

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายงานผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

1. นางรจนา อินทร์เที่ยง ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนบ้านไร่คอนแดง
อำเภอขามเฒ่าบุรี จังหวัดกำแพงเพชร
2. นางเดือนใจ บัณฑิต ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนพรานกระต่ายพิทยาคม
อำเภอพรานกระต่าย จังหวัดกำแพงเพชร
3. นางสาวบุปผา หุ่งพรอญ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนขามเฒ่าวิทยา
อำเภอขามเฒ่าบุรี จังหวัดกำแพงเพชร

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

1. ดร. ณัฏชา กมล ตำแหน่ง อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่
2. นางเดือนใจ บัณฑิต ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนพรานกระต่ายพิทยาคม
อำเภอพรานกระต่าย จังหวัดกำแพงเพชร
3. นางสาวบุปผา หุ่งพรอญ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนขามเฒ่าวิทยา
อำเภอขามเฒ่าบุรี จังหวัดกำแพงเพชร

ภาคผนวก ข

รายละเอียดแผนการจัดการเรียนรู้

จำแนกตามหัวข้อเรื่อง ความคิดรวบยอด และจำนวนชั่วโมง

ตารางที่ ข 1 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้จำแนกตามหัวข้อเรื่อง ความคิดรวบยอด และจำนวนชั่วโมง เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	หัวข้อเรื่อง	ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์	จำนวน (คาบ)
1	ลิมิต ของฟังก์ชัน	สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซต ของเซตของจำนวนจริง - ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เพียงค่าเดียว เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a เรียก L ว่าลิมิตของ f ที่ a และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ - ถ้าไม่มีจำนวนจริง L หรือมีจำนวนจริง L มากกว่า หนึ่งค่า ซึ่ง $f(x)$ เข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a แล้ว จะกล่าวว่า f ไม่มีลิมิตที่ a และเขียนแทนว่า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$	1 คาบ
2	ลิมิตทางซ้าย และลิมิต ทางขวา ของฟังก์ชัน	สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซต ของเซตของจำนวนจริง - ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_1 เมื่อ x มีค่า เข้าใกล้ a ทางซ้าย เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ - ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_2 เมื่อ x มีค่า เข้าใกล้ a ทางขวา เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$ - ถ้า $L_1 = L_2 = L$ จะได้ว่า ฟังก์ชัน f มีลิมิตเป็น L เมื่อ x เข้าใกล้ a นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ แต่ถ้า $L_1 \neq L_2$ จะได้ว่า ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิต เมื่อ x เข้าใกล้ a นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าไม่ได้	1 คาบ

ตารางที่ ข – 1 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	หัวข้อเรื่อง	ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์	จำนวน (คาบ)
3	ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$ จะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ 1. $f(c)$ หาค่าได้ 2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้ - และ 3. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ ถ้าขาดสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = c$	1 คาบ
4 – 5	ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน	1. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง (a, b) ก็ต่อเมื่อ f ต่อเนื่องทุกๆ จุดในช่วง (a, b) 2. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a, b]$ ก็ต่อเมื่อ 2.1 f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกๆ จุดในช่วง (a, b) - และ 2.2 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ และ $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ 3. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(a, b]$ ก็ต่อเมื่อ 3.1 f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกๆ จุดในช่วง (a, b) - และ 3.2 $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ 4. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a, b)$ ก็ต่อเมื่อ 4.1 f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกๆ จุดในช่วง (a, b) - และ 4.2 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$	2 คาบ
6	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง $A \subset D_f$ 1. ถ้า $f'(x) < 0$ สำหรับทุก x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง A 2. ถ้า $f'(x) > 0$ สำหรับทุก x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง A	1 คาบ

ตารางที่ ข - 1 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	หัวข้อเรื่อง	ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์	จำนวน (คาบ)
7	ค่าสูงสุด และ ค่าต่ำสุด สัมพัทธ์ ของฟังก์ชัน	1. ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ ซึ่งทำให้ $f'(c) = 0$ จะเรียก $f(c)$ ว่าค่าวิกฤตของฟังก์ชัน f และเรียก $(c, f(c))$ ว่าจุดวิกฤต 2. ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ เป็นค่าวิกฤตของ f 2.1 ถ้า $f'(x) > 0$ ในช่วง (a,b) และ $f'(x) < 0$ ในช่วง (c,b) แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และ $(c, f(c))$ เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ 2.2 ถ้า $f'(x) < 0$ ในช่วง (a,c) และ $f'(x) > 0$ ในช่วง (c,b) แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และ $(c, f(c))$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์	1 คาบ
8	ค่าสูงสุด และค่า ต่ำสุด สัมบูรณ์ ของฟังก์ชัน	1. ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ เมื่อ $f(c) \geq f(x)$ สำหรับทุก x ในโดเมนของ f 2. ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ เมื่อ $f(c) \leq f(x)$ สำหรับทุก x ในโดเมนของ f	1 คาบ
9 – 10	ปริพันธ์ จำกัดเขต	กำหนด f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a,b]$ ถ้า F เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f แล้ว $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$	2 คาบ

ตารางที่ ข - 1 (ต่อ)

แผนการ	หัวข้อเรื่อง	ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์	จำนวน (คาบ)
จัดการ เรียนรู้ที่			
11 - 12	พื้นที่ ที่ปิดล้อม ด้วยเส้น โค้ง	เมื่อ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a, b]$ และ A เป็นพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ f จาก $x = a$ ถึง $x = b$ 1. ถ้า $f(x) \geq 0$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในช่วง $[a, b]$ และ A เป็นพื้นที่เหนือแกน X แล้ว $A = \int_a^b f(x) dx$ 2. ถ้า $f(x) \leq 0$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในช่วง $[a, b]$ และ A เป็นพื้นที่ใต้แกน X แล้ว $A = -\int_a^b f(x) dx$	2 คาบ

ภาคผนวก ค

ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้

ภาคผนวก ง

ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญในการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้

ตารางที่ ง - 1 ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญในการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้

รายการประเมิน	ข้อเสนอแนะ
การกำหนดกิจกรรม ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน	ทุกแผนการจัดการเรียนรู้ผู้เชี่ยวชาญเสนอแนะให้จัดกิจกรรมขั้น นำเข้าสู่บทเรียนให้มีความหลากหลาย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิด ความสนใจ และอยากค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวอย่าง ดังนี้ จากเดิม : ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแทนค่าฟังก์ชัน โดยแทนค่าที่กำหนดบนกระดานแล้วร่วมกันเฉลย ปรับปรุงเป็น : ทบทวนความรู้เรื่องการแทนค่าฟังก์ชัน โดยให้นักเรียนแข่งกันแทนค่าฟังก์ชันเป็นคู่ ตามความพอใจของนักเรียน แล้วกำหนดฟังก์ชัน เช่น $f(x) = x + 3$ ให้นักเรียนแต่ละคู่ช่วยกัน แทนค่าฟังก์ชันภายใน 1 นาที นักเรียนคู่ใด แทนค่าฟังก์ชันได้ถูกต้องมากที่สุดเป็นผู้ชนะ
การกำหนดกิจกรรมขั้นเรียนรู้	ผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดนักเรียนเป็นคู่และ เป็นกลุ่มตามที่ครูแบ่งไว้ ให้ระบุรายละเอียดไว้ในแผนการจัด การเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ จากเดิม : ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่ตามที่ครูแบ่งไว้ ปรับปรุงเป็น : ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่ตามที่ครูแบ่งไว้ ลดความสามารถและเพศ จากเดิม : ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ตามที่ครูแบ่งไว้ ปรับปรุงเป็น : ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ตามที่ครูแบ่งไว้ ลดความสามารถและเพศ

ตารางที่ ง - 1 (ต่อ)

