

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น และศึกษาพฤติกรรมการเรียนด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนขามวิทยุ อำเภอขามวรุณบุรี จังหวัดกำแพงเพชร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ทั้งระดับรวมจำนวน 188 คน โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนขามวิทยุ อำเภอขามวรุณบุรี จังหวัดกำแพงเพชร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 77 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่ายแบบเจาะจง (Purposive Sampling) สำหรับข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวม ผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์แล้วนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

ตอนที่ 2 ผลการศึกษากิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านความกระตือรือร้น
การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็น

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

ผู้วิจัยวิเคราะห์ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ จำแนกตามความคิดรวบยอด
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของ
ฟังก์ชัน และพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง จากแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
และการสัมภาษณ์นักเรียน โดยผู้วิจัยคำนวณร้อยละของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนเทียบกับคะแนนเต็ม จากนั้นคำนวณ
ร้อยละของนักเรียน ที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ
50 ของคะแนนเต็ม แล้วนำไปแปลผลกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (มากกว่า 12.5 คะแนน จากคะแนนเต็ม 25 คะแนน) มีจำนวน 43 คน จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 77 คน คิดเป็นร้อยละ 55.84 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน โดยมีนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 25 คะแนน จำนวน 2 คน และนักเรียนส่วนใหญ่ (8 คน) ได้คะแนน 14 คะแนน ดังแสดงในตารางที่ 4-1

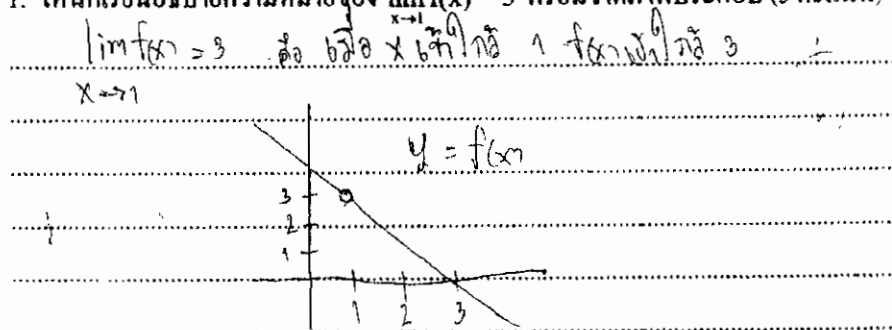
ตารางที่ 4-1 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ที่ระดับคะแนนต่าง ๆ (คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

คะแนน ที่ได้	-	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
จำนวน นักเรียน (คน)	0	0	0	0	5	2	6	5	2	3	5	6	5	8	3	7	6	3	2	2	0	2	2	1	2

เมื่อวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ของนักเรียน ผู้วิจัยพบตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ยังมีความผิดพลาด เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ดังนี้

คำถามข้อที่ 1 เป็นการให้นักเรียนอธิบายความหมายของ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ พร้อมวาดภาพประกอบ จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ พบว่านักเรียนจำนวนมากสามารถอธิบายความหมายของสัญลักษณ์แทนลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ พร้อมวาดภาพประกอบการอธิบายได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของสัญลักษณ์พร้อมเขียนกราฟของฟังก์ชันประกอบในการอธิบายได้ ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-1

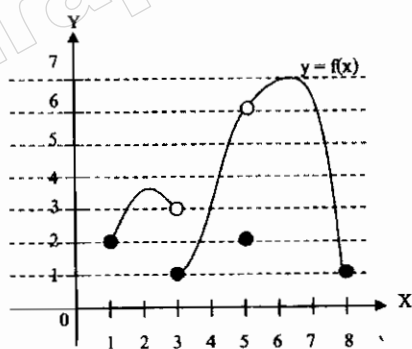
1. ให้นักเรียนอธิบายความหมายของ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ พร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)



ภาพที่ 4-1 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต ของฟังก์ชัน ข้อ 1

ผลการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต ของฟังก์ชัน ข้อ 2 พบว่าจากการกำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ แล้วให้นักเรียนหาค่าที่กำหนด พร้อมอธิบายเหตุผล นักเรียนสามารถหาค่าที่ต้องการพร้อมอธิบายเหตุผลได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถหาค่าลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้และอธิบายเหตุผลได้ถูกต้อง โดยแสดงตัวอย่างดังภาพที่ 4-2

2. จากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนหาค่าที่กำหนดให้ พร้อมอธิบายเหตุผล ว่าเพราะเหตุใดจึงมีค่าเช่นนั้น (10 คะแนน)



2.1 $f(5)$ คือ 2 เหตุผล $\because x=5$ ค่า $f(x)=2$

2.2 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ คือ 6 เหตุผล $\because x$ เข้าใกล้ 5 ทางขวา $f(x) \rightarrow 6$
 $\because x$ เข้าใกล้ 5 ทางซ้าย $f(x) \rightarrow 6$

ภาพที่ 4-2 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต ของฟังก์ชัน ข้อ 2

2.3 $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$ คือ b เหตุผล เมื่อ x เข้าใกล้ 5 ทางขวา $f(x)$ เข้าใกล้ b $\checkmark$

2.4 $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$ คือ b เหตุผล เมื่อ x เข้าใกล้ 5 ทางซ้าย $f(x)$ เข้าใกล้ b $\checkmark$

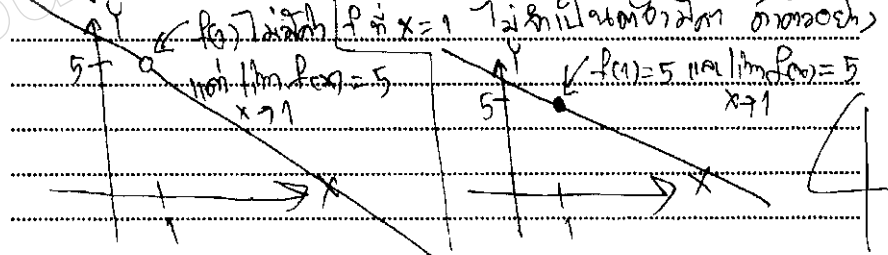
2.5 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ คือ b เหตุผล ลิมิตซ้าย และ ลิมิตขวา มีค่าเท่ากัน $\checkmark$

ภาพที่ 4-2 (ต่อ)

สำหรับตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต ของฟังก์ชัน ข้อ 3 พบว่าเมื่อกำหนดเงื่อนไขให้นักเรียนพิจารณา นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ว่า ถ้า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ แล้วค่าของฟังก์ชัน f ที่ $x = 1$ ไม่จำเป็นต้องกำหนดค่าได้ พร้อมกับยกตัวอย่างประกอบได้อย่างชัดเจน 2 กรณี คือกรณีที่ $f(1)$ หาค่าไม่ได้ และ $f(1)$ หาค่าได้ แสดงว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน นักเรียนจึงสามารถอธิบายเหตุผลและยกตัวอย่างประกอบการอธิบายได้ถูกต้อง สำหรับข้อผิดพลาดที่พบคือนักเรียนไม่ได้อธิบายกรณีที่ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ แต่ $f(1) \neq 5$ โดยแสดงตัวอย่างได้ดังภาพที่ 4-3

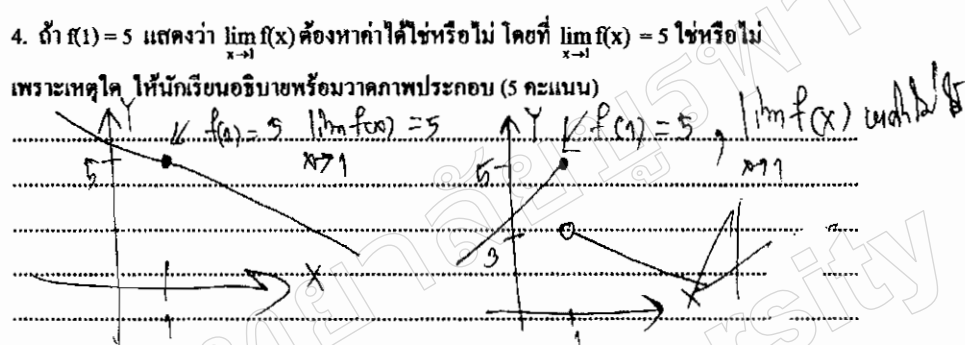
3. ถ้า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ แสดงว่าค่าของฟังก์ชัน f ที่ $x = 1$ ต้องมีค่าหรือไม่ โดยที่ $f(1) = 5$ หรือไม่

เพราะเหตุใด ให้นักเรียนอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)



ภาพที่ 4-3 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต ของฟังก์ชัน ข้อ 3

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ข้อที่ 3 ของนักเรียน พบว่านักเรียนตอบคำถามโดยการยกตัวอย่างกราฟของฟังก์ชันประกอบในการอธิบายและทำให้การอธิบายมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถยกตัวอย่างได้หลายกรณี ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ นักเรียนจึงสามารถตอบคำถามและอธิบายเหตุผลได้ชัดเจน แสดงตัวอย่างได้ดังภาพที่ 4 – 4



ภาพที่ 4 4 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ข้อ 4

นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์การสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำ กลุ่มละ 3 คน โดยนำการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน แต่ละข้อของนักเรียนมาวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4 – 2

ตารางที่ 4 – 2 แสดงการอธิบายการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลของแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของฟังก์ชัน จากการสัมภาษณ์
นักเรียนกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำ กลุ่มละ 3 คน

ข้อ	ประเด็น ที่วิเคราะห์	นักเรียนกลุ่มคะแนนสูง						นักเรียนกลุ่มคะแนนต่ำ					
		คนที่ 1		คนที่ 2		คนที่ 3		คนที่ 1		คนที่ 2		คนที่ 3	
		ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน
1	อธิบายความหมาย	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
	อธิบายลักษณะกราฟ	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
2	ตอบคำถาม	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
	อธิบายเหตุผล	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
3	ตอบคำถาม	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
	อธิบายเหตุผล	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
4	ตอบคำถาม	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
	อธิบายเหตุผล	✓		✓		✓		✓		✓		✓	

จากตารางที่ 4 – 2 จะเห็นได้ว่าการที่นักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของฟังก์ชัน อยู่ในกลุ่มคะแนนสูงและนักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนต่ำสามารถตอบคำถาม อธิบายเหตุผล และยกตัวอย่างประกอบได้อย่างชัดเจนมากกว่าการเขียนตอบ แสดงว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องดังกล่าวแต่ยังขาดทักษะในการเขียนอธิบายเหตุผล สำหรับข้อคำถามที่ต้องมีการวิเคราะห์นั้น นักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนต่ำยังคงไม่สามารถตอบคำถามและให้เหตุผลได้ชัดเจน

ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (มากกว่า 10 คะแนน จากคะแนนเต็ม 25 คะแนน) มีจำนวน 47 คน จากจำนวน

นักเรียนทั้งหมด 77 คน คิดเป็นร้อยละ 61.04 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน โดยมีนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 18 คะแนน จำนวน 3 คน และนักเรียนส่วนใหญ่ (13 คน) ได้คะแนน 9 คะแนน ดังแสดงในตารางที่ 4 – 3

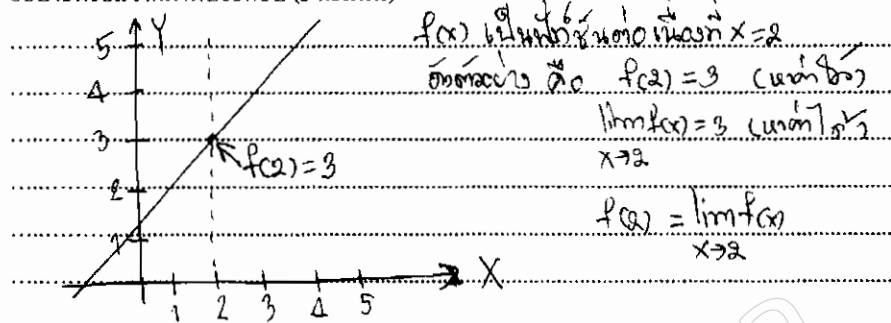
ตารางที่ 4 – 3 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ที่ระดับคะแนนต่าง ๆ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คะแนน ที่ได้	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
จำนวน นักเรียน (คน)	0	0	2	2	1	2	3	7	13	0	6	11	4	6	9	3	5	3	0	0

ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน พบตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ยังมีความผิดพลาด เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ดังนี้

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ข้อ 1 พบว่านักเรียนสามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ ตามที่กำหนดให้ได้ พร้อมกับยกตัวอย่างได้ชัดเจน ซึ่งลักษณะการเรียนรู้เป็นการอธิบายจากความเข้าใจของตนเอง ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อนี้ นักเรียนจึงสามารถอธิบายความหมายพร้อมยกตัวอย่างประกอบได้ โดยมีตัวอย่างดังภาพที่ 4 – 5

1. $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ มีความหมายและลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร ให้นักเรียนอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ (5 คะแนน)



