

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้เป็นแนวทางในการทำวิจัยในหัวข้อต่อไปนี้

1. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ
2. ความถนัดทางคณิตศาสตร์
3. พฤติกรรมการเรียน
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังมีรายละเอียดดังนี้ เพ็ญจันทร์ เจียบประเสริฐ (2542, หน้า 101) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่าการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ควรมียึดหลัก ดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่นักเรียนมีประสบการณ์หรือสิ่งที่ได้พบเห็นอยู่เสมอ การให้นักเรียนเรียนจากประสบการณ์ ได้เรียนจากสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม ได้คิด ได้ใช้ ได้ทำด้วยตนเอง จะทำให้นักเรียนเข้าใจและเรียนได้รวดเร็วขึ้น เช่น ให้นักเรียนหัดนับผลไม้ สมุด ดินสอ โต๊ะ ม้านั่ง กระดาษได้โดยการจับคู่ จัดประเภท เรียงลำดับ อาจจะเล่นเกมง่าย ๆ ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับความสนุกสนานเพลิดเพลินโดยไม่ได้อึดว่านั่นคือการเรียนรู้

2. ต้องให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ควรให้นักเรียนได้เริ่มเรียนรู้จากรูปธรรมให้เข้าใจก่อน ดังนั้นในช่วงแรกครูควรใช้ของจริง รูปภาพและสิ่งอื่น ๆ ที่สามารถใช้แทนจำนวนแล้วจึงค่อยนำไปสู่สัญลักษณ์ภายหลัง

3. สอนจากง่ายไปหายาก ใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของนักเรียน
4. ให้นักเรียนเข้าใจในหลักการและรู้จักวิธีที่จะใช้หลักการ

อัมพร น้ำคะนอง (2546, หน้า 8 - 10) ได้นำเสนอแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญไว้ ดังต่อไปนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์จากการคิดและการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น มีการใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป
2. สอนให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างลิมิตของฟังก์ชันกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน เป็นต้น
3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนรู้อะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือต้องคำนึงถึงเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน
4. สอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น หรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้
5. จัดกิจกรรมการสอนโดยคำนึงถึงประสบการณ์ และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน
6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกเป็นรายบุคคล การฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น
7. สอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยงสื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อได้
8. สอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน
9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้จัดกิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน
10. สอนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม
11. สังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

Pirie and Kieren (อ้างถึงใน อัมพร ม้าคะนอง, 2546, หน้า 21 - 22) ได้เสนอรูปแบบ การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ 8 ระดับ คือ

1. ความรู้เดิม (Primitive Knowing) ความรู้เดิมเป็นจุดเริ่มต้นแต่ไม่จำเป็นต้องเป็นความรู้ คณิตศาสตร์ในระดับต่ำ ความรู้ประเภทนี้เป็นความรู้ที่ผู้สอนเชื่อว่าผู้เรียนต้องมีกันทุกคน

2. การสร้างภาพ (Image Making) กระบวนการในระดับนี้ ผู้เรียนจะใช้ความสามารถที่มี กับเงื่อนไขหรือสถานการณ์ใหม่ ซึ่งอาจเป็นการเขียนแสดงด้วยรูปภาพ (Pictorial Representation) หรือด้วยวิธีอื่น ๆ เช่น การพับกระดาษเพื่อแสดงหนึ่งหน่วย ครึ่งหน่วย เป็นต้น และการใช้ภาษา ที่เกี่ยวข้อง

3. การเกิดภาพในใจ (Image Having) สำหรับขั้นนี้ผู้เรียนเกิดภาพในใจเกี่ยวกับกิจกรรม ที่ทำ ซึ่งผู้เรียนใช้ภาพในใจเหล่านี้ในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างของการเรียนรู้ คือ ผู้เรียน บอกได้ว่าเศษส่วนบอกถึงขนาดหรือความใหญ่ของส่วนที่ถูกแบ่งหรือพบ เช่น $\frac{1}{2}$ มีขนาดใหญ่มากว่า $\frac{1}{4}$

4. การสังเกตสมบัติ (Property Noticing) ซึ่งรวมถึงการสังเกตความแตกต่าง การรวม หรือเชื่อมระหว่างภาพต่าง ๆ การคาดคะเนว่าภาพเหล่านี้เกิดได้อย่างไรและจะบันทึกความสัมพันธ์ เหล่านั้นได้อย่างไร เช่น การสังเกตรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหลาย ๆ รูปที่แตกต่างกัน แล้วสามารถบอก หรือจำแนกว่ารูปใดเป็นหรือไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น

5. การจัดระเบียบ (Formalizing) สมบัติที่สังเกตได้ ในขั้นนี้ผู้เรียนจะได้นำสมบัติ ที่สังเกตได้ในขั้นก่อนมาวิเคราะห์และจัดระเบียบเพื่อรวบรวมเป็นกฎหรือหลักการทั่วไป เช่น หลังจากสังเกตรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหลาย ๆ รูปแล้ว สามารถจำแนกรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ ต่อมา นักเรียนจะสามารถนำสิ่งที่สังเกตได้มาจัดให้เป็นระเบียบเพื่อดูความสัมพันธ์ เป็นต้น

6. การสังเกต (Observing) เป็นการสังเกตสิ่งที่ได้จัดระเบียบไปแล้ว เพื่อนำมาจัดระบบ และหาข้อสรุป เช่น เมื่อจัดระเบียบสิ่งที่พบได้ นักเรียนก็จะนำสิ่งที่สังเกตจนมีความมั่นใจแล้ว มาสังเกตความสัมพันธ์เพื่อเตรียมสรุป เป็นต้น

7. การสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในขั้นนี้ผู้เรียนพยายามอธิบายสิ่งที่ตนสังเกตได้ อย่างมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล โดยการค้นหาความสัมพันธ์และสร้างโครงข่ายความสัมพันธ์ เหล่านั้น ระดับนี้เป็นระดับที่ความรู้ความสามารถถูกพิสูจน์ได้ เช่น หลังจากสังเกตความสัมพันธ์ นักเรียนสามารถสรุปเป็นกฎที่ใช้สำหรับพิสูจน์หรืออธิบายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้

8. การสร้าง (Inventing) ในขั้นนี้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ที่สมบูรณ์ ซึ่งเป็นความ เข้าใจที่แท้จริง และความเข้าใจนี้อาจนำมาซึ่งมโนทัศน์ใหม่

