

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง เรื่องความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นกรอบและแนวทางในการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. หลักสูตรการเรียนการสอนความน่าจะเป็น
2. การจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบซิปปา
 - 2.1 ที่มาและหลักการจัดการเรียนการสอน โดยรูปแบบซิปปา
 - 2.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยรูปแบบซิปปา
 - 2.3 บทบาทของครูและผู้เรียนในการจัดการเรียนการสอน โดยใช้รูปแบบซิปปา
 - 2.4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอน โดยใช้รูปแบบซิปปา
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 รูปแบบของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) กับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 3.7 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
4. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
 - 4.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
 - 4.2 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
 - 4.3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

1. หลักสูตรการเรียนการสอนความน่าจะเป็น

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็นไว้ในหัวข้อการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น นั่นคือการกำหนดประเด็น การเขียน ข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์การแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน และหัวข้อทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นั่นคือการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 57)

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คือเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ และใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 61)

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด คือ

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด ค 5.2 ม.3/1 หากความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัว มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กันและใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ในการคาดการณ์ ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจ
ในสถานการณ์ต่างๆ

สาระที่ 5 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ
ความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และ
เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.1-3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ
ความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.1-3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

2. การจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบชิปปา

2.1 ที่มาและหลักการจัดการเรียนการสอนโดยรูปแบบชิปปา

ทิสนา เขมมณี (2543, หน้า 17) รองศาสตราจารย์ ประจำคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัยได้พัฒนารูปแบบนี้ขึ้นจากประสบการณ์ที่ได้ใช้แนวคิดทางการศึกษาต่าง ๆ ในการ
สอนมาเป็นเวลาประมาณ 30 ปี และพบว่าแนวคิดจำนวนหนึ่งสามารถใช้ได้ผลดีตลอดมา แนวคิด
เหล่านั้นเมื่อนำมาประสานกัน ทำให้เกิดเป็นแบบแผนขึ้น แนวคิดดังกล่าว ได้แก่ (1) แนวคิดการ
สร้างความรู้ (2) แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการกลุ่มและการเรียนรู้แบบร่วมมือ (3) แนวคิดเกี่ยวกับ
ความร่วมมือในการเรียนรู้ (4) แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้กระบวนการ และ (5) แนวคิดเกี่ยวกับการ
ถ่ายโอนการเรียนรู้

แนวคิดเหล่านี้ในการจัดการเรียนการสอน โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะที่ให้
ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Construction of Knowledge) ซึ่งนอกจากผู้เรียนจะต้องเรียน
ด้วยตนเองและพึ่งพาตนเองแล้ว ยังต้องพึ่งการปฏิสัมพันธ์ (Interaction) กับเพื่อนบุคคลอื่น ๆ และ
สิ่งแวดล้อมรอบตัว รวมทั้งต้องอาศัยทักษะกระบวนการ (Process Skills) ต่างๆ จำนวนมากเป็น
เครื่องมือในการสร้างความรู้ นอกจากนี้การเรียนรู้จะเป็นไปอย่างต่อเนื่องได้ดี หากผู้เรียนอยู่ใน
สภาพที่มีความพร้อมในการรับรู้ และเรียนรู้ มีประสาทการรับรู้ที่ตื่นตัว ไม่เฉื่อยชา ซึ่งสิ่งที่สามารถ
ทำให้ผู้เรียนอยู่ในสภาพดังกล่าวได้ก็คือ การให้ผู้เรียนมีการเคลื่อนไหวทางกาย (Physic
Participation) อย่างเหมาะสม กิจกรรมที่มีลักษณะดังกล่าวจะช่วยผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี เป็นการ
เรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง และความรู้ความเข้าใจ จะมีความลึกซึ้งและอยู่คงทนมากขึ้น

หากผู้เรียนมีโอกาสนำความรู้ที่ไปประยุกต์ใช้ (Application) ในสถานการณ์ที่หลากหลาย ด้วยแนวคิดดังกล่าว จึงเกิดแบบแผน "CIPPA" ขึ้น

C มาจากคำว่า Construct ซึ่งหมายถึง การสร้างความรู้ตามแนวคิดของ Constructivism กล่าวคือ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเป็นกิจกรรมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ด้วยตนเองซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อตนเอง

I มาจากคำว่า Interaction ซึ่งหมายถึง การปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดี จะต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับบุคคล และแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางสังคม

P มาจากคำว่า Physical Participation ซึ่งหมายถึง การให้ผู้เรียนมีโอกาสได้เคลื่อนไหวร่างกาย โดยการทำกิจกรรมในลักษณะต่าง ๆ ซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมทางกาย

P มาจากคำว่า Process Learning ซึ่งหมายถึง การเรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการต่าง ๆ ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต เช่น กระบวนการแสวงหาความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการกลุ่ม กระบวนการพัฒนาตนเอง เป็นต้น

A มาจากคำว่า Application หมายถึง การนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้รับประโยชน์จากการเรียนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมขึ้นเรื่อย ๆ

2.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยรูปแบบชิปปา

ทิสนา แคมมณี (2553, หน้า 282 - 284) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ว่าเป็นการจัดการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่งที่มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เกิดความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนอย่างแท้จริง โดยการให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยอาศัยความร่วมมือจากกลุ่ม นอกจากนั้นยังช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ จำนวนมาก อาทิ กระบวนการคิด กระบวนการกลุ่ม กระบวนการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม และกระบวนการแสวงหาความรู้ เป็นต้น ซึ่งการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) อาจจัดเป็นแผนได้หลายรูปแบบ และรูปแบบหนึ่งที่ได้มีกรนำไปทดลองใช้แล้วได้ผลดี ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินการ 7 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม ขั้นนี้เป็นการดึงความรู้เดิมของผู้เรียนในเรื่องที่จะเรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของตน ซึ่งผู้สอนอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย

ขั้นที่ 2 การแสวงหาความรู้ใหม่ ขั้นนี้เป็นการแสวงหาข้อมูลใหม่ของผู้เรียนจาก แหล่งข้อมูลหรือแหล่งความรู้ต่าง ๆ ซึ่งครูอาจจัดเตรียมมาให้ผู้เรียนหรือให้คำแนะนำเกี่ยวกับ แหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนไปแสวงหาก็คได้

ขั้นที่ 3 การศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ ความรู้ใหม่ และการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับ ความรู้เดิม ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจกับข้อมูล/ ความรู้ที่หามาได้ ผู้เรียน จะต้องสร้างความหมายของข้อมูล/ ประสบการณ์ใหม่ ๆ โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ด้วยตนเอง เช่น ใช้กระบวนการคิด และกระบวนการกลุ่มในการอภิปรายและสรุปความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการเชื่อมโยงกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 4 การแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจกับกลุ่ม ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนอาศัยกลุ่มเป็น เครื่องมือในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน รวมทั้งขยายความรู้ความเข้าใจของตนให้ กว้างขึ้นซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียน ได้แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนเองแก่ผู้อื่น และได้รับประโยชน์ จากความรู้ ความเข้าใจของผู้อื่น ไปพร้อม ๆ กัน

ขั้นที่ 5 การสรุปและจัดระเบียบความรู้ ขั้นนี้เป็นขั้นของการสรุปความรู้ที่ได้รับทั้งหมด ทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งที่เรียนให้เป็นระบบระเบียบเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่ เรียนรู้ได้ง่าย

ขั้นที่ 6 การปฏิบัติ และ/ หรือการแสดงผลงาน หากข้อความรู้ที่ได้เรียนรู้มาไม่มีการ ปฏิบัติ ขั้นนี้จะช่วยช่วยให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนเองให้ผู้อื่น รับรู้ เป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้ต่อยอดหรือตรวจสอบความเข้าใจของตนและช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียน ใช้ความคิดสร้างสรรค์แต่หากต้องมีการปฏิบัติตามข้อความรู้ที่ได้ ขั้นนี้จะช่วยปฏิบัติ และมี ความแสดงผลงานที่ได้ปฏิบัติด้วย

ขั้นที่ 7 การประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นนี้เป็นขั้นของการส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้ฝึกฝนการนำ ความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลายเพื่อเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้น ๆ

ขั้นตอนตั้งแต่ขั้นที่ 1-6 เป็นกระบวนการของการสร้างความรู้ (Construction of Knowledge) ซึ่งครูสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน (Interaction) และฝึกฝนทักษะกระบวนการต่างๆ (Process Learning) อย่างต่อเนื่อง เนื่องจาก ขั้นตอนแต่ละขั้นตอนช่วยให้ผู้เรียน ได้ทำกิจกรรมหลากหลายที่มีลักษณะให้ผู้เรียน ได้มีการ เคลื่อนไหวทางกาย ทางสติปัญญา ทางอารมณ์ และทางสังคม อย่างเหมาะสมอันช่วยให้ผู้เรียน ตื่นตัว (Active) สามารถรับรู้และเรียนรู้ได้อย่างดี จึงกล่าวได้ว่าขั้นตอนทั้ง 6 มีคุณสมบัติตาม

หลักการ CIPP ส่วนขั้นที่ 7 เป็นขั้นตอนที่ช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้ (Application) จึงทำให้รูปแบบนี้มีคุณสมบัติครบตามหลัก CIPPA

2.3 บทบาทของครูและผู้เรียนในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบชิปปา

ทิสนา แคมมณี (2542, หน้า 13-16) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนการสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ไม่ว่าจะใช้แนวคิดใด จะประสบผลสำเร็จไม่ได้ หากครูและผู้เรียนไม่เปลี่ยนบทบาทของตน ซึ่งบทบาทของครูและผู้เรียนตามแนวการจัดการเรียนการสอนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) มีดังนี้

บทบาทของครู

1. ด้านการเตรียมการ ประกอบด้วย

1.1 การเตรียมตนเอง ครูจะต้องเตรียมตนเองให้พร้อมสำหรับบทบาทของผู้เป็นแหล่งเรียนรู้ (Resource Person) ซึ่งจะต้องให้คำอธิบาย คำแนะนำ คำปรึกษา ให้ข้อมูลความรู้ที่ชัดเจนแก่ผู้เรียน รวมทั้งแนะนำแหล่งเรียนรู้ให้ผู้เรียน ไปศึกษาค้นคว้าหาข้อมูล

1.2 การเตรียมแหล่งข้อมูล ครูจะต้องเตรียมแหล่งข้อมูลความรู้แก่ผู้เรียนทั้งในรูปแบบของสื่อการเรียน ใบความรู้และวัสดุ อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่จะใช้ประกอบกิจกรรมในห้องเรียนหรือศูนย์การเรียนรู้ด้วยตนเอง ที่มีข้อมูลความรู้ที่ผู้เรียนสามารถเลือกศึกษาค้นคว้าตามต้องการ

1.3 การเตรียมกิจกรรมการเรียน ครูต้องวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด ครูจะต้องวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ได้สาระสำคัญและเนื้อหาข้อความรู้ อันจะนำไปสู่การออกแบบกิจกรรมการเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางโดยบทบาท ของครูในส่วนนี้จะทำหน้าที่คล้ายผู้จัดการ กำหนดบทบาทการเรียนรู้และเป็นผู้กำหนดบทบาทให้ผู้เรียนทุกคน ได้มีส่วนร่วมทำกิจกรรมแบ่งกลุ่มหรือจับคู่

1.4 การเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ เมื่อออกแบบหรือกำหนดกิจกรรมการเรียนแล้วครูจะพิจารณาและกำหนดว่าจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ใด เพื่อให้กิจกรรมการเรียนดังกล่าวบรรลุผล

1.5 การเตรียมการวัดผลและประเมินผล บทบาทในด้านการเตรียมการอีกประการหนึ่ง คือ การเตรียมการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น โดยการวัดให้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้และวัดให้ครอบคลุมทั้งในส่วนของกระบวนการ (Process) และผลงาน(Product) ที่เกิดขึ้นทั้งด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) จิตพิสัย (Affective Domain) และทักษะพิสัย (Psychomotor Domain) โดยเตรียมวิธีการวัดเครื่องมือวัดให้พร้อมก่อนทุกครั้ง

