่อนที่จะแบ่งปันแนวคิดกับเพื่อนคู่คิดและเพื่อนในห้องเรียน การให้นักเรียนสะท้อนแนวความคิดจะช่วยให้พวกเขาเกิดกระบวนการคิดและเป็นการช่วยเหลือเพื่อนคู่คิดอีกทางหนึ่งด้วย

Literacy Minnesota (2017) ได้เสนอความหมายของ เทคนิค Think Write Pair Share ไว้ว่า เป็นการจัดการกิจกรรมที่สามารถใช้ในการอุ่นเครื่องเพื่อให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับหัวข้อการตรวจสอบความเข้าใจหรือเป็นกิจกรรมการแก้ปัญหา นอกจากนี้นักเรียนยังได้ใช้ภาษาในการคิด พูด อ่าน ฟัง และเขียนอีกด้วย

Bifield (2020) ได้กล่าวถึงความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share ไว้ว่าเป็นกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความรู้ ใช้ในการตอบคำถามต่าง ๆ รวมถึงใช้ในการอภิปรายในสิ่งที่ถูกตั้งคำถามในห้องเรียน นักเรียนได้เขียนคำตอบด้วยตนเอง จากนั้นจึงแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนคู่คิด แล้วจึงอภิปรายกันในห้องเรียน ในขั้นตอนของการแบ่งปันนักเรียนจะได้รับเหตุผลแบบอื่น ๆ ซึ่งจะช่วยให้เพิ่มความเข้าใจในสิ่งที่ครูกำหนด อีกทั้งนักเรียนสามารถกลับไปหาคำตอบเดิมและปรับปรุงคำตอบของตนเองจากแนวคิดที่เขาได้อินจากเพื่อน ๆ ได้

จากความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share ข้างต้น สรุปได้ว่า เทคนิค Think Write Pair Share เป็นกลวิธีที่ใช้ในการส่งเสริมให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในห้องเรียน ช่วยให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด การเขียน และการอภิปรายกับเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในห้องเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง อีกทั้งการอภิปรายจะทำให้นักเรียนฝึกการให้เหตุผลและการรับฟังเหตุผลอื่น ๆ จากเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในห้องเรียนอีกด้วย

### ขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้เสนอขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share ไว้ดังนี้

Academy of art university (2010) ได้แบ่งขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 Think-Write ครูตั้งคำถามในชั้นเรียนและให้เวลานักเรียนในการคิดและเขียนบันทึกเป็นรายบุคคลประมาณ 2-5 นาที

ขั้นที่ 2 Pair ให้พวกเขาแบ่งปันคำตอบกับเพื่อนคู่คิด ระหว่างการทำกิจกรรมครูสามารถตรวจสอบนักเรียนในชั้นเรียนได้อย่างรวดเร็วจากการเดินรอบ ๆ ห้องเรียนและสังเกตพฤติกรรมต่าง ๆ เช่น สังเกตสิ่งที่นักเรียนบันทึก การฟังการสนทนาคู่ เป็นต้น

ขั้นที่ 3 Share ครูเลือกคู่ของนักเรียนในห้องเรียนอย่างเจาะจง แล้วให้คู่กัน ๆ แบ่งปันประเด็นหลักที่ได้จากขั้นที่ 2 เพื่อนำประเด็นมาใช้ในการอภิปรายทั้งชั้นเรียน

Lim (2009) ได้แบ่งขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share ออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 Think ครูให้เวลานักเรียนในการคิดประมาณ 1-2 นาที โดยให้นักเรียนระดมความคิดให้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด

ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงไป ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถอ่านสิ่งที่ตนเองจดบันทึกลงไปและนำไปใช้ในการอภิปรายได้

ขั้นที่ 3 Pair เมื่อนักเรียนเขียนเสร็จแล้ว ให้นักเรียนแต่ละคู่แบ่งปันคำตอบซึ่งกันและกัน ซึ่งในขณะที่นักเรียนกำลังแลกเปลี่ยนคำตอบกันนั้น ครูสามารถเดินดูรอบ ๆ ชั้นเรียนได้ เมื่อครูเจอคำตอบที่ดีจะได้ให้นักเรียนออกมาแบ่งปันแนวคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน

ขั้นที่ 4 Share เริ่มมีการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ระดมความคิดและแลกเปลี่ยนแนวคำตอบซึ่งกันและกัน

Nasa (2012, pp. 3-4) ได้แบ่งขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 Think and Write ครูกำหนดหัวข้อ/ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนใช้เวลาในการคิด 2 นาทีเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนรู้แล้วหรือได้เรียนรู้เกี่ยวกับหัวข้อ / ปัญหาเป็นเวลา 2 นาทีและจากนั้นใช้เวลาอีก 3 นาทีเพื่อเขียนความคิดเหล่านั้น โดยให้นักเรียนคิดเป็นรายบุคคล

ขั้นที่ 2 Pair จับคู่กับเพื่อนคู่คิด จากนั้นให้ทั้งคู่สนทนาหารือเกี่ยวกับความคิดของนักเรียนและถามคำถามของเพื่อนคู่คิดเกี่ยวกับความคิดของพวกเขาเกี่ยวกับหัวข้อ / ปัญหาเป็นเวลา 5 นาที และเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ด้วย

ขั้นที่ 3 Share หลังจากที่นักเรียนได้แบ่งปันความคิดกับเพื่อนคู่คิดแล้ว ให้นักเรียนได้แบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียนว่านักเรียนมีแนวคิดอย่างไร การรับฟังแนวคิดของผู้อื่นซึ่งทำให้นักเรียนได้รับแนวคิดใหม่ ๆ

Bass & Thetford (2014) ได้แบ่งขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share ออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 Think ครูนำเสนอหัวข้อเพื่ออภิปราย โดยให้นักเรียนใช้เวลาในการคิดอย่างน้อย 10 วินาที

ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงไป

ขั้นที่ 3 Pair ครูให้นักเรียนปรึกษารื้อกันกับเพื่อนคู่คิดหรือหาแนวทางการแก้ไขปัญหาร่วมกัน

ขั้นที่ 4 Share ครูให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนในชั้นเรียนจากการสุ่มจากขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share ข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share

Academy of art university (2010)	Lim (2009)	Nasa (2012, pp. 3-4)	Bass & Thetford (2014)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นที่ 1 Think-Write ครูตั้งคำถามในชั้นเรียนและให้เวลานักเรียนในการคิดและเขียนบันทึกเป็นรายบุคคลประมาณ 2-5 นาที</p>	<p>ขั้นที่ 1 Think ครูให้เวลานักเรียนในการคิดประมาณ 1-2 นาที โดยให้นักเรียนระดมความคิดให้มากที่สุดภายในเวลาที่กำหนด</p>	<p>ขั้นที่ 1 Think and Write ครูกำหนดหัวข้อ/ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนใช้เวลาในการคิด 2 นาทีเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนรู้แล้วหรือได้เรียนรู้เกี่ยวกับหัวข้อ / ปัญหาเป็นเวลา 2 นาที และจากนั้นใช้เวลาอีก 3 นาที เพื่อเขียนความคิดเหล่านั้น โดยให้นักเรียนคิดเป็นรายบุคคล</p>	<p>ขั้นที่ 1 Think ครูนำเสนอหัวข้อเพื่ออภิปราย โดยให้นักเรียนใช้เวลาในการคิดอย่างน้อย 10 วินาที</p>	<p>ขั้นที่ 1 Think ครูกำหนดปัญหา จากนั้นให้นักเรียนใช้เวลาในการคิด โดยครูมีการใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียนด้วย</p>
<p>ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงไป</p>	<p>ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียน</p>	<p>หัวข้อ / ปัญหาเป็นเวลา 2 นาที และจากนั้นใช้เวลาอีก 3 นาที เพื่อเขียนความคิดเหล่านั้น โดยให้นักเรียนคิดเป็นรายบุคคล</p>	<p>ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงไป</p>	<p>ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงไป</p>
<p>ขั้นที่ 3 Pair ให้พวกเขาแบ่งเป็น 3 คู่</p> <p>คำตอบกับเพื่อนคู่คิด ระหว่างการทำกิจกรรมครูสามารถตรวจสอบนักเรียนในชั้นเรียนได้อย่างรวดเร็วจากการเดินรอบ ๆ ห้องเรียนและสังเกตพฤติกรรมต่าง ๆ เช่น สังเกตสิ่งที่นักเรียนบันทึก การฟัง การสนทนาคู่</p>	<p>ขั้นที่ 3 Pair ให้นักเรียนแต่ละคู่แบ่งเป็นคำตอบซึ่งกันและกัน ซึ่งในขณะที่นักเรียนกำลังแลกเปลี่ยนคำตอบกันนั้น ครูสามารถเดินดูรอบ ๆ ชั้นเรียนได้ เมื่อครูเจอคำตอบที่ดีจะได้ให้นักเรียนออกมาแบ่งปันแนวคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน</p>	<p>ขั้นที่ 2 Pair จับคู่กับเพื่อนคู่คิด จากนั้นให้ทั้งคู่สนทนาหรือเกี่ยวกับความคิดของนักเรียน และถามคำถามของเพื่อนคู่คิดเกี่ยวกับความคิดของพวกเขา</p> <p>5 นาที และเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ด้วย</p>	<p>ขั้นที่ 3 Pair ครูให้นักเรียนปรึกษารวบรวมคำตอบเพื่อนคู่คิดหรือหาแนวทางร่วมกัน</p>	<p>ขั้นที่ 3 Pair นักเรียนแบ่งเป็นแนวคิดที่ได้จากการเขียนให้แก่เพื่อนคู่คิด จากนั้นเปรียบเทียบและอภิปรายคำตอบร่วมกัน พร้อมเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ในใบกิจกรรม</p>



ตารางที่ 3 (ต่อ)

Academy of art university	Lim	Nasa	Bass & Thetford	ผู้วิจัย
<p>ชั้นที่ 3 Share ครูเลือกคู่ของนักเรียนในห้องเรียนอย่างเจาะจงแล้วให้คู่หนึ่ง ๆ แบ่งปันประเด็นหลักที่ได้จากชั้นที่ 2 เพื่อนำประเด็นมาใช้ในการอภิปรายทั้งชั้นเรียน</p>	<p>ชั้นที่ 4 Share เริ่มมีการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งจะทำการให้นักเรียนได้ระดมความคิดเห็น และแลกเปลี่ยนแนวคำตอบซึ่งกันและกัน</p>	<p>ชั้นที่ 3 Share หลังจากให้นักเรียนได้แบ่งปันความคิดกับเพื่อนคู่คิดแล้ว ให้นักเรียนได้แบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน เพื่อน ๆ ให้ความสนใจว่านักเรียนมีแนวคิดอย่างไร การรับฟังแนวคิดของผู้อื่น ซึ่งทำให้นักเรียน ได้รับแนวคิดใหม่ ๆ</p>	<p>ชั้นที่ 4 Share ครูให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนในชั้นเรียนจากการสุ่ม</p>	<p>ชั้นที่ 4 Share หลังจากอภิปรายร่วมกันแล้ว ครูสุ่มนักเรียนบางคน เพื่อแบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน เพื่อเป็นการขยายแนวความคิด ซึ่งทำให้นักเรียนได้รับแนวคิดใหม่ ๆ</p>

จากตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยได้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 Think ครูกำหนดปัญหา จากนั้นให้นักเรียนใช้เวลาในการคิด โดยครูใช้คำถามนำ เพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 3 Pair นักเรียนแบ่งปันแนวคิดที่ได้จากการเขียนให้แก่เพื่อนคู่คิด จากนั้นเปรียบเทียบและอภิปรายคำตอบร่วมกัน พร้อมเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 4 Share หลังจากอภิปรายร่วมกันแล้ว ครูสุ่มนักเรียนบางคู่เพื่อแบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน เพื่อเป็นการขยายแนวความคิด ซึ่งทำให้นักเรียนได้รับแนวคิดใหม่ ๆ

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น ผู้วิจัยจะนำไปใช้ในการสังเคราะห์ร่วมกับรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

### **บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share**

มีหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share ไว้ ดังนี้

Nasa (2012, p. 3) ได้เสนอเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share ไว้ 6 ข้อ ดังนี้

1. ครูที่จะใช้เทคนิค Think Write Pair Share ต้องมีการแจ้งให้กลุ่มเป้าหมายทราบถึงแนวคิดหลักที่เกี่ยวข้องก่อน
2. อธิบายวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน พร้อมแนะแนวทางการใช้คำถามสำหรับการอภิปรายที่จะเกิดขึ้น
3. ขั้นการคิดและการเขียน ครูควรเริ่มต้นด้วยคำถามระดับสูง โดยเฉพาะคำถามที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อ/ ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้คิดตามเวลาที่กำหนด และเขียนตามเวลาที่กำหนด
4. ขั้นจับคู่ ควรให้นักเรียนอภิปรายความคิดกับเพื่อนคู่คิดตามระยะเวลาที่กำหนด
5. ขั้นการแบ่งปัน ต้องมีเวลาเหลือเพื่อที่จะแบ่งปันความคิดและมีการสนทนา อภิปราย ทั้งชั้นเรียน หลังจากชั้นเรียน “แบ่งปัน” นักเรียนอาจเลือกคู่สนทนาใหม่เพื่อพูดคุยเกี่ยวกับแนวคิดของพวกเขา ซึ่งการคิดอาจเปลี่ยนไปหลังจากได้แบ่งปันแนวคิด
6. สิ่งที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาแล้วมีความสำคัญต่อการใช้เทคนิคการสอนนี้

Literacy Minnesota (2017) ได้เสนอเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share ไว้ 3 ข้อ ดังนี้

1. เขียนคำถามลงบนกระดาน จากนั้นแบ่งแผนภาพบนกระดานออกเป็น 3 ส่วน ส่วนแรกมีป้ายกำกับว่า "ความคิดของฉัน" ส่วนที่สองระบุว่า "ความคิดของเพื่อนคู่คิด" และส่วนที่สามระบุว่า "ความคิดของชั้นเรียน"
2. ตั้งคำถามกับนักเรียน จากนั้นให้นักเรียนเขียน "ความคิดของฉัน" โดยเขียนคำและประโยคที่สะท้อนความคิดของนักเรียนที่สะท้อนเกี่ยวกับหัวข้อ
3. ให้นักเรียนแบ่งปันแนวคิดของพวกเขาในหัวข้อกับเพื่อนคู่คิดและเขียนบันทึกสิ่งที่พวกเขาพูดในส่วนของที่ 2 ของแผนภาพ จากนั้นให้นักเรียนคนอื่น ๆ ในชั้นเรียนแบ่งปันความคิดและจดบันทึกการตอบกลับไว้ในส่วนที่ 3 ของแผนภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าบทบาทสำคัญของครูที่ใช้เทคนิค Think Write Pair Share ในการจัดการเรียนรู้ คือ การจัดเตรียมคำถามหรือหัวข้อที่จะใช้ในการกระตุ้นกระบวนการคิดของนักเรียน ซึ่งควรเริ่มต้นด้วยคำถามระดับสูง จากนั้นในขั้นที่นักเรียนเขียน จับคู่ และแบ่งปันความคิดเห็นกับเพื่อน ๆ ครูมีบทบาทสำคัญในการควบคุมเวลาในการดำเนินกิจกรรม อีกทั้งในการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคนี้ ครูควรทราบความรู้เดิมของนักเรียนก่อน เนื่องจากสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาแล้วมีความสำคัญต่อการใช้เทคนิคการสอนนี้

## การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share

### รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง และตารางสังเคราะห์ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ในหัวข้อที่ 2 หน้า 23 – 34 สามารถสรุปความหมายและขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ ดังนี้

รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนค้นหา ลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด เพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานและการสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชี้นำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึง ลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบและหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่แล้ว พร้อมอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์เช่นนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียน โดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นนักเรียนและครูอภิปรายและสรุปร่วมกันเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูจัดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

#### เทคนิค Think Write Pair Share

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค Think Write Pair Share ในหัวข้อที่ 3 หน้า 39 – 45 สามารถสรุปความหมายและขั้นตอนในการใช้เทคนิค Think Write Pair Share ได้ ดังนี้

เทคนิค Think Write Pair Share เป็นกลวิธีที่ใช้ในการส่งเสริมให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในชั้นเรียน ช่วยให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด การเขียน และการอภิปรายกับเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง อีกทั้งการอภิปรายจะทำให้นักเรียนฝึกการให้เหตุผลและการรับฟังเหตุผลอื่น ๆ จากเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียนอีกด้วย ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 Think ครูกำหนดปัญหา จากนั้นให้นักเรียนใช้เวลาในการคิด โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 2 Write ครูให้นักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองลงในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 3 Pair นักเรียนแบ่งปันแนวคิดที่ได้จากการเขียนให้แก่เพื่อนคู่คิด จากนั้นเปรียบเทียบและอภิปรายคำตอบร่วมกัน พร้อมเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 4 Share หลังจากอภิปรายร่วมกันแล้ว ครูสุ่มนักเรียนบางคู่เพื่อแบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน เพื่อเป็นการขยายแนวความคิด ซึ่งทำให้นักเรียนได้รับแนวคิดใหม่

## การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write

### Pair Share

ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนค้นหาคุณสมบัติเฉพาะหรือคุณลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ โดยให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด การเขียน และการอภิปรายกับเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียน เพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานและการสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง อีกทั้งการอภิปรายจะทำให้นักเรียนฝึกการให้เหตุผลและการรับฟังเหตุผลอื่น ๆ จากเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียนอีกด้วย

ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล โดยนำขั้นตอนของเทคนิค Think Write Pair Share แทรกในขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ โดยแทรกเทคนิค Think และ Write ในขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง แทรกเทคนิค Pair ในขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน แทรกเทคนิค Share ในขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป และแทรกเทคนิค Think Write Pair และ Share ในขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ ซึ่งแสดงดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 รูปแบบการเรียนรู้การสนทนาในชั้นร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share

จากภาพที่ 2 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียน การสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่ใช้ในการวิจัยไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึง ลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม
2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็น มโนทัศน์แก่นักเรียน จากนั้นให้นักเรียนคิด (Think) เพื่อเปรียบเทียบและหาลักษณะสำคัญของ มโนทัศน์ แล้วเขียน (Write) ลักษณะสำคัญตามแนวคิดของตนเองลงในใบกิจกรรม
3. ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์ ที่ได้จากการเขียนลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากขั้นที่แล้ว พร้อมแบ่งปันแนวคิดและอภิปราย คำตอบร่วมกันกับเพื่อนคู่คิด (Pair) ว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์ เช่นนั้น พร้อมเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ในใบกิจกรรม
4. ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียน โดย การยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน โดยสุ่มนักเรียนบางคู่เพื่อ แบ่งปันแนวคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน (Share) เพื่อเป็นการขยายแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ของมโนทัศน์
5. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียน สร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบ ความถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อนำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ ต่าง ๆ โดยให้นักเรียนคิด (Think) เกี่ยวกับปัญหาที่ครูกำหนดมาให้ แล้วเขียน (Write) อธิบาย เหตุผลตามแนวคิดของตนเองลงบนกระดาษ จากนั้นให้นักเรียนแบ่งปันแนวคิดร่วมกับเพื่อนคู่คิด (Pair) แล้วสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาอธิบายเหตุผลเพื่อแบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน (Share)

## มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

### ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Medin (1989 อ้างถึงใน เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์, 2555, หน้า 1) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิด ซึ่งเปรียบเสมือนกับ “ภาพตัวแทน” ของสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะคล้าย ๆ กัน โดยสมองจะสร้างมโนทัศน์ด้วยการจัดหมวดหมู่ของสิ่งที่มีลักษณะคล้าย ๆ กันรวมไว้เป็น

หมวดหมู่เดียวกัน และเก็บไว้เป็นความทรงจำระยะยาวในลักษณะของความรู้สึกรู้สึกนึกคิดหรือความคิดรวบยอดตามความเข้าใจของตนเอง

นลินี บำเรอราช (2545, หน้า 10) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดหรือมโนทัศน์เป็นความเข้าใจในภาพรวมของสิ่งต่าง ๆ เรื่องราวหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่บุคคลเข้าไปมีปฏิสัมพันธ์ด้วย เมื่อบุคคลเกิดความคิดรวบยอดต่อสิ่งใด ย่อมสามารถอธิบายได้ว่าสิ่งนั้นเป็นอย่างไร มีลักษณะอย่างไร ประกอบด้วยอะไรบ้าง ลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้นเป็นอย่างไร รวมทั้งสามารถยกตัวอย่างของสิ่งที่เป็นความคิดรวบยอดนั้นได้ ซึ่งความคิดรวบยอดเป็นการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นด้วยการคิดจากการมีประสบการณ์ตรงในสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องราว หรือเหตุการณ์ใด ๆ เป็นการคิดจากการสังเกตสิ่งนั้น ๆ โดยมีการคาดเดาอยู่ในใจและมีการทดสอบสมมติฐานนั้นด้วยการคิดแบบลองถูกลองผิด เมื่อแน่ใจว่าคิดถูกแล้ว ก็สรุปเป็นชื่อความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นออกมา และให้คำอธิบายสิ่งนั้น ๆ ได้อย่างชัดเจนว่ามีลักษณะอย่างไร

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 10) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น ดังนั้น มโนทัศน์จะทำให้เราสามารถจำแนกสิ่งใหม่ ๆ และเข้าใจได้รวดเร็วตามประสบการณ์ของเราที่ผ่านมา

สุรางค์ โคว์ตระกูล (2553, หน้า 327) กล่าวว่า มโนทัศน์ เป็นคำที่เป็นนามธรรมใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญหรือvikฤติเป็นเกณฑ์ ตัวอย่างเช่น คำว่า “นก” เป็นคำที่ใช้แทนสัตว์จำพวกหนึ่งที่มีคุณลักษณะvikฤติ 3 อย่างคือ สัตว์นั้นจะต้องมีปีก ขน และบินได้ แม้ว่านกในโลกจะมีหลายร้อยชนิด แต่คนเราสามารถที่จะมีความคิดรวบยอด “นก” ในการสื่อความหมาย หรือเป็นรากฐานของความคิดดังกล่าวนี้ คือ มีปีก บินได้

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 123) กล่าวว่า มโนทัศน์ เป็นข้อความที่แสดงแก่นของเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการรวบรวมลักษณะเฉพาะของเรื่องนั้น จากการจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของสิ่งของ ปรัชญาการณ ประสพการณ หรือกระบวนการเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบขึ้นเป็นหน่วยความคิด ประเภท หมู่ หรือกลุ่มคล้ายคำจำกัดความ โดยใช้ความเข้าใจจนสามารถกำหนดเกณฑ์ที่จะใช้แบ่งประเภทสรรพสิ่งรอบตัวที่เป็นสิ่งของ วัตถุ พฤติกรรม และสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ และสามารถมองเห็นความแตกต่างของสิ่งนั้นกับสิ่งอื่น ๆ ได้ เช่น เรียนความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสัตว์บกก็คือ เรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่น ๆ ได้



ปรีชาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2554, หน้า 120) กล่าวว่า มโนทัศน์ เป็นผลสรุปที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่าง ๆ ที่ร่วมกันอยู่ แล้วรวบรวมสิ่งที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบเดียว

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่ามโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของเหตุการณ์ต่าง ๆ เข้าเป็นกลุ่มเดียวกันตามความเข้าใจ หรือประสบการณ์ของแต่ละบุคคล แล้วเก็บเป็นความทรงจำระยะยาวในลักษณะของความรู้สึกนึกคิดหรือความคิดรวบยอดตามความเข้าใจของตนเอง

สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Good (1945, p. 90) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิด ความคิดรวบยอดหรือเนื้อหาที่มีความเกี่ยวข้องในการคำนวณเป็นหลัก เป็นความสัมพันธ์เชิงปริมาณ รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบหรือความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Eggen & Kauchak (2001, pp. 116-118) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจในการจัดหมวดหมู่หรือจัดประเภทของคุณลักษณะบางประการ ซึ่งลักษณะแนวคิดของการกำหนดคุณสมบัติที่ขึ้นอยู่กับความสามารถของนักเรียนในการระบุลักษณะสำคัญจากตัวอย่างของคุณ

อัมพร ม้าคนอง (2558, หน้า 15) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจหรือความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้จากการจัดหมวดหมู่หรือการจัดประเภทของคุณลักษณะสำคัญบางประการ โดยสามารถอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

### ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ต่าง ๆ ดังนี้

ชาญชัย อาจินสมาจาร (2542, หน้า 47) กล่าวว่า มโนทัศน์ทำให้การสื่อความหมาย มีความรวดเร็วขึ้น และมีประสิทธิภาพมากขึ้น เพราะคนมีส่วนร่วมในมโนทัศน์ที่คล้ายคลึงกัน เขาไม่ต้องอธิบายวัตถุแต่ละชิ้น เหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ หรือแนวคิดแต่ละแนวคิดด้วย รายละเอียดมากมาย การศึกษาและประสบการณ์ช่วยให้เราสร้างมโนทัศน์ใหม่จากมโนทัศน์เก่า ซึ่งนำไปสู่การสื่อความหมายที่ดีกว่า

นลินี บำเรอราช (2545, หน้า 9) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ โดยแบ่งออกเป็น 2 ด้าน ดังนี้

1. ด้านนักเรียน การสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองเป็นเรื่องสำคัญ และมีความจำเป็นต่อการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น การขาดการเรียนรู้ความคิดรวบยอดหรือมีมโนทัศน์ในระดับต่ำ จะเป็นการยากหรือไม่อาจเรียนความรู้ในระดับสูงได้ เพราะการเรียนรู้ความคิดรวบยอดช่วยให้บุคคลเรียนรู้และเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัวได้ง่ายขึ้น ทำให้สามารถจัดสิ่งต่าง ๆ หรือเรื่องต่าง ๆ เป็นประเภทเพื่อง่ายต่อการรับรู้และเข้าใจ ทำให้มีแนวทางในการให้คำอธิบายเกี่ยวกับวัตถุ เรื่องราว หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เขาต้องเข้าไปเกี่ยวข้องด้วยได้อย่างถูกต้อง จนในที่สุดทำให้สามารถตัดสินใจได้ถูกต้อง อันเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น กล่าวได้ว่าการเรียนรู้ความคิดรวบยอด เป็นการพัฒนาทางสติปัญญาที่นักเรียนทุกคนต้องมี และจะทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่สูงขึ้น

2. ด้านครู การเรียนรู้ความคิดรวบยอดช่วยให้ครูสามารถคิดวิธีการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนให้นักเรียนฝึกคิดอย่างเป็นระบบ มีวิธีคิดและสร้างความเข้าใจเรื่องต่าง ๆ ได้ดีขึ้น ทำให้ครูเห็นแนวทางที่จะพัฒนาความคิดรวบยอดให้แก่นักเรียน ตลอดจนสามารถจัดประสบการณ์การเรียนรู้ได้อย่างถูกต้องเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 10) กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากนักเรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว เขาก็จะสามารถเอา มโนทัศน์นั้น ไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้อีกเรื่อย ๆ คนเราจะพยายามสร้างมโนทัศน์ของสิ่งต่าง ๆ และของเหตุการณ์ต่าง ๆ อยู่เสมอ เพราะการสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่าง ๆ ในรูปของมโนทัศน์จะช่วยลดภาระของสมอง ให้จดจำน้อยลง เกณฑ์ที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อยของทุกสิ่งทุกอย่างที่รอบ ๆ ตัว เพียงแต่จำไว้ในลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ซึ่งต่อไปก็จะสามารถขยายขอบข่ายความรู้ของตนเองให้กว้างขวางออกไปได้

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างเป็นระบบ และการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล อีกทั้งมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างขึ้นเกิดจากความเข้าใจของตนเอง ไม่ได้เกิดจากการท่องจำ จึงทำให้การจัดการเรียนรู้ที่ประสบความสำเร็จมากยิ่งขึ้น

สำหรับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้เสนอไว้ ดังนี้

สสวท. (2555, หน้า 61) ได้เสนอความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

อัมพร ม้าคอนง (2558, หน้า 17) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งครูและนักเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่่องแท้ ที่จะทำให้ครูคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าครูจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าครูขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอน ในขณะที่เดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับนักเรียนในการคิด การเรียนรู้ และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้ นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนที่เข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี นอกจากนี้ยังสามารถนำความรู้ที่ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้อีกด้วย

#### แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์

Harper & others (1964 อ้างถึงใน นवलลออ ทินานนท์, 2540, หน้า 41) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ว่ามี 2 ขั้นตอน คือ

1. การแยกแยะความแตกต่าง หมายถึง การที่คนเราสามารถสังเกตพิจารณา ถึงลักษณะที่แตกต่างกันของสิ่งต่าง ๆ ที่ผ่านเข้ามาในประสบการณ์และสามารถแยกแยะความเหมือนหรือความแตกต่างของประสบการณ์ทั้งหลายที่ได้เข้ามา แต่ถ้านบุคคลใดไม่มีประสบการณ์กับเหตุการณ์หรือกับสิ่งของนั้น ๆ มาก่อน ความคิดรวบยอดนั้นก็จะเกิดขึ้นยากกว่าสิ่งที่ตนเคยได้รับประสบการณ์

2. การสรุป เมื่อบุคคลเกิดการพิจารณาแยกแยะความเหมือน ความแตกต่างแล้ว การค้นพบประสบการณ์ใหม่จะนำไปเชื่อมโยงหรือจัดเข้าพวกกับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ จึงสามารถจะสรุปเป็นมโนทัศน์จากข้อมูลต่าง ๆ ได้

นลินี บำเรอราช (2545, หน้า 12) กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ สามารถทำได้หลายขั้นตอน ดังนี้

1. การรับรู้ข้อมูลของสิ่งที่เป็นความคิดรวบยอด
  2. การสังเกตสิ่งที่เป็นตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอด
  3. การคิดเปรียบเทียบสิ่งที่เป็นตัวอย่าง กับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง
  4. การคิดพิจารณาความเหมือนกัน และความแตกต่างกันของสิ่งที่เป็นตัวอย่างกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง
  5. การตั้งสมมติฐานขึ้นในใจ (คาดเดา) ว่ามันคืออะไร มันคืออะไร มันเรื่องอะไร
  6. การคิดทดสอบสมมติฐาน ถ้าไม่ถูกก็เปลี่ยนสมมติฐานใหม่ และทดสอบอีกจนถูกต้อง
- ถ้ายังไม่พบสมมติฐานที่ถูกต้อง ก็ยังไม่เข้าใจมโนทัศน์ หรือไม่เข้าใจความคิดรวบยอด
7. การสรุปรวบยอดเป็นชื่อมโนทัศน์
  8. การทดสอบความคิดรวบยอดนั้น และการนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ โดยสามารถสร้างคำอธิบายในเชิงให้คำนิยามหรือคำจำกัดความเกี่ยวกับความคิดรวบยอดนั้นได้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 178 - 186) กล่าวว่า เราจำเป็นต้องพัฒนาการคิดเชิงมโนทัศน์เพื่อช่วยให้เราทำความเข้าใจเรื่องต่าง ๆ ได้ตามสภาพที่ปรากฏจริง และการพัฒนาการคิดนี้ได้เป็นอย่างดีนั้น เราจำเป็นต้องพัฒนาลักษณะนิสัยบางประการไปด้วยพร้อม ๆ กัน ซึ่งการพัฒนา มโนทัศน์สามารถทำได้ ดังนี้

1. ขอบจดจ้องเพื่อจับใจ หมายถึง การพิจารณาสิ่งที่รับรู้ด้วยใจที่จดจ่อ โดยยังไม่รีบด่วนสรุปหรือตีความตามกรอบมโนทัศน์ของตน ทั้งนี้วัตถุประสงค์เพื่อ “จับใจ” ใจ ในที่นี้หมายถึง “แก่น” หรือมโนทัศน์ของสิ่งนั้นตามที่ปรากฏอยู่ องค์กรประกอบของคนที่ชอบจดจ้องได้แก่

1.1 ช่างสังเกต นักคิดเชิงมโนทัศน์จะเป็นนักสังเกตด้วย เพื่อทำความเข้าใจสิ่งที่เกิดขึ้น สามารถแยกแยะความแตกต่างได้ ค้นหาเอกลักษณ์ หรือแก่นของสิ่งนั้น จึงจำเป็นต้องเป็นคนที่ช่างสังเกต การเป็นคนช่างสังเกตพยายามเก็บรายละเอียดของสิ่งนั้นไม่มองเพียงผ่าน ๆ การสังเกตจะนำไปสู่การค้นพบมโนทัศน์ที่ช่วยให้เราเข้าใจหลักการเบื้องหลังของสิ่งต่าง ๆ

1.2 ทวนซ้ำและทดลองใช้ ต้องเป็นคนที่ละเอียดรอบคอบ โดยมีการทวนซ้ำ เพื่อตรวจสอบให้แน่ใจว่ามโนทัศน์ที่เราคิดว่าใช้นั้น ถูกต้อง ใช้นั่นก่อนหรือไม่ก่อนที่จะปักใจสิ่งใดลงไป ดังเช่นนักวิทยาศาสตร์ค้นพบกฎเกณฑ์ความเป็นไปของธรรมชาติจากการสังเกต การค้นหากฎเกณฑ์ และการทวนซ้ำหรือการทดลองซ้ำ ๆ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. ขอบรู้สิ่งที่รับอย่างเข้าใจ คราวญใคร่ตามบริบท เรามักจะยึดกฎเกณฑ์หรือความรู้บางอย่างไว้โดยปราศจากความสงสัยว่าสิ่งนั้นเป็นจริงตามนั้นหรือไม่ และใช้ความเชื่อที่ผิด ๆ หรือข้อสมมติที่ผิดพลาดนี้ไปตีความเชื่อมโยงสิ่งต่าง ๆ เป็นเหตุให้กลายเป็นความคิดผิดทั้งกระบวนการ ในฐานะที่เราเป็นนักคิดเชิงมโนทัศน์ จำเป็นต้องเป็นคนที่มีความ “เข้าใจ” มโนทัศน์ที่อยู่เบื้องหลังของบริบทนั้น การรับรู้เรื่องต่าง ๆ ของเราต้องรับรู้ด้วยความเข้าใจ รับรู้สิ่งที่เป็นแก่นที่สามารถนำไปตีความหรือประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ ที่เหมาะสมได้ มิใช่รับรู้ตาม ๆ กันมาอย่างขาดความเข้าใจ การคิดเชิงมโนทัศน์เป็นการคิดเพื่อฝึกฝนความสามารถในการอธิบาย การทำความเข้าใจสิ่งที่รับรู้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องเห็นสิ่งนั้นและตีความสิ่งนั้นตามที่ปรากฏด้วยความเข้าใจที่สอดคล้องกัน การที่จะทำเช่นนั้นได้จำเป็นต้องมีความยืดหยุ่นในกรอบความคิด มีใจเปิดกว้างในการรับรู้ รับความคิดใหม่ ๆ และมุ่งพิจารณาใคร่ครวญทำความเข้าใจภายใต้บริบทที่เกิดขึ้น มิใช่ตีความจากข้อสมมติของตน ต้องไม่รวบรัดตัดสินตามประสบการณ์ความเคยชิน ด้วยตระหนักว่าอาจมีรายละเอียดปลีกย่อยที่สะท้อนถึงมโนทัศน์ที่แตกต่างกัน

3. การที่เราจะเป็นนักคิดเชิงมโนทัศน์ที่ดี จะต้องระมัดระวัง ไม่สรุปสิ่งต่าง ๆ อย่างรวบรัด ควรพยายามฝึกที่จะเป็นนักคิดเชิงวิพากษ์ด้วย โดยเรียนรู้ที่จะตั้งคำถามในลักษณะ “ซักค้าน” เพื่อหาความไม่น่าจะเป็นของสิ่งที่รับรู้และนำไปสู่การสืบค้นความจริง การคิดเชิงวิพากษ์จะช่วยลิบลعنส์การมองโลก ทำให้มโนทัศน์ของเราในเรื่องต่าง ๆ แจ่มชัดขึ้น ไม่ถูกหลอกด้วยข้อมูลเสมือนจริงที่ทำให้เรามองตีความสับสนได้

4. ขอบสื่อสารแบบชัด คม ตรงประเด็น หากเราต้องการพัฒนาความคิดเชิงมโนทัศน์ เราต้องบังคับตัวเองให้สื่อสารตรงประเด็น โดยพยายามตีกรอบความเข้าใจในเรื่องราวต่าง ๆ อยู่เสมอ เพราะการสื่อสารเช่นนี้ จะเป็นการบังคับให้เราต้องคิดให้ได้มโนทัศน์ที่ชัดเจนก่อน ดังนั้น นักคิดเชิงมโนทัศน์จึงควรมีสัจชอบสื่อสารเรื่องต่าง ๆ อย่างตรงประเด็นตามมาด้วย พยายามอธิบายให้ผู้รับสารรับรู้เรื่องนั้นได้อย่างเข้าใจ ไม่คลุมเครือ ไม่สื่อสารแบบน้ำท่วมทุ่ง

ผักบุ้ง โหรงเหรง แต่สื่อสารได้ชัด คม ตรงประเด็น /การทำสิ่งต่าง ๆ เราควรมีมโนทัศน์ที่ชัดเจน อันจะช่วยทำให้เราสามารถสื่อสาร อธิบายและดำเนินการเรื่องต่าง ๆ ได้อย่างแม่นยำและรวดเร็ว

5. ขอบสะสมความรู้คู่ความคิด เนื่องจากเรามีมโนทัศน์ที่คลุมเครือในหลาย ๆ เรื่อง จึงอาจไม่เพียงพอที่จะหาข้อสรุปให้กับเรื่องนั้น ได้อย่างชัดเจน อาจต้องใช้การเดาสุ่มเพื่อหา “ความน่าจะเป็น” ของสิ่งที่รับรู้ว่ายู่หมวดหมู่ มโนทัศน์ใด ความน่าจะเป็นของเราอาจจะผิดหรือถูก ก็ได้ การที่เราจะรู้ว่าเราคิดถูกหรือไม่จำเป็นต้องเปิดกว้างรับข้อมูลใหม่ ๆ เป็นการเพิ่มมโนทัศน์ ภายใต้มหาคู่ให้โอกาสความน่าจะเป็นมีเพิ่มมากขึ้น/ นักคิดเชิงมโนทัศน์จึงต้องเป็นคนที่มี “คลังความรู้” เรื่องต่าง ๆ สะสมเพิ่มเติมอยู่เสมอ เพื่อนำมาใช้ในการปรับมโนทัศน์ให้ชัดเจน มากยิ่งขึ้น ช่วยให้ข้อสมมติที่มีนั้นมีความสมเหตุสมผลและช่วยให้สามารถวินิจฉัย ตีความ ทำความเข้าใจได้อย่างแม่นยำมากขึ้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องเป็นคนที่ขอบสะสมความรู้ ใหม่ ๆ หาตัวอย่างใหม่ ๆ เรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ และนำมาเพิ่มพูนเข้ากับมโนทัศน์เดิมให้โครงตาข่าย มโนทัศน์หมวดหมู่ นั้นมีตาถี่ ๆ มากยิ่งขึ้น//นักคิดเชิงมโนทัศน์ไม่ใช่คนที่ชอบสรุปสิ่งใดแบบ “เหมา” เอาว่าเป็นอย่างนั้น แต่จะพิจารณารายละเอียดที่แตกต่างเพื่อหาความ “พิเศษเฉพาะ” ในสิ่งที่ดูเหมือนคล้าย ๆ กัน ดูเผิน ๆ เหมือนเป็นสิ่งเดียวกัน เนื่องจากมีความตระหนักว่า ในแต่ละสิ่งจะมีมโนทัศน์ของตนเอง ซึ่งมักจะมียางบางอย่างที่แตกต่างกันจากสิ่งที่คล้าย ๆ กัน การค้นหาความแตกต่างนั้นพบ หมายความว่าสามารถแยกแยะมโนทัศน์ของสิ่งนั้นออกจาก สิ่งอื่น ๆ ได้ นิสัยนักคิดเชิงมโนทัศน์จึงต้องได้รับการฝึกฝนให้ “ชอบ” ที่จะทำในสิ่งต่าง ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2558, หน้า 21-22) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย จำเป็นสำหรับการคิด และการใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น นอกจากนี้ควรให้นักเรียนได้เชื่อมโยง ความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่าง ทฤษฎีหรือเนื้อหาเกี่ยวกับวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่คนเลือกใช้ ความรู้คณิตศาสตร์จึงควรเกิดจาก ความเข้าใจมิใช่เกิดจากการจดจำ ซึ่งอาจลืม ได้โดยง่าย การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้ นักเรียน มองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้

2. พัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การไตร่ตรอง การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐาน สำคัญของการทำความเข้าใจและการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำความรู้ ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

3. ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้นักเรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้น จึงออกแบบกิจกรรมสำหรับ แต่ละมโนทัศน์และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม จะต้องมีการประเมินพฤติกรรมการทำงาน ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้นักเรียน สร้างความรู้ได้ด้วยตนเองและขยายไปสู่ความหมายใหม่ หรือความรู้เชิงนามธรรมได้

4. เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา รวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมหรือบริบทของการเรียนรู้ ให้เอื้อต่อการใช้สื่อ และนวัตกรรมเหล่านั้น

5. ประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ ของนักเรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่งการประเมิน พัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน นอกจากนี้ ครูควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ ที่เกิดขึ้นกับนักเรียน เพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

6. พยายามให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุป ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถ ของนักเรียนและไม่ยากเกินกว่าที่นักเรียนจะคิดได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ คือนักเรียนต้อง เป็นคนช่างสังเกตและเป็นคนที่มีความละเอียดรอบคอบ ไม่ว่าจะเป็นอย่างต่าง ๆ ที่ครูกำหนดให้ หรือลักษณะที่เหมือนหรือแตกต่างของสิ่งต่าง ๆ ที่ผ่านเข้ามาในประสบการณ์ นักเรียนต้องฝึก การคิดเปรียบเทียบและตั้งสมมติฐานขึ้นในใจ จากนั้นจึงลงข้อสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ ด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้น ๆ อย่างแท้จริง

### **การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**

#### **แนวทางในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Wilson (1971, pp. 645-670 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, หน้า 62) ได้กล่าวถึง การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรม ด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหมายถึงความสามารถใน การสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำ ข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

Frayer, Fredick & Klausmier (1969, pp. 218–244) ได้กล่าวถึงการประเมินนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องวิเคราะห์นิเทศน์ในเนื้อหา คณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับนิเทศน์ที่วิเคราะห์ไว้

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520, หน้า 222) ได้กล่าวถึงการวัดนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ วัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจ และมีนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ดังนั้นข้อสอบนิเทศน์ในทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบ ที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากแนวทางในการวัดและประเมินนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การวัดนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ลักษณะของข้อสอบนิเทศน์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา ดังนั้นการวัดนิเทศน์จึงจำเป็นต้องวิเคราะห์นิเทศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัดก่อนแล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับนิเทศน์ที่วิเคราะห์ไว้ เพื่อจะได้ทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ซึ่งงานวิจัยนี้ผู้วิจัยประเมินนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์

#### **เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค**

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ดังนี้

Goodrich (1997, pp. 14-17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 184)

ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียน ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหา นั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งสำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริคก็คือการนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ



2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสินคุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จกับงานที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคจะช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงาน และเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบายแก่ผู้อื่นให้เข้าใจ การประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 194-195) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนน เป็นเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยทั่วไปมี 2 แบบ ดังนี้

1. แบบเกณฑ์รวม เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหาโดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองหลายมิติหรือหลายด้านรวมกัน มีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างของคุณภาพงาน

2. แบบเกณฑ์ย่อยหรือเกณฑ์เฉพาะ เป็นเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะชิ้นเฉพาะงานย่อยหรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในชิ้นงานย่อย หรือด้านที่พิจารณา

สสวท. (2555, หน้า 24) ได้เสนอเกี่ยวกับเกณฑ์การประเมิน ซึ่งเป็นการกำหนดบรรทัดฐานในการวัดผลประเมินผล โดยทั่วไปจะใช้เกณฑ์ 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การใช้เกณฑ์รวม เพื่อประเมินผลในแบบองค์รวมหรือแบบภาพรวมที่ต้องการผลสรุปของประเด็นสำคัญ ๆ

2. การใช้เกณฑ์ย่อย ซึ่งเป็นเกณฑ์ประเมินประเด็นย่อย ๆ โดยการแยกองค์ประกอบย่อยเพื่อตรวจคุณภาพในรายละเอียด และนำผลป้อนกลับไปใช้ประโยชน์ทันที เช่น ปรับปรุงวิธีสอนพัฒนานักเรียนระหว่างการเรียนรู้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 184-185) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนน เป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินเชิงคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และการปฏิบัติงานของนักเรียนซึ่งสามารถแยกแยะความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตรวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละระดับ/กลุ่มในมาตรวัดไว้อย่างชัดเจน โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบรีคมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม เป็นการประเมินความรู้หรือผลงานของนักเรียนแบบภาพรวมตามระดับคะแนนที่ครูได้กำหนดไว้ โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ จึงมักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ เป็นการประเมินโดยแยกออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดระดับคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย จึงมักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์ เพื่อหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 255-256) กล่าวว่า เกณฑ์การประเมิน คือ แนวการให้คะแนนเพื่อประเมินผลงานหรือการปฏิบัติงานของนักเรียน หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่ารูบริก เป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่ง ใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของนักเรียน ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนของเกณฑ์แต่ละตัว เกณฑ์การประเมินจึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะของการปฏิบัติหรือผลงานนั้น ๆ ในเชิงปริมาณหรือเชิงคุณภาพ หรือทั้ง 2 ประการรวมกัน ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน โดยเกณฑ์การประเมิน มี 2 ชนิด คือ เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม และเกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม ครูจะให้คะแนน โดยดูจากภาพรวมของกระบวนการหรือผลงาน ไม่แยกพิจารณาเป็นส่วน จะใช้เมื่อต้องการดูภาพรวมมากกว่าดูข้อบกพร่องส่วนย่อย ๆ จึงเหมาะกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความคิดสร้างสรรค์ และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจนแน่นอน

2. เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน ใช้เมื่อต้องการเน้นการตอบสนองที่มีลักษณะเฉพาะ และไม่ได้เน้นความคิดสร้างสรรค์ ใช้เป็นตัวแทนของการประเมินหลายมิติ การใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงได้ผลสะท้อนกลับค่อนข้างสมบูรณ์ เป็นประโยชน์สำหรับนักเรียนและครูมาก ครูที่ใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงสามารถสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่น-จุดด้อยของนักเรียนแต่ละคนได้

จากเกณฑ์การให้คะแนนข้างต้น สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นเพื่อเป็นแนวทางในการให้คะแนนการปฏิบัติงานหรือผลงานของนักเรียน แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) การให้คะแนนแบบภาพรวม เป็นการพิจารณาภาพรวมของคุณภาพงาน โดยไม่มีการแยกออกเป็นด้าน ๆ และ 2) การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ เป็นการประเมินโดยแยกออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดระดับคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบรูบริกประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวม เนื่องจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย

ที่ต้องการประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนและบรรยายละเอียดของผลงาน โดยรวม ซึ่งมีนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบ รูปรีคประเภทภาพรวมไว้ ดังนี้

### เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 65 – 66) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยพิจารณาคำตอบและการอธิบายคำตอบ ดังนี้

1. การพิจารณาคำตอบ โดยมีการกำหนดขอบเขตของการตอบออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์	ให้	3	คะแนน
ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์	ให้	2	คะแนน
ระดับถูกต้องบางส่วน	ให้	1	คะแนน
ระดับไม่ถูกต้อง	ให้	0	คะแนน

2. การพิจารณาลักษณะของการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น

2 ลักษณะ ดังนี้

2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างมีเหตุผล ซึ่งจำแนกได้ 2 ระดับ ดังนี้

2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน

2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2557, หน้า 55) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยจัดเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถในการตอบ เป็น 4 กลุ่ม ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร

กลุ่มที่	คำอธิบาย	ระดับคะแนน
4	ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผลและมีการสื่อความหมายได้ชัดเจน	3 คะแนน
3	- ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์ โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือ - ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์ แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล	2 คะแนน
2	- ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน และพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ	1 คะแนน
1	ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	0 คะแนน

จากเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มี 2 ลักษณะ คือ การพิจารณาจากคำตอบและการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงมาจากอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 65 – 66); เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2557, หน้า 55) เนื่องจากเกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมกับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ไว้ ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

