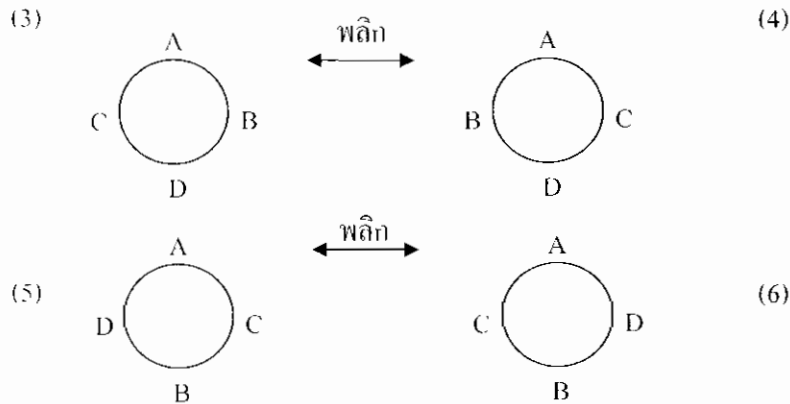




จะสังเกตได้ว่าถ้าเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมและมองด้านเดียว จะมีวิธีการเรียงได้ทั้งหมดคือ $(4 - 1)! = 3! = 6$ วิธี (เนื่องจากเราให้ A คงที่ตำแหน่งที่ 1 ไว้ ส่วน B, C และ D ก็สลับแบบเชิงเส้น)

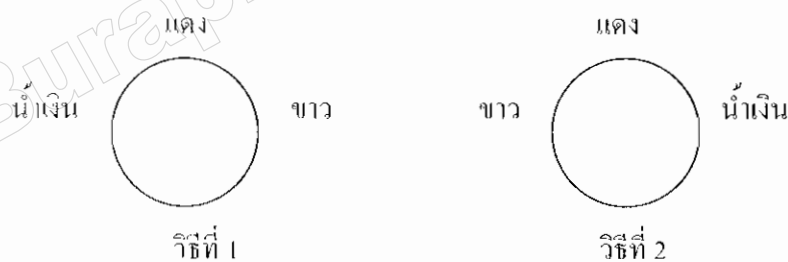
แต่ถ้าเป็นการเรียงสับเปลี่ยนแบบมองได้ 2 ด้าน จะเหลือเพียง $\frac{(4-1)!}{2} = \frac{3!}{2} = 3$ วิธีเท่านั้น

นั่นคือ รูป (1) และรูป (2) ถือว่าเป็นวิธีเดียวกัน

รูป (3) และรูป (4) ถือว่าเป็นวิธีเดียวกัน

รูป (5) และรูป (6) ถือว่าเป็นวิธีเดียวกัน

ยกตัวอย่างเช่น มีลูกปัดจำนวน 3 ลูก ซึ่งมีสีแดง ขาว และน้ำเงิน ถ้าวางเป็นวงกลมบนพื้น 2 วิธีต่อไปนี้จะแตกต่างกัน



แต่ถ้านักเรียนนำลูกปัดทั้ง 3 ลูกนี้ มาร้อยเป็นกำไลข้อมือ จะได้ทั้งสองวิธีเหมือนกัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า

การจัดเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง

มาจัดเรียงเป็นวงกลมในลักษณะที่มองได้ 2 ด้าน

จำนวนวิธีที่สามารถจัดทำได้เท่ากับ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1 มีดอกไม้ 7 ดอก ดอกละ 1 สี จะมีวิธีนำดอกไม้ทั้ง 7 ดอก มาร้อยเป็นพวงมาลัยกลมได้กี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีที่สามารถทำได้ = $\frac{(7-1)!}{2} = \frac{6!}{2} = 360$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มีลูกปัดสีแตกต่างกัน จำนวน 8 ลูก ในจำนวนนี้มีสีแดงและสีขาวอยู่ด้วย ถ้านำลูกปัดเหล่านี้ทั้งหมดมาร้อยเป็นกำไลข้อมือ จะได้กำไลที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่กำไล

- (1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม (2) สีแดงอยู่ติดกับสีขาว

วิธีทำ (1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

จะได้กำไลที่แตกต่างกันทั้งหมด = $\frac{(8-1)!}{2} = \frac{7!}{2} = 2,520$ วง

- (2) สีแดงอยู่ติดกับสีขาว

รวมสีแดงและสีขาวเป็นอันเดียวกัน จะนับจำนวนลูกปัดได้ทั้งหมด 7 ลูก

นำมาเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลมมองได้ 2 ด้าน ได้ = $\frac{(7-1)!}{2}$ วิธี

และเนื่องจากลูกปัดสีแดงและสีขาวสลับที่กันเองได้ 2! วิธี

ดังนั้น จะได้กำไล = $\frac{(7-1)! \times 2!}{2} = \frac{6! \times 2!}{2} = 720$ วง

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 ใบความรู้ที่ 12
- 4.2 ใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 12
- 4.3 แบบทดสอบย่อยชุด A
- 4.4 แบบทดสอบย่อยชุด B
- 4.5 แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 3

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แบ่งกลุ่มนักเรียนแบบละความสามารภ กลุ่มละ 4 คน โดยมีเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน

3. ครูทบทวนนักเรียนในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดในลักษณะวงกลมโดยใช้การถามตอบให้นักเรียนบอกสูตรที่ใช้ในการแก้โจทย์พร้อมยกตัวอย่าง

4. ครูให้นักเรียนสังเกตจากการนำลูกโป่งจำนวน 3 ลูก มีสีแดง ขาว และน้ำเงิน เมื่อนำมาวางบนโต๊ะแล้วสังเกตเปรียบเทียบกับเมื่อนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ จะมีวิธีแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร

ขั้นเรียนรู้และฝึกทักษะ

1. ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 12 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันเป็นวงกลมใน 3 มิติ โดยครูอธิบายเพิ่มเติมบนกระดาน จากนั้นจึงช่วยกันสรุปสูตรในการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันเป็นวงกลมใน 3 มิติ
2. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 2 บนกระดาน โดยใช้การถามตอบเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจ
3. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 12 โดยให้นักเรียนจับคู่ช่วยเหลือกันในการศึกษาเนื้อหาและทำแบบฝึกหัด โดยตรวจดูเฉลยจากใบกิจกรรมฝึกทักษะ หากเพื่อนไม่เข้าใจก็ช่วยอธิบายและถ้ายังไม่เข้าใจก็ให้ถามครู
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันเป็นวงกลมใน 3 มิติ

ขั้นทดสอบย่อย

1. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ชุด A โดยแต่ละคนต่างทำ
2. ครูตรวจให้คะแนนโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจ หากพบว่านักเรียนคนใดได้คะแนนไม่ถึงเกณฑ์ 80% เพื่อนในกลุ่มและครูคอยแนะนำช่วยเหลือ แล้วให้ไปทำแบบทดสอบชุด B (ที่มีลักษณะเป็นแบบคู่ขนานกับแบบทดสอบชุด A)
3. นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 3

ขั้นการให้คะแนน

นำคะแนนสอบย่อยชุด A และแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 3 ของนักเรียนแต่ละคนมาเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ประกาศผลคะแนน ยกย่องชมเชยหรือให้รางวัลทีมที่ได้คะแนนสูงสุด

6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

- 6.1 สังเกตจากการตอบคำถาม
- 6.2 สังเกตจากการทำกิจกรรม
- 6.3 จากผลการตรวจใบกิจกรรมฝึกทักษะ
- 6.4 จากผลการทำแบบทดสอบ
- 6.5 จากผลการทำแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 3

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัส ก32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ชั่วโมง

เรื่อง วิธีจัดหมู่

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง: แก้ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ได้

1. สาระสำคัญ

- จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง

เมื่อ $0 \leq r \leq n$ เท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)! \times r!}$

เขียนแทนด้วย $C(n, r), \binom{n}{r}, {}^nC_r$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- หาจำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง เมื่อ $0 \leq r \leq n$ ได้

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

- การแก้ปัญหา
- การให้เหตุผล
- การสื่อสารและสื่อความหมาย
- การเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์

2.3 ด้านคุณลักษณะ

- นักเรียนมีวินัยและมีความรับผิดชอบในการเรียน
- นักเรียนมีความเสียสละเพื่อส่วนรวม
- นักเรียนให้ความร่วมมือและช่วยเหลือกัน

3. สาระการเรียนรู้

- วิธีจัดหมู่ของสิ่งที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง

การจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน เป็นการจกกลุ่มของสิ่งของที่ไม่คำนึงถึงอันดับของสิ่งของนั้น เช่น การจัดหมู่ตัวอักษร A, B และ C ถ้านำมาจัดคราวละ 2 ตัว จะจัดได้ 3 วิธี

ดังนี้ AB AC BC

แต่ถ้าเป็นการเรียงสับเปลี่ยน (คือถืออันดับเป็นสำคัญ) และนำมาจัดคราวละ 2 ตัว จะได้ 6 วิธี คือ AB BA AC CA BC CB เป็นต้น

จะเห็นว่าสิ่งของที่แตกต่างกัน 3 สิ่ง เมื่อนำมาจัดเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 2 สิ่ง จะได้เท่ากับ $\frac{3!}{(3-2)!} = 6$ วิธี

แต่เมื่อนำมาจัดหมู่จะได้เท่ากับ $\frac{3!}{(3-2)!2!} = 3$ วิธี

ต่อไปนี้ให้นักเรียนลองทำ

เช่น การจัดหมู่ตัวอักษร A, B, C และ D ถ้านำมาจัดคราวละ 2 ตัว จะได้ 6 วิธี ดังนี้ AB AC AD BC BD CD

แต่ถ้าเป็นการเรียงสับเปลี่ยน (คือถืออันดับเป็นสำคัญ) และนำมาจัดคราวละ 2 ตัว จะได้ 12 วิธี ดังนี้ AB BA AC CA AD DA BC CB BD DB CD DC

จะเห็นว่าสิ่งของที่แตกต่างกัน 4 สิ่ง เมื่อนำมาจัดเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 2 สิ่ง จะได้เท่ากับ $\frac{4!}{(4-2)!} = 12$ วิธี

แต่เมื่อนำมาจัดเป็นหมู่จะได้เท่ากับ $\frac{4!}{(4-2)!2!} = 6$ วิธี

สรุป จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง

$$\text{เมื่อ } 0 \leq r \leq n \text{ เท่ากับ } \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

$$\text{เขียนแทนด้วย } C(n, r), \binom{n}{r}, {}^nC_r$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $C(6, 2)$ และ $C(8, 5)$

$$\text{วิธีทำ } C(6, 2) = \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 15$$

$$C(8, 5) = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!} = 56$$

ตัวอย่างที่ 2 ในการคัดเลือกนักกีฬาจำนวน 5 คนจากผู้สมัครจำนวน 8 คน จะมีวิธีเลือกทั้งหมดกี่วิธี

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } C(8, 5) &= \frac{8!}{(8-5)! \times 5!} \\ &= \frac{8!}{3! \times 5!} \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1 \times 5!} = 56\end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการคัดเลือกนักกีฬาจำนวน 5 คน จากผู้สมัครจำนวน 8 คน มีทั้งหมด 56 วิธี

ตัวอย่างที่ 3 หีบไฟ 5 ใบ จากไฟสำหรับหนึ่ง (มี 52 ใบ) ได้กี่วิธี

$$\text{วิธีทำ } \text{จำนวนวิธี} = C(52, 5) \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 4 กล่องใบหนึ่งมีลูกหิน 15 ลูก ที่แตกต่างกันเป็นสีเขียว 6 ลูก สีเหลือง 5 ลูก สีน้ำเงิน

4 ลูก ถ้าหยิบลูกหินมา 3 ลูก จงหาจำนวนวิธีที่

- (1) มีสีต่างกันทุกลูก
- (2) มีสีเหมือนกันทุกลูก
- (3) ไม่มีสีน้ำเงิน

วิธีทำ (1) มีสีต่างกันทุกลูก

จากโจทย์คำว่า “สีต่างกันทุกลูก” คือ การหยิบลูกหินมาสีละ 1 ลูก ให้ครบจำนวน 3 ลูก

ขั้นที่ 1 เลือกหยิบเฉพาะสีเขียว 1 ลูก ได้ $C(6, 1)$ วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกหยิบเฉพาะสีเหลือง 1 ลูก ได้ $C(5, 1)$ วิธี