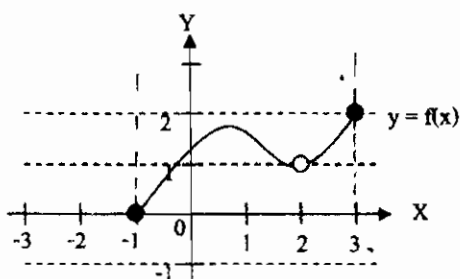
ภาพที่ 4-5 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ข้อ 1

สำหรับตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ในข้อคำถามที่ 2 พบว่านักเรียนสามารถอธิบายได้ว่ากราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ นั้น เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ อีกทั้งยังสามารถระบุจุดที่ทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องได้อย่างถูกต้อง ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนี้ นักเรียนจึงสามารถตอบคำถามและอธิบายเหตุผลด้วยภาษาของตนเองได้ โดยมีตัวอย่างดังภาพที่ 4-6

2. จากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 3]$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้ฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง โดยให้นักเรียนตอบพร้อมอธิบายเหตุผล (5 คะแนน)



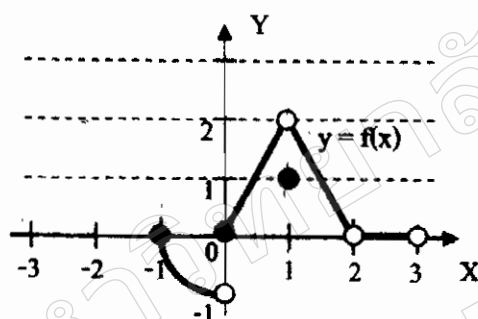
ไม่ต่อเนื่องที่ $x=2$ เพราะมีจุด $x=2$ ที่ทำให้นักเรียนไม่ต่อเนื่อง

ภาพที่ 4-6 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ข้อ 2

ผลการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ข้อคำถามที่ 3 พบว่านักเรียนสามารถตอบคำถามข้อ 3.1 - 3.4 ได้ ซึ่งเป็นคำถามเกี่ยวกับการพิจารณาเงื่อนไขที่ทำให้ฟังก์ชันมีความต่อเนื่องหรือไม่ แต่ยังอธิบายได้ไม่ชัดเจนเพราะนักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนอธิบายเหตุผล สำหรับข้อ 3.5 เป็นคำถามที่นักเรียนต้องวิเคราะห์คำตอบ นักเรียนอธิบายเหตุผลพร้อมวาดภาพประกอบได้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ นักเรียนจึงสามารถวิเคราะห์คำตอบและวาดภาพประกอบการอธิบายได้ โดยแสดงตัวอย่างดังภาพที่ 4 - 7

3. กราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่กำหนดให้ ใช้ตอบคำถามข้อ 3.1 - 3.5 (10 คะแนน)



3.1 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่ เพราะเหตุใด
ไม่เป็น เพราะ $f(1)$ ไม่ต่อเนื่อง

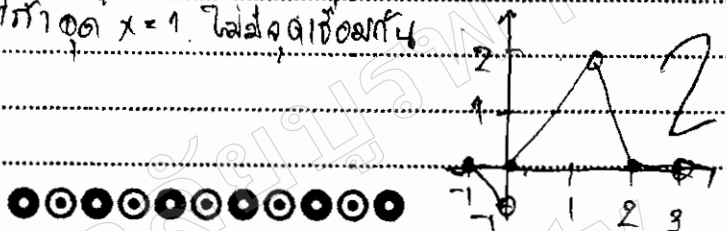
3.2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างช่วงที่ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเพียง 1 คำตอบ พร้อมให้เหตุผล
[0, 1) เพราะ $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ และไม่มีจุดต่อเนื่องอื่นๆ

3.3 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 1)$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และอธิบายเหตุผล
ไม่เป็นฟังก์ชัน ที่จุด $(0, 0)$ เพราะจุดไม่ต่อเนื่องกัน

ภาพที่ 4 - 7 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ข้อ 3

3.4 ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(1, 3)$ หรือไม่ ถ้าเป็นฟังก์ชัน ไม่ต่อเนื่องให้ระบุจุดที่ทำให้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และอธิบายเหตุผล
 ไม่เป็นเพราะ $f(1)$ หาค่าไม่ได้ $f(2)$ หาค่าไม่ได้ และ $f(3)$ หาค่าไม่ได้

3.5 ถ้าฟังก์ชัน f หาค่าได้ที่ $x = 2$ นักเรียนคิดว่าฟังก์ชัน f จะเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ หรือไม่
 เพราะเหตุใด ให้นักเรียนวาดภาพประกอบ
 ไม่ต่อเนื่องเพราะมีจุดที่ไม่เชื่อมต่อกัน ถ้าฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ จะได้ว่าจุดที่ $x = 2$ มีค่าเท่ากับ $x = 1$ ไม่ต่อเนื่อง



ภาพที่ 4-7 (ต่อ)

นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์การสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำตาม กลุ่มละ 3 คน โดยนำการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชันแต่ละข้อของนักเรียนมาวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4 – 4 แสดงการอธิบายการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลของแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำ กลุ่มละ 3 คน

ข้อ	ประเด็น ที่วิเคราะห์	นักเรียนกลุ่มคะแนนสูง			นักเรียนกลุ่มคะแนนต่ำ		
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3
		ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน
1	อธิบายความหมาย	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	อธิบายลักษณะกราฟ	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	ตอบคำถาม	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	อธิบายเหตุผล	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2	ตอบคำถาม	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	อธิบายเหตุผล	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3	ตอบคำถาม	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	อธิบายเหตุผล	✓	✓	✓	✓	✓	✓

จากตารางที่ 4 – 4 จะเห็นได้ว่าการที่นักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อยู่ในกลุ่มคะแนนสูงและกลุ่มต่ำสามารถตอบคำถามและอธิบายเหตุผลได้ชัดเจนมากกว่าการเขียนอธิบายเหตุผล แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนได้ นักเรียนจึงสามารถตอบคำถามและอธิบายเหตุผลชัดเจนมากยิ่งขึ้น แต่สำหรับข้อคำถามที่นักเรียนก็มีการวิเคราะห์คำตอบยังมีนักเรียนกลุ่มต่ำบางส่วนที่ยังไม่สามารถอธิบายคำตอบได้อย่างชัดเจน

ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (มากกว่า 10 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน) มีจำนวน 52 คน คิดเป็นร้อยละ 67.53 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุด

และค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน โดยมีนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 20 คะแนน จำนวน 1 คน และนักเรียนส่วนใหญ่ (12 คน) ได้คะแนน 12 คะแนน ดังแสดงในตารางที่ 4 - 5

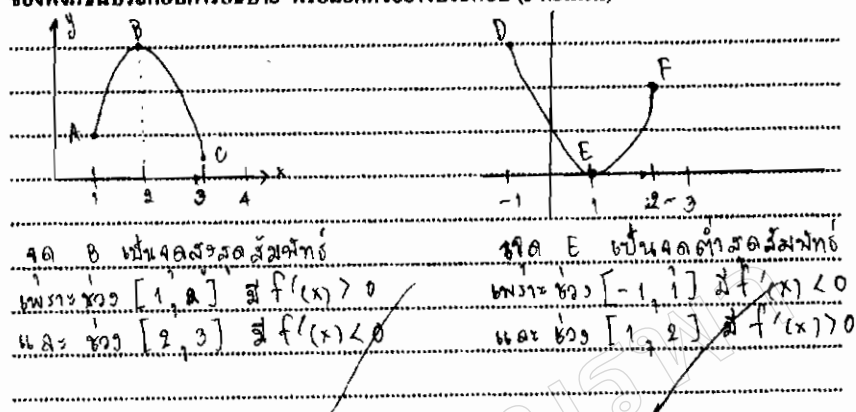
ตารางที่ 4 - 5 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ที่ระดับคะแนนต่าง ๆ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คะแนน ที่ได้	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
จำนวน นักเรียน (คน)	0	2	2	4	3	2	6	3	3	0	10	12	8	6	6	4	4	1	0	1

ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน พบตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ยังมีความผิดพลาด เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ดังนี้

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ข้อ 1 พบว่านักเรียนสามารถใช้ภาพอธิบายการพิจารณาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมพันธ์ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งตามความเข้าใจของนักเรียนได้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันได้ นักเรียนจึงสามารถพิจารณาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันตามความเข้าใจของตนเองประกอบการยกตัวอย่างได้ โดยแสดงตัวอย่างได้ดังภาพที่ 4 - 8

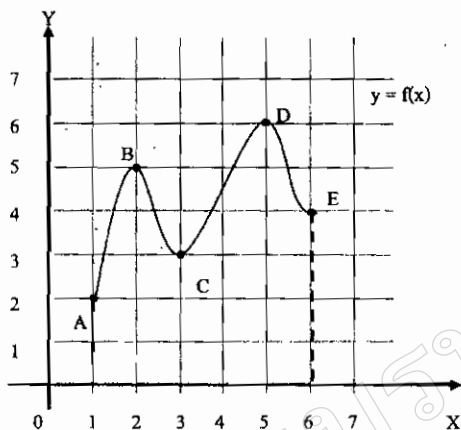
1. ให้นักเรียนสรุปการพิจารณาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันประกอบการอธิบาย พร้อมยกตัวอย่างประกอบ (5 คะแนน)



ภาพที่ 4-8 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ข้อ 1

ตัวอย่างที่พบจากการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน นั้นคือนักเรียนสามารถใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งในการอธิบายคำตอบเกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันที่กำหนดให้พร้อมอธิบายเหตุผลได้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน โดยมีตัวอย่างการทำแบบทดสอบดังภาพที่ 4-9

2. จากกราฟ $y = f(x)$ กำหนดให้จุด A B C D และ E เป็นจุดบนกราฟ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ (15 คะแนน)



2.1 ให้นักเรียนบอกจุดวิกฤตทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[1, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

จุดวิกฤต คือ B เพราะ $f'(2) = 0$
 C เพราะ $f'(3) = 0$
 D เพราะ $f'(5) = 0$

2.2 ให้นักเรียนบอกจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[1, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ บนช่วง $[1, 6]$ คือ จุด C
 เพราะ ① $f'(3) = 0$
 ② บนช่วง $(2, 3)$ มี $f'(x) < 0$
 ③ บนช่วง $(3, 5)$ มี $f'(x) > 0$

2.3 ให้นักเรียนบอกจุดสูงสุดสัมพัทธ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[2, 6]$ โดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ประกอบการอธิบาย

① จุด B เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ เพราะ $f'(2) = 0$
 บนช่วง $(1, 2)$ มี $f'(x) > 0$ และช่วง $(2, 3)$ มี $f'(x) < 0$
 ② จุด D เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ เพราะ $f'(5) = 0$
 ช่วง $(3, 5)$ มี $f'(x) > 0$ และช่วง $(5, 6)$ มี $f'(x) < 0$

2.4 ให้นักเรียนบอกจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[2, 6]$ พร้อมให้เหตุผล

จุดต่ำสุดสัมบูรณ์ บนช่วง $[2, 6]$ คือ จุด C
 เพราะ จุด C เป็นจุดที่มีค่า x ต่ำสุด บนช่วง $[2, 6]$

2.5 ให้นักเรียนบอกจุดสูงสุดสัมบูรณ์ทั้งหมดของฟังก์ชัน บนช่วง $[2, 6]$ พร้อมให้เหตุผล

จุดสูงสุดสัมบูรณ์ บนช่วง $[2, 6]$ คือ จุด D
 เพราะ จุด D มีค่า x มากที่สุด บนช่วง $[2, 6]$

นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์การสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำตาม กลุ่มละ 3 คน โดยนำการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน แต่ละข้อของนักเรียนมาวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดดังตารางที่ 4 – 6

ตารางที่ 4 – 6 แสดงการอธิบายการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำ กลุ่มละ 3 คน

ข้อ	ประเด็นที่วิเคราะห์	นักเรียนกลุ่มคะแนนสูง				นักเรียนกลุ่มคะแนนต่ำ			
		คนที่ 1		คนที่ 2		คนที่ 3		คนที่ 1	
		ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน	ชัดเจน	ไม่ชัดเจน
1	อธิบายขั้นตอน	✓		✓		✓		✓	
	อธิบายลักษณะกราฟ	✓		✓		✓		✓	
	ตอบคำถาม	✓		✓		✓		✓	
2	อธิบายเหตุผล	✓		✓		✓			✓

จากตารางที่ 4 - 6 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถตอบคำถาม และอธิบายเหตุผลโดยใช้การพูดแทนการเขียนได้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ของนักเรียนได้ และมีนักเรียนเพียง 2 คนที่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลในข้อ 2 ได้ชัดเจน

ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (มากกว่า 10 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน) มีจำนวน 67 คน จากนักเรียนทั้งหมด 77 คน คิดเป็นร้อยละ 87.01 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน โดยมีนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 20 คะแนน จำนวน 11 คน และนักเรียนส่วนใหญ่ (8 คน) ได้คะแนน 18 คะแนน ดังแสดงในตารางที่ 4 – 7

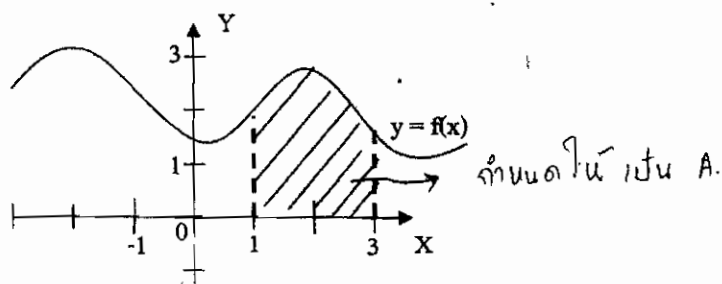
ตารางที่ 4 – 7 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ที่ระดับคะแนนต่าง ๆ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

คะแนน ที่ได้	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
จำนวน นักเรียน (คน)	0	0	0	0	2	2	1	2	3	0	6	8	6	6	3	6	4	12	5	11

ผลการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง พบตัวอย่างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ยังมีความผิดพลาด เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ดังนี้

ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ข้อ 1 พบว่านักเรียนสามารถแสดงการหาพื้นที่ที่ปิดล้อมจากรูปแรเงาที่กำหนดให้ได้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ทำให้นักเรียนสามารถแสดงการหาพื้นที่ที่กำหนดให้ได้ แต่ข้อผิดพลาดที่ยังมีอยู่ ซึ่งพบได้จากการทำแบบทดสอบ นั่นคือ นักเรียนไม่ได้กำหนดตัวแปรให้ชัดเจน อาทิเช่นควรกำหนดให้ A แทนพื้นที่แรเงา หรือ A แทนพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่ $x = 1$ ถึง $x = 3$ เป็นต้น โดยแสดงตัวอย่างดังภาพที่ 4 – 10

1. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ดังนี้ (5 คะแนน)



ให้นักเรียนแสดงการหาพื้นที่ที่แรเงาโดยไม่ต้องคำนวณค่า

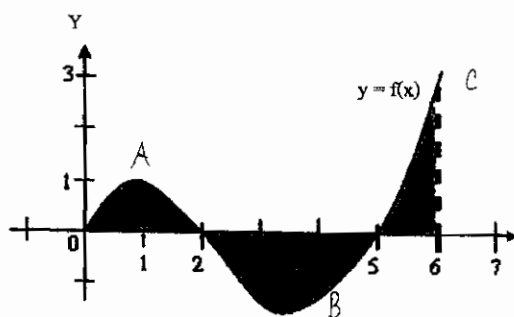
$$A = \int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1)$$

ภาพที่ 4 – 10 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ข้อ 1

สำหรับตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง พบว่านักเรียนสามารถแสดงการหาพื้นที่แรเงาที่กำหนดให้ได้ โดยคำถามในข้อ 2.1 ที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่มีพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งเหนือแกน X และพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งใต้แกน X นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการหาพื้นที่ได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้สำหรับข้อ 2.2 เป็นโจทย์ที่ต้องใช้การวิเคราะห์ โดยที่นักเรียนไม่เคยเจอกับคำถามนี้มาก่อน นักเรียนก็ยังสามารถแก้ปัญหาได้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ของนักเรียนได้ นักเรียนจึงสามารถทำแบบทดสอบได้อย่างถูกต้องตามความเข้าใจของตนเอง โดยมีตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4 11

2. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ดังนี้



2.1 ให้นักเรียนแสดงการหาพื้นที่ที่แรเงาทั้งหมดโดยไม่ต้องคำนวณ (10 คะแนน)

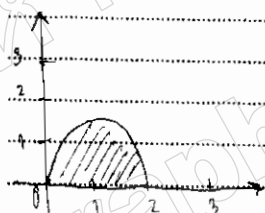
$$A = \int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0)$$

$$B = -\int_2^5 f(x) dx = -(F(5) - F(2))$$

$$C = \int_5^6 f(x) dx = F(6) - F(5)$$

$$A + B + C = F(1) - F(0) - (F(5) - F(2)) + (F(6) - F(5))$$

2.2 ให้ F เป็นปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f ถ้า $F(0) = 3$ และ ช่วง $[0, 2]$ มีพื้นที่แรเงาใต้กราฟเป็น 5 ตารางหน่วย ให้นักเรียนแสดงวิธีหาค่า $F(2)$ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ (5 คะแนน)



$$\int_0^2 f(x) dx = F(2) - F(0)$$

$$5 = F(2) - 3$$

$$F(2) = 5 + 3$$

$$F(2) = 8$$

ภาพที่ 4-11 แสดงตัวอย่างการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ข้อ 2

นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์การสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำตาม กลุ่มละ 3 คน โดยนำการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งแต่ละข้อของนักเรียนมาวิเคราะห์ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดดังตารางที่ 4-8

ตารางที่ 4--8 แสดงการอธิบายการอธิบายคำตอบและการให้เหตุผลของแบบทดสอบ
วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง
จากการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำ กลุ่มละ 3 คน

ข้อ	ประเด็นที่วิเคราะห์	นักเรียนกลุ่มคะแนนสูง			นักเรียนกลุ่มคะแนนต่ำ		
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3
		ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน	ชัดเจน ไม่ชัดเจน
1	อธิบาย การหาพื้นที่ แรเงา ที่กำหนด	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2	อธิบาย การหาพื้นที่ แรเงา ที่กำหนด	✓	✓	✓	✓	✓	✓