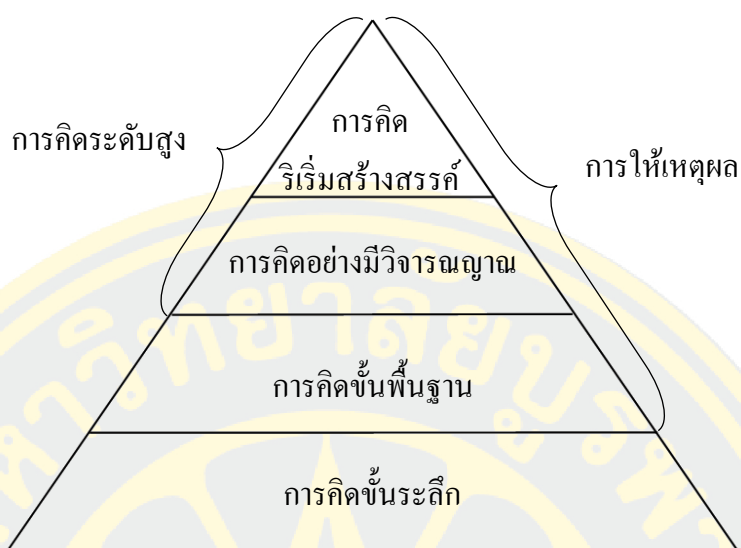
คะแนน	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3	คำตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
2	- คำตอบถูกต้อง และมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
1	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน - คำตอบถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจ
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจ - ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

### ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### ความหมายของการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

Krulik & Rudnick (1996, pp. 2-3) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด ซึ่งถูกจัดให้อยู่ในการคิดที่สูงกว่าการคิดขั้นระลึกล นั่นคือการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยการคิดขั้นพื้นฐานเป็นความเข้าใจและความตระหนักเกี่ยวกับแนวคิดหรือมโนทัศน์ของเนื้อหาในเรื่องต่าง ๆ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นการรวบรวม การจัดระเบียบข้อมูลที่เกี่ยวข้อง การเชื่อมโยงความรู้เดิมเพื่อนำมาใช้ในการตรวจสอบข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการประเมินค่า และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นการคิดที่ซับซ้อน เนื่องจากเป็นการสังเคราะห์ทางความคิด การรวบรวมทางการคิด และการนำไปความคิดไปประยุกต์ใช้ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ลำดับขั้นตอนของการคิดและการให้เหตุผลตามแนวคิดของ Krulik & Rudnick (1996, p.2)

Krulik & Rudnick ยังกล่าวเพิ่มเติมอีกว่า นอกจากการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ จัดเป็นการคิดโดยการให้เหตุผลแล้ว การคิดอย่างมีวิจารณญาณและการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ยังถือเป็นการคิดระดับสูงอีกด้วย แต่ในความเป็นจริงเมื่อเกิดกระบวนการคิด ก็เป็นการยากที่จะระบุได้ว่าการคิดนั้น ๆ อยู่ในระดับใด เนื่องจากการคิดแต่ละระดับมีความเหลื่อมล้ำกันและมีความสัมพันธ์กันอยู่ ดังนั้นการเกิดกระบวนการคิดจึงไม่สามารถระบุลำดับขั้นของการคิดได้อย่างชัดเจน

วรรณิ ชรรณโชติ (2549, หน้า 3) กล่าวว่า กระบวนการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับการแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยการนำเอาความจริงอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างในระบบ ซึ่งเรียกว่า เหตุหรือข้อตั้ง มาวิเคราะห์แจกแจงแสดงความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดความจริงอันใหม่ขึ้น ซึ่งเรียกว่า ผล หรือ ผลสรุป หรือ ข้อยุติ

สมเดช บุญประจักษ์ (2551, หน้า 38) กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นกระบวนการที่ประกอบด้วยข้อความ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นเหตุหรือสมมติฐาน และส่วนที่เป็นข้อสรุปหรือผล และวิธีการที่จะยอมรับว่าข้อสรุปเป็นผลมาจากเหตุหรือสมมติฐานนั้น ๆ ถ้าเหตุเป็นเงื่อนไขที่จะทำให้เกิดข้อสรุปหรือผล จะเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

วิชัย เสวกงาม (2557, หน้า 207) กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่เป็นอิสระจากความรู้เดิมที่ได้มา ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญของการพัฒนาองค์ความรู้และเป็นสิ่งที่จะช่วยเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในด้านอื่น ๆ

จุฑามาศ แหนจอน (2561, หน้า 293) กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นกระบวนการรู้คิดที่เกี่ยวข้องกับการค้นหาข้อสรุป โดยพิจารณาข้อมูลและหลักฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ หรือการค้นหาข้อมูลหรือหลักฐานต่าง ๆ เพิ่มเติม

จากการให้ความหมายของการให้เหตุผลของนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งเกิดจากการพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ หรือการแสวงหาความรู้ใหม่ ประกอบด้วยส่วนที่เป็นเหตุหรือสมมติฐาน และส่วนที่เป็นข้อสรุปหรือผล ถ้าเหตุเป็นเงื่อนไขที่จะทำให้เกิดข้อสรุปหรือผล จะเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ซึ่งการให้เหตุผลเป็นองค์ประกอบสำคัญของการพัฒนาองค์ความรู้และเป็นสิ่งที่จะช่วยเสริมให้นักเรียนเกิดความสามารถในด้านอื่น ๆ

#### **ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

NCTM (2000, p. 56) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่มีประสิทธิภาพในการพัฒนาและแสดงความเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นการรวบรวมข้อมูลและจัดระเบียบทางความคิด เพื่อนำไปสู่การคาดเดาและการหาข้อสรุป ดังนั้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 48) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไปและการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สสวท. (2555, หน้า 39-40) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

เวททรี อังกะภักทขจร (2555, หน้า 114) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุป ของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จากการให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของหน่วยงานทางการศึกษา และนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่อาศัยการรวบรวมข้อมูล เพื่อนำไปสู่การคาดเดาและการหาข้อสรุป ของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล

### ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

NCTM (2000, p. 56) ได้เสนอมาตรฐานสำหรับความสามารถในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นลักษณะพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์
2. ดำเนินการและตรวจสอบข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
4. เลือกและใช้ประเภทของการให้เหตุผล และวิธีการของการพิสูจน์

พรหมทิพา พรหมรัศมี (2552, หน้า 37) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สสวท. (2555, หน้า 79) ได้เสนอความสามารถในการให้เหตุผล ว่าเป็นความสามารถที่ต้องใช้การวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น ๆ

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีหลากหลายที่สำคัญ ดังนี้



1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และในการอธิบาย

ความคิดของตนเอง

3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อความคาดการณ์ และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์

และสามารถนำไปใช้ได้

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดและสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 3) ได้เสนอทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

### **ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

มีหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Stiggins (1997, p. 6) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องให้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ ในบางโอกาสเราต้องให้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48-49) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ทักษะหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

เพราะเป็นการฝึกฝนให้เกิดทักษะหรือความชำนาญ ไม่ใช่เพียงเป็นเรื่องของการหาค่าความจริงที่เป็นจริงหรือเท็จเท่านั้น ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเรื่องที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในการเรียนการทำงาน หรือในชีวิตประจำวันได้มากขึ้น ซึ่งเราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากเหตุผล ซึ่งกระบวนการคิดในลักษณะนี้ นักเรียนต้องใช้การคิดหลากหลายลักษณะ นักเรียนต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

สสวท. (2555, หน้า 39) ได้เสนอความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาคาดการณ์ วางแผน และแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในด้าน การเรียนการทำงาน หรือชีวิตประจำวันก็ได้

### **แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Brandt (1984, p. 3 อ้างถึงในเวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 118-119) กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งแนวการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลมี 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิด เป็นการสอนเนื้อหาวิชาเพื่อเพิ่มความสามารถในการคิดของนักเรียน
2. การสอนการคิด เป็นการสอนที่เน้นทักษะการคิดหรือเป็นการสอนทักษะการคิด ซึ่งแนวทางในการสอนจะมีลักษณะที่แตกต่างกัน ตามความเชื่อพื้นฐานของครู
3. การสอนเกี่ยวกับความคิด เป็นการสอนที่ใช้การคิด เป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่ป็นความคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และ

ในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง

กรมวิชาการ (2545, หน้า 198-199 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 178-179) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่าการฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ นอกจากนี้ยังได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผล ดังนี้

1. ควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผล
2. ให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่แสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน และคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วนักเรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ถ้านักเรียนที่ให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สสวท. (2547, หน้า 18 – 19) ได้เสนอแนวในการพัฒนาการให้เหตุผล ซึ่งมีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม
3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน

4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาล จนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

แนวทางดำเนินการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่าง ๆ แล้ว สิ่งที่ครูควรดำเนินการ มีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน

ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอน

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่อง โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิดชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเองทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผล ครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียนปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม

ครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนตามปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะ โจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือ การพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ เป็นต้น

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 119-120) กล่าวว่า ปัจจัยสำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ครู โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศให้นักเรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากนักเรียนมักมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้นักเรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้คำตอบ ที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผล ของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ครูควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้น ให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วนักเรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” นักเรียน ที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรง และให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบาย หรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้ง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่นักเรียนสามารถแสดง ความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น าคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพ หรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิด การคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง และ การอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ครูควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึก การรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสอธิบายและเปรียบเทียบ คำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และครูต้องสามารถปรับ แนวการอธิบายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผล ของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งครูต้องมีความอดทน ให้เวลา ให้โอกาสแก่นักเรียน

6. ครูควรส่งเสริมนักเรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้ เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ครูจะต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดี ครูควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล

ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 179) กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิด คณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหาาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป ตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

จากการศึกษาแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและได้ใช้เหตุผลควบคู่กันไป โดยครูเป็นผู้จัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ เปิดโอกาสให้นักเรียน ได้แสดงเหตุผล และให้ความสำคัญในการรับฟังเหตุผลของนักเรียน คอยสังเกตพฤติกรรมและ คอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น หรือการอภิปรายร่วมกัน ซึ่งทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

### **การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

#### **แนวทางการวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวทางการวัดและประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Krulik & Rudnick (1996, pp. 8 – 9) ได้กล่าวถึงเทคนิคการประเมินความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผล ขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาากับกลุ่มเพื่อนในห้อง
2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้ แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 60) ได้เสนอการประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำ จากแบบฝึกหัด จากการเขียนอนุทิน หรือข้อสอบที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียน แสดงความสามารถ

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 59) กล่าวว่า การประเมินทักษะ/กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผล สามารถประเมินนักเรียนด้วยวิธีการอย่างหลากหลายวิธี เช่น การสังเกตจากการพูดคุย การเขียน และการประเมินจากการกระทำทางคณิตศาสตร์ โดยปกติแล้ว

นักเรียนจะสามารถสร้างข้อคาดการณ์จากตัวอย่างต่าง ๆ ที่นักเรียนได้เห็นหรือลงมือทำและพัฒนาข้อโต้แย้ง ซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นักเรียนมีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่

จากแนวทางการวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้หลายวิธี เช่น การสังเกต การทดสอบ การทำแบบฝึกหัด การเขียนอนุทิน เป็นต้น ซึ่งหากเป็นการใช้แบบทดสอบควรเป็นแบบทดสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงผลเพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงเลือกแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย เพื่อให้นักเรียนเขียนเหตุผลประกอบคำตอบ

#### **เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริคประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวม เนื่องจากต้องการประเมินคำตอบโดยรวมของนักเรียน ซึ่งมีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริคประเภทภาพรวมไว้ ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ  
กระทรวงศึกษาธิการ

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบ ถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
3/ ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และ เสนอแนวคิดประกอบการ ตัดสินใจ
2/ พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดง วิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่ คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผล ในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือ ไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ



สสวท. (2547, หน้า 52) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสสวท.

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2/พอใช้	เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 2 แห่ง
1/ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0/ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 116) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3 (ดี)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้เกือบสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง
1 (ปรับปรุง)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการตอบคำถามและไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของศศิธร แม้นสงวน

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดหลักของการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/พอใช้	เสนอแนวคิดให้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมที่พิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น โดยปรับปรุงมาจากกระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123); สสวท. (2547, หน้า 52); เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 116) เนื่องจากเกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมกับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ไว้ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3	แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
2	แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้สมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1	แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้สมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0	- แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล - ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### งานวิจัยในประเทศ

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัย พบว่า 1. กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอน 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้ 2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชวิทธิ์ เทศดี (2557) ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ในการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ มีผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้เรื่องเซตได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มและมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนรู้เรื่องเซต สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอน มโนทัศน์มีความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ รูปแบบการสอนของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กมลสัน ตรีไพบูลย์ (2557) ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎี คอนสตรัคติวิสต์ร่วมกับรูปแบบการสอนมโนทัศน์ เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ เรียนวิธีปกคตัวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ย ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีปกคตัวอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สถาปนา บุญมาก (2558) ได้ศึกษาการจัดการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียน การสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการจัดการเรียนรู้โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิริรัตน์ ดีโต (2559) ได้ศึกษาผลการจัดการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการสอน มโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการจัดการ การเรียนรู้ตามรูปแบบการสอนมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตัวหารร่วมมากและ ตัวคูณร่วมน้อย หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการสอนมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย คิดเป็นร้อยละ 74.86 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### งานวิจัยต่างประเทศ

Das (2013) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 35 คน โดยเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

Anjum (2014) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 120 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 60 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Ummah & Fiqry (2021) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีต่อมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้คือ Think Write Pair Share (TWPS) งานวิจัยนี้ประกอบด้วยกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองเป็นกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ TWPS และกลุ่มควบคุมเป็นกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้แบบเดิม หลังการจัดการเรียนรู้สิ้นสุดลง ทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบหลังเรียน เมื่อนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ข้อมูลด้วย ANCOVA พบว่า มโนทัศน์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Think Write Pair Share (TWPS) สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.005

Ardini (2012) ได้ศึกษาการเสริมประสิทธิภาพในการเขียนของนักเรียน โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share โดยมีการศึกษานักเรียนสองห้อง โดยใช้ห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองและอีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งแต่ละห้องมีนักเรียนจำนวน 32 คน โดยตั้งสมมติฐานว่านักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้ผลที่ดีกว่าผู้ที่อยู่ในกลุ่มควบคุม เมื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์โดยใช้ t – test ผลการศึกษาพบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยด้านการเขียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม

Suhartoyo, Mukminatien & Laksmi (2015) ได้ศึกษาผลของรูปแบบการสอนของ Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลของนักศึกษา ระดับปริญญาตรี จำนวน 38 คนในภาควิชาภาษาอังกฤษของ Universitas Negeri Malang ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม สำหรับกลุ่มทดลองนักเรียนจะได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของ Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ในขณะที่

กลุ่มควบคุมจะไม่ได้รับการจัดการเรียนรู้ข้างต้น ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอน Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งสามารถสังเกตได้จากคะแนนเฉลี่ยที่สูงขึ้นของกลุ่มทดลอง

Tri (2016) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการทำงานร่วมกันด้วยเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อความสามารถในการเขียนของนักเรียนที่มีประสิทธิภาพสูงและต่ำ โดยผลการทดลองมาจากการทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียนของนักเรียนจำนวน 28 คน ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเขียนหลังเรียนของนักเรียนดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทั้งนักเรียนที่มีประสิทธิภาพสูงและต่ำ นักเรียนมีการปรับปรุงด้านการเขียนอย่างมีนัยสำคัญหลังจากเรียนรู้ โดยใช้เทคนิค Think Write Pair Share ในขณะเดียวกันเมื่อวิเคราะห์นักเรียนที่มีความสามารถในตนเองอยู่ในกลุ่มต่ำพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่าเมื่อเทียบกับผู้ที่ไม่ใช่เทคนิค Think Write Pair Share นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างเทคนิคการสอนกับการรับรู้ความสามารถในการเขียนของตนเอง พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในตนเองสูง จะประสบความสำเร็จในด้านการเขียน ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะได้รับการพัฒนาการเขียนให้ดีขึ้นจากเทคนิค Think Writ Pair Share และอีกไม่นานนักเรียนก็จะมีประสิทธิภาพในด้านการเขียนด้วยเช่นเดียวกัน

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และเทคนิค Think Write Pair Share มีส่วนช่วยในการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share จะเป็นการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบโน้ตสนร์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การกำหนดแบบแผนการทดลอง
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบโน้ตสนร์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

1. ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี จำนวน 8 ห้องเรียน ซึ่งไม่นับรวมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ (สสวท.) ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ (สสวท. SME) ห้องเรียนพิเศษภาษาอังกฤษ (English Program: EP) และห้องเรียนโครงการห้องเรียนภาษาจีน โดยมีนักเรียนจำนวน 360 คน

2. กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 จำนวน 45 คน ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารถ

## เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 6 แผน
2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

## การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้พัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย โดยมีลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 6 แผน มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้
  - 1.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับสาระ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
  - 1.2 ศึกษาเอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share
  - 1.3 ศึกษาเนื้อหาสาระวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และตำราอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง
    - 1.4 วิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้ และจำนวนคาบ เพื่อใช้ในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 12 คาบ ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 11



ตารางที่ 11 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แผน ที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์ การเรียนรู้	มโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์	สาระ การเรียนรู้	จำนวน คาบ
1	ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	1. อธิบายสมบัติของ รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการ ได้ 2. ให้เหตุผลเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการเพื่อ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้อย่างสมเหตุสมผล	มโนทัศน์ที่ 1 รูปสามเหลี่ยมสองรูป เท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัย กันและมุมคู่ที่สมนัยกัน ของรูปสามเหลี่ยมทั้ง สองรูปนั้น มีขนาด เท่ากันเป็นคู่ ๆ	ความเท่ากันทุก ประการ ของรูป สามเหลี่ยม	2
2	ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	1. อธิบายสมบัติของรูป สามเหลี่ยมสองรูปที่ เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.) ได้ 2. ให้เหตุผลเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.) เพื่อ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้อย่างสมเหตุสมผล	มโนทัศน์ที่ 2 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กัน แบบด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่าง ด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูป นั้นเท่ากันทุกประการ	รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่ สัมพันธ์กัน แบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.)	2

## ตารางที่ 11 (ต่อ)

แผน ที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์ การเรียนรู้	มโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์	สาระ การเรียนรู้	จำนวน คาบ
3	ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	1. อธิบายสมบัติของ รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) ได้ 2. ให้เหตุผลเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) เพื่อ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้อย่างสมเหตุสมผล	มโนทัศน์ที่ 3 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน สองคู่ และด้าน ซึ่งเป็น แขนร่วมของมุมทั้งสอง ยาวเท่ากัน แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูป นั้นเท่ากันทุกประการ	รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่ สัมพันธ์กัน แบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.)	2
4	ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	1. อธิบายสมบัติของ รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) ได้ 2. ให้เหตุผลเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) เพื่อ นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้อย่างสมเหตุสมผล	มโนทัศน์ที่ 4 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยม สองรูปนั้นเท่ากัน ทุกประการ	รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่ สัมพันธ์กัน แบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.)	2

ตารางที่ 11 (ต่อ)

แผน ที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์ การเรียนรู้	มโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์	สาระ การเรียนรู้	จำนวน คาบ
5	ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	1. อธิบายสมบัติของรูป สามเหลี่ยมสองรูปที่ เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์กันแบบมุม - มุม - ด้าน (ม.ม.ค.) ได้ 2. ให้เหตุผลเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ มุม- มุม - ด้าน (ม.ม.ค.) เพื่อนำไปใช้ใน การแก้ปัญหา ได้ อย่างสมเหตุสมผล	มโนทัศน์ที่ 5 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม- มุม - ด้าน (ม.ม.ค.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาด เท่ากันสองคู่ และด้าน ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ ที่มีขนาดเท่ากันยาว เท่ากันหนึ่งคู่ แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการ	รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่ สัมพันธ์กัน แบบมุม- มุม - ด้าน (ม.ม.ค.)	2
6	ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	1. อธิบายสมบัติของ รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) ได้ 2. ให้เหตุผลเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) เพื่อนำไปใช้ใน การแก้ปัญหาได้ อย่างสมเหตุสมผล	มโนทัศน์ที่ 6 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ มี ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว เท่ากัน และมีด้านอื่นอีก คู่ยาวเท่ากัน แล้วรูป สามเหลี่ยมสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการ	รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่ สัมพันธ์กัน แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.)	2
รวม					12

1.5 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นแผนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 6 แผน จำนวน 12 คาบ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1.5.1 ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้

1.5.2 มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

1.5.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.5.3.1 ด้านความรู้

1.5.3.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

1.5.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.5.4 สาระสำคัญ

1.5.5 สาระการเรียนรู้

1.5.6 การจัดการเรียนรู้

1.5.6.1 ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม

1.5.6.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน จากนั้นให้นักเรียนคิด (Think) เพื่อเปรียบเทียบและหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ แล้วเขียน (Write) ลักษณะสำคัญตามแนวคิดของตนเองลงในใบกิจกรรม

1.5.6.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์ที่ได้จากการเขียนลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากขั้นที่แล้ว พร้อมแบ่งปันแนวคิดและอภิปรายคำตอบร่วมกันกับเพื่อนคู่คิด (Pair) ว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์เช่นนั้น พร้อมเขียนความคิดของเพื่อนคู่คิดไว้ในใบกิจกรรม

1.5.6.4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียนโดยการยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน โดยสุ่มนักเรียนบางคู่เพื่อแบ่งปันแนวคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน (Share) เพื่อเป็นการขยายแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของมโนทัศน์

1.5.6.5 **ชั้นนำไปใช้** เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อนำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยให้นักเรียนคิด (Think) เกี่ยวกับปัญหาที่ครูกำหนดมาให้ แล้วเขียน (Write) อธิบายเหตุผลตามแนวคิดของตนเองลงบนกระดาษ จากนั้นให้นักเรียนแบ่งปันแนวคิดร่วมกับเพื่อนคู่คิด (Pair) แล้วสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาอธิบายเหตุผลเพื่อแบ่งปันความคิดกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน (Share)

1.5.7 สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1.5.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.5.9 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหา ภาษา เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และความสอดคล้องขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ซึ่งกำหนดความเหมาะสมไว้ 5 ระดับ ดังนี้

- |   |         |   |
|---|---------|---|
| 5 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด  |
| 4 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก        |
| 3 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง    |
| 2 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย       |
| 1 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด |

จากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย แล้วเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ โดยใช้เกณฑ์แปลความหมายค่าเฉลี่ยของกลุ่มดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
4.51-5.00	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด
3.51-4.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก
2.51-3.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง
1.51-2.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย
1.00-1.50	หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

ค่าเฉลี่ยที่ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ควรอยู่ที่ระดับคะแนนเฉลี่ย 3.51 ขึ้นไป

จากผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด โดยมีค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้เฉลี่ยเท่ากับ 4.79 (รายละเอียดคังภาคผนวก ค) นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไข ดังนี้

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ในขั้นตรวจสอบและสรุป เมื่อครูวาดรูปสามเหลี่ยมสองรูปจำนวน 4 ข้อเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดบ้างเท่ากันทุกประการ (ข้อ 1 และข้อ 4) ครูควรปรับภาษาในการตั้งคำถามให้เป็นคำถามที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการแสดงแนวคิดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบมากยิ่งขึ้น คือ “นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดเท่ากันทุกประการ เพราะเหตุใด” “รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อ 2 ไม่เท่ากันทุกประการ เพราะเหตุใด” และ “รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อ 4 ไม่เท่ากันทุกประการ เพราะเหตุใด”

(เดิม ครูให้นักเรียนตรวจสอบแล้วตอบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดเท่ากันทุกประการบ้าง)

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ในขั้นตรวจสอบและสรุป เมื่อครูวาดรูปสามเหลี่ยมสองรูปจำนวน 4 ข้อเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่สัมพันธ์กันแบบมุม - มุม - ด้าน (ม.ม.ด.) ครูควรมีการยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.) ด้วย เพื่อให้นักเรียนสังเกตว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากัน 2 คู่ และมีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 1 คู่ ลักษณะใดที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นสัมพันธ์กันแบบมุม - มุม - ด้าน (ม.ม.ด.) และลักษณะใดที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นสัมพันธ์กันแบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.)