ขั้นที่ 3 เลือกหยิบเฉพาะสีน้ำเงิน 1 ลูก ได้ $C(4, 1)$ วิธี

ดังนั้น จะเลือกหยิบได้ $= C(6, 1) \times C(5, 1) \times C(4, 1) = 6 \times 5 \times 4 = 120$ วิธี

(2) มีสีเหมือนกันทุกลูก

กรณีที่ 1 เลือกหยิบเฉพาะสีเขียว 3 ลูก ได้ $C(6, 3)$ วิธี

กรณีที่ 2 เลือกหยิบเฉพาะสีเหลือง 3 ลูก ได้ $C(5, 3)$ วิธี

กรณีที่ 3 เลือกหยิบเฉพาะสีน้ำเงิน 3 ลูก ได้ $C(4, 3)$ วิธี

จะเลือกหยิบได้ $= C(6, 3) + C(5, 3) + C(4, 3)$ วิธี

$$\begin{aligned}&= \frac{6!}{3! \times 3!} + \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{4!}{1! \times 3!} \text{ วิธี} \\ &= 20 + 10 + 4 = 34 \text{ วิธี}\end{aligned}$$

(3) ไม่มีสีน้ำเงิน

เลือกหยิบ 3 ลูกจากลูกหินที่ไม่ใช่สีน้ำเงินจะหยิบได้

$$C(11, 3) = \frac{11!}{8! \times 3!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 3 \times 2 \times 1} = 165 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 5 หน่วยงานหนึ่งต้องการรับคนงานชาย 3 คน และคนงานหญิง 2 คน ถ้ามีผู้ชายมาสมัคร 5 คนและผู้หญิงมาสมัคร 4 คน จงหาจำนวนวิธีที่หน่วยงานแห่งนั้นจะเลือกคนงานดังกล่าวเข้าทำงาน

วิธีทำ คนงานชายทั้งหมด 5 คน เลือกมา 3 คน จะเลือกได้ $C(5, 3)$

$$= \frac{5!}{2!3!} = 10 \text{ วิธี}$$

คนงานหญิงทั้งหมด 4 คน เลือกมา 2 คน จะเลือกได้ $C(4, 2)$

$$= \frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกคนงานเข้าทำงาน ได้เท่ากับ $10 \times 6 = 60$ วิธี

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 ใบความรู้ที่ 13
- 4.2 ใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 13
- 4.3 แบบทดสอบย่อยชุด A
- 4.4 แบบทดสอบย่อยชุด B

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แบ่งกลุ่มนักเรียนแบบความสะดวกสามารถ กลุ่มละ 4 คน โดยมีเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน
3. ครูทบทวนนักเรียนในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรงโดยยกตัวอย่างให้นักเรียนหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของตัวอักษร 2 ตัวจากตัวอักษร 3 ตัว คือ A, B, C แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ (ตอบ 6 วิธี คือ AB AC BA BC CA CB)

ขั้นเรียนรู้และฝึกทักษะ

1. ให้นักเรียนหาจำนวนวิธีในการเลือกตัวอักษร 2 ตัวจากตัวอักษร 3 ตัว คือ A, B, C โดยไม่คำนึงถึงลำดับก่อนหลังของการเลือก แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ (ตอบ 3 วิธี คือ AB (หรือ BA), AC (หรือ CA), BC (หรือ CB))
2. ให้นักเรียนเปรียบเทียบคำตอบของการหาคำตอบทั้ง 2 วิธี ว่าจำนวนวิธีของแบบใดมากกว่า อย่างไร
3. ครูอธิบายเรื่องวิธีจัดหมู่ แล้วให้นักเรียนอภิปรายว่าระหว่างวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรการหาจำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง
5. ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1-3 ในใบความรู้ที่ 13 เรื่องวิธีจัดหมู่ของสิ่งที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง และให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมพร้อมหาคำตอบ
6. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 4-5 ในใบความรู้ที่ 13 บนกระดานโดยใช้การถามตอบเพื่อเสริมสร้างทราวมเข้าใจ
7. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 13 โดยให้นักเรียนจับคู่ช่วยเหลือกันในการศึกษาเนื้อหาและทำแบบฝึกหัด โดยตรวจสอบเฉลยจากใบกิจกรรมฝึกทักษะ หากเพื่อนไม่เข้าใจก็ช่วยอธิบายและถ้ายังไม่เข้าใจก็ให้ถามครู
8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาจำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง เมื่อ $0 \leq r \leq n$

ขั้นทดสอบย่อย

1. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ชุด A โดยต่างคนต่างทำ
2. ครูตรวจให้คะแนนโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจ หากพบว่านักเรียนคนใดได้คะแนนไม่ถึงเกณฑ์ 80% เพื่อนในกลุ่มและครูคอยแนะนำช่วยเหลือ แล้วให้ไปทำแบบทดสอบชุด B (ที่มีลักษณะเป็นแบบคู่ขนานกับแบบทดสอบชุด A)

ขั้นการให้คะแนน

นำคะแนนสอบย่อยชุด A ของนักเรียนแต่ละคนมา เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ประเมินผลคะแนน ยกย่องชมเชยหรือให้รางวัลกับที่ได้คะแนนสูงสุด

6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

- 6.1 สัมผัสจากการตอบคำถาม
- 6.2 สัมผัสจากการทำกิจกรรม
- 6.3 จากผลการตรวจใบกิจกรรมฝึกทักษะ
- 6.4 จากผลการทำแบบทดสอบ

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัส ก32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ชั่วโมง

เรื่อง วิธีจัดหมู่สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง: แก้ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ได้

1. สาระสำคัญ

- การหาจำนวนวิธีเลือกของ r สิ่งที่แตกต่างกันมาจัดลำดับ มีขั้นตอนดังนี้
 - ขั้นตอนที่ 1 เลือกของ r สิ่ง จาก n สิ่งได้ $C(n, r)$ วิธี
 - ขั้นตอนที่ 2 จัดลำดับของ r สิ่งได้ $P(r, r) = r!$ วิธี
- โดยหลักการเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับจะได้ว่า
- จำนวนวิธีเลือกของ r สิ่งที่แตกต่างกันมาจัดลำดับเท่ากับ $C(n, r) \times r!$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้/นักเรียนสามารถ

- หาจำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของ r สิ่ง จากของ n สิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกันได้

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

- การแก้ปัญหา
- การให้เหตุผล
- การสื่อสารและสื่อความหมาย
- การเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์

2.3 ด้านคุณลักษณะ

- นักเรียนมีวินัยและมีความรับผิดชอบในการเรียน
- นักเรียนมีความเสียสละเพื่อส่วนรวม
- นักเรียนให้คามร่วมมือและช่วยเหลือกัน

3. การเรียนรู้

- วิธีจัดหมู่สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน

การจัดหมู่สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน ทำโดยแยกเป็นกรณีจากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด จนกระทั่งถึงกรณีที่มีสิ่งของซ้ำกันมากที่สุด ตัวอย่างเช่น มีอักษร AABBBCC จะเลือกนำอักษรมา 3 ตัว ทำได้ดังนี้

กรณีที่ 1 อักษร 3 ตัวนั้นต่างกันหมด คือ ABC

กรณีที่ 2 อักษร 3 ตัวนั้นซ้ำกัน 2 ตัว คือ AAB AAC BBA BBC CCA หรือ CCB

กรณีที่ 3 อักษร 3 ตัวนั้นเหมือนกันหมด คือ BBB

ตัวอย่างที่ 1 จะเลือกอักษร 3 ตัวจากคำว่า FOOD ได้ทั้งสิ้นกี่วิธี

วิธีทำ FOOD มีทั้งหมด 4 ตัว มี O ซ้ำ 2 ตัว

กรณีที่ 1 อักษร 3 ตัวที่เลือกต่างกันทั้งหมด จะเลือกได้ $C(3, 3) = 1$ วิธี

กรณีที่ 2 อักษร 3 ตัวมีอักษรเหมือนกัน 2 ตัวคือ O และเลือกเพิ่มอีก 1 ตัว จาก F, D

จะเลือกได้ $C(2, 1) = 2$ วิธี

ดังนั้น จะเลือกอักษร 3 ตัวดังกล่าวได้ทั้งหมด $1 + 2 = 3$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 จะเลือกอักษร 3 ตัวจากคำว่า PAPAYA ได้ทั้งสิ้นกี่วิธี

วิธีทำ PAPAYA มีทั้งหมด 6 ตัว คือ PP, AAA, Y

มี A ซ้ำ 3 ตัว, มี P ซ้ำ 2 ตัว

กรณีที่ 1 อักษร 3 ตัวที่เลือกต่างกันทั้งหมด จะเลือกได้ $C(3, 3) = 1$ วิธี

กรณีที่ 2 อักษร 3 ตัวมีอักษรเหมือนกัน 2 ตัว และแตกต่างกันอีก 1 ตัว

จะเลือกได้ $C(2, 1) \times C(2, 1) = 4$ วิธี

กรณีที่ 3 อักษร 3 ตัวนั้นเหมือนกันหมด เลือกได้ 1 วิธี

ดังนั้น จะเลือกอักษร 3 ตัวดังกล่าวได้ทั้งหมด $1 + 4 + 1 = 6$ วิธี

😊 การหาจำนวนวิธีเลือกของ r สิ่งที่แตกต่างกันมาจัดลำดับ

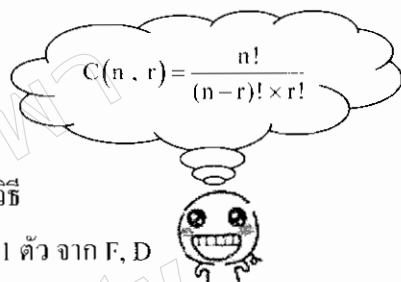
มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกของ r สิ่งจาก n สิ่งได้ $C(n, r)$ วิธี

ขั้นตอนที่ 2 จัดลำดับของ r สิ่งได้ $P(r, r) = r!$ วิธี

โดยหลักการเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับจะได้ว่า

จำนวนวิธีเลือกของ r สิ่งที่แตกต่างกันมาจัดลำดับเท่ากับ $C(n, r) \times r!$



ตัวอย่างที่ 3 จะจัดลำดับตัวอักษร 4 ตัว ซึ่งเลือกมาจากคำว่า NATION ได้กี่วิธี

วิธีทำ NATION มี 6 ตัว แต่มี N ซ้ำ 2 ตัว จึงต้องแบ่งเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 เลือกอักษร 4 ตัวมาจัดโดยตัวที่เลือกต่างกันทั้งหมด

ขั้นที่ 1 เลือกอักษร 4 ตัวที่แตกต่างกันจาก 5 ตัว คือ NATIO ได้ $C(5, 4)$ วิธี

ขั้นที่ 2 จัดลำดับอักษร 4 ตัวได้ $4!$ วิธี

จะเลือกมาจัดลำดับได้ $= C(5, 4) \times 4!$

$$= \frac{5!}{1! \times 4!} \times 4! = 120 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 เลือกอักษร 4 ตัว มีอักษรเหมือนกัน 1 คู่และตัวอื่นอีก 2 ตัวต่างกัน

ขั้นที่ 1 เลือกอักษร 4 ตัว มีอักษรเหมือนกัน 1 คู่และตัวอื่นอีก 2 ตัวต่างกันจาก 4 ตัว คือ ATIO) เลือกได้ $1 \times C(4, 2)$ วิธี

ขั้นที่ 2 จัดลำดับอักษร 4 ตัว ซ้ำกัน 1 คู่ได้ $\frac{4!}{2!}$ วิธี

จะเลือกมาจัดลำดับได้ $= C(4, 2) \times \frac{4!}{2!}$

$$= \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{4!}{2!}$$

$$= 72 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จะจัดได้ทั้งหมดเท่ากับ $120 + 72 = 192$ วิธี

ตัวอย่างที่ 4 จะจัดลำดับตัวอักษร 3 ตัว ซึ่งเลือกมาจากคำว่า COLLEGE ได้กี่วิธี

วิธีทำ COLLEGE มีทั้งหมด 7 ตัว LL, EE, C, O, G

มี L ซ้ำ 2 ตัว, มี E ซ้ำ 2 ตัว

กรณีที่ 1 เลือก 3 ตัวมาจัดโดยตัวที่เลือกต่างกันทั้งหมด

ขั้นที่ 1 เลือกอักษร 3 ตัวที่แตกต่างกันจาก 5 ตัว คือ COLEG ได้ $C(5, 3)$ วิธี

ขั้นที่ 2 จัดลำดับอักษร 3 ตัวได้ $3!$ วิธี

จะเลือกมาจัดลำดับได้ $= C(5, 3) \times 3! = \frac{5!}{2! \times 3!} \times 3! = 60$ วิธี