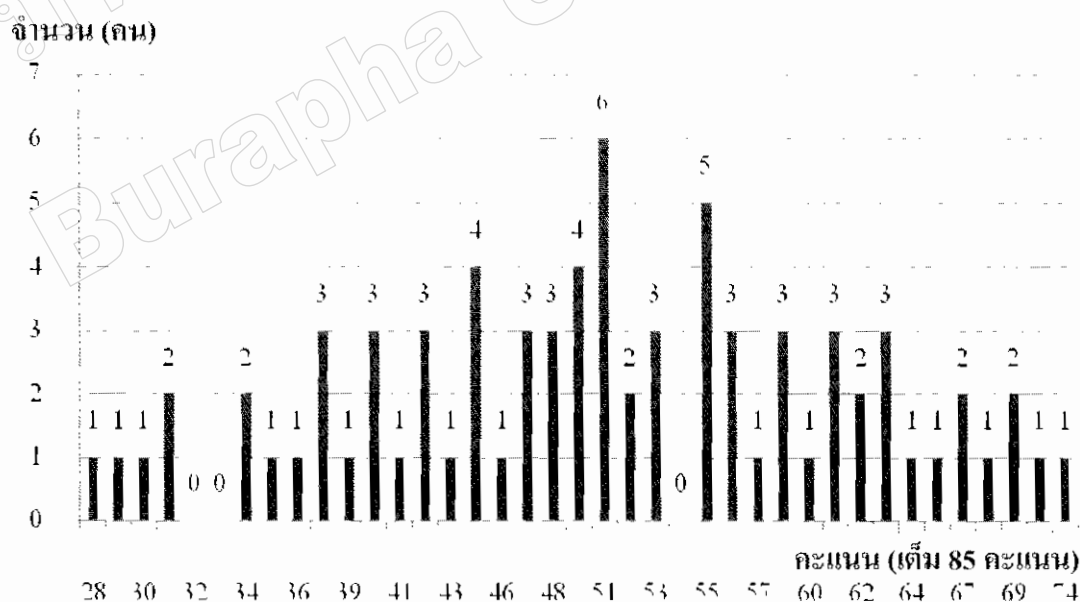
จากตารางที่ 4- 8 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถอธิบายการหาพื้นที่ใต้โค้งการเขียน
บรรยาย โดยการที่นักเรียนสามารถอธิบายได้แสดงว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้น โค้ง แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนา
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้น โค้ง ของนักเรียนได้

ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น

ผู้วิจัยวิเคราะห์ผลการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ โดยคำนวณร้อยละของคะแนน
รวมของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ชุด และคำนวณร้อยละของนักเรียน
ที่ได้คะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ชุด ที่มีคะแนนมากกว่า
ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม แล้วนำไปแปลผลกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (มากกว่า 10 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน) มีจำนวน 67 คน จากนักเรียน ทั้งหมด 77 คน คิดเป็นร้อยละ 87.01 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน โดยมีนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 20 คะแนน จำนวน 11 คน และนักเรียนส่วนใหญ่ (8 คน) ได้คะแนน 18 คะแนน ดังแสดงในตารางที่ 4 – 7

สำหรับผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอด ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ชุด ซึ่งประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน และพื้นที่ ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่า ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (มากกว่า 42.5 คะแนน จากคะแนนเต็ม 85 คะแนน) มีจำนวน 58 คน จากนักเรียนทั้งหมด 77 คน คิดเป็นร้อยละ 75.32 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งสอดคล้องกับ สมมติฐานที่ตั้งไว้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถพัฒนาความคิดรวบยอด ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้นได้ ดังแสดงในภาพที่ 4 - 12



ภาพที่ 4- 12 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนรวมแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอด ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 ชุด ที่ระดับคะแนนต่าง ๆ (คะแนนเต็ม 85 คะแนน)

ผลการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีคะแนนรวมแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 ชุด สำหรับนักเรียนในกลุ่มคะแนนสูงและคะแนนต่ำตามที่กำหนดไว้ โดยวิเคราะห์ว่าการเรียนรู้แบบค้นพบมีผลต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่อย่างไร และวิเคราะห์ข้อเสนอแนะของนักเรียนในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

การวิเคราะห์ว่าการเรียนรู้แบบค้นพบมีผลต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่อย่างไร นักเรียนกลุ่มที่มีคะแนนสูงและกลุ่มต่ำ กลุ่มละ 3 คน ได้แสดงความคิดเห็นโดยสรุป ดังนี้

1. การเรียนรู้แบบค้นพบมีกิจกรรมที่นักเรียนได้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้คิด ปรัชญาร่วมกับเพื่อน ทำให้นักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี
2. กิจกรรมที่นักเรียนได้ใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) ในการค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองนั้น โปรแกรมกราฟทำให้นักเรียนมีความเข้าใจกราฟของฟังก์ชันได้ดียิ่งขึ้น
3. การเรียนรู้แบบค้นพบทำให้นักเรียนได้สรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเอง จึงสามารถทำความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องได้ง่ายและเร็วขึ้น เมื่อทำการอภิปรายสรุปร่วมกันระหว่างครูและนักเรียน

สำหรับนักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์กลุ่มที่มีคะแนนต่ำ จำนวน 3 คน ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบค้นพบมีว่าผลต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่อย่างไร ซึ่งนักเรียนทั้ง 3 คนได้แสดงความคิดเห็นโดยสรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้แบบค้นพบมีการทำกิจกรรมเป็นกลุ่มทำให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ร่วมกับเพื่อน สามารถปรึกษากันได้ ทำให้นักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้าสามารถเรียนรู้และสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ร่วมกับเพื่อนได้ แต่นักเรียนยังขาดความเข้าใจที่ชัดเจนและไม่สามารถสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองได้ แต่เมื่อได้ทำการสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องร่วมกันระหว่างครูและนักเรียน ก็ทำให้มีความเข้าใจที่ชัดเจนยิ่งขึ้น และการทำแบบฝึกหัดทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

2. ถึงแม้นักเรียนจะยังสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองไม่ได้หลังจากทำกิจกรรม แต่นักเรียนก็ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจบ้าง จึงสามารถทำความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องในขั้นตอนการสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ร่วมกับครูและนักเรียนได้ง่ายขึ้น

3. หลังจากได้เรียนรู้ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามโดยอธิบายเหตุผลและยกตัวอย่างประกอบได้ดียิ่งขึ้น

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบสมมติฐาน ที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น มีคะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด จากคะแนนรวมแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 ชุด ของนักเรียน โดยใช้การทดสอบ Z (Z - Test for Population Proportion) ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตารางที่ 4 - 9

ตารางที่ 4 - 9 ผลการทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น มีคะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z (Z - Test for Population Proportion)

จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (คน)	Z - score	ค่าวิกฤต
77	58	4.39	2.326*

*ที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากตารางที่ 4 - 9 จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนขามเฒ่าวิทยา จังหวัดกำแพงเพชร ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ มีคะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

**ตอนที่ 2 ผลการศึกษาพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านความ
กระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็น**

ในการศึกษาพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็น ผู้วิจัย
วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน แบบบันทึกหลังสอน ภาพถ่าย และสะท้อนคิด
การเรียนรู้ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ผู้วิจัยวิเคราะห์แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน โดยคำนวณคะแนนรวมของพฤติกรรมการ
เรียนทั้ง 3 ด้าน ซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรมการเรียนด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ
และการแสดงความคิดเห็น จากนั้นคำนวณค่าเฉลี่ยของคะแนนรวมแล้วแปลผลเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้