2. ด้านดำเนินการ เป็นบทบาทขณะผู้เรียนดำเนินกิจกรรมการสอนประกอบด้วย

2.1 การเป็นผู้ช่วยเหลือให้คำแนะนำปรึกษา (Helper and Advisor) คอยให้คำตอบเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ เช่น ให้ข้อมูลหรือความรู้ในเวลาผู้เรียนต้องการเพื่อให้การเรียนรู้นั้นมีประสิทธิภาพ

2.2 การเป็นผู้สนับสนุนและเสริมแรง (Supporter and Encourage) ช่วยสนับสนุนกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจเข้าร่วมกิจกรรม

2.3 การเป็นผู้ร่วมกิจกรรม (Active Participation) โดยเข้าร่วมกิจกรรมในกลุ่มผู้เรียน พร้อมทั้งให้ความคิดและความเห็นหรือช่วยเชื่อมโยงประสบการณ์ส่วนตัวของผู้เรียนขณะทำกิจกรรม

2.4 การเป็นผู้ติดตามตรวจสอบ (Monitor) ตรวจสอบผลการทำงานตามกิจกรรมของผู้เรียน เพื่อให้ถูกต้องชัดเจนและสมบูรณ์ก่อนให้ผู้เรียนสรุปเป็นข้อความที่ได้จากการเรียนรู้

2.5 การเป็นผู้สร้างเสริมบรรยากาศที่อบอุ่นเป็นมิตร โดยการสนับสนุนเสริมแรงและกระตุ้นให้ผู้เรียน ได้เข้าร่วมทำงานกลุ่ม แสดงความคิดเห็นอย่างเปิดเผยเป็นที่ยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อภิปรายโต้แย้งแสดงความคิดเห็นด้วยท่วงทีนุ่มนวล ให้เกียรติและเป็นมิตร โดยมีจุดหมายเพื่อให้เป้าหมายของกลุ่มบรรลุความสำเร็จ

3. ด้านการประเมิน เป็นบทบาทที่ครูผู้สอนต้องดำเนินการเพื่อตรวจสอบว่าสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ ทั้งนี้ครูควรเตรียมเครื่องมือและวิธีการให้พร้อมก่อนถึงขั้นตอนการวัดและการประเมินผลทุกครั้ง และการวัดควรให้ครอบคลุมทุกด้าน โดยเน้นการวัดจากสภาพจริง (Authentic) จากการปฏิบัติ (Performance) และจากแฟ้มสะสมผลงาน (Portfolio) ซึ่งในการวัดและประเมินผลนั้นนอกจากครูจะเป็นผู้วัดและประเมินผลเองแล้ว ผู้เรียนและสมาชิกของแต่ละกลุ่มควรจะมีบทบาทร่วมวัดและประเมินตนเองและกลุ่มด้วย

บทบาทของผู้เรียน

เมื่อครูปรับเปลี่ยนกิจกรรมการเรียนรู้และพฤติกรรมการสอนของตนแล้วผู้เรียนก็ต้องปรับเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ของตนด้วย การเรียนการสอนจึงจะบรรลุวัตถุประสงค์ โดยทั่วไปแล้วผู้เรียนจะมีบทบาทสำคัญ ๆ ดังนี้

1. ทบทวนความรู้เดิม และมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริง ความคิดเห็นหรือประสบการณ์ต่าง ๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย

2. ศึกษาหรือลงมือทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อทำความเข้าใจ ใช้ความคิดในการกลั่นกรอง แยกแยะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูล และสร้างความหมายให้แก่ตนเอง

3. สรุปและจัดระเบียบความรู้ที่ได้สรรสร้างขึ้น เพื่อช่วยให้การเรียนรู้เกิดความคงทน และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้สะดวก

4. นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อชีวิต การประยุกต์ให้ช่วยต่อยอดความเข้าใจ และสร้างความมั่นใจให้กับผู้เรียน และยังช่วยให้เกิดการเรียนรู้อื่น ๆ เพิ่มเติมอีกด้วย

ในการดำเนินบทบาททั้งสี่นั้น ผู้เรียนต้องแสดงพฤติกรรมที่จำเป็นในการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่นดังนี้

1. เข้าร่วมกิจกรรมอย่างกระตือรือร้น
2. ให้ความร่วมมือและรับผิดชอบในการทำกิจกรรมต่างๆ เช่น แสวงหาความรู้การศึกษา ข้อมูลและการสรุป เป็นต้น
3. รับฟัง พิจารณาและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น
4. ใช้ความคิดอย่างเต็มที่ ปฏิสัมพันธ์ ได้ตอบ คัดค้าน สนับสนุน แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและความรู้สึกของตนกับผู้อื่น
5. แสดงความสามารถของตนและยอมรับความสามารถของผู้อื่น
6. ตัดสินใจและแก้ปัญหาต่าง ๆ
7. เรียนรู้จากกลุ่ม และช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้

จากการศึกษาแนวคิดและหลักการจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา ตามแนวคิดของทิสนา เขมมณี ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 7 ขั้น คือการทบทวนความรู้เดิม การแสวงหาความรู้ใหม่ การศึกษาทำความเข้าใจข้อมูล/ความรู้ใหม่และเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม การแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในกลุ่ม การสรุป และจัดระเบียบความรู้ การปฏิบัติและ/หรือการแสดงผลงาน และการประยุกต์ใช้ความรู้ มาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบซิปปา เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง

2.4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบซิปปา

วัชรินทร์ ศรีเนตร, สุภาพร หอมมาลา, อากรพันธ์ ว่องไว, อัมไพ ชองศิริ และเนตรนภา หนูเนื้อ (2549, หน้า 81) ได้จัดศึกษาและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางเรียนคณิตศาสตร์ ความคงทนทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการสอนแบบ CIPPA MODEL กับกิจกรรมการสอนของโพลยา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการสอนแบบซิปปา กับกิจกรรมการสอนของโพลยา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนทางการเรียน และเจตคติต่อวิชา

คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่เรียน โดยใช้กิจกรรมการสอนแบบซิปปา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนทางการเรียน และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่า นักเรียนที่เรียน โดยใช้กิจกรรมการสอนของ โพลยา

กาญจนา กาพักคี (2550, หน้า 64) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและค่านิยมทางวิทยาศาสตร์ด้านการมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปา ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. นักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบซิปปา มีค่านิยมทางวิทยาศาสตร์ด้านการมีเหตุผล หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพัฒน์ กันทะวงศ์ (2551, หน้า 75-76) ได้วิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยใช้ซิปปา โมเดลเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลของการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบซิปปา โมเดลได้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบซิปปา โมเดลทั้งหมด 3 หน่วยการเรียนรู้ รวม 14 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 34 ชั่วโมง ซึ่งมีประสิทธิภาพ 80.92/76.27 สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และมีดัชนีประสิทธิผลของแผนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบซิปปา โมเดลคิดเป็นร้อยละ 69.86 ซึ่งแสดงว่า นักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละ 69.86

2. ผลของการใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ในชั้นเรียนเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ด้านผลการเรียนรู้ พฤติกรรมการแสดงออกในชั้นเรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา โมเดล ด้านผลการเรียนรู้ พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบก่อนเรียนทุกหน่วยการเรียนรู้ และคะแนนผลต่างของคะแนนก่อนเรียนกับหลังเรียนโดยเฉลี่ยทั้ง 3 หน่วยการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 50.65 ซึ่งเป็นที่น่าพอใจสำหรับครูผู้วิจัยด้านพฤติกรรมการแสดงออกในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการแสดงออกในแต่ละด้านเพิ่มมากขึ้นในทุกระดับการปฏิบัติในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1, 2 และ 3 โดยในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนนักเรียนที่มีพฤติกรรมการแสดงออกตามแนวคิดของซิปปา โมเดลในระดับมากในแต่ละด้าน (C = การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง, I = การมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น , P= การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ , P= การ

เคลื่อนไหวร่างกาย และ Λ = การประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้)คิดเป็นร้อยละ 40 ร้อยละ 24 ร้อยละ 16 ร้อยละ 48 และร้อยละ 40 ตามลำดับ

ด้านเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยของเจตคติก่อนเรียน เท่ากับ 3.19 และคะแนนเฉลี่ยของเจตคติหลังเรียนเท่ากับ 3.99 และค่าเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการเรียนรู้อยู่โดยชิปปาโมเดล คิดเป็นร้อยละ 16

ด้านเจตคติที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบชิปปาโมเดล พบว่า นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบชิปปาโมเดล โดยมีคะแนนเฉลี่ย 2.88 และมีนักเรียนที่คะแนนอยู่ในระดับ ดี คิดเป็นร้อยละ 52

3. ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอน โดยรูปแบบชิปปาโมเดลนักเรียนมีความคิดเห็นเชิงบวกในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยรูปแบบชิปปาโมเดลในด้านต่าง ๆ อยู่ในระดับ ดี คิดเป็นร้อยละ 44 และอยู่ในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 56

สุพัตรา หล่อเงิน (2552, หน้า 74-75) ได้จัดการเรียนรูปแบบชิปปา โมเดลในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหารทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านสบค่อม อำเภอเมืองลำปาง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาลำปาง เขต 1 จำนวน 21 คน ที่เรียนโดยใช้แผนการเรียนรู้เรื่องการหารทศนิยมโดยใช้รูปแบบชิปปา พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียนกล่าวคือ คะแนนก่อนการเรียนเฉลี่ย 16.43 คิดเป็นร้อยละ 41.07 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.35 คะแนนหลังเรียนเฉลี่ย 31.52 คิดเป็นร้อยละ 78.81 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.39 และยังพบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 12 แผน มีคะแนนเฉลี่ย ร้อยละ 84.34 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.53

2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านสบค่อม อำเภอเมืองลำปาง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาลำปาง เขต 1 จำนวน 21 คน ที่เรียนโดยใช้แผนการเรียนรู้เรื่องการหารทศนิยมโดยใช้รูปแบบชิปปา ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกอันดับที่ 1 ทั้ง 5 ด้านพบว่า นักเรียนแสดงออกพฤติกรรมทั้ง 5 ด้าน โดยพฤติกรรมที่แสดงออกมากที่สุดได้แก่ด้านที่ 2 คือ ปฏิสัมพันธ์ทุกครั้งที่มีกิจกรรม จำนวน 246 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 97.62 รองลงมาได้แก่ด้านที่ 3 คือ เคลื่อนไหวด้วยตนเองอย่างกระตือรือร้น จำนวน 244 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 96.83 และด้านที่แสดงออกน้อยที่สุดได้แก่ด้านที่ 4 คือ ใช้กระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเอง จำนวน 177 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 70.24

สุรินทร์ ต้นสกุล (2553, หน้า 155) ได้วิจัยผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการทำงานเป็นกลุ่มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปา หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

2. ความสามารถในการทำงานเป็นกลุ่ม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปา ด้านความเป็นผู้นำ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.87 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .45 ด้านการสื่อสารภายในกลุ่ม ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.97 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .49 ด้านการวางแผนในการทำงานเป็นกลุ่ม ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.80 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .47 ด้านความรับผิดชอบ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.93 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .50 และด้านการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.18 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .45 โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูง

พรสุดา อินทร์สาน (2554, หน้า 78) ได้วิจัยผลการอ่านคิดวิเคราะห์ภาษาไทยจากการใช้กิจกรรมกลุ่มร่วมกันคิดประกอบเทคนิคซิปปา โมเดลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จำนวน 28 คน ที่เรียน โดยใช้กิจกรรมกลุ่มร่วมกันคิดประกอบเทคนิคซิปปา โมเดล พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านคิดวิเคราะห์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียน กล่าวคือ คะแนนก่อนเรียนเฉลี่ย 9.25 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 61.67 คะแนนหลังเรียนเฉลี่ย 11.32 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.47

2. ผลการประเมินทักษะการอ่านคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เมื่อพิจารณาจากคะแนนความก้าวหน้าทางการเรียนทั้ง 5 แผนมีคะแนนรวมเฉลี่ยสูงขึ้นในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 76.79 ซึ่งถือว่าผ่านเกณฑ์