กรณีที่ 2 เลือกอักษร 3 ตัว มีอักษรเหมือนกัน 1 คู่ และตัวอื่นอีก 1 ตัว แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 เลือกอักษร 3 ตัว มีอักษรเหมือนกัน 1 คู่ และตัวอื่นอีก 1 ตัว

เลือกได้ $C(2, 1) \times C(4, 1)$ วิธี

ขั้นที่ 2 จัดลำดับอักษร 3 ตัว ซ้ำกัน 2 ตัวได้ $\frac{3!}{2!}$ วิธี

จะเลือกมาจัดลำดับได้ $- C(2, 1) \times C(4, 1) \times \frac{3!}{2!}$

$= 24$ วิธี

ดังนั้น จากทั้ง 2 กรณี จะจัดได้เท่ากับ $60 + 24 = 84$ วิธี

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 ใบความรู้ที่ 14
- 4.2 ใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 14
- 4.3 แบบทดสอบย่อยชุด A
- 4.4 แบบทดสอบย่อยชุด B

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แบ่งกลุ่มนักเรียนแบบละความสามาร 4 กลุ่มละ 4 คน โดยมีเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน
3. ครูทบทวนนักเรียนในเรื่องการหาจำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยจัดคราวละ r สิ่ง เมื่อ $0 \leq r \leq n$ โดยให้นักเรียนยกตัวอย่างพร้อมหาคำตอบ

ขั้นเรียนรู้และฝึกทักษะ

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกันพร้อมหาคำตอบ แล้วออกมาเสนอหน้าชั้นเรียน
2. ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 14 วิธีจัดหมู่สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน โดยครูอธิบายบนกระดานพร้อมกำชับถามขั้นตอนการทำและให้นักเรียนช่วยทำบนกระดานเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจ
3. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 14 โดยให้นักเรียนจับคู่ช่วยเหลือกันในการศึกษาเนื้อหา และทำแบบฝึกหัด โดยตรวจเฉลยจากใบกิจกรรมฝึกทักษะ หากเพื่อนไม่เข้าใจก็ช่วยอธิบายและถ้ายังไม่เข้าใจก็ให้ถามครู
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาจำนวนวิธีจัดหมู่สิ่งของ r สิ่งจากของ n สิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกัน

ขั้นตอนสอบย่อย

- 1. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ชุด A โดยต่างคนต่างทำ
- 2. ครูตรวจให้คะแนนโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจ หากพบว่านักเรียนคนใดได้คะแนนไม่ถึงเกณฑ์ 80% เพื่อนในกลุ่มและครูคอยแนะนำช่วยเหลือ แล้วให้ไปทำแบบทดสอบชุด B (ที่มีลักษณะเป็นแบบคู่ขนานกับแบบทดสอบชุด A)

ขั้นการให้คะแนน

นำคะแนนสอบย่อยชุด A ของนักเรียนแต่ละคนมาเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ประกาศผลคะแนน ยกย่องชมเชยหรือให้รางวัลทีมที่ได้คะแนนสูงสุด

6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

- 6.1 สังเกตจากการตอบคำถาม
- 6.2 สังเกตจากการทำกิจกรรม
- 6.3 จากผลการตรวจใบกิจกรรมฝึกทักษะ
- 6.4 จากผลการทำแบบทดสอบ

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

รายวิชา กณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัส ศ32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ชั่วโมง

เรื่อง วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง: แก้ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ได้

1. สาระสำคัญ

- ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการแบ่งสิ่งของทั้งหมดออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ จำนวน k กลุ่ม แต่ละกลุ่ม มีจำนวนสิ่งของ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 มีสิ่งของจำนวน n_1 สิ่ง

กลุ่มที่ 2 มีสิ่งของจำนวน n_2 สิ่ง

⋮

กลุ่มที่ k มีสิ่งของจำนวน n_k สิ่ง

โดยที่ $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq \dots \neq n_k$ และ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ จะได้ว่า

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่ม} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad \text{วิธี}$$

- ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการแบ่งสิ่งของทั้งหมดออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ จำนวน k กลุ่ม แต่ละกลุ่ม มีจำนวนสิ่งของ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 มีสิ่งของจำนวน n_1 สิ่ง

กลุ่มที่ 2 มีสิ่งของจำนวน n_2 สิ่ง

⋮

กลุ่มที่ k มีสิ่งของจำนวน n_k สิ่ง

โดยที่ $n_1 = n_2 = \dots = n_k$ และ ไม่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม จะได้ว่า

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่ม} = \frac{n!}{(n_1! n_2! \dots n_k!) k!} \quad \text{วิธี}$$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- หาจำนวนวิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันได้
- หาจำนวนวิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มเท่ากันได้

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

- การแก้ปัญหา
- การให้เหตุผล
- การสื่อสารและสื่อความหมาย
- การเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์

2.3 ด้านคุณลักษณะ

- นักเรียนมีวินัยและมีความรับผิดชอบในการเรียน
- นักเรียนมีความเสียสละเพื่อส่วนรวม
- นักเรียนให้ความร่วมมือและช่วยเหลือกัน

3. สารการเรียนรู้

- วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน

ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างดังนี้

นักเรียนต้องการแบ่งดินสอสีต่าง ๆ กัน 9 แท่ง ออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่หนึ่งมี 4 แท่ง กลุ่มที่สองมี 3 แท่ง และกลุ่มที่สามมี 2 แท่ง จะแบ่งได้กี่วิธี

แบ่งดินสอสีต่าง ๆ กัน 9 แท่ง ออกเป็น 3 กลุ่ม ได้ดังนี้

กลุ่มที่หนึ่งแบ่งได้ $C(9, 4)$ วิธี

กลุ่มที่สองแบ่งได้ $C(5, 3)$ วิธี

กลุ่มที่สามแบ่งได้ $C(2, 2)$ วิธี

จำนวนวิธีแบ่งได้ทั้งหมด $= C(9, 4) \times C(5, 3) \times C(2, 2)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{9!}{5!4!} \times \frac{5!}{2!3!} \times \frac{2!}{2!} \\
 &= \frac{9!}{4!3!2!} \text{ วิธี}
 \end{aligned}$$

จะสรุปได้ว่า

ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการแบ่งสิ่งของทั้งหมดออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ จำนวน k กลุ่ม แต่ละกลุ่ม มีจำนวนสิ่งของ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 มีสิ่งของจำนวน n_1 สิ่ง

กลุ่มที่ 2 มีสิ่งของจำนวน n_2 สิ่ง

$\vdots$

กลุ่มที่ k มีสิ่งของจำนวน n_k สิ่ง

โดยที่ $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq \dots \neq n_k$ และ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ จะได้ว่า

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่ม} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \text{ วิธี}$$

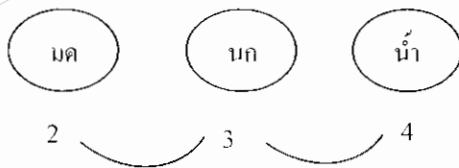
ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือ 12 เล่ม ที่แตกต่างกัน ออกเป็น 3 กอง โดยที่กองหนึ่งมี 3 เล่ม อีกกองหนึ่งมี 4 เล่ม และอีกกองหนึ่งมี 5 เล่ม

วิธีทำ เนื่องจากแต่ละกองมีหนังสือจำนวนไม่เท่ากัน จะได้ว่า

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่ม} = \frac{12!}{3!4!5!} = 27,720 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 2 มีหนังสือที่แตกต่างกัน 9 เล่ม ต้องการแบ่งให้นักเรียน 3 คน คือ มด นก และน้ำ จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือ เมื่อคนหนึ่งได้ 2 เล่ม อีกคนหนึ่งได้ 3 เล่ม และอีกคนหนึ่งได้ 4 เล่ม

วิธีทำ จากโจทย์ ไม่ได้ระบุว่า นักเรียนคนใดได้ 2 เล่ม 3 เล่ม และ 4 เล่ม ดังนั้น



จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของจำนวนหนังสือของแต่ละคน $= 3! = 6$ วิธี

$$\text{ในแต่ละวิธี แบ่งหนังสือ 9 เล่ม ได้จำนวน} = \frac{9!}{2!3!4!} = 1,260 \text{ วิธี}$$

$$\text{ดังนั้น จำนวนวิธีการแบ่ง} = 6 \times 1,260 = 7,560 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือที่แตกต่างกัน 12 เล่ม ให้ พัด แพนม และพร โดยที่

(1) พัดได้ 3 เล่ม แพนมได้ 4 เล่ม และพรได้ 5 เล่ม

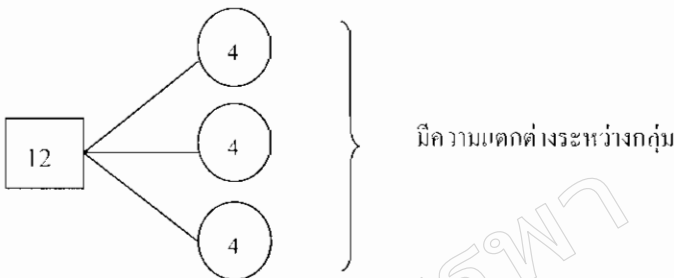
(2) ทุกคนได้หนังสือจำนวนเท่า ๆ กัน

ตอบ (1) พัดได้ 3 เล่ม แพนมได้ 4 เล่ม และพรได้ 5 เล่ม

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่ง} = \frac{12!}{3!4!5!} = 27,720 \text{ วิธี}$$

(2) ทุกคนได้หนังสือจำนวนเท่า ๆ กัน

เป็นการแบ่งหนังสือ 12 เล่ม ออกเป็น 3 กลุ่ม ๆ ละ 4 เล่มเท่า ๆ กัน แต่ว่าในแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม คือ ตัวคนรับต่างกัน ดังนั้น

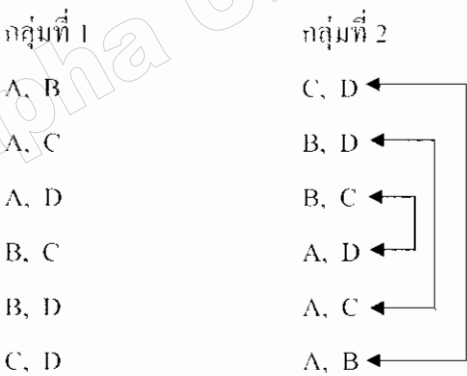


$$\text{จำนวนวิธีการแบ่ง} = \frac{12!}{4!4!4!} = 34,650 \text{ วิธี}$$

- วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มละเท่า ๆ กัน

ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างดังนี้

การแบ่งตัวอักษร A, B, C และ D ออกเป็นกลุ่มละ 2 ตัวอักษร จะจัดได้ดังนี้ คือ



จะเห็นว่าแทนที่จะได้ 6 วิธี แต่เนื่องจากมีวิธีซ้ำกันเป็นคู่ จึงแบ่งได้ 3 วิธี หรือเท่ากับ

$$\frac{6}{2} \text{ หรือ } \frac{4!}{(2!2!)2!} \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า ถ้าแบ่งสิ่งของที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ เท่า ๆ กัน k กลุ่ม จะมีวิธีซ้ำกัน $k!$ วิธี คือ เท่ากับจำนวนวิธีที่ k กลุ่ม สลับที่กันจึงต้องหารออกด้วย $k!$ เสมอนั่นคือ

ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง ต้องการแบ่งสิ่งของทั้งหมดออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ จำนวน k กลุ่ม แต่ละกลุ่ม มีจำนวนสิ่งของ ดังนี้

กลุ่มที่ 1 มีสิ่งของจำนวน n_1 สิ่ง

กลุ่มที่ 2 มีสิ่งของจำนวน n_2 สิ่ง

⋮

กลุ่มที่ k มีสิ่งของจำนวน n_k สิ่ง

โดยที่ $n_1 = n_2 = \dots = n_k$ และ ไม่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม จะได้ว่า

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่ม} = \frac{n!}{(n_1!n_2!\dots n_k!)k!} \text{ วิธี}$$

☺ ในกรณีกลุ่มที่มีจำนวนสิ่งของเท่ากัน ไม่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม

$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่มเท่ากับ} \frac{n!}{(n_1!n_2!\dots n_k!)m_1!m_2!\dots m_j!} \text{ วิธี}$$

เมื่อ m_1 - จำนวนกลุ่มที่มีสิ่งของเท่ากัน พวกที่ 1

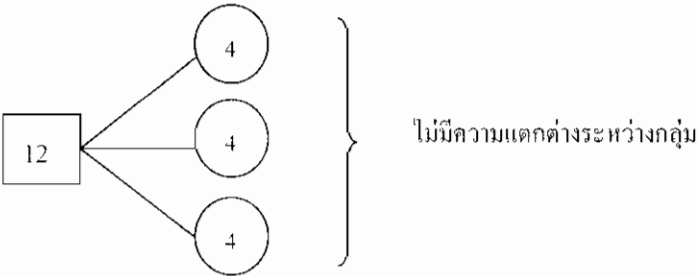
m_2 - จำนวนกลุ่มที่มีสิ่งของเท่ากัน พวกที่ 2

⋮

m_j - จำนวนกลุ่มที่มีสิ่งของเท่ากัน พวกที่ j

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือ 12 เล่ม ที่แตกต่างกัน ออกเป็น 3 กอง โดยที่แต่ละกอง มีหนังสือจำนวนเท่า ๆ กัน

วิธีทำ เนื่องจากหนังสือ 3 กอง มีจำนวนเท่ากัน และไม่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม จะได้ว่า

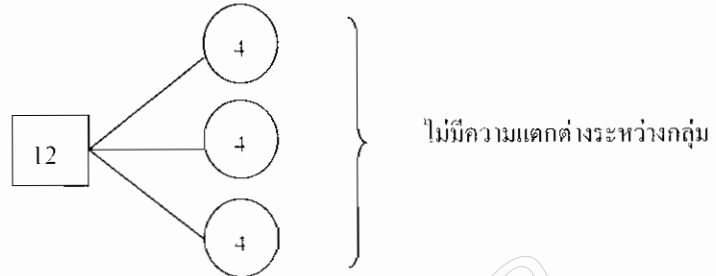


$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งกลุ่ม} = \frac{12!}{4!4!4!3!} = 5,775 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 2 มีนักเรียนจำนวน 12 คน ในจำนวนนี้มี ค้อม ดู่ ค้อล รวมอยู่ด้วย ถ้าต้องการแบ่งคนทั้งหมดออกเป็น 3 กลุ่ม ๆ ละเท่า ๆ กัน จะมีวิธีการแบ่งกี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

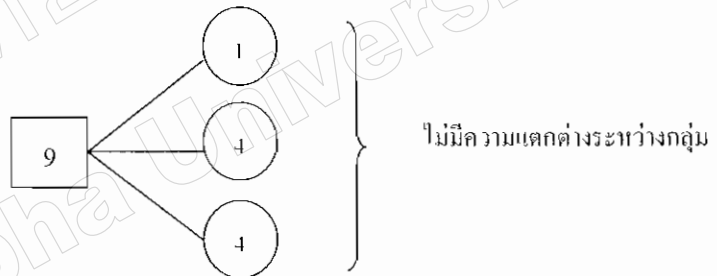
วิธีทำ



$$\text{จำนวนวิธีการแบ่ง} = \frac{12!}{4!4!4!} = 5,775 \text{ วิธี}$$

(2) ค้อม ดู่ ค้อล อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

นำ ค้อม ดู่ ค้อล ออกมาก่อน แล้วแบ่งคนที่เหลือ 9 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้



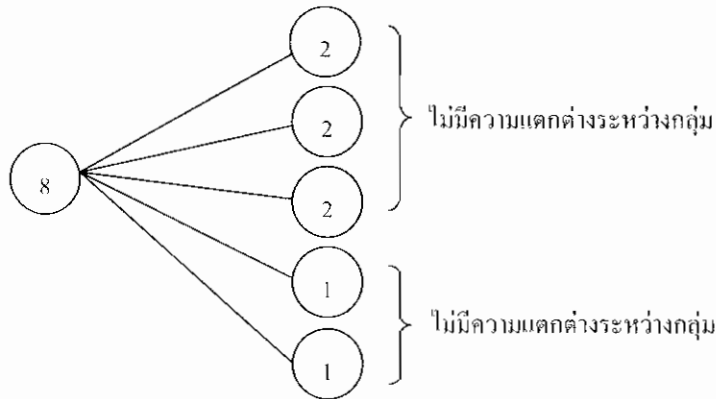
$$\text{จำนวนวิธีการแบ่งคน 9 คน} = \frac{9!}{(1!4!4!)2!} = 315 \text{ วิธี}$$

ในแต่ละวิธี นำ ค้อม ดู่ ค้อล เข้าไปรวมกับกลุ่ม 1 คน ซึ่งมีวิธีการนำเข้า 1 วิธี

$$\text{ดังนั้น จำนวนวิธีแบ่งทั้งหมด} = 315 \times 1 = 315 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 3 เด็กคนหนึ่งมีลูกบอลสีต่าง ๆ กัน จำนวน 10 ลูก เขาต้องการแบ่งลูกบอลออกเป็น 5 กอง โดยมี 3 กอง ๆ ละ 2 ลูก ส่วนอีก 2 กอง ๆ ละ 1 ลูก เขาจะมีวิธีการแบ่งลูกบอลทั้งหมดกี่วิธี
วิธีทำ จากตัวอย่างเมื่อรวมลูกบอลทั้ง 5 กอง แล้ว จะได้เพียง 8 ลูกเท่านั้น แสดงว่าเด็กคนนี้ต้องการจะแบ่งลูกบอล 8 ลูก จาก 10 ลูก เท่านั้น จึงต้องมีกรเลือกลูกบอล 8 ลูกก่อนที่จะแบ่งต่อไป

$$\text{จำนวนวิธีเลือกลูกบอล 8 ลูก จาก 10 ลูก} = {}^C(10, 8) = 45 \text{ วิธี}$$



ในแต่ละวิธี แบ่งลูกบอล 8 ลูก ออกเป็น 5 กองได้

$$= \frac{8!}{(2!2!2!1!1!)3!2!} = 420 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีแบ่งทั้งหมด = $45 \times 420 = 18,900$ วิธี

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 ใบความรู้ที่ 15, 16
- 4.2 ใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 15, 16
- 4.3 แบบทดสอบย่อยชุด A
- 4.4 แบบทดสอบย่อยชุด B
- 4.5 แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 4

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แบ่งกลุ่มนักเรียนแบบความสะดวกสามเเรก กลุ่มละ 4 คน โดยมีเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน
3. ให้นักเรียนช่วยกันหาจำนวนวิธีในการแบ่งกลุ่มนักเรียนดังนี้
 - ถ้าต้องการแบ่งกลุ่มนักเรียนจำนวน 5 คน โดยกลุ่มหนึ่งมี 2 คน และอีกกลุ่มหนึ่งมี 3 คน จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปคำตอบอีกครั้ง

ขั้นเรียนรู้และฝึกทักษะ

1. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างในใบความรู้ที่ 15 เรื่อง วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน และช่วยกันสรุปเทคนิคการแก้โจทย์
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 3 ในใบความรู้ที่ 15 บนกระดานให้นักเรียนช่วยกันแจกแจงคำตอบและใช้การถามตอบเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจ
3. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างในใบความรู้ที่ 16 เรื่อง วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มเท่ากัน และช่วยกันสรุปเทคนิคการแก้โจทย์
4. ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบมีความแตกต่างระหว่างกลุ่มและไม่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่มของตัวอย่างที่ 3(2) ในใบความรู้ที่ 15 กับตัวอย่างที่ 2(1) ในใบความรู้ที่ 16 โดยครูอธิบายเพิ่มเติม
5. ยกตัวอย่างในใบความรู้ที่ 16 บนกระดานให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ โดยครูอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
6. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 15, 16 โดยให้นักเรียนจับคู่ช่วยเหลือกันในการศึกษาเนื้อหาและทำแบบฝึกหัด โดยตรวจดูเฉลยจากใบกิจกรรมฝึกทักษะ หากเพื่อนไม่เข้าใจก็ช่วยอธิบายและถ้ายังไม่เข้าใจก็ให้ถามครู
7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการหาจำนวน วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันและแบ่งแต่ละกลุ่มเท่า ๆ กัน

ขั้นทดสอบย่อย

1. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ชุด A โดยต่างคนต่างทำ
2. ครูตรวจให้คะแนนโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนตรวจ หากพบว่านักเรียนคนใดได้คะแนนไม่ถึงเกณฑ์ 80% เพื่อนในกลุ่มและครูคอยแนะนำช่วยเหลือ แล้วให้ไปทำแบบทดสอบชุด B (ที่มีลักษณะเป็นแบบคู่ขนานกับแบบทดสอบชุด A)
3. นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 4

ขั้นการให้คะแนน

นำคะแนนสอบย่อยชุด A และแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 4 ของนักเรียนแต่ละคนมาเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ประกาศผลคะแนน ยกย่องชมเชยหรือให้รางวัลทีมที่ได้คะแนนสูงสุด

6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

- 6.1 สัมผัสจากการตอบคำถาม
- 6.2 สัมผัสจากการทำกิจกรรม
- 6.3 จากผลการตรวจใบกิจกรรมฝึกทักษะ
- 6.4 จากผลการทำแบบทดสอบ
- 6.5 จากผลการทำแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยที่ 4

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แบบทดสอบย่อยชุด A
แผนภาพต้นไม้ (Tree diagram)

1. นักฟุตบอลทีมหนึ่งมีเสื้อทีม 4 แบบ กางเกง 3 แบบ ถุงเท้า 2 แบบ นักฟุตบอลทีมนี้จะมีวิธี
แต่งชุดของทีมได้กี่วิธี
-
-
2. โยนเหรียญบาท (โดยที่เหรียญมีความเที่ยงตรง) 1 เหรียญ 3 ครั้ง จะออกหน้าต่าง ๆ กันได้กี่วิธี
-
-
3. ในงานเลี้ยงแห่งหนึ่งจัดอาหารคาวไว้ 5 ชนิด อาหารหวาน 3 ชนิด เครื่องดื่ม 4 ชนิด ถ้าสุខใจไป
ร่วมงานจะเลือกรับประทานอาหารคาว อาหารหวาน และเครื่องดื่มอย่างละหนึ่งชนิดได้กี่วิธี
-
-
4. ถ้าครอบครัวที่แต่งงานต้องการมีบุตร 3 คน โดยให้บุตรคนที่สองเป็นผู้ชาย บุตรคนอื่นเป็น
เพศใดก็ได้ แล้วจะมีบุตรได้กี่วิธี
-
-



แบบทดสอบย่อยชุด A

กฎการคูณและกฎการบวก

1. ถ้าต้องการสร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษร 4 ตัว จากคำว่า COMPUTER จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ เมื่อคำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมาย

.....

.....

2. มีลูกบอลที่แตกต่างกัน 3 ลูก ถ้าต้องการนำลูกบอลเหล่านี้ไปใส่ในกล่อง 4 กล่อง ที่แตกต่างกัน อย่างทราบว่าจะมีวิธีการใส่ของลูกบอลทั้ง 3 ลูกได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ลูกบอลแต่ละลูกจะใส่ในกล่องใดก็ได้

.....

.....

(2) กล่องแต่ละใบจะรับลูกบอลได้ไม่เกิน 1 ลูก

.....

.....

3. ถ้าต้องการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก เลขแต่ละหลักเลือกจากตัวเลข 2, 3, 5, 6, 7, 9 จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อจำนวนที่สร้างเป็นจำนวนคู่เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

.....

.....

4. แจมต้องการเดินทางจากบ้านไปตลาดโดยมีพาหนะ 3 ประเภท เป็นรถยนต์ 2 คัน

รถจักรยานยนต์ 3 คัน และรถประจำทาง 4 คัน ถ้าแจมเดินทางไปตลาดด้วยรถดังกล่าว เธอจะมีวิธีเลือกเดินทางได้ต่าง ๆ กัน ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

แบบทดสอบย่อยชุด A

แฟกทอเรียล

😊 จงหาค่าของ

1. $\frac{13!}{11!} \times \frac{10!}{8! \times 4!}$

.....

2. $\frac{(n-3)!}{(n-5)!}$

.....

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแฟกทอเรียล

3. $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15$

.....