Haylock and Cockburn (2008, p. 7) กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความเข้าใจต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนนั้น ครูต้องตระหนักถึงความสำคัญต่อการส่งเสริมการเรียนรู้เกี่ยวกับสัญลักษณ์ ภาษา และการรับรู้ภาพ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎี และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้แล้วครูจะต้องมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในสิ่งที่จะสอนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎี และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนได้เรียนรู้ประสบการณ์จากรูปธรรมสู่นามธรรม โดยในช่วงแรกครูควรใช้ของจริง รูปภาพ หรือสื่อชนิดอื่น ๆ ที่สามารถใช้แทนเพื่อให้นักเรียนเกิดภาพในใจ แล้วนำไปสู่การสรุปกฎ หรือ สัญลักษณ์ในภายหลัง โดยครูควรจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดหลักก่อน แล้วจึงให้นักเรียนเรียนรู้ความคิดรวบยอดที่ขยายย่อยออกไป นอกจากนี้ควรจัดลำดับการเรียนรู้จากเนื้อหาง่ายไปหายาก โดยมีการจัดเนื้อหาและการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ซึ่งประกอบด้วย ทฤษฎีการเรียนรู้แบบค้นพบ วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้แบบค้นพบ ประเภทของการเรียนรู้แบบค้นพบ หลักการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ และขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ โดยมีรายละเอียดที่ผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ ดังนี้

ทฤษฎีการเรียนรู้แบบค้นพบ

ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้แบบค้นพบ (Discovery Approach) ของBruner ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

Santrock (2009, p. 439) ได้บรรยายเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบค้นพบว่าเป็นการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ถือว่าเป็นการเรียนรู้ที่ให้ความสำคัญกับการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้จัดเตรียมข้อมูลที่นำไปสู่การค้นพบความรู้ของนักเรียน

วราภรณ์ สินถาวร (2552, หน้า 82) อธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้แบบค้นพบว่าเป็นกระบวนการที่เน้นพัฒนาการเกี่ยวกับความสามารถในการรับรู้และความเข้าใจของนักเรียน ครูสามารถช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ได้ด้วยโดยไม่ต้องรอเวลา ซึ่งสามารถสอนได้ในทุกช่วงของอายุ

สุรางค์ โคว์ตระกูล (2554, หน้า 210) กล่าวว่าทฤษฎีการเรียนรู้แบบค้นพบ เชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และสำรวจสิ่งแวดล้อม การรับรู้ของมนุษย์เป็นสิ่งที่เลือกหรือรับรู้ขึ้นกับความใส่ใจของผู้เรียน ที่มีต่อสิ่งนั้น ๆ การเรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบ เนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็น แรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมสำรวจสภาพสิ่งแวดล้อมและเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบขึ้น

โดยแนวคิดพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง โดยการเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลของการปฏิสัมพันธ์ นอกจากจะเกิดขึ้นในตัวของผู้เรียนแล้ว ยังจะเป็นผล ให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในสิ่งแวดล้อมด้วย

2. ผู้เรียนแต่ละคนมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน การเรียนรู้จะเกิดขึ้น จากการที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับประสบการณ์และมีความหมายใหม่

3. พัฒนาการทางเชาว์ปัญญาจะเห็นได้ชัดโดยที่ผู้เรียนสามารถรับสิ่งเร้าที่ให้เลือก ได้หลายอย่างพร้อม ๆ กัน

นอกจากนี้ Bruner (อ้างถึงใน วราภรณ์ สินถาวร, 2552, หน้า 82) ได้แบ่งขั้นตอน พัฒนาการของการเรียนรู้โดยการค้นพบไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกระทำ (Enactive Representation) สำหรับเด็กวัยแรกเกิด – 2 ปี จะแสดงออก ด้วยการกระทำที่เรียกว่าวิธีการที่ใช้การกระทำ (Enactive Mode) เป็นวิธีการที่เด็กได้มีปฏิสัมพันธ์ กับสิ่งแวดล้อม โดยการสัมผัสจับต้องด้วยมือ ผลัก ดึง รวมถึงการใช้ปากกับวัตถุสิ่งของที่อยู่รอบตัว สิ่งที่สำคัญคือเด็กต้องลงมือกระทำด้วยตนเอง เช่น การเลียนแบบ หรือการลงมือกระทำกับวัตถุ สิ่งของ

2. ขั้นสร้างภาพ (Iconic Representation) เด็กวัย 2 – 12 ปี จะมีการแสดงความคิด ที่เกิดจากการมองเห็น และการใช้ประสาทสัมผัสแทนพัฒนาการทางความรู้ความเข้าใจ โดยเพิ่ม ตามอายุ เด็กที่โตขึ้นจะสามารถสร้างภาพในใจได้มากขึ้น วิธีการเรียนรู้ในขั้นนี้เรียกว่าวิธีการที่ใช้ การสร้างภาพ (Iconic Mode) ดังนั้น การจัดการเรียนรู้จะทำให้มีการเรียนรู้เพิ่มขึ้น โดยเฉพาะ ในการเรียนรู้ความคิดรวบยอด กฎ และหลักการ ซึ่งไม่สามารถแสดงให้เห็นได้ ครูควรมีการใช้ โสตทัศนวัสดุประกอบการจัดการเรียนรู้ ยกตัวอย่างเช่น ภาพนิ่ง โทรทัศน์ ภาพเคลื่อนไหว เป็นต้น เพื่อช่วยให้เด็กเกิดจินตนาการและมีประสบการณ์เพิ่มขึ้น

3. ขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic Representation) ในเด็กวัย 12 ปีขึ้นไป เด็กสามารถถ่ายทอด ประสบการณ์หรือเหตุการณ์ โดยใช้สัญลักษณ์ หรือภาษา เป็นขั้นสูงสุดของพัฒนาการทางความรู้ ความเข้าใจ เช่น การคิดเชิงเหตุผล และการแก้ปัญหา เป็นต้น นอกจากนี้ Bruner เองยังมีความเชื่อว่า

การพัฒนาทางความรู้ความเข้าใจนั้น ควบคู่ไปกับภาษา วิธีการเรียนรู้ในขั้นนี้ เรียกว่าวิธีการที่ใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Mode) ซึ่งนักเรียนจะใช้ในการเรียนรู้ได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความสามารถในการเข้าใจสิ่งที่เป็นามธรรม หรือความคิดรวบยอดที่ซับซ้อน

อย่างไรก็ตาม สุรางค์ โคว์ตระกูล (2554, หน้า 210) ได้กล่าวว่าถึงแม้ว่าวิธีการที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้โดยการค้นพบจะมี 3 ขั้น และขึ้นกับวัยของผู้เรียนก็ตาม แต่ในชีวิตจริงไม่ได้หมายความว่าผู้ใหญ่จะพ้นจากการคิดขั้นกระทำ หรือขั้นสร้างภาพไปอย่างเด็ดขาดเพียงแต่ว่าผู้ใหญ่จะใช้สัญลักษณ์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้มากขึ้น การเรียนทักษะบางอย่าง เช่น การขับรถ ผู้เรียนยังต้องลงมือทำ และมีประสบการณ์เหมือนขั้นกระทำ

จากทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบ คือการเรียนรู้ที่เกิดจากผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ แล้วส่งผลต่อตนเองและสิ่งแวดล้อม การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากการที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับประสบการณ์และมีความหมาย โดยขั้นของการพัฒนาการเรียนรู้โดยการค้นพบแบ่งออกเป็น 3 ขั้น คือ ขั้นกระทำ ขั้นสร้างภาพ และขั้นสัญลักษณ์ ซึ่งสามารถเกิดขึ้นได้ตลอดทุกช่วงวัย ไม่ได้เกิดขึ้นเพียงช่วงใดช่วงหนึ่งของชีวิต ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ จึงควรเลือกวิธีการที่มีความเหมาะสม

หลักการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

หลักการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ (Bruner อ้างถึงใน สุรางค์ โคว์ตระกูล, 2554, หน้า 322) มีดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพจะเกิดขึ้นได้เมื่อครูมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับนักเรียน ครูมีหน้าที่สำคัญที่จะจัดสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนมีโอกาที่จะสำรวจค้นพบ และควรจัดหาโอกาสสนับสนุนให้นักเรียนมีความมั่นใจในตนเอง ความสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนก็มีอิทธิพลต่อแรงจูงใจและความเต็มใจที่จะเรียนรู้ของนักเรียน

2. การจัด โครงสร้างของบทเรียน (Structure) จะต้องให้เหมาะสมกับวัยของเด็ก และธรรมชาติของบทเรียนแต่ละหน่วย ครูควรแนะแนวทางให้นักเรียนเห็นหรือค้นพบความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนต้องการจะเรียนรู้ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญ

3. การจัดลำดับความยากง่าย (Sequence) ของบทเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ โดยมีการคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน ซึ่งมีลำดับขั้นขึ้นกับสิ่งแวดล้อม วัฒนธรรม ของนักเรียนแต่ละคน ทั้งนี้จะทำให้ช้าหรือเร็วได้ ซึ่งลำดับขั้นของวิธีการที่ใช้เพื่อเกิดการเรียนรู้ มี 3 วิธีการ คือ

3.1 การเรียนรู้ด้วยการกระทำ (Enactive Mode of Learning) เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนได้รับประสบการณ์โดยตรงจากการจับต้อง สำรวจสิ่งแวดล้อม วิธีการนี้มักจะเป็นวิธีที่เด็กเล็กใช้ สำหรับผู้ใหญ่จะใช้วิธีการเรียนรู้แบบนี้ในการเรียนทักษะโดยการสังเกตต้นแบบ หรือใช้การเลียนแบบ

3.2 การเรียนรู้โดยใช้รูปภาพหรือวาดภาพในใจ (Iconic Mode of Learning) ซึ่งสำหรับเด็กโตหรือผู้ใหญ่อาจใช้โทรทัศน์ สไลด์ หรือภาพยนตร์

3.3 การเรียนรู้โดยใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Mode of Learning) เป็นการเรียนรู้โดยใช้ภาษาเป็นสื่อ จากการฟัง การอ่าน และการเขียน

4. แรงเสริมด้วยตนเอง (Self - Reinforcement) บรูโนเนอร์ถือว่าแรงเสริมด้วยตนเองมีความหมายต่อผู้เรียนมากกว่าแรงเสริมภายนอก (Extrinsic Reinforcement) ครูควรให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนว่าทำถูกหรือผิด แต่ไม่ควรเน้นแต่การทำถูก ถือว่าการทำผิดก็เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ ควรจะสอนให้นักเรียนตั้งความคาดหวังที่เป็นจริงได้ และเหมาะสมกับความสามารถของตน

นอกจากนี้ยังมีกลวิธีการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ดังต่อไปนี้

1. ในการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ครูควรจะให้ให้นักเรียนเห็นความแตกต่าง และรู้จักเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความต่าง
2. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้สมมติฐาน หรือคิดตามสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐาน
3. ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วม หรือมีประสบการณ์ด้วยตนเอง เป็นต้นว่าให้นักเรียนพบกระดานที่เป็นรูปคลื่นของปริซึมสามเหลี่ยมด้วยตนเอง นักเรียนก็จะมีความเข้าใจว่ารูปคลื่นของปริซึมสามเหลี่ยมเป็นอย่างไร

จากหลักการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าครูมีหน้าที่สำคัญที่จะจัดสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสดูแลค้นพบ โครงสร้างของบทเรียนจะต้องให้เหมาะสมกับวัยของเด็กและธรรมชาติของบทเรียน นอกจากนี้ควรมีการจัดลำดับความยากง่ายของบทเรียน

วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้แบบค้นพบ

วัตถุประสงค์ทั่วไปของการเรียนรู้แบบค้นพบ คือ การฝึกนักเรียนให้ใช้ความคิด หรือสามารถสร้างความรู้และคิดเป็นด้วย เพื่อการกระทำหรือผลลัพธ์อย่างใดอย่างหนึ่ง สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้นั้น ควรจะเป็นการเพิ่มความมั่นใจในตนเองว่า ตนคิดได้ คิดเป็น และแก้ปัญหาได้

โดยวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้แบบค้นพบมี 5 ประการ (สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2554, หน้า 320) ดังต่อไปนี้

1. ส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบคุณค่าของความสามารถของตนเอง ที่จะทดลองแก้ปัญหา ด้วยการตั้งสมมติฐานหาคำตอบที่จะแก้ปัญหาได้ แม้ว่าการลองครั้งแรกจะดูเหมือนกับว่าจะไม่ถูกต้องก็ตาม
2. ส่งเสริมให้นักเรียนมีความมั่นใจในตนเอง ในความสามารถของตนเองที่จะแก้ปัญหา วิธีการที่จะช่วยก็คือ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ช่วยให้อธิบายวิธีการแก้ปัญหา ของนักวิทยาศาสตร์หรือวิธีการที่นักประวัติศาสตร์ได้ค้นหาความจริงได้
3. ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ที่ตั้งปัญหา หรือสามารถมองเห็นปัญหา เป็นผู้ที่สามารถ แก้ปัญหา และสามารถดูแล ควบคุมและประเมินวิธีการที่ใช้แก้ปัญหาผิถูก ใช้ได้ หรือใช้ไม่ได้ อย่างไร
4. ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักใช้ความคิดอย่างมีประสิทธิภาพ และใช้เวลาอย่างประหยัด โดยครูควรจะช่วยให้นักเรียนรู้จักค้นคิดความหมายที่แท้จริง และสิ่งที่ตนเผชิญอยู่ ไม่ว่าด้วยการ อ่านหรือการฟัง ไม่ยอมรับอะไรอย่างง่าย ๆ หรืออย่างผิวเผิน
5. ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาการใช้สติปัญญาอย่างตรงไปตรงมา นักเรียนควรจะกล้า แสดงความคิดเห็นในเรื่องที่ตนเห็นว่าถูก หรือผิด ไม่ใช่อยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น เพราะความ อยากเอาใจหรือความอยากที่จะมีเพื่อนและมีความรักมาก ๆ

