

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

แคลคูลัสเป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งที่กล่าวถึงการเปลี่ยนแปลงและการเคลื่อนที่ และได้นำมาใช้มากยิ่งขึ้นในทางธุรกิจ ชีวิทยา แพทยศาสตร์ เกย์ต์ศาสตร์ และรัฐศาสตร์ ซึ่งแคลคูลัส เป็นเครื่องมือที่สำคัญและมีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา อีกทั้งยังเป็นรากฐานสำคัญสำหรับการศึกษา คณิตศาสตร์ขั้นสูงเกือบทุกวิชา (ธิดารัตน์ กัทตราภรณ์, กองกัญจน์ กัทตราภรณ์ และธนกัญจน์ กัทตราภรณ์, 2549, หน้า 128) ซึ่งมีความสอดคล้องกับอัตราธรรมเจริญ (2547, คำนำ) ที่กล่าวว่า แคลคูลัสเป็นวิชาคณิตศาสตร์ที่เพิ่งหลาຍวิชาหนึ่ง เนื่องจากมีการนำไปประยุกต์ใช้มากในเกือบทุกสาขาวิชา ทั้งในด้านวิทยาศาสตร์และด้านสังคมศาสตร์ ดังนี้จะเห็นได้ว่าแคลคูลัสมีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับวิทยาศาสตร์ และศาสตร์อื่นๆ เช่น สถาปัตยกรรม วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ

การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของนักเรียนที่เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ เป็นการแนะนำให้นักเรียนได้เรียนรู้ ภาพรวมของวิชาแคลคูลัส ซึ่งเป็นความรู้และทฤษฎีที่พื้นฐานของการศึกษาแคลคูลัสในระดับสูง โดยเนื้อหาประกอบด้วย ลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ความซับของเส้น โถง อนุพันธ์ ของฟังก์ชัน การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพิเศษโดยใช้สูตร อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ อนุพันธ์ อันดับสูง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ปฎิยานุพันธ์ ปริพันธ์ ไม่จำกัดเขต ปริพันธ์จำกัดเขต และพื้นที่ ที่ปิดล้อมด้วยเส้น โค้ง ซึ่งจะเห็นได้ว่าเนื้อหาดังกล่าวเป็นความรู้พื้นฐานที่มีความสำคัญต่อการเรียน แคลคูลัสระดับสูง อีกทั้งยังเป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาอื่น ๆ ในระดับ มหาวิทยาลัย เช่น วิชาฟิสิกส์ และวิชาเคมี เป็นต้น ดังนั้นผู้เรียนจึงควรให้ความสำคัญต่อการเรียน และผู้สอนควรให้ความสำคัญในการปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพและบรรลุ วัตถุประสงค์

ถึงแม้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับแคลคูลัสในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะมีความสำคัญ ตามที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น แต่ในการจัดการเรียนรู้ยังพบปัญหาอีกหลายประการ ยกตัวอย่างเช่น วีระนุช บุญถาวร (2550, หน้า 2) ให้ข้อสังเกตจากปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ว่าแคลคูลัสเป็นเนื้อหาที่เป็นนามธรรม และเข้าใจยาก สำหรับนักเรียน ทำให้นักเรียนต้องเรียนด้วยการท่องจำโดยไม่เข้าใจเนื้อหาอย่างแท้จริง ส่งผลให้ เกิดความท้อแท้ เมื่อหน่าย ไม่อยากเรียน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ค่อนข้างดี นอกจากนี้พัชรกรรณ์ ภูวารกิจ (2552, หน้า 2) ได้กล่าวถึงปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนเตรียมทหาร ชั้นปีที่ 3 ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐาน ที่สำคัญต่อการเรียนแคลคูลัส โดยได้กล่าวว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยการบรรยายบทนิยามและทฤษฎี พร้อมยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาได้เพียงระดับหนึ่งเท่านั้น แต่ไม่สามารถทำให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้ง หรือนักเรียนไม่สามารถสร้างเป็นองค์ความรู้ที่ยั่งยืนได้ ประกอบกับวิชาคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรมสูง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนา การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ อย่างแท้จริง