4. $n(n+1)(n+2)(n+3)$

.....

5. $\frac{n!}{(n-2)!} = 930$

.....
.....
.....
.....

แบบทดสอบย่อยชุด A

วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวนตรง

1. หนังสือ 8 เล่ม ที่ไม่ซ้ำกัน จะจัดเรียงบนชั้น ได้กี่วิธี

.....

.....

2. มีหนังสือต่างกันทั้งหมด 8 เล่ม มีปกสีแดง 4 เล่ม จงหาจำนวนวิธีจัดหนังสือ 8 เล่มบนชั้น
ถ้าหนังสือ 3 เล่มที่อยู่ติดกันเป็นหนังสือปกแดง

.....

.....

3. จากตัวอักษรจากคำว่า MUSIC นำมาเขียนเป็นคำใหม่โดยไม่คำนึงถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่คำ

.....

.....

4. ชาย 10 คน หญิง 10 คน นั่งสลับกันเป็นแถว ได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ถ้าสลับทีละ 5

.....

.....

(2) ถ้าสลับทีละ 10

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A
วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวนตรง



1. หาค่าของ $P(12, 3)$

.....

.....

2. บนรถยนต์โดยสารคันหนึ่งมีที่นั่งว่างอยู่ 8 ที่ ถ้ามีคนโดยสารขึ้นมา 4 คน อยากทราบว่าคนโดยสารทั้ง 4 คน จะนั่งที่เหล่านั้นได้กี่วิธี

.....

.....

3. ในที่ทำการแห่งหนึ่งมีตำแหน่งต่าง ๆ กันว่างอยู่ 3 ตำแหน่ง มีคนสมัครเข้าทำงานในตำแหน่งดังกล่าว 12 คน ผู้จัดการมีโอกาสเลือกผู้เข้าสมัครงานให้เต็มทั้ง 3 ตำแหน่งกี่วิธี

.....

.....

4. ถ้าหิขินตัวอักษร 4 ตัว จกคำว่า PHYSIC มาจัดเรียงเ็นคำใหม่โดยไม่คำนึงว่าจะมีความหมายหรือไม่ ได้กี่คำ

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A

วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวนตรง

1. ในการจัดลำดับอักษรในคำ “COLLEGE” จะได้คำที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่คำ

.....

.....

2. ในการจัดลำดับอักษรในคำ “ANALYSIS” จะได้คำที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่คำ

.....

.....

3. มีลูกหินขนาดเดียวกัน 12 ลูก เป็นสีขาว 5 ลูก สีเหลือง 3 ลูก สีแดง 2 ลูก และสีชมพู 2 ลูก
จะเรียงลูกหินเป็นแนวนตรงได้กี่วิธี

.....

.....

4. จะหาสิ่วด้านหนึ่งซึ่งทำด้วยสังกะสีวางในแนวดิ่ง 10 แผ่น โดยหาสีขาว 4 แผ่น, สีเหลือง
2 แผ่น และสีชมพู 4 แผ่น ได้กี่วิธี

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A
วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม

1. มีชาย 4 คน หญิง 4 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดให้ชายและหญิงนั่งรอบโต๊ะกลม

.....

.....

2. ดินกับน้ำฟ้าและเพื่อนอีก 4 คน ไปรับประทานอาหารที่ร้านอาหารแห่งหนึ่ง ถ้าโต๊ะอาหารเป็นแบบวงกลม ซึ่งมี 6 ที่นั่ง แล้วจะนั่งได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อดินกับน้ำฟ้าต้องนั่งติดกัน

.....

.....

3. มีชาย 10 คน หญิง 10 คน นั่งเป็นวงกลม โดยนั่งสลับกันระหว่างชายและหญิง จะมีวิธีการนั่งกี่วิธี เมื่อ

(1) สลับกันทีละ 2 คน

.....

.....

(2) สลับกันทีละ 5 คน

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A

วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม

1. ถ้านำลูกปิงปอง ซึ่งมีลักษณะและขนาดเหมือนกัน สีขาว 2 ลูก สีแดง 4 ลูก และสีดำ 3 ลูก มาวางเรียงเป็นวงกลม จงหาจำนวนวิธีการวางเรียง

ตอบ เนื่องจาก ห.ร.ม. $(2, 4, 3) = 1$

.....

2. มีตัวอักษร A, A, A, B, B นำมาวางเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม ทำให้ทั้งสี่วิธี ถ้าตัวอักษร A อยู่ติดกัน

.....

3. จงหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของตัวอักษร A, A, B, B, C, C แบบวงกลม เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

.....

(2) อักษร A อยู่ติดกันทั้งสองตัว

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A
วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม

1. สร้อยคอทองคำเส้นหนึ่งมีห่วงสำหรับแขวนพระอยู่ 5 ห่วง จะนำพระ 5 องค์ต่าง ๆ กัน ไปแขวนที่ห่วงนี้จะแขวนพระได้กี่วิธี

.....

.....

2. จะร้อยกุญแจ 4 ดอกต่าง ๆ กัน ในพวงกุญแจได้กี่แบบ

.....

.....

3. มีลูกปัด 7 ลูกซึ่งมีสีต่างกันทั้งหมด โดยมีสีขาว สีนํ้าเงิน สีแดง และสีอื่น ๆ จำนวนวิธีที่จะร้อยลูกปัดเป็นสร้อยข้อมือได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

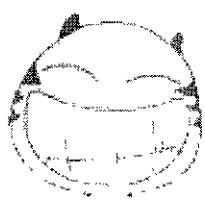
.....

.....

(2) ลูกปัดสีขาว สีนํ้าเงินและสีแดงอยู่ติดกัน

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A

วิธีจัดหมู่



1. มีหนังสือ 8 เล่ม จะยืมหนังสือ 5 เล่มได้กี่วิธี

.....

.....

2. บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งมี 6 จุด จะต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในวงกลม โดยอาศัยจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดมุมได้กี่รูป

.....

.....

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกหิน 15 ลูก ที่แตกต่างกันเป็นสีเขียว 6 ลูก สีเหลือง 5 ลูก สีน้ำเงิน 4 ลูก ถ้าหยิบลูกหินมา 3 ลูก จงหาจำนวนวิธีที่ไม่มีสีน้ำเงิน

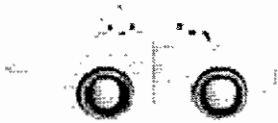
.....

.....

4. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองสีเหลือง 3 ลูก สีส้ม 4 ลูก และสีขาว 5 ลูก โดยที่ลูกปิงปองแต่ละลูกมีขนาดไม่เท่ากัน ถ้าหยิบลูกปิงปองออกมาจากรถกล่องโดยไม่มอง 3 ลูก จงหาจำนวนวิธีที่หยิบได้ลูกปิงปองสีละ 1 ลูก

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A
วิธีจัดหมู่สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน

1. จะเลือกตัวอักษรจากคำว่า FUNCTION มาครั้งละ 4 ตัวได้กี่วิธี เมื่อ

(1) อักษร 4 ตัวที่เลือกต่างกันทั้งหมด

.....

.....

(2) อักษร 4 ตัวมีอักษรเหมือนกัน 1 คู่

.....

.....

2. จะจัดลำดับตัวอักษร 4 ตัว ซึ่งเลือกมาจากคำว่า FUNCTION ได้กี่คำ โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

เมื่อ

(1) อักษร 4 ตัวที่นำมาจัดแตกต่างกันทั้งหมด

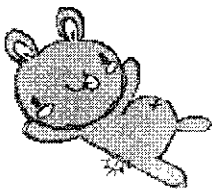
.....

.....

(2) อักษร 4 ตัว ที่นำมาจัดมีอักษรเหมือนกัน 1 คู่

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด A
วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน

1. มีหนังสือที่แตกต่างกัน 9 เล่ม ต้องการแบ่งให้นักเรียน 3 คน คือ มค นก และน้ำ จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือ เมื่อคนหนึ่งได้ 2 เล่ม อีกคนหนึ่งได้ 3 เล่ม และอีกคนหนึ่งได้ 4 เล่ม

.....

.....

2. จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือที่แตกต่างกัน 12 เล่ม ให้นาย ก, น เข ข และนาย ค โดยที่ทุกคนได้หนังสือจำนวนเท่า ๆ กัน

.....

.....

.....

3. ถ้ามีหนังสือ 11 เล่มที่แตกต่างกัน ถ้าต้องการแบ่งหนังสือทั้งหมดออกเป็น 4 กอง โดยที่มีกองหนึ่งมีหนังสือ 2 เล่ม ส่วนอีก 3 กอง จะมีหนังสือกองละ 3 เล่ม จะมีวิธีการแบ่งหนังสือทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

4. มีลูกบอลที่แตกต่างกัน 13 ลูก ต้องการแบ่งออกเป็น 6 กอง โดยมี 2 กองที่มีบอลกองละ 3 ลูก และมีอีก 3 กอง ที่มีลูกบอลกองละ 2 ลูก ส่วนอีก 1 กอง มีเพียง 1 ลูก จะมีวิธีการแบ่งลูกบอลดังกล่าวทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

แบบทดสอบย่อยชุด B
แผนภาพต้นไม้ (Tree diagram)

1. นักฟุตบอลทีมหนึ่งมีเสื้อทีม 3 แบบ กางเกง 4 แบบ ถุงเท้า 2 แบบ นักฟุตบอลทีมนี้จะมีวิธีแต่งชุดของทีมได้กี่วิธี

.....

.....

2. โยนเหรียญบาท (โดยที่เหรียญมีความเที่ยงตรง) 1 เหรียญ 2 ครั้ง จะออกหน้าต่าง ๆ กันได้กี่วิธี

.....

.....

3. ในงานเลี้ยงแห่งหนึ่งจัดอาหารคาวไว้ 4 ชนิด อาหารหวาน 2 ชนิด เครื่องดื่ม 3 ชนิด ถ้าสุขใจไปร่วมงานจะเลือกรับประทานอาหารคาว อาหารหวาน และเครื่องดื่มอย่างละหนึ่งชนิดได้กี่วิธี

.....

.....

4. บริษัทต้องการมีบุตร 3 คน โดยให้คนที่สองเป็นผู้หญิง เขาจะมีบุตรได้กี่วิธี

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด B

กฎการคูณและกฎการบวก

1. ถ้าต้องการสร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษร 4 ตัว จากคำว่า HISTORY จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ เมื่อคำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมาย

.....

.....

2. มีลูกบอลที่แตกต่างกัน 4 ลูก ถ้าต้องการนำลูกบอลเหล่านี้ไปใส่ในกล่อง 5 กล่อง ที่แตกต่างกัน อยากทราบว่าจะมีวิธีการใส่ของลูกบอลทั้ง 4 ลูกได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ลูกบอลแต่ละลูกจะใส่ในกล่องใดก็ได้

.....

.....

(2) กล่องแต่ละใบจะรับลูกบอลได้ไม่เกิน 1 ลูก

.....

.....

3. ถ้าต้องการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก เลขแต่ละหลักเลือกจากตัวเลข 2, 3, 5, 6, 7, 9 จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อจำนวนที่สร้างเป็นจำนวนคู่และเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

.....

.....

4. แยมต้องการเดินทางจากบ้านไปตลาดโดยมีพาหนะ 3 ประเภท เป็นรถยนต์ 4 คัน รถจักรยานยนต์ 3 คัน และรถประจำทาง 3 คัน ถ้าแยมเดินทางไปตลาดด้วยรถดังกล่าว เธอจะมีวิธีเลือกเดินทางได้ต่าง ๆ กัน ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

แบบทดสอบย่อยชุด B

แฟกทอเรียล



😊 จงหาค่าของ

1. $\frac{12!}{10!} \times \frac{10!}{11! \times 4!}$

=

2. $\frac{(n-2)!}{(n-4)!}$

=

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแฟกทอเรียล

3. $21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25$

=

4. $(n+1)(n+2)(n+3)$

=

5. $\frac{n!}{(n-2)!} \cdot 110$

.....
.....
.....
.....

แบบทดสอบย่อยชุด B

วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวนตรง

1. หนังสือ 6 เล่ม ที่ไม่ซ้ำกัน จะจัดเรียงบนชั้นได้กี่วิธี

.....

.....

2. มีหนังสือต่างกันทั้งหมด 7 เล่ม มีปกสีแดง 3 เล่ม จงหาจำนวนวิธีจัดหนังสือ 7 เล่มบนชั้น ถ้าหนังสือ 3 เล่มที่อยู่ติดกันเป็นหนังสือปกแดง

.....