คะแนน 2.5 – 3.0 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมนั้นในระดับสูง

คะแนน 1.5 - 2.4 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมนั้นในระดับปานกลาง

คะแนน 1.0 - 1.4 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมนั้นในระดับต่ำ

คะแนน 0 - 0.9 หมายถึง นักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมนั้นในระดับนั้นเลย

แล้วแสดงร้อยละของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนในระดับต่าง ๆ จำแนกเป็นรายคาบ เพื่อศึกษา
พฤติกรรมการเรียนในด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็น
ของนักเรียนผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ และทำการวิเคราะห์รายละเอียดของคาบเรียนที่มี
ร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมการเรียนในระดับสูงคิดเป็นร้อยละสูงที่สุด 3 คาบเรียน
โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4 - 10

ตารางที่ 4 – 10 แสดงร้อยละของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนแต่ละคาบเรียนในระดับต่าง ๆ

คาบเรียนที่	ร้อยละของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนในระดับต่าง ๆ			
	ระดับสูง	ระดับปานกลาง	ระดับต่ำ	ไม่แสดงพฤติกรรม
1	81.82	18.18	-	-
2	70.13	29.87	-	-
3	84.42	15.58	-	-

ตารางที่ 4 – 10 (ต่อ)

คาบเรียนที่	ร้อยละของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนในระดับต่าง ๆ			
	ระดับสูง	ระดับปานกลาง	ระดับต่ำ	ไม่แสดงพฤติกรรม
4	71.43	22.07	-	-
5	74.03	25.97	-	-
6	75.32	24.68	-	-
7	76.62	23.38	-	-
8	74.03	25.97	-	-
9	71.43	22.07	-	-
10	74.03	25.97	-	-
11	77.92	22.08	-	-
12	76.62	23.38	-	-

จากตารางที่ 4 – 10 จะเห็นได้ว่าพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส เบื้องต้น ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ มีระดับพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนในแต่ละคาบอยู่ในระดับสูงและระดับปานกลาง แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถส่งเสริมพฤติกรรมการเรียน ในด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนให้มีพฤติกรรมอยู่ในระดับสูงและระดับปานกลาง ซึ่งคาบเรียนที่มีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมอยู่ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละสูงสุดคือ คาบเรียนที่ 3 โดยมีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมการเรียนอยู่ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละ 84.42 ของนักเรียนทั้งหมด รองลงมาคือ คาบเรียนที่ 1 ซึ่งมีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมการเรียนอยู่ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละ 81.82 ของนักเรียนทั้งหมด และคาบเรียนที่ 11 มีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมการเรียนอยู่ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละ 77.92 ของนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยจึงได้ทำการวิเคราะห์รายละเอียดกิจกรรมและสาเหตุที่ทำให้คาบเรียนดังกล่าวมีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมการเรียนในระดับสูงคิดเป็นร้อยละสูงสุด 3 คาบเรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

คาบเรียนที่ 3 การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน มีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมอยู่ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละ 84.42 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งในคาบเรียนนี้เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นคู่ มีการใช้ดินสอลากเส้นเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจความต่อเนื่องของฟังก์ชันจากสิ่งใกล้ตัว ทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายของ

ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน แล้วให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบค่าที่กำหนดเพื่อสรุปหลักการพิจารณาความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ซึ่งนักเรียนสามารถเปรียบเทียบแล้วสรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเองได้ และเนื่องจากนักเรียนได้ทำกิจกรรมเป็นคู่จึงทำให้นักเรียนทำกิจกรรมได้อย่างทั่วถึง ด้วยกิจกรรมในคาบเรียนนี้เป็นกิจกรรมที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ง่าย นักเรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้ง่าย และเป็นกิจกรรมที่นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างทั่วถึง จึงทำให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ ด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นอยู่ในระดับสูง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบส่งเสริมให้นักเรียนแสดงพฤติกรรม

การเรียนรู้ในด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นอยู่ในระดับสูง

คาบเรียนที่ 1 การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละ 81.82 ของนักเรียนทั้งหมด โดยกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้มีการใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) ช่วยในการสังเกตค่า x และ $f(x)$ โดยนักเรียนจะต้องทำการสังเกตกราฟของฟังก์ชันจำนวน 3 ตัวอย่าง โดยใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) แล้วเปรียบเทียบเพื่อสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับอนุพันธ์ของฟังก์ชัน จากการใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) ช่วยในการสังเกตของนักเรียนทำให้นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันจากกราฟที่กำหนดได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และสามารถสรุปความคิดรวบยอดร่วมกับเพื่อนได้ ประกอบกับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบมีกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อน จึงทำให้นักเรียนมีความร่วมมือกันในกลุ่ม และมีการแสดงความคิดเห็นมากยิ่งขึ้น แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบส่งเสริมให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ในด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นอยู่ในระดับสูง

คาบเรียนที่ 11 การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง มีร้อยละของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ในระดับสูงคิดเป็นร้อยละ 77.92 ของนักเรียนทั้งหมด สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้ นักเรียนทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่มโดยใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) หาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งที่กำหนด ซึ่งมี 2 แบบ คือพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งเหนือแกน X และพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งใต้แกน X แล้วให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งเหนือแกน X และใต้แกน X ซึ่งกิจกรรมในคาบเรียนนี้มีการใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) ช่วยในการเรียนรู้ นักเรียนสามารถทำความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งได้ง่าย นักเรียนจึงมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม นอกจากนี้กิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบเป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ลงมือค้นพบความรู้ร่วมกันกับเพื่อน นักเรียนจึงมีความกระตือรือร้น ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม และร่วมกันแสดงความคิดเห็น

แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบส่งเสริมให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมการเรียน
ในด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็นอยู่ในระดับสูง

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์แบบบันทึกหลังสอน และภาพถ่าย เพื่อศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับ
พฤติกรรมการเรียนในด้านความกระตือรือร้น การให้ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็น
แล้วบรรยายพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนสรุปเป็นภาพรวมจำแนกตามพฤติกรรมการเรียน
แต่ละด้าน นอกจากนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์สะท้อนคิดการเรียนรู้ เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนในด้าน
การแสดงความคิดเห็น แล้วบรรยายสรุปเป็นภาพรวมของพฤติกรรมการเรียนด้านการแสดง
ความคิดเห็น โดยมีรายละเอียดดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ด้านความ กระตือรือร้น

ผลการศึกษาพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านความกระตือรือร้น เป็นดังนี้

1. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการศึกษาและทำกิจกรรมด้วยตนเองร่วมกับเพื่อน
ในกลุ่มของตน จากการสังเกตการทำงานกลุ่มของนักเรียน พบว่านักเรียนจะมีความกระตือรือร้น
ช่วยกันทำกิจกรรมตามขั้นตอน และสรุปสิ่งที่ค้นพบจากกิจกรรม

2. สำหรับกิจกรรมที่มีการใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) นักเรียนมีความกระตือรือร้น
ในการทำกิจกรรมเป็นอย่างมาก นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบค้นพบ
หลากหลายรูปแบบ ส่งผลให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และกระตือรือร้นต่อการ
ทำกิจกรรม นอกจากนี้จากการวิเคราะห์สะท้อนคิดการเรียนรู้ พบว่ากิจกรรมที่นักเรียนชอบ คือ
กิจกรรมที่มีการใช้โปรแกรมกราฟ (Graph) เนื่องจากโปรแกรมกราฟทำให้นักเรียนมีความเข้าใจ
ความคิดรวบยอดได้ชัดเจนขึ้น และเป็นการเรียนรู้รูปแบบใหม่

3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเข้าเรียนให้ตรงเวลา ผู้วิจัยสังเกตการเรียนรู้พบ
ว่าเมื่อถึงเวลาเรียน นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเข้าเรียน และมีความกระตือรือร้นในการ
ทำกิจกรรมให้ทันเวลาภายในคาบเรียน

4. จากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่าสาเหตุที่นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการ
ทำกิจกรรม เนื่องจากนักเรียนได้ลงมือทำกิจกรรมด้วยตนเอง ไม่ใช่การฟังและการจดเนื้อหา
เพียงอย่างเดียว นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแสดงความคิดเห็นกับเพื่อนในกลุ่มได้อีกด้วย

จากที่กล่าวมาแล้วนั้น แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบส่งเสริมให้นักเรียน
แสดงพฤติกรรมการเรียนด้านความกระตือรือร้นได้ดีกว่าการสอนแบบปกติที่ผ่านมาของผู้วิจัย

ซึ่งที่ผ่านมาผู้วิจัยพบว่านักเรียนขาดความกระตือรือร้นทางการเรียน โดยนักเรียนจะรอจดเนื้อหา และรอฟังครูอธิบายเพียงอย่างเดียว ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างพฤติกรรมการณ์เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ในด้านความกระตือรือร้น ดังภาพที่ 4 - 13



ภาพที่ 4 - 13 แสดงตัวอย่างพฤติกรรมการณ์เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านความกระตือรือร้น

ผลการศึกษาพฤติกรรมการณ์เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ด้านการให้ความร่วมมือ

ผลการศึกษาพฤติกรรมการณ์เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านการให้ความร่วมมือ เป็นดังนี้

1. นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างมาก โดยมีการแบ่งหน้าที่ในการทำกิจกรรม และความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับนักเรียนคนอื่นในกลุ่มของตน
2. สำหรับกิจกรรมสรุปความคิดรวบยอดท้ายคาบเรียนร่วมกันระหว่างครูและนักเรียนพบว่านักเรียนให้ความร่วมมือให้ในการสรุปความคิดรวบยอดร่วมกัน
3. จากการสัมภาษณ์นักเรียนบางส่วน พบว่ารูปแบบกิจกรรมเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม และนักเรียนสามารถทำกิจกรรมได้อีกทั้งกิจกรรมยังมีความน่าสนใจ นอกจากนี้นักเรียนได้เสนอแนะว่าสำหรับกิจกรรมที่ใช้คอมพิวเตอร์เป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ต่อคอมพิวเตอร์ 1 เครื่อง ทำให้นักเรียนบางคนมีโอกาสใช้คอมพิวเตอร์น้อย และนักเรียนเสนอแนะว่าควรจะเป็น 2 คน ต่อ 1 เครื่อง หรือคนละ 1 เครื่อง

จากที่กล่าวมาแล้วนั้น แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบส่งเสริมให้นักเรียน แสดงพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านการให้ความร่วมมือได้ดีกว่าการสอนแบบปกติที่ผ่านมาของผู้วิจัย เนื่องจากการสอนแบบปกติที่ผ่านมาเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้เรียนรู้และมีส่วนร่วมในการเรียนน้อย แต่การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบเป็นกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และ ทำกิจกรรมด้วยตนเองร่วมกับเพื่อน ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างพฤติกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ในด้านการให้ความร่วมมือ ดังภาพที่ 4 – 14



ภาพที่ 4 – 14 แสดงตัวอย่างพฤติกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านการให้ความร่วมมือ

ผลการศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ด้านการแสดงความคิดเห็น

ผลการศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านการแสดงความคิดเห็น เป็นดังนี้

1. จากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ พบว่านักเรียนมีการแสดงความคิดเห็น มีการพูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม มีการสอบถามครูในประเด็นที่สงสัย
2. นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นเพื่อทำการสรุปท้ายคาบเรียน ร่วมกับครู และนักเรียนได้ ซึ่งเมื่อครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนเสนอความคิดรวบยอดที่ตนเองค้นพบ นักเรียน มีความกล้าและมีความมั่นใจที่จะแสดงความคิดเห็นของตน ซึ่งการแสดงความคิดเห็นร่วมกัน อย่างหลากหลาย

3. จากการวิเคราะห์แบบสะท้อนคิดการเรียนรู้ พบว่านักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นของตนเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แต่ละคาบเรียนได้

จากที่กล่าวมาแล้วนั้น แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบส่งเสริมให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมเรียนด้านการแสดงความคิดเห็น ได้ดีกว่าการสอนแบบปกติที่ผ่านมาของผู้วิจัย เนื่องจากการสอนแบบปกติที่ผ่านมา นักเรียนมีการแสดงความคิดเห็นน้อย ไม่ค่อยกล้าที่จะแสดงความคิดเห็น และเมื่อครูถามคำถามระหว่างเรียน นักเรียนไม่มีความมั่นใจที่จะตอบคำถาม แต่การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบสามารถส่งเสริมให้นักเรียนมากมั่นใจในการแสดงความคิดเห็นได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างพฤติกรรมเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ในด้านการให้ความร่วมมือ ดังภาพที่ 4 – 15



ภาพที่ 4 – 15 แสดงตัวอย่างพฤติกรรมเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ด้านการแสดงความคิดเห็น