รายการประเมิน	ข้อเสนอแนะ
การกำหนดกิจกรรม ชั้นนำไปใช้	สำหรับกิจกรรมชั้นนำไปใช้ ผู้เชี่ยวชาญแนะนำให้นักเรียน แลกเปลี่ยนตรวจแบบฝึกหัดเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยรายละเอียดเป็นดังนี้ จากเดิม : ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ปรับปรุงเป็น : ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแล้วแลกเปลี่ยนตรวจสอบ ความถูกต้องพร้อมกัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติม
การกำหนดสื่อและแหล่ง การเรียนรู้	การกำหนดสื่อในทุกแบบฝึกหัด ผู้เชี่ยวชาญแนะนำ ให้ระบุว่าลำดับของแบบฝึกหัด ยกตัวอย่างดังนี้ จากเดิม : แบบฝึกหัดลิมิตของฟังก์ชัน ปรับปรุงเป็น : แบบฝึกหัดที่ 1 ลิมิตของฟังก์ชัน
การวัดและประเมินผล	ในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้เชี่ยวชาญแนะนำให้ปรับปรุงการวัด และประเมินผล ให้เพิ่มการประเมินผลด้านพฤติกรรมการเรียน เพื่อให้สอดคล้องกับเครื่องมือวัดซึ่งประกอบด้วย บันทึกหลัง สอน สะท้อนคิดการเรียนรู้ แบบฝึกหัด และแบบสังเกต พฤติกรรมการเรียน ดังนี้ จากเดิม : นักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนน เต็ม ปรับปรุงเป็น : 1. นักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียน ทั้งหมด ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องมากกว่า ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม 2. นักเรียนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียน ทั้งหมด มีพฤติกรรมการเรียนอยู่ในระดับสูง

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

จำนวน 12 คาบ

เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

จำนวน 1 คาบ

ความคิดรวบยอด

สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

1. ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เพียงค่าเดียว เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a เรียก L ว่าลิมิตของ f ที่ a และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

2. ถ้าไม่มีจำนวนจริง L หรือมีจำนวนจริง L มากกว่าหนึ่งค่า ซึ่ง $f(x)$ เข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a แล้วจะกล่าวว่า f ไม่มีลิมิตที่ a และเขียนแทนว่า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq L$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายการเขียนสัญลักษณ์แทนลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
3. นักเรียนสามารถหาลิมิตของฟังก์ชันจากกราฟที่กำหนดให้ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ทบทวนความรู้เรื่องการแทนค่าฟังก์ชัน โดยให้นักเรียนแข่งกันแทนค่าฟังก์ชันเป็นคู่ตามความพอใจของนักเรียน แล้วกำหนดฟังก์ชัน $f(x) = x + 3$ ให้นักเรียนแต่ละคู่ช่วยกันแทนค่าฟังก์ชันภายใน 1 นาที นักเรียนคู่ใดแทนค่าฟังก์ชันได้ถูกต้องมากที่สุดเป็นผู้ชนะ

2. ครูยกตัวอย่างกราฟ $f(x) = x + 1$ เมื่อ x ไม่เท่ากับ 1 ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงค่า $f(1)$ ซึ่งไม่มีค่าฟังก์ชัน แล้วให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันว่าเมื่อค่า x เข้าใกล้ 1 แล้ว $f(x)$ เข้าใกล้ค่าใด จากนั้นแจ้งให้นักเรียนทราบว่าคาบเรียนนี้นักเรียนจะได้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันด้วยตนเอง

ชั้นเรียนรู้ (35 นาที)

1. ครูอธิบายวิธีการเรียนให้นักเรียนเข้าใจ โดยบอกให้นักเรียนอ่านและปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างเคร่งครัด แล้วให้นักเรียนรับใบกิจกรรมที่ 1 ค้นพบลิมิตของฟังก์ชัน โดยมีรายละเอียดกิจกรรมดังนี้

1.1 ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 - 5 คน ตามที่ครูแบ่งไว้

ระยะเวลาและเพศ

1.2 ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่าง จำนวน 3 ตัวอย่าง และปฏิบัติตามคำแนะนำที่กำหนดให้

1.3 ให้นักเรียนเปรียบเทียบข้อมูลจาก 3 ตัวอย่าง แล้วสรุปสิ่งที่ค้นพบในประเด็นที่กำหนดตามความเข้าใจของนักเรียนพร้อมยกตัวอย่างประกอบ

2. ครูสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียน

ขั้นนำไปใช้ (10 นาที)

1. ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับสิ่งที่ค้นพบ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน
2. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่นักเรียนค้นพบ และความคิดรวบยอดที่ถูกต้อง
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 ลิมิตของฟังก์ชันแล้วแลกเปลี่ยนตรวจสอบความถูกต้องพร้อมกัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติม
4. ให้นักเรียนเขียนสะท้อนคิดการเรียนรู้

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 ค้นพบลิมิตของฟังก์ชัน
2. แบบฝึกหัดที่ 1 ลิมิตของฟังก์ชัน
3. คอมพิวเตอร์ที่ติดตั้งโปรแกรม Graph

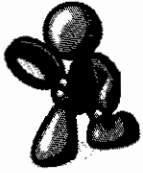
การวัดและประเมินผล

1. เครื่องมือวัด

- 1.1 ใบกิจกรรม
- 1.2 แบบฝึกหัด
- 1.3 สะท้อนคิดการเรียนรู้
- 1.4 แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน
- 1.5 บันทึกหลังการสอน

2. การประเมินผล

- 2.1 นักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด ทำฝึกหัดได้ถูกต้องมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม
- 2.2 นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นอยู่ในระดับสูง



กิจกรรมที่ 1 ค้นพบลิมิตของฟังก์ชัน

กลุ่มที่

1. รหัส
2. รหัส
3. รหัส
4. รหัส
5. รหัส

จุดประสงค์ของกิจกรรม

1. นักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายการเขียนสัญลักษณ์แทนลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมค้นพบลิมิตของฟังก์ชัน
2. คอมพิวเตอร์ที่ติดตั้ง โปรแกรมกราฟ
3. เครื่องคิดเลข

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาและปฏิบัติตามแนวทาง ดังนี้

1. ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ตามที่ครูแบ่งไว้ ระยะเวลา 30 นาที และเพศ
2. ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่าง จำนวน 3 ตัวอย่าง และปฏิบัติตามคำแนะนำที่กำหนดให้
3. ให้นักเรียนเปรียบเทียบข้อมูลจาก 3 ตัวอย่าง แล้วสรุปสิ่งที่ค้นพบในประเด็นที่กำหนดตามความเข้าใจของนักเรียนพร้อมยกตัวอย่างประกอบ

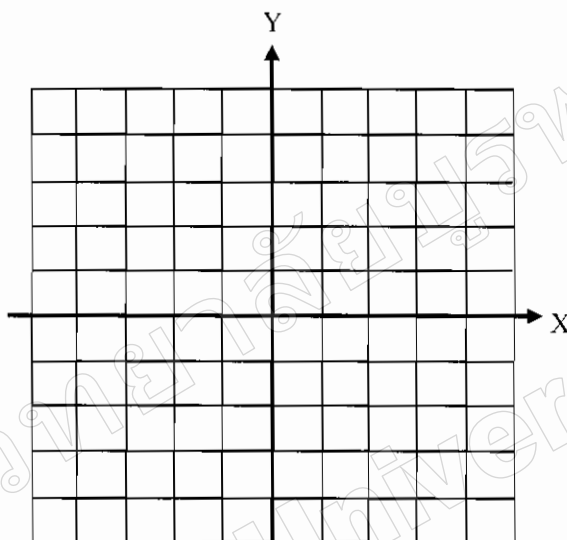


ตัวอย่างที่ 1

ฟังก์ชัน $f(x) = x + 1$ มีลิมิตของฟังก์ชัน คือ 3 เมื่อ x เข้าใกล้ 2

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

1. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = x + 1$ พร้อมสังเกตค่า x และค่า $f(x)$ (กิจกรรมนี้ไม่ใช่คอมพิวเตอร์)