จากวัตถุประสงค์ของการการเรียนรู้แบบค้นพบดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่าการเรียนรู้ แบบค้นพบมีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมั่นใจในความคิดของตนเอง ให้รู้จักใช้ความคิด ในการค้นพบ หรือค้นหาคำตอบ มีความกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นอย่างตรงไปตรงมา

ประเภทของการเรียนรู้แบบค้นพบ

Carin (1993, p. 217) กล่าวถึงประเภทของการเรียนรู้แบบค้นพบออกเป็น 5 ลักษณะ คือ

1. การค้นพบด้วยความบังเอิญ (Fortuitous Discovery) การค้นพบชนิดนี้ ครู ไม่ชี้แนะเลย ไม่ว่ากรณีใด ๆ เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนค้นพบโดยบังเอิญว่า ภายในโรงเรียนมีบางอย่างซึ่งได้ค้นพบ และทำให้เกิดคำถาม อาจเกิดขึ้นในรายวิชาที่มีการจัดการเรียนรู้ในโรงเรียน การค้นพบชนิดนี้ บางที่เป็นชนิดที่ให้อารมณ์สูงที่สุด
2. การค้นพบด้วยปัจจัยที่ถูกจัดเตรียมไว้ (Free and Exploratory Discovery) การค้นพบ ชนิดนี้ ครูเตรียมอุปกรณ์และกำหนดสถานการณ์ให้ไม่มีการซักถาม แต่ให้อุปกรณ์ที่กำหนดให้แทน
3. การค้นพบโดยการแนะแนวทาง (Guided Discovery) การค้นพบชนิดนี้ ครูเตรียม คำถามเริ่มต้น บางครั้งอาจต้องมีอุปกรณ์ด้วย ยกตัวอย่างคำถาม เช่น ท่านทำอะไรด้วยสิ่งนี้ได้บ้าง

หรือท่านพบอะไรบ้างเกี่ยวกับสิ่งนี้ เป็นต้น ซึ่งคำถามควรสร้างสถานการณ์เปิดมากจริง ๆ หรืออาจแนะนำมากขึ้น เช่น อะไรจะเกิดขึ้นถ้า..... เป็นต้น

4. การค้นพบโดยการแนะนำ (Directed Discovery) กรณีนี้ครูชี้แนะแนวทางการค้นพบ โดยตลอดด้วยการใช้คำถาม ครูถามคำถามเมื่อนักเรียนต้องการ ครูอาจเดินจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มเพื่อถามนักเรียนหากจำเป็น

5. การค้นพบโดยใช้โปรแกรม (Programmed Discovery) มีลักษณะคล้ายการเรียนรู้แบบโปรแกรมประกอบด้วยบัตรงาน ซึ่งมักขึ้นต้นด้วย ท่านจะต้อง.....ทำอย่างนั้นทำอย่างนี้..... ตั้งแต่ต้นจนจบ

Carin (1993, p. 205) กล่าวถึงประเภทของการเรียนรู้แบบค้นพบออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. การค้นพบจากการแนะแนวทาง (Guided Discovery) เป็นการเรียนรู้ที่ครูพยายามดึงความรู้ที่มีอยู่ในตัวนักเรียนออกมาใช้ โดยอาศัยคำถามหรือการอธิบายที่ได้เตรียมไว้เป็นอย่างดี เพื่อนำเด็กไปสู่การค้นพบ การคิดวิเคราะห์หาคำตอบหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ

2. การค้นพบอย่างแท้จริง (Pure Discovery or Unguided Discovery) เป็นการเรียนรู้ซึ่งครูคาดหวังว่า นักเรียนควรเข้าใจถึงความคิดรวบยอด การคิดวิเคราะห์ หรือหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยอาศัยการแนะนำบ้างเพียงเล็กน้อยหรือไม่ต้องแนะนำเลย ยกเว้นเกี่ยวกับคำศัพท์หรือข้ออ้างอิง

สุวิทย์ มูลคำ (2549, หน้า 30) กล่าวถึงลักษณะการเรียนรู้แบบค้นพบ เป็น 2 ลักษณะ คือ

1. การค้นพบที่มีแนวทาง (Guide Discovery Method) เป็นวิธีการที่ครูนำนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาโดยการใช้คำถามที่สร้างขึ้นอย่างเหมาะสม และอธิบายเพื่อให้ นักเรียนได้ค้นพบความคิดรวบยอดหรือหลักการ

2. การค้นพบด้วยตนเอง (Pure Discovery Method) เป็นวิธีการที่คาดหวังว่านักเรียนมีความคิดที่ไปสู่ความคิดรวบยอดและหลักการได้ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องรับคำแนะนำจากครู กระบวนการเรียนรู้โดยให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองมีลักษณะให้นักเรียนลงมือคิด ลงมือกระทำด้วยตนเองหลายเรื่องหลายด้าน สรุปความคิดรวบยอดที่หลากหลาย เป็นหลักการที่นักเรียนสร้างขึ้นได้เอง และนำไปใช้ในโอกาสต่าง ๆ

การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบ (สุรางค์ ใจวัตรกุล, 2554, หน้า 321) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การค้นพบที่ไม่กำหนดโครงสร้าง (Unstructured Discovery) หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบเปิดโอกาสให้นักเรียนค้นพบเอง โดยครูจัดสิ่งแวดล้อมของนักเรียนให้เหมาะสม มีสิ่งที่น่าสนใจต่าง ๆ นานา

2. การค้นพบที่มีการแนะ (Guided Discovery) หมายถึงการจัดการเรียนรู้ที่ครูจัดวัตถุประสงค์ของหัวข้อที่จะให้นักเรียนเรียนรู้ และจัดสรรหาข้อมูลข่าวสารที่จะช่วยให้นักเรียนค้นพบ พร้อมกับการใช้คำถามถามนักเรียน

จากประเภทของการเรียนรู้แบบค้นพบข้างต้น พอจะสรุปได้ว่าการเรียนรู้แบบค้นพบ นักเรียนเป็นผู้ลงมือกระทำเพื่อค้นพบความคิดรวบยอดหรือความหมายที่ครูต้องการโดยการเรียนรู้แบบค้นพบมีหลายประเภท ซึ่งในการทำการวิจัยครั้งนี้ข้าพเจ้าได้นำการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบจากการแนะแนวทาง (Guided Discovery) มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ที่ครูพยายามดึงความรู้ที่มีอยู่ในตัวนักเรียนออกมาใช้ โดยอาศัยคำถามหรือการอธิบายที่ได้เตรียมไว้เป็นอย่างดี เพื่อนำเด็กไปสู่การค้นพบ การคิดวิเคราะห์ ความคิดรวบยอดหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

มีนักการศึกษาได้กำหนดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบไว้ดังนี้

ภพ เลหาไพบูลย์ (2549, หน้า 74) กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบไว้ดังนี้

1. นำเสนอปัญหา
2. ทำความเข้าใจปัญหา
3. แก้ปัญหาโดยครูจัดหาวัสดุอุปกรณ์มาให้
4. แสดงผลการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
5. นักเรียนและผู้สอนร่วมกันอภิปรายเพิ่มเติมเกี่ยวกับปัญหา
6. สรุปผลที่ได้จากการแก้ปัญหา

สุวิทย์ มูลคำ (2549, หน้า 31) กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบว่าเป็นกระบวนการที่นักเรียนทำการแก้ปัญหาแล้วนำไปสู่การค้นพบ ซึ่งอาจใช้วิธีการเก็บข้อมูลจากการทดลองด้วยการที่ครูจัดโปรแกรมให้นักเรียนใช้การคิดในเรื่องต่าง ๆ จนได้ข้อค้นพบด้วยตนเอง ครูเป็นเพียงผู้ให้คำปรึกษา แนะนำหรือกระตุ้นให้นักเรียนใช้วิธีหรือกระบวนการที่เหมาะสม ซึ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบขั้นตอนสำคัญ ดังต่อไปนี้

1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1.1 ครูกระตุ้นและเร้าความสนใจของนักเรียนให้สนใจที่จะศึกษาบทเรียน

2. ชื่นเรียนรู้ ประกอบด้วย

2.1 ครูใช้วิธีการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัยในตอนแรก เพื่อให้นักเรียนค้นพบข้อสรุป

2.2 ครูใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบนินัย เพื่อให้นักเรียนนำข้อสรุปที่ได้ในข้อ 2.1

ไปใช้เพื่อเรียนรู้หรือค้นพบข้อสรุปใหม่ในตอนที่สอง โดยอาศัยเทคนิคการซักถามโต้ตอบ หรืออภิปรายเพื่อเป็นแนวทางในการค้นพบ

2.3 นักเรียนสรุปข้อค้นพบ หรือความคิดรวบยอดใหม่

3. ชี้นำไปใช้

ครูให้นักเรียนนำเสนอแนวทางการนำข้อค้นพบที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา อาจใช้วิธีการให้ทำแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินผลว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้จริงหรือไม่

จากขั้นตอนดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่าขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

ครูจะต้องมีการศึกษาเนื้อหาเพื่อเตรียมการให้นักเรียนเกิดการค้นพบจากการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนเป็นผู้ปฏิบัติตามขั้นตอนหรือตอบคำถามที่ครูได้วางไว้เพื่อนำไปสู่การค้นพบ แล้วสรุปความคิดรวบยอดที่ค้นพบ นำเสนอและร่วมกันอภิปราย จากนั้นขั้นตอนสุดท้ายครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อสรุปความคิดรวบยอด ซึ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ข้าพเจ้าได้นำมาใช้ในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย ชี้นำเข้าสู่บทเรียน ชื่นเรียนรู้ และชี้นำไปใช้

ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยได้ทำการค้นคว้าเกี่ยวกับความหมายของความคิดรวบยอดและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ประเภทของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และการวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ความหมายของความคิดรวบยอด

นักการศึกษาหลาย ๆ ท่านได้ให้ความหมายเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept) หรือสังกะยมโนทัศน์ มโนภาพ หรือมโนคติ ซึ่งได้รวบรวมไว้ดังนี้

Kenneth and Ben (1999, p. 288) กล่าวว่าความคิดรวบยอดคือ ลักษณะทั่วไปของเนื้อหาที่ทำให้ระบุได้ว่าสิ่งใดที่มีความสัมพันธ์กับความคิดรวบยอด หรือสิ่งใดที่ไม่มีความสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดนั้น

พรณี ชูทัย เชนจิต (2545, หน้า 240) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองถึงสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกันได้ นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่าง ๆ

ปรียาพร วงศ์อนุตร โรจน์ (2546, หน้า 119) อธิบายว่าความคิดรวบยอด เป็นผลสรุป จากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามา รวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน

สมนึก ภัททิยธนี (2551) ได้กล่าวว่าความคิดรวบยอด หมายถึง ลักษณะร่วมของสิ่งหนึ่ง สิ่งใด หรือของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เคยเกิดขึ้นหลาย ๆ ครั้ง หรือมีสิ่งเหล่านั้นหลาย ๆ อย่าง ถ้าสิ่งใด หรือเหตุการณ์ใดเกิดขึ้นเพียงครั้งเดียวหรือคงสภาพเช่นนั้นตลอดไป ไม่เป็นความคิดรวบยอด เช่น คณิตศาสตร์ เมื่อกล่าวถึงสามเหลี่ยมใด ๆ ย่อมเป็นรูปปิดที่ประกอบด้วยสามด้าน สามมุม (หรือมุม ภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°) ลักษณะเช่นนี้จึงเรียกว่าเป็นความคิดรวบยอด

มาลีณี จุโฑปะมา (2554, หน้า 162) ได้กล่าวไว้ว่า ความคิดรวบยอดเป็นรูปแบบ ของความคิดแบบหนึ่งที่เกิดขึ้นจากการที่มนุษย์พยายามเรียนรู้และทำความเข้าใจสิ่งแวดล้อม ซึ่ง ประกอบด้วย วัตถุ บุคคล ความคิด พฤติกรรม เหตุการณ์ คุณภาพ หรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ โดยวิธีการจัดระบบ การจัดหมวดหมู่ โดยอาศัยคุณลักษณะเฉพาะที่สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ มีร่วมกันหรือมีความสัมพันธ์กันอยู่

วัชรรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 61) ให้ความหมายเกี่ยวกับความคิดรวบยอดว่า หมายถึง คำจำกัดความ ความหมาย หรือแนวความคิดที่แสดงถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะร่วม ของวัตถุ สิ่งของ เหตุการณ์ และความคิดที่เป็นผลจากประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ ดังนั้น บุคคลที่มีทักษะในการสร้างความคิดรวบยอด ก็จะสามารถสร้างคำพูดที่เป็นนามธรรม มาเป็นรูปธรรม สามารถทำให้สิ่งที่เป็นามธรรมเป็นสิ่งที่ชัดเจนเข้าใจง่ายได้ หรือสามารถทำให้ สิ่งที่ไม่ชัดเจนให้เ็นสิ่งที่ชัดเจนเฉพาะเจาะจงเข้าใจได้ง่าย

จากที่กล่าวมาข้างต้นแล้วนั้น สามารถสรุปได้ว่าความคิดรวบยอดหมายถึง ลักษณะร่วม ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งเมื่อมีความคิดรวบยอดแล้วก็จะสามารถระบุได้ว่าสิ่งใดที่มีความสัมพันธ์ หรือไม่มีความสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดนั้น

ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

จากการค้นคว้าความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ หลายท่าน ดังต่อไปนี้

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2546, หน้า 33) กล่าวว่าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มีมากมาย และจะต้องมีความหมายถูกต้องตรงกัน เพราะเป็นสิ่งที่มนุษย์บัญญัติขึ้นใหม่ไม่ได้เกิดขึ้นเอง