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 6 สาระ กล่าวคือ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ส่วนสาระที่ 6 ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 1) การแก้ปัญหา 2) การให้เหตุผล 3) การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ 4) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และ 5) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จึงเป็นทักษะกระบวนการหนึ่งที่มีกำหนดไว้ในสาระ

ที่ 6 ของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 13)

3.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 1991) ได้ให้ความหมายการเชื่อมโยง คือการผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิตและตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมาย
2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชาเป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้ เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์กับเศรษฐศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์กับสังคม วิชาคณิตศาสตร์กับกีฬา หรือวิชาคณิตศาสตร์กับศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

คณะกรรมการการศึกษานิวเจอร์ซีย์ (New Jersey State Board of Education, 1996) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยงคือความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาที่ต่างกันและเขียนความสัมพันธ์เหล่านั้นในการศึกษาต่อไปได้ ในการประยุกต์ภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจระหว่างเศษส่วนและทศนิยม หรือระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต การประยุกต์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับเนื้อหาวิชาอื่น นักเรียนจะต้องเข้าในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษาและศิลปะ และในการประยุกต์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับโลกจริง นักเรียนจะต้องสามารถเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนไปยังชีวิตประจำวันได้

ปาจารย์ โทยงม (2549, หน้า 18 - 19) กล่าวว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ประกอบด้วย พฤติกรรมด้านต่าง ๆ ดังนี้

สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี 20131

1. ความสามารถในการอ้างอิง ประยุกต์ใช้ความรู้ เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้อย่างมาแล้วไปสู่เนื้อหาใหม่ โดยนำความรู้ที่เรียนมาไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่กำหนด

2. ความสามารถในการนำความรู้ หลักการ กระบวนการคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาใน วิชาอื่นๆ เป็นความสามารถในการตีความโจทย์ปัญหา ให้ทราบว่าจะต้องการอะไร เพื่อเลือกใช้ ความรู้ หลักการ วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหา

3. ความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการ แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ เป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไป ประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

ลิลลา ตลภาค (2549, หน้า 12) กล่าวว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้ เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น ซึ่งแบ่งออกเป็น การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

สุรางคนา ยาหิ (2549, หน้า 42) กล่าวว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ที่ได้ไป สร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่และนำไปเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

จารุวรรณ ทวันเวช (2551, หน้า 14) และสุลักษณา กุ่มทรัพย์ (2555, หน้า 20) กล่าวใน ทำนองเดียวกันว่า การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสามารถนำความรู้ทาง คณิตศาสตร์มาเชื่อมโยง และประยุกต์ในการเรียนสาขาวิชาอื่น ๆ ตลอดจนนำไปเชื่อมโยงเข้ากับ สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของวิชา คณิตศาสตร์

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 9) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมและประสบการณ์ที่มีมา ผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยแบ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่าง ความรู้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 98-99) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่าง

เป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/ กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์ กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 8) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ หลักการ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาผสมผสานให้มีความสัมพันธ์กัน อย่างเป็นเหตุเป็นผล แล้วนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ชเรนทร์ จิตติพิพิธทางกูร (2553, หน้า 8) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมและประสบการณ์ที่มีมา ผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

พวงเพ็ญ เกื้อนใหญ่ (2553, หน้า 22) กล่าวว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การบูรณาการ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และเรียนรู้แนวคิด ใหม่

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียน ได้ เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 38) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการ ที่ผู้เรียนนำความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ และการแก้ปัญหา ต่างๆ ทั้งในเนื้อหาวิชาและปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีความหมาย

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำ ความรู้ เนื้อหา กระบวนการทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมมาสังเคราะห์ให้เกิดองค์ ความรู้ใหม่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งสถานการณ์ใน ชีวิตประจำวัน

3.2 ความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1994, pp. 194 -198) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ ภาพประกอบ สัญลักษณ์ และมโนคติ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทาง คณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงการ เชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน คือ ให้นักเรียนปฏิบัติงาน

หรือทำกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ ภาพประกอบ แผนภูมิแผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น นักเรียนในชั้นเรียนเกรด 3 ครูสอนให้นักเรียนเชื่อมโยงระหว่าง “ลูกกอล์ฟ” กับเศษส่วน เพื่อให้ให้นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงด้วย “ลูกกอล์ฟ” การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และกับชีวิตจริงเกิดขึ้นได้มากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานกิจกรรมเกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teacher of Mathematics, 2000 อ้างถึงใน ปิยนุช หามนตรี, 2551, หน้า 45) กล่าวว่า กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงการเชื่อมโยงด้วย การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ถ้าไม่มีการเชื่อมโยงความรู้ นักเรียนจะเรียนโดยการจดจำเฉพาะในแนวคิดที่แบ่งแยกเป็นบท ๆ ไป หรือแยกในแต่ละเนื้อหาซึ่งเนื้อหาที่เรียนในแต่ละบทเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจจากเนื้อหาที่ได้เรียนไปก่อนแล้วเชื่อมโยงสู่ความรู้ในปัจจุบัน เช่น จากเรื่องเศษส่วนเชื่อมโยงไปเป็นอัตราส่วนและความสัมพันธ์ของเส้นตรง ซึ่งการเชื่อมโยงความรู้ความสามารถทำได้ทุกเนื้อหา คณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นความรู้ทางด้านพีชคณิต เรขาคณิต การวัดและการประมาณ การวิเคราะห์ ข้อมูลและความน่าจะเป็น ซึ่งการเชื่อมโยงจะช่วยให้ นักเรียน ได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถนำเนื้อหาคณิตศาสตร์มาบูรณาการกันได้

สุรางคณา ยาหทัย (2549, หน้า 45) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในโลกยุคปัจจุบันมากมาย ครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้ นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงอย่างสม่ำเสมอ โดยครูอาจเริ่มจากการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้เดิมที่มีอยู่ กับเนื้อหาความรู้ในเรื่องใหม่ ให้นักเรียน ได้แสดงความสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดการบูรณาการทางคณิตศาสตร์และมองเห็นคณิตศาสตร์ในภาพรวม แล้วจึงพัฒนา การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่ศาสตร์วิชาต่าง ๆ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ กับชีวิตประจำวัน

กัลยา พันปี (2551, หน้า 39) กล่าวว่า การเชื่อมโยงจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ระหว่างสิ่งที่เรียนกับชีวิตจริง ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นถึงคุณค่า และความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

จารุวรรณ ทวันเวช (2551, หน้า 14) และ สุลักษณ์ กุ่มทรัพย์ (2555, หน้า 20) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยง และประยุกต์ในการเรียนสาขาวิชาอื่น ๆ ตลอดจนนำไปเชื่อมโยงเข้ากับ

สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของวิชา
คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 98) กล่าวว่า
การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ใน
คณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจ
เนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า
น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

ชเรนทร์ จิตพิพิธราษฎร์ (2553, หน้า 11) กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ช่วยสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาภายในคณิตศาสตร์และเนื้อหา
คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ สร้างความตระหนักและเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงว่าทุกสิ่งสามารถ
เชื่อมโยงกันได้และทำให้การเรียนน่าสนใจมากขึ้น

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 9) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียน
เห็นความสัมพันธ์ภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ทำให้นักเรียนมีความ
เข้าใจเนื้อหา ที่เรียนได้อย่างลึกซึ้ง

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่
สะท้อนให้เห็นถึงการใช้งานของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป การเชื่อมโยง
มีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย (Meaningful Learning)
เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียน ได้ดีขึ้นตลอดจน
มองเห็นความสำคัญและคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์
ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้ ทำให้อคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ ไม่ใช่เป็นเพียงวิชา
ที่เรียนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียนอีกต่อไป
ด้วยเหตุผลดังกล่าว ทักษะการเชื่อมโยงจึงถูกเน้นมากในการเรียนการสอนปัจจุบัน

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 40) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียน
ได้ตระหนักเห็นถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สามารถนำไป
ประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ทั้งในเนื้อหาวิชา และปัญหาของสถานการณ์ในชีวิตจริง
การเชื่อมโยงจึงเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดการเรียนรู้แบบบูรณาการอย่างแท้จริง

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียน
เข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น อีกทั้งเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้ในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งสถานการณ์ในชีวิตประจำวันซึ่งสิ่งนี้ทำให้การ
เรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจมากขึ้น

3.3 รูปแบบของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภากรคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 1991) แบ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์กันให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของนักเรียนมีความหมาย
2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาวิชาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพจริง

มาร์ควิทซ์ (Malkevitch, 2003) กล่าวถึงความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะว่าเป็นที่น่าประหลาดใจว่ามีความเกี่ยวพันกันอย่างมากมากระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะสาขาต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นดนตรี การเดินรำ การวาดภาพ สถาปัตยกรรม และการปั้น จนถึงได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือของศิลปะ ศิลปินใช้การรับรู้หรือการรับรู้เชิงเส้นตรงมาเพิ่มความสมจริงสมจังในการนำเสนอของพวกเขา ซึ่งการรับรู้เชิงเส้นตรงเป็นสาขาหนึ่งของเรขาคณิตที่รู้จักกันในชื่อของ Descriptive Geometry ที่กล่าวเกี่ยวกับการนำเสนอวัตถุ 3 มิติในลักษณะ 2 มิติ การนำเสนอวัตถุ 2 มิติบนกระดาษหรือจอคอมพิวเตอร์ เป็นเทคนิคที่สำคัญมากในทางวิศวกรรม สถาปัตยกรรม และนักออกแบบ เช่น ในการออกแบบยานอวกาศลำหนึ่งนั้นต้องใช้รูปวาดจำนวนนับหมื่นรูป n ซึ่ง Descriptive Geometry จะช่วยศิลปิน นักออกแบบ ปรู๊มมากร หรือ สถาปนิก ในการนำเสนอวัตถุ 3 มิติบนพื้นราบ

สุรางคนา ยาหิ (2549, หน้า 45) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในโลกยุคปัจจุบันมากมาย ครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงอย่างสม่ำเสมอ โดยครูอาจเริ่มจากการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้เดิมที่มีอยู่กับเนื้อหาความรู้ในเรื่องใหม่ ให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดการบูรณาการทางคณิตศาสตร์และมองเห็นคณิตศาสตร์ในภาพรวม แล้วจึงพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปสู่ศาสตร์วิชาต่าง ๆ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน

สสวท. (2551, หน้า 99) จำแนกการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตามลักษณะการเชื่อมโยงได้ 2 แบบ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ/

กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกระทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนมีความหมายสำหรับนักเรียนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์อาจแบ่งได้เป็น 2 ด้าน คือ ด้านเนื้อหาสาระ/ทางคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงสาระเรขาคณิตกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับการวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงสาระการวัด เรขาคณิตและพีชคณิต และด้านวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาโดยการนำวิธีการเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตมาใช้ในการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต การแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่โดยวิธีการวิเคราะห์จากกราฟ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนร้อยละโดยวิธีการเขียนสมการ การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยวิธีการหาร

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้และทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

จารุวรรณ ทวันเวช (2551, หน้า 20) กล่าวว่า การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์นั้นสามารถเชื่อมโยงได้หลายรูปแบบแตกต่างกันขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู เนื้อหาคณิตศาสตร์และสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง ที่สามารถแสดงการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ในชีวิตจริง

พวงเพ็ญ เกื้อนใหญ่ (2553, หน้า 35) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกันอยู่ภายในเนื้อหาทั้งยังสามารถเชื่อมโยงไปยังศาสตร์ต่างๆ ในวิชาอื่น ๆ และสามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 60) กล่าวว่า การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระองค์ความรู้หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องเส้นจำนวน ระบบพิกัดฉาก คู่ลำดับ กราฟ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ กับนาโนเทคโนโลยี และการแบ่งตัวของแบคทีเรีย