2. ให้นักเรียนเติมค่า x ที่นักเรียนต้องการสังเกตลงในตาราง แล้วคำนวณหาค่า $f(x)$ เติมในตารางให้สมบูรณ์

x									
$f(x) = x + 1$									

บันทึกการค้นพบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

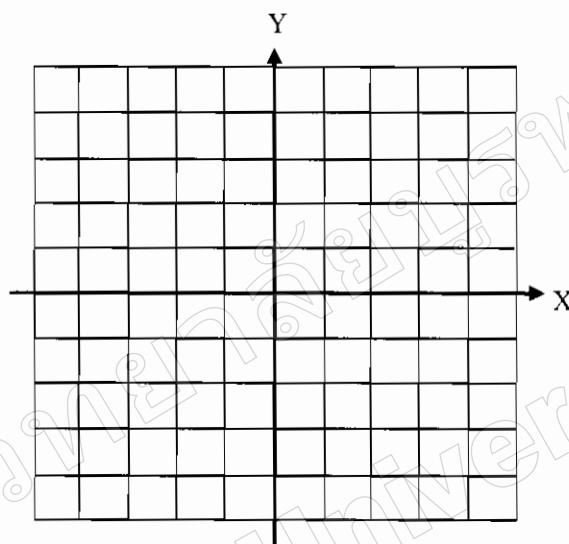


ตัวอย่างที่ 2

กำหนด $f(x) = x^2, x \neq -1$ มีลิมิตของฟังก์ชัน คือ 1 เมื่อ x เข้าใกล้ -1

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังนี้ $\lim_{x \rightarrow -1} = 1$ นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

- ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = x^2, x \neq -1$ โดยใช้โปรแกรม Graph แล้วจึงวาดรูปที่เห็นลงในบริเวณด้านล่าง



- ให้นักเรียนกด Ctrl แล้วลากเมาส์ไปมาบนกราฟของฟังก์ชัน เพื่อสังเกตค่า x และ $f(x)$
- ให้นักเรียนกด Ctrl ให้นักเรียนเติมช่วงของค่า x ที่นักเรียนต้องการสังเกตค่า โดยพิมพ์ตัวเลขในช่อง from และ to จากนั้นกด Calc จะปรากฏค่า x และ $f(x)$ ให้นักเรียนศึกษาและบันทึกค่าที่นักเรียนต้องการสังเกตในตาราง

x									
$f(x) = x^2$									

บันทึกการค้นพบ

.....

.....

.....

.....

.....



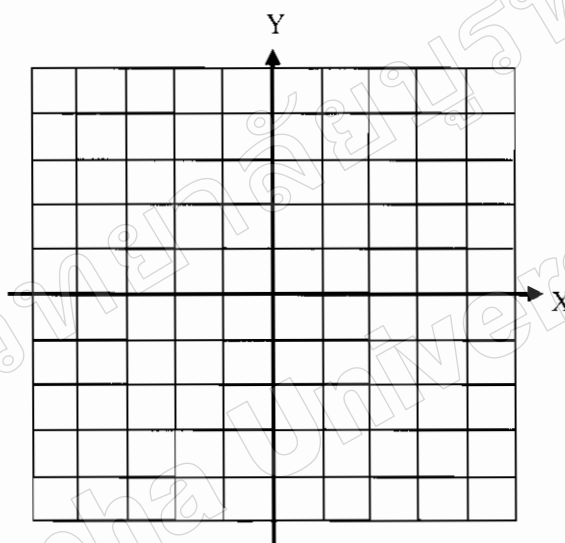
ตัวอย่างที่ 3

ฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 1 \\ 2x^2, & x \geq 1 \end{cases}$ ลิมิตของฟังก์ชันหาค่าไม่ได้ เมื่อ x เข้าใกล้ 1

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ดังนี้ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ หาค่าไม่ได้

นักเรียนคิดว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

1. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 1 \\ 2x^2, & x \geq 1 \end{cases}$ โดยใช้โปรแกรม Graph แล้วเขียนกราฟในพื้นที่ด้านล่าง



2. ให้นักเรียนกด แล้วลากเมาส์ไปมาเพื่อสังเกตค่า x และ $f(x)$
3. ให้นักเรียนกด ให้นักเรียนเติมช่วงของค่า x ที่นักเรียนต้องการสังเกตค่า โดยพิมพ์ตัวเลขในช่อง from และ to จากนั้นกด Calc จะปรากฏค่า x และ $f(x)$ ให้นักเรียนศึกษาและบันทึกค่าที่นักเรียนต้องการสังเกตในตาราง

x									
$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$									

บันทึกการค้นพบ

.....

.....

.....

.....



คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ค้นพบตามความเข้าใจของนักเรียนพร้อมยกตัวอย่างประกอบลงในพื้นที่ด้านล่าง โดยมีประเด็นดังนี้

1. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน
2. การเขียนแทนลิมิตของฟังก์ชันด้วยสัญลักษณ์

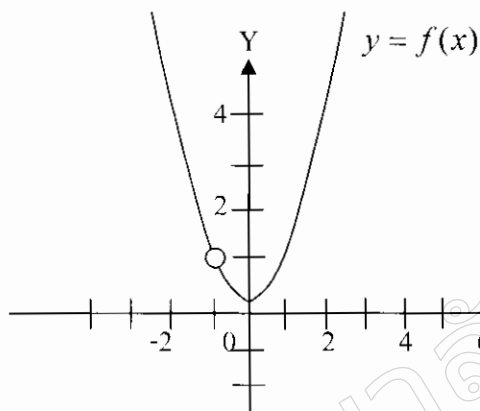
มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แบบฝึกหัดที่ 1 ลิมิตของฟังก์ชัน



คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบค่าที่กำหนด พร้อมอธิบายเหตุผล

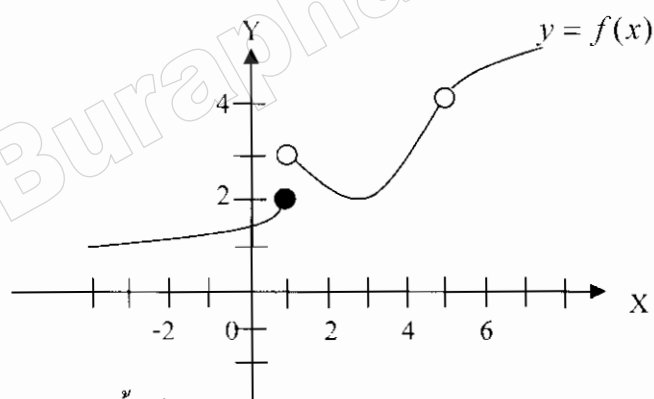
1. กำหนด กราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ดังนี้



จากกราฟของนักเรียน นักเรียนคิดว่าลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ -1 หาค่าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าหาค่าได้ให้เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

.....

2. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ให้ดังแสดงในรูป



จงหาค่าต่อไปนี้พร้อมอธิบายเหตุผล

2.1 $f(1)$ คือ เหตุผล

2.2 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ คือ เหตุผล

2.3 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ คือ เหตุผล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

จำนวน 10 คาบ

เรื่อง ลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน

จำนวน 1 คาบ

ความคิดรวบยอด

สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

1. ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_1 เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางซ้าย

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$

2. ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_2 เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางขวา

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$

3. ถ้า $L_1 = L_2 = L$ จะได้ว่า ฟังก์ชัน f มีลิมิตเป็น L เมื่อ x เข้าใกล้ a

นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ แต่ถ้า $L_1 \neq L_2$ จะได้ว่า ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิต เมื่อ x เข้าใกล้ a

นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าไม่ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชันได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายการเขียนสัญลักษณ์แทนลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชันได้
3. นักเรียนสามารถหาลิมิตซ้าย ลิมิตขวา และลิมิตของฟังก์ชันจากกราฟที่กำหนดให้ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน โดยยกตัวอย่างกราฟของฟังก์ชันให้นักเรียนช่วยกันตอบว่ามีค่าลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดเป็นอย่างไร

2. ครูยกตัวอย่างกราฟ $y = f(x)$ ผ่านโปรแกรมกราฟ (Graph) แล้วให้นักเรียนช่วยกันแสดงความคิดเห็นว่าลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชันจะมีค่าเป็นอย่างไร จากนั้นครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่าในคาบเรียนนี้นักเรียนจะได้ค้นพบความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน

ชั้นเรียนรู้ (35 นาที)

1. ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่ตามที่ครูแบ่งไว้ ภาระความสามารถและเพศ โดยให้นักเรียนอ่านและปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างเคร่งครัด พร้อมกับรับใบกิจกรรมที่ 2 ค้นพบลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน โดยมีรายละเอียดกิจกรรม ดังนี้

1.1 ให้นักเรียนศึกษากราฟของฟังก์ชันจากบัตรภาพ A ที่กำหนด แล้วตอบคำถามที่กำหนด

1.2 ให้นักเรียนพับบัตรภาพตามรอยประแล้วตอบคำถาม

1.3 ให้นักเรียนพิจารณาว่าสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ควรจะใช้เป็นสัญลักษณ์แทนค่าใด พร้อมอธิบายเหตุผล

1.4 ให้นักเรียนศึกษากราฟของฟังก์ชันจากบัตรภาพ B และ C ที่กำหนด แล้วบันทึกค่าลงในตารางที่กำหนดให้สมบูรณ์แล้วตอบคำถามที่กำหนด

1.5 ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่นักเรียนค้นพบในสรุปการค้นพบ

2. ครูสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียน

ขั้นนำไปใช้ (10 นาที)

1. ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับสิ่งที่ค้นพบ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน

2. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่นักเรียนค้นพบ และความคิดรวบยอดที่ถูกต้อง

3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 ลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชันแล้วแลกเปลี่ยนตรวจสอบความถูกต้องพร้อมกัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติม

4. ให้นักเรียนเขียนสะท้อนคิดการเรียนรู้

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 2 ค้นพบลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน
2. แบบฝึกหัดที่ 2 ลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน
3. บัตรภาพ

การวัดและประเมินผล

1. เครื่องมือวัด

- 1.1 ใบกิจกรรม
- 1.2 แบบฝึกหัด
- 1.3 สะท้อนคิดการเรียนรู้
- 1.4 แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน
- 1.5 บันทึกหลังการสอน

2. การประเมินผล

- 2.1 นักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด ทำฝึกหัดได้ถูกต้องมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม
- 2.2 นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นอยู่ในระดับสูง



กิจกรรมที่ 2 ค้นพบลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน

กลุ่มที่

1. รหัส
2. รหัส

จุดประสงค์ของกิจกรรม

1. นักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชันได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายการเขียนสัญลักษณ์แทนลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชันได้

อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมค้นพบลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน
2. บัตรภาพ

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่ตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถามและยกตัวอย่าง ดังนี้

1. ให้นักเรียนศึกษากราฟของฟังก์ชันจากบัตรภาพ A ที่กำหนด นักเรียนคิดว่าค่า x เข้าใกล้ 2

ได้ก่ทิศทาง และทิศทางใดบ้าง

2. ให้นักเรียนพับบัตรภาพตามรอยประ นักเรียนจะพบว่าพื้นที่กราฟถูกแบ่งเป็นกี่ส่วน และพื้นที่แต่ละส่วนค่า x และค่า $f(x)$ เป็นอย่างไร

3. นักเรียนคิดว่าลิมิตซ้ายของฟังก์ชันมีค่าเท่าใด เพราะเหตุใด

4. นักเรียนคิดว่าลิมิตขวาของฟังก์ชันมีค่าเท่าใด เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

5. นักเรียนคิดว่าสัญลักษณ์ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ควรจะใช้เป็นสัญลักษณ์แทนค่าใด เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

6. ให้นักเรียนศึกษากราฟของฟังก์ชันจากบัตรภาพ B และ C ที่กำหนด แล้วบันทึกค่าลงในตารางให้สมบูรณ์

กราฟ \ บันทึกค่า	ลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน	ลิมิตขวาของฟังก์ชัน	ลิมิตของฟังก์ชัน
A			
B			
C			

7. นักเรียนคิดว่าลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชันมีความสัมพันธ์กับลิมิตของฟังก์ชันอย่างไร

.....

.....

.....

.....

8. ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่นักเรียนค้นพบในสรุปการค้นพบ



คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ค้นพบตามความเข้าใจของนักเรียนพร้อมยกตัวอย่างประกอบลงในพื้นที่ด้านล่าง โดยมีประเด็นดังนี้

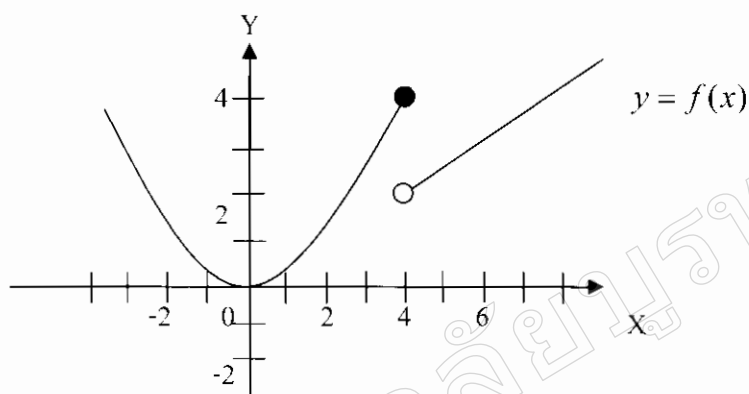
1. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน
2. การเขียนสัญลักษณ์แทนลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แบบฝึกหัดที่ 2 ลิมิตซ้ายและลิมิตขวาของฟังก์ชัน



1. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ให้ดังแสดงในรูป



1.1 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ คือ เหตุผล

1.2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ คือ เหตุผล

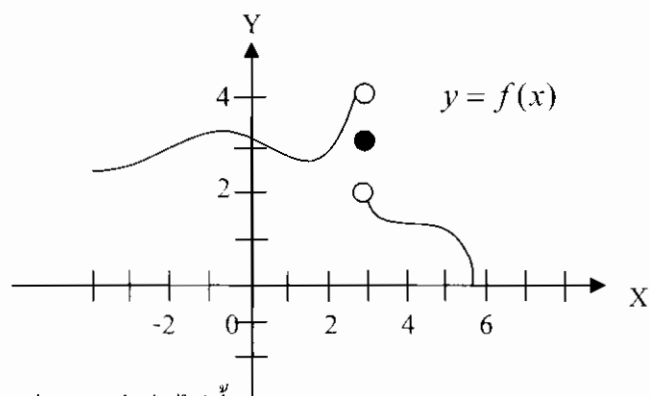
1.3 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ คือ เหตุผล

1.4 $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ คือ เหตุผล

1.5 $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ คือ เหตุผล

1.6 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ คือ เหตุผล

2. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ให้ดังแสดงในรูป!



ให้นักเรียนหาค่าต่อไปนี้

- 2.1 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 2.2 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$
 2.3 $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ 2.4 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$
 2.5 $f(3)$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ แคลคูลัสเบื้องต้น

จำนวน 12 คาบ

เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

จำนวน 1 คาบ

ความคิดรวบยอด

ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$ จะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ

1. $x = c$ หาค่าได้2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้และ 3. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

ถ้าขาดสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = c$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ณ จุดที่กำหนดให้หรือไม่

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูแจกบัตรภาพกราฟของฟังก์ชันให้นักเรียนคนละ 1 แผ่น ให้นักเรียนพิจารณากราฟของนักเรียนแล้วพิจารณาว่ากราฟของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่กำหนดมีความต่อเนื่องที่ x ที่กำหนดหรือไม่ โดยครูยังไม่ทำการเฉลย และอธิบายเพิ่มเติมว่าจากกราฟนักเรียนอาจจะสามารถบอกได้ว่ากราฟใดต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่อง แต่ในคาบเรียนนี้นักเรียนจะได้ทำการค้นพบหลักพิจารณาฟังก์ชันต่อเนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้

2. ครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่าคาบเรียนนี้นักเรียนจะทำการค้นพบและเรียนรู้เกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ชั้นเรียนรู้ (35 นาที)

1. ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่ตามที่ครูแบ่งไว้ ระยะเวลาและเพศ โดยให้นักเรียนอ่านและปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างเคร่งครัด พร้อมกับรับใบกิจกรรมที่ 3 ค้นพบความต่อเนื่องของฟังก์ชัน โดยมีรายละเอียดกิจกรรม ดังนี้

1.1 ให้นักเรียนใช้ดินสอลากเส้นตามกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนด โดยไม่ยกปากกา และหยุดลากเมื่อไม่สามารถลากเส้นต่อหรือสิ้นสุดกราฟ โดยพิจารณาจากกราฟ A และ B แล้วตอบคำถามที่กำหนด

1.3 ให้นักเรียนสรุปเป็นกฎหรือขั้นตอนการหาความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ $x = 1$

1.4 ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่นักเรียนค้นพบในสรุปการค้นพบ

2. ครูสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียน

ขั้นนำไปใช้ (10 นาที)

1. ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับสิ่งที่ค้นพบ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน
2. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่นักเรียนค้นพบ และความคิดรวบยอดที่ถูกต้อง
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน แล้วแลกเปลี่ยนตรวจสอบความถูกต้องพร้อมกัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติม
4. ให้นักเรียนเขียนสะท้อนคิดการเรียนรู้

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 3 ค้นพบความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
2. แบบฝึกหัดที่ 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

การวัดและประเมินผล

1. เครื่องมือวัด

- 1.1 ใบกิจกรรม
- 1.2 แบบฝึกหัด
- 1.3 สะท้อนคิดการเรียนรู้
- 1.4 แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน
- 1.5 บันทึกหลังการสอน

2. การประเมินผล

- 2.1 นักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด ทำฝึกหัดได้ถูกต้องมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม
- 2.2 นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นอยู่ในระดับสูง



กิจกรรมที่ 3 ค้นพบความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

กลุ่มที่

1. ชื่อ เลขที่

2. ชื่อ เลขที่

จุดประสงค์ของกิจกรรม

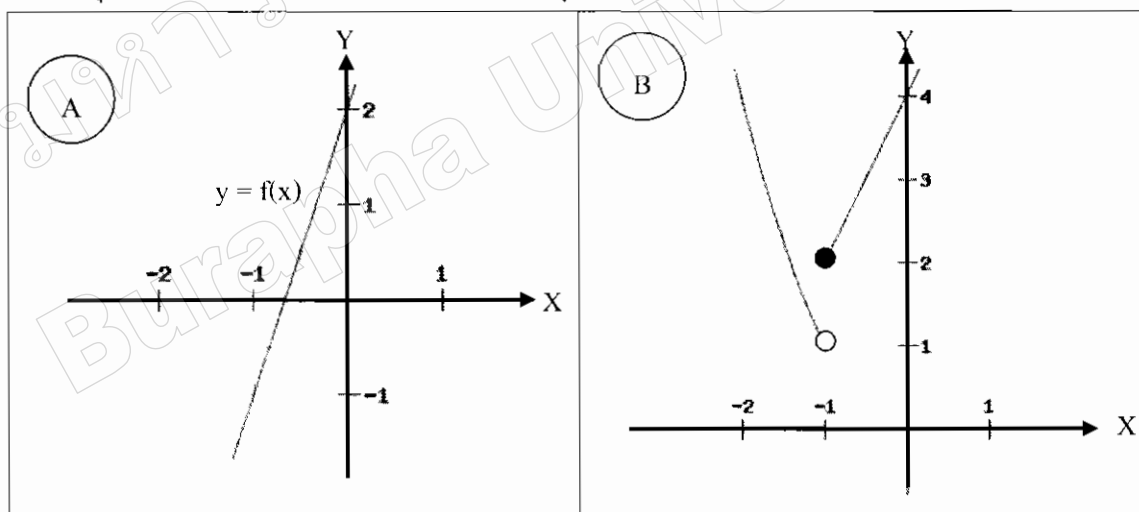
นักเรียนสามารถอธิบายความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้

อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรมค้นพบความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
2. ดินสอ

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาและปฏิบัติตามแนวทาง ดังนี้

1. ให้นักเรียนใช้ดินสอลากเส้นตามกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดโดยไม่ยกปากกา และหยุดลากเมื่อไม่สามารถลากเส้นต่อหรือสิ้นสุดกราฟ โดยพิจารณากราฟดังนี้



1.1 นักเรียนสามารถลากเส้นตามกราฟ A ได้จนสิ้นสุดกราฟหรือไม่ ถ้าไม่นักเรียนสามารถลากเส้นตามกราฟได้ถึงจุดใด.....

1.2 นักเรียนสามารถลากเส้นตามกราฟ B ได้จนสิ้นสุดกราฟได้หรือไม่ ถ้าไม่นักเรียนลากเส้นตามกราฟได้ถึงจุดใด.....

1.3 นักเรียนคิดว่ากราฟ A และกราฟ B เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-2, 0)$ หรือไม่ ถ้าไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง จุดใดที่ทำให้ฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง ให้นักเรียนอธิบายตามความคิดของนักเรียน

.....

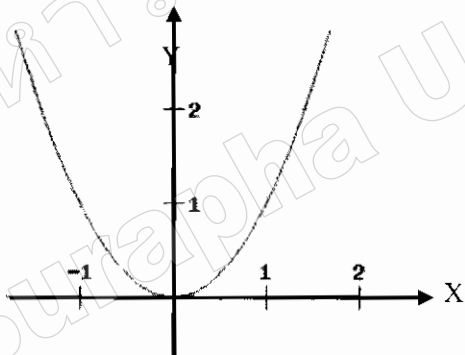
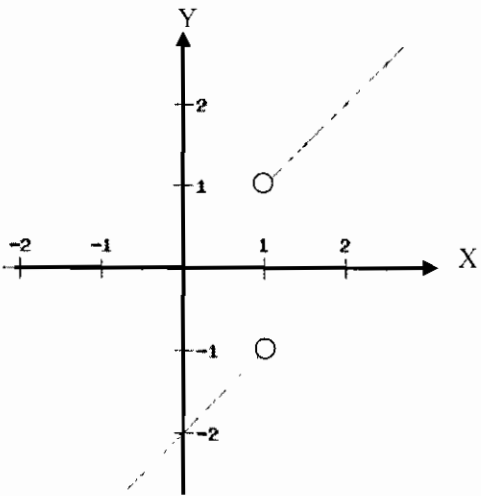
.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนพิจารณากราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ต่อไปนี้ แล้วตอบคำถามและหาค่าที่กำหนดให้ ตามความคิดของนักเรียนเอง

ข้อ	กราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$	$f(x)$ เป็น ฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่	$f(1)$	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
1.				
2.				

ข้อ	กราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$	$f(x)$ เป็น ฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่	$f(1)$	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
3.				
4.				

3. จากข้อมูลข้างต้นนักเรียนสามารถสรุปเป็นกฎหรือขั้นตอนการหาความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ $x = 1$ ได้หรือไม่อย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่นักเรียนค้นพบในสรุปการค้นพบ



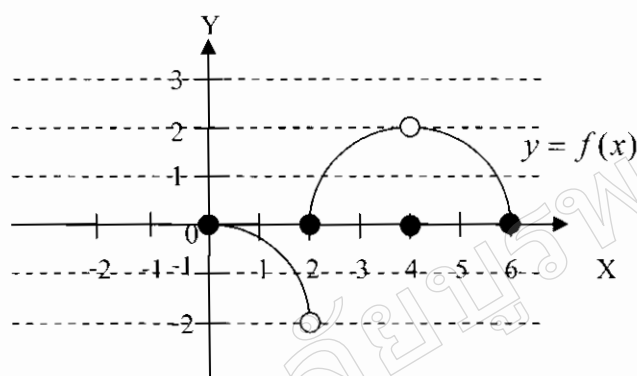
คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ณ จุดที่กำหนด ตามความเข้าใจของนักเรียนพร้อมยกตัวอย่างประกอบลงในพื้นที่ด้านล่าง

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แบบฝึกหัดที่ 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน



กำหนดฟังก์ชัน $y = f(x)$ ดังนี้



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้พร้อมอธิบายเหตุผล

1. นักเรียนคิดว่าฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนด เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=1$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

2. นักเรียนคิดว่าฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนด เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=4$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก จ
แบบบันทึกหลังสอน

บันทึกหลังสอน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ วันที่ คาบที่

เรื่อง ชั้น จำนวนนักเรียนทั้งหมด คน มาคน

1. ผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ข้อเสนอแนะและแนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ (ผู้บันทึก)

ภาคผนวก ข
แบบสะท้อนคิดการเรียนรู้



สะท้อนคิดการเรียนรู้

รหัส

1. ความคิดรวบยอดที่นักเรียนได้ค้นพบในคาบเรียนนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กิจกรรมที่นักเรียนชอบในคาบเรียนนี้

.....