ตามธรรมชาติหรือเป็นสิ่งที่ป็นรูปธรรมที่มนุษย์ประดิษฐ์ขึ้นมา เช่น ทะเล สม พืช สัตว์ เฟอร์นิเจอร์ เป็นต้น สิ่งที่เป็นรูปธรรมทั้งหลายเป็นสิ่งที่เข้าใจได้ง่าย และมีความคิดรวบยอดที่ถูกต้องตรงกัน โดยไม่ต้องอธิบายมากนัก แต่เนื่องด้วยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรม จึงทำให้กลายเป็นสิ่งที่ยากต่อการทำความเข้าใจให้ตรงกัน

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 5) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น โดยตัวอย่างของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น ความคิดรวบยอดของการเท่ากัน ความคิดรวบยอดของการเป็นสับเซต ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จูปนี ตันยอธัชวาท (2547, หน้า 14) ให้ความหมายว่าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

Prater (2007, p. 372) ให้คำอธิบายเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่มีความเป็นนามธรรมสูง ยากแก่การทำความเข้าใจ และนักเรียนมักมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดบ่อยครั้ง

สมนึก ภัททิยธนี (2551, หน้า 19) กล่าวว่าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์คล้ายคลึงกับความหมาย นิยาม สัจพจน์หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ จนบางครั้งดูเป็นเรื่องเดียวกันแยกไม่ออก ทั้งนี้เพราะส่วนใหญ่สิ่งเหล่านี้กล่าวขึ้นในลักษณะของความคิดรวบยอด คือ สามารถทดลองพิสูจน์จนพบแนวโน้มนุกรมระบบของสิ่งที่กล่าวถึง

ตัวอย่างลักษณะร่วมของสิ่งต่าง ๆ ที่เป็ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. สูตรพื้นที่รูปสามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$
2. จำนวนเต็มประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก (หรือจำนวนนับ) จำนวนเต็มลบและศูนย์

สันติ อิทธิพลนาวกุล (2550, หน้า 60) กล่าวไว้ว่าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายที่เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่ระบุลักษณะร่วมหรือลักษณะเฉพาะของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แล้วส่งผลให้สามารถแยกประเภทหรือจัดให้อยู่ในประเภทเดียวกัน ตลอดจนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

โสมรศมี ดาหลาย (2551, หน้า 14) อธิบายเกี่ยวกับความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดและความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการได้เรียนหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยาม หรือความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์และสมบัติต่าง ๆ

จากความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ กฎ หรือนิยาม ซึ่งสรุปได้จากการเรียนรู้ โดยสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

ความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2546, หน้า 36) อธิบายถึงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มีความสำคัญมาก ถ้านักเรียนได้รับความรู้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหา นักเรียนก็จะสามารถนำความคิดรวบยอดนั้นไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ฐาปนี ดนัยอัชฌาวุฒ (2547, หน้า 14) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ว่า เป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้ที่จะไปสู่การฝึกทักษะด้านคณิตศาสตร์ เพื่อทำให้เกิดความชำนาญอันจะนำไปสู่การพัฒนาความคิดและโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนต่อไป

ชลนภา พลชัย (2548, หน้า 19) กล่าวว่าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รวดเร็วและชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น

ปราณี พรภวิชัยกุล (2549, หน้า 21) อธิบายว่าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ เนื่องด้วยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถจำแนก แยกประเภท สรุป หรือจัดหมวดหมู่สิ่งที่มีลักษณะเหมือนกันได้ ทำให้ผู้เรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

สมนึก กัททิยธนี (2551, หน้า 21) อ้างถึงคุณค่าของความคิดรวบยอดไว้ ดังนี้

1. เมื่อไปพบปัญหาใหม่ทำนองเดียวกันอีกก็ไม่ต้องเสียเวลาไปศึกษาค้นคว้าตั้งแต่ต้นใหม่ เช่น ถ้าเข้าใจสูตรการหาเส้นรอบวงและพื้นที่รูปวงกลมแล้วเมื่อไปพบโจทย์แบบนั้นอีกก็จะตอบได้โดยง่าย
2. ช่วยให้เข้าใจสิ่งอื่น ๆ ที่เกี่ยวเนื่องกับเรื่องนั้นได้ง่ายและชัดเจนขึ้น เช่น ถ้านักเรียนจับหลักของเรื่องรูปวงกลมได้ ก็จะสามารถเรียนเรื่องพื้นผิวหรือปริมาตรของทรงกระบอกได้ง่าย และเข้าใจลึกซึ้งขึ้นหรืออาจจะขยายหลักการไปสู่เรื่องของกรวยได้
3. ถ้าใครจับหลักการของเรื่องใดได้แล้ว ก็สามารถวางแผนโครงการของเรื่องนั้นได้ง่ายและถูกต้องมากยิ่งขึ้น เช่น ถ้ามีความคิดรวบยอดในเรื่องของสามเหลี่ยมมุมฉาก (หรือสามเหลี่ยมพีทาโกรัส) ก็สามารถตรวจสอบสามเหลี่ยมใด ๆ ว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ได้ง่ายขึ้น และคิดวิธีหาพื้นที่สามเหลี่ยมรูปนั้นได้รวดเร็วถูกต้อง

4. เสริมสร้างความคิดให้เป็นคนมีเหตุผล หากมีความคิดรวบยอดในเรื่องใดก็ตามก็จะช่วยให้ผู้นั้นแก้ปัญหา คำนวณ จดอันดับความสำคัญและความสัมพันธ์ของเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้จะเป็นเส้นทางนำไปสู่ความสามารถด้านการวิเคราะห์ สังเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ต่อไปข้างหน้าอีกด้วย

5. ความคิดรวบยอดทำให้เกิดการรู้จริง การรู้จริงทำให้เกิดความเชื่อและความมั่นใจ จากความเชื่อนี้จะส่งผลให้ผู้นั้นประพฤติปฏิบัติตามหลักวิชา เป็นคนมีจรรยาบรรณแห่งวิชาชีพ เป็นคนมีแก่นสาร มีเจตคติที่พึงปรารถนาของสังคมหรือของประเทศชาติ

โสมรศรี ดาหลาย (2551, หน้า 17) กล่าวถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดต่อการเรียนคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รวดเร็วและชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น

จากความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น สามารถสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาใหม่และสามารถแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้ง่าย นอกจากนี้ยังเสริมสร้างการคิดอย่างมีเหตุผลให้กับนักเรียนอีกด้วย

การพัฒนาให้เกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

Prater (2007, p. 372) กล่าวถึงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นนามธรรมสูงและเป็นการยากที่นักเรียนจะทำความเข้าใจ จึงได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ด้วยการสอนตามลำดับ ดังนี้