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ความเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสอธิบายว่าการเดินทางลัดเป็นการเดินในระยะทางที่สั้นกว่าการเดินทางตามเส้นทางปกติ

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า รูปแบบของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้คณิตศาสตร์ภายในวิชาคณิตศาสตร์ หรือเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

3.4 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The Nation Council of Teacher of Mathematics, 2000, pp. 64 - 66) กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ตั้งแต่ในระดับชั้นอนุบาลไปถึงเกรด 12 เป็นโปรแกรมการศึกษาเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถ

1. ตระหนักและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจในคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และจำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้

3. ตระหนักและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

สุรางคนา ยาหิ (2549, หน้า 47) กล่าวว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่และนำไปเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

กัลยา พันปี (2551, หน้า 41) กล่าวว่า มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หมายถึง การเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับการดำรงชีวิตประจำวันได้

สสวท. (2551, หน้า 98) กล่าวว่า มาตรฐานทางด้านการเชื่อมโยงนั้นนักเรียนสามารถ

- ระบุและใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ (Recognize and Use Connection Among Mathematics Ideas)

- เข้าใจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันอย่างไร และสร้างแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ใหม่ที่สอดคล้องกับของเดิมได้ (Understand How Mathematical Thinking Interconnect and Build on One Another to Produce a Coherent Whole)

- ระบุและประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ (Recognize and Apply Mathematics in Contexts Outside of Mathematics)

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 25) กล่าวถึง มาตรฐานในการเชื่อมโยงความ ในสาระที่ 6 ทักษะและการบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ มาตรฐาน ค.6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จารุวรรณ หร่ายเจริญ (2552, หน้า 40) กล่าวว่า มาตรฐานในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่สำคัญ คือ การส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสัมพันธ์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์กับเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ได้ เชื่อมโยงสัมพันธ์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ และสามารถเชื่อมโยงสัมพันธ์ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้

พวงเพ็ญ เกื้ออินใหญ่ (2553, หน้า 27 - 28) กล่าวว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่และนำไปเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

ประทีนรัตน์ นิยมสิน (2554, หน้า 26) กล่าวว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์คือ การที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วไปสร้างความรู้ใหม่ได้ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้เข้ากับชีวิตประจำวันด้วย

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์คือ การที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้ เนื้อหา กระบวนการทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมมาสังเคราะห์ทำให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

3.5 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สสวท. (2551, หน้า 168) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนที่มีทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นอกจากครูจะต้องเข้าใจมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้แล้ว ครูจะต้องตีความมาตรฐานเหล่านั้นออกมาเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับวัย พื้นความรู้เดิมและสิ่งแวดล้อมต่างๆ ของนักเรียน ตลอดจนการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้นักเรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน อาจพิจารณาได้ใน 3 ส่วน คือ การเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอน การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผล ซึ่งพอประมวลเป็นพื้นความรู้ได้ดังนี้

การเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอน

กิจกรรมการเรียนการสอนปกติ

1. ครูควรปรับลักษณะและคำถามในตัวอย่างและแบบฝึกหัด ให้เป็นลักษณะคำถามที่เจาะลึกแนวคิดของนักเรียน ตลอดจนเป็นคำถามที่เชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็น

คำถามที่ช่วยให้ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นได้ โดยการรับลักษณะคำถามที่มีคำถามว่า อะไร หรือเท่าไร ให้เป็นลักษณะคำถามว่า เพราะเหตุใด ทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ถ้า...(เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่าง)...แล้ว...(จะเกิดอะไรขึ้น) หรือ เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

2. ครูควรปรับสถานการณ์ปัญหาในตัวอย่างและแบบฝึกหัด ให้เป็นสถานการณ์ที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน อีกทั้งเป็นปัญหาที่เหมาะสม ไม่ง่ายหรือยากเกินไปสำหรับนักเรียน

3. ครูควรเพิ่มกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผ่านการแก้ปัญหา คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเรียนการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน ให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองตามขั้นตอนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ การเรียนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและนอกห้องเรียน ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้นานตลอดชีวิต ลักษณะที่ดีของปัญหาที่ส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. ปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ
4. ปัญหาในสถานการณ์จริง
5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี
7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไป
8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
9. ปัญหาที่เกิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ

10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน

11. ปัญหาที่ข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบ

ข้อควรคำนึงเพิ่มเติม

1. ครูควรตระหนักว่า การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องที่ต้องฝึกให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติจนเกิดเป็นความสามารถและความชำนาญตามวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน

2. ครูควรให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง

3. ครูควรวิเคราะห์และวางแผนว่าสถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ในแต่ละขั้นตอนจะให้นักเรียนใช้ความรู้อะไร ใช้อย่างไร และพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ใดบ้าง

การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

กิจกรรมการเรียนการสอนปกติ

1. ครูควรฝึกให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาอื่น ที่แตกต่างจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่ทำเสร็จและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว

2. ครูควรฝึกให้นักเรียนสร้างปัญหาใหม่เอง โดยอาศัยแนวคิดจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่ทำเสร็จแล้วและได้คำตอบเรียบร้อยแล้ว

3. ครูควรสร้างปัญหาใหม่เอง เป็นปัญหาที่เปิด โอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างเสรี โดยอาศัยแนวคิดจากตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่มีอยู่

4. ครูควรใช้คำถามที่สร้างสรรค์และให้เวลาในการหาคำตอบ ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

5. ครูควรนำปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้นมาให้นักเรียนคิดเพิ่มเติม

6. ครูควรนำปัญหาหรือข้อสอบที่มีความซับซ้อนและยุ่งยากมาให้นักเรียนใช้ฝึกทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

กิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย

2. ครูควรเปิด โอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. ครูควรเปิด โอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ต้องคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน
6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา
7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี
8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง
9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา
10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นๆ
11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง
13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา

การประเมินผล

1. หลักการทั่วไป
 - 1.1 การประเมินผลต้องมีวัตถุประสงค์ของการประเมินผลที่ชัดเจน แบ่งออกเป็น 5 ประเภท
 - 1) การประเมินผลเพื่อวินิจฉัยจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียน
 - 2) การประเมินผลเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอน
 - 3) การประเมินผลเพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียน
 - 4) การประเมินผลเพื่อจัดประเภท
 - 5) การประเมินผลเพื่อพยากรณ์
 - 1.2 การประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน โดยเริ่มต้นจากการประเมินผลก่อนเรียน ประเมินผลระหว่างเรียนและประเมินผลหลังเรียน
 - 1.3 การประเมินผลต้องเลือกใช้เครื่องมือและวิธีการวัดที่หลากหลาย เพื่อนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับนักเรียนรอบด้าน

เครื่องมือและวิธีการวัดที่เลือกมาใช้ ควรพิจารณาใช้เครื่องมือและวิธีการวัดที่ยอมรับกันว่ามีประสิทธิภาพ ซึ่งมีลักษณะที่สำคัญ ดังนี้

1) มีความเที่ยงตรง (Validity) หมายถึง ความถูกต้องและแม่นยำในการวัด ซึ่งผลที่ได้จากการวัดตรงตามความต้องการหรือตรงตามวัตถุประสงค์ ในทางวิชาการ นักการศึกษา ได้จำแนกความเที่ยงตรงออกเป็น 4 แบบดังนี้

- ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content Validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดเนื้อหาวิชาหรือประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียน

- ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct Validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดพฤติกรรมหรือคุณลักษณะของนักเรียน

- ความเที่ยงตรงตามสภาพ (Concurrent Validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดสภาพที่แท้จริงที่เป็นอยู่ในขณะนั้นของนักเรียน

- ความเที่ยงตรงตามพยากรณ์ (Predictive Validity) เป็นความเที่ยงตรงในการวัดสภาพ คุณลักษณะ หรือความสามารถที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคตของนักเรียน

2) มีความเชื่อมั่น (Reliability) หมายถึง ความคงเส้นคงวา ความสม่ำเสมอ ความแน่นอน ซึ่งผลที่ได้จากการวัดคงที่ไม่ว่าจะนำแบบทดสอบนั้นไปวัดกี่ครั้ง

3) ความเป็นปรนัย (Objectivity) หมายถึง ความชัดเจนของข้อคำถามแต่ละข้อ ซึ่งก่อให้เกิดความเข้าใจในความหมายของคำถามได้ตรงกัน การตรวจคะแนนให้คะแนนได้ตรงกัน ตลอดจนการแปลความหมายของคะแนนได้ตรงกัน

4) มีความไว (Sensitivity) หมายถึง ความสามารถในการจำแนกหรือแยกผู้ตอบที่มีความสามารถและผู้ตอบที่ไม่มีความสามารถออกจากกันได้ ใช้ดัชนีอำนาจจำแนก (Discrimination Index) เป็นตัวบ่งบอกประสิทธิภาพของข้อสอบแต่ละข้อที่พิจารณา ดัชนีอำนาจจำแนกของข้อสอบอยู่ในช่วง -1 ถึง 1 ข้อสอบข้อใดมีดัชนีอำนาจจำแนกสูงทางด้านบวก แสดงว่าเป็นข้อสอบที่ผู้ตอบส่วนใหญ่ในกลุ่มที่ได้คะแนนรวมสูงตอบถูก และผู้ตอบส่วนใหญ่ในกลุ่มที่ได้คะแนนรวมต่ำตอบผิด ข้อสอบข้อใดมีดัชนีอำนาจจำแนกเข้าใกล้ศูนย์แสดงว่าข้อสอบข้อนั้นไม่มีอำนาจจำแนก หรือไม่มีประสิทธิภาพในการแยกผู้ตอบที่มีความสามารถออกจากผู้ตอบที่ไม่มีความสามารถ สำหรับข้อสอบที่มีดัชนีอำนาจจำแนกเป็นลบ เกิดจากข้อสอบซึ่งผู้ตอบที่มีความสามารถส่วนใหญ่ตอบผิด แต่ผู้สอบที่ไม่มีความสามารถส่วนใหญ่ตอบถูก ดังนั้นจึงถือว่าข้อสอบนั้นเป็นข้อสอบที่ไม่ดี ข้อสอบที่ดีควรมีดัชนีอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

5) มีความยากพอเหมาะ (Difficulty) หมายถึง ความยากพอเหมาะของข้อสอบ ในแบบทดสอบ โดยความยากของข้อสอบข้อหนึ่งข้อใด กำหนดจากอัตราส่วนของจำนวนผู้ตอบข้อนั้นถูกต้องจำนวนผู้ตอบข้อนั้นทั้งหมด อัตราส่วนนี้อยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ถ้าอัตราส่วนต่ำ แสดงว่าข้อสอบยาก ถ้าอัตราส่วนสูง แสดงว่าเป็นข้อสอบง่าย ในแบบทดสอบที่ดี ควรมีข้อสอบที่มี

อัตราส่วนอยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 (ซึ่งถือว่าเป็นข้อสอบที่ดี) ปนคละกัน อัตราส่วนของข้อสอบใดอยู่นอกขอบเขตนี้ถือว่ายากหรือง่ายเกินไป ถ้าไม่จำเป็นก็ไม่ควรนำมาใช้

1.4 การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน

2. การประเมินผลที่คำนึงทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1 การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

2.2 การประเมินผลจะต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน

2.3 การประเมินผลจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนเขียนอนุทินเพื่อสะท้อนกระบวนการคิดของตนเอง

2.4 การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน

3. การให้คะแนนแบบรูบริค

เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณา ที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่ยังพิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรูบริคที่นิยมใช้มี 2 แบบ คือ

3.1 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring)

เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผล ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียน

เนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

3.2 การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring)

การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนแบบบูรณาการที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุ รายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้าน ๆ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 68) ได้กล่าวถึง ลักษณะของกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ลักษณะรวมหลายประการ ที่สำคัญมี 5 ประการ ดังนี้