สำหรับ โรงเรียนขานยวิทยา จังหวัดกำแพงเพชร ได้จัดการเรียนรู้แคลคูลัสเบื้องต้นในวิชา คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 สำหรับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ที่ผ่านมาของผู้วิจัย ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนขานยวิทยา จังหวัด กำแพงเพชร ผู้วิจัยพบว่านักเรียนขาดความสนใจในการเรียนรู้ และมีนักเรียนที่ได้คะแนนสอบ ปลายภาคเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม น้อยกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด เมื่อวิเคราะห์แบบทดสอบปลายภาคเรียน โดยละเอียด พยายามว่า นักเรียนได้คะแนนต่ำ เรื่อง แคลคูลัส เบื้องต้น โดยพบว่าเนื้อหาที่ได้คะแนนต่ำ คือ ลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของฟังก์ชันและพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ซึ่งจากการวิเคราะห์การทำแบบฝึกหัด และการสอบตามนักเรียน ทำให้พบตัวอย่างปัญหาและสาเหตุบางประการ

ปัญหาที่พบเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน คือ นักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่ผิดพลาดเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน โดยนักเรียนเข้าใจว่าการหาลิมิตของฟังก์ชันคือการแทนค่า  $x$  ลงในฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่กำหนด นักเรียนไม่เข้าใจการเขียนสัญลักษณ์แทนลิมิตของฟังก์ชัน เนื่องจาก นักเรียนขาดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน

สำหรับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน พบร่วมนักเรียนไม่สามารถแสดงการพิจารณา ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ได้ เนื่องจากนักเรียนใช้การจำกัดความต่อเนื่องของฟังก์ชัน โดยที่นักเรียนไม่มีความเข้าใจความต่อเนื่องของฟังก์ชัน และเมื่อเรียนรู้เกี่ยวกับความต่อเนื่อง บนช่วงของฟังก์ชัน นักเรียนมองว่าเป็นสิ่งที่ยากแก่การทำความเข้าใจ เนื่องจากต้องใช้การจำ ที่ซับซ้อนมากขึ้น นอกจากนี้ในการอธิบายที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันประกอบ การอธิบายก็ทำให้การสอนเป็นไปได้ช้าเนื่องจากนักเรียนยังขาดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน

เนื้อหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ผู้วิจัยพบว่านักเรียนใช้การจำวิธี การหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันโดยใช้ออนุพันธ์ของฟังก์ชัน แต่นักเรียนยังขาดความเข้าใจ และความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน โดยนักเรียน ไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างความซับของเส้นโค้ง ณ จุดต่าง ๆ บนกราฟของฟังก์ชัน และการ เป็นฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดกับอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ที่ใช้พิจารณาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

นอกจากนี้ปัญหาที่พบเกี่ยวกับพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นั้นคือ นักเรียนยังมี ความสับสนในการหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งสำหรับกราฟของฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่มีทั้งพื้นที่ ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งเหนือแกน  $X$  และใต้แกน  $X$  เมื่อจากนักเรียนขาดความคิดรวบยอด ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

จากปัญหาที่พบดังที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น แสดงให้เห็นว่า นักเรียนยังขาดความคิดรวบยอด ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ซึ่งปัญหานี้หากนักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง ดังกล่าวเป็นอย่างดี นักเรียนก็อาจประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเดิมกับความคิดรวบยอดใหม่ และ นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ดังที่สมนึกภัททิยนน (2551, หน้า 21) กล่าวไว้ว่า หากนักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แล้ว เมื่อพบปัญหาใหม่นักเรียนก็จะไม่ต้องเสียเวลา ใน การศึกษาค้นคว้าดังแต่ต้น การมีความคิดรวบยอดช่วยให้เข้าใจสิ่งอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับเรื่องนั้นได้ง่าย และชัดเจนยิ่งขึ้น โดยความคิดรวบยอดทำให้รู้จริง และมีความมั่นใจมากยิ่งขึ้น แต่จากปัญหา การขาดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่พบนั้น ส่งผลให้นักเรียนมองว่าวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคดดิลส์เบื้องต้น เป็นเนื้อหาที่ยากแก่การทำความเข้าใจ มีความซับซ้อน ทำให้นักเรียนรู้สึกห้อแท้ ขาดความสนใจ และไม่อยากเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีพฤติกรรมการเรียนที่สามารถสังเกตเห็น ได้ชัดเจน คือ นักเรียนขาดความกระตือรือร้นในการเรียน ไม่ค่อยให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม และนักเรียนมีการแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนน้อย