.....

3. จากตัวอักษรจากคำว่า STICK นำมาเขียนเป็นคำใหม่โดยไม่คำนึงถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่คำ

.....

.....

4. ชาย 8 คน หญิง 8 คน นั่งสลับกันเป็นแถวได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ถ้าสลับทีละ 4

.....

.....

(2) ถ้าสลับทีละ 8

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด B

วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวนตรง



- 1. หาคู่ของ P (11.2)
.....
.....
- 2. บนรถยนต์โดยสารคันหนึ่งมีที่นั่งว่างอยู่ 9 ที่ ถ้ามีคนโดยสารขึ้นมา 3 คนอยากทราบว่า
คนโดยสารทั้ง 3 คน จะนั่งที่เหล่านั่นได้กี่วิธี
.....
.....
- 3. ในที่ทำการแห่งหนึ่งมีตำแหน่งต่าง ๆ กันว่างอยู่ 2 ตำแหน่ง มีคนสมัครเข้าทำงานในตำแหน่ง
ดังกล่าว 15 คน ผู้จัดการมีโอกาเลือกผู้เข้าสมัครงานให้เต็มทั้ง 2 ตำแหน่งกี่วิธี
.....
.....
- 4. ถ้าหิวงตัวอักษร 4 ตัว จากคำว่า ENGLISH มาจัดเรียงเป็นคำใหม่โดยไม่คำนึงว่าจะมีความหมาย
หรือไม่ ได้กี่คำ
.....
.....



แบบทดสอบย่อยชุด B

วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนวนตรง

1. ในการจัดลำดับอักษรในคำ “TORONTO” จะได้คำที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่คำ

.....

.....

2. ในการจัดลำดับอักษรในคำ “ALTERNATE” จะได้คำที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่คำ

.....

.....

3. มีลูกหินขน เดียวกัน 10 ลูก เป็นสีขาว 5 ลูก สีเหลือง 3 ลูก และสีชมพู 2 ลูก จะเรียงลูกหินเป็นแนวนตรงได้กี่วิธี

.....

.....

4. จะทำสัร้วด้านหนึ่งซึ่งทำด้วยสังกะสีวางในแนวดั้ง 12 แผ่น โดยทาสีขาว 5 แผ่น, สีเหลือง 4 แผ่น และสีชมพู 3 แผ่น ได้กี่วิธี

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด B

วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม

1. มีชาย 3 คน หญิง 3 คน จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดให้ชายและหญิงนั่งรอบโต๊ะกลม

.....

.....

2. ดินกับน้ำเฟื้อและเพื่อนอีก 6 คน ไปรับประทานอาหารที่ร้านอาหารแห่งหนึ่ง ถ้าโต๊ะอาหารเป็นแบบวงกลม ซึ่งมี 8 ที่นั่ง แล้วจะนั่งได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อดินกับน้ำเฟื้อต้องนั่งติดกัน

.....

.....

3. มีชาย 10 คน หญิง 10 คน นั่งเป็นวงกลม โดยนั่งสลับกันระหว่างชายและหญิง จะมีวิธีการนั่งกี่วิธี เมื่อ

(1) สลับกันทีละ 1 คน

.....

.....

(2) สลับกันทีละ 5 คน

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด B
วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม



1. ถ้านำลูกปิงปอง ซึ่งมีลักษณะและขนาดเหมือนกัน สีขาว 1 ลูก สีแดง 4 ลูก และสีดำ 2 ลูก มาวางเรียงเป็นวงกลม จงหาจำนวนวิธีการวางเรียง

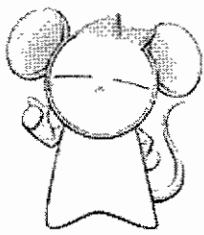
ตอบ เนื่องจาก ห.ร.ม. $(1, 4, 2) = 1$

2. มีตัวอักษร A, A, A, B, B นำมาวางเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม ทำได้ทั้งสิ้นกี่วิธี ถ้าตัวอักษร B อยู่ติดกัน

3. จงหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของตัวอักษร A, A, B, B, B, C, C แบบวงกลม เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

(2) อักษร B อยู่ติดกันทั้งสามตัว



แบบทดสอบย่อยชุด B
วิธีเรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม

1. สร้อยคอทองคำเส้นหนึ่งมีห่วงสำหรับแขวนพระอยู่ 7 ห่วง จะนำพระ 7 องค์ต่าง ๆ กัน ไปแขวนที่ห่วงนี้จะแขวนพระได้กี่วิธี

.....

.....

2. จะร้อยกุญแจ 10 ดอกต่าง ๆ กันในพวงกุญแจได้กี่แบบ

.....

.....

3. มีลูกปัด 6 ลูกซึ่งมีสีต่างกันทั้งหมด โดยมีสีขาว สีนํ้าเงิน สีแดง และสีอื่น ๆ จำนวนวิธีที่จะร้อยลูกปัดเป็นสร้อยข้อมือได้กี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

.....

.....

(2) ลูกปัดสีขาว สีนํ้าเงินและสีแดงอยู่ติดกัน

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด B

วิธีจัดหมู่



1. มีหนังสือ 10 เล่ม จะยืมหนังสือ 5 เล่ม ได้กี่วิธี

.....

.....

2. บนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่งมี 7 จุด จะต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมบรรจุในวงกลม โดยอาศัยจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดมุมได้กี่รูป

.....

.....

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกหิน 15 ลูก ที่แตกต่างกันเป็นสีเขียว 6 ลูก สีเหลือง 5 ลูก สีน้ำเงิน 4 ลูก ถ้าหยิบลูกหินมา 3 ลูก จงหาจำนวนวิธีที่ไม่มีเขียว

.....

.....

4. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองสีเหลือง 4 ลูก สีส้ม 5 ลูก และสีขาว 6 ลูก โดยที่ลูกปิงปองแต่ละลูกมีขนาดไม่เท่ากัน ถ้าหยิบลูกปิงปองออกมาจากกล่องโดยไม่มอง 3 ลูก จงหาจำนวนวิธีที่หยิบได้ลูกปิงปองสีละ 1 ลูก

.....

.....



แบบทดสอบย่อยชุด B

วิธีจัดหมู่สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน

1. จะเลือกตัวอักษรจากร้อยคำว่า MONITOR มาครั้งละ 4 ตัวได้กี่วิธี เมื่อ

(1) อักษร 4 ตัวที่เลือกต่างกันทั้งหมด

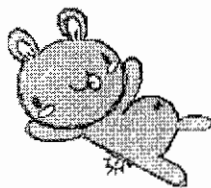
(2) อักษร 4 ตัวมีอักษรเหมือนกัน 1 คู่

2. จะจัดลำดับตัวอักษร 4 ตัว ซึ่งเลือกมาจากร้อยคำว่า MONITOR ได้กี่คำ โดยไม่คำนึงถึงความหมาย

เมื่อ

(1) อักษร 4 ตัวที่นำมาจัดแตกต่างกันทั้งหมด

(2) อักษร 4 ตัว ที่นำมาจัดมีอักษรเหมือนกัน 1 คู่



แบบทดสอบย่อยชุด B
วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน

1. มีหนังสือที่แตกต่างกัน 10 เล่ม ต้องการแบ่งให้นักเรียน 3 คน คือ มด นก และน้ำ จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือ เมื่อคนหนึ่งได้ 2 เล่ม อีกคนหนึ่งได้ 3 เล่ม และอีกคนหนึ่งได้ 5 เล่ม

.....

.....

2. จงหาจำนวนวิธีการแบ่งหนังสือที่แตกต่างกัน 9 เล่ม ให้นาย ก, นาย ข และนาย ค โดยที่ทุกคนได้หนังสือจำนวนเท่า ๆ กัน

.....

.....

.....

3. ถ้ามีหนังสือ 10 เล่มที่แตกต่างกัน ถ้าต้องการแบ่งหนังสือทั้งหมดออกเป็น 3 กอง โดยที่มีกองหนึ่งมีหนังสือ 2 เล่ม ส่วนอีก 2 กอง จะมีหนังสือกองละ 4 เล่ม จะมีวิธีการแบ่งหนังสือทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

4. มีลูกบอลที่แตกต่างกัน 16 ลูก ต้องการแบ่งออกเป็น 6 กอง โดยมี 3 กองที่มีบอลกองละ 2 ลูก และมีอีก 2 กอง ที่มีลูกบอลกองละ 3 ลูก ส่วนอีก 1 กอง มีลูกบอล 4 ลูก จะมีวิธีการแบ่งลูกบอลดังกล่าวทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....



มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัส ท32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ชั่วโมง

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (แผนภาพต้นไม้)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง: แก้ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ได้

1. สาระสำคัญ

การเขียนแผนภาพต้นไม้ (Tree diagram)

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

 - หาจำนวนวิธีของเหตุการณ์โดยใช้แผนภาพต้นไม้ (Tree diagram) ได้
- 2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

 - การแก้ปัญหา
 - การให้เหตุผล
 - การสื่อสารและสื่อความหมาย
 - การเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์
- 2.3 ด้านคุณลักษณะ

 - นักเรียนมีวินัยและมีความรับผิดชอบในการเรียน
 - นักเรียนมีความเสียสละเพื่อส่วนรวม
 - นักเรียนให้ความร่วมมือและช่วยเหลือกัน

3. สาระการเรียนรู้

แผนภาพต้นไม้ (Tree diagram)

ในชีวิตประจำวันเรามักจะพบปัญหาเกี่ยวกับการนับจำนวนวิธีทั้งหมดที่เหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งจะเป็นไปได้ หรือจำนวนวิธีในการจัดชุดของสิ่งของต่างๆ เช่น การจัดการแข่งขันกีฬา การจัดชุดเสื้อผ้า การจัดชุดอาหาร เป็นต้น การคำนวณเพื่อหาคำตอบสำหรับปัญหาประเภทต่างๆ ดังกล่าว จะทำได้ง่ายและสะดวกรวดเร็วขึ้นถ้าเข้าใจกฎเกณฑ์บางข้อ ซึ่งเรียกว่า หลักมูลฐานเกี่ยวกับการนับ

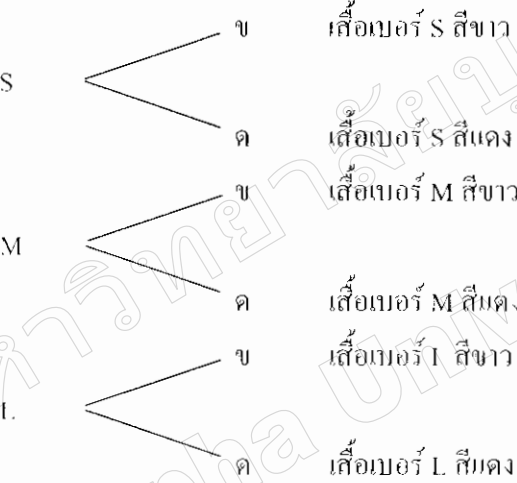
พิจารณาปัญหาเกี่ยวกับการจัดสิ่งของต่างๆ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ร้านค้าแห่งหนึ่งต้องกรจัดโชว์เสื้อกีฬาทุกขนาดและทุกสี ถ้ามีเสื้อ 3 ขนาด และแต่ละขนาดมี 2 สี ก็นักเรียนกับสีแดงจะต้องจัดอย่างไร

วิธีทำ ในการแก้ปัญหาข้างต้นเราจะใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการคิดให้ง่ายขึ้น ดังนี้

- ให้ ข แทนเสื้อสีขาว
- ค แทนเสื้อสีแดง
- S แทนเสื้อขนาดเล็กหรือเบอร์ S
- M แทนเสื้อขนาดกลางหรือเบอร์ M
- L แทนเสื้อขนาดใหญ่หรือเบอร์ L

หาวิธีการจัดเสื้อให้ครบทุกขนาดและสีโดยแผนภาพต้นไม้ดังนี้



จากแผนภาพ จะเห็นว่า จะต้องจัดเสื้อแต่ละขนาดให้ครบทั้งสองสี โดยจะมีเสื้อทั้งหมด 6 ตัว