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำและข้อควรปรับปรุงของผู้เชี่ยวชาญเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ที่ได้รับการปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 และหนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง การวิเคราะห์แบบทดสอบ แนวการวัดและการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.3 กำหนดลักษณะของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย

2.4 วิเคราะห์เนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 การวิเคราะห์หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และจำนวน  
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	สาระ การเรียนรู้	จุดประสงค์ การเรียนรู้	หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน ทุกประการ	จำนวน ข้อสอบ ที่ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ ต้องการ จริง
ค.2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ	ความเท่ากัน ทุกประการ ทุกประการ ของรูป สามเหลี่ยม	อธิบายสมบัติ ของรูป สามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุก ประการ ได้	หมโนทัศน์ที่ 1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากัน ทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ ที่สมนัยกันและมุม คู่ที่สมนัยกันของรูป สามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ	2	1
ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	รูป สามเหลี่ยม สองรูป ที่สัมพันธ์ กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.)	อธิบายสมบัติ ของรูป สามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุก ประการจาก ความสัมพันธ์ กันแบบด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.) ได้	หมโนทัศน์ที่ 2 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากัน สองคู่ และมุมในระหว่าง ด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาด เท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยม สองรูปนั้นเท่ากันทุก ประการ	2	1



## ตารางที่ 12 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระ การเรียนรู้	จุดประสงค์ การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน ทุกประการ	จำนวน ข้อสอบ ที่ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ ต้องการ จริง
ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	รูป สามเหลี่ยม สองรูป ที่สัมพันธ์ กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.)	อธิบายสมบัติ ของรูป สามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุก ประการจาก ความสัมพันธ์ กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) ได้	มโนทัศน์ที่ 3 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาด เท่ากันสองคู่ และด้าน ซึ่งเป็นแขนร่วมของมุม ทั้งสองยาวเท่ากัน แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการ	2	1
	รูป สามเหลี่ยม สองรูป ที่สัมพันธ์ กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.)	อธิบายสมบัติ ของรูป สามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุก ประการจาก ความสัมพันธ์ กันแบบด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) ได้	มโนทัศน์ที่ 4 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากัน สามคู่แล้วรูปสามเหลี่ยม สองรูปนั้นเท่ากันทุก ประการ	2	1

## ตารางที่ 12 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระ การเรียนรู้	จุดประสงค์ การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน ทุกประการ	จำนวน ข้อสอบ ที่ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ ต้องการ จริง
ค 2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม ที่เท่ากัน ทุกประการ ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	รูป สามเหลี่ยม สองรูป ที่สัมพันธ์ กันแบบ มุม-มุม - ด้าน (ม.ม.ด.)	อธิบายสมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม สองรูปที่เท่ากัน ความสัมพันธ์ ทุกประการจาก ความสัมพันธ์ กันแบบมุม- มุม - ด้าน (ม.ม.ด.) ได้	มโนทัศน์ที่ 5 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม - ด้าน (ม.ม.ด.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาด เท่ากันสองคู่ และด้านที่อยู่ ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาด เท่ากันยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการ	2	1
	รูป สามเหลี่ยม สองรูป ที่สัมพันธ์ กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.)	อธิบายสมบัติ ของรูป สามเหลี่ยม สองรูปที่เท่ากัน ความสัมพันธ์กัน แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) ได้	มโนทัศน์ที่ 6 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้าม ฉากยาวเท่ากัน และมี ด้านอื่นอีกคู่ยาวเท่ากัน แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการ	2	1
		<b>รวม</b>		<b>12</b>	<b>6</b>

2.5 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ

2.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3	คำตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
2	- คำตอบถูกต้อง และมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
1	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน - คำตอบถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจ
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจ - ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

2.7 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 12 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

2.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 12 ข้อ ที่ได้รับการปรับปรุงแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160) โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ค่าดัชนีที่ยอมรับ ได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

จากผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80 – 1.00 (รายละเอียดคังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอ ดังนี้

- ข้อที่ 2 โจทย์เดิม คือ “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการเสมอ” จากข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ จงอธิบาย มีการแก้ไขเป็น “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการเสมอ” จากข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ จงอธิบาย เนื่องจากมโนทัศน์ที่ตั้งไว้ คือ รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เพื่อให้สอดคล้องตามมโนทัศน์ที่ตั้งไว้ จึงควรเปลี่ยนจาก “มุมขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่” เป็น “มุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่”

- ข้อที่ 4 โจทย์เดิม คือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากัน 2 คู่ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์แบบด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.) จริงหรือไม่ จงอธิบาย มีการแก้ไขเป็น รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันทั้ง 2 คู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์แบบด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.) จริงหรือไม่ จงอธิบาย เนื่องจากโจทย์เดิมมีการใช้คำฟุ่มเฟือย ควรปรับโจทย์ให้มีความกระชับมากขึ้น

2.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำและข้อควรปรับปรุงของผู้เชี่ยวชาญเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.10 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ทั้งหมด 12 ข้อที่ผ่านการปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 โรงเรียนพนัสพิทยาคารที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 45 คนที่ผ่านการเรียน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการมาแล้ว จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

2.10.1 หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2-0.8 (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 141)

2.10.2 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 141-142)

2.11 คัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์และครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 6 ข้อ โดยมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.45 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.37 – 0.65 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) จากนั้นนำแบบทดสอบทั้ง 6 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก)

2.12 จัดทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ที่ได้รับการตรวจสอบคุณภาพแล้วนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

3.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 และหนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

3.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง การวิเคราะห์แบบทดสอบ แนวการวัดและการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.3 กำหนดลักษณะของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย

3.4 วิเคราะห์เนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ที่ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ต้องการ จริง
ค.2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติของ รูปสามเหลี่ยม ที่เท่ากันทุก ประการใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	ความเท่ากัน ทุกประการทุก ประการของ รูปสามเหลี่ยม	ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุกประการ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้อย่างสมเหตุสมผล	2	1
ค.2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติของ รูปสามเหลี่ยม ที่เท่ากันทุก ประการใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่สัมพันธ์ กันแบบด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.)	ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ค.) เพื่อนำไปใช้ใน การแก้ปัญหาได้อย่าง สมเหตุสมผล	2	1
ค.2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติของ รูปสามเหลี่ยม ที่เท่ากันทุก ประการใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	รูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่สัมพันธ์กัน แบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.)	ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.)เพื่อนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล	2	1
ค.2.2 ม.2/4 เข้าใจและ ใช้สมบัติของ รูปสามเหลี่ยม ที่เท่ากันทุก ประการใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และปัญหา ในชีวิตจริง	รูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่สัมพันธ์กัน แบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ค.ค.ค.)	ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ค.ค.ค.) เพื่อนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล	2	1

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ที่ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ต้องการ จริง
	รูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่สัมพันธ์กัน แบบ มุม- มุม - ด้าน (ม.ม.ด.)	ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ มุม- มุม - ด้าน (ม.ม.ด.) เพื่อนำไปใช้ใน การแก้ปัญหาได้อย่าง สมเหตุสมผล	2	1
	รูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่สัมพันธ์กัน แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.)	ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่เท่ากันทุกประการจาก ความสัมพันธ์แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) เพื่อนำไปใช้ใน การแก้ปัญหาได้อย่าง สมเหตุสมผล	2	1
	<b>รวม</b>		<b>12</b>	<b>6</b>

3.5 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ

3.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล  
ทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก ดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3	แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
2	แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้สมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1	แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้สมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0	- แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล - ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

3.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 12 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 12 ข้อ ที่ได้รับการปรับปรุงแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร, 2555, หน้า 160) โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

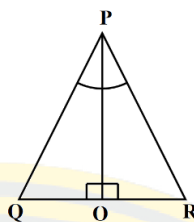
-1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ค่าดัชนีที่ยอมรับ ได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

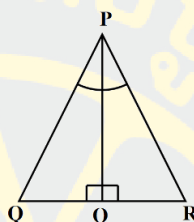
จากผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่ามีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80 – 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขในข้อ 5 ดังนี้



โจทย์เดิม กำหนดให้  $\widehat{QP}O = \widehat{RP}Q$  และ  $\widehat{P}OQ = \widehat{P}OR = 90^\circ$  จงแสดงว่า  $\widehat{P}QO = \widehat{P}RO$



แก้ไขเป็น กำหนดให้  $\widehat{QP}O = \widehat{RP}Q$  และ  $\widehat{P}OQ = \widehat{P}OR = 90^\circ$  จงแสดงว่า PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



เนื่องจากโจทย์กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันมา 2 มุม โจทย์เดิมต้องการให้นักเรียนพิสูจน์ว่ามุมอีกคู่หนึ่งจะมีขนาดเท่ากัน ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้ทันทีว่า  $\widehat{P}QO = \widehat{P}RO$  จากการใช้ขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180 องศา จึงต้องมีการปรับปรุงโจทย์ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ คือ ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจากความสัมพันธ์แบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.) เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล จึงปรับปรุงโจทย์โดยให้นักเรียนแสดงว่า PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยนักเรียนต้องพิสูจน์ก่อนว่า  $\Delta PQO \cong \Delta PRO$  ด้วยความสัมพันธ์แบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.) ซึ่งส่งผลให้  $PQ = PR$  และนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำและข้อควรปรับปรุงของผู้เชี่ยวชาญเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

3.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ทั้งหมด 12 ข้อที่ผ่านการปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 โรงเรียนพนัสพิทยาคารที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 45 คนและผ่านการเรียน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการมาแล้ว จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

3.10.1 หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2-0.8 (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2548, หน้า 141)

3.10.2 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 141-142)

3.11 คัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์และครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 6 ข้อ โดยมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.53 – 0.72 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.37 – 0.65 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) จากนั้นนำแบบทดสอบทั้ง 6 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.78 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก)

3.12 จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ที่ได้รับการตรวจสอบคุณภาพแล้วนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

#### การกำหนดแบบแผนการทดลอง

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงกึ่งทดลอง โดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยใช้แผนการศึกษาครั้งนี้ว่าแบบวิจัยเชิงกึ่งทดลองที่มีการวัดผลหลังทดลองครั้งเดียว (องอาจ นัยวัฒน์, 2548, หน้า 270) ซึ่งมีแบบแผนการทดลอง ดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	การสอบหลังเรียน
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>O</i>
เมื่อ <i>E</i> แทน	กลุ่มทดลอง	
<i>X</i> แทน	การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ	
<i>O</i> แทน	การทดสอบมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share	

## การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

งานวิจัยนี้ผ่านการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ดังเอกสาร เลขที่ IRB4-164/2564 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) โดยที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองกับ กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 จำนวน 45 คน โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัด ชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 และดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ขั้นตอนเตรียมการ ในการเตรียมการก่อนการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยได้ทำการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน มโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

1.2 ผู้วิจัยได้ทำการจัดเตรียมสื่อและอุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ตามที่ระบุไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ในข้อ 1.1

1.3 ผู้วิจัยได้ทำการติดต่อบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อทำหนังสือขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อขอความอนุเคราะห์กับทาง โรงเรียน พนัสพิทยาคารในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ในการดำเนินการทดลองและ เก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยทำการชี้แจงให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี จำนวน 45 คน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง ให้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เพื่อให้ นักเรียน เข้าใจตรงกันและสามารถปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการที่เตรียมไว้เป็นระยะเวลา 12 คาบ

2.3 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ มาทดสอบ กลุ่มตัวอย่างหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับ เทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เพื่อวัดมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.4 ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้กำหนดไว้

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

#### 1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample

#### 2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์ประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบเรียง

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในงานวิจัยนี้ประกอบด้วยสถิติในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

### สถิติพื้นฐาน

สถิติพื้นฐานที่ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 73) ดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 79) ดังนี้

$$S = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	$S$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละตัว
	$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

### สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย ได้แก่

1. การหาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160) ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	$IOC$	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	$N$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. การหาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และดี แอล ซาเบอร์ส (Whitney & Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149) ดังนี้

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	$P_D$	แทน	ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{max}$	แทน	คะแนนสูงสุด
	$X_{min}$	แทน	คะแนนต่ำสุด

3. การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และดี แอล ซาเบอร์ส (Whitney & Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	$D$	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{max}$	แทน	คะแนนสูงสุด
	$X_{min}$	แทน	คะแนนต่ำสุด

4. การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยคำนวณจากสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ของ ครอนบัก โดยใช้สูตรการคำนวณ (เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร , 2555, หน้า 161) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$k$	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	$s_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

### สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเปรียบเทียบคะแนนโน้ตสน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สูตร t-test for one sample ซึ่งมีสูตรในการคำนวณค่าที (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86) ดังนี้

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	$\mu$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	$s$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง



## บทที่ 4

### ผลการดำเนินวิจัย

ในการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิจัยผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

$n$	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
$S$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง
$t$	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
$p$	แทน	ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน
$\mu$	แทน	คะแนนเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

#### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70



นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์รายละเอียดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน  
 ทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์  
 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สามารถจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทาง  
 คณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

ตัวอย่าง โจทย์ที่นำมาใช้ในการจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทาง  
 คณิตศาสตร์

“4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกัน  
 ขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วยจริงหรือไม่ จงอธิบาย”

1. นักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คือ นักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง โดยมีการอธิบาย  
 ความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้  
 อย่างถูกต้อง ชัดเจน ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 4

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย  
 จริงหรือไม่ จงอธิบาย

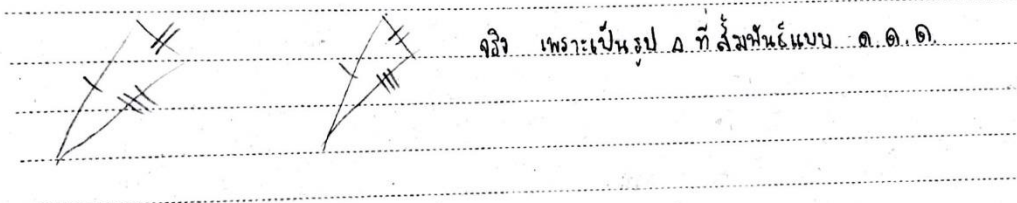
จริง เพราะ  $\Delta$  ๒ รูป ที่มีควมยาวด้านสมนัยกันทุกคู่ จะมีความสัมพันธ์แบบม.ด.ด.ด.  
 ซึ่งทำให้เป็น  $\Delta$  ที่มีคานงเท่ากันทุกประการ ซึ่ง  $\Delta$  ที่เท่ากันทุกประการ  
 จะทำให้ มุมทุกคู่ที่สมนัยกัน เท่ากัน

ภาพที่ 4 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน

จากภาพที่ 4 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง และสามารถนำสมบัติ  
 ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ด.ด.ด.) มาใช้ในการอธิบายคำตอบ  
 ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

2. นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คือ นักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง และมีการอธิบาย  
 ความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้  
 อย่างถูกต้องบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 5

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย  
จริงหรือไม่ จงอธิบาย



ภาพที่ 5 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนน โททัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน

จากภาพที่ 5 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถตอบคำถาม ได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ค.ค.ค.) แต่นักเรียน ไม่ได้แสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย หากจะให้คำตอบสมบูรณ์ ควรระบุว่า “ซึ่งรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ค.ค.ค.) เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ ส่งผลให้มุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย”

3. นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 นักเรียนที่ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน และกรณีที่ 2 นักเรียนที่ตอบคำถามถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบาย

กรณีที่ 1 นักเรียนที่ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 6

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย  
จริงหรือไม่ จงอธิบาย

ไม่จริง เพราะใส่แต่ความ สัมพันธ์แบบ ค.ค.ค. ไม่ได้ใส่ความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ม.

ภาพที่ 6 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนน โททัศน์ทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน กรณีที่ 1

จากภาพที่ 6 จะเห็นว่า นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง เพราะที่ถูกต้องต้องตอบว่า “จริง” และเมื่อพิจารณาการอธิบายคำตอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน – ด้าน – ด้าน (ค.ค.ค.) แต่นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย เพราะจากที่นักเรียนเขียนอธิบายว่าไม่มีความสัมพันธ์แบบมุม - มุม - มุม (ม.ม.ม.) นั้นไม่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ จึงแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการเขียนอธิบายความเข้าใจออกมาได้ถูกต้องบางส่วน

กรณีที่ 2 นักเรียนที่ตอบคำถามถูกต้อง แต่มีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจ ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 7

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย  
จริงหรือไม่ จงอธิบาย

จริง เพราะเป็น  $\Delta$  สามเหลี่ยม

ภาพที่ 7 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน กรณีที่ 2

จากภาพที่ 7 จะเห็นว่า นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่นักเรียนเข้าใจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเท่านั้น ซึ่งเป็นการอธิบายความเข้าใจออกมาไม่ถูกต้อง

4. นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 นักเรียนที่ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจ และกรณีที่ 2 ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

กรณีที่ 1 นักเรียนที่ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และมีการอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจ ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 8

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย  
จริงหรือไม่ จงอธิบาย

ไม่ เพราะ = ยาวเท่ากันแต่มุมอาจไม่เท่ากันได้

ภาพที่ 8 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน กรณีที่ 1

จากภาพที่ 8 จะเห็นว่า นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง เพราะที่ถูกต้องต้องตอบว่า “จริง” และจากที่นักเรียนเขียนอธิบายออกมาว่า “ยาวเท่ากันแต่มุมอาจไม่เท่ากันได้” เป็นการอธิบายความเข้าใจออกมาได้ไม่ถูกต้อง เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ด.ด.ด.) ส่งผลให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ ทำให้มุมคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วยสรุปได้ว่า “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย” จะเห็นได้ว่าขัดแย้งกับสิ่งที่นักเรียนเขียนอธิบายออกมาข้างต้น

กรณีที่ 2 ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ นั่นคือ นักเรียนไม่มีการระบุคำตอบ และไม่มีการเขียนอธิบายความเข้าใจออกมาเป็นลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ จากการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ข้อ 4 พบว่า มีนักเรียนที่ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ จำนวน 4 คน

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ผู้วิจัยได้ทำการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 6 ข้อ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้วบันทึกผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบโดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for one sample โดยกำหนดเกณฑ์หรือ  $\mu$  ที่ร้อยละ 70 ซึ่งผลปรากฏดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	$n$	คะแนน เต็ม	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$	ร้อยละ	$S$	$t$	$p$
ความสามารถ ในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน ทุกประการ	45	18	12.60	13.80	76.67	2.26	3.558*	.0005

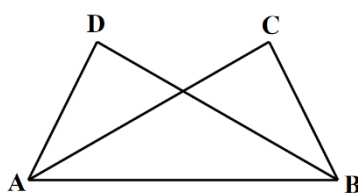
\*  $p < .05$

จากตารางที่ 18 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ มีค่าเท่ากับ 13.80 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 76.67 เมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน มโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์รายละเอียดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการทำแบบทดสอบวัด ความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สามารถจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์ การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

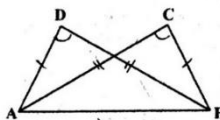
ตัวอย่าง โจทย์ที่นำมาใช้ในการจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การประเมินการประเมิน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

“กำหนดให้  $AD = BC$ ,  $BD = AC$  จงพิสูจน์ว่า  $\hat{A}DB = \hat{B}CA$ ”



1. นักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คือ นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 9

กำหนดให้  $AD = BC$ ,  $BD = AC$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$



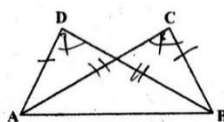
ข้อความ	เหตุผล
1) $AD = BC$	กำหนดให้ (ก.)
2) $BD = AC$	กำหนดให้ (ข.)
3) $AB = AB$	ด้านร่วมสองด้าน (ค.)
4) $\triangle ADB \cong \triangle BCA$	จากข้อ 1-3 (ค.ด.ค.)
5) $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$	จากข้อ 4

ภาพที่ 9 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน

จากภาพที่ 9 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$  เนื่องจาก  $\triangle ADB \cong \triangle BCA$  ด้วยความสัมพันธ์แบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ค.ด.ค.) โดยนักเรียนมีการเขียนข้อความและเหตุผลเพื่อนำมาประกอบการพิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผล

2. นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คือ นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้สมเหตุสมผล เป็นส่วนใหญ่ ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 10

กำหนดให้  $AD = BC$ ,  $BD = AC$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$



ข้อความ	เหตุผล
1.) $AD = BC$	กำหนดให้
2.) $BD = AC$	กำหนดให้
3.) $AB = AB$	ด้านร่วม
4.) $\triangle ADB \cong \triangle BCA$	ข้อ 1, 2, 3 (ค.ด.ค.)
5.) $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$	ข้อ 4

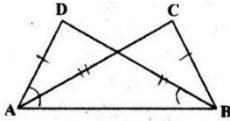
ภาพที่ 10 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน



จากภาพที่ 10 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$  เนื่องจาก  $\triangle ADB \cong \triangle BCA$  โดยนักเรียนสามารถเขียนข้อความและเหตุผลในข้อ 1 – 3 ได้สมเหตุสมผล โดยเขียนแสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 3 คู่ แต่ในข้อ 4 นักเรียนสรุปว่า  $\triangle ADB \cong \triangle BCA$  ด้วยความสัมพันธ์แบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.) ทำให้เกิดข้อผิดพลาดเล็กน้อย เพราะที่ถูกต้องคือ “ $\triangle ADB \cong \triangle BCA$  ด้วยความสัมพันธ์แบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ด.ด.ด.)” จึงถือว่านักเรียนสามารถเขียนข้อความและเหตุผลได้สมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่

3. นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คือ นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปได้สมเหตุสมผลเป็นบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 11

กำหนดให้  $AD = BC, BD = AC$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$



ข้อความ	เหตุผล
1) $\overline{AD} = \overline{BC}$	กำหนดให้
2) $\overline{BD} = \overline{AC}$	
3) $\widehat{CBA} = \widehat{DAB}$	
4) $\triangle ADB \cong \triangle CAB$	ม. ด. ด.
5) $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$	จาก 4

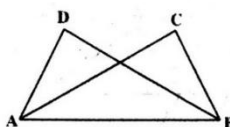
ภาพที่ 11 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน

จากภาพที่ 11 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$  เนื่องจาก  $\triangle ADB \cong \triangle BCA$  โดยมีการเขียนข้อความและเหตุผลประกอบการพิสูจน์ในข้อ 1 และ 2 ได้ถูกต้อง แต่ในข้อ 3 นั้น นักเรียนเขียนว่า  $\widehat{CBA} = \widehat{DAB}$  ด้วยเหตุผล คือ กำหนดให้ แต่โจทย์ไม่ได้กำหนดว่า  $\widehat{CBA} = \widehat{DAB}$  แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนข้อความและเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล และจากที่นักเรียนสรุปว่า  $\triangle ADB \cong \triangle CAB$  ด้วยเหตุผล ม.ด.ด. นั้นก็ไม่สมเหตุสมผลด้วย เช่นเดียวกัน เนื่องจากความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปไม่มีความสัมพันธ์ดังกล่าว ดังนั้น การเขียนข้อความและเหตุผลประกอบการพิสูจน์นี้จึงถูกต้องบางส่วน

4. นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล และกรณีที่ 2 ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

กรณีที่ 1 นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยมีการนำข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์มาประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล ซึ่งมีตัวอย่างคำตอบ แสดงดังภาพที่ 12

กำหนดให้  $AD = BC$ ,  $BD = AC$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $AD = BC$	$AD = BC$
2. $BD = AC$	ทบทวนข้อ 1
3. $AB = BA$	กันชนัดให้ $AB = BA$
4. $\widehat{A} = \widehat{B}$	ตรงข้าม
5. $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$	จากข้อ 2-4

ภาพที่ 12 ตัวอย่างคำตอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน กรณีที่ 1

จากภาพที่ 12 จะเห็นว่า นักเรียนมีการเขียนข้อความและเหตุผลประกอบการพิสูจน์ที่ไม่สมเหตุสมผลทั้งข้อ 1 - 5 เพราะการที่นักเรียนจะสรุปว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$  นั้น นักเรียนต้องพิสูจน์ให้ได้ก่อนว่า  $\triangle ADB \cong \triangle BCA$  แต่จากขั้นตอนการพิสูจน์ของนักเรียนในข้อ 1 - 4 นั้นไม่ได้แสดงให้เห็นเลยว่ารูปสามเหลี่ยมใดที่เท่ากันทุกประการ อีกทั้งเหตุผลประกอบข้อความในแต่ละข้อตั้งแต่ข้อ 1 - 4 นั้นก็ไม่สมเหตุสมผลด้วยเช่นกัน ดังนั้น การพิสูจน์นี้จึงไม่สมเหตุสมผล

กรณีที่ 2 ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ นั่นคือ นักเรียนไม่เขียนข้อความหรือเหตุผลเพื่อประกอบการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุป จากการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ข้อ 4 พบว่า ไม่มีนักเรียนที่ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี จำนวน 8 ห้องเรียน จำนวน 360 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 จำนวน 45 คน ได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 6 แผน โดยมีค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้เฉลี่ย เท่ากับ 4.79 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.30 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.80 – 1.00 มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.45 – 0.65 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.37 – 0.65 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ แบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.80 – 1.00 มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.53 – 0.72 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.37 – 0.65 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.78 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S$ ) และการทดสอบค่าที่สำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample)

## สรุปผลการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เป็นรูปแบบการสอนที่เน้นให้นักเรียนสังเกต ค้นหาคุณสมบัติเฉพาะหรือคุณลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์จากการทำใบกิจกรรม โดยให้นักเรียนคิด (Think) และเขียน (Write) คำตอบลงในใบกิจกรรม จากนั้นนักเรียนนำคำตอบที่ได้จากการเขียนมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนคู่คิด (Pair) และนำแนวคิดที่ได้ไปใช้ในการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน (Share) เพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานและการสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง สอดคล้องกับ Gunter, Estes & Schwab (2007, pp. 89-99) ที่ได้กล่าวถึงรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ว่าเป็นรูปแบบการสอนที่ใช้การเปรียบเทียบระหว่างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งนักเรียนสร้างนิยามของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้ให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ในสิ่งที่เรียนอย่างถ่องแท้ และความรู้ที่นักเรียนได้รับจะเป็นความรู้ที่คงทนถาวร เนื่องจากนักเรียนเกิดองค์ความรู้ด้วยตนเอง ประกอบกับ Nasa (2012, p. 3) ได้เสนอความหมายของเทคนิค Think Write Pair Share ไว้ว่าเป็นเทคนิคให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดเกี่ยวกับสิ่งที่หัวข้อกำหนด นักเรียนจะมีเวลาในการคิดเกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ ด้วยตนเอง เขียนในสิ่งที่คิด จับคู่ทำงานกับเพื่อนเพื่อแก้ปัญหา และแบ่งปันแนวคิดกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้

สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและได้แบ่งปันแนวคิดต่าง ๆ กับผู้อื่น จะเห็นได้ว่ารูปแบบการเรียน การสอนมโนทัศน์และเทคนิค Think Write Pair Share ล้วนส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการสร้าง มโนทัศน์ด้วยตนเอง

เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share จะเห็นว่ามีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการสร้าง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองของนักเรียน 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ชื่อนำ เป็นขั้นที่ครู กำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ และอธิบายถึงลักษณะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรม สอดคล้องกับ Joyce, Weil & Calhoun (2015, pp. 142-147) ที่ได้กล่าวถึงบทบาทของครูว่าครูต้องมีการกำหนดมโนทัศน์ที่จะใช้ในการสอนไว้ ล่วงหน้า เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนไม่ใช่เพื่อคิดค้นมโนทัศน์ใหม่ แต่เพื่อให้ได้มโน ทัศน์ตามที่ครูเลือกไว้ ขั้นที่ 2 ขั้นการนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน จากนั้นให้นักเรียนคิด (Think) เพื่อเปรียบเทียบและหา ลักษณะของมโนทัศน์ แล้วเขียน (Write) ลักษณะสำคัญตามแนวคิดของตนเองลงในใบกิจกรรม ซึ่ง นลินี บำเรอราช (2545, หน้า 12) ได้กล่าวไว้ว่า การสังเกตสิ่งที่เป็นตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง ของความคิดรวบยอดนั้นเป็นแนวทางหนึ่งในการสร้างมโนทัศน์ ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน และขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นสองขั้นที่มีความต่อเนื่องกัน เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้ตั้งสมมติฐาน ด้วยตนเองและได้อภิปรายร่วมกับเพื่อนคู่คิดแล้ว ครูจะตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียนด้วยการ ยกตัวอย่างเพิ่มเติมแล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่ครูกำหนดให้เป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ หรือไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุป หรือมโนทัศน์ที่ถูกต้อง สอดคล้องกับ ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546, หน้า 130) ที่ได้กล่าวไว้ว่า เมื่อนักเรียนพิจารณาลักษณะร่วมที่ปรากฏในข้อมูลและตั้งสมมติฐานว่าข้อมูลนั้นเป็นตัวอย่างใด ของมโนทัศน์ใด และมีการตรวจสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น นักเรียนจะเลือกสมมติฐานที่สามารถ รวมกลุ่มข้อมูล ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน ซึ่งหากเป็นสมมติฐานที่ถูกต้อง ก็จะคงสมมติฐาน นั้นไว้ ถ้าผิดก็กลับไปสังเกตและคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกต้อง ซึ่งเป็นกระบวนการใน การสร้างมโนทัศน์ และขั้นที่ 5 ขั้นการนำไปใช้ เป็นขั้นตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยให้ นักเรียนสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง แล้วร่วมกัน ตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อนำมโนทัศน์มาประยุกต์ใช้ใน สถานการณ์ต่าง ๆ สอดคล้องกับนลินี บำเรอราช (2545, หน้า 12) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การทดสอบ ความคิดรวบยอด และการนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ เป็นแนวทางหนึ่งในการสร้างมโนทัศน์

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของชวิทย์ เทศดี (2557) ที่ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ในการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์มีความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Ummah & Fiqry (2021) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีต่อมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้คือ Think Write Pair Share (TWPS) ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Think Write Pair Share (TWPS) สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.005

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด การเขียน การอภิปรายกับเพื่อนคู่คิด และการอภิปรายกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งการอภิปรายจะให้นักเรียนได้ฝึกการแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนการตั้งสมมติฐานของตนเองให้กับเพื่อน ๆ ฟัง และตัวนักเรียนเองก็จะได้รับฟังเหตุผลอื่น ๆ จากเพื่อนคู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียนด้วยเช่นเดียวกัน จึงทำให้นักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้นและเป็นการปลูกฝังความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปในตัว สอดคล้องกับศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 179) ที่ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าควรส่งเสริมให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหา ร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป และสอดคล้องกับเวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร (2555, หน้า 119-120) ที่กล่าวไว้ว่า ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุนส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ

เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share จะเห็นว่า มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการสร้างความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองของนักเรียน 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ชี้นำ

2) ขั้นการนำเสนอตัวอย่าง 3) ขั้นตั้งสมมติฐาน 4) ขั้นตรวจสอบและสรุป และ 5) ขั้นการนำไปใช้ พบว่า ขั้นที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ขั้นที่ 2 ขั้นที่ 3 ขั้นที่ 4 และ ขั้นที่ 5 โดยขั้นที่ 2 เป็นขั้นที่ครูแจกใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งใบกิจกรรมในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะมีรูปแบบ การทำกิจกรรมแตกต่างกัน เช่น ให้นักเรียนวัดขนาดของมุม วัดความยาว ใช้กระดาษลอกลาย ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนทุกคนสามารถทำได้ นักเรียนจึงเกิดความสนใจในการทำใบกิจกรรม ทำให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเอง และสามารถเขียนอธิบายแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองที่ได้จากการ สังเกตลักษณะสำคัญจากตัวอย่างที่ครูกำหนดให้ได้ สอดคล้องกับกรมวิชาการ (2545, หน้า 198-199 อ้างถึงใน ศศิธร แม่นสงวน, 2556, หน้า 178-179) ที่เสนอไว้ว่า การให้นักเรียนได้พบ โจทย์หรือ ปัญหาที่นักเรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผล เป็นองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผล จากนั้นในขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 ซึ่งเป็นสองขั้นที่มีความต่อเนื่องกัน ครูจะให้นักเรียนนำสิ่งที่นักเรียน สังเกตได้จากการหาลักษณะสำคัญจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และ ไม่เป็นมโนทัศน์มาตั้งสมมติฐาน หรือสร้างนิยามของมโนทัศน์ด้วยตนเอง จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายแนวคิดร่วมกันกับเพื่อนคู่คิด ว่าเพราะเหตุใดจึงตั้งสมมติฐานหรือสร้างนิยามของมโนทัศน์เช่นนั้น เมื่อนักเรียนอภิปรายกับเพื่อน คู่คิดเสร็จแล้ว ครูจะให้นักเรียนอภิปรายแนวคิดร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน เพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุป หรือมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จะเห็นได้ว่า จาก 2 ขั้นนี้ ระหว่างที่นักเรียนอภิปรายแนวคิดร่วมกับเพื่อน คู่คิดหรือเพื่อนในชั้นเรียนอยู่นั้น นักเรียนต้องมีการอธิบายเหตุผลให้เพื่อนฟังได้ว่าเพราะเหตุใด นักเรียนจึงตั้งสมมติฐานเช่นนั้น ในทางกลับกันนักเรียนก็จะเป็นผู้ฟังแนวคิดหรือการอธิบายเหตุผล ของเพื่อนด้วยเช่นเดียวกัน และหากนักเรียนมีแนวคิดที่ไม่ตรงกับเพื่อน นักเรียนก็สามารถแสดง เหตุผลเพื่อโต้แย้งสมมติฐานของเพื่อนได้ การอภิปรายร่วมกันจึงเป็นการส่งเสริมให้นักเรียน ได้ฝึกการใช้เหตุผล ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด และสามารถนำเหตุผลของแต่ละฝ่ายไป ปรับปรุงสมมติฐานหรือนิยามของมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างไว้เพื่อนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ ที่ถูกต้องได้ สอดคล้องกับสสวท. (2547, หน้า 4) ที่ได้เสนอว่า การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจแนวคิดคณิตศาสตร์นั้น ๆ ได้ดี ช่วยให้นักเรียนสามารถ ตรวจสอบแนวคิดพร้อมทั้งให้เหตุผลได้ นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกัน และกัน ช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายและสรุปผลที่ได้เหมาะสม และช่วยให้นักเรียนยอมรับ แนวคิดใหม่ที่มีเหตุผลกว่าแนวคิดเดิม และเมื่อพิจารณาขั้นที่ 5 ขั้นนี้เป็นการนำมโนทัศน์มา ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งเป็นขั้นที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการใช้เหตุผลเป็นอย่างมาก เพราะครูจะให้นักเรียนได้ฝึกการพิสูจน์หรือการหาข้อสรุปด้วยตนเอง ดังนั้น สิ่งสำคัญที่ครู

ต้องทำในขั้นนี้ คือ การใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด คอยให้คำแนะนำ และคำชี้แนะ จนนักเรียนสามารถพิสูจน์หรือหาข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล ตัวอย่างคำถามเช่น นักเรียนคิดว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้สัมพันธ์กันแบบใด ทำไมจึงคิดเช่นนั้น มีนักเรียนคนใดมีคำตอบที่แตกต่างจากเพื่อนหรือไม่ อย่างไรบ้าง เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับกรมวิชาการ (2545, หน้า 198-199 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 178-179) ที่ได้เสนอองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถ คิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลไว้ว่า ครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ครูสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน และคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะ อย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิด เพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วนักเรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ถ้านักเรียนที่ให้เหตุผลไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสถาปนา บุญมาก (2558) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของ Suhartoyo, Mukminatien & Laksmi (2015) ที่ได้ศึกษาผลของรูปแบบการสอนของ Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อ ความสามารถในการให้เหตุผลจากการเขียนเรียงความโต้เถียงของนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 38 คน ของ Universitas Negeri Malang ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและ กลุ่มควบคุม สำหรับกลุ่มทดลองนักเรียนจะได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของ Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ในขณะที่กลุ่มควบคุมจะไม่ได้รับการจัดการเรียนรู้ ข้างต้น ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอน Toulmin ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งสามารถสังเกตได้จากคะแนนเฉลี่ย ที่สูงขึ้นของกลุ่มทดลอง



## ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้น ครูไม่ควรด่วนสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียน แต่ควรให้นักเรียนหาข้อสรุปด้วยตนเอง

2. ในขั้นที่ 2 ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share หรือขั้นการนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่มีความสำคัญต่อการตั้งสมมติฐานของนักเรียน ดังนั้น ครูควรให้เวลานักเรียนในการคิด พิจารณา เปรียบเทียบตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ไปเรื่อย ๆ จนนักเรียนสามารถค้นพบลักษณะสำคัญของมโนทัศน์เพื่อนำมาใช้ในการตั้งสมมติฐานได้

3. ครูควรศึกษารายละเอียดและจัดเตรียมตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอ และเป็นตัวอย่างที่ดีที่สามารถครอบคลุมลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น ๆ ได้อย่างครบถ้วน หากตัวอย่างที่ครูกำหนดให้มีจำนวนน้อย หรือไม่ครอบคลุมมโนทัศน์ที่ต้องการ อาจทำให้นักเรียนไม่สามารถหาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ได้ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองได้

4. ครูควรใช้คำถามในการกระตุ้นให้นักเรียนได้มีการแสดงแนวคิดหรือแสดงผลของตนเองในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ครูควรกล่าวชื่นชมนักเรียนที่ได้แสดงแนวคิด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือการแสดงผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นการเสริมแรงและสร้างความมั่นใจในการเรียน และหากนักเรียนแสดงผลได้ไม่สมบูรณ์หรือไม่สมเหตุผล ครูไม่ควรตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่ควรใช้คำพูดเสริมแรง เช่น เหตุผลที่อธิบายมามีส่วนที่ถูกต้อง มีนักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือเหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง

### ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ไปปรับใช้กับการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหาหรือทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาค้นคว้าผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น เส้นขนาน จำนวนจริง วงกลม เป็นต้น

## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรง  
พิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ:  
โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560a). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.  
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560b). มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม  
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.  
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2555). การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพฯ: ชัคเชสมิเดีย.
- คมสัน ตรีไพบูลย์. (2557). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์  
ร่วมกับรูปแบบการสอนมโนทัศน์ เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญา  
ดุขฎิบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- จุฑามาศ แหนจอน. (2561). จิตวิทยาการรู้คิด. กรุงเทพฯ: แกรนด์พอยท์.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่ง  
จุฬาลงกรณ์.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์  
มหาวิทยาลัย.
- ชวิทย์ เทศดี. (2557). ผลการใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ในการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง เซต สำหรับ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุขฎิบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการ  
สอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ชาญชัย อาจินสมาจาร. (2542). การสอนมโนทัศน์. วารสารกองทุนสงเคราะห์การศึกษาเอกชน, 9(82),  
45-50.
- ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). เอกสารประกอบการสอน: สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา (Statistics

- for Educational Research). นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- นลินี บำเรอราช. (2545). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ความคิดรวบยอด. *วารสารหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา*, 1(1), 8-25.
- นवलลอ ทินานนท์. (2540). การสอนมโนทัศน์: หัวใจของการเรียนรู้. *วารสารศิลปกรรมศาสตร์*, 5(2), 41-44.
- นวลศรี ชำนาญกิจ. (2544). *การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสำหรับนักศึกษาครู*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุชฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2546). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อส่งเสริมกรุงเทพ.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2554). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: พิมพ์ดี.
- พรรณทิพา พรหมรัถย์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุชฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คุรุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: เอ็นที ออฟ เคอร์มิสท์.
- โรงเรียนพนัสพิทยาคาร. (2564). *ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2563*. ชลบุรี: โรงเรียนพนัสพิทยาคาร.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5)*. กรุงเทพฯ: สุวีริยะสาส์น.
- วรรณิ ธรรมโชติ. (2549). *หลักการคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: หจก.ภาพพิมพ์.
- วิชัย เสวกงาม. (2557). ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21 = Reasoning ability required for students in the 21st century. *วารสารครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*, 42(2), 207-223.
- วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุชฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2546). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. เอกสารคำสอนวิชา 410541, ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์ จำกัด.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2557). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศิริรัตน์ ดีโต. (2559). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *การนำผลสอบ O-NET ไปพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนและยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน*. เข้าถึงได้จาก <https://www.niets.or.th/th/content/download/3061>.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ องค์การมหาชน. (2564). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินำขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. เข้าถึงได้จาก <http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: บริษัท เอส.พี. เอ็น การพิมพ์ จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555a). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555b). *ครุคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555c). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). *รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS*

2015. เข้าถึงได้จาก <http://timssthailand.ipst.ac.th/timss/reports/timss2015report>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *ผลการประเมิน PISA 2015 วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก <https://pisathailand.ipst.ac.th/news-8/>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *ผลการประเมิน PISA 2018 นักเรียนไทยวัย 15 ปี รู้และทำอะไรได้บ้าง*. เข้าถึงได้จาก <https://pisathailand.ipst.ac.th/issue-2019-48/>
- สถาปนา บุญมาก. (2558). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษาศาสตร์, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2551). *หลักการคณิตศาสตร์*. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา หลักการคณิตศาสตร์, กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- สรัชมา ตันธนาธิป. (2563, 5, พฤษภาคม). *ครูคณิตศาสตร์ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี*.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2553). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ: บริษัท พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.
- สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2559). *แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่สิบสอง พ.ศ. 2560 - 2564*. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2560). *แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2579*. กรุงเทพฯ: บริษัท พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สุรางค์ โค้วตระกูล. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *ครบเครื่องเรื่องความคิด*. กรุงเทพฯ: หจก.ภาพพิมพ์.

- โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). *เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่*.  
กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2548). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และ  
สังคมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทาง  
วิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2552). *รายงานการวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการ  
ได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ:  
ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2558). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมการ  
พัฒนานวัตกรรม ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Academy of art university. (2010). *Think-Write-Pair-Share*. Retrieve from <http://faculty.academyart.edu/faculty/teaching-resources/NewFacultyResources/ThinkWritePairShare.html>.
- Anjum, K. S. (2014). A study of effect of concept attainment model on achievement of geometric concepts of VIII standard students of English medium students of aurangbad City[Abstract]. *Scholarly Research Journal for Interdisciplinary Studies*, 2(15), 2451.
- Ardini, S. R. (2012). *Enhancing students' writing competence by using think, write, pair and share strategy*. Retrieve form <http://www.assumptionjournal.au.edu/index.php/newEnglishTeacher/article/download/322/279>.
- Arends, R. (2015). *Learning to teach*. New York: McGraw-Hill Higher Education.
- Bass, B., & Thetford, A. (2014 ). *The (not so) little Itty Bitty book of the C.I.F.: 155 Ways to make it happen! ways to make it happen!*. Retrieve from [https://www.ruskisd.net/uploaded/Rusk\\_ISD/Departments/Curriculum\\_and\\_Instruction/Not\\_So\\_Itty\\_Bitty\\_Book\\_of\\_the\\_CIF.pdf](https://www.ruskisd.net/uploaded/Rusk_ISD/Departments/Curriculum_and_Instruction/Not_So_Itty_Bitty_Book_of_the_CIF.pdf).
- Bifield, J. (2020 ). *Think, write, pair, share*. Retrieve form <https://ealdaylight.com/think-write-pair-share/>.
- Das, S. K. (2013). *Effectiveness of concept attainment model and advance organizer model in mathematics achievement among ninth grade students in roopnagar District of Punjab*.

- Retrieve from [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2329883](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2329883).
- Eggen, P. D., & Kauchak D. P. (2001). *Strategies for teachers teaching content and thinking skills*. United states of America: Pearson Education.
- Ferlazzo, L. (2011). *Helping students motivate themselves practical answers to classroom challenges*. New York: Routledge.
- Freyer, D., Frederick, W. C., & Klausmeier, H. J. (1969). *A schema fortesting the level of cognitive Mastery*. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research.
- Good, C. V. (1945). *Dictionary of Education*. New York: McGraw-Hill.
- Gunter, M. A., Estes, T. H., & Schwab, J. (2007). *Instruction: A model approach*. Boston: Allyn and Bacon.
- Iowa State University. (2015). *Teaching Strategies for Improving Algebra Knowledge in Middle and High School Students*. Retrieve form [https://lib.dr.iastate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1000&context=edu\\_books](https://lib.dr.iastate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1000&context=edu_books).
- Joyce, B. R., Weil, M., & Calhoun, E. (2015). *Models of teaching*. Boston: Allyn and Bacon.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1996). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Lesley, T. J., Matczynski, T. J., & Rowley, J. B. (2002). *Instructional models: Strategies for teaching in a diverse society*. Belmont: Wadsworth/Thomson Learning.
- Lim, J. (2009). *The effectiveness of paired engagement routines in raising student achievement*. Retrieve form <https://www.scholastic.com/content/dam/teachers/blogs/justin-lim/migrated-files/lim-prospectus-and-bio-2.pdf>.
- Literacy Minnesota. (2017). *Think, Write, Pair, Share*. Retrieve form <https://www.literacymn.org/think-write-pair-share>.
- Nasa. (2012). *Think-Write-Pair-Share*. Retrieve form [https://www.nasa.gov/sites/default/files/files/4-TWPS\\_Template.pdf](https://www.nasa.gov/sites/default/files/files/4-TWPS_Template.pdf).
- Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Suhartoyo, E., Mukminatien, N., & Laksmi, E. D. (2015). The effect of Toulmin's model of argumentation within TWPS strategy on students' critical thinking on argumentative essay. *Jurnal Pendidikan Humaniora*, 3(2), 143-153.
- The Australian Association of Mathematics Teachers. (2014). *Similar or congruent?* Retrieve from

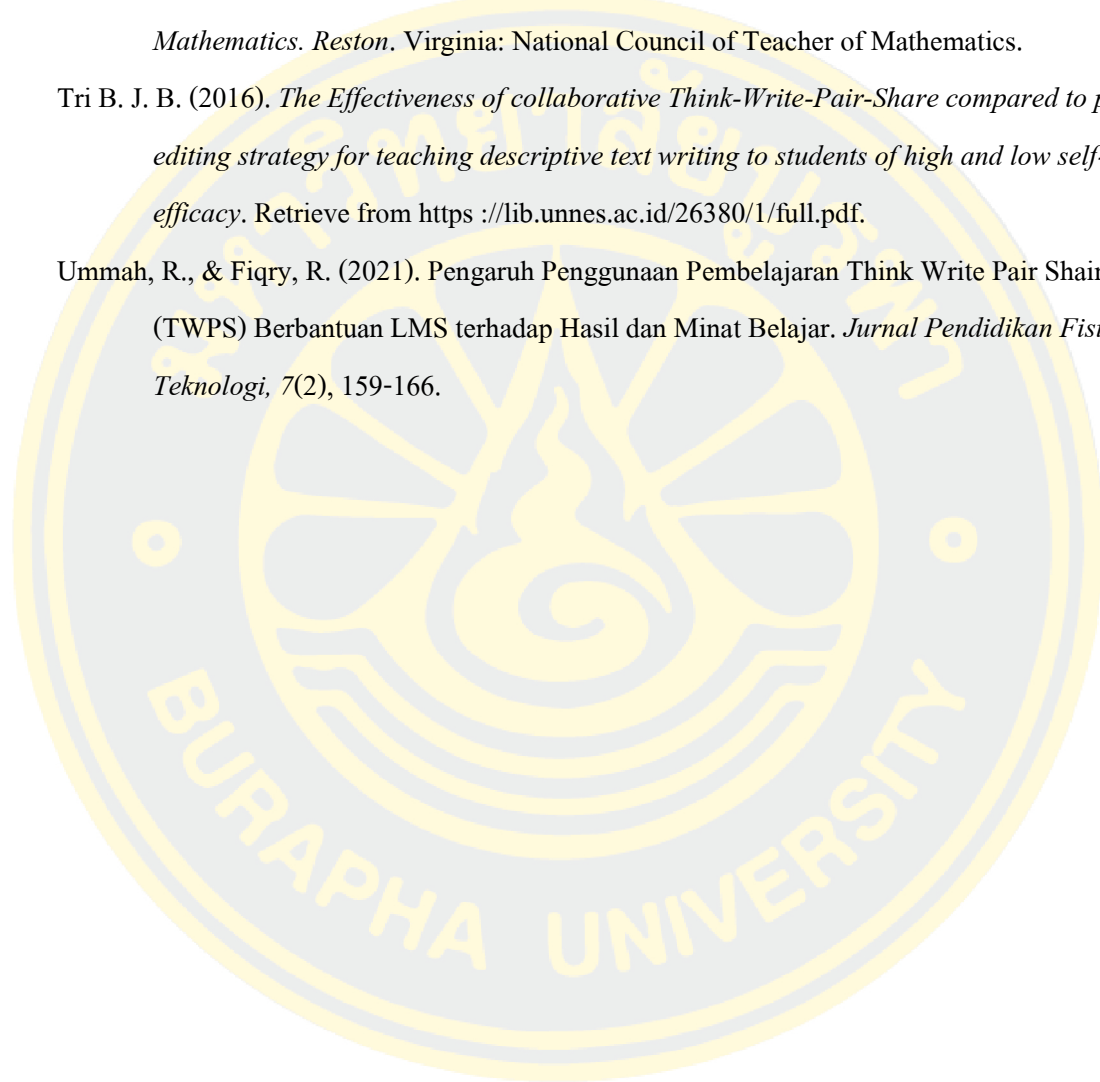


[https://topdrawer.aamt.edu.au/Geometric-reasoning/Misunderstandings/Similar-or-congruent?fbclid=IwAR0HZfmCpJ4vQNblnTFkfw7mUFZDbYhrA-\\_ADfTzkkUdWqk4wS29iLE6yF4](https://topdrawer.aamt.edu.au/Geometric-reasoning/Misunderstandings/Similar-or-congruent?fbclid=IwAR0HZfmCpJ4vQNblnTFkfw7mUFZDbYhrA-_ADfTzkkUdWqk4wS29iLE6yF4).