.....

.....

.....

.....

3. ข้อสงสัย หรือคำถามที่ต้องการสอบถามครู

.....

.....

.....

.....

.....

4. ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....



มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ช
แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ เรื่อง

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมายถูก (✓) ลงในช่องที่ตรงกับความเป็นจริง

ระดับ 3 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมนั้นในระดับสูง

ระดับ 2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมนั้นในระดับปานกลาง

ระดับ 1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมนั้นในระดับต่ำ

ระดับ 0 หมายถึง นักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมนั้นเลย

[illegible]

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ฅ
แบบบันทึกการสัมภาษณ์

แบบบันทึกการสัมภาษณ์

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

ระดับความสามารถของนักเรียน

□ 67

□	ตำ
---	----

1. บันทึกการตอบคำถามแต่ละข้อของนักเรียน

มหาวิทยาลัยบูรพา
Buri Ram University

2. การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่อย่างไร

[illegible]

3. ข้อเสนอแนะในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ๓

ตัวอย่างการคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างการคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบ

1. ความตรง

ตารางที่ ๑ – 1 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

ข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1
3	1	1	1	3	1
4	1	1	1	3	1

ตารางที่ ๑ – 2 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1
3	1	1	1	3	1

ตารางที่ ๓ – 3 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

ข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1

ตารางที่ ๔ – 4 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

ข้อ ที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1

2. ความยากและอำนาจจำแนก

ตารางที่ ๕ – 5 แสดงค่าความยากและอำนาจจำแนกของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.5	0.85
2	0.5	0.83
3	0.55	0.75
4	0.6	0.65

ตารางที่ ๖ – ๖ แสดงค่าความยากและอำนาจจำแนกของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.48	0.8
2	0.47	0.81
3	0.53	0.71

ตารางที่ ๖ – ๗ แสดงค่าความยากและอำนาจจำแนกของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.48	0.8
2	0.49	0.83

ตารางที่ ๖ – ๘ แสดงค่าความยากและอำนาจจำแนกของข้อคำถามแต่ละข้อในแบบทดสอบวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.6	0.6
2	0.53	0.85

3. ค่าความเชื่อมั่น

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบาค ดังนี้

ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง LIMIT ของฟังก์ชัน

$$\alpha = \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{20.17}{87.64} \right]$$

$$= 0.96$$

ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเป็น 0.96

ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

$$\alpha = \frac{3}{3-1} \left[1 - \frac{14.78}{38.84} \right]$$

$$= 0.93$$

ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเป็น 0.93

ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

$$\alpha = \frac{2}{2-1} \left[1 - \frac{22.87}{44.80} \right]$$

$$= 0.98$$

ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเป็น 0.98

ค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่
ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

$$\alpha = \frac{2}{2-1} \left[1 - \frac{27.62}{51.55} \right]$$

$$= 0.93$$

ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเป็น 0.93

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ก

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ รวม 25 คะแนน
2. ให้นักเรียนทำข้อสอบตามคำสั่งทุกข้อ
3. เวลาในการสอบ 50 นาที

รวมคะแนน

ข้อ	คะแนน	
	(เต็ม)	(ที่ได้)
1	5	
2	10	
3	5	
4	5	
รวม	25	
คิดเป็นร้อยละ		

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (4 ข้อ 25 คะแนน 50 นาที)

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. ให้นักเรียนอธิบายความหมายของ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ พร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)

.....

.....

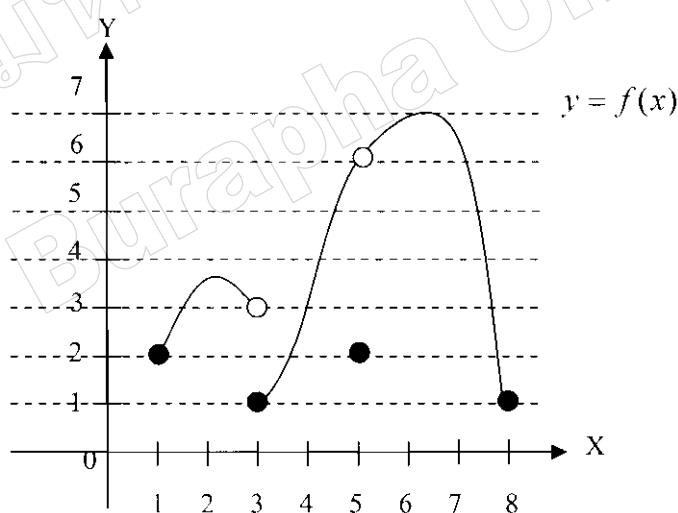
.....

.....

.....

.....

2. จากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนหาค่าที่กำหนดให้ พร้อมอธิบาย เหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงมีค่าเช่นนั้น (10 คะแนน)



- 2.1 $f(5)$ คือ เหตุผล

.....

- 2.2 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ คือ เหตุผล

.....

- 2.3 $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$ คือ เหตุผล.....

.....

2.4 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ คือ เหตุผล.....

2.5 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ คือ เหตุผล

3. ถ้า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ แสดงว่าค่าของฟังก์ชัน f ที่ $x=1$ ต้องมีค่าใช่หรือไม่ โดยที่ $f(1)=5$ ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด ให้นักเรียนอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)

4. ถ้า $f(1)=5$ แสดงว่า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ต้องหาค่าได้ใช่หรือไม่ โดยที่ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด ให้นักเรียนอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)



เกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (4 ข้อ 25 คะแนน 50 นาที)

1. ให้นักเรียนอธิบายความหมายของ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ พร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	อธิบายได้อย่างชัดเจน และวาดภาพประกอบถูกต้อง
4	อธิบายได้เป็นบางส่วน และวาดภาพประกอบถูกต้อง
3	ไม่สามารถอธิบายได้ แต่วาดภาพประกอบถูกต้อง
2	อธิบายได้อย่างชัดเจน แต่วาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
1	อธิบายได้เป็นบางส่วน แต่วาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่สามารถอธิบายได้ และวาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง

2. จากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนหาค่าที่กำหนดให้ พร้อมอธิบายเหตุผลว่าเพราะเหตุใดจึงมีค่าเช่นนั้น (10 คะแนน)

ให้คะแนนข้อย่อย 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน ดังนี้

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	คำตอบถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

- 3 ถ้า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ แสดงว่าค่าของฟังก์ชัน f ที่ $x=1$ ต้องมีค่าใช่หรือไม่ โดยที่ $f(1) = 5$

ใช่หรือไม่เพราะเหตุใด ให้นักเรียนอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	คำตอบถูกต้อง วาดภาพประกอบได้ถูกต้อง และอธิบายได้อย่างชัดเจน
4	คำตอบถูกต้อง วาดภาพประกอบได้ถูกต้อง แต่อธิบายได้เป็นบางส่วน
3	คำตอบถูกต้อง วาดภาพประกอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายได้
2	คำตอบถูกต้อง และวาดภาพประกอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายได้
1	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายได้ และวาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่สามารถอธิบายได้ และวาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง

4. ถ้า $f(1) = 5$ แสดงว่า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ต้องหาค่าได้ใช่หรือไม่ โดยที่ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ ใช่หรือไม่

เพราะเหตุใด ให้นักเรียนอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	คำตอบถูกต้อง วาดภาพประกอบได้ถูกต้อง และอธิบายได้อย่างชัดเจน
4	คำตอบถูกต้อง วาดภาพประกอบได้ถูกต้อง แต่อธิบายได้เป็นบางส่วน
3	คำตอบถูกต้อง วาดภาพประกอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายได้
2	คำตอบถูกต้อง และวาดภาพประกอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายได้
1	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายได้ และวาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
0	คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่สามารถอธิบายได้ และวาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง



มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ รวม 20 คะแนน
2. ให้นักเรียนทำข้อสอบตามคำสั่งทุกข้อ
3. เวลาในการสอบ 50 นาที

รวมคะแนน

ข้อ	คะแนน	
	(เต็ม)	(ที่ได้)
1	5	
2	5	
3	10	
รวม	20	
คิดเป็นร้อยละ		

แบบทดสอบวัดความถนัดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (3 ข้อ 20 คะแนน 50 นาที)

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=2$ มีความหมายและลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร ให้นักเรียนอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)

.....