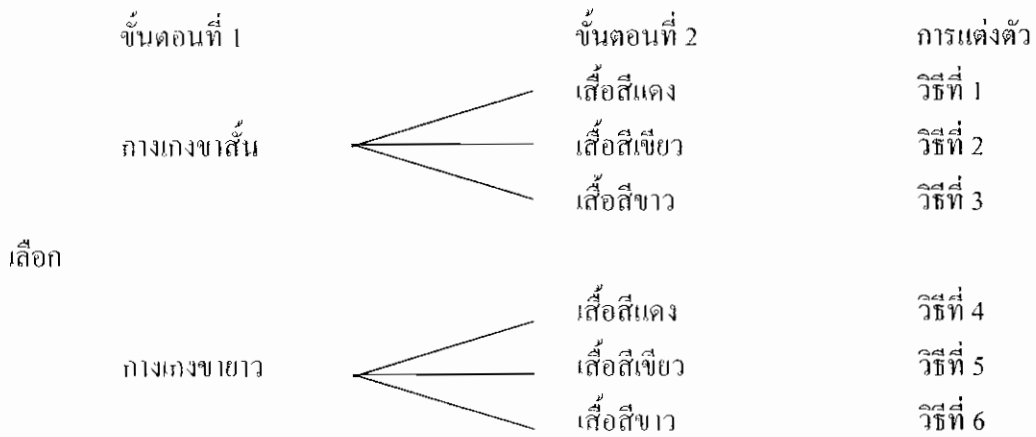
ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนมีกางเกง 2 ตัว คือ กางเกงขาสั้น และกางเกงขายาว ส่วนเสื้อมีอยู่ 3 ตัว คือเสื้อสีแดง สีเขียว และสีขาว นักเรียนจะมีวิธีเลือกใส่เสื้อและกางเกงเป็นชุดที่แตกต่างกันได้กี่วิธี

ขั้นตอนที่ 1 เลือกกางเกงมาใส่ก่อน ในขั้นตอนนี้นักเรียน สามารถเลือกทำได้ 2 วิธี คือเลือกกางเกงขาสั้น หรือ ขายาว

ต่อไปหลังจากเลือกกางเกงตัวใดตัวหนึ่งมาใส่แล้ว (แต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1) นักเรียนต้องทำขั้นตอนที่ 2 ค่อยหนึ่งกันไปอีก ดังนี้

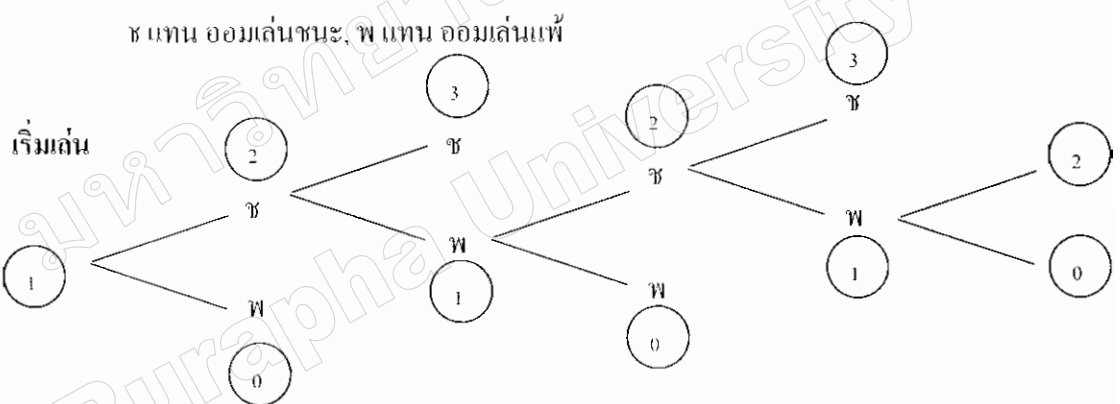
ขั้นตอนที่ 2 เลือกเสื้อมา 1 ตัว จาก 3 ตัว ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกทำได้ 3 วิธี นั่นคือเลือกเสื้อสีแดง หรือ สีเขียว หรือ สีขาว

เมื่อนักเรียนทำเสร็จทั้งสองขั้นตอน ก็ถือว่างานที่นักเรียนทำคือการแต่งตัวนั้นเสร็จสิ้นสมบูรณ์ ซึ่งแต่ละวิธีได้ผลไม่เหมือนกันดังแผนภาพต่อไปนี้



ดังนั้นถ้านับจำนวนวิธีที่นักเรียนสามารถเลือกทำได้ มีทั้งหมด 6 วิธี

ตัวอย่างที่ 3 ในการเล่นเกมๆ หนึ่งมีกติกาว่า เล่นไม่เกิน 5 ครั้ง ออมมีเงินเพียง 1 บาทเมื่อเริ่มเล่น และจะเลิกเล่นเมื่อมีกำไร 3 บาท หรือเงินหมด ออมจะมีวิธีเล่นได้กี่วิธี (ถ้าชนะจะได้ครั้งละ 1 บาท และถ้าแพ้ก็จะเสียครั้งละ 1 บาทเช่นกัน)



ดังนั้น ออมจะมีวิธีเล่นได้ 6 วิธี

4. สื่อการเรียนรู้
- 4.1 ใบความรู้ที่ 1
 - 4.2 ใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 1

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

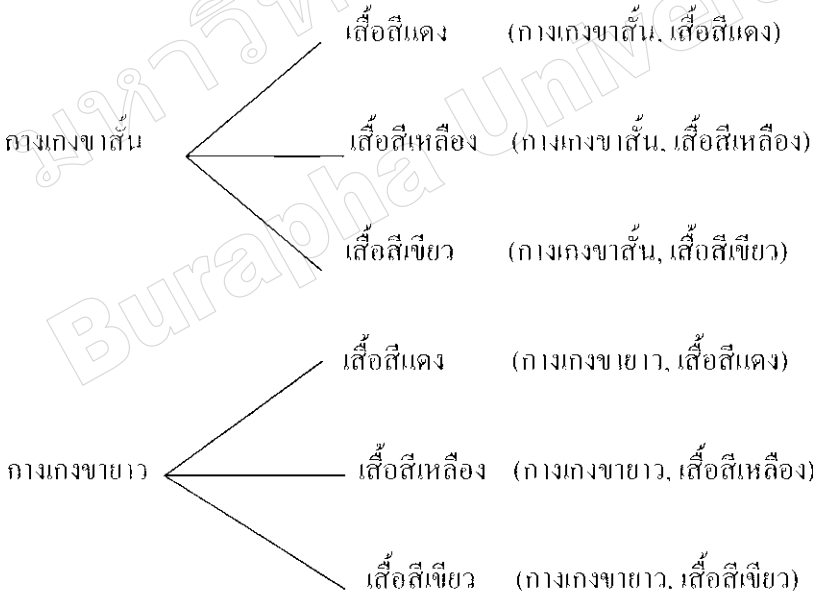
1. กล่าวทักทายนักเรียน และบอกรายละเอียดเกี่ยวกับเนื้อหาที่ต้องเรียนคือ เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับแฟกทอเรียล วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของในแนวเส้นตรง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของในแนววงกลมและวิธีจัดหมู่
2. ครูมุ่งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบและและข้อตกลงเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียน

ขั้นสอน

1. ตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจ เช่น สมมตินักเรียนจะไปสมัครเป็นนายแบบจึงต้อง แต่งตัวให้หล่อที่สุด ซึ่งนักเรียนมีกางเกงตัวโปรดอยู่ 2 ตัว (ขาสั้น 1 ตัว, ขาวยาว 1ตัว) และเสื้อ ตัวโปรดอยู่ 3 ตัว (เสื้อสีแดง, สีเหลือง และสีเขียว อย่างละ 1 ตัว) นักเรียนคิดว่านักเรียนมีวิธี ที่จะเลือกใส่เสื้อและกางเกงให้ได้ชุดที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

- ถามนักเรียนว่าจะเลือกใส่เสื้อ หรือ กางเกงก่อน

สมมตินักเรียนเลือกใส่กางเกง แล้วตามด้วยเสื้อ จะได้



2. แจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 1 เรื่อง “แผนภาพ ต้นไม้” พร้อมทั้งอธิบาย และแสดงแผนภาพต้นไม้ที่จัดเตรียมมาเพื่อประกอบความเข้าใจโจทย์ ข้างต้น

3. ยกตัวอย่างโจทย์ที่มีลักษณะเดียวกัน ให้นักเรียนทำโดยเขียนโจทย์บนกระดาน ดังตัวอย่างที่ 1 - 3 โดยครูใช้ถามตอบเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจ

- 4. ให้นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 1 โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ
 - 5. สุ่มนักเรียนอธิบายวิธีการคิดหาคำตอบ โดยเพื่อนร่วมชั้นและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมกับซักถามเพื่อทดสอบความเข้าใจในเนื้อหา
- ขั้นสรุป
- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับหลักการเขียนแผนภาพต้นไม้

6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

- 6.1 สังเกตจากการตอบคำถาม
- 6.2 สังเกตจากการทำกิจกรรม
- 6.3 จกผลการตรวจใบกิจกรรมฝึกทักษะ
- 6.4 จากผลการทำแบบทดสอบ

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัส ค32202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ชั่วโมง

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (กฎการคูณและกฎการบวก)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง: แก้ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ได้

1. สาระสำคัญ

กฎการคูณ

ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งมี k ขั้นตอน ขั้นตอนที่หนึ่งมีวิธีเลือกทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่หนึ่งมีวิธีเลือกทำขั้นตอนที่สองได้ n_2 วิธี ในแต่ละวิธีที่ทำงานขั้นตอนที่หนึ่งและขั้นตอนที่สองมีวิธีเลือกทำขั้นตอนที่สามได้ n_3 วิธี เช่นนี้เรื่อยไปจนถึงขั้นตอนสุดท้ายคือขั้นตอนที่ k ทำได้ n_k วิธี จำนวนวิธีทั้งหมดที่เลือกทำงาน k อย่าง เท่ากับ $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$ วิธี

กฎการบวก

ถ้าการทำงานหนึ่งมีวิธีการทำ k วิธี คือ วิธีที่ 1 ถึงวิธีที่ k โดยที่ (แต่ละวิธีงานเสร็จโดยไม่ต่อเนื่องกับวิธีอื่น)

การทำงานวิธีที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี

การทำงานวิธีที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี

การทำงานวิธีที่ 3 มีวิธีทำ n_3 วิธี

⋮

การทำงานวิธีที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี

และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกัน แล้ว

จำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- หาจำนวนวิธีของเหตุการณ์โดยใช้กฎการคูณได้
- หาจำนวนวิธีของเหตุการณ์โดยใช้กฎการบวกได้

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

- การแก้ปัญหา
- การให้เหตุผล

- การสื่อสารและสื่อความหมาย
- การเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์

2.3 ด้านคุณลักษณะ

- นักเรียนมีวินัยและมีความรับผิดชอบในการเรียน
- นักเรียนมีความเสียสละเพื่อส่วนรวม
- นักเรียนให้ความร่วมมือและช่วยเหลือกัน

3. สารการเรียนรู้

กฎการคูณ

ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วยการทำงาน n ขั้นตอน คือขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ k ตามลำดับ โดยที่

การทำงานขั้นตอนที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี

การทำงานขั้นตอนที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี

การทำงานขั้นตอนที่ 3 มีวิธีทำ n_3 วิธี

...