The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Tri B. J. B. (2016). *The Effectiveness of collaborative Think-Write-Pair-Share compared to peer-editing strategy for teaching descriptive text writing to students of high and low self-efficacy*. Retrieve from <https://lib.unnes.ac.id/26380/1/full.pdf>.

Ummah, R., & Fiqry, R. (2021). Pengaruh Penggunaan Pembelajaran Think Write Pair Shaire (TWPS) Berbantuan LMS terhadap Hasil dan Minat Belajar. *Jurnal Pendidikan Fisika Dan Teknologi*, 7(2), 159-166.





ภาคผนวก



#### ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
- สำเนาเอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ แก้วขาว      อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์  
ภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์      อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์  
ภาควิชาการจัดการเรียนรู้  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. ดร.จตุพันธ์ รุจิรานุกูล      ตำแหน่ง ผู้อำนวยการสถานศึกษา  
วิทยฐานะ ผู้อำนวยการชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนวัดใหม่ท่าโพธิ์ จังหวัดชลบุรี
4. นายประจวบ วิสมล      ครูประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี
5. นางอัมภา จันทร์สมปอง      ครูประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี



## บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๑๐ ต่อ ๗๐๑  
 ที่ อว ๘๑๓๗/๒๗๙๗ วันที่ ๒๓ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๓  
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ แก้วขาว คณะวิทยาศาสตร์

ด้วย นางสาวดุจจิตต์ คุณากุลวิศาล รหัสประจำตัว ๖๒๙๒๐๐๗๑ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโมเสกร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อเมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชญ์ธี อังคนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างยิ่ง ในการนี้บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



## บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๑๐ ต่อ ๗๐๑  
 ที่ อว ๘๑๓๗/๒๗๗๘ วันที่ ๒๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๓  
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ คณะศึกษาศาสตร์

ด้วย นางสาวตุจจิตรต์ คุณากุลวิศาล รหัสประจำตัว ๖๒๙๒๐๐๗๑ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโมทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฎหทัย อังกะนัทรชจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างยิ่ง ในครั้งนี้บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ที่ อว ๘๑๓๗/๑๐๕๓

มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข

อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๓

ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดใหม่ท่าโพธิ์ (ดร.จตุรงค์ รุจิรานุกูล)

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงวิทยานิพนธ์  
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางสาวดุจจิตต์ คุณากุลวิศาล รหัสประจำตัว ๖๒๙๒๐๐๗๑ นิสิตหลักสูตรการศึกษา  
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติคำโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการ  
เรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมนทัศน์และ  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์  
อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย  
ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๑

อีเมล grd.buu@go.buu.ac.th



ที่ อว ๘๑๓๗/๑๐๕๔

มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๓

ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์  
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางสาวดุจจิตต์ คุณากุลวิศาล รหัสประจำตัว ๖๒๙๒๐๐๗๑ นิสิตหลักสูตรการศึกษา  
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการ  
เรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และ  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์  
อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัดของท่าน คือ  
อาจารย์ประจวบ วิสมล ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการ  
วิจัยดังกล่าวอย่างยิ่ง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

(สำเนาเรียน อาจารย์ประจวบ วิสมล)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๑

อีเมลล์ grd.buu@go.buu.ac.th





ที่ อว ๘๑๓๗/ ๑๐๕๕

มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข

อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๓

ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์  
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางสาวดุจจิตต์ คุณากุลวิศาล รหัสประจำตัว ๖๒๙๒๐๐๗๑ นิสิตหลักสูตรการศึกษา  
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการ  
เรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และ  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์  
อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัดของท่าน คือ  
อาจารย์อัมภา จันทร์สมปอง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับ  
การวิจัยดังกล่าวอย่างยิ่ง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

(สำเนาเรียน อาจารย์อัมภา จันทร์สมปอง)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๑

อีเมลล์ grd.buu@go.buu.ac.th

สำเนา

ที่ IRB4-164/2564



เอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์  
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาโครงการวิจัย

รหัสโครงการวิจัย : G-HU061/2564

โครงการวิจัยเรื่อง : ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share

ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวหน้าโครงการวิจัย : นางสาวดุจจิตต์ คุณากุลวิศาล

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า โครงการวิจัยดังกล่าวเป็นไปตามหลักการของจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยที่ผู้วิจัยเคารพสิทธิและศักดิ์ศรีในความเป็นมนุษย์ไม่มีการล่วงละเมิดสิทธิ สวัสดิภาพ และไม่ก่อให้เกิดภัยอันตรายแก่ตัวอย่างการวิจัยและผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย

จึงเห็นสมควรให้ดำเนินการวิจัยในขอบข่ายของโครงการวิจัยที่เสนอได้ (ดูตามเอกสารตรวจสอบ)

- |   |  |
|---|--|
| ๑. แบบเสนอเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์  | ฉบับที่ 3 วันที่ 25 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2564     |
| ๒. เอกสารโครงการวิจัยฉบับภาษาไทย  | ฉบับที่ 1 วันที่ 23 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2564       |
| ๓. เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย  | ฉบับที่ 2 วันที่ 13 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2564      |
| ๔. เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย   | ฉบับที่ 1 วันที่ 23 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2564       |
| ๕. เอกสารแสดงรายละเอียดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยซึ่งผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว หรือชุดที่ใช้เก็บข้อมูลจริงจากผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย | ฉบับที่ 1 วันที่ 23 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2564       |
| ๖. เอกสารอื่น ๆ (ถ้ามี)   | ฉบับที่ ..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .... |

วันที่รับรอง : วันที่ 25 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2564

วันที่หมดอายุ : วันที่ 25 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2565

ลงนาม นางสาวพิมพ์พรณ เลิศล้ำ

(นางสาวพิมพ์พรณ เลิศล้ำ)

ประธานคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ชุดที่ ๔ (กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)





ที่ อว ๘๑๓๗/๒๑๗๗

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๒ ธันวาคม ๒๕๖๔

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพา  
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนางสาวดุจจิตต์ คุณากุลวิศาล รหัสประจำตัวนิสิต ๖๒๙๒๐๐๗๑ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอหน่วยงานของท่านในการเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตตั้งรายนามข้างต้นดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๖๔ จำนวน ๔๕ คน ในระหว่างวันที่ ๑๓ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๔ ถึงวันที่ ๑๔ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๕ ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๙-๔๕๖-๒๘๗๙ หรือที่ E-mail: dujitt@panatp.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๑, ๗๐๕, ๗๐๗  
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th



**ภาคผนวก ข**

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค

Think Write Pair Share

- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน

ทุกประการ

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์ 4	รหัสวิชา ค 22102
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2564
หน่วยการเรียนรู้ ความเท่ากันทุกประการ		จำนวน 12 คาบ
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.)		เวลา 2 คาบ

### มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

- มาตรฐาน ค 2.2** เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้
- ตัวชี้วัด ค 2.2 ม.2/4** เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 1. ด้านความรู้

1.1. อธิบายสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจากความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.) ได้

#### 2. ด้านทักษะและกระบวนการ

2.1 ให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจากความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.) เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล

#### 3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

3.1 นักเรียนมีความรับผิดชอบ

### สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

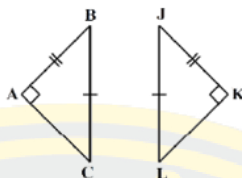
ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

### สาระการเรียนรู้

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.)

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

จากรูป กำหนดให้  $\widehat{BAC} = \widehat{JKL}$ ,  $AB = JK$  และ  $BC = JL$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle ABC \cong \triangle KJL$



พิจารณา  $\triangle ABC$  และ  $\triangle KJL$

$$\widehat{BAC} = \widehat{JKL} \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$AB = JK \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$BC = JL \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \triangle ABC \cong \triangle KJL \quad (\text{จ.ค.ค.})$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้  $\widehat{XTY} = 90^\circ$ ,  $TM = TY$  และ  $MN = XY$  จงพิสูจน์ว่า  $\triangle TMN \cong \triangle TYX$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{XTY} = \widehat{MTN} = 90^\circ$	กำหนดให้ และมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน
2. $TM = TY$	กำหนดให้
3. $MN = XY$	กำหนดให้
4. $\triangle TMN \cong \triangle TYX$	จากข้อ 1 – 3 (จ.ค.ค.)

กิจกรรมการเรียนรู้

ภาพที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.) จากนั้นครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม - มุม - ด้าน (ม.ม.ค.) โดยครูใช้คำถามดังนี้

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมขนาดเท่ากัน 2 คู่และด้านยาวเท่ากัน 1 คู่ จะมีความสัมพันธ์แบบใด  
ได้บ้าง (ความสัมพันธ์แบบมุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) และความสัมพันธ์แบบมุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ค.))

- ความสัมพันธ์แบบมุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) และความสัมพันธ์แบบมุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ค.)  
ต่างกันอย่างไร (ถ้าความสัมพันธ์แบบมุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) ความยาวด้านที่ยาวเท่ากันจะอยู่ระหว่างมุมที่มี  
ขนาดเท่ากันทั้ง 2 คู่ ส่วนความสัมพันธ์แบบมุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ค.) ความยาวด้านจะอยู่ด้านตรงข้ามกับ  
มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน)

- แล้วความสัมพันธ์ข้างต้นทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ (เท่ากันทุก  
ประการ)

2. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า นอกจากความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ค.) ซึ่งทำให้  
รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแล้ว ยังมีวิธีการอื่นที่ใช้ในการพิสูจน์ด้วย ซึ่งครูจะให้นักเรียนวัด  
ความยาวของด้านที่เหลือแล้วหาความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูป เพื่อนำมาใช้ในการตอบคำถาม  
จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนคู่คิดเพื่อร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนคิดจากการทำใบกิจกรรม  
แล้วจึงอภิปรายและสรุปความรู้ร่วมกันในชั้นเรียน

#### ขั้นการนำเสนอตัวอย่าง

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน  
(ฉ.ด.ด.) โดยให้นักเรียนใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวของด้านที่เหลือ แล้วเขียนความสัมพันธ์ของด้านที่เหลือ  
ซึ่งในระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูมีการใช้คำถาม ดังนี้

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ถ้าแบ่งรูปสามเหลี่ยมตามชนิดของมุม จะแบ่งออกเป็นกี่ประเภท  
อะไรบ้าง (3 ประเภท ได้แก่ รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน)

- รูปสามเหลี่ยมแต่ละลักษณะเป็นอย่างไร (รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี  
มุมทั้งสามมุมเป็นมุมแหลม รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก และรูป  
สามเหลี่ยมมุมป้านเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน)

4. เมื่อนักเรียนวัดความยาว หาความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูป และพิจารณาว่ารูป  
สามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ในตอนที่ 1 เสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากตาราง  
มาใช้ในการคิด (Think) และเขียน (Write) คำตอบลงในใบกิจกรรม

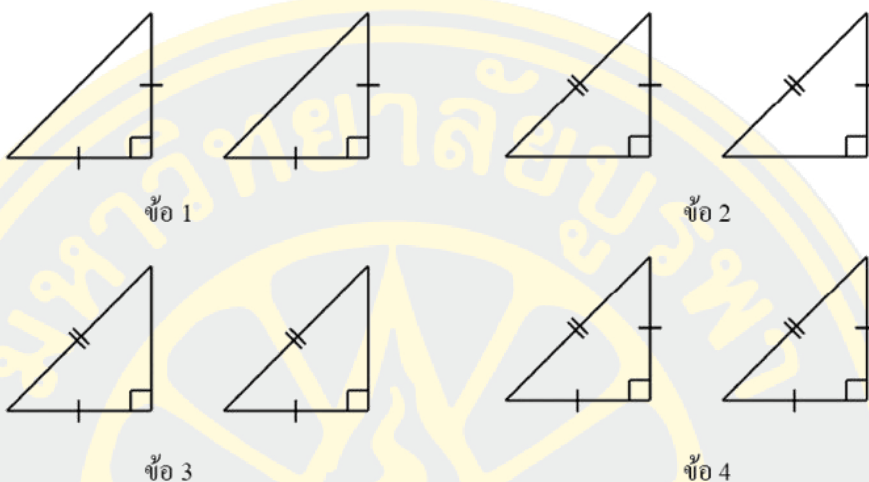
#### ขั้นตั้งสมมติฐาน

5. ครูให้นักเรียนนำคำตอบที่ได้จากขั้นตอนที่แล้ว มาแบ่งปันแนวคิดและอภิปรายคำตอบร่วมกัน  
กับเพื่อนคู่คิด (Pair) ว่านักเรียนมีแนวคิดอย่างไรเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก – ด้าน  
– ด้าน (ฉ.ด.ด.) โดยให้นักเรียนเขียนแนวความคิดของเพื่อนคู่คิดที่ได้จากการอภิปรายลงไปใบกิจกรรมที่  
1 ตอนที่ 2 ด้วย

### ขั้นตรวจสอบและสรุป

ดังนี้

6. ครูวาดรูปสามเหลี่ยมสองรูป จำนวน 4 ข้อบนกระดานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน



จากนั้นครูใช้คำถาม ดังนี้

- นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) เพราะเหตุใด (ข้อ 2, 3, 4 เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกคู่ยาวเท่ากัน)

- เพราะเหตุใดรูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อ 1 จึงไม่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) (เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้มีมุมฉากอยู่ระหว่างด้านที่ยาวเท่ากันทั้ง 2 คู่ ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.))

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อ 4 มีความสัมพันธ์แบบอื่นที่ไม่ใช่ความสัมพันธ์แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) หรือไม่ อย่างไร (มี คือ ความสัมพันธ์แบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ด.ด.ด.) เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านยาวเท่ากัน 3 คู่)

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อใดเท่ากันทุกประการ เพราะเหตุใด (ข้อ 2, 3, 4 เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)

7. ครูสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาแบ่งปันแนวคิดที่ได้จากการอภิปรายร่วมกันจากใบกิจกรรมที่ 1 ตอนที่ 1 และตอนที่ 2 กับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน (Share)

8. ครูและนักเรียนสรุปร่วมกันเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) โดยสรุปว่า “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ”



## ภาพที่ 2

### ขั้นการนำไปใช้

9. ครูสุ่มนักเรียนออกมาสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) พร้อมให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจึงมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) แล้วให้เพื่อนในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนสร้างขึ้น

10. ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมเขียนตารางแสดงข้อความและเหตุผลบนกระดาน จากนั้นครูอธิบายแนวทางในการเขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้คำถามในการกระตุ้นนักเรียนให้ร่วมกันตอบคำถาม ดังนี้

- ขั้นแรกของการพิสูจน์ ให้นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งจากโจทย์ข้อนี้ โจทย์กำหนดสิ่งใดให้บ้าง ( $\widehat{XTY} = 90^\circ$ ,  $TM = TY$  และ  $MN = XY$ )

- แต่ในการพิสูจน์ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) ต้องมีมุมที่เท่ากันอีก 1 คู่ นักเรียนจะทราบได้อย่างไร ( $\widehat{XTY} = \widehat{MTN} = 90^\circ$  เพราะมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

- เมื่อมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกคู่ยาวเท่ากัน แล้วจะสรุปได้หรือไม่ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้เท่ากันทุกประการ เพราะเหตุใด (ได้ เพราะความสัมพันธ์แบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) จะทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ)

- นักเรียนคิดว่าผลที่ได้จาก  $\triangle TMN \cong \triangle TYX$  เป็นอย่างไร ( $\widehat{TMN} = \widehat{TYX}$ ,  $\widehat{TNM} = \widehat{TXY}$  และ  $TN = TX$ )

11. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) แล้วให้นักเรียนคิด (Think) เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา ซึ่งในใบกิจกรรมที่ 2 ข้อที่ 1 – 2 จะเป็นการพิสูจน์มุมที่มีขนาดเท่ากันและด้านที่ยาวเท่ากัน ส่วนข้อที่ 3 จะเป็นการนำความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) ไปใช้ในการหาความยาวด้าน

12. หลังจากให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 แล้ว ครูให้นักเรียนแบ่งปันแนวคิดที่ได้จากการทำใบกิจกรรมกับเพื่อนคู่คิด (Pair) เพื่อให้นักเรียนรับฟังแนวคิดอื่น ๆ จากเพื่อนคู่คิดและส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการอธิบายเหตุผล

13. ครูสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาแสดงแนวคิดจากใบกิจกรรมที่ 2 หน้าชั้นเรียน โดยให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบกับเพื่อนในชั้นเรียน (Share) จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อถามนักเรียนในชั้นเรียนว่า นักเรียนมีแนวคิดอื่นที่แตกต่างจากเพื่อนที่ออกมานำเสนอหรือไม่ ถ้ามี นักเรียนมีแนวคิดอย่างไร

14. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) พร้อมกำหนดเวลาในการส่งงาน จากนั้นครูให้นักเรียนซักถามหากมีข้อสงสัย

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ค.ค.)
2. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ค.ค.)
3. แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ค.ค.)
4. ไม้บรรทัด

### การวัดและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
<b>ด้านความรู้</b> 1. นักเรียนอธิบายสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจากความสัมพันธ์กันแบบฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ค.ค.) ได้	1. การตรวจใบกิจกรรมที่ 1  1. การตรวจแบบฝึกหัดที่ 1	1. ใบกิจกรรมที่ 1 2. แบบฝึกหัดที่ 1	1. ทำใบกิจกรรมที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป 2. ทำใบกิจกรรมที่ 2 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
<b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> 2. นักเรียนให้เหตุผลเรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจากความสัมพันธ์แบบฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ค.ค.) เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล	1. การตรวจใบกิจกรรมที่ 2  1. การตรวจแบบฝึกหัดที่ 1	1. ใบกิจกรรมที่ 2 2. แบบฝึกหัดที่ 1	3. ทำแบบฝึกหัดที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
<b>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> 3. นักเรียนมีความรับผิดชอบ	1. การสังเกตพฤติกรรม	1. แบบสังเกตพฤติกรรม	ผลการประเมินอยู่ในระดับดี

## แบบสังเกตพฤติกรรม

เลขที่	ชื่อ - สกุล	ระดับผลการประเมิน		
		2 (ดี)	1 (พอใช้)	0 (ปรับปรุง)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				

## แบบสังเกตพฤติกรรม

เลขที่	ชื่อ - สกุล	ระดับผลการประเมิน		
		2 (ดี)	1 (พอใช้)	0 (ปรับปรุง)
26				
27				
28				
29				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				

## เกณฑ์การให้คะแนนความรับผิดชอบ

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
2/ดี	ส่งงานก่อนเวลาหรือส่งตรงเวลาที่กำหนด
1/พอใช้	ส่งงานช้ากว่ากำหนด
0/ปรับปรุง	ไม่ส่งงาน

### บันทึกหลังการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

#### ผลการจัดการเรียนรู้

- ชี้้นำ เมื่อครูใช้คำถามในการทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม - มุม - ด้าน (ม.ม.ด.) พบว่า นักเรียนสามารถตอบคำถาม ได้ถูกต้อง และแสดงแนวคิดของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล
- ชี้แนะตัวอย่าง นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำใบกิจกรรมที่ 1 สังเกตได้จากนักเรียนมีความมุ่งมั่นในการวัดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมและพยายามหาความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่ครูกำหนดให้
- ชี้ตั้งสมมติฐาน เมื่อนักเรียนนำแนวคิดที่สร้างขึ้นมาอภิปรายกับเพื่อนคู่คิด ทำให้นักเรียนเขียนแนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) ได้สมบูรณ์มากขึ้น
- ชี้ตรวจสอบและสรุป นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามที่ครูใช้ในการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนได้ถูกต้อง และมีการแสดงแนวคิดของตนเองได้อย่างสมเหตุสมผล นอกจากนี้การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ร่วมกันได้อย่างถูกต้อง
- ชี้การนำไปใช้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนข้อความและเหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

#### ปัญหาและอุปสรรค

ในขั้นตรวจสอบและสรุป รูปสามเหลี่ยมที่ครูกำหนดให้ในข้อ 1 นักเรียนบางคนไม่สามารถแยกได้ว่าเป็นความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.) หรือความสัมพันธ์แบบด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.)

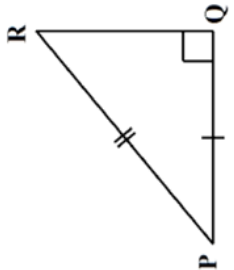
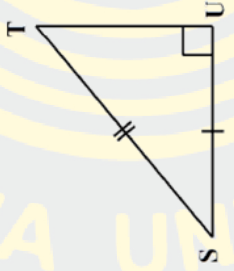
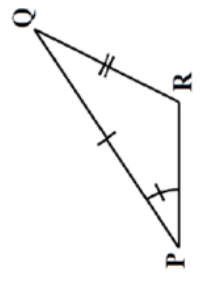
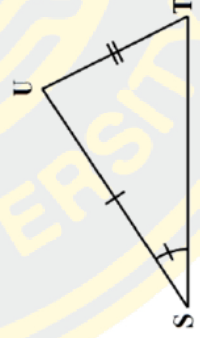
#### ข้อเสนอแนะและแนวทางการแก้ปัญหา

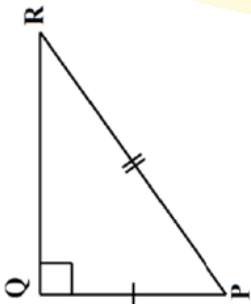
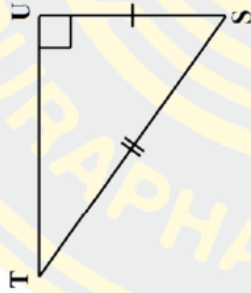
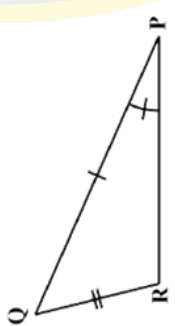

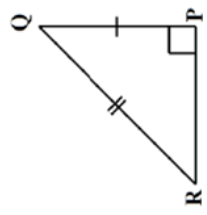
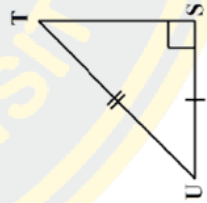
ครูควรยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 2 คู่ แล้วให้นักเรียนพิจารณาและตอบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ครูกำหนดให้มีความสัมพันธ์อย่างไร และให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบด้วย

ลงชื่อ    คุณจิตต์ คุณภาณุวิศาล    ผู้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้  
(นางสาวคุณจิตต์ คุณภาณุวิศาล)

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ค.ค.)

คำชี้แจง กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่ และด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ จงสำรวจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปดังกล่าวเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยใช้สมบัติด้านยาวของด้านที่เหลือ แล้วเขียนความสัมพันธ์ของด้านที่เหลือจากนั้น ✓ ในตารางทางขวามือ

ข้อ	$\Delta PQR$	$\Delta SUT$	ความสัมพันธ์ของ $\Delta PQR$ กับ $\Delta SUT$	$\Delta PQR$ และ $\Delta SUT$	
				เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
1			$\hat{R}\hat{Q}P = \hat{T}\hat{U}S$ $QP = US$ $PR = ST$ แล้ว RQ ..... TU		
2			$\hat{R}\hat{P}Q = \hat{T}\hat{S}U$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แล้ว RP ..... TS		

ข้อ	$\Delta PQR$	$\Delta SUT$	ความสัมพันธ์ของ $\Delta PQR$ กับ $\Delta SUT$	$\Delta PQR$ และ $\Delta SUT$	
				เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
3			$\hat{R}\hat{Q}\hat{P} = \hat{T}\hat{U}\hat{S}$ $QP = US$ $PR = ST$ แล้ว $RQ \dots\dots\dots TU$	เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
4			$\hat{R}\hat{P}\hat{Q} = \hat{T}\hat{S}\hat{U}$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แล้ว $RP \dots\dots\dots TS$		
5			$\hat{R}\hat{P}\hat{Q} = \hat{T}\hat{S}\hat{U}$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แล้ว $RP \dots\dots\dots TS$		

ให้นักเรียนนำข้อมูลจากตารางข้างต้น ตอบคำถามต่อไปนี้ โดยเขียน ✓ ในช่องสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้

1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปทุกข้อมีมุมขนาดเท่ากันอย่างน้อย 1 คู่  จริง  ไม่จริง
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปทุกข้อมีด้านยาวเท่ากันอย่างน้อย 2 คู่  จริง  ไม่จริง
3. ความยาวด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมสองรูปยาวเท่ากันทุกข้อ  จริง  ไม่จริง
4. ถ้าด้านที่ได้จากการวัดยาวเท่ากันแล้ว  $\triangle PQR \cong \triangle SUT$   จริง  ไม่จริง
5. ข้อที่โจทย์กำหนดมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นมุมฉาก จะได้  จริง  ไม่จริง  
 $\triangle PQR \cong \triangle SUT$
6. ข้อที่โจทย์กำหนดมุมที่มีขนาดเท่ากันไม่เป็นมุมฉาก จะได้  จริง  ไม่จริง  
 $\triangle PQR \cong \triangle SUT$

หากเรียกรูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อ 1, 3, 5 ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์นี้เป็นอย่างไร

.....

นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการหรือไม่

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนแนวคิดที่ได้จากการอภิปรายกับเพื่อนคู่คิด

.....

สรุปได้ว่าถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) กล่าวคือ

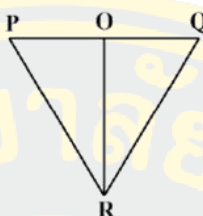
.....



ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.)

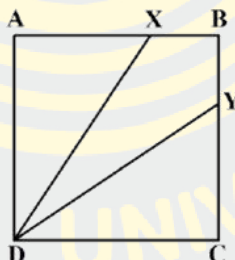
คำชี้แจง: ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

2.1 กำหนดให้  $\triangle PQR$  มี  $PR = QR$  และ  $\overline{RO} \perp \overline{PQ}$  ที่จุด  $O$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{PRO} = \widehat{QRO}$



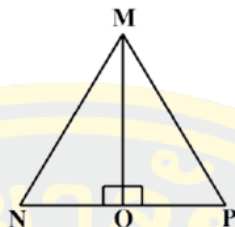
ข้อความ	เหตุผล
1.....	.....
2.....	.....
3.....	.....
4.....	.....
5.....	.....

2.2 กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มี  $DX = DY$  จงพิสูจน์ว่า  $AX = YC$



ข้อความ	เหตุผล
1.....	.....
2.....	.....
3.....	.....
4.....	.....
5.....	.....
6.....	.....

2.3 กำหนดให้  $\overline{MO} \perp \overline{NP}$  ที่จุด O ถ้า  $OM = 15$  หน่วย และ  $MN = MP = 17$  หน่วย จงหาความยาวของ  $\overline{NP}$



ข้อความ	เหตุผล
1. ....	.....
2. ....	.....
3. ....	.....
4. ....	.....
5. ....	.....
6. ....	.....
7. ....	.....
8. ....	.....
9. ....	.....
10. ....	.....
11. ....	.....

ตอบ  $\overline{NP}$  ยาว.....หน่วย

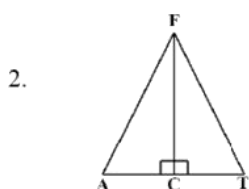
**แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.)**

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดมีความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด)

1 	2 	3 
4 	5 	6 
7 	8 	9 

จากตารางข้างต้น รูปสามเหลี่ยมข้อ.....มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.)



จากรูป ถ้า  $\Delta AFT$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีจุด F เป็นจุดยอด จะทำให้  $\Delta CFA \cong \Delta CFI$  ด้วยความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) จริงหรือไม่ จงอธิบาย

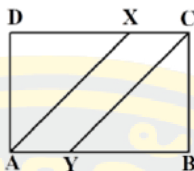
.....

.....

.....

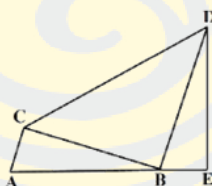
3. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

3.1 กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มี  $AX = CY$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{DAX} = \widehat{BCY}$  และ  $DX = BY$



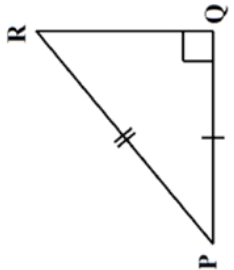
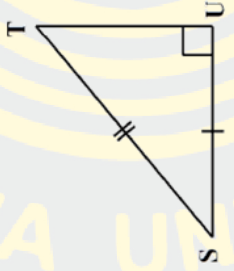
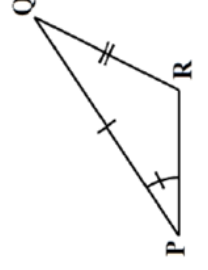

ข้อความ	เหตุผล
1.....	.....
2.....	.....
3.....	.....
4.....	.....
5.....	.....
6.....	.....

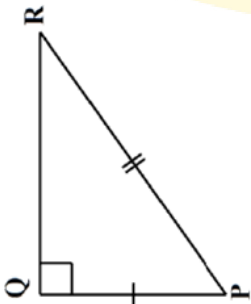
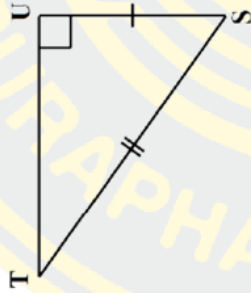
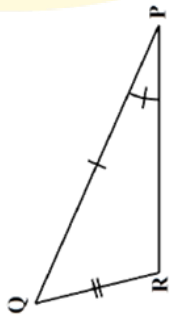

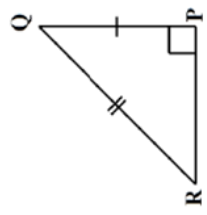
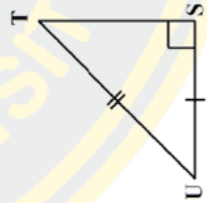
3.2 กำหนดให้  $\widehat{ACB} = \widehat{BED} = 90^\circ$ ,  $BC = DE$  และ  $AB = BD$  จงแสดงว่า  $\triangle DBC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ข้อความ	เหตุผล
1.....	.....
2.....	.....
3.....	.....
4.....	.....
5.....	.....
6.....	.....
7.....	.....
8.....	.....
9.....	.....
10.....	.....
11.....	.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (อ.ด.ด.)  
 คำชี้แจง กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่ และด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ จงสำรวจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปดังกล่าวเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยใช้สมบัติด้านความยาวของด้านที่เหลือ แล้วเขียนความสัมพันธ์ของด้านที่เหลือจากนั้น ✓ ในตารางข้างขวามือ

ข้อ	$\Delta PQR$	$\Delta SUT$	ความสัมพันธ์ของ $\Delta PQR$ กับ $\Delta SUT$	$\Delta PQR$ และ $\Delta SUT$	
				เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
1			$\hat{R}\hat{Q}\hat{P} = \hat{T}\hat{U}\hat{S}$ $QP = US$ $PR = ST$ แล้ว $RQ \equiv TU$	✓	ไม่เท่ากันทุกประการ
2			$\hat{R}\hat{P}\hat{Q} = \hat{T}\hat{S}\hat{U}$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แล้ว $RP \neq TS$		✓

ข้อ	$\Delta PQR$	$\Delta SUT$	ความสัมพันธ์ของ $\Delta PQR$ กับ $\Delta SUT$	$\Delta PQR$ และ $\Delta SUT$	
				เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
3			$\hat{R}\hat{Q}\hat{P} = \hat{T}\hat{U}\hat{S}$ $QP = US$ $PR = ST$ แล้ว $RQ \equiv TU$	✓	✓
4			$\hat{R}\hat{P}\hat{Q} = \hat{T}\hat{S}\hat{U}$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แล้ว $RP \neq TS$		✓
5			$\hat{R}\hat{P}\hat{Q} = \hat{T}\hat{S}\hat{U}$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แล้ว $RP \equiv TS$	✓	

ให้นักเรียนนำข้อมูลจากตารางข้างต้น ตอบคำถามต่อไปนี้ โดยเขียน ✓ ในช่องสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้

1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปทุกข้อมีมุมขนาดเท่ากันอย่างน้อย 1 คู่  จริง  ไม่จริง
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปทุกข้อมีด้านยาวเท่ากันอย่างน้อย 2 คู่  จริง  ไม่จริง
3. ความยาวด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมสองรูปยาวเท่ากันทุกข้อ  จริง  ไม่จริง
4. ถ้าด้านที่ได้จากการวัดยาวเท่ากันแล้ว  $\Delta PQR \cong \Delta SUT$   จริง  ไม่จริง
5. ข้อที่โจทย์กำหนดมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นมุมฉาก จะได้  $\Delta PQR \cong \Delta SUT$   จริง  ไม่จริง
6. ข้อที่โจทย์กำหนดมุมที่มีขนาดเท่ากันไม่เป็นมุมฉาก จะได้  $\Delta PQR \cong \Delta SUT$   จริง  ไม่จริง

หากเรียกรูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อ 1, 3, 5 ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์นี้เป็นอย่างไร (ขึ้นอยู่กับแนวคิดของนักเรียน)

.....

นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการหรือไม่ (ขึ้นอยู่กับแนวคิดของนักเรียน)

.....

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนแนวคิดที่ได้จากการอภิปรายกับเพื่อนคู่คิด

(ขึ้นอยู่กับแนวคิดของนักเรียนแต่ละคู่)

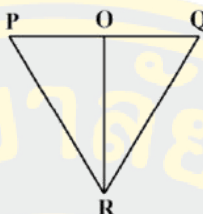
.....

สรุปได้ว่าถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (จ.ด.ด.) กล่าวคือ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอื่นอีกคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.)

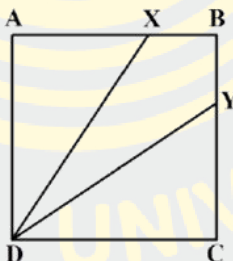
คำชี้แจง: ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

2.1 กำหนดให้  $\triangle PQR$  มี  $PR = QR$  และ  $\overline{RO} \perp \overline{PQ}$  ที่จุด  $O$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{PRO} = \widehat{QRO}$



ข้อความ	เหตุผล
1 $\widehat{POR} = \widehat{QOR} = 90^\circ$	$\overline{RO} \perp \overline{PQ}$
2 $OR = OR$	ด้านร่วม
3 $PR = QR$	กำหนดให้
4 $\triangle POR \cong \triangle QOR$	จากข้อ 1-3 (จ.ด.ด.)
5 $\widehat{PRO} = \widehat{QRO}$	มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน

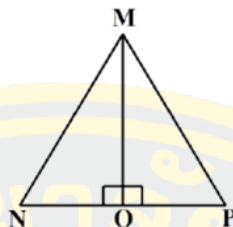
2.2 กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มี  $DX = DY$  จงพิสูจน์ว่า  $AX = YC$



ข้อความ	เหตุผล
1 $\widehat{DAX} = \widehat{DCY} = 90^\circ$	มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทุกมุมเป็นมุมฉาก
2 $AD = CD$	รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวเท่ากันทั้ง 4 ด้าน
3 $DX = DY$	กำหนดให้
4 $\triangle ADX \cong \triangle CDY$	จากข้อ 1-3 (จ.ด.ด.)
5 $AX = YC$	ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน



2.3 กำหนดให้  $\overline{MO} \perp \overline{NP}$  ที่จุด O ถ้า  $OM = 15$  หน่วย และ  $MN = MP = 17$  หน่วย จงหาความยาวของ  $\overline{NP}$




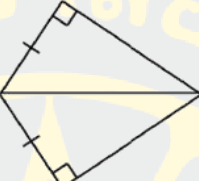

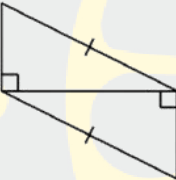
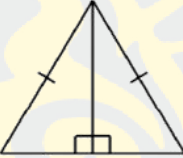


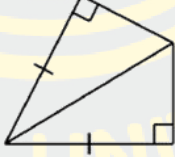

ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{NOP} = \widehat{POM} = 90^\circ$	กำหนดให้ ( $\overline{MO} \perp \overline{NP}$ )
2. $OM = OM$	ด้านร่วม
3. $MN = MP = 17$	กำหนดให้
4. $\triangle OMN \cong \triangle OMP$	จากข้อ 1 - 3 (จ.ค.ค.)
5. $OM = 15$	กำหนดให้
6. $ON^2 + OM^2 = MN^2$	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
7. $ON^2 + 15^2 = 17^2$	จากข้อ 3, 5, 6 (สมบัติการเท่ากัน)
8. $ON = 8$	จากข้อ 7 (สมบัติการเท่ากัน)
9. $ON = OP$	ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน
10. $NP = NO + OP$	สมบัติการเท่ากัน
11. $NP = 8 + 8 = 16$	จากข้อ 8 - 10 (สมบัติการเท่ากัน)

ตอบ  $\overline{NP}$  ยาว 16 หน่วย

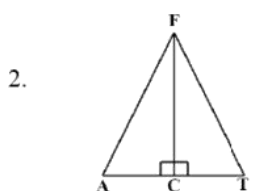
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.)

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดมีความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.)

1 	2 	3 
4 	5 	6 
7 	8 	9 

จากตารางข้างต้น รูปสามเหลี่ยมข้อ..... 2, 4, 5, 8, 9..... มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.)

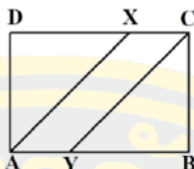


จากรูป ถ้า  $\triangle AFT$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีจุด F เป็นจุดยอด จะทำให้  $\triangle CFA \cong \triangle CFI$  ด้วยความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) จริงหรือไม่ จงอธิบาย

.....จริง เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน ทำให้  $FA = FI$  และมี  $FC$  เป็นด้านร่วมและแบ่งรูปสามเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้เท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.).....

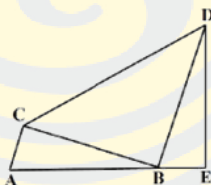
3. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

3.1 กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มี  $AX = CY$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{DAX} = \widehat{BCY}$  และ  $DX = BY$



ข้อความ	เหตุผล
1 $\widehat{ADX} = \widehat{BCY} = 90^\circ$	มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทุกมุมเป็นมุมฉาก
2 $AD = CB$	ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวเท่ากัน
3 $AX = CY$	กำหนดให้
4 $\triangle DAX \cong \triangle CBY$	จากข้อ 1-3 ( ค.ด.ด. )
5 $\widehat{DAX} = \widehat{BCY}$	มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน
6 $DX = BY$	ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน

3.2 กำหนดให้  $\widehat{ACB} = \widehat{BED} = 90^\circ$ ,  $BC = DE$  และ  $AB = BD$  จงแสดงว่า  $\triangle DBC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ข้อความ	เหตุผล
1 $\widehat{ACB} = \widehat{BED} = 90^\circ$	กำหนดให้
2 $BC = DE$	กำหนดให้
3 $AB = BD$	กำหนดให้
4 $\triangle CBA \cong \triangle EDB$	จากข้อ 1-3 ( ค.ด.ด. )
5 $\widehat{ACB} + \widehat{CBA} + \widehat{BAC} = 180^\circ$	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น $180^\circ$
6 $\widehat{CBA} + \widehat{BAC} = 90^\circ$	จากข้อ 1 และข้อ 5 (สมบัติการเท่ากัน)
7 $\widehat{BAC} = \widehat{DBE}$	มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีขนาดเท่ากัน
8 $\widehat{CBA} + \widehat{DBE} = 90^\circ$	จากข้อ 6 และข้อ 7 (สมบัติการเท่ากัน)
9 $\widehat{CBA} + \widehat{CBD} + \widehat{DBE} = 180^\circ$	มุมตรงมีขนาด $180^\circ$
10 $\widehat{DBD} = 90^\circ$	จากข้อ 8 และข้อ 9 (สมบัติการเท่ากัน)
11. $\triangle DBC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	จากข้อ 10 (รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก)

ชื่อ-นามสกุล..... ม.2/..... เลขที่.....

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
2. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการเสมอ” จากข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันทั้ง 2 คู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์แบบด้าน – มุม – ด้าน (ด.ม.ด.) จริงหรือไม่ จงอธิบาย

.....

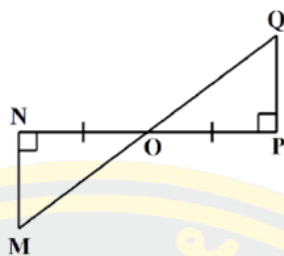
.....

.....

.....

.....

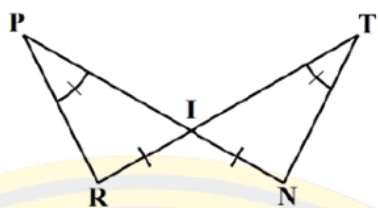
3.



จากรูป สรุปว่า  $\Delta MNO \cong \Delta QPO$  ด้วยความสัมพันธ์แบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.) ได้หรือไม่  
จงอธิบาย

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากัน  
ทั้ง 3 คู่ด้วย จริงหรือไม่ จงอธิบาย

5.



จากรูป  $\triangle PIR$  และ  $\triangle TIN$  เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย

---



---



---

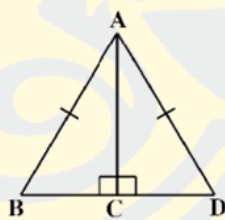


---



---

6.



จากรูป  $\triangle ABC$  และ  $\triangle ADC$  เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย

---



---



---



---



---

เฉลยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
2. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

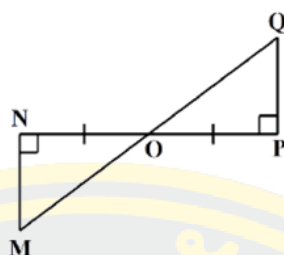
1. “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการเสมอ” จากข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ จงอธิบาย

..... ไม่จริง เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ คือรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 3 คู่และมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากัน 3 คู่ ซึ่งรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ไม่จำเป็นต้องมีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน เมื่อด้านคู่ที่สมนัยกันยาวไม่เท่ากัน ย่อมส่งผลให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น ไม่เท่ากันทุกประการด้วย

2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันทั้ง 2 คู่ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์แบบด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ด.) จริงหรือไม่ จงอธิบาย

..... จริง เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันทั้ง 2 คู่ คือรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมที่อยู่ระหว่างด้านที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากัน คือ มุมฉาก หรือ 90 องศา รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จึงเท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์กันแบบด้าน – มุม – ด้าน (ค.ม.ด.)

3.



จากรูป สรุปว่า  $\Delta MNO \cong \Delta QPO$  ด้วยความสัมพันธ์แบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.) ได้หรือไม่  
จงอธิบาย

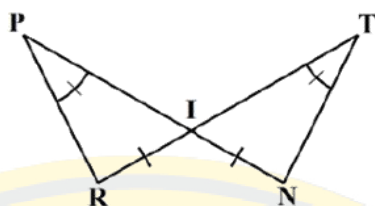
ได้ เนื่องจาก  $\widehat{MON} = \widehat{QOP}$  เพราะเป็นมุมตรงข้ามกัน จึงทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้  
มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน  $\Delta MNO$  และ  $\Delta QPO$   
จึงเท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์แบบมุม - ด้าน - มุม (ม.ด.ม.)

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 คู่ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากัน  
ทั้ง 3 คู่ด้วย จริงหรือไม่ จงอธิบาย

จริง เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันทั้ง 3 ด้าน จะมี  
ความสัมพันธ์กันแบบด้าน - ด้าน - ด้าน (ด.ด.ด.) ซึ่งทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ  
ซึ่งรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการจะมีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากัน 3 คู่และมุมคู่ที่สมนัยกัน  
มีขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จึงมีมุมคู่ที่สมนัยกันขนาดเท่ากันทั้ง 3 คู่ด้วย



5.



จากรูป  $\triangle PIR$  และ  $\triangle TIN$  เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย

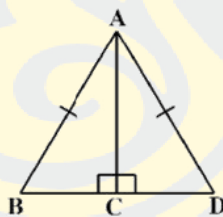
..... เท่ากันทุกประการ เนื่องจาก  $\widehat{PIR} = \widehat{TIN}$  เพราะเป็นมุมตรงข้ามกัน ทำให้  $\triangle PIR$  และ  $\triangle TIN$

มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากัน 1 คู่ ดังนั้น

$\triangle PIR$  และ  $\triangle TIN$  จึงมีความสัมพันธ์กันแบบมุม - มุม - ด้าน (ม.ม.ด.) ซึ่งทำให้  $\triangle PIR$  และ  $\triangle TIN$

เท่ากันทุกประการ

6.



จากรูป  $\triangle ABC$  และ  $\triangle ADC$  เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย

..... เท่ากันทุกประการ เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้มีมุมขนาดเท่ากัน คือ มุมฉาก

มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน คือ  $\overline{AC}$  และมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน คือ  $AB = AD$

จึงทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) ดังนั้น

$\triangle ABC$  และ  $\triangle ADC$  เท่ากันทุกประการ





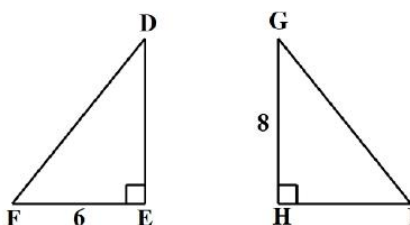




เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ  
คำชี้แจง

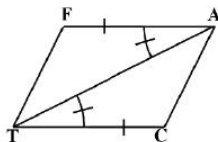
1. แบบทดสอบฉบับนี้ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
2. ให้นักเรียนแสดงผลประกอบการพิสูจน์หรือหาข้อสรุปในแต่ละข้อให้สมบูรณ์

1. กำหนดให้  $\triangle DEF \cong \triangle GHI$  มี  $\overline{FE}$  ยาว 6 หน่วยและ  $\overline{GH}$  ยาว 8 หน่วย ถ้า  $\triangle GHI$  มีความยาวรอบรูป 24 หน่วย จงหาความยาว  $\overline{GI}$



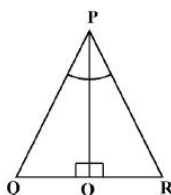
ข้อความ	เหตุผล
1. $\triangle DEF \cong \triangle GHI$	กำหนดให้
2. $FE = 6$ และ $GH = 8$	กำหนดให้
3. $FE = IH$	ด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน
4. $IH = 6$	จากข้อ 2 และข้อ 3 (สมบัติการเท่ากัน)
5. $IH + GH + GI = 24$	กำหนดให้ ( $\triangle GHI$ มีความยาวรอบรูป 24 หน่วย)
6. $6 + 8 + GI = 24$	จากข้อ 2, 4, 5 (สมบัติการเท่ากัน)
7. $GI = 24 - 6 - 8 = 10$ หน่วย	จากข้อ 6 (สมบัติการเท่ากัน)

2. กำหนดให้  $\square FACT$  มี  $\overline{AT}$  เป็นเส้นทแยงมุม,  $FA = CT$ ,  $\widehat{FAT} = \widehat{CTA}$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{ACT} = \widehat{TFA}$



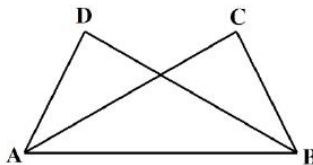
ข้อความ	เหตุผล
1. $FA = CT$	กำหนดให้
2. $\widehat{FAT} = \widehat{CTA}$	กำหนดให้
3. $AT = AT$	ด้านร่วม
4. $\triangle FAT \cong \triangle CTA$	จากข้อ 1 – 3 (ค.ม.ค.)
5. $\widehat{ACT} = 110^\circ$	กำหนดให้
6. $\widehat{ACT} = \widehat{TFA}$	มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน

3. กำหนดให้  $\widehat{QPO} = \widehat{RPO}$  และ  $\widehat{POQ} = \widehat{POR} = 90^\circ$  จงแสดงว่า  $PQR$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



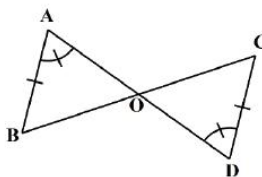
ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{QPO} = \widehat{RPO}$	กำหนดให้
2. $\widehat{POQ} = \widehat{POR} = 90^\circ$	กำหนดให้
3. $PO = PO$	ด้านร่วม
4. $\triangle PQO \cong \triangle PRO$	จากข้อ 1 – 3 (ม.ด.ม.)
5. $PQ = PR$	ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน
6. $PQR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	จากข้อ 5 (ด้านประกอบมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาวเท่ากัน)