1. การสอนรูปธรรม ในการเริ่มต้นการสอนครูควรจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นรูปธรรมสำหรับความคิดรวบยอดที่ต้องการสอนก่อน เช่น ในการสอนความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ 3 นักเรียนอาจใช้การนับกล่อง 3 ใบ หรือนับของเล่น 3 ชิ้น ถ้าครูสอนความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการบวก ครูอาจให้นักเรียนหยิบดินสอขึ้นมา 2 แท่ง แล้วหยิบเพิ่มอีก 1 แท่ง แล้วครูถามว่ามีกี่ชิ้น จากตัวอย่างเหล่านี้แสดงให้เห็นว่าในขั้นแรกครูควรสอนจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน

2. การสอนกึ่งรูปธรรม ในขั้นตอนนี้เป็นการให้นักเรียนสร้างภาพ หรือวาดภาพจากสิ่งที่รับรู้แล้วนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การสอน $2 + 3$ ครูอาจให้นักเรียนวาดภาพแทน $2 + 3$ ซึ่งนักเรียนอาจวาดภาพนก 2 ตัว และรถ 3 คัน

3. การสอนนามธรรม หลังจากให้นักเรียนผ่านการสอนรูปธรรม และการสอนกึ่งรูปธรรมมาแล้ว ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะนำความคิดรวบยอดที่ไปใช้ในการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวเลขและใช้สัญลักษณ์ ซึ่งมีความเป็นนามธรรม แต่หลังจากที่นักเรียนได้ผ่านการเรียนรู้ 2 ขั้นตอนมาแล้วนั้น ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะสามารถเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมได้เร็วขึ้น

Ausubel (อ้างถึงใน สุรางค์ โก้วตระกูล, 2554, หน้า 328) ได้กล่าวถึงหลักการพัฒนาความคิดรวบยอดของออสูเบลไว้ดังนี้

1. เริ่มต้นด้วยความคิดรวบยอดที่มีความหมายกว้างและมีลักษณะเด่นที่สามารถคลุมความคิดรวบยอดที่แตกย่อยออกไปหลาย ๆ ชนิด
2. เน้นให้นักเรียนทราบถึงลักษณะเด่นของความคิดรวบยอด
3. จัดกลุ่มสิ่งเร้าที่มีลักษณะเด่นร่วมกับความคิดรวบยอดที่มีความหมายกว้าง
4. ให้ตัวอย่างเฉพาะของสิ่งเร้า ซึ่งอาจจะเป็นสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่มีคุณลักษณะเหมือนกับความคิดรวบยอด

5. สรุปลักษณะที่เด่นของความคิดรวบยอดย่อย พร้อมกับให้ตัวอย่าง

ชาอุชัย อาจีนสมาจาร (2542, หน้า 45) ได้กล่าวถึงการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด โดยได้เสนอหลักการดังนี้

1. ทำความเข้าใจว่าเนื้อเรื่อนั้น ๆ ควรจะให้ความคิดรวบยอดอะไรแก่ผู้เรียนที่เป็นแก่นแท้หรือหลักการและต้องให้เป็นไปตามขั้นตอนของการให้ความคิดรวบยอด
2. พยายามให้ผู้เรียนได้เกิดความคิดรวบยอด โดยต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมซึ่งอยู่ที่ไหวพริบและเทคนิคของผู้สอน
3. ในการสอน หลังจากผู้เรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว ผู้สอนและผู้เรียนต้องช่วยกันสรุปในหลักการอีกครั้ง ในการสอนผู้สอนต้องใช้ทักษะในการสอนให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด โดยต้องพยายามใช้เทคนิคในการตั้งคำถาม การอภิปรายและสรุปความคิดรวบยอดของคำตอบเพื่อให้เข้าสู่ความคิดรวบยอดนั้น ๆ ให้ได้

จากการพัฒนาให้เกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าวิธีการที่ใช้ในการพัฒนาทำได้หลากหลาย ซึ่งขึ้นอยู่กับปัจจัยต่าง ๆ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้ครูจะต้องเลือกใช้วิธีการให้เหมาะสมกับเนื้อหาและผู้เรียน โดยอาจเริ่มจากความคิดรวบยอดที่มีความหมายกว้าง การจำแนก จัดกลุ่ม สรุปความคิดรวบยอด และนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ

การวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้
ยลนภา พลชัย (2548, หน้า 30) กล่าวว่า การวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง
หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

ปราณี พรวิชัยกุล (2549, หน้า 32) กล่าวว่า ิว่าการวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ดังนั้น จึงเป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง
กฎเกณฑ์ และขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมีใช้การให้หาผลลัพธ์ แต่เป็นการ
ถามถึงข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์

สมนึก ภักธิชยนี้ (2551, หน้า 21) ได้กล่าวถึงการเขียนข้อสอบวัดความคิดรวบยอดไว้ว่า
หากครูเข้าใจในหลักการของความคิดรวบยอด นอกจากจะช่วยสอนให้นักเรียนมีความคิดรวบยอด
แล้ว ยังสามารถเขียนข้อสอบคณิตศาสตร์วัดความคิดรวบยอดได้ง่าย สะดวกและมีคุณภาพ เพราะ
ข้อสอบประเภทการคิดคำนวณมักจะวัดความจริงตามเนื้อหาสาระ เมื่อเปลี่ยนข้อสอบให้เป็นการวัด
ความคิดรวบยอดก็สามารถทำได้ง่าย ดังตัวอย่าง

วัดการคำนวณ : รูปวงกลมรัศมี 7 นิ้ว มีพื้นที่เท่าไร (ตอบ 154 ตารางนิ้ว)
วัดความคิดรวบยอด : ถ้าเพิ่มรัศมีของรูปวงกลมเป็น 2 เท่า พื้นที่จะเพิ่มขึ้นเป็นกี่เท่า
(ตอบ 4 เท่า)

จากที่กล่าวมาข้างต้นเกี่ยวกับการวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าการวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดความเข้าใจ ซึ่งไม่ได้คาดหวังกับผลลัพธ์
ดังนั้น การวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์จะต้องมีการออกแบบข้อสอบให้สามารถวัด
ความเข้าใจ ข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียน

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงพฤติกรรมการเรียนไว้หลายท่าน ซึ่งมีรายละเอียด
ดังต่อไปนี้

ความหมายของพฤติกรรมการเรียน

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของพฤติกรรมการเรียนไว้ดังนี้

อรุโณทัย คำเครื่อง (2545, หน้า 13) กล่าวถึง ความหมายของพฤติกรรมการเรียนว่า
เป็นพฤติกรรมของผู้เรียนที่แสดงออกมาในขณะที่เรียนหนังสือ หรือเข้าร่วมกิจกรรมที่ได้รับ
มอบหมายจากครูผู้สอน

328811

เสาวรส แก้วหิรัญ (2552, หน้า 8) ได้ให้คำจำกัดความของพฤติกรรมการณ์เรียนว่า หมายถึง พฤติกรรมหรือทักษะในการเรียนที่นักเรียนกระทำ แสดงออกมาในขณะที่เรียน รวมถึงความพยายามในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย ความรับผิดชอบในตนเอง มีการวางแผนในการเรียนและวิธีการทำงานต่างๆ ที่นำมาใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อการเรียน