การทำงานขั้นตอนที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี

และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกันแล้ว

จำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$ วิธี

ดังนั้น

จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงานนี้เสร็จใน k ขั้นตอน เท่ากับ

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k \text{ วิธี}$$



ตัวอย่างที่ 1 บริษัทผลิตเสื้อผ้าสำเร็จรูปบางแห่งหนึ่งผลิตเสื้อ 6 แบบ กางเกง 5 แบบ และเนคไท 4 แบบ ถ้าจะจัดแต่งตัวให้กับหุ่นเพื่อนำไปโชว์หน้าร้าน จะสามารถแต่งเป็นชุดต่าง ๆ กันได้กี่ชุด

วิธีทำ ไม่ทราบแต่งตัวให้กับหุ่น มี 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกเสื้อได้ 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกกางเกงได้ 5 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกเนคไทได้ 4 วิธี

ดังนั้น วิธีแต่งตัวให้กับหุ่นทำได้ทั้งหมด $6 \times 5 \times 4 = 120$ วิธี

นั่นคือ จะสามารถแต่งเป็นชุดต่าง ๆ กันได้ 120 ชุด

ตัวอย่างที่ 2 มีกล่อง 5 ใบ วางเรียงกันเป็นแถว จะมีวิธีนำลูกบอล 3 ลูกใส่ลงในกล่องที่ละ 1 ลูก จนครบ 3 ลูก ได้กี่วิธี

วิธีทำ ขั้นตอนแรก คือการนำลูกบอลลูกที่ 1 ใส่ลงในกล่อง ซึ่งสามารถเลือกทำได้ 5 วิธี ทั้งนี้ เพราะว่ามีกล่องให้เลือกใส่ 5 ใบ

ขั้นตอนที่ 2 คือการนำลูกบอลลูกที่ 2 ใส่ลงในกล่อง ซึ่งสามารถเลือกทำได้ 5 วิธี ทั้งนี้ เพราะว่ามีกล่องให้เลือกใส่ 5 ใบ

ขั้นตอนที่ 3 คือการนำลูกบอลลูกที่ 1 ใส่ลงในกล่อง ซึ่งสามารถเลือกทำได้ 5 วิธี ทั้งนี้ เพราะว่ามีกล่องให้เลือกใส่ 5 ใบ

ดังนั้น จะมีวิธีเลือกลูกบอลใส่กล่องได้เท่ากับ $5 \times 5 \times 5 = 125$ วิธี

ตัวอย่างที่ 3 จงนำตัวอักษรจากคำว่า SPECIAL มาจัดเป็นคำใหม่ โดยไม่คำนึงถึงความหมาย จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันกี่วิธี

วิธีทำ จากคำว่า SPECIAL จะพบว่ามีตัวอักษรอยู่ 7 ตัวที่ไม่เหมือนกัน เพื่อสะดวกในการคิด เราจะใช้กรอบสี่เหลี่ยมแทนตำแหน่งของตัวอักษรแต่ละตัว

ตำแหน่งที่	1	2	3	4	5	6	7

ขั้นตอนที่ 1 เขียนตัวอักษรลงในตำแหน่งที่ 1 ซึ่งเลือกทำได้ 7 วิธี

เพราะว่ามีตัวอักษร 7 ตัวให้เลือก

ขั้นตอนที่ 2 เขียนตัวอักษรลงในตำแหน่งที่ 2 ซึ่งเลือกทำได้ 6 วิธี

เพราะว่าจากขั้นตอนที่ 1 ใช้อักษรไป 1 ตัว เหลือตัวอักษร 6 ตัวให้เลือก

ขั้นตอนที่ 3 เขียนตัวอักษรลงในตำแหน่งที่ 3 ซึ่งเลือกทำได้ 5 วิธี

เพราะว่าจากขั้นตอนที่ 2 ใช้อักษรไปอีก 1 ตัว เหลือตัวอักษร 5 ตัวให้เลือก

ขั้นตอนที่ 4 เขียนตัวอักษรลงในตำแหน่งที่ 4 ซึ่งเลือกทำได้ 4 วิธี

เพราะว่าจากขั้นตอนที่ 3 ใช้อักษรไปอีก 1 ตัว เหลือตัวอักษร 4 ตัวให้เลือก

ขั้นตอนที่ 5 เขียนตัวอักษรลงในตำแหน่งที่ 5 ซึ่งเลือกทำได้ 3 วิธี

เพราะว่าจากขั้นตอนที่ 4 ใช้อักษรไปอีก 1 ตัว เหลือตัวอักษร 3 ตัวให้เลือก

ขั้นตอนที่ 6 เขียนตัวอักษรลงในตำแหน่งที่ 6 ซึ่งเลือกทำได้ 2 วิธี

เพราะว่าจากขั้นตอนที่ 5 ใช้อักษรไปอีก 1 ตัว เหลือตัวอักษร 2 ตัวให้เลือก

ขั้นตอนที่ 7 เขียนตัวอักษรลงในตำแหน่งที่ 7 ซึ่งเลือกทำได้ 1 วิธี

เพราะว่าจากขั้นตอนที่ 6 ใช้อักษรไปอีก 1 ตัว เหลือตัวอักษร 1 ตัวให้เลือก

จะได้ค่าที่แตกต่างกันเท่ากับ $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5,040$ ค่า

ตัวอย่างที่ 4 สร้างจำนวน 3 หลัก จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 จะสร้างได้กี่จำนวน

วิธีทำ การทำงานมี 3 ขั้นตอนคือ จำนวนวิธีในการเลือกตัวเลขในหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย

ในแต่ละวิธี เลือกตัวเลขในหลักร้อยได้ 5 วิธี (ใช้ตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5 ตัวเลข 0 ใช้ไม่ได้)

ในแต่ละวิธี เลือกตัวเลขในหลักสิบได้ 6 วิธี (ใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5)

เลือกตัวเลขในหลักหน่วยได้ 6 วิธี (ใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5)

ดังนั้น จะสร้างได้ $5 \times 6 \times 6 = 180$ จำนวน

ตัวอย่างที่ 5 ต้องการสร้างจำนวนที่มี 4 หลัก โดยที่แต่ละหลักเลือกมาจากตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 เมื่อต้องการให้

(1) จำนวนที่สร้างขึ้นเป็นจำนวนคู่

(2) จำนวนที่สร้างขึ้นเป็นจำนวนที่แต่ละหลักใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน

วิธีทำ (1) มีตัวเลขที่ใช้ 6 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

หลักหน่วย มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 3 วิธี (คือ 2, 4 หรือ 6)

หลักสิบ มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 6 วิธี

หลักร้อย มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 6 วิธี

หลักพัน มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 6 วิธี

ดังนั้น จำนวนที่มีสี่หลักที่เป็นจำนวนคู่มีได้ $= 6 \times 6 \times 6 \times 3 = 648$ จำนวน

(2) มีตัวเลขที่ใช้ 6 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

หลักหน่วย มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 3 วิธี (คือ 1, 3 หรือ 5)

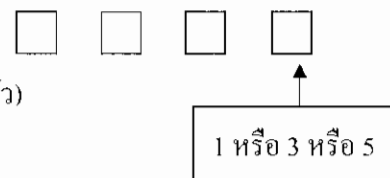
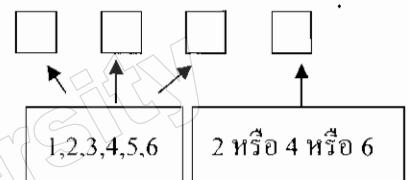
หลักสิบ มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 5 วิธี (หลักหน่วยใช้ไปแล้ว 1 ตัว)

หลักร้อย มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 4 วิธี (ใช้ไปแล้ว 2 ตัว)

หลักพัน มีวิธีเลือกตัวเลขได้ 3 วิธี (ใช้ไปแล้ว 3 ตัว)

ดังนั้น จำนวนที่มีสี่หลักที่เป็นจำนวนที่แต่ละหลักใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน $= 3 \times 5 \times 4 \times 3 =$

180 จำนวน



กฎการบวก

ถ้าการทำงานหนึ่งมีวิธีการทำ k วิธี คือ วิธีที่ 1 ถึงวิธีที่ k โดยที่ (แต่ละวิธีงานเสร็จโดยไม่ต่อเนื่องกับวิธีอื่น)

การทำงานวิธีที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี

การทำงานวิธีที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี

การทำงานวิธีที่ 3 มีวิธีทำ n_3 วิธี

⋮

การทำงานวิธีที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี

และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกัน แล้ว

จำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

ดังนั้น

จำนวนวิธีทำงานทั้งหมด เท่ากับ

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k \text{ วิธี}$$



ตัวอย่างที่ 1 นักศึกษาสามารถที่จะเลือกทำโปรเจกคอมพิวเตอร์ได้จาก 3 หัวข้อหลัก และแต่ละหัวข้อประกอบด้วยหัวข้อย่อย 23, 15 และ 19 หัวข้อตามลำดับ ดังนั้นจะมีโปรเจกทั้งหมดที่นักศึกษาสามารถเลือกทำได้กี่หัวข้อ

วิธีทำ นักศึกษาสามารถเลือกทำโปรเจกจากหัวข้อแรกได้ 23 หัวข้อ

จากหัวข้อที่สองได้ 15 หัวข้อ

จากหัวข้อที่สามได้ 19 หัวข้อ

ดังนั้น นักศึกษามีหัวข้อโปรเจกให้เลือกได้ทั้งหมด $23 + 15 + 19 = 57$ หัวข้อ

ตัวอย่างที่ 2 หนังสือกองหนึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน 5 เล่ม หนังสือเคมีที่แตกต่างกัน 4 เล่ม และหนังสือวิชาภาษาไทยที่แตกต่างกัน 3 เล่ม จงหาจำนวนวิธีที่หยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือกองนี้

วิธีทำ การหยิบหนังสือ 1 เล่ม จากกองหนังสือนี้มีวิธีการ 3 วิธี คือ หยิบหนังสือคณิตศาสตร์ หรือหยิบหนังสือเคมี หรือหยิบหนังสือภาษาไทย

โดยที่วิธีการหยิบหนังสือคณิตศาสตร์มี 5 วิธี

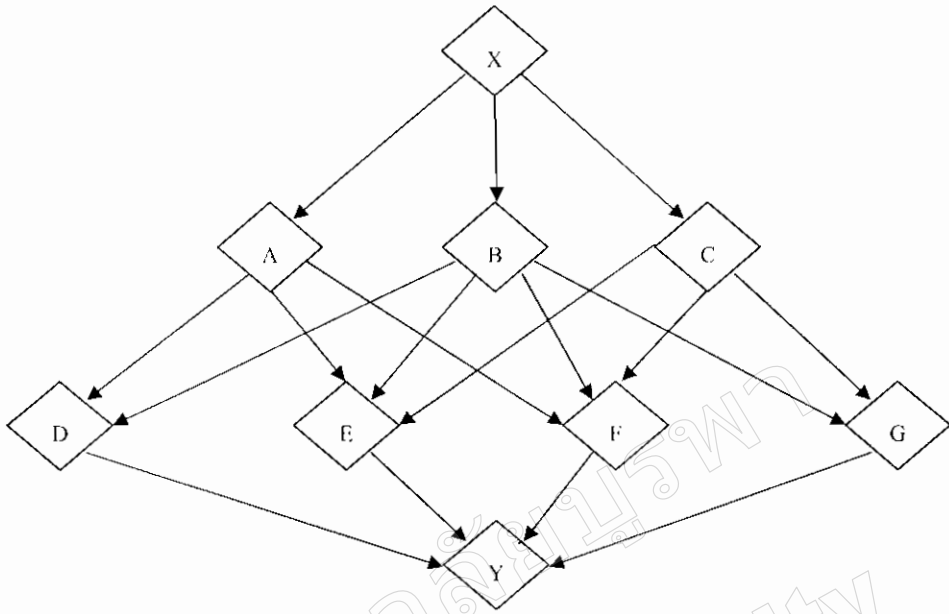
วิธีการหยิบหนังสือเคมีมี 4 วิธี

วิธีการหยิบหนังสือภาษาไทยมี 3 วิธี

ดังนั้น จะมีวิธีการในการหยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือกองนี้ $5 + 4 + 3 = 12$ วิธี



ตัวอย่างที่ 3 จงหาจำนวนเส้นทางจาก X ไปยัง Y ในทิศทางลูกศรของแผนภาพต่อไปนี้



วิธีทำ เส้นทางจาก X ไปยัง Y โดยผ่าน A มีเส้นทางได้ 3 เส้นทาง

เส้นทางจาก X ไปยัง Y โดยผ่าน B มีเส้นทางได้ 4 เส้นทาง

เส้นทางจาก X ไปยัง Y โดยผ่าน C มีเส้นทางได้ 3 เส้นทาง

ดังนั้น จำนวนเส้นทางจาก X ไปยัง Y ในทิศทางลูกศรทั้งหมดเท่ากับ $3 + 4 + 3 = 10$ วิธี

4. สื่อการเรียนรู้

4.1 ใบความรู้ที่ 2, 3

4.2 ใบกิจกรรมฝึกทักษะที่ 2, 3

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูจุดประกายการการเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. ครูยกโจทย์บนกระดานให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบเพื่อทบทวนการหาจำนวนวิธี

ของเหตุการณ์โดยใช้แผนภาพต้นไม้ (Tree diagram) เช่น หากนักเรียนต้องการแต่งตัวเพื่อไปเที่ยว โดยมีเสื้อสีต่างกัน 3 ตัว และกางเกงสีต่างกัน 2 ตัว นักเรียนจะแต่งตัวได้ทั้งหมดกี่วิธี