.....

.....

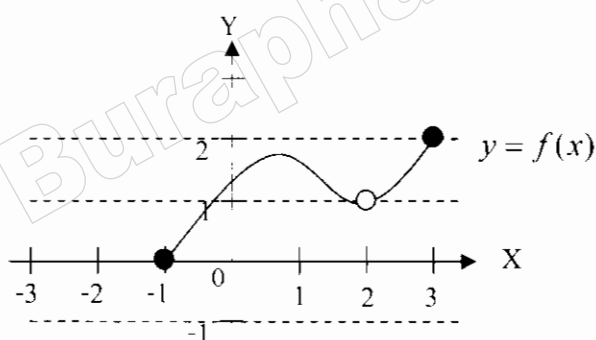
.....

.....

.....

.....

2. จากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 3]$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้ฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง โดยให้นักเรียนตอบพร้อมอธิบายเหตุผล (5 คะแนน)



.....

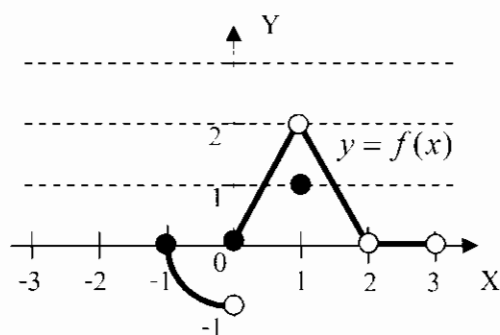
.....

.....

.....

.....

3. กราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ใช้ตอบคำถามข้อ 3.1 – 3.5 (10 คะแนน)



3.1 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

3.2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างช่วงที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเพียง 1 คำตอบ พร้อมให้เหตุผล

.....

3.3 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 1)$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และอธิบายเหตุผล

.....

3.4 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(1, 3)$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และอธิบายเหตุผล

.....

3.5 ถ้าฟังก์ชัน f หาค่าได้ที่ $x = 2$ นักเรียนคิดว่าฟังก์ชัน f จะเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด ให้นักเรียนวาดภาพประกอบ

.....

.....



เกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอด เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน (Continuity of a Function)

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (3 ข้อ 20 คะแนน 50 นาที)

1. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ a มีความหมายและลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร ให้นักเรียนอธิบาย พร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	อธิบายได้อย่างชัดเจน และวาดภาพประกอบถูกต้อง
4	อธิบายได้เป็นบางส่วน และวาดภาพประกอบถูกต้อง
3	ไม่สามารถอธิบายได้ แต่วาดภาพประกอบถูกต้อง
2	อธิบายได้อย่างชัดเจน แต่วาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
1	อธิบายได้เป็นบางส่วน แต่วาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่สามารถอธิบายได้ และวาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง

2. จากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 3]$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้ฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง โดยให้นักเรียนตอบพร้อมอธิบายเหตุผล (5 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	คำตอบถูกต้อง ระบุจุดได้ถูกต้อง และให้เหตุผลได้อย่างชัดเจน
4	คำตอบถูกต้อง ระบุจุดได้ถูกต้อง และให้เหตุผลได้เป็นบางส่วน
3	คำตอบถูกต้อง และสามารถให้เหตุผลได้เป็นบางส่วน แต่ระบุจุดไม่ถูกต้อง
2	คำตอบถูกต้อง และระบุจุดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถให้เหตุผลได้
1	คำตอบถูกต้อง แต่ระบุจุดไม่ถูกต้อง และไม่สามารถให้เหตุผลได้
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถให้เหตุผลได้

3. กราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ใช้ตอบคำถามข้อ 3.1 – 3.5 (10 คะแนน)

3.1 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	คำตอบถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

3.2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างช่วงที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเพียง 1 คำตอบ พร้อมให้เหตุผล

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	ยกตัวอย่างถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	ยกตัวอย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
0	ยกตัวอย่างไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

3.3 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-1, 1)$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และอธิบายเหตุผล

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	คำตอบถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

3.4 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(1, 3)$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และอธิบายเหตุผล

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	คำตอบถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

3.5 ถ้าฟังก์ชัน f หาค่าได้ที่ $x = 2$ นักเรียนคิดว่าฟังก์ชัน f จะเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด ให้นักเรียนวาดภาพประกอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	คำตอบถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ รวม 20 คะแนน
2. ให้นักเรียนทำข้อสอบตามคำสั่งทุกข้อ
3. เวลาในการสอบ 50 นาที

รวมคะแนน

ข้อ	คะแนน	
	(เต็ม)	(ที่ได้)
1	5	
2	15	
รวม	20	
คิดเป็นร้อยละ		

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชื่อ ชั้น เลขที่

1. ให้นักเรียนสรุปการพิจารณาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันประกอบการอธิบาย พร้อมยกตัวอย่างประกอบ (5 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

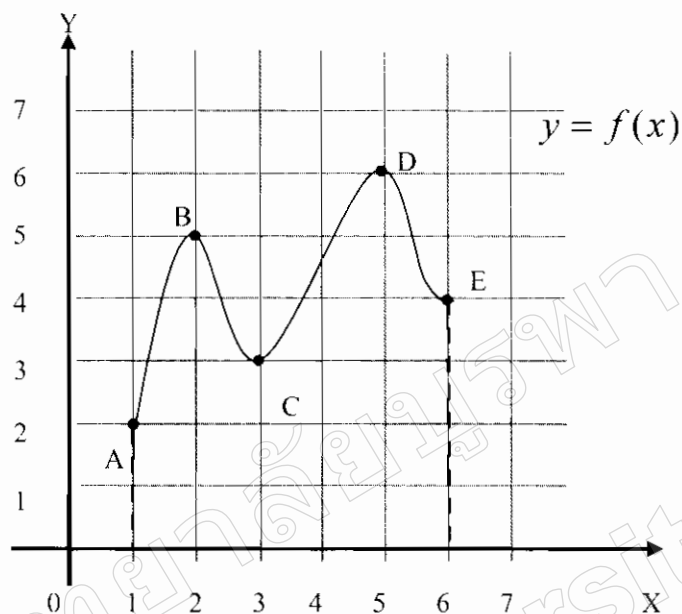
.....

.....

.....

.....

2. จากกราฟ $y = f(x)$ กำหนดให้จุด A B C D และ E เป็นจุดบนกราฟ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ (15 คะแนน)



2.1 ให้นักเรียนบอกจุดวิกฤตทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[1, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

2.2 ให้นักเรียนบอกจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[1, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

2.3 ให้นักเรียนบอกจุดสูงสุดสัมพัทธ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง [2, 6] โดยใช้อนุพันธ์
อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

.....

.....

.....

.....

2.4 ให้นักเรียนบอกจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง [2, 6] พร้อมให้เหตุผล

.....

.....

.....

.....

2.5 ให้นักเรียนบอกจุดสูงสุดสัมบูรณ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง [2, 6] พร้อมให้เหตุผล

.....

.....

.....

.....



เกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (2 ข้อ 20 คะแนน 50 นาที)

1. ให้นักเรียนสรุปการพิจารณาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันประกอบการอธิบาย พร้อมยกตัวอย่างประกอบ (5 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	อธิบายได้อย่างชัดเจน และวาดภาพประกอบถูกต้อง
4	อธิบายได้เป็นบางส่วน และวาดภาพประกอบถูกต้อง
3	ไม่สามารถอธิบายได้ แต่วาดภาพประกอบถูกต้อง
2	อธิบายได้อย่างชัดเจน แต่วาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
1	อธิบายได้เป็นบางส่วน แต่วาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่สามารถอธิบายได้ และวาดภาพประกอบไม่ถูกต้อง

2. จากกราฟ $y = f(x)$ กำหนดให้จุด A B C D และ E เป็นจุดบนกราฟ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ (15 คะแนน)

- 2.1 ให้นักเรียนบอกจุดวิกฤตทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[1, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	บอกจุดวิกฤตได้ถูกต้องและครบทั้งหมด และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
2	บอกจุดวิกฤตได้บางจุด แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้ชัดเจน
1	บอกจุดวิกฤตได้บางจุด แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้
0	ไม่สามารถบอกจุดวิกฤตได้ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

- 2.2 ให้นักเรียนบอกจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[1, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	บอกจุดได้ถูกต้องและครบทั้งหมด และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
2	บอกจุดได้บางจุด แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้ชัดเจน
1	บอกจุดได้บางจุด แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้
0	ไม่สามารถบอกจุดได้ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

2.3 ให้นักเรียนบอกจุดสูงสุดสัมพัทธ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[2, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์
อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	บอกจุดได้ถูกต้องและครบทั้งหมด และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
2	บอกจุดได้บางจุด แต่สามารถอธิบายเหตุผลได้ชัดเจน
1	บอกจุดได้บางจุด แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้
0	ไม่สามารถบอกจุดได้ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

2.4 ให้นักเรียนบอกจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[2, 6]$ พร้อมให้เหตุผล

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	บอกจุดได้ถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
2	บอกจุดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	บอกจุดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้
0	ไม่สามารถบอกจุดได้ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

2.5 ให้นักเรียนบอกจุดสูงสุดสัมบูรณ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[2, 6]$ พร้อมให้เหตุผล

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	บอกจุดได้ถูกต้อง และอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
2	บอกจุดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
1	บอกจุดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้
0	ไม่สามารถบอกจุดได้ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้



แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

รหัส.....

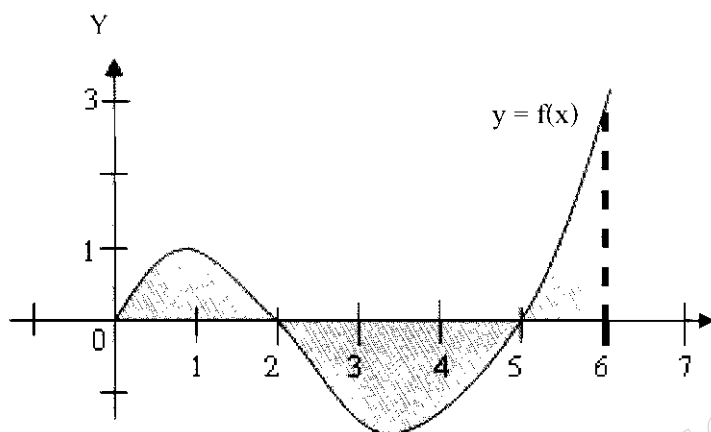
คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ รวม 20 คะแนน
2. ให้นักเรียนทำข้อสอบตามคำสั่งทุกข้อ
3. เวลาในการสอบ 50 นาที

รวมคะแนน

ข้อ	คะแนน	
	(เต็ม)	(ที่ได้)
1	5	
2	15	
รวม	20	
คิดเป็นร้อยละ		

2. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ดังนี้



2.1 ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาพื้นที่ที่แรเงาทั้งหมดโดยไม่ต้องคำนวณ (10 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 ให้ F เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ถ้า $F(0) = 3$ และ ช่วง $[0, 2]$ มีพื้นที่แรเงาใต้กราฟเป็น 5 ตารางหน่วย ให้นักเรียนแสดงวิธีหาค่า $F(2)$ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ (5 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



เกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอด เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (2 ข้อ 20 คะแนน 50 นาที)

1. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ดังนี้ (5 คะแนน)

ให้นักเรียนแสดงการหาพื้นที่ที่แรเงาโดยไม่ต้องคำนวณค่า

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้ถูกต้อง และชัดเจน
4	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ชัดเจน
2	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้บางส่วน
0	ไม่สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้

2. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ดังนี้

จากภาพกำหนดให้ A B และ C เป็นพื้นที่ใต้กราฟ $y = f(x)$ ดังภาพ

2.1 ให้นักเรียนแสดงการหาพื้นที่ที่แรเงาทั้งหมดโดยไม่ต้องคำนวณ (10 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้ถูกต้อง 3 ส่วน หาผลรวมได้ถูกต้อง และมีความชัดเจน
8	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้ถูกต้อง 3 ส่วน และหาผลรวมได้ถูกต้อง
6	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้ถูกต้อง 3 ส่วน
4	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้ถูกต้อง 2 ส่วน
2	สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้ถูกต้อง 1 ส่วน
0	ไม่สามารถแสดงการหาพื้นที่ได้

2.2 ถ้า $F(-1) = 4$ และ $F(4) = 2$ แล้ว พื้นที่แรงงา B จะมีขนาดเท่าใด ให้นักเรียนอธิบาย พร้อมแสดงตัวอย่างประกอบ (5 คะแนน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
5	อธิบายได้อย่างชัดเจน และแสดงตัวอย่างประกอบถูกต้อง
4	อธิบายได้เป็นบางส่วน และแสดงตัวอย่างประกอบถูกต้อง
3	ไม่สามารถอธิบายได้ แต่แสดงตัวอย่างประกอบถูกต้อง
2	อธิบายได้อย่างชัดเจน แต่แสดงตัวอย่างประกอบไม่ถูกต้อง
1	อธิบายได้เป็นบางส่วน แต่แสดงตัวอย่างประกอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่สามารถอธิบายได้ และแสดงตัวอย่างประกอบไม่ถูกต้อง



มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ก

การทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบ Z (Z – Test for Population Proportion)

ตารางที่ ๑ - 1 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
score	.054	77	.200 [*]	.985	77	.504

a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.

จากตารางที่ ๑ - 1 ค่าพี (p - value) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเท่ากับ .200 ซึ่งมากกว่า .05 ดังนั้น คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ

การทดสอบสมมติฐานการวิจัย

เนื่องจากข้อมูลมีภาวะการแจกแจงปกติ ผู้วิจัยจึงใช้สถิติ Z (Z - Test for Population Proportion) ในการทดสอบสมมติฐาน มีรายละเอียดดังนี้

กำหนดสมมติฐาน คือ $H_0: p \leq 0.5$

$H_1: p > 0.5$

จากสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ต้องการทดสอบ

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จาก $n = 77$, $\hat{p} = 0.75$ และ $p_0 = 0.5$

ดังนั้น

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0.75 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.5(1 - 0.5)}{77}}} = 4.39$$

จาก $Z_{01} = 2.326$ จะได้ว่า $Z > Z_{01}$ ดังนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบวิทยาศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ได้คะแนนมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ง

จำนวนนักเรียนที่ได้ผลการเรียนระดับต่าง ๆ

ตารางที่ ๑ – 1 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้ผลการเรียนระดับต่าง ๆ เปรียบเทียบกับร้อยละ
ของคะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น

ร้อยละของคะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น	จำนวน (คน)	ระดับผลการเรียน (ผลการเรียนเต็ม 4)								
		0	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	
0.00 – 25.00	0	-	-	-	-	-	-	-	-	
25.01 – 50.00	19	-	1	4	6	5	3	-	-	
50.01 – 75.00	51	-	-	6	11	11	10	9	4	
75.01 – 100.00	7	-	-	-	-	-	1	3	3	
รวม	77	0	1	10	17	16	14	12	7	