4. กำหนดให้  $AD = BC$ ,  $BD = AC$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $AD = BC$	กำหนดให้
2. $BD = AC$	กำหนดให้
3. $AB = AB$	ด้านร่วม
4. $\triangle ADB \cong \triangle BCA$	จากข้อ 1 – 3 (ค.ค.ด.)
5. $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$	มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน

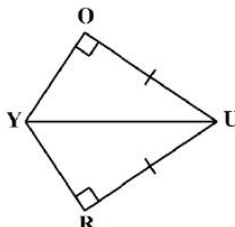
5. กำหนดให้  $\widehat{BAO} = \widehat{CDO}$  และ  $BA = CD$  จงพิสูจน์ว่าจุด O เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{BC}$  และ  $\overline{AD}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{BOA} = \widehat{COD}$	มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน
2. $\widehat{BAO} = \widehat{CDO}$	กำหนดให้
3. $BA = CD$	กำหนดให้
4. $\triangle OAB \cong \triangle ODC$	จากข้อ 1 – 3 (ม.ม.ด.)
5. $BO = OC$ และ $AO = OD$	ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน
6. จุด O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{BC}$ และ $\overline{AD}$	จากข้อ 5



6. กำหนดให้  $\widehat{Y\hat{O}U} = \widehat{Y\hat{R}U} = 90^\circ$  และ  $OU = UR$  ถ้า  $\widehat{O\hat{Y}U} = 56^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{Y\hat{U}R}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{Y\hat{O}U} = \widehat{Y\hat{R}U} = 90^\circ$	กำหนดให้
2. $OU = UR$	กำหนดให้
3. $YU = YU$	ด้านร่วม
4. $\triangle OUR \cong \triangle RUY$	จากข้อ 1 – 3 (จ.ด.ด.)
5. $\widehat{O\hat{Y}U} = 56^\circ$	กำหนดให้
6. $\widehat{O\hat{Y}U} + \widehat{Y\hat{U}O} + \widehat{Y\hat{O}U} = 180^\circ$	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น $180^\circ$
7. $56 + \widehat{Y\hat{U}O} + 90 = 180$	จากข้อ 1, 5, 6 (สมบัติการเท่ากัน)
8. $\widehat{Y\hat{U}O} = 34^\circ$	จากข้อ 7 (สมบัติการเท่ากัน)
9. $\widehat{Y\hat{U}O} = \widehat{Y\hat{U}R}$	มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน
10. $\widehat{Y\hat{U}R} = 34^\circ$	จากข้อ 8 และข้อ 9 (สมบัติการเท่ากัน)

### ภาคผนวก ค

- การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน มโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4
- คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4

**ตัวอย่าง แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1**  
**เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม**  
**(สำหรับผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ)**

- คำชี้แจง** 1. แบบประเมินนี้สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ในการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ขอให้ท่านผู้เชี่ยวชาญได้กรุณาแสดงความคิดเห็นของท่านที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องความคิดเห็น พร้อมเขียนข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ เพื่อนำไปพิจารณาปรับปรุงต่อไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้
- |   |         |   |
|---|---------|---|
| 5 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด  |
| 4 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก        |
| 3 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง    |
| 2 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย       |
| 1 | หมายถึง | แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด |

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
1. มาตรฐานการเรียนรู้						
2. ตัวชี้วัด						
3. จุดประสงค์การเรียนรู้						
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด						
5. สาระการเรียนรู้						
6. กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นนำ						
7. กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นการนำเสนอตัวอย่าง						
8. กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นตั้งสมมติฐาน						
9. กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นตรวจสอบและสรุป						
10. กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นการนำไปใช้						
11. สื่อการเรียนรู้						
12. การวัดและประเมินผล						

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้เชี่ยวชาญ

ตารางที่ 19 ค่าประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมนิทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แผนการจัดการเรียนรู้	$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
1. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	4.73	0.30	มากที่สุด
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ด.ม.ด.)	4.83	0.25	มากที่สุด
3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ด.ม.)	4.80	0.33	มากที่สุด
4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.)	4.85	0.27	มากที่สุด
5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – มุม – ด้าน (ม.ม.ด.)	4.77	0.33	มากที่สุด
6. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก – ด้าน – ด้าน (ฉ.ด.ด.)	4.78	0.29	มากที่สุด
เฉลี่ย	4.79	0.30	มากที่สุด

จากการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมนิทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ พบว่ามีค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการจัดการเรียนรู้เฉลี่ยเท่ากับ 4.79 อยู่ในระดับความเหมาะสมมากที่สุด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.30

ตารางที่ 20 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด การเรียนรู้	ระดับประเมินจาก					$\bar{X}$	S	ระดับความ เหมาะสม
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0.00	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	5	4	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0.00	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
6.1 ขั้นนำ	4	5	5	5	4	4.6	0.55	มากที่สุด
6.2 ขั้นการนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	5	4	4.4	0.55	มาก
6.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	4	5	4	5	4	4.4	0.55	มาก
6.4 ขั้นตรวจสอบและสรุป	4	4	4	5	5	4.4	0.55	มาก
6.5 ขั้นการนำไปใช้	4	4	5	4	5	4.4	0.55	มาก
7. สื่อการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0.00	มากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	5	5	0.00	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.73	0.30	มากที่สุด

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.73$ ) และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.30

ตารางที่ 21 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ด.ม.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวทางการจัดการเรียนรู้	ระดับประเมินจาก					$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
6.1 ขั้นนำ	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6.2 ขั้นการนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	5	4	4.4	0.55	มาก
6.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	5	4	5	5	4	4.6	0.55	มากที่สุด
6.4 ขั้นตรวจสอบและสรุป	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6.5 ขั้นการนำไปใช้	4	5	4	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
7. สื่อการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.83	0.25	มากที่สุด

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.83$ ) และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.25

ตารางที่ 22 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม (ม.ค.ม.) จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด การเรียนรู้	ระดับประเมินจาก					$\bar{X}$	S	ระดับความ เหมาะสม
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
6.1 ขั้่นนำ	5	4	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6.2 ขั้่นการนำเสนอตัวอย่าง	4	5	5	5	4	4.6	0.55	มากที่สุด
6.3 ขั้่นตั้งสมมติฐาน	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
6.4 ขั้่นตรวจสอบและสรุป	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6.5 ขั้่นการนำไปใช้	4	5	4	5	4	4.4	0.55	มาก
7. สื่อการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.78	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.78$ ) และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.33



ตารางที่ 23 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน (ด.ด.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด การเรียนรู้	ระดับประเมินจาก					$\bar{X}$	S	ระดับความ เหมาะสม
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.8	0.45	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
6.1 ขั้่นนำ	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6.2 ขั้่นการนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	5	4	4.4	0.55	มาก
6.3 ขั้่นตั้งสมมติฐาน	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6.4 ขั้่นตรวจสอบและสรุป	5	5	5	5	4	4.8	0.45	มากที่สุด
6.5 ขั้่นการนำไปใช้	5	5	5	4	5	4.8	0.45	มากที่สุด
7. สื่อการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.85	0.27	มากที่สุด

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.85$ ) และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.27

ตารางที่ 24 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม – ด้าน (ม.ม.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด การเรียนรู้	ระดับประเมินจาก					$\bar{X}$	S	ระดับความ เหมาะสม
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.8	0.45	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	4	5	4	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
6.1 ขั้นนำ	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6.2 ขั้นการนำเสนอตัวอย่าง	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	4	4	5	4	5	4.4	0.55	มาก
6.4 ขั้นตรวจสอบและสรุป	4	4	5	5	4	4.4	0.55	มาก
6.5 ขั้นการนำไปใช้	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
7. สื่อการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.77	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.77$ ) และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.33

ตารางที่ 25 ตารางที่ 26 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก- ด้าน - ด้าน (จ.ด.ด.) จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมินแนวการจัด การเรียนรู้	ระดับประเมินจาก					$\bar{X}$	S	ระดับความ เหมาะสม
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	4	5	5	4	4	4.4	0.55	มาก
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
6.1 ขั้่นนำ	5	5	5	4	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6.2 ขั้่นการนำเสนอตัวอย่าง	4	4	5	5	4	4.4	0.55	มาก
6.3 ขั้่นตั้งสมมติฐาน	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6.4 ขั้่นตรวจสอบและสรุป	4	4	5	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
6.5 ขั้่นการนำไปใช้	5	5	4	5	4	4.6	0.55	มากที่สุด
7. สื่อการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	5	5.0	0.00	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.78	0.29	มากที่สุด

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่า โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.78$ ) และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.29

ตารางที่ 27 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\Sigma R$	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
11	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ 28 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.55	0.17	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
2	0.63	0.65	ใช้ได้	คัดเลือก
3	0.55	0.30	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.58	0.57	ใช้ได้	คัดเลือก
5	0.72	0.43	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
6	0.55	0.63	ใช้ได้	คัดเลือก
7	0.55	0.43	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.45	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.65	0.57	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.82	0.17	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
11	0.33	0.13	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
12	0.45	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก

ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.72

คัดเลือกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยข้อสอบที่คัดเลือกได้ตามเกณฑ์มี 9 ข้อ ค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.45 – 0.72 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.3 – 0.65 โดยคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 6 ข้อเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.45 – 0.65 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.37 – 0.65 ได้แก่ข้อ 2, 4, 6, 7, 9 และ 12 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ต่อไป และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้โปรแกรม SPSS แสดงดังภาพที่ 13

### Scale: ALL VARIABLES

#### Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	45	100.0
	Excluded <sup>a</sup>	0	.0
	Total	45	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

#### Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.722	6

ภาพที่ 13 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้โปรแกรม SPSS

ตารางที่ 29 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\Sigma R$	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	0	+1	+1	+1	+1	4	0.8
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ 30 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.72	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.88	0.25	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.78	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
4	0.62	0.50	ใช้ได้	คัดเลือก
5	0.63	0.47	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.72	0.37	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
7	0.62	0.57	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
8	0.60	0.60	ใช้ได้	คัดเลือก
9	0.53	0.65	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.68	0.17	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
11	0.67	0.47	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
12	0.55	0.60	ใช้ได้	คัดเลือก

ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.78

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยข้อสอบที่คัดเลือกได้ตามเกณฑ์มี 10 ข้อ ค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.53 – 0.78 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.37 – 0.65 โดยคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 6 ข้อ เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.53 - 0.72 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.37 – 0.65 ได้แก่ ข้อ 1, 4, 5, 8, 9 และ 12 ที่ครอบคลุมจุดประสงค์ไปใช้ต่อไป และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.78



การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้โปรแกรม SPSS แสดงดังภาพที่ 14

#### Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	45	100.0
	Excluded <sup>a</sup>	0	.0
	Total	45	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

#### Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.779	6

ภาพที่ 14 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้โปรแกรม SPSS

ตารางที่ 31 คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
1	17
2	11
3	10
4	9
5	13
6	9
7	13
8	17
9	15
10	14
11	13
12	13
13	9
14	17
15	10
16	10
17	15
18	17
19	17
20	15
21	11
22	11
23	17
24	17

ตารางที่ 24 (ต่อ)

คนที่	คะแนนโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
25	17
26	17
27	16
28	10
29	15
30	13
31	16
32	16
33	16
34	15
35	13
36	15
37	16
38	16
39	11
40	12
41	14
42	15
43	16
44	14
45	12
<b>คะแนนเฉลี่ย</b>	<b>13.89</b>
<b>ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน</b>	<b>2.63</b>

ตารางที่ 32 คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
1	17
2	11
3	13
4	11
5	14
6	10
7	12
8	16
9	14
10	14
11	15
12	11
13	12
14	17
15	13
16	11
17	13
18	16
19	15
20	14
21	13
22	10
23	15
24	15

ตารางที่ 25 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
25	16
26	17
27	16
28	9
29	15
30	14
31	16
32	17
33	16
34	15
35	15
36	14
37	16
38	16
39	12
40	9
41	14
42	13
43	15
44	14
45	10
<b>คะแนนเฉลี่ย</b>	<b>13.80</b>
<b>ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน</b>	<b>2.26</b>



ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

ผลการวิเคราะห์ห้มนวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample แสดงดังภาพที่ 15

**One-Sample Statistics**

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	45	13.8889	2.63044	.39212

**One-Sample Test**

	Test Value = 12.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	3.287	44	.002	1.28889	.4986	2.0792

ภาพที่ 15 ผลการวิเคราะห์ห้มนวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample แสดงดังภาพที่ 16

**One-Sample Statistics**

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	45	13.8000	2.26234	.33725

**One-Sample Test**

	Test Value = 12.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	3.558	44	.001	1.20000	.5203	1.8797

ภาพที่ 16 ผลการวิเคราะห์ห้มนวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

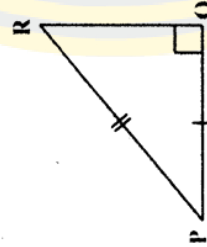
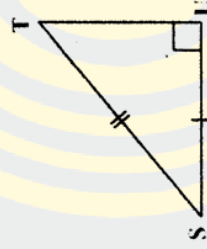
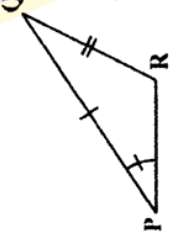
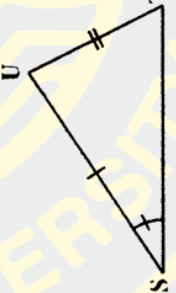


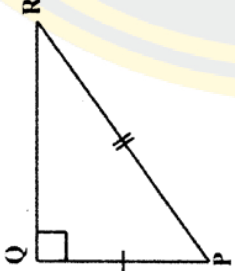



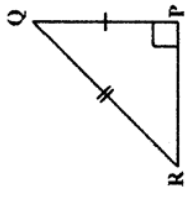
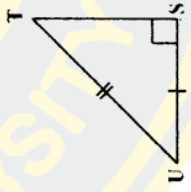
ภาคผนวก จ

ตัวอย่างใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียน



ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ด.ด.ด.)  
 คำชี้แจง กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่ และด้านที่ยาว เท่ากัน 2 คู่ จงสำรวจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปดังกล่าวเท่ากัน  
 ทุกประการหรือไม่ โดยใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวของด้านที่เท่ากัน แล้วเขียนความสัมพันธ์ของด้านที่เหลือ จากนั้น ✓ ในตารางทางขวามือ

ข้อ	$\Delta PQR$	$\Delta SUT$	ความสัมพันธ์ของ $\Delta PQR$ กับ $\Delta SUT$	$\Delta PQR$ และ $\Delta SUT$	
				เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
1			$\hat{R}\hat{Q}\hat{P} = \hat{T}\hat{U}\hat{S}$ $QP = US$ $PR = ST$ แล้ว $RQ \cong TU$	เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
2			$\hat{R}\hat{P}\hat{Q} = \hat{T}\hat{S}\hat{U}$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แล้ว $RP \not\cong TS$	เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ

ข้อ	$\Delta PQR$	$\Delta SUT$	ความสัมพันธ์ของ $\Delta PQR$ กับ $\Delta SUT$	$\Delta PQR$ และ $\Delta SUT$	
				เท่ากันทุกประการ	ไม่เท่ากันทุกประการ
3			$R\hat{Q}P = T\hat{U}S$ $QP = US$ $PR = ST$ แต่ $RQ \neq TU$	✓	ไม่เท่ากันทุกประการ
4			$R\hat{P}Q = T\hat{S}U$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แต่ $RP \neq TS$	✓	ไม่เท่ากันทุกประการ
5			$R\hat{P}Q = T\hat{S}U$ $PQ = SU$ $QR = UT$ แต่ $RP \neq TS$	✓	ไม่เท่ากันทุกประการ

ให้นักเรียนนำข้อมูลจากตารางข้างต้น ตอบคำถามต่อไปนี้ โดยเขียน ✓ ในช่องสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้

- 1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปทุกข้อมีมุมขนาดเท่ากันอย่างน้อย 1 คู่  จริง  ไม่จริง
- 2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปทุกข้อมีด้านยาวเท่ากันอย่างน้อย 2 คู่  จริง  ไม่จริง
- 3. ความยาวด้านที่เหลือของรูปสามเหลี่ยมสองรูปยาวเท่ากันทุกข้อ  จริง  ไม่จริง
- 4. ถ้าด้านที่ได้จากการวัดยาวเท่ากันแล้ว  $\Delta PQR \cong \Delta SUT$   จริง  ไม่จริง
- 5. ข้อที่โจทย์กำหนดมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นมุมฉาก จะได้  $\Delta PQR \cong \Delta SUT$   จริง  ไม่จริง
- 6. ข้อที่โจทย์กำหนดมุมที่มีขนาดเท่ากันไม่เป็นมุมฉาก จะได้  $\Delta PQR \cong \Delta SUT$   จริง  ไม่จริง

หากเรียกรูปสามเหลี่ยมสองรูปในข้อ 1, 3, 5 ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ร.ค.ค.) นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์นี้เป็นอย่างไร เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมฉาก และด้านยาวเท่ากัน 2 คู่

นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ร.ค.ค.) เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการหรือไม่ เท่ากันทุกประการ

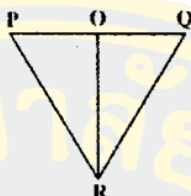
ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนแนวคิดที่ได้จากการอภิปรายกับเพื่อนคู่คิด รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวเท่ากันทุกประการ และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และเท่ากันทุกประการ แบบฉาก-ด้าน-ด้าน

สรุปได้ว่าถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ร.ค.ค.) กล่าวคือ รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีด้านอีกคู่ยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ด.ด.)

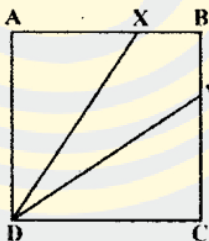
คำชี้แจง: ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

2.1 กำหนดให้  $\triangle PQR$  มี  $PR = QR$  และ  $\overline{RO} \perp \overline{PQ}$  ที่จุด  $O$  จงพิสูจน์ว่า  $\angle PRO = \angle QRO$



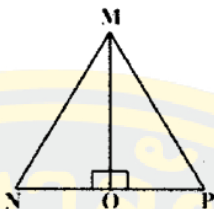
ข้อความ	เหตุผล
1. $\angle POR = \angle QOR = 90^\circ$	$\overline{RO} \perp \overline{PQ}$
2. $OR = OR$	ด้านร่วม
3. $PR = QR$	กำหนดให้
4. $\triangle POR \cong \triangle QOR$	จากข้อ 1-3 (ฉ.ด.ด.)
5. $\angle PRO = \angle QRO$	จากข้อ 4

2.2 กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มี  $DX = DY$  จงพิสูจน์ว่า  $AX = YC$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\angle DAX = \angle DCY = 90^\circ$	มุมภายใน $\square$ จตุรัส เป็นมุมฉาก
2. $AD = CD$	$\square$ จตุรัส ด้านยาวเท่ากัน
3. $DX = DY$	กำหนดให้
4. $\triangle DAX \cong \triangle DCY$	จากข้อ 1-3 (ฉ.ด.ด.)
5. $AX = YC$	จากข้อ 4
6.	

2.3 กำหนดให้  $\overline{MO} \perp \overline{NP}$  ที่จุด  $O$  ถ้า  $OM = 15$  หน่วย และ  $MN = MP = 17$  หน่วย จงหาความยาวของ  $\overline{NP}$



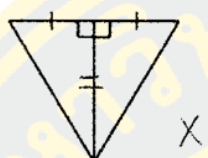
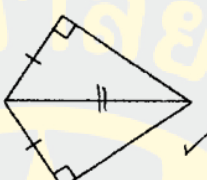

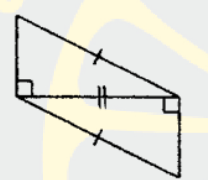
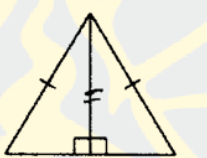
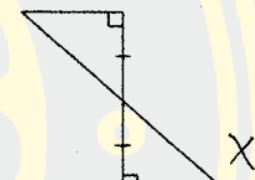

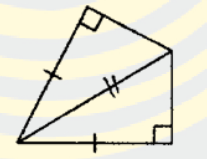
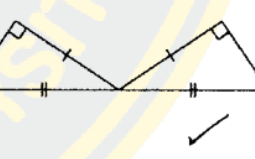
ข้อความ	เหตุผล
1. $\angle NOC = \angle POM = 90^\circ$	$\overline{MO} \perp \overline{NP}$
2. $OM = OM = 15$	ด้านร่วม หรือ ใช้ทฤษฎีบทมุมใน
3. $MN = MP = 17$	ด้านร่วม
4. $\triangle NOM \cong \triangle POM$	จากข้อ 1-3 (ร.ด.ด.)
5. $NO = PO$	จากข้อ 4
6. $MN^2 = NO^2 + OM^2$	พีทาโกรัส
7. $17^2 = NO^2 + 15^2$	จากข้อ 2, 3 (แทนค่า)
8. $NO = 8$	จากข้อ 7
9. $PO = 8$	จากข้อ 5, 8
10. $NP = NO + OP$	ทฤษฎีบท
11. $NP = 8 + 8 = 16$	จากข้อ 8, 9, 10 (แทนค่า)

ตอบ  $\overline{NP}$  ยาว... 16... หน่วย

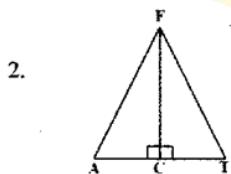
แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ค.ค.)

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดมีความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ค.ค.)

1		2		3	
4		5		6	
7		8		9	

จากตารางข้างต้น รูปสามเหลี่ยมข้อ..... 2, 4, 5, 8, 9 ..... มีความสัมพันธ์กันแบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ค.ค.)

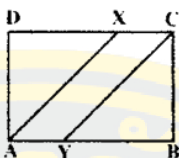


จากรูป ถ้า  $\triangle AFT$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีจุด F เป็นจุดยอด จะทำให้  $\triangle CFA \cong \triangle CFT$  ด้วยความสัมพันธ์แบบฉาก - ด้าน - ด้าน (ฉ.ค.ค.) จริงหรือไม่ จงอธิบาย

จริง เพราะ  $\triangle CFA$  และ  $\triangle CFT$  เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี  $\hat{A}CF = \hat{T}CF = 90^\circ$  (ฉ.)  
 มีด้านร่วมกัน คือ CF (ฉ.) และเนื่องจาก  $\triangle AFT$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว ทำให้  $AF = FT$  (ฉ.)  
 ดังนั้น  $\triangle CFA \cong \triangle CFT$  ด้วยความสัมพันธ์แบบ ฉ.ค.ค.

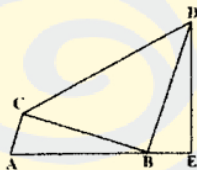
3. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

3.1 กำหนดให้  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มี  $AX = CY$  จงพิสูจน์ว่า  $\widehat{DAX} = \widehat{BCY}$  และ  $DX = BY$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{ADX} = \widehat{YBC} = 90^\circ$	มุมฉาก $\square$ สี่เหลี่ยมผืนผ้า
2. $DA = CB$	$\square$ สี่เหลี่ยมผืนผ้า ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน
3. $AY = CY$	ด้านตกไข่
4. $\triangle ADX \cong \triangle YBC$	จากข้อ 1-3 (ก.ด.ด.)
5. $\widehat{DAX} = \widehat{BCY}$	จากข้อ 4
6. $DX = BY$	"

3.2 กำหนดให้  $\widehat{ACB} = \widehat{BED} = 90^\circ$ ,  $BC = DE$  และ  $AB = BD$  จงแสดงว่า  $\triangle DBC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{ACB} = \widehat{BED} = 90^\circ$	ด้านตกไข่
2. $BC = DE$	"
3. $AB = BD$	"
4. $\triangle ACB \cong \triangle BED$	จากข้อ 1-3 (ก.ด.ด.)
5. $\widehat{CAB} = \widehat{EDB}$	จากข้อ 4
6. $\widehat{CBA} = \widehat{EDB}$	"
7. $\widehat{CAB} + \widehat{CBA} = 90^\circ$	มุม C เป็นมุมฉาก $\widehat{C}$ มุมภายในของ $\triangle$ เป็น $180^\circ$
8. $\widehat{EBD} + \widehat{CBA} = 90^\circ$	จากข้อ 6, 7 (แทนค่า)
9. $\widehat{EBD} + \widehat{CBD} + \widehat{CBA} = 180^\circ$	มุมตกไข่
10. $\widehat{CBD} = 90^\circ$	จากข้อ 8, 9 (แทนค่า)
11. $\triangle DBC$ เป็น $\triangle$ มุมฉาก	จากข้อ 10