- 1) การสร้างความสนใจใฝ่รู้ (Engagement) 2) การสำรวจหรือค้นหา (Exploration) 3) การอธิบายและหาข้อสรุป (Explanation) 4) การขยายความคิดจากสิ่งที่ได้ (Extension) 5) การประเมินการคิดและการทำงาน (Evaluation) ซึ่งลักษณะของกิจกรรมดังกล่าวสามารถประมวลได้ดังนี้
 - 1) กระตุ้นความคิด จินตนาการ และท้าทายความสามารถ เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนเห็นแล้วอยากคิด อยากลองทำ แม้ไม่แน่ใจว่าทำได้หรือไม่
 - 2) เป็นกิจกรรมที่แปลกใหม่ และผู้เรียนไม่เคยทำมาก่อน เป็นสิ่งที่ทำแล้วจะพบหรือเรียนรู้สิ่งที่ไม่เคยรู้มาก่อน
 - 3) เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถ และความสนใจ เป็นเรื่องที่อยู่ในความสนใจของผู้เรียนและเหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียน โดยรวม
 - 4) เป็นเรื่องราวหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องหรือใกล้ผู้เรียน เพราะจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
 - 5) มีเงื่อนไขและกฎเกณฑ์อยู่ในขอบข่ายที่ผู้เรียนจะคิดหรือทำให้ ไม่ยากเกินไปจนคิดไม่ได้หรือง่ายเกินไปจนไม่ต้องใช้ความคิดและความพยายาม
 - 6) มุ่งพัฒนาการคิดและทักษะผ่านกระบวนการทำงานมากกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องหรือแก้ปัญหาได้
 - 7) เป็นกิจกรรมที่มีคุณค่าในการทำ ผู้เรียนสามารถใช้วิธีคิด มุมมอง และกระบวนการทำงานที่หลากหลาย เป็นการเสียเวลาที่คุ้มค่า

8) เป็นพื้นฐานให้ผู้เรียนขยายความคิดหรือคิดต่อจากสิ่งที่ทำ ทำให้เกิดการเรียนรู้ทั้งในทางกว้างและทางลึก

การออกแบบกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การออกแบบกิจกรรมที่เหมาะสมจะทำให้ผู้เรียนนำความรู้ ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามทางคณิตศาสตร์ ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การออกแบบกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1) เป็นกิจกรรมที่ให้โอกาสผู้เรียนทุกคนในการมีส่วนร่วมคิดร่วมทำไม่จำกัดอยู่เฉพาะกลุ่มที่ชอบทำหรือกลุ่มเก่ง การให้ทุกคนมีส่วนร่วม จะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและความสามารถของตนเองที่จะเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่นได้

2) เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการพูดคุยและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเห็นระหว่างผู้เรียนและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน

3) เป็นกิจกรรมที่สนับสนุนการใช้ความคิด และการแสวงหาวิธีการใหม่ ๆ ในการทำงาน ผู้เรียนควรได้ทำไปคิดไปอย่างต่อเนื่อง

4) เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ เหมาะสมกับวัย และความรู้ความสามารถของผู้เรียน เพื่อที่จะจูงใจและท้าทายให้ลงมือทำ

5) เป็นกิจกรรมที่มีข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงจากกิจกรรมไปสู่องค์ความรู้หรือจากความรู้ไปสู่การนำไปใช้ได้

6) เป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนสามารถนำไปคิดต่อในแง่มุมหรือเงื่อนไขที่หลากหลาย เพื่อขยายความคิดสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่

การใช้คำถามเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อการคิดและการมีส่วนร่วมของผู้เรียนในชั้นเรียน และยังเป็นเครื่องมือในการประเมินความเข้าใจของผู้เรียนระหว่างการเรียนการสอน บางครั้งเมื่อผู้เรียนตอบคำถามหรือคิดไม่ได้ แต่ผู้สอนช่วยเหลือด้วยการแนะ หรือตั้งคำถามใหม่ที่ง่ายกว่าก็จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและตอบคำถามได้ในที่สุด คำถามที่ผู้สอนใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มี 5 ประเภท ดังนี้

1. คำถามที่ไม่ต้องการคำตอบ คำถามประเภทนี้เป็นคำถามที่ผู้ถามมิได้ต้องการคำตอบ แต่เป็นคำถามที่ใช้กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจติดตามสิ่งที่ผู้สอนกำลังสอน และมีปฏิสัมพันธ์กับการเรียนการสอนที่ดำเนินอยู่ ลักษณะของคำถามมีดังนี้ 1) คำถามที่มักลงท้ายด้วยคำว่า “ใช่ไหม” “ไม่ใช่หรือ” 2) คำถามที่ผู้สอนถามตัวเอง หรือถามคำถามแรกแล้วตามด้วยคำถามอื่นทันที โดยไม่ให้โอกาสผู้เรียนได้ตอบคำถาม 3) คำถามที่รวมคำตอบอยู่ด้วยแล้ว และผู้ถามไม่ได้คาดหวังคำตอบ แต่ต้องการเพียงการเห็นด้วย 4) คำถามถามซ้ำเมื่อไม่มีใครตอบคำถามครั้งแรก

2. คำถามที่ต้องการความคิดเห็น คำถามประเภทนี้เป็นคำถามประเภทที่ต้องการให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือความรู้สึกเกี่ยวกับประเด็นบางประเด็น เช่น 1) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงความรู้สึกบางอย่าง 2) คำถามให้คาดเดาก่อนที่จะลงมือทำจริง

3. คำถามถามขั้นตอนการทำงาน ลักษณะของคำถามประเภทนี้มีดังนี้ 1) คำถามที่ถามเพื่อการจัดการชั้นเรียนหรือเพื่อสร้างวินัยให้ผู้เรียน 2) คำถามที่ให้ผู้เรียนอ่านข้อมูลจากกระดานหรือหนังสือ หรือให้ข้อมูลที่เขาได้แล้ว 3) คำถามที่เรียกถามให้ผู้เรียนตอบหลังจากให้เวลาคำนวณหรือหาผลเฉลย 4) คำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนบอกคำตอบอื่นๆ 5) คำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนเลือกสิ่งหนึ่งสิ่งใดจากสิ่งที่กำหนดให้

4. คำถามระดับต่ำ คำถามประเภทนี้เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนระลึกถึงข้อเท็จจริง ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์แบบง่าย ๆ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคย ลักษณะของคำถามประเภทนี้มีดังนี้ 1) คำถามให้ระลึกถึงทฤษฎี นิยาม กฎ หรือข้อเท็จจริงต่างๆ 2) คำถามให้ระลึกถึงวิธีการหรือวิธีทำ 3) คำถามที่ประกอบด้วยคำถามประเภท “เพราะเหตุใด” “อย่างไร” เพื่อให้ผู้เรียนอธิบายเหตุผลง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน และไม่ได้ใช้การคิดระดับสูง 4) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนอ้างอิงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ 5) คำถามที่ชี้คำตอบ 6) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนตัดสินใจว่า ดี ไม่ดี ถูกต้อง ไม่ถูกต้อง ดีกว่า เหมาะสม 7) คำถามที่ถามเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง หลังจากผู้เรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องในครั้งแรก 8) คำถามที่ถามให้พิจารณาว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามหลักคณิตศาสตร์หรือไม่ 9) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความรู้ ประสบการณ์ และความคุ้นเคย ในการแก้ปัญหา 10) คำถามที่ให้พิสูจน์ว่าแบบรูปที่พบเป็นจริงสำหรับทุกจำนวนที่กำหนดให้

5. คำถามระดับสูง คำถามประเภทนี้เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้การคิดในระดับสูงได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ ลักษณะของคำถามมีดังนี้ 1) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนแปลความหมายและยกตัวอย่างของสิ่งที่ป็นนามธรรม 2) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนใช้วิธีการหรือกลวิธีแก้ปัญหาใหม่ๆ ที่เพิ่งเรียนรู้ หรือให้ตัดสินใจว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามเงื่อนไขของนิยามหรือมีโนทัศน์เฉพาะใด ๆ หรือไม่ 3) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนปรับรูปแบบคำถาม ประโยค หรือแนวคิด โดยคงสาระหรือโครงสร้างที่จำเป็นของคำถามไว้ 4) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแปลความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ให้อยู่ในรูปภาษาหรือภาษาพูด 5) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์แทนการมองสิ่งของทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ และการสังเกตข้อมูลหรือมีโนทัศน์ทางเรขาคณิต 6) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง 7) คำถามที่ผู้เรียนเข้าใจปัญหา แต่ไม่ทราบวิธีการแก้ปัญหา 8) คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงการพิสูจน์หรือแสดงข้อความขัดแย้งทั้งที่เป็นทางการและไม่ทางการ 9) คำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของการนำหลักการทฤษฎี

ไปใช้ 10) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนหาแบบรูป ทำตามแบบรูปหรือแก้ปัญหาผ่านการค้นพบแบบรูป
 11) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนสร้างกลวิธีหรือข้อมูลสำหรับแก้ปัญหา 12) คำถามที่ถามให้ผู้เรียนคิดได้
 อย่างหลากหลาย ไม่จำกัดขอบเขต

3.6 โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) กับทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, หน้า 1-4) กล่าวถึง
 โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student
 Assessment) โครงการที่ริเริ่มโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD
 (Organisation for Economic Co-operation and Development) เป็นการประเมินผลการเรียนรู้เพื่อ
 เปรียบเทียบศักยภาพในการแข่งขันของเยาวชนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ทั้งนี้ โดยยึดหลัก
 พื้นฐานว่าคุณภาพของการศึกษาเป็นตัวชี้วัดศักยภาพของการพัฒนาทางเศรษฐกิจ OECD จึงมี
 โครงการศึกษาวิจัยหลายรูปแบบเพื่อประเมินถึงประสิทธิภาพของระบบการศึกษาของประเทศ
 สมาชิก เพื่อป้อนข้อมูลอันเป็นตัวชี้วัดให้ประเทศสมาชิกทราบว่าระบบการศึกษาของชาติได้เตรียม
 เยาวชนให้พร้อมสำหรับอนาคตเพียงพอหรือไม่ อย่างไร ผลการประเมิน ไม่ได้บอกเพียงแค่ว่าคุณภาพ
 ของการศึกษา ณ ขณะปัจจุบันเท่านั้น แต่ยังสะท้อนศักยภาพของพลเมืองถึงความสามารถในการ
 แข่งขันในอนาคตอีกด้วย

PISA มีจุดมุ่งหมาย คือ เป็นการประเมินเพื่อชี้อนาคตว่าสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ใน
 โรงเรียนในวันนี้ จะเป็นประโยชน์เพียงพอให้นักเรียนสามารถใช้ชีวิตในอนาคตได้หรือไม่เพียงใด
 และนัยก็คือ ชี้ถึงคุณลักษณะของพลเมืองในอนาคตของชาติว่าน่าจะมีศักยภาพในการแข่งขัน
 ได้มากหรือน้อยเพียงใด

PISA มีชื่อเรียกโครงการตามปีที่เก็บข้อมูล โครงการแรก คือ PISA 2000 และมีการวิจัย
 ซ้ำทุกๆ สามปี เพื่อติดตามแนวโน้ม ได้แก่ PISA 2003 PISA 2006 และการวิจัยครั้งนี้เป็น PISA
 2009 การประเมินของ PISA จัดเป็นรอบ รอบละสามครั้ง การประเมินรอบแรก ได้แก่ PISA 2000
 PISA 2003 และ PISA 2006 ส่วน PISA 2009 เป็นการเริ่มต้นของรอบสอง ซึ่งเป็นการทบทวนการ
 ประเมินครั้งแรกของรอบที่หนึ่ง ประเทศไทยได้ร่วม โครงการประเมินผลมาตั้งแต่ครั้งที่หนึ่งของ
 รอบแรก PISA เป็นโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติที่เป็นประเทศสมาชิก OECD และ
 ประเทศนอกกลุ่มสมาชิก OECD ซึ่งเรียกว่าประเทศร่วมโครงการ (Partner countries) ซึ่งมีประเทศ
 ต่างๆ เข้าร่วมโครงการเพิ่มขึ้นตามเวลาที่ผ่านไป ใน PISA 2009 มีประเทศสมาชิก OECD
 จำนวน 34 ประเทศ และประเทศร่วมโครงการ 41 ประเทศ ซึ่งรอบของการประเมินโครงการ
 ประเมินผลนานาชาติ PISA แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 2-1 รอบของการประเมินโครงการประเมินผลนานาชาติ PISA

โครงการปีที่ประเมิน	รอบที่หนึ่ง (First cycle)			รอบที่สอง (Second cycle)		
	PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012	PISA 2015
วิชาหลัก	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์
วิชารอง	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน
	วิทยาศาสตร์	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน	คณิตศาสตร์
		+ การแก้ปัญหา	+ ตัวเลือก	+ ตัวเลือก	+ การแก้ปัญหา	+ ตัวเลือก

สสวท. (2554, หน้า 87) กล่าวถึง การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นอย่างหนึ่งในการดำเนินชีวิตปัจจุบัน การที่ PISA ใช้คำว่า “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์” (Mathematics Literacy) เพื่อเน้นให้ความชัดเจนว่า การประเมินความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ของ OECD/PISA ไม่ได้เน้นความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียนแต่เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนมา เอามาใช้ในสถานการณ์ของชีวิตจริง ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถขยายความรู้จากที่เคยได้เรียนมาจากโรงเรียน นำมาประยุกต์กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลาย

PISA ให้ความสำคัญกับปัญหาในชีวิตจริง เพราะว่าประชาชนทุกวันนี้ต้องเผชิญหน้ากับกิจกรรมประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า ปริมาณ รูปทรง มิติ ความน่าจะเป็น และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกมากมาย PISA จึงเน้นให้นักเรียนเผชิญหน้ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องการให้นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระจุนให้หาข้อมูล สำรวจตรวจสอบ และนำไปสู่การแก้ปัญหา ในกระบวนการนี้ต้องการทักษะหลายอย่าง เป็นต้นว่า ทักษะการคิดและการใช้เหตุผล ทักษะการโต้แย้ง การสื่อสาร ทักษะการสร้างตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์ การดำเนินการ ในกระบวนการเหล่านี้ นักเรียนต้องใช้ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลายมารวมกัน หรือใช้ทักษะหลายอย่างที่ทับซ้อนหรือคาบเกี่ยวกัน

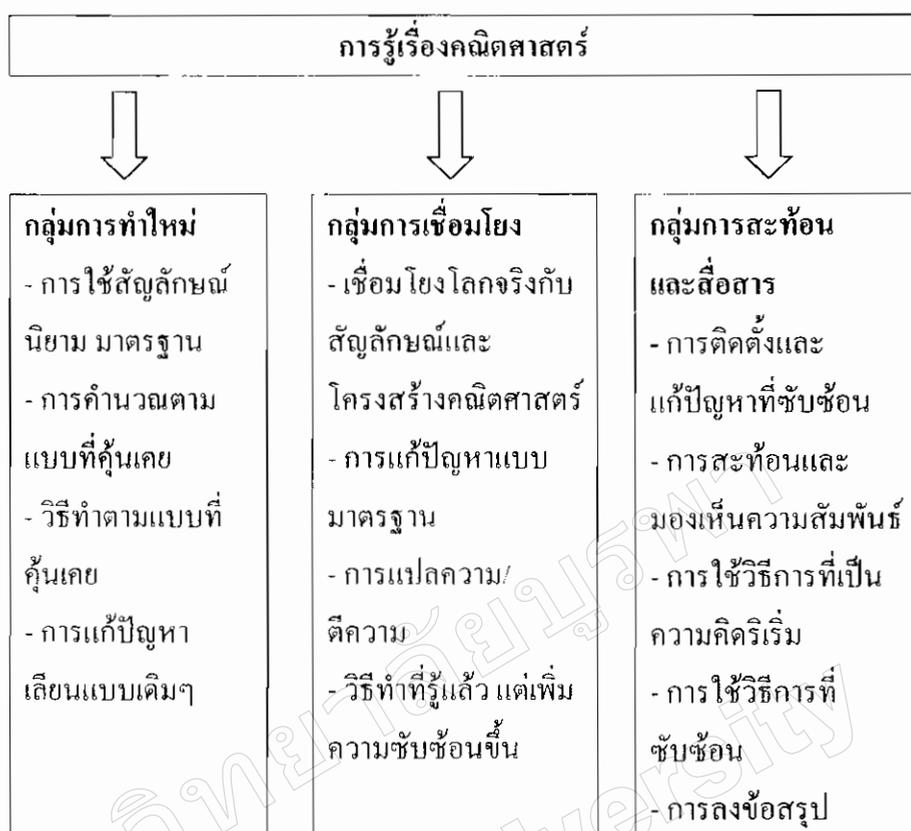
สสวท. (2554, หน้า 100-102) กล่าวว่าสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Competencies) ในการคิดเชิงคณิตศาสตร์นั้น นอกจากต้องการความรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์แล้ว สิ่งสำคัญที่ทำให้สามารถคิดในเชิงคณิตศาสตร์ได้ คือ สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ซึ่งแต่ละบุคคลสามารถมีสมรรถนะได้ในระดับที่แตกต่างกัน สมรรถนะทางคณิตศาสตร์อาจมีมากมายหลายอย่าง แต่ในการวัดและประเมินผลของ OECD/PISA ได้เลือกใช้ 8 สมรรถนะ ได้แก่ 1. การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) 2. การสร้างข้อโต้แย้ง

(Argumentation) 3. การสื่อสาร (Communication) 4. การสร้างตัวแบบ (Modeling) 5. การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem posing and Solving) 6. การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) 7. การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using Symbolic, Language and Operation) 8. ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using Aids and Tools) ซึ่งรวมไว้เป็นสามกลุ่ม คือ

1) กลุ่มการทำใหม่ (Reproduction Cluster) หมายถึงการทำคณิตศาสตร์ตามแบบตัวอย่างที่เคยฝึกฝนมาแล้ว โดยใช้กระบวนการความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์ทั่วไปที่มักใช้อยู่ในการสอบคณิตศาสตร์ตามมาตรฐาน โรงเรียน ซึ่งมักเป็นการแก้โจทย์ การคำนวณแบบเดิม ๆ แต่ก็ต้องใช้สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทุกสมรรถนะ ข้างต้นในการแก้ปัญหาโจทย์

2) กลุ่มการเชื่อมโยง (Connection Cluster) ต่อยอดมาจากกลุ่มการทำใหม่ โดยประยุกต์ต่อไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ไม่เหมือนเดิม ไม่ได้พบบ่อย ๆ เป็นประจำ แต่เนื้อหาของปัญหายังคงเกี่ยวข้องกับสมรรถนะกลุ่มแรกอยู่บ้างบางส่วน

3) การสะท้อนและสื่อสาร (Reflection and Communication Cluster) สมรรถนะกลุ่มการสะท้อนและสื่อสารทางคณิตศาสตร์นี้ มีเรื่องของการคิด ไตร่ตรอง สะท้อนกลับที่นักเรียนต้องใช้ในการแก้ปัญหา เข้ามารวมอยู่ด้วย จึงเกี่ยวข้องกับความสามารถในการวางแผนกลยุทธ์การแก้ปัญหา และใช้กลยุทธ์นั้นในการแก้ปัญหตามสถานการณ์ของปัญหานั้นซึ่งมักมีองค์ประกอบที่เพิ่มมากขึ้นหรือซับซ้อนขึ้น หรือมีความหมายใหม่ (หรือไม่คุ้นเคย) มากขึ้นกว่าในกลุ่มการเชื่อมโยง สรุปได้ดังแผนภูมิต่อไปนี้



ภาพที่ 2-1 แผนภูมิสรุปรูปสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

3.7 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยต่างประเทศ

อีริค (Eric, 2000, pp. 500-508) ได้ศึกษาการสร้างความเชื่อมโยงระบบพิกัดจากจากความเข้าใจของนักเรียน รูปแบบของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษา นั้นมีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างรูปแบบทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คนที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้โดยใช้รูปแบบทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหานั้นมีความถูกต้องในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้มากกว่า

แพนดิสซิโอ (Pandiscio, 2002, pp. 216-221) ได้สำรวจการ โยงมโนคติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนคติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทาง

เรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คน ยอมรับว่า แม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์ แต่ก็เป็มือช่วยสร้างความรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบทเพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

พิงจุง (Ping-Jung, 2004) ได้ศึกษาการใช้เครื่องคำนวณกราฟในการเรียนพีชคณิตในวิทยาลัย: การวิเคราะห์รูปแบบการเรียนของนักศึกษาผู้ใหญ่และความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีจุดมุ่งหมาย 1) เพื่อสำรวจผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟ (รุ่น TI-83 หรือรุ่น TI-83+) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาผู้ใหญ่ (อายุตั้งแต่ 18 ปีขึ้นไป) ในวิชาพีชคณิต 2) เพื่อสำรวจการเชื่อมโยงระหว่างความเชื่อมั่นต่อตนเองของนักศึกษา กับผลงานทางวิชาการของนักศึกษาที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟในการเรียนพีชคณิต 3) เพื่อพัฒนาความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาให้สูงขึ้น 4) เพื่อสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์กับรูปแบบการเรียนเป็นรายบุคคล งานวิจัยครั้งนี้สามารถใช้ในการเก็บข้อมูล GPA ของนักเรียน วิชาเอก เชื้อชาติ รูปแบบการเรียน และความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นักศึกษาที่เรียนวิชาพีชคณิตจากวิทยาลัย 6 แห่งในท้องถิ่น จำนวน 163 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่าง ใช้ระยะเวลาในการวิจัย 6 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า การใช้เครื่องคำนวณกราฟสามารถช่วยฝึกการแก้ปัญหาให้ได้ผลดียิ่งขึ้น โดยเฉพาะปัญหาที่ใช้การแสดงผลกราฟจะมีความถูกต้องแม่นยำสูงซึ่งทำให้เกิดความเชื่อมั่นต่อตนเองสูงขึ้น

พูกาลี (Pugalee, 2004, pp. 24-47) ได้ศึกษาตรวจสอบเกี่ยวกับการเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แสดง โครงร่างการรู้คิดอย่างชัดเจนกับนักเรียนเกรด 9 จำนวน 20 คน ที่ได้ลงทะเบียนในหลักสูตรพีชคณิต ที่ได้เตรียมการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาที่พวกเขาทำในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการเขียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นทักษะที่จำเป็นที่แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงโครงร่างของการรู้คิดที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งให้เห็นถึงการประสานกันของพฤติกรรมกรู้คิดที่หลากหลาย ทำให้มีการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างมีคุณภาพ มีระบบ มีการจัดการที่ดี ซึ่งให้เห็นถึงความสำคัญของการเขียนว่าเป็นส่วนหนึ่งของการบูรณาการหลักสูตรทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้แสดงความคิดทางการเขียนและทางด้านภาษา ให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงกับขีดความสามารถที่นักเรียนมีอยู่

งานวิจัยในประเทศ

สุรางคนา ขาหิ (2549, หน้า 117) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟ เบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟ เบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟ เบื้องต้นผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟ เบื้องต้นผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กัลยา พันปี (2551, หน้า 81-82) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา จำนวน 35 คน และรูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ จำนวน 35 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปามีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปา

ปิยนุช หามนตรี (2551, หน้า 111-112) ได้เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. โรงเรียนวัดกลาง มี 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน และโรงเรียนที่ 2 ได้แก่ โรงเรียนราษฎร์ศุภประดิษฐ์ มี 1 ห้องเรียน จำนวน 26 คน และดำเนินการจับฉลากอีกครั้งเพื่อจัดกลุ่ม ซึ่งโรงเรียนราษฎร์ศุภประดิษฐ์ เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และโรงเรียนวัดกลาง เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่า

1. ทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา มีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามีทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 43-44) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องการวัด โดยเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ของชาวเผ่าปกากะญอ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 84 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกากะญอ พบว่า นักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกากะญออยู่ในระดับดี

2. ความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมและสามารถทำกิจกรรมกลุ่มได้ดี สามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันภายในกลุ่ม อภิปรายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ นักเรียนมีความพึงพอใจ ได้รับความรู้ ความเข้าใจ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ นักเรียนชื่นชอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนลักษณะเช่นนี้นักเรียนเห็นความสำคัญของการทำงานร่วมกันและกล้าแสดงออก

มยุรา รื่องหาญแก้ว (2553, หน้า 74) ได้จัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องการวัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนจันทบุรีวิทยาคม ได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ หาประสิทธิภาพ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อีกทั้งศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนต่อการเรียนการสอนที่ใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด โดยผู้เชี่ยวชาญพบว่า โดยภาพรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.35, S.D. = 0.57$) หากพิจารณารายข้อมีความเหมาะสมอยู่

ในระดับมากที่สุด ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมด้านกระบวนการกลุ่ม นอกจากนี้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

2. การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพรวม 82.53/80.09 ได้ตามเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้คือ 80/80 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานของการวิจัย

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด มีคะแนนเฉลี่ย สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานของการวิจัย

4. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบซิปปาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่องการวัด ได้แบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ บทบาทของครูและบทบาทของนักเรียน อยู่ในระดับเห็นด้วย ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานของการวิจัย

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 53-54) ได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่องการวัด กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจากการทำแบบฝึกหัด/ใบงาน โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และจากแบบทดสอบประจำหน่วย โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี

2. ความสนใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านความกระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน และด้านความเอาใจใส่ต่องานที่ได้รับมอบหมายนักเรียนแสดงพฤติกรรมในระดับมาก ส่วนด้านความอยากรู้อยากเห็นนักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับความต้องการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับบริบทชีวิตจริงในระดับมาก

ประทีนรัตน์ นิยมสิน (2554, หน้า 111-112) ได้ศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT กับระดับความสามารถทางการเรียนที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI จำนวน 30 คน และเทคนิค TGT จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. วิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT กับระดับความสามารถทางการเรียนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แต่ไม่มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันส่งผลต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูงและต่ำที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน ส่วนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลาง ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แตกต่างกัน

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TAI และเทคนิค TGT แตกต่างกัน โดยที่กลุ่มสูงแตกต่างจากกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ กลุ่มปานกลางแตกต่างจากกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน แตกต่างกัน โดยที่กลุ่มสูงแตกต่างจากกลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ กลุ่มปานกลางแตกต่างจากกลุ่มต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

4.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

คุณ ยูง วอน (Khoon Yoong Wong, 2002) ได้กล่าวถึงความหมายที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ส่วนประกอบที่สำคัญของแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงมี 2 แบบคือ 1) การทำความเข้าใจกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือข้อเท็จจริงภายใต้การอภิปรายกัน แล้วทำการแก้ปัญหาโดยการเลือกใช้ข้อมูลจริง และ 2) การทำความเข้าใจกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือข้อเท็จจริงภายใต้การอภิปรายกัน แล้วทำการแก้ปัญหาโดยเลือกใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สุรสาธ ผาสุข (2546, หน้า 11) กล่าวว่า การใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่เชื่อมโยงความเป็นจริงของโลกกับคณิตศาสตร์ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลายแตกต่างกัน เช่น สัญลักษณ์ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์ กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลองและการทดลอง เป็นต้น

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 10) กล่าวว่า การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงสามารถทำได้โดยให้ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดและมีความเข้าใจในเนื้อหาต่าง ๆ ได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริงที่สัมพันธ์กับชีวิตประจำวัน เรียนรู้จากสิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัวที่เป็นแหล่งความรู้ที่หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียนจะมีคุณค่าและมีความหมายเมื่อนักเรียนได้นำเอาความรู้ นั้นไปเชื่อมโยงใช้ในชีวิตจริงและพร้อมที่จะนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 21) กล่าวว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็นการเชื่อมโยงปัญหา หรือ สถานการณ์ในชีวิตจริง โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น สมการ กราฟ ตาราง ฟังก์ชัน เป็นต้น เป็นตัวเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาจากสถานการณ์จริงเหล่านั้น

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับความเป็นจริงที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลายแตกต่างกัน เช่น แผนภาพ สัญลักษณ์ ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์ กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลองและการทดลอง เป็นต้น

4.2 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
 สุรสาด ผาสุข (2546) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การนำเข้าสู่การปฏิบัติกิจกรรม เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

ครูนำเสนอสถานการณ์จริง

ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความรู้สึกลอยากแก้ปัญหา

ครูกับนักเรียนร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจปัญหาของสถานการณ์จริง

ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย 4 คน ประกอบด้วยนักเรียนที่มีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ในระดับต่ำและในระดับสูงอย่างละ 1 คน และในระดับปานกลาง 2 คน

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการปฏิบัติกิจกรรมในลักษณะต่าง ๆ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างผสมผสานกัน คือ ให้นักเรียนทำการศึกษาเป็นรายบุคคลก่อนโดยใช้เวลานั้น ๆ จากนั้นถึงมาอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุป จากนั้นรวมกลุ่มเล็ก 2 คนทำการศึกษาร่วมกัน โดยใช้เวลานั้น ๆ จากนั้นจึงอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุป จากนั้นทุกคนในกลุ่มย่อยร่วมกันอภิปรายและหา

ข้อสรุปเมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนต่าง ๆ ครบถ้วนแล้ว
ให้นักเรียนในกลุ่มย่อยร่วมกันเขียนเรียบเรียงออกมาเป็นรายงานของกลุ่ม

บทบาทของครู ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยนั้นครูจะทำหน้าที่เป็นผู้
อำนวยความสะดวกหมุนเวียนไปสังเกตการทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำในกรณีจำเป็น
หรือถ้าจำเป็นอาจต้องใช้การกระตุ้นหากเห็นว่าการอภิปรายในกลุ่มใดหยุดชะงักไม่สามารถดำเนิน
ต่อไปได้ และกรณีมีนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งที่ได้จัดเตรียมไว้ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทบทวนกิจกรรมในแต่ละขั้นที่ได้ทำไปแล้วใหม่ โดยเฉพาะตัวแบบเชิง
คณิตศาสตร์ว่าเหมาะกับข้อมูลที่มีอยู่ในสถานการณ์จริงนั้นแล้วหรือยัง
2. ให้ศึกษาประเด็นปัญหาเพิ่มเติมที่ครูจัดเตรียมไว้ซึ่งเป็นประเด็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับ
สถานการณ์จริงที่กำหนดให้

ขั้นที่ 3 การสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรม เป็นกรปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ ครูให้
นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรม โดยพยายามให้ทุก ๆ กลุ่ม
ได้นำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรมให้ครบถ้วนถ้าเวลาไม่เพียงพอ แต่หากมีเวลาจำกัดให้นำเสนอ
เฉพาะกลุ่มที่มีผลของการปฏิบัติกิจกรรมคล้ายคลึงกัน ที่เหลือให้แสดงความคิดเห็นหรือเพิ่มเติมใน
ประเด็นปลีกย่อยที่แตกต่างออกไป ในระหว่างการนำเสนอของตัวแทนกลุ่มย่อยนักเรียนคนอื่น ๆ
ร่วมอภิปรายและแสดงความคิดเห็น ครูทำหน้าที่บูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียน
กลุ่มย่อยและจากการอภิปรายแสดงความคิดเห็นของนักเรียนสรุปให้ชัดเจนในแต่ละขั้นตอน

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 14-15) ได้เสนอ แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
สอนเพื่อสร้างทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงชีวิตจริง ทำได้โดยใช้ปัญหาจากชีวิตจริง จัด
กิจกรรมที่ใช้สื่อการสอนที่หลากหลายสามารถพบเห็นได้ในชีวิตจริง ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียน
การสอนครั้งนี้อาศัยหลักแนวคิดของโดนัล และมากี 5 ขั้น คือ ใช้ปัญหาจากชีวิตจริง สร้าง
แบบจำลองของจริง สร้างแบบจำลองในชั้นเรียน สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และหาผลลัพธ์
เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2551, หน้า 74-75) ได้เสนอรูปแบบการเรียนรู้ตามแนวการ
สอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก โดยรูปแบบปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1. ช้แนะนำเสนอปัญหา เป็นกรปฏิบัติกิจกรรมเป็นกิจกรรมกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน
ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

1. ครูสร้างความสนใจสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมเพื่อให้นักเรียน
ตระหนักถึงปัญหาและ โน้มน้าวให้นักเรียนมีความรู้สึกรอยากแก้ปัญหา

2. ครูนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมจากนั้นนักเรียนร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นผ่านคำถามที่น่าสนใจ

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนร่วมวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของปัญหาโดยวิเคราะห์ถึงวิธีการที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล หรือวิธีที่จะนำข้อมูลที่มีอยู่มาใช้โดยอาศัยพื้นฐานความรู้เดิม

2. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 -- 6 คน จากนั้นครูชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย

3. นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจจากการเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ ปัญหาหรือวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์/ ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบภายในกลุ่มของตนเอง

4. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมหมุนเวียนสังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 3 ขั้นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ของกลุ่มตนเอง ครั้งละ 2 - 3 กลุ่ม

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น จากนั้นครูและเพื่อนร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด รวมทั้งการประเมินการคิดของนักเรียนด้วย

ขั้นที่ 4 ขั้นการบูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงไปสู่ชีวิตจริง เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม และสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ครูมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบและติดตามผลการเรียนรู้

บทบาทของครู ครูเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจผ่านทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง ครูคัดเลือกสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมจากแหล่งต่าง ๆ

เช่น สื่อสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ หนังสือ หรืออินเทอร์เน็ต และเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจและอยู่ในความสนใจ ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาให้มีการอภิปรายเพื่อหาคำตอบ ชักถามเพื่อให้นักเรียนให้เหตุผลบ่อย ๆ เพื่อสร้างความเข้าใจและตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผล จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการคิดและแสดงความคิดและแสดงความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน จัดเตรียมสื่ออุปกรณ์เพื่อช่วยในการเรียนรู้ คอยอำนวยความสะดวก และให้คำแนะนำกรณีจำเป็น อีกทั้งครูประเมินการคิดของนักเรียนตลอดเวลาที่ปฏิบัติกิจกรรม

บทบาทของนักเรียน นักเรียนมีโอกาสตั้งคำถาม ลงมือเก็บรวบรวมข้อมูล นำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล อภิปรายเพื่อหาข้อสรุป ลงมือปฏิบัติเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน กลุ่มย่อย และรายบุคคลมีการคิดด้วยตนเอง การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และนำเสนอผลงาน

โพลยา (1985 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคะนอง, 2554, หน้า 41) ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลยที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญหา ขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหาคอนเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

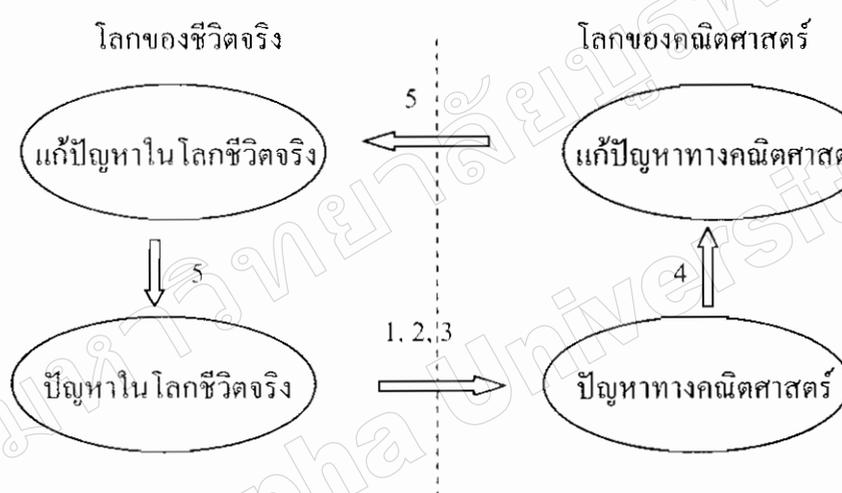
ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a Plan) ขั้นนี้เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันที อาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหามักเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลำบากได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่อยู่สัมพันธ์กันมากขึ้น ได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่อยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) ขั้นนี้เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking Back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

สสวท. (2554, หน้า 96-100) กล่าวว่า PISA ต้องการตรวจสอบความสามารถของนักเรียนในด้านการแก้ปัญหา ซึ่งครอบคลุมการวิเคราะห์ การใช้เหตุผล และการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะต้องใช้กระบวนการ ความรู้ และทักษะคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนมาในโรงเรียนและจากประสบการณ์ชีวิต สำหรับในการประเมินผลของ PISA จะเรียกกระบวนการพื้นฐานที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาที่ปรากฏในชีวิตจริงว่ากระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematisation) ซึ่งมีวงจรดังนี้



ภาพที่ 2-2 กระบวนการคิดเป็นคณิตศาสตร์

สรุปกระบวนการ ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 เริ่มด้วยปัญหาที่มีอยู่ในโลกจริง ประการแรก ต้องแปลปัญหาจากความเป็นจริงไปเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ กระบวนการนี้ต้องเกี่ยวข้องกับกิจกรรม

- ระบุคณิตศาสตร์ที่ใช้ได้กับปัญหานั้น ๆ
- แสดงปัญหาในรูปแบบที่แตกต่างไป รวมทั้งจัดแนวความคิดคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและระบุ

ข้อตกลงเบื้องต้นที่สอดคล้องเหมาะสม

ขั้นที่ 2 จัดให้อยู่ในรูปแบบตามแนวคิดของคณิตศาสตร์

- เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษา สัญลักษณ์ สูตร ทำให้เข้าใจปัญหานั้นในทางคณิตศาสตร์

- มองหารูปแบบ ความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์

- มองหาลักษณะของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ค่อย ๆ ตัดข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหาในโลกจริงออกไปก่อนโดย

- นำคณิตศาสตร์เข้ามาเชื่อมโยงกับปัญหา เช่น การสร้างข้อตกลงเบื้องต้น การทำให้เป็นโจทย์คณิตศาสตร์ การลงข้อสรุป

- แปลปัญหาให้เป็น โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ขั้นตอนนี้ รวมถึง

- การใช้และการแสดงแทนเปลี่ยนกลับไปมา

- การใช้สัญลักษณ์ กฎ ภาษาเฉพาะทาง และการทำโจทย์คณิตศาสตร์

- ใช้ปรับรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ผสมผสานและบูรณาการรูปแบบ

- ให้ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง

- สรุปการแก้โจทย์

ขั้นที่ 5 แปลผลจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กลับเป็นปัญหาในสถานการณ์ของโลกจริง รวมถึงการระบุข้อจำกัดของการแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วย

- เข้าใจว่าคณิตศาสตร์ทำได้แค่ไหนและมีข้อจำกัดอย่างไร

- คิด สะท้อนถึงข้ออภิปราย โต้แย้ง และหาคำอธิบายถึงความใช้ได้ของผลการแก้

โจทย์

- สื่อสารทั้งกระบวนการคิดและผลที่ได้

- วิพากษ์รูปแบบและข้อจำกัด

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 33) ได้กล่าวถึงแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหามาจากสถานการณ์จริง เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชี้นำเสนอปัญหาจากสถานการณ์จริง มีขั้นตอน ดังนี้

1. ครูสร้างความสนใจสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับภาคตัดกรวย โดยยกตัวอย่างของภาคตัดกรวยที่พบในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนตระหนักเห็นความสำคัญและความเชื่อมโยงของภาคตัดกรวยกับโลกจริง

2. ครูนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง ที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับภาคตัดกรวย มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ชี้นำทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คน แล้วให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยวิเคราะห์สิ่งที่ต้องการศึกษา สิ่งที่ถูกกำหนดขึ้นใจสถานการณ์ และวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อแสดงถึงความเข้าใจจากการศึกษาปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด และวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อนำมาอภิปรายหาข้อสรุปถึงวิธีการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม

3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม โดยคอยสังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 3 ขั้นการเชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนดังนี้

1. นักเรียนนำข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายร่วมกันมาหาวิธีการแก้ปัญหาโดยสร้างสมมติฐานจากข้อมูลที่ได้ แล้วเปลี่ยนสมมติฐานให้อยู่ในรูปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอาจอยู่ในรูปของฟังก์ชัน สมการ หรือ กราฟ

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาคำตอบจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม โดยคอยสังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริง มีขั้นตอนดังนี้

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงความหมายของผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในสถานการณ์จริงคืออะไร คำตอบที่ได้บอกอะไรบ้างเกี่ยวกับสถานการณ์จริง แล้วสรุปคำตอบจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. นักเรียนร่วมกันนำคำตอบที่ได้มาอธิบายสถานการณ์จริง ที่กำหนดให้ ว่าคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้สัมพันธ์กับปัญหาจริงอย่างไร

3. ครูเป็นผู้คอยสังเกตการณ์ทำกิจกรรมแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงสู่ชีวิตจริง เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ของกลุ่มตนเอง ครั้งละ 2-3 กลุ่ม โดยครูคอยจดประเด็นที่นักเรียนนำเสนอ เพื่อเป็นข้อมูลในการสนทนาหลังจบการนำเสนอ

2. นักเรียนร่วมอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น จากนั้นครูและเพื่อนร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด รวมทั้งเป็นประเมินการคิดของนักเรียน

3. ครูนำเสนอสนทนาเพื่อให้นักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตจริงโดยใช้ความรู้เรื่อง ภาคตัดกรวย และสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

4. ครูมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและติดตามผลการเรียนรู้

จากข้อมูลที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง

1. ครูกำหนดสถานการณ์ในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนตระหนักเห็นความสำคัญของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์โลกจริง

2. ให้นักเรียนทำความเข้าใจ โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

ขั้นที่ 2 เชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-5 คน จากนั้นครูชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย

2. ร่วมกันอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่ม ในสิ่งที่แต่ละคนทำความเข้าใจปัญหาสถานการณ์โลกจริง

3. ให้นักเรียนนำสิ่งที่ร่วมกันอภิปรายนั้น หาความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของปัญหาในโลกจริงกับภาษา สัญลักษณ์ สูตร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์และแบบรูปทางคณิตศาสตร์ มองหาลักษณะของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

4. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างปฏิบัติกิจกรรม สังเกตการณ์ทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็นพร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ขั้นที่ 3 แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1. นักเรียนใช้สัญลักษณ์ กฎ ภาษาเฉพาะทาง และการทำโจทย์คณิตศาสตร์หรือใช้ปรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ผสมผสานและบูรณาการตัวแบบ
2. นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบจากสัญลักษณ์ สูตร แบบรูปความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนร่วมกันอภิปราย

ขั้นที่ 4 สรุปและแปลผลจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กลับเป็นปัญหาในสถานการณ์ของโลกจริง

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความหมายของผลลัพธ์ที่คำนวณได้ในสถานการณ์จริง แล้วสรุปคำตอบ
2. นักเรียนร่วมกันนำคำตอบที่ได้มาอธิบายสถานการณ์จริง ว่าคำตอบที่ได้สัมพันธ์กับปัญหาจริงอย่างไร โดยครูใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่างๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล
3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรม โดยพยายามให้ทุก ๆ กลุ่มได้นำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรมให้ครบถ้วนถ้าเวลาไม่เพียงพอ แต่หากมีเวลาจำกัดให้นำเสนอเฉพาะกลุ่มที่มีผลของการปฏิบัติกิจกรรมคล้ายคลึงกัน ที่เหลือให้แสดงความคิดเห็นหรือเพิ่มเติมในประเด็นที่แตกต่างออกไป

บทบาทของครู คือนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาแนวทางในการแก้ปัญหา ปัญหานั้นเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจและอยู่ในความสนใจครูนำเสนอให้นักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และจัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการคิดและแสดงความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน จัดเตรียมสื่ออุปกรณ์เพื่อช่วยในการเรียนรู้ คอยอำนวยความสะดวก และให้คำแนะนำกรณีจำเป็น อีกทั้งต้องประเมินการคิดของนักเรียนตลอดเวลาที่ปฏิบัติกิจกรรม และทำหน้าที่บูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียนกลุ่มย่อยและจากการอภิปรายแสดงความคิดเห็นของนักเรียนสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น รวมถึงการมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและติดตามผลการเรียนรู้

บทบาทของนักเรียน คือนักเรียนมีโอกาสตั้งคำถาม นำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล อภิปรายเพื่อหาข้อสรุป ลงมือปฏิบัติเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน กลุ่มย่อย และรายบุคคล มีการคิดด้วยตนเอง การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และนำเสนอผลงาน

4.3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง งานวิจัยต่างประเทศ

กุน ยูง วอน (2002 อ้างถึงใน กฤษดา นรินทร์, 2555, หน้า 35) ได้ศึกษาถึงการพัฒนาการเรียนการสอนชั้นเรียนเพื่อรองรับครูผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาช่วงอายุ 12-14 ปี การออกแบบชั้นเรียนมุ่งเน้นให้มีการประยุกต์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เข้ากับการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์จากประสบการณ์ของชาวบรูไน เนื้อหาที่บรรจุในชั้นเรียนมุ่งเน้นให้เกิดความรู้ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์บทเรียนทางคณิตศาสตร์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษา เนื้อหาส่วนใหญ่จะเป็นการยกตัวอย่างจากแบบฝึกหัดแนวความคิดของนักเรียน การอภิปรายร่วมกันจากการสอน พบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์บทเรียนคณิตศาสตร์ ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ทำให้มองเห็นว่า เมื่อเลือกใช้ตัวแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาก็แตกต่างกัน จะทำให้ทราบถึงพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีเมื่อนักเรียนมีพื้นฐานทางการเรียนที่ดีจะทำให้นักเรียนเปิดรับสิ่งที่สนับสนุนการสอนนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

งานวิจัยในประเทศ

สุรสาธ ผาสุก (2546, บทคัดย่อ) ได้วิจัย การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทวีธาภิเศก กรุงเทพฯ จำนวน 32 คน ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ใช้เวลาในการทดลอง 42 ชั่วโมง เป็นกิจกรรมปูพื้นฐาน 6 ชั่วโมง และปฏิบัติกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 36 ชั่วโมง พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับความสามารถและการคิดในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและสังเคราะห์ความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างตัวแบบที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นและเอกซ์โพเนนเชียลได้ดี คิดหาข้อสรุปจากตัวแบบในรูปฟังก์ชันและทดสอบความเหมาะสมของตัวแบบได้แต่การคิดเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงยังทำได้ไม่ดีนัก

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 43-44) ได้วิจัย การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการวัด โดยเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ของชาวเผ่าปกาเกอะญอ ที่บ้านห้วยต้ม จังหวัดลำพูน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกาเกอะญอ พบว่า นักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตจริงของชาวเขาเผ่าปกาเกอะญออยู่ในระดับดี

2. ความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมและสามารถทำกิจกรรมกลุ่มได้ดี สามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันภายในกลุ่ม อภิปรายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับ

รัฐศาสตร์ พรคุณวุฒิ (2553, หน้า 53-54) ได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เรื่องการวัด กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจากการทำแบบฝึกหัด/ ใบงาน โดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี และจากแบบทดสอบประจำหน่วยโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับดี

2. ความสนใจของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านความกระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน และด้านความเข้าใจใ้ต้งานที่ได้รับมอบหมายนักเรียนแสดงพฤติกรรมในระดับมาก ส่วนด้านความอยากรู้อยากเห็นนักเรียนเขียนบันทึกการเรียนรู้เกี่ยวกับความต้องการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับบริบทชีวิตจริงในระดับมาก

กฤษดา นรินทร์ (2555, หน้า 113) ได้วิจัย ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียน โดยให้กิจกรรมการเรียนรู้ปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย ไม่แตกต่างกัน

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง เรื่อง ภาคตัดกรวยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ที่กำหนด

3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการตระหนักเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01