พิชญ์ ฟองศรี (2552, หน้า 82) ให้แนวคิดเกี่ยวกับพฤติกรรมการณ์เรียนว่า คุณลักษณะที่สำคัญอีกประการหนึ่งของผู้เรียน นอกจากด้านความรู้และทักษะแล้ว คือ คุณลักษณะด้านจิตใจ ซึ่งมีความสำคัญ ซึ่งครูผู้สอนอาจประสบกับพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์ของผู้เรียนหรือพฤติกรรมเบี่ยงเบนต่าง ๆ ซึ่งต้องใช้หลักการและทฤษฎีทางจิตวิทยาเป็นพื้นฐานในการแก้ไขหรือพัฒนา จึงจะได้ผล

พิชิต ฤทธิ์จัญญ (2555, หน้า 31) อธิบายเกี่ยวกับพฤติกรรมการณ์เรียนว่าเป็นคุณลักษณะที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนจากกระบวนการเรียนการสอนอันประกอบด้วยความรู้ ความสามารถ ทักษะ และลักษณะนิสัยต่าง ๆ ด้วยเหตุนี้ในการจัดการเรียนการสอนจึงต้องพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะหรือพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์

จากการศึกษาความหมายของพฤติกรรมการณ์เรียนของนักการศึกษาข้างต้น พอสรุปได้ว่า พฤติกรรมการณ์เรียน คือ การกระทำ หรือสิ่งที่แสดงออกมาระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งสามารถพัฒนาพฤติกรรมการณ์เรียนได้ โดยใช้จิตวิทยาเป็นพื้นฐาน

ปัจจัยที่ส่งผลต่อพฤติกรรมการณ์เรียนของนักเรียน

ปรีชา คัมภีรปกรณ (2543, หน้า 45) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อพฤติกรรมการณ์เรียนของนักเรียน โดยแบ่งออกเป็น 3 ปัจจัย คือ

1. พฤติกรรมการณ์สอนของครู ถือได้ว่าเป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการพัฒนาพฤติกรรมการณ์เรียนของนักเรียน ถ้าหากเปรียบเทียบพฤติกรรมการณ์สอนของครูเป็นกริยา พฤติกรรมการณ์เรียนของนักเรียนก็คือปฏิกิริยา กล่าวคือเมื่อครูมีพฤติกรรมการณ์สอนอย่างไร นักเรียนจะพัฒนาพฤติกรรมการณ์ของตนให้สอดคล้องกับพฤติกรรมการณ์สอนของครู ดังนั้นการที่นักเรียนจะมีความรู้ความสามารถหรือพฤติกรรมการณ์ที่แสดงออกออกอย่างไรมัน ครูหรือผู้ที่เกี่ยวข้องจะต้องเข้าใจว่าไม่ได้มาจากตัวนักเรียนโดยตรงทั้งหมด แต่ส่วนหนึ่งจะเป็นผลมาจากพฤติกรรมการณ์สอนของครูด้วย

2. ความพร้อมของนักเรียน ความพร้อมหรือธรรมชาติของนักเรียน ในที่นี้รวมถึงวุฒิภาวะของนักเรียน ความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียนหรืออื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกันักเรียน องค์ประกอบเหล่านี้จะเป็นตัวบังคับหรือชี้นำในการแสดงออกทางพฤติกรรมการณ์เรียนของนักเรียน กล่าวคือ ถ้านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ในวิชาที่เรียนดีและไม่ดีย่อมจะพัฒนาพฤติกรรมการณ์ในวิชานั้นต่างกัน

3. สภาพแวดล้อมทางการเรียน ได้แก่ สถานที่ อุปกรณ์การเรียนการสอน เพื่อนร่วมชั้น เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ย่อมเกี่ยวข้องในการพัฒนาพฤติกรรมของนักเรียน เช่น โรงฝึกงานที่มีเครื่องใช้ อุปกรณ์การเรียนพร้อมในการเรียนวิชาช่างไม้ พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนย่อมแตกต่างไปจากสภาพห้องเรียนที่ขาดเครื่องมือและอุปกรณ์การเรียน

จากการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อพฤติกรรมการเรียน พอสรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อพฤติกรรมการเรียนมีหลายปัจจัย ซึ่งมีตัวอย่างของปัจจัยดังนี้ พฤติกรรมการสอนของครู ความพร้อมของนักเรียน และสภาพแวดล้อมทางการเรียน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ชีราพร ภู่อะกุล (2546, บทคัดย่อ) ทำการวิจัยเกี่ยวกับการใช้วิธีสอนแบบค้นพบที่เน้นเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบที่เน้นเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบปกติ

เบญจพร สว่างศรี (2549, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัสเรื่องอนุพันธ์และการประยุกต์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่สอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบค้นพบ ผลการศึกษาพบว่านักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการสอนแบบค้นพบมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักศึกษาร้อยละ 70 ของนักศึกษาทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 หรือมากกว่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พิชญา พุกผาสุก (2549, บทคัดย่อ) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางกับ การสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน

สุทธินันท์ สุทธิโกชน์ (2550, บทคัดย่อ) ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบค้นพบโดยใช้เกมกับการสอนตามคู่มือครู พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบค้นพบโดยใช้เกมกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ธิดา สุขสถิตย์ (2552, บทคัดย่อ) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและสัดส่วนของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบค้นพบกับวิธีสอนแบบปกติ พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนด้วยวิธีสอนแบบค้นพบ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

สมศักดิ์ จันท้อง (2552, หน้า 109) เปรียบเทียบผลของเกมเบสอีเลิร์นนิ่ง (GBEL) ที่ใช้หลักการเรียนรู้ร่วมกันแบบสืบเสาะหาความรู้และการเรียนรู้แบบค้นพบที่ส่งผลต่อการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้หลักการเรียนรู้แบบ ค้นพบมีการคิดวิเคราะห์ที่สูงกว่านักเรียนที่เรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

เฉลิมรัตน์ เชิดชู (2553, บทคัดย่อ) ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการสอนด้วยวิธีสอนแบบค้นพบโดยใช้เกมกับการสอนแบบปกติ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวลา ของนักเรียนที่สอนโดยวิธีสอนแบบค้นพบโดยใช้เกมสูงกว่าการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วรรณภรณ์ ศรีสุข (2553, บทคัดย่อ) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการสอนด้วยวิธีสอนแบบค้นพบโดยใช้เกมกับการสอนแบบปกติ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวลา ของนักเรียนที่สอนโดยวิธีสอนแบบค้นพบโดยใช้เกมสูงกว่าการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05

Fensham (1995, p. 1589) เปรียบเทียบความสามารถด้านความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบ ผลการศึกษาพบว่า มีผลดีกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้จากวิธีสอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญ และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์สูงที่สอนโดยวิธีค้นพบสูงกว่า นักเรียนกลุ่มที่มีความคิดสร้างสรรค์ต่ำ