จากการค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ (Discovery Approach) เป็นแนวทางหนึ่งที่น่าจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าวได้ โดย Bruner (อ้างถึงใน สุรังค์ โควตระกูล, 2554, 210) เชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ กับสิ่งแวดล้อม แล้วนำไปสู่การค้นพบการแก้ปัญหา ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ บทบาทครู จะเปลี่ยนไปจากการสอนแบบปกติ นั่นคือครูเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อม ให้ข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการ ให้นักเรียนได้เรียนรู้ ตลอดจนกำหนดค่าตัดสินใจ ประสานกับตัวผู้เรียน โดยคาดหวัง ว่า นักเรียนจะเป็นผู้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง สำหรับนักเรียนก็จะเป็นผู้ทำกิจกรรมที่ครูจัดเตรียมไว้ ตลอดจนสรุปความคิดรวบยอดที่ตนเองค้นพบ และนำเสนอสิ่งที่ค้นพบ อีกทั้ง Kenneth and Eller

(1999, p. 288) ได้กล่าวถึงคุณค่าของการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ช่วยให้นักเรียนจะจำสิ่งที่เรียนรู้ได้เป็นอย่างดี และนักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ นอกเหนือไป การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบยังช่วยพัฒนาทักษะ สร้างความมั่นใจให้กับตัวนักเรียนเอง และทำให้ นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้กับสถานการณ์อื่น ๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับสุรังค์ โภคธรรมกุล (2554, หน้า 323) ที่ได้กล่าวถึงคุณค่าของการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบว่าเป็นการจัด การเรียนรู้ที่สามารถเพิ่มพูนสติปัญญาของนักเรียน ทำให้การเรียนรู้มีความหมายและมีความสำคัญ สอนให้คิดเป็น ช่วยให้นักเรียนจะจำสิ่งที่เรียนรู้ และช่วยสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้กว่า การเรียนโดยวิธีอื่น ๆ ทำให้นักเรียนมีความอყ狎กเรียนรู้มากขึ้น เป็นแรงเสริมภัยในของผู้เรียนเอง และช่วยทำให้นักเรียนเกิดความภูมิใจว่าตนมีความสามารถที่จะเรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ จะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบเป็นการจัดการเรียนรู้อีกรูปแบบหนึ่งที่มีความน่าสนใจที่จะนำมาใช้ ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และศึกษาพฤติกรรมการเรียน ของนักเรียน ซึ่งในการจัดการเรียนรู้จะต้องมีการวางแผนการจัดการเรียนรู้ และจัดเตรียมกิจกรรม ให้เหมาะสมกับเวลา นอกเหนือไปนี้ กระบวนการเรียนรู้ที่นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงสิ่งที่ค้นพบ โดยครู ใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การสรุปความคิดรวบยอดที่ค้นพบ ได้อย่างถูกต้อง

จากความเข้าใจมาและความสำคัญของปัญหาที่ได้กล่าวมาแล้วนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนา ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และศึกษาพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ
2. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผ่านการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ ในด้านความกระตือรือร้น การให้ ความร่วมมือ และการแสดงความคิดเห็น

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการทำวิจัยครั้งนี้ คือ ได้แนวทางสำหรับครูในการจัด การเรียนรู้แบบค้นพบเพื่อพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ให้กับนักเรียน

## ขอบเขตของการวิจัย

### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนขาณุวิทยา อำเภอขาณุวรลักษบุรี จังหวัดกำแพงเพชร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 188 คน

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนขาณุวิทยา อำเภอขาณุวรลักษบุรี จังหวัดกำแพงเพชร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 77 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่ายแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ห้องเรียนละจำนวน 16 ห้องเรียน รวมการทดสอบวัดความคิดรวบยอด คาแรคเตอร์และ 50 นาที

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

### ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

### ตัวแปรตาม คือ

1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2. พฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้วางแผนและเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบและสรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเอง แล้วทำการอภิปรายสิ่งที่ค้นพบร่วมกัน โดยมีครูเป็นผู้สังเกตการณ์ ใช้คำถาม และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ถูกต้อง

2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น หมายถึง ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบคืนพบ ซึ่งประกอบด้วยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลินิทของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน และพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโถง

3. พฤติกรรมการเรียน หมายถึง พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกขณะทำกิจกรรม การเรียนรู้แบบคืนพบ ซึ่งประกอบด้วยความกระตือรือร้น ความร่วมมือในการทำกิจกรรม และการแสดงความคิดเห็น

### สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบคืนพบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น มีคะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น มากกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด