

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.1 ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์
 - 2.2 จิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.3 หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.4 สื่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.5 การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.1 แนวคิดและความสำคัญของการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.2 ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.3 องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.4 รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.5 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.6 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD)
 - 3.7 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya)
5. พฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่ม
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 6.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 1-8) กล่าวว่า ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีลักษณะเป็นกรอบและแนวทางในการจัดการศึกษา เพื่อพัฒนาผู้เรียนได้บรรลุจุดหมายของหลักสูตรฯ มีความรู้ความสามารถ อันเป็นประโยชน์แก่ตนเองและผู้อื่น

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้ผู้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง
2. การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
3. เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)
4. พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น

ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

หมายเหตุ

1. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องให้มีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ ได้แก่ การทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจรรย์ญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

2. ในการวัดและประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการ สามารถประเมินในระหว่างการจัดการเรียนรู้หรือประเมินไปพร้อมกับการประเมินด้านความรู้

ผลที่เกิดกับนักเรียนหลังการเรียนรู้ เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้ลึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้

5. รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค.4.2

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.6	เขียนสมการจากสถานการณ์หรือปัญหา และแก้สมการพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ	- สมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัว - การแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน - เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือ การหาร - การแก้โจทย์ปัญหาด้วยสมการ

จากตารางข้างต้น แสดงถึงตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค.4.2 ใช้ค้นพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดจุดมุ่งหมายที่เป็นมาตรฐานการเรียนรู้ไว้อย่างชัดเจนว่าให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เห็นคุณค่าของตนเอง มีทักษะในการคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ที่สามารถเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ ประโยชน์ในการดำเนินชีวิตและศึกษาต่อในชั้นที่สูงขึ้น ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ในความรู้สึกรู้สึกของคนทั่วไป คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยสิ่งที่เป็นนามธรรมและจับต้องไม่ได้ น้อยคนที่จะมองเห็นลักษณะที่เป็นจริงของคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นลักษณะของประโยชน์และการก่อให้เกิดความเจริญในโลก (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 1)

ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 2-3) ได้กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิใช่มีความหมายเพียงแต่ตัวเลขและสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมาก ซึ่งสรุปได้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยวิธีคิดเราก็จะสามารถนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาทางวิทยาศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดสิ่งแปลกและใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่าง ๆ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากมนุษย์จะต้องตอบคำถามประเภทนี้ เช่น คนในครอบครัวมีเท่าไร มีสัตว์เลี้ยงกี่ตัว จึงเกิดจำนวนนับเกิดวิชาคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า คณิตศาสตร์นั้นตอบคำถามของมนุษย์ แต่เมื่อมนุษย์คิดกว้างขวางขึ้น คณิตศาสตร์ก็ขยายตัวออกไปตามความต้องการของมนุษย์ จึงเกิดคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ อีกมากมาย
2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น ๆ และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาใช้ เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด เป็นภาษาสากลที่ทุกชาติทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์จะเข้าใจตรงกัน เช่น $x + 5 = 28$ ทุกคนที่เข้าใจคณิตศาสตร์จะอ่านประโยคสัญลักษณ์นี้ได้ และเข้าใจความหมายตรงกัน
3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีรูปแบบ (Pattern) เราจะเห็นว่าการคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีแบบแผน มีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้ และจำแนกออกมาให้เห็นจริง
4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีเหตุผล คณิตศาสตร์จะเริ่มด้วยเรื่องง่าย ๆ ก่อน เช่น เริ่มต้นด้วยอนิยาม ได้แก่ จุด เส้นตรง ระนาบ เรื่องง่าย ๆ นี้จะเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ ต่อไป เช่น บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท การพิสูจน์
5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่งเช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิด มีความคิด

สร้างสรรค์ มีจินตนาการ มีความคิดริเริ่ม ที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

สรุปลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด กฎ สัญลักษณ์ มีรูปแบบ โครงสร้าง มีเหตุผล และเป็นศิลปะ ความงามของคณิตศาสตร์ ก็คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืน

จิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 9-16) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นต้องรู้ จิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้ จึงจะทำให้การจัดการเรียนรู้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จิตวิทยาที่ควรทราบ มีดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences)

นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจ และลักษณะนิสัย ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ ครูจึงต้องคำนึงถึงเรื่องนี้

1.1 ความแตกต่างของนักเรียนภายในกลุ่มเดียวกัน เพราะนักเรียนนั้นมีความแตกต่างกัน ทั้งร่างกาย ความสามารถ บุคลิกภาพ ครูจะสอนทุกคนให้เหมือนกันนั้นเป็นไปได้ ครูจะต้อง ศึกษาว่านักเรียนแต่ละคนมีปัญหาอย่างไร

1.2 ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของนักเรียน เช่น ครูอาจจะแบ่งนักเรียนออกตาม ความสามารถ (Ability Grouping) ว่านักเรียนมีความเก่ง อ่อน ต่างกันอย่างไร เมื่อครูทราบแล้ว ก็จะได้สอนให้สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียนเหล่านั้น

1.3 ศึกษาว่านักเรียนแต่ละบุคคลดูความแตกต่างเสียก่อนวินิจฉัยว่า แต่ละคน ประสบปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร

1.4 วางแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความแตกต่างของนักเรียนถ้านักเรียน เรียนเก่งก็เสริมให้ก้าวหน้า แต่ถ้านักเรียนอ่อนก็พยายามหาทางช่วยเหลือ ด้วยการสอนซ่อมเสริม

1.5 ครูต้องรู้จักหาวิธีการมาสอนหาวิธีแปลก ๆ ใหม่ ๆ เช่น การจัดการเรียนรู้ นักเรียนอ่อนก็ใช้รูปธรรมมาอธิบายนามธรรม ให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลิน อาจจะใช้เพลง กลอน เกม ปริศนา บทเรียนการ์ตูน เอกสารแนะแนวทาง บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลและบทเรียนกิจกรรม

1.6 ครูจะต้องรู้จักหาเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้มาเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น นักเรียนที่เก่งก็ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมให้ก้าวหน้ายิ่งขึ้น นักเรียนอ่อนก็ทำแบบฝึกหัดที่ง่าย ไปสู่ยากเป็นแบบฝึกหัดที่เสริมทักษะให้นักเรียนค่อย ๆ ทำไป

1.7 การจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนที่มีความแตกต่างกันนั้นข้อสำคัญ คือครูจะต้องมีความอดทน ชื่น ใฝ่หาความรู้ เสียสละเวลา จึงจะสามารถสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. จิตวิทยาในการเรียนรู้ (Psychology of Learning)

การจัดการเรียนรู้แก่นักเรียนนั้นก็เพื่อจะให้เกิดการพัฒนาขึ้น นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม ดังนี้

2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก เขาก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะทำซ้ำได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิดลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาจะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการรับรู้

2.2 การถ่ายทอดการเรียนรู้

2.2.1 นักเรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง

2.2.2 ควรฝึกให้นักเรียนได้รู้จักสังเกตรูปแบบของสิ่งที่คล้ายคลึงกัน แล้วเขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบนั้นเป็นอย่างไร

2.2.3 รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบ หรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

2.2.4 ควรจะให้นักเรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่อง ๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดสำเร็จ เขาจะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครูควรจะพยายามให้นักเรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเอง จะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำได้เขาก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่น ๆ ได้

2.2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลเพียงไร ขึ้นอยู่กับวิธีการจัดการเรียนรู้ของครู การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้ นั้น ควรยึดหลักให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ด้วยตนเองและนำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้จะต้องเน้นในขณะที่สอนและแยกแยะ ให้นักเรียนเห็นองค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียน ฝึกให้นักเรียนรู้จัก บทนิยาม หลักการ กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎี จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

2.3 ธรรมชาติของการเกิดการเรียนรู้ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ นั้น นักเรียนจะต้องรู้ในเรื่องต่อไปนี้

2.3.1 รู้จักจุดประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบทนั้น

2.3.2 รู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกันหรือเปรียบเทียบ เพื่อนำไปสู่การค้นพบ

2.3.3 รู้จักสัมพันธ์ความคิด จากเรื่องหนึ่งต่อเนื่องไปอีกเรื่องหนึ่ง

2.3.4 เรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้

2.3.5 ได้สรุปบทเรียนทุกครั้ง

2.3.6 รู้วิธีการว่าจะเรียนอย่างไร โดยเฉพาะการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะมาท่องจำ เหมือนนกแก้วนกขุนทองไม่ได้

2.3.7 ไม่ควรมีการทำโทษจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย ควรจะเสริมกำลังใจ

3. จิตวิทยาในการฝึก (Psychology of Drill)

การฝึกนั้นเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับนักเรียน การฝึกที่มีผลพิจารณา ดังนี้

3.1 ฝึกเป็นรายบุคคล เพราะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3.2 ควรฝึกไปทีละเรื่อง เมื่อเรียนได้หลาย ๆ เรื่องก็ควรฝึกรวบยอดอีกครั้งหนึ่ง

3.3 ควรมีการตรวจแบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำ เพื่อประเมินผลนักเรียนและ ประเมินผลการจัดการเรียนรู้ของครู

3.4 เลือกแบบฝึกหัดที่สอดคล้องกับบทเรียน ไม่มากเกินไปตลอดจนหาวิธีการ ที่จะทำแบบฝึกหัด

3.5 แบบฝึกหัดจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3.6 แบบฝึกหัดควรฝึกหลาย ๆ ด้าน คำนึงถึงความยากง่าย เรื่องใดควรจะเน้น ก็มีหลายข้อ

3.7 พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ก่อนที่จะให้นักเรียนทำโจทย์นั้น นักเรียนเข้าใจวิธีทำ โจทย์นั้นโดยต้องแท้ อย่าปล่อยให้ให้นักเรียนทำโจทย์ตามตัวอย่างที่ครูสอน โดยไม่เกิดความคิด ริเริ่มสร้างสรรค์

3.8 พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ฝึกอย่างไรนักเรียนจึงจะ “คิดเป็น” ไม่ใช่ “คิดตาม” จะต้องฝึกให้นักเรียน “คิดเป็น” “ทำเป็น” และ “แก้ปัญหาเป็น”

4. การเรียนโดยการกระทำ (Learning by Doing)

ทฤษฎีนี้กล่าวมานานแล้วโดย จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) จะต้องให้นักเรียนได้ลงกระทำ หรือปฏิบัติจริงจากสื่อที่เป็นรูปธรรม แล้วจึงให้สรุปความคิดรวบยอด (Concept) ครูไม่ควรเป็นผู้บอก เพราะถ้านักเรียนได้ค้นพบด้วยตัวเองแล้วเขาจะจดจำไปได้นาน อยากรู้ก็ตามเนื้อหา บางอย่างก็ไม่มีสื่อการจัดการเรียนรู้รูปธรรม ครูก็จะต้องให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง

5. การเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning)

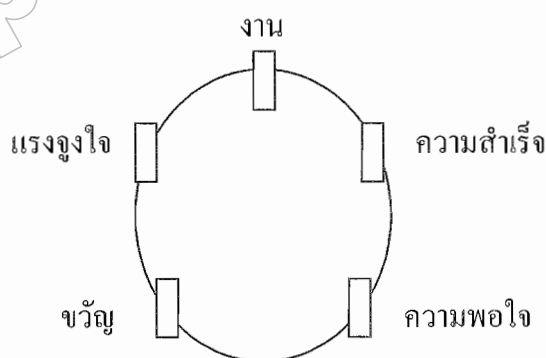
การเรียนเพื่อรอบรู้ เป็นการเรียนแบบรู้อย่างจริงจัง ทำได้จริง นักเรียนนั้นเมื่อมาเรียนคณิตศาสตร์ บางคนก็ทำได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ครูกำหนดไว้ แต่บางคนก็ไม่สามารถทำได้ นักเรียนประเภทหลังนี้ควรได้รับการสอนซ่อมเสริม ให้เขาเกิดการเรียนรู้เหมือนคนอื่นแต่เขาอาจจะต้องเสียเวลาใช้เวลามากกว่าคนอื่น ในการที่จะเรียนเนื้อหาเดียวกัน ครูผู้สอนจะต้องพิจารณาเรื่องนี้ ทำอย่างไรจึงจะสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ ให้ทุกคนได้เรียนรู้จนครบจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้ และทำสำเร็จตามความประสงค์ เขาก็จะเกิดความพอใจ มีกำลังใจ และเกิดแรงจูงใจอยากจะทำต่อไป

6. ความพร้อม (Readiness)

ความพร้อมเป็นเรื่องสำคัญ เพราะถ้านักเรียนไม่มีความพร้อมเขาก็ไม่สามารถที่จะเรียนต่อไปได้ นักเรียนที่มีวัยต่างกันความพร้อมย่อมไม่เหมือนกัน ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูจึงต้องตรวจสอบความพร้อมของนักเรียนอยู่เสมอ จะต้องดูความรู้พื้นฐานของนักเรียนว่าพร้อมที่จะเรียนบทต่อไปหรือไม่ ถ้านักเรียนยังไม่พร้อม ครูจะต้องทบทวนเสียก่อน เพื่อใช้ความรู้พื้นฐานนั้นอ้างอิงต่อไปได้ทันที การที่นักเรียนมีความพร้อมก็จะทำให้เรียนได้ดี

7. แรงจูงใจ (Motivation)

แรงจูงใจนับว่าเป็นเรื่องที่ครูควรเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์นั้นก็ยากอยู่แล้ว ครูควรจะได้คำนึงถึงเรื่องต่อไปนี้



ภาพที่ 2 รูปแบบกระบวนการสร้างแรงจูงใจ

การที่จะให้นักเรียนทำงานหรือโจทย์ปัญหานั้น ครูจะต้องคำนึงถึงความสำเร็จ ด้วยการที่ครูค่อย ๆ ทำให้นักเรียนเกิดความสำเร็จเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจ ดังนั้นควรจะให้ทำโจทย์ง่าย ๆ ก่อน ให้เขาทำถูกต้องไปทีละตอนแล้วก็เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลนั่นเอง การให้เกิดการแข่งขันหรือเสริมกำลังใจเป็นกลุ่ม ก็จะสร้างแรงจูงใจเช่นเดียวกัน

8. การเสริมกำลังใจ (Reinforcement)

การเสริมกำลังใจเป็นเรื่องที่สำคัญในการจัดการเรียนรู้เพราะ คนเรานั้นเมื่อทราบว่ามีพฤติกรรมที่แสดงออกมาเป็นที่ยอมรับ ย่อมทำให้เกิดกำลังใจ การที่ครูชมนักเรียนในโอกาสที่เหมาะสมหรือมีอาการยิ้มพยักหน้าจะเป็นกำลังใจแก่นักเรียนเป็นอย่างมาก ข้อสำคัญอย่าใช้พร่ำเพรื่อจนหมดความหมายไป ในเรื่องการเสริมกำลังใจนั้นมีทั้งทางบวกและทางลบการเสริมกำลังใจทางบวก ได้แก่ การชมเชย การให้รางวัล ซึ่งครูจะต้องดูให้เหมาะสมให้นักเรียนรู้สึกภาคภูมิใจในการชมเชยนั้น แต่การเสริมกำลังใจทางลบ เช่น การทำโทษนั้นควรพิจารณาให้ดี ถ้าไม่จำเป็นอย่ากระทำเลย

จิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยสรุปควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน จิตวิทยาในการเรียนรู้ จิตวิทยาในการฝึก การเรียนโดยการกระทำเพื่อให้ได้ปฏิบัติกิจกรรม การเรียนรู้เพื่อรู้เพื่อดูแลผลการเรียนของตนเองให้ผ่านเกณฑ์ การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนมีความพร้อม นอกจากนี้ควรมีการสร้างแรงจูงใจ และเสริมแรงให้เกิดกำลังใจในการเรียน

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กาดานิดิส (Gadanidis, 1988, pp. 16-21) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่ามี 3 ขั้นที่สำคัญ คือ ข้อเท็จจริงและทักษะ ความเข้าใจ และการแก้ปัญหา

1. ข้อเท็จจริงและทักษะ (Facts and Skills) เน้นเพียงให้ผู้เรียนสามารถทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนที่ใช้เป็นมาตรฐานได้ ตลอดจนสามารถทำข้อทดสอบได้ ในระยะนี้เน้นว่าผู้เรียนจะต้องรู้จักประสงค้อย่างชัดเจน ผู้เรียนจะต้องรู้ว่าเขาคาดหวังอะไร ผู้สอนจะรู้สึกล่งเลียดต่อการประเมินผู้เรียน การจัดการเรียนรู้ในช่วงนี้เป็นเพียงตอบคำถามได้ถูกต้อง นักเรียนจะเพียงได้เห็นและเรียนตลอดจนรวบรวมกฎต่างๆ ที่ตนยังไม่เข้าใจและจำไว้เท่านั้น

2. ความเข้าใจ (Understanding) เน้นในเรื่องที่ทำให้คณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความหมาย เน้นวิธีการจากประสบการณ์ สภาพปัญหาที่แท้จริงและกระบวนการในการแก้ปัญหา เนื้อเรื่องที่นำมาสอนจะกล่าวถึงประวัติที่ถูกต้อง และแนวทางที่กว้างขวางของคณิตศาสตร์ ในขั้นนี้พยายามที่จะทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์ สร้างความสนใจและนัยสำคัญ

3. การแก้ปัญหา (Problem Solving) สำหรับ 2 ข้อดังกล่าวข้างต้น นักเรียนเข้าใจทักษะทางคณิตศาสตร์และมโนคติ แต่การแก้ปัญหาก็เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการค้นพบและเกิดความคิดสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์การแก้ปัญหานั้น การหาคำตอบไม่ใช่หาได้ง่าย ๆ การแก้ปัญหามองการมากกว่าหนึ่งวิธีการ ด้วยเหตุนี้ในการแก้ปัญหาก็ต้องช่วยให้นักเรียนได้ตระหนักถึงเรื่องต่าง ๆ ที่สำคัญ ดังนี้

3.1 เข้าใจปัญหาและวิเคราะห์ปัญหา

3.2 วางแผนและจัดการดำเนินการอย่างจริงจัง

3.3 ยึดหยุ่นและเปิดเผยตรวจสอบอย่างต่อเนื่อง และประเมินผลกระบวนการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 14) ได้กล่าวถึงแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า การจัดการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ยึดหลักว่านักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่านักเรียนสำคัญที่สุด โดยเน้นความสำคัญทั้งสามด้านดังนี้

- ด้านความรู้
- ด้านทักษะ/ กระบวนการ
- ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม

แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ นักเรียนควรคำนึงถึงความสนใจ ความถนัดของนักเรียน และความแตกต่างของนักเรียน การจัดสาระการเรียนรู้จึงควรจัดให้มี ความหลากหลาย นักเรียนสามารถเลือกเรียนได้ตามความสนใจ รูปแบบของการจัดการเรียนรู้ ควรมีความหลากหลาย ไม่ว่าจะเรียนรู้ร่วมกันทั้งชั้น เรียนเป็นกลุ่มย่อย เรียนเป็นรายบุคคล สถานที่ที่จัดก็ควรมีทั้งในห้องเรียน นอกห้องเรียน บริเวณสถานศึกษา มีการจัดให้นักเรียนได้ไปศึกษาในแหล่งวิทยาการต่าง ๆ ที่อยู่ในชุมชนหรือในท้องถิ่น จัดให้สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหาวิชา ทั้งให้เหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีผลการเรียนรู้ได้มาตรฐานตามที่หลักสูตรกำหนดไว้ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ลงมือปฏิบัติจริง ผู้สอนควรฝึกให้นักเรียนคิดเป็นทำเป็น รู้จักบูรณาการความรู้ต่าง ๆ เพื่อให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ รวมถึงการปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยม และลักษณะอันพึงประสงค์ ฝึกให้นักเรียนรู้จักประเมินผลงานและปรับปรุงงาน ตลอดจนสามารถนำความรู้และประสบการณ์ไปใช้ในชีวิต และอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 39-41) กล่าวถึงหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก เช่น การยกตัวอย่างอาจจะยกเป็นตัวเลขง่าย ๆ เสียก่อนแล้วก็ไปสู่สัญลักษณ์

2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการจัดการเรียนรู้
รูปธรรมประกอบ

3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใด ก็ควรจะทบทวนให้หมด
การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่ จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น

4. เปลี่ยนวิธีการจัดการเรียนรู้ ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนาน
และน่าสนใจซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา
ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งกระตุ้นให้บทเรียนน่าสนใจ

5. ใช้ความสนใจของผู้เรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงจูงใจที่จะเรียน ด้วยเหตุนี้ในการจัด
การเรียนรู้จึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนที่เร้าใจเสียก่อน

6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเฉย ๆ โดยไม่ให้เห็นตัวอักษร ไม่เขียน
กระดานดำ เพราะการพูดลอย ๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์ ผู้สอนตาหู หูฟัง มือเขียน
ปากถาม ผู้เรียนตาหู หูฟัง มือเขียน ปากตอบ

7. ควรจะคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและทักษะเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะ
ต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม

8. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรจะสอนไปพร้อม ๆ กัน

9. นักเรียนมองเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

10. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ที่ยาก ๆ เกินหลักสูตร
ซึ่งอาจจะทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่ผู้เรียนที่เรียนเก่งก็อาจจะชอบ ควรจะส่งเสริมเป็นรายไป
ในการจัดการเรียนรู้ต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม

11. สอนให้ผู้เรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง
จนผู้เรียนเห็นรูปแบบจะช่วยให้ผู้เรียนสรุปได้ อย่ารีบบอกเกินไป

12. ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้

13. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น เพราะวิชา
คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ครูผู้สอนจึงไม่ควรจะเคร่งเครียด

14. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ

15. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อจะนำสิ่งแปลกและใหม่มาถ่ายทอด
ให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้มีศรัทธาในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี

ทราเวอร์ส (Travers, 1967, pp. 142-432) กล่าวถึงวิธีสอนความคิดรวบยอดว่า ครูผู้สอน
ต้องใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน และได้สรุปแนวทางในการจัด
การเรียนรู้ให้เกิดความคิดรวบยอดไว้ ดังนี้

1. ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียน ในการเรียนรู้ความคิดรวบยอด โดยเสนอตัวอย่างที่มีลักษณะแตกต่างกันอย่างชัดเจน

2. ปัญหาที่มีคุณลักษณะซ้ำ ๆ กัน มักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่ไม่ซ้ำกัน

3. ผู้เรียนจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดง่ายขึ้น หากใช้ตัวอย่างทางบวกและทางลบคู่กัน

4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายกว่า ถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

5. ทักษะในการเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะเพิ่มขึ้นตามอายุ

6. ความคิดรวบยอดที่ง่าย ๆ ความวิตกกังวลจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ง่ายขึ้น แต่ความคิดรวบยอดที่ยาก ความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพทางการเรียน

7. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะง่ายขึ้น ถ้าครูแนะนำจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตให้นักเรียนทราบ

8. บางครั้งจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลาย ๆ ตัวอย่างพร้อมกัน แต่ไม่ควรจะเกิน

4 ตัวอย่าง

9. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะง่ายขึ้น และสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ ถ้าผู้เรียนสามารถสื่อสารความคิดรวบยอดนั้นให้แก่ตัวเองได้

10. ผู้เรียนจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น ถ้าผู้เรียนรู้จักตัวอย่างของความคิดรวบยอดทั้งทางบวกและทางลบ

11. การทราบผลการเรียนทันที (Feedback) จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้มากขึ้น

12. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ ๆ ในขั้นสูงจะง่ายขึ้น ถ้าเด็กได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดในขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ

13. ควรสอนความคิดรวบยอดให้สัมพันธ์กันด้วย

14. ควรใช้วิธีการหลาย ๆ อย่างในการจัดการเรียนรู้ความคิดรวบยอด

15. ควรให้ผู้เรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมด ที่ได้รับเข้ากับโครงสร้างของความคิดรวบยอดเดิม

ออซูเบล (Ausubel, 1970, pp. 611-612) ได้สรุปกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดว่ามีดังนี้

1. วิเคราะห์แยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าได้

2. ตั้งสมมติฐาน โดยพิจารณาถึงลักษณะร่วมกันของส่วนย่อยในการยืนยันได้

3. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้นในกรณีหนึ่ง

4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้า ที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้

5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าให้มาสัมพันธ์กับแนวคิดของคน

6. แยกความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดใหม่กับความคิดรวบยอดเดิมได้ เพื่อที่จะหาความสัมพันธ์กัน

7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของสมาชิกทั้งหมดให้เป็นความคิดรวบยอด

8. หาสัญลักษณ์ทางภาษามาเป็นสื่อความหมายของความคิดรวบยอดนั้น

ดี เซคโค (De Cecco, 1968, pp. 402-416) ได้เสนอแนะวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนได้เกิดความคิดรวบยอดไว้ 9 ขั้นตอนด้วยกัน คือ

1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังของนักเรียนว่า เขาจะต้องแสดงพฤติกรรมอะไรได้บ้างหลังจากที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้นไปแล้ว

2. วิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่จะสอนถ้าความคิดรวบยอดที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะก็พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะเด่นและสำคัญ จัดเป็นหมวดหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. ใช้ภาษาที่นักเรียนเข้าใจ เพื่อเป็นสื่อกลางของความคิดรวบยอด

4. เสนอดตัวอย่างที่เกี่ยวข้องทั้งทางบวกและทางลบ

5. เสนอดตัวอย่างที่ละอันในระยะใกล้เคียงกันหรือเสนอพร้อมกัน

6. เสนอดตัวอย่างทางบวกอันใหม่ แล้วให้นักเรียนบอกว่า ใช้ความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นหรือไม่ ถ้านักเรียนบอกได้แสดงว่านักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดนั้น

7. ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียน โดยเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบ แล้วให้นักเรียนเลือก

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น

9. ให้นักเรียนได้ตอบสนองและได้แรงเสริมจากการตอบสนองนั้น

ดวงเดือน อ่อนน้อม และคณะ (2537, หน้า 11) กล่าวถึงเทคนิคการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและวิธีทำ ดังนี้

1. ใช้โจทย์ปัญหาเป็นตัวเร้า ควรใช้อย่างน้อย 3 ข้อ

2. การจัดการเรียนรู้ให้เกิดแนวคิด ควรสอนโดยการจัดประสบการณ์ 3 แบบ คือ

2.1 ประสบการณ์รูปธรรม การกระทำและสัญลักษณ์

2.2 ประสบการณ์กึ่งรูปธรรม ภาพและสัญลักษณ์

2.3 ประสบการณ์นามธรรม สัญลักษณ์

3. สอนวิธีทำโดยพัฒนามาจากแนวคิด ด้วยการให้นักเรียนพยายามสรุปวิธีทำได้ด้วยตัวเอง ภายใต้การแนะแนวทางหรือสภาพการณ์ที่ครูจัดให้

4. ตรวจสอบความเป็นไปได้ของวิธีทำ ด้วยการทดลองหาคำตอบตามวิธีที่สรุปได้นั้น แล้วเปรียบเทียบคำตอบกับคำตอบที่ได้จากการจัดประสบการณ์รูปธรรม หรือประสบการณ์ที่รูปธรรม ถ้าได้คำตอบตรงกัน แสดงว่าวิธีทำที่สรุปมานั้นถูกต้อง

5. ฝึกเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและเพื่อให้เกิดความแม่นยำ รวดเร็ว ในการคิดคำนวณ โดยใช้กิจกรรมรูปแบบต่าง ๆ

ยุพิน พิศิษฐกุล (2539, หน้า 115-116) กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้การคิดคำนวณไว้ ดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าใจความรู้พื้นฐานอย่างมีเหตุผล เช่น การบวก $5 + 2 = 7$ ก็อาจจะใช้เส้นจำนวนแสดง นักเรียนจะต้องบวก ลบ คูณ หารเก่ง และควรจะทำให้รวดเร็ว นำมาใช้ได้ทันทีเมื่อต้องการใช้ในรูปแบบต่าง ๆ

2. การใช้รูปธรรมอธิบายนามธรรม จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น

3. เมื่อนักเรียนเข้าใจแล้ว ก็สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ขึ้น และครูจะต้องเน้นข้อผิดพลาดที่ควรระวังก่อนที่ทำการฝึกต่อไป

4. ขั้นต่อไปครูจะต้องทำการฝึก อาจจะใช้คำถามให้เขียนตอบ ขณะที่ฝึกนั้นครูจะต้องทบทวนอยู่เสมอในเรื่องที่มีความสำคัญ และควรเน้นในการฝึกนั้นครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

5. เมื่อฝึกบ่อย ๆ นักเรียนก็จะสามารถทำได้ ควรจะฝึกให้นักเรียนจำแต่เรื่องสำคัญ ๆ และสามารถพลิกแพลงใช้การคิดคำนวณ

6. เมื่อนักเรียนจำสูตร กฎเกณฑ์ได้แล้ว ก็จะต้องนำไปใช้ นักเรียนควรจะได้คิดได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว คิดหลายแบบ กะประมาณถูก นอกจากนั้นยังพัฒนาทักษะในการคำนวณด้วยวิธีการคิด

7. ฝึกให้เกิดทักษะในการคำนวณ โดยการนำไปใช้กับเรื่องอื่นได้

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2539, หน้า 39) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้การคิดคำนวณเริ่มจากการจัดการเรียนรู้ความคิดรวบยอดและนิยาม แล้วจึงเป็นกฎโดยวิธีให้ตัวอย่างมาก ๆ เพื่อสรุปเป็นกฎ (วิธีอุปนัย) เมื่อเข้าใจกฎจึงฝึกประยุกต์ใช้กฎในสถานการณ์ใหม่ ๆ (วิธีนิรนัย) แล้วนำไปฝึกหาข้อบกพร่องเพื่อปรับปรุงต่อไป

กรมวิชาการ (2538, หน้า 1) กล่าวถึงวิธีสอน ที่จะทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในการบวก ลบ คูณ และหารจำนวน ควรสอนเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ใช้ของจริง

ขั้นที่ 2 ใช้รูปภาพ

ขั้นที่ 3 ใช้สัญลักษณ์

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer & Trublood, 1977, pp. 32-33) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบ ที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. เทคนิคการรู้คำศัพท์ มีนักเรียนที่มีปัญหาเกี่ยวกับคำ เทคนิคนี้จะช่วยให้ครูและศิษย์ เห็นเทคนิคในคำที่แสดงความยุ่งยาก โดยเก็บส่วนความยุ่งยากของศัพท์ ครูสามารถเริ่มจากการใช้ ปริศนาอักษรไขว้ เกมส และ การกระทำที่เกี่ยวกับเทคนิคความหมายสำคัญของคำ และการเพิ่มพูน ความรู้ด้านความสัมพันธ์ของคำในเด็ก
 2. ทักษะการคิดคำนวณ การแก้ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น $13¢ + 10¢ = 23¢$ และบอกวิธีการแก้ด้วยตนเอง ที่ใช้การแก้ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์พิเศษทางคณิตศาสตร์นี้
 3. การจำแนกข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง จัดเตรียมปัญหาสร้างสรรค์ที่มีข้อมูลมาก ๆ นักเรียน มีการบรรยายรูปร่างของข้อมูล (a) สิ่งที่ต้องการ และ (b) สิ่งที่ไม่ต้องการในการแก้ปัญหามีสิ่งที่ ต้องใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ โดยใช้ข้อมูลข่าวสารช่วยในการแก้ปัญหา
 4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล เตรียมนักเรียนด้วยปัญหาและบอกพวกเขาเพื่อบรรยาย รูปร่าง หาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อรายงาน
 5. การละเนคำตอบ เตรียมนักเรียนด้วยคำพูดที่เป็นปัญหาและกลุ่มคำตอบที่เป็นไปได้ เพียงคำตอบเดียวที่สมเหตุสมผล หลังจากนั้นนักเรียนจะเห็นคำตอบเมื่อเขาพบและอธิบายคำตอบ นั้น ๆ
 6. การเลือกใช้วิธีการจัดการกับข้อมูลอย่างถูกต้อง นำเสนอต่อนักเรียนด้วยคำถาม ที่ไม่จำกัดวงของรายละเอียดของจำนวน และบอกถึงการดำเนินการเก่า ๆ ที่กระทำเพื่อหาคำตอบ มีตัวอย่างที่ต้องคำนึงถึงปัญหา เช่น แจ็คต้องการซื้อดินสอ ยางลบ และสมุดจด เพื่อใช้ใน โรงเรียนเขาต้องเตรียมเงินเท่าใดเพื่อซื้อของเหล่านั้น
 7. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม เจมส์จ่ายเงิน 1.70 \$ เพื่อซื้อไข่เกรด A ใหญ่ สองโหล เขาจะมีวิธีประหยัดเงินอย่างไร ถ้าเขาซื้อไข่เกรด A กลาง ต่อจากนั้นนักเรียนต้องหา ข้อมูลที่จำเป็นก่อนที่เขาจะหาคำตอบของคำถามนี้
 8. การแปลความหมายของโจทย์ เสนอปัญหาที่ชอบ 1 คำถาม และบอกให้นักเรียน เริ่มต้นใหม่ในการหาคำตอบ เช่น จิลล์ต้องการซื้อหมากฝรั่ง 4 ชิ้น โดยชิ้นละ 5¢ เธอต้องจ่ายเงิน เท่าใด นักเรียนเขียนสมการจากคำในประโยค ในการรู้สีกด้านจำนวนจากตัวอย่าง คำถามอาจเขียน ในรูป $4 \times 5¢ = \square¢$ มันบอกถึงตัวเลขในรูปแบบอื่นได้ เป็น $5 + 5 + 5 + 5 = \square$
- หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ครูผู้สอนน่าประเด็นสำคัญ ๆ มาใช้ ในการศึกษา ดังนี้

1. แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะสอนจากง่ายไปหายาก สัมพันธ์เนื้อหาความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ สอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ใช้วิธีสอนหลายวิธีให้ผ่านประสาทสัมผัสหลายด้าน นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันและหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์และรู้คุณค่าของคณิตศาสตร์

2. ระดับขั้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ จำแนกเป็น 3 ขั้น คือ

2.1 ข้อเท็จจริงและทักษะ เป็นการเรียนรู้หลักการ และทำแบบฝึกหัดได้

2.2 ความเข้าใจ เป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย จากสภาพปัญหาที่แท้จริงและกระบวนการแก้ปัญหา

2.3 การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและมีขั้นตอน

3. ความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด ครูผู้ศึกษาจัดประสบการณ์รูปธรรมโดยใช้ของจริงกึ่งรูปธรรม ใช้รูปภาพและนามธรรมโดยใช้สัญลักษณ์ ซึ่งจัดได้ 2 ลักษณะคือ ลักษณะแรกใช้ของจริง ใช้รูปภาพแล้วใช้สัญลักษณ์ โดยโยงของจริงกับรูปภาพที่ใช้ไปให้สัมพันธ์กัน ลักษณะที่สองใช้ของจริงกับสัญลักษณ์ ใช้รูปภาพกับสัญลักษณ์ แล้วใช้สัญลักษณ์ในการให้ตัวอย่างมี 2 วิธีคือ ให้ตัวอย่างทางบวก (เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด) วิเคราะห์หาลักษณะร่วม เพื่อกำหนดความคิดรวบยอด ให้ตัวอย่างทางบวกและทางลบ (เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด) เพื่อเลือกตัวอย่าง ทางบวก มากำหนดความคิดรวบยอด ให้นักเรียนได้ตอบสนองและเสริมแรงการตอบสนองนั้น เมื่อนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจดีแล้ว ต้องมีการฝึกจนเกิดทักษะ

4. การคิดคำนวณ การจัดการเรียนรู้การคิดคำนวณจะสัมพันธ์ต่อเนื่องจากการจัดการเรียนรู้ความรู้ความเข้าใจ ซึ่งจะได้นำแนวคิดเกี่ยวกับนิยาม กฎ สูตรต่าง ๆ แล้วสอนคิดคำนวณโดยใช้โจทย์ปัญหาเป็นตัวเร้า สร้างความเข้าใจจากรูปธรรมสู่นามธรรม จัดสภาพการณ์ให้สรุปวิธีทำด้วยตนเอง ตรวจคำตอบ จากประสบการณ์รูปธรรมหรือกึ่งรูปธรรมกับคำตอบที่ได้ จากวิธีทำของสัญลักษณ์ แล้วฝึกทักษะด้วยวิธีการหลายรูปแบบ รวมทั้งการคิดวิธีคิดและการกะประมาณ

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนและกิจกรรมของการเรียนรู้ โดยการทบทวนความรู้เดิมที่สัมพันธ์กับความรู้ใหม่ เรียนรู้เนื้อหาใหม่ที่น่าสนใจสอดคล้องกับวัยของนักเรียน ศึกษาเนื้อหาจากง่ายไปยาก มีการปฏิบัติงานการทำกิจกรรมกลุ่มจากสื่อและการศึกษาเอกสารที่นักเรียนสามารถดำเนินการได้เองภายในกลุ่ม รวมถึงการได้มีโอกาสอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันในกลุ่ม จะทำให้นักเรียนมีความชัดเจนในเนื้อหาคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหา ครูจะคอยสังเกตและอำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ นอกจากนี้มีการวัดและประเมินผลการเรียนรู้จากการทดสอบย่อยซึ่งนักเรียนสามารถทราบผลย้อนกลับทันที

สื่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความหมายของสื่อการจัดการเรียนรู้

กู๊ด (Good, 1973, p. 307) กล่าวว่า สื่อการจัดการเรียนรู้คือวิธีการและวัสดุอื่นใดที่แสดงให้เห็นเนื้อหาสาระอย่างสมบูรณ์แบบโดยตัวของมันเอง และเป็นผู้ส่งเสริมอย่างกว้างขวางมากกว่าที่จะเป็นส่วนประกอบของกระบวนการจัดการเรียนรู้

เพจ และโทมัส (Page & Thomas, 1977, p. 178) กล่าวว่า สื่อการจัดการเรียนรู้คือเครื่องมือทางกายภาพของเทคโนโลยีทางการศึกษาหรือเทคโนโลยีการจัดการเรียนรู้ อันประกอบด้วย สิ่งพิมพ์ ฟิล์ม เทป และเครื่องบันทึก ซึ่งนำมาใช้โดยเฉพาะเพื่อส่งเสริมให้ ระบบการจัดการเรียนรู้ เป็นไปอย่างสมบูรณ์และกว้างขวาง

วาสนา ชาวหา (2533, หน้า 8) กล่าวว่า สื่อการจัดการเรียนรู้หมายถึง สิ่งใดก็ตามที่เป็น ตัวกลางหรือพาหนะนำความรู้ไปสู่ผู้เรียน และทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามวัตถุประสงค์ ที่กำหนดไว้อย่างดี

อุบลวรรณ อยู่มนัธรรมา (2547, หน้า 8) กล่าวว่า สื่อการจัดการเรียนรู้ หมายถึง สิ่งที่อยู่รอบ ๆ ตัวเรา อาจอยู่ในรูปธรรมหรือนามธรรม ซึ่งผู้สอนและผู้เรียนนำมาใช้ในกิจกรรม การจัดการเรียนรู้ เพื่อให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

จากความหมายที่กล่าวข้างต้นพอสรุปได้ว่า สื่อการจัดการเรียนรู้ หมายถึง สิ่งของต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเราที่มีชีวิตและไม่มีชีวิต สิ่งที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติและสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น ที่เป็น ตัวกลางเชื่อมโยงให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมายที่กำหนดไว้

การใช้สื่อการจัดการเรียนรู้

จริยา เหนียนเฉลย (2535, หน้า 8-9) ได้กล่าวถึงการใช้สื่อการจัดการเรียนรู้ให้มี ประสิทธิภาพนั้น ผู้สอนควรมีการวางแผนการใช้ตามลำดับขั้น ดังนี้

การเตรียมการก่อนการใช้สื่อการจัดการเรียนรู้ เมื่อครูได้วางแผนว่าจะใช้สื่อการจัด การเรียนรู้ประกอบการจัดการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรพิจารณาเตรียมการต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้

1. การเตรียมตัวผู้สอน

- 1.1 พิจารณาคูณค่าและวัตถุประสงค์ของบทเรียนที่จะสอน
- 1.2 พิจารณาถึงสิ่งที่จะเป็นปัญหาในการจัดการเรียนรู้
- 1.3 พิจารณาความต้องการและความสนใจของผู้สอน
- 1.4 เลือกหาหรือทำสื่อการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะทำการแก้ปัญหาการเรียน
- 1.5 พิจารณาถึงวิธีที่จะใช้สื่อการจัดการเรียนรู้นั้นให้เป็นผลดีที่สุด
- 1.6 เตรียมและได้ทดลองเป็นอย่างดีก่อนใช้ในห้องเรียน

2. การเตรียมชั้นเรียน

2.1 เตรียมเครื่องอำนวยความสะดวก ที่จะต้องใช้ร่วมกับสื่อการจัดการเรียนรู้ที่เลือกไว้ เช่น สายไฟ หม้อแปลงไฟ แผงติดภาพ โต๊ะสาธิต ฯลฯ

2.2 เตรียมจัดที่นั่ง ที่ตั้งอุปกรณ์ การระบายอากาศ จัดตั้งเครื่องมือ จัดการควบคุมเสียง แสงสว่าง ให้มีระดับที่ได้ยินและเห็นโดยทั่วกัน

3. การเตรียมผู้เรียน

3.1 อธิบายให้ผู้เรียนทราบล่วงหน้าว่าจะใช้สื่ออะไร สอนอะไร เพื่ออะไร ที่ไหน เมื่อไร

3.2 อธิบายให้ผู้เรียนทราบล่วงหน้าว่า จะต้องมีส่วนร่วมในระหว่างการใช้อุปกรณ์ อย่างไรบ้าง เช่น คอยสังเกตหรือฟังตรงที่สำคัญ การหาคำตอบและคำศัพท์ใหม่ ซึ่งครูบอกหรือ เขียนให้ทราบล่วงหน้า

3.3 อธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจว่า กิจกรรมที่ต้องปฏิบัติหลังจากใช้สื่อการจัดการเรียนรู้ ประกอบการจัดการเรียนรู้แล้วจะมีอะไรบ้าง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้สื่อการจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียน ที่สร้างขึ้นโดยผู้วิจัยที่มีความสอดคล้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน ซึ่งจะเป็นการแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจเนื้อหาสาระและกระบวนการอย่างแท้จริง และใช้ประกอบในการฝึกทักษะอย่างสมบูรณ์แบบกับเพื่อน ๆ เป็นการส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกันของนักเรียน ด้วยความมุ่งหวังให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพบรรลุผลตามตัวชี้วัดที่ตั้งไว้

การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2552, หน้า 66-67) ได้ให้ความหมายและความสำคัญของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในชั้นเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดระดับของการดำเนินงานไว้เป็น 4 ระดับ คือ การวัดและประเมินระดับชั้นเรียน การวัดและประเมินระดับสถานศึกษา การวัดและประเมินระดับเขตพื้นที่การศึกษา การวัดและประเมินระดับชาติ ระดับที่มีความเกี่ยวข้องกับผู้นสอนมากที่สุด และเป็นหัวใจของการวัดและประเมินผล การเรียนรู้ผู้เรียน คือ การวัดและประเมินผลระดับชั้นเรียน คำศัพท์ที่ใช้ในการวัดและประเมินผล การเรียนรู้ในชั้นเรียนมีความหมายแตกต่างกัน แต่บางคนนำมาใช้ในความหมายเดียวกัน ดังนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกันจึงให้นิยามคำศัพท์ต่าง ๆ ไว้ดังนี้

การวัด (Measurement) หมายถึง การกำหนดตัวเลขให้กับวัตถุ สิ่งของ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ หรือพฤติกรรมต่าง ๆ ของผู้เรียน การจะได้มาซึ่งตัวเลขนั้น อาจต้องใช้เครื่องมือวัด

เพื่อให้ได้ตัวเลขที่สามารถแทนคุณลักษณะต่าง ๆ ที่ต้องการวัด เช่น ไม่บรรทัดวัดความกว้างของหนังสือได้ 3.5 นิ้ว ใช้เครื่องชั่งวัดน้ำหนักของเนื้อหมูได้ 0.5 กิโลกรัม ใช้แบบทดสอบวัดความรู้ในวิชาภาษาไทยของเด็กชายแดงได้ 42 คะแนน เป็นต้น

การประเมิน (Assessment) หมายถึง กระบวนการเก็บข้อมูล ตีความ บันทึก และใช้ข้อมูลเกี่ยวกับคำตอบของผู้เรียนที่ทำในภาระงาน/ ชิ้นงาน ว่าผู้เรียนรู้อะไร สามารถทำอะไรได้ และจะทำต่อไปอย่างไร ด้วยวิธีการและเครื่องมือที่หลากหลาย

การประเมินค่า/ การตัดสิน (Evaluation) หมายถึง การนำเอาข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากการวัดหลาย ๆ อย่างมาเป็นข้อมูลในการตัดสินผลการเรียน โดยการเปรียบเทียบกับเกณฑ์ (Criteria) ที่สถานศึกษากำหนด เพื่อประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนว่าผู้เรียนมีความเก่งหรืออ่อนเพียงใด บรรลุเป้าหมายที่ต้องการมากน้อยเพียงใด ซึ่งคือการสรุปผลการเรียนนั่นเอง

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในชั้นเรียน (Classroom Assessment) หมายถึง กระบวนการเก็บรวบรวมวิเคราะห์ ตีความ บันทึกข้อมูลที่ได้จากการวัดและประเมิน ทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ โดยการดำเนินการดังกล่าวเกิดขึ้นตลอดระยะเวลาของการจัดการเรียนการสอน นับตั้งแต่ก่อนการเรียนการสอน ระหว่างการเรียนการสอน และหลังการเรียนการสอน โดยใช้เครื่องมือที่หลากหลาย เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน มีความสอดคล้องและเหมาะสมกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด นำผลที่ได้ มาตีค่าเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดในตัวชี้วัดของมาตรฐานสาระการเรียนรู้ของหลักสูตร ข้อมูลที่ได้นี้นำไปใช้ในการให้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับความก้าวหน้า จุดเด่น จุดที่ต้องปรับปรุงให้แก่ผู้เรียน การตัดสินผลการเรียนรู้รวบยอดในเรื่องหรือหน่วยการเรียนรู้ หรือในรายวิชาและการวางแผน ออกแบบการจัดการเรียนการสอนของครู

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 28) การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน ต้องอยู่บนหลักการพื้นฐานสองประการ คือ การประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียนและตัดสินผลการเรียน ในการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนให้ประสบผลสำเร็จนั้น ผู้เรียนจะต้องได้รับการพัฒนาและประเมินตามตัวชี้วัด เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ สะท้อนสมรรถนะสำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นเป้าหมายหลักในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ในทุกระดับ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้เป็นกระบวนการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน โดยใช้ผลการประเมินเป็นข้อมูลและสารสนเทศที่แสดงพัฒนาการ ความก้าวหน้า และความสำเร็จทางการเรียนของผู้เรียน ตลอดจนข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนา และเรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพ

การประเมินผลระดับชั้นเรียน เป็นการวัดและประเมินผลที่อยู่ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนดำเนินการเป็นปกติและสม่ำเสมอในการจัดการเรียนการสอน ใช้เทคนิค

การประเมินอย่างหลากหลาย เช่น การซักถาม การสังเกต การตรวจการบ้าน การประเมินโครงการ การประเมินชิ้นงาน/ภาระงาน แฟ้มสะสมงาน การใช้แบบทดสอบ ฯลฯ โดยผู้สอนเป็นผู้ประเมินเอง หรือเปิดโอกาสให้ผู้เรียนประเมินตนเอง เพื่อนประเมินเพื่อน ผู้ปกครองร่วมประเมิน การประเมินระดับชั้นเรียนเป็นการตรวจสอบว่า ผู้เรียนมีพัฒนาการความก้าวหน้าในการเรียนรู้ อันเป็นผลมาจากการจัดการเรียนการสอนหรือไม่ และมากน้อยเพียงใด มีสิ่งที่จะต้องได้รับการพัฒนา ปรับปรุง และส่งเสริมในด้านใด นอกจากนี้ยังเป็นข้อมูลให้ผู้สอนใช้ปรับปรุงการเรียนการสอนของคนด้วย ทั้งนี้ โดยสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2552, หน้า 13-14) ได้กล่าวถึง เกณฑ์การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ไว้ดังนี้ เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บังเกิดผล ผู้เรียนต้องได้รับการพัฒนาอย่างเพียงพอในความรู้ ทักษะ คุณลักษณะที่กำหนดในตัวชี้วัด โดยมีเวลาเรียนที่เพียงพอต่อการพัฒนาด้วย โดยปกติในระดับประถมศึกษาผู้สอนจะมีเวลาอยู่กับผู้เรียนตลอดปีการศึกษา ประมาณ 200 วัน สถานศึกษาจึงควรบริหารจัดการเวลาที่ได้รับนี้ ให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อการพัฒนาผู้เรียนอย่างรอบด้าน และตระหนักว่าเวลาเรียนเป็นทรัพยากรที่ใช้หมดไปในแต่ละวัน มากกว่าเป็นเพียงองค์ประกอบหนึ่งของการบริหารหลักสูตร การกำหนดให้ผู้เรียนมีเวลาเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของเวลาเรียนตลอดปีการศึกษา จึงเป็นการมุ่งหวังให้ผู้สอนมีเวลาในการพัฒนาผู้เรียน เติมเต็มศักยภาพของผู้เรียน และเพื่อให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ผู้สอนต้องตรวจสอบความรู้ความสามารถที่แสดงพัฒนาการของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ ต่อเนื่อง อีกทั้งต้องสร้างให้ผู้เรียนรับผิดชอบการเรียนรู้ของตน ด้วยการตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเองอย่างสม่ำเสมอเช่นกัน ตัวชี้วัดซึ่งมีความสำคัญในการนำมาใช้ออกแบบหน่วยการเรียนรู้นั้นยังเป็นแนวทางสำหรับผู้สอน และผู้เรียนใช้ในการตรวจสอบย้อนกลับว่า ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือยัง การประเมินในชั้นเรียน ซึ่งต้องอาศัยทั้งการประเมินผลย่อย เพื่อการพัฒนาและการประเมินผลรวมเพื่อสรุปการเรียนรู้ จะเป็นเครื่องมือสำคัญในการตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยผู้สอนกำหนดเกณฑ์ที่ยอมรับได้ในการผ่านตัวชี้วัด ทุกตัวให้เหมาะสมกับบริบทของสถานศึกษา กล่าวคือ ให้ท้าทายการเรียนรู้ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการประเมินว่าสิ่งที่ผู้เรียนรู้ เข้าใจ ทำได้นั้นเป็นที่น่าพอใจ บรรลุตามเกณฑ์ที่ยอมรับได้ หากยังไม่บรรลุจะต้องหาวิธีการช่วยเหลือ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาสูงสุด การกำหนดเกณฑ์นี้ผู้สอนสามารถให้ผู้เรียนร่วมกำหนดด้วยได้ เพื่อให้เกิดความรับผิดชอบร่วมกัน และสร้างแรงจูงใจในการเรียน การประเมิน เพื่อการพัฒนาส่วนมากเป็นการประเมินอย่างไม่เป็นทางการ เช่น สังเกต หรือซักถาม หรือการทดสอบย่อย ในการประเมินเพื่อการพัฒนาี้ ควรให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาจนผ่านเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ผู้เรียนแต่ละคนอาจใช้เวลาเรียนและวิธีการเรียน

ที่แตกต่างกัน ฉะนั้น ผู้สอนควรนำข้อมูลที่ได้มาปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาเต็มศักยภาพ อันจะนำไปสู่การบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ในท้ายที่สุดอย่างมีคุณภาพ การประเมินเพื่อการพัฒนาจึงไม่จำเป็นต้องตัดสินให้คะแนนเสมอไป การตัดสินให้คะแนนหรือให้เป็นระดับคุณภาพควรดำเนินการโดยใช้การประเมินสรุปผลรวม เมื่อจบหน่วยการเรียนรู้และจบรายวิชา

ระดับผลการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานใช้ระบบผ่านและไม่ผ่าน โดยกำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 จากนั้นจึงให้ระดับผลการเรียนที่ผ่านเป็นระบบต่าง ๆ ตามที่สถานศึกษากำหนด ได้แก่ ระบบตัวเลข ระบบตัวอักษร ระบบร้อยละ ระบบที่ใช้คำสำคัญสะท้อนมาตรฐาน ตารางข้างใต้แสดงการให้ระดับผลการเรียนด้วยระบบต่าง ๆ และการเทียบกันได้ระหว่างระบบ กรณีที่สถานศึกษาให้ระดับผลการเรียนด้วยระบบต่าง ๆ สามารถเทียบกันได้ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 เกณฑ์ระดับการประเมินผลการศึกษาขั้นพื้นฐาน

ระบบตัวเลข	ระบบตัวอักษร	ระบบร้อยละ	ระบบที่ใช้คำสำคัญสะท้อนมาตรฐาน		
			5 ระดับ	4 ระดับ	2 ระดับ
4	A	80-100	ดีเยี่ยม	ดีเยี่ยม	
3.5	B+	75-79	ดี		
3	B	70-74		ดี	
2.5	C+	65-69	พอใช้		ผ่าน
2	C	60-64			
1.5	D+	55-59	ผ่าน	ผ่าน	
1	D	50-54			
0	F	0-49	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน	ไม่ผ่าน

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้อาศัยหลักการ เกณฑ์ การวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน เพื่อสะท้อนมาตรฐานการจัดการเรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 โดยเกณฑ์ที่กำหนดระดับคืออยู่ที่ร้อยละ 70 เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบกับค่าคะแนนเฉลี่ยของผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดจากการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ โดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา ต่อไป

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการจัดการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ด้วยกันเป็นกลุ่มย่อย ๆ กลุ่มละ 4-5 คน สมาชิกในกลุ่มมีความแตกต่างกัน เช่น เพศ ความสามารถในการเรียนและสมาชิกในกลุ่มจะต้องช่วยกันเรียนรู้ร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมจนบรรลุผลสำเร็จ

สลาวิน (Slavin, 1990, p. 5) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่าการเรียนด้วยเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ถูกพัฒนาขึ้น นักเรียนจะเสนอความคิดภายในกลุ่ม มีการทำงานร่วมกัน ทำให้บรรลุเป้าหมายและความสำเร็จของกลุ่ม ซึ่งสามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของสมาชิกทุกคนภายในกลุ่มได้ ภายใต้แนวคิด 3 ประการ คือ

1. การให้รางวัลในรูปของกลุ่ม

2. เป็นการรวมกลุ่มของนักเรียน ผู้เรียนแต่ละคนภายในกลุ่มจะให้การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ในการเรียนแต่ละครั้งต้องมั่นใจว่า สมาชิกทุกคนให้กลุ่มเข้าใจและทำได้ เป้าหมายของกลุ่มจะประสบผลสำเร็จได้ ต้องอาศัยความสามารถของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม

3. สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมี โอกาสที่จะช่วยให้กลุ่มประสบผลสำเร็จได้เท่าเทียมกัน นักเรียนทุกคนในกลุ่มมีส่วนช่วยเหลือกลุ่มของตนเอง ให้ผ่านกิจกรรมไปได้เท่าเทียมกัน ทุกคนเก่งปานกลาง และอ่อน สมาชิกในกลุ่มมีส่วนช่วยให้กลุ่มได้รับการยกย่องและประสบผลสำเร็จ

สมเดช บุญประจักษ์ (2544, หน้า 40-53) กล่าวถึงหลักสำคัญของความสำเร็จจากการเรียนรู้แบบร่วมมือว่าต้องประกอบด้วยหลักการที่สำคัญ 3 ประการ คือ

1. รางวัลหรือเป้าหมายของกลุ่ม ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องตั้งเป้าหมายหรือรางวัลไว้ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความพยายามในการเรียนรู้มากขึ้น และพยายามปรับพฤติกรรมของตนเพื่อความสำเร็จของกลุ่ม รางวัลที่กำหนดอาจเป็นสิ่งของ ประกาศนียบัตร คำชมเชย ฯลฯ อย่างไรก็ตามผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนเห็นว่า กลุ่มไม่ควรแข่งขันกันเพื่อจุดประสงค์จะต้องการรางวัลเพียงอย่างเดียว

2. ความสามารถของแต่ละบุคคลในกลุ่ม การจัดการเรียนรู้ถึงแม้จะอยู่ในรูปของกลุ่ม ผู้สอนต้องพยายามให้ผู้เรียนทราบว่า ถึงแม้จะเรียนเป็นกลุ่มแต่ในการวัดความก้าวหน้าของกลุ่มจะวัดจากความสามารถของแต่ละบุคคล ทั้งนี้เพราะเมื่อผู้สอนจะทำการวัดความก้าวหน้าของกลุ่ม จะทำการวัดความสามารถของแต่ละบุคคลในกลุ่มแล้วหาค่าเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม เพื่อเป็นคะแนนของกลุ่ม ดังนั้น จึงนับได้ว่าความสำเร็จหรือความก้าวหน้าของกลุ่มจะขึ้นอยู่กับความสามารถและความรับผิดชอบของแต่ละบุคคลเป็นสำคัญ

3. สมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม มีโอกาสที่จะช่วยให้กลุ่มประสบผลสำเร็จได้เท่าเทียมกัน นักเรียนทุกคนในกลุ่มมีส่วนช่วยเหลือกลุ่มของตนเอง ให้ผ่านกิจกรรมไปได้เท่าเทียมกันทุกคนเก่งปานกลาง และอ่อน

จอยซ์ และวิลส์ (Joyce & Weil, 2004, p. 207) ได้กล่าวว่า เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นเทคนิคที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งในด้านสติปัญญา และด้านสังคม ทั้งนี้เพราะว่ามนุษย์เป็นสัตว์สังคมย่อมมีความสัมพันธ์อันดีระหว่างตนเองกับผู้อื่น ซึ่งสามารถพัฒนาได้โดยใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน นอกจากนี้เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือยังช่วยพัฒนาผู้เรียนทางด้านสติปัญญา ให้เกิดการเรียนรู้จนบรรลุถึงขีดความสามารถสูงสุดได้ โดยมีเพื่อนในวัยเดียวกันเป็นผู้คอยแนะนำช่วยเหลือ ทั้งนี้เนื่องจากผู้เรียนที่อยู่ในวัยเดียวกันย่อมจะมีการใช้ภาษาสื่อสารที่เข้าใจง่ายกว่าครูผู้สอน

ทิสนา แจมมณี (2554, หน้า 65) ได้กล่าวถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการเรียนรู้แบบร่วมมือมีหลายรูปแบบ ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมีวิธีการดำเนินการหลัก ๆ ซึ่งได้แก่ การจัดกลุ่ม การศึกษาเนื้อหา การทดสอบ การคิดคะแนน และระบบการให้รางวัลแตกต่างกันออกไป เพื่อสนองวัตถุประสงค์เฉพาะ แต่ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบใดต่างก็ใช้หลักการเดียวกัน คือ หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ 5 ประการ และมีวัตถุประสงค์และมุ่งตรงไปในทิศทางเดียวกัน คือ เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่ศึกษาอย่างมากที่สุด โดยอาศัยการร่วมมือกัน ช่วยเหลือกัน และแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกลุ่มนักเรียนด้วยกัน ความแตกต่างของแต่ละรูปแบบจะอยู่ที่เทคนิคในการศึกษาเนื้อหาสาระ และวิธีการเสริมแรง และการให้รางวัล เป็นประการสำคัญ

จากข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยได้นำจุดเด่นของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ ให้นักเรียนได้รวมกลุ่มกันทำงาน สมาชิกในกลุ่มได้ช่วยเหลือกัน นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ทำให้เกิดผลดีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะทางสังคมให้ดีขึ้นและเป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนรู้สึกชื่นชอบ

แนวคิดและความสำคัญของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

การเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นยุทธวิธีการจัดการเรียนรู้ โดยจัดให้นักเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ โดยทั่วไปจะจัดกลุ่มละ 4-5 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ คละอยู่ในกลุ่มเดียวกัน นักเรียนแต่ละคนต้องมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ร่วมกัน มีการช่วยเหลือในการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่และช่วยกันคิดแลกเปลี่ยนความรู้ จนทำให้กลุ่มประสบความสำเร็จ การที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนพึ่งพาอาศัยกันอย่างสม่ำเสมอ จะทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และบรรลุผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น อีกทั้งยังสามารถพัฒนาทักษะการทำงานร่วมกันกับผู้อื่นได้ นอกจากนี้แนวคิดดังกล่าวข้างต้น ยังมีนักการศึกษาหลายคนได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบร่วมมือและให้แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ ดังนี้

สลาบิน (Slavin, 1983, pp. 20-21) เชื่อว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือ จะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความภูมิใจในตนเอง กล่าวคือ ผู้เรียนจะเรียนด้วยความสุขและพัฒนาสติปัญญาของตนเองอย่างเต็มที่ พร้อมกับเกิดความรู้สึกที่ดีงามในทางสังคม และจากกระบวนการทำงาน ปรากฏในลักษณะรูปแบบดังนี้



ภาพที่ 3 การเรียนรู้แบบร่วมมือทำให้เกิดความภาคภูมิใจ

สลาบิน (Slavin, 1987, p. 8) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ คือการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่ง ซึ่งนักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ตามปกติจะจัดกลุ่มละ 4 คน และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และความสามารถต่ำ 1 คน โดยสมาชิกในกลุ่มช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียนซึ่งกันและกัน

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson & Johnson, 1990, pp. 235-237) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนมีความคิดและเชื่อมโยงกับกระบวนการ สามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างคล่องแคล่ว ซึ่งมีเหตุผล ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนได้ดี ในกระบวนการที่เป็นพลวัตร (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วม การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากกว่าที่จะคอยรับความรู้จากครูผู้สอน การมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นการท้าทายทางสมองสำหรับนักเรียนที่อยากรู้อยากเห็น จะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับนักเรียนคนอื่น

2. การเรียนเป็นกลุ่ม ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความร่วมมือในการสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ การสื่อสารและการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาพร้อมกับนักเรียนคนอื่น ๆ

3. การทำงานร่วมกันนักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นการสนับสนุนให้เกิดความรู้นอกห้องเรียน กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่ม มีแนวโน้มที่จะชอบความคิดในการแก้ปัญหาของผู้อื่น ทำให้เกิดความรู้ในระดับสูงและตระหนักในคุณค่าของตนเอง

เดวิดสัน (Davidson, 1992, p. 52) กล่าวถึงการเรียนรู้แบบร่วมมือในกลุ่มย่อยว่าสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพกับวิชาคณิตศาสตร์ ในการแก้โจทย์ปัญหา การใช้เหตุผลและการสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเรียนรู้แบบร่วมมือกันในกลุ่มย่อยยังสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนอีกหลายอย่าง เช่น การอภิปราย การสืบสวน การค้นพบ การฝึกทักษะ การทบทวนบทเรียน การระดมพลังสมอง และการหารูปแบบทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

อาทซ์ท์ และนิวแมน (Artzt & Newman, 1990, pp. 448-449) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า เป็นแนวทางการเรียนรู้แบบร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งสมาชิกในกลุ่มต้องระดมสมองว่า พวกเขามีความสำคัญที่จะช่วยให้กลุ่มมีความสำเร็จหรือล้มเหลว ดังนั้นสมาชิกในกลุ่มต้องร่วมมือกันช่วยเหลือในการแก้ปัญหการเรียนรู้ร่วมกัน ครูผู้สอนคอยให้ความช่วยเหลือชี้แนะแหล่งข้อมูล และจัดหาสื่ออุปกรณ์ให้ผู้เรียนได้ตามความสามารถในการเรียนรู้อย่างเต็มที่ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือกัน เป็นวิธีการจัดการเรียนให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยให้สมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบต่อกันร่วมกัน ช่วยกันทำงานที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ โดยมีจุดมุ่งหมายร่วมกัน สมาชิกมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันทำงานอย่างเต็มความสามารถ มีความคิดร่วมกันมีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกันและร่วมมือกันทำงานให้บรรลุผล

ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

จอห์นสัน และคณะ (Johnson et al., 1984, pp. 24-25) ได้กำหนดลักษณะสำคัญของการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. สมาชิกกลุ่มมีความรับผิดชอบร่วมกัน ช่วยกันทำงานที่ได้รับมอบหมายให้สำเร็จ โดยมีจุดมุ่งหมายในการปฏิบัติงานร่วมกัน มีการแบ่งปันอุปกรณ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่ม
2. สมาชิกกลุ่มมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ยอมรับและรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

3. สมาชิกกลุ่มแต่ละคนมีความรับผิดชอบในตัวเองและงานที่ได้รับมอบหมายกล่าวคือแต่ละคนทำงานอย่างเต็มความสามารถ เพื่อพัฒนางานของตนเอง เพื่อนและกลุ่ม

4. สมาชิกกลุ่มมีความชำนาญในการทำงานกลุ่ม มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดี ครูสอนทักษะการทำงานกลุ่มและประเมินการทำงานกลุ่มของนักเรียน การจัดให้นักเรียนที่ขาดทักษะการทำงานกลุ่มมาทำงานกลุ่มร่วมกัน จะทำให้งานไม่ประสบความสำเร็จ

พรรณรัตน์ เจริญธรรม (2533, หน้า 35-36) ได้อธิบายถึงความแตกต่างระหว่างการเรียนรู้แบบร่วมมือและการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมไว้ ดังนี้

1. การเรียนรู้แบบร่วมมือ สมาชิกในกลุ่มมีความรับผิดชอบในการเรียนร่วมกัน สนใจในงานของตนเองเท่ากับการทำงานของสมาชิกกลุ่ม ส่วนการเรียนรู้เป็นกลุ่มแบบเดิมสมาชิกกลุ่มมีความรับผิดชอบร่วมกัน

2. สมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย มีการให้คำแนะนำ ชมเชย เสนอแนะการทำงานกลุ่มของสมาชิก ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้น สมาชิกทุกคนไม่รับผิดชอบการทำงานของตนเองเสมอไป บางครั้งก็ใส่ชื่อของตนเองโดยที่ไม่ได้ทำงาน

3. ในการเรียนรู้แบบร่วมมือนั้นสมาชิกมีความสามารถที่แตกต่างกัน แต่ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้น สมาชิกกลุ่มมีความสามารถใกล้เคียงกัน

4. มีการแลกเปลี่ยนบทบาทของผู้นำ ภายในกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือในขณะที่ผู้นำหรือหัวหน้า จะได้รับการคัดเลือกจากสมาชิกกลุ่มในการเรียนแบบเดิม

5. สมาชิกกลุ่มในการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยเหลือสนับสนุนให้กำลังใจในการทำงานกลุ่ม ช่วยกันรับผิดชอบในการทำงานกลุ่มและแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนทำงานกลุ่ม ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมสมาชิกกลุ่มมีความรับผิดชอบงานของตนเองเท่านั้น อาจแบ่งงานกันไปทำและเอาผลงานมารวมกัน

6. จุดมุ่งหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือนั้น คือ การให้สมาชิกทุกคนได้ใช้ความสามารถอย่างเต็มที่ในการทำงานกลุ่ม โดยยังรักษาสัมพันธภาพในการทำงานกลุ่มที่ดีต่อสมาชิกกลุ่ม ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้นจุดมุ่งหมายอยู่ที่การทำงานให้สำเร็จเท่านั้น

7. นักเรียนจะได้รับทักษะทางสังคม ที่จำเป็นต้องใช้ในขณะทำงานกลุ่ม แต่ทักษะเหล่านั้นจะถูกกลืนสำหรับการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม

8. บทบาทของครูในการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือสังเกตการทำงานของสมาชิกกลุ่ม ในขณะที่การเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมครูไม่สนใจนักเรียนในขณะที่ทำงานกลุ่ม

9. ในการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูเป็นผู้กำหนดวิธีการในการทำงานกลุ่มหรือให้กลุ่มดำเนินงานไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ส่วนในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้นครูไม่สนใจวิธีในการดำเนินงานภายในกลุ่ม ให้สมาชิกในกลุ่มจัดการกันเอง

จากลักษณะความแตกต่างทั้ง 9 ประการข้างต้น สามารถกล่าวโดยสรุปได้ว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือมีความแตกต่างจากการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม ทั้งในด้านตัวนักเรียน ตัวครู บทบาท และความรับผิดชอบในการทำงานของนักเรียนและครูอย่างชัดเจน ซึ่งสามารถเปรียบเทียบได้ดังตารางดังนี้

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบการเรียนรู้แบบร่วมมือกับการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม

กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ Cooperative Learning	กลุ่มการเรียนรู้แบบเดิม Traditional Learning
1. สมาชิกกลุ่มมีความรับผิดชอบร่วมกัน	1. มีความรับผิดชอบเฉพาะตนเอง
2. สมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบในงานของตนเองและสมาชิกกลุ่ม	2. สมาชิกทุกคนอาจจะไม่รับผิดชอบงานของตนเองและของสมาชิกกลุ่ม
3. สมาชิกมีความสามารถที่แตกต่างกัน	3. สมาชิกมีความสามารถใกล้เคียงกัน
4. สมาชิกผลัดเปลี่ยนกันเป็นหัวหน้า	4. สมาชิกเลือกหัวหน้า
5. สมาชิกแบ่งความรับผิดชอบซึ่งกันและกัน	5. สมาชิกรับผิดชอบเฉพาะตนเอง
6. การประเมินผลเน้นวิธีการและผลงาน	6. การประเมินผลเน้นที่ผลงาน
7. ครูการจัดการเรียนรู้ทักษะทางสังคม	7. ทักษะทางสังคมถูกละเลยไม่มีการจัดการเรียนรู้
8. ครูสังเกตการณ์แนะนำการทำงานเป็นกลุ่ม	8. ครูละเลยไม่สนใจการทำงานกลุ่ม
9. ครูเน้นวิธีทำงานเป็นกลุ่ม	9. วิธีการทำงานกลุ่มมีน้อย

สลาบิน (Slavin, 1995, pp. 16-19) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือทำให้นักเรียนเรียนได้ดีกว่าการเรียนแบบกลุ่มเดิม ซึ่งมีทฤษฎีแรงจูงใจ (Motivation Theory) เป็นเทคนิคจูงใจในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยเน้นรางวัลเป็นโครงสร้างและเป้าหมายในการปฏิบัติที่มีลักษณะเฉพาะ 3 อย่าง คือ การร่วมมือกันปรับปรุงเป้าหมายเฉพาะบุคคล การแข่งขันกันกำหนดเป้าหมายรายบุคคลและความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลที่ให้ความพยายามไปสู่เป้าหมาย การใช้เทคนิคแรงจูงใจจากโครงสร้างเป้าหมาย ทำให้นักเรียนบรรลุเป้าหมายได้ ซึ่งทำให้กลุ่มประสบความสำเร็จด้วย นอกจากนี้การประชุมเพื่อกำหนดเป้าหมายทำให้นักเรียนต้องระลึกเสมอว่า ทำอย่างไรให้กลุ่ม

ประสบความสำเร็จซึ่งมีความสำคัญมาก การเสริมกำลังใจของกลุ่มด้วยการให้สมาชิกทำงานเต็มความสามารถทำให้การปฏิบัติงานบรรลุตามเป้าหมาย และสร้างความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล และผลตอบแทนที่กลุ่มได้รับยังเป็นการเสริมแรงทางสังคมด้วย

องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

การเรียนรู้แบบร่วมมือนั้น เป็นการเรียนที่แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน สมาชิกในกลุ่มจะมีเป้าหมายในการทำงานร่วมกัน มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันเพื่อให้งานบรรลุเป้าหมาย

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson & Johnson, 1990, pp. 105-107) ได้สรุปองค์ประกอบของกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือกันไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (Positive Interdependence)

1.1 อธิบายงานที่ให้นักเรียนปฏิบัติอย่างชัดเจน

1.2 แจกจุดประสงค์หรือเป้าหมายของกลุ่ม

1.3 นักเรียนต้องเข้าใจและยอมรับว่า ความพยายามของตนให้ผลดีแก่ตนเองและต่อสมาชิกกลุ่มทุกคน การยอมรับและการพึ่งพาอาศัยทางบวกจะช่วยสร้างความผูกพันในภาระหน้าที่ต่อความสำเร็จของกลุ่มเช่นเดียวกับความสำเร็จของตนเอง ซึ่งเป็นหัวใจของการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน

2. การมีความรับผิดชอบต่อตนเองและต่อกลุ่ม (Individual and Group Accountability)

2.1 สมาชิกกลุ่มทุกคนต้องมีความรับผิดชอบต่อผลสำเร็จของกลุ่มร่วมมือร่วมใจกันปฏิบัติงาน โดยไม่เอาตัวเขาเปรียบซึ่งกันและกัน

2.2 สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องมีความเข้าใจตรงกัน เกี่ยวกับเป้าหมายการทำงานกลุ่ม ต้องสามารถวัดได้ รวมถึงความก้าวหน้าและความพยายามในการปฏิบัติงาน เพื่อให้ทราบว่าสมาชิกคนใดต้องการความช่วยเหลือ การสนับสนุน การกระตุ้นแรงเสริมเป็นพิเศษ เพื่อให้ปฏิบัติงานได้เป็นผลสำเร็จ โดยที่ทุกคนต้องเข้มแข็งและพัฒนาขึ้น

3. การมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีและการสร้างสรรค์ต่อกันระหว่างบุคคล และสมาชิกทุกคนในกลุ่ม เนื่องจากนักเรียนต้องปฏิบัติงานร่วมกันอย่างจริงจัง ทุกคนต้องสนับสนุนช่วยเหลือกันเพื่อให้ประสบผลสำเร็จในเป้าหมายเดียวกัน โดยแบ่งปัน สื่อ วัสดุ อุปกรณ์ ช่วยเหลือสนับสนุน กระตุ้นและชมเชยในความพยายามของกันและกัน การเรียนรู้แบบร่วมมือกันเป็นระบบการให้การสนับสนุนกันทั้งทางด้านวิชาการและการบุคคล จะเห็นได้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน การช่วยเหลือ การสนับสนุนพึ่งพาอาศัยกัน จะปรากฏก็ต่อเมื่อ นักเรียนช่วยเหลือกันด้วยการยอมรับวิธีการแก้ปัญหา วิธีปฏิบัติร่วมอภิปราย ระดมความรู้ที่ได้เรียนมาสอนอธิบาย เพื่อเสริมให้แก่เพื่อนด้วยการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

4. การจัดการเรียนรู้ทักษะทางสังคม ทักษะในการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัย และทักษะปฏิบัติงานกลุ่มที่จำเป็น การเรียนรู้แบบร่วมมือกันเป็นกิจกรรมที่ซับซ้อนละเอียดมากกว่าการเรียนรู้แบบแข่งขันหรือการเรียนรู้ด้วยตัวเอง เพราะนักเรียนจะต้องเรียนทั้งสาระความรู้ด้านวิชาการ เช่นเดียวกับทักษะทางสังคม การปฏิบัติงานร่วมกันภายในกลุ่ม ดังนั้น สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนจะต้องรู้เข้าใจและมีความสามารถในการใช้ภาวะผู้นำอย่างมีประสิทธิภาพ การตัดสินใจ การสร้างความเชื่อถือ การสื่อความหมาย การจัดการแก้ไขข้อขัดแย้งในกลุ่ม และการมุ่งใจในการปฏิบัติในเรื่องต่าง ๆ ดังนั้นครูผู้สอนจึงต้องสอนทักษะการทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นทีม ให้นักเรียนเข้าใจและปฏิบัติได้ถูกต้องเช่นเดียวกับการให้ความรู้และทักษะทางวิชาการต่าง ๆ เพราะการร่วมมือกับการขัดแย้งมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

5. กระบวนการกลุ่มหรือการปฏิบัติงานกลุ่ม เป็นองค์ประกอบที่สำคัญองค์ประกอบหนึ่งของการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน กระบวนการจะปรากฏเมื่อสมาชิกกลุ่มร่วมกันอภิปรายจนบรรลุผลสำเร็จตามเป้าหมาย โดยสมาชิกกลุ่มทุกคนมีความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ดังนั้น กลุ่มจะต้องอธิบายให้สมาชิกกลุ่มเข้าใจการปฏิบัติงานอย่างไรที่ช่วยและไม่ช่วยให้งานกลุ่มบรรลุผลสำเร็จตามเป้าหมาย และช่วยตัดสินใจว่าพฤติกรรมกลุ่มใดในกลุ่มที่ควรปฏิบัติต่อไป พฤติกรรมใดควรเปลี่ยนแปลง กระบวนการเรียนรู้จะเกิดอย่างต่อเนื่องเป็นผลมาจากการวิเคราะห์อย่างละเอียดว่า สมาชิกกลุ่มปฏิบัติงานร่วมกันอย่างไร และประสิทธิภาพกลุ่มจะพัฒนายิ่งขึ้นอย่างไร องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือกันดังกล่าว ไม่เพียงแต่เป็นคุณลักษณะของการเรียนรู้แบบร่วมมือกันที่มีประสิทธิภาพ แต่เป็นวินัยข้อควรปฏิบัติอย่างจริงจังในการสร้างสรรค์เงื่อนไขสำหรับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล นอกจากองค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือกันที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว ยังมีส่วนประกอบของกระบวนการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความร่วมมือ ประกอบด้วยดังต่อไปนี้

5.1 การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มย่อยทำได้หลายวิธี เช่น การจัดกลุ่มแบบสุ่ม การจัดกลุ่มตามความสนใจ คือ นักเรียนที่สนใจศึกษาหัวข้อเดียวกันมาทำงานร่วมกันหรือจัดกลุ่มแบบความสามารถ การจัดกลุ่มแบบนี้เป็นการจัดกลุ่มที่นักวิจัยและนักศึกษานิยมใช้กันมาก ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก 4 - 6 คน เมื่อจัดนักเรียนเข้ากลุ่มแล้วควรจัดให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกันเป็นเวลาประมาณ 5 - 6 สัปดาห์ จึงเปลี่ยนกลุ่มใหม่ เพราะค่อนข้างแน่ใจว่านักเรียนเกิดทักษะการเรียนรู้ร่วมกัน การจัดกลุ่มแบบความสามารถประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน ความสามารถต่ำ 1 คน โดยในกลุ่ม 4 คนนี้ จะต้องมีการกระจายในเรื่องเพศและเชื้อชาติ การจัดกลุ่มแบบนี้เป็นที่นิยมเนื่องจากเหตุผลต่อไปนี้

5.1.1 เปิดโอกาสให้เกิดการสนับสนุนช่วยเหลือกันระหว่างสมาชิกในกลุ่ม (Peer Tutoring) ได้เต็มที่

5.1.2 ส่งเสริมให้เกิดความรู้สึก ความเข้าใจที่ดีต่อกันระหว่างสมาชิกที่มีเพศ และเชื้อชาติต่างกัน

5.1.3 ง่ายต่อการสร้างบรรยากาศ ให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าตนเองเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มและกลุ่มเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มชั้น สร้างความรู้สึกพึ่งพากันขึ้นในกลุ่ม ความรู้สึกพึ่งพากันเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนทุกคนมีหน้าที่ และตระหนักถึงหน้าที่ของตนว่าต้องทำอะไรบ้างในการเรียนครั้งนั้น ๆ ทั้งยอมรับในความแตกต่างระหว่างเพื่อนสมาชิกและรับรู้ว่าคุณค่าทุกคนเทียบเท่ากัน ความสำเร็จของกลุ่มขึ้นกับสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ดังนั้นสมาชิกทุกคนต้องมีความรับผิดชอบ ต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย การสร้างความรู้สึกพึ่งพากันให้เกิดขึ้นได้ขึ้นอยู่กับสิ่งต่อไปนี้

5.1.3.1 เป้าหมาย ถ้าเป้าหมายของสมาชิกและเป้าหมายของกลุ่มสอดคล้องกัน การพึ่งพากันทางบวกย่อมเกิดขึ้นได้ง่าย กลยุทธ์ในการทำให้สมาชิกมีเป้าหมายเดียวกันเพื่อไปสู่ ความสำเร็จร่วมกัน เช่น การแจกเอกสาร แบบฝึกปฏิบัติ หรือสื่อการเรียนอื่น ๆ ให้กลุ่มละ 1 ชุด เท่านั้น เพื่อให้เกิดการวางแผนใช้เครื่องมือ การใช้สื่อการเรียนร่วมกัน โดยให้ส่งผลงานเป็น งานกลุ่ม ๆ ละ 1 ชิ้น หรือให้นักเรียนในกลุ่มศึกษาเอกสารที่ได้รับและตรวจสอบกันและกันว่า ทุกคนมีความเข้าใจเนื้อหาเหมือนกับโครงสร้างของการทำกิจกรรม โดยครูแจกแบบฝึกปฏิบัติหรือ มอบหมายงานที่ต้องทำร่วมกันภายในกลุ่มหรือให้ส่งงานที่เป็นผลงานของกลุ่ม นำเสนอผลงาน ของกลุ่มต่อชั้นเรียนหรือมีการแบ่งงานระหว่างสมาชิก ซึ่งต้องนำชิ้นงานแต่ละส่วนมารวมกัน เพื่อให้งานของกลุ่มสมบูรณ์

5.1.3.2 โครงสร้างของรางวัล การให้รางวัลหรือคะแนนจะอยู่ในรูปของ คะแนนกลุ่มการกำหนดคะแนนกลุ่มทำได้หลายวิธี เช่น

- การนำคะแนนของสมาชิกทุกคนมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม
- การนับจำนวนสมาชิกที่คะแนนถึงเกณฑ์ใช้ผลรวมของสมาชิกเป็นคะแนนกลุ่ม
- การสุ่มเลือกคะแนนของสมาชิกคนใดคนหนึ่งเป็นคะแนนกลุ่ม
- การใช้คะแนนของสมาชิกที่มีคะแนนต่ำสุดเป็นคะแนนกลุ่ม

นอกจากนี้อาจใช้ระบบการให้คะแนนรวม (Joint Reward) เช่น ถ้าสมาชิกทุกคนของกลุ่มใดได้คะแนนคิดเป็นร้อยละ 90 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม สมาชิกของกลุ่มนั้นจะได้ คะแนนพิเศษ (Bonus Point) อีกคนละ 5 คะแนน

5.1.3.3 บทบาทสมาชิก สมาชิกทุกคนต้องมีความรับผิดชอบในหน้าที่ที่ได้รับ มอบหมายและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน โดยแต่ละคนควรมีหน้าที่ต่อไปนี้

- ผู้ตรวจสอบ (Checker) เช่น ตรวจสอบความเข้าใจ ความเห็นที่สอดคล้องกัน
- ผู้สนับสนุน (Encourager) เช่น สนับสนุนความพยายาม ความคิดเห็น
ความช่วยเหลือกัน เป็นต้น
- ผู้จดบันทึก (Recorder) เช่น บันทึกความคิดเห็น การตัดสินใจ
การดำเนินงานและผลผลิตหรือผลลัพธ์
- ผู้ติดตามการทำงาน (Task Master) เช่น กระตุ้นให้ทุกคนเอาใจใส่ใน
การทำงานให้เสร็จทันเวลา
- ผู้รักษากติกาของกลุ่ม (Gatekeeper) เช่น การปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย
อย่างเต็มที่ ไม่ผลัดภาระให้เพื่อน
- ผู้รายงาน (Reporter) แลกเปลี่ยนผลงานกับกลุ่มอื่น นำเสนอผลงานต่อ
ชั้นเรียน

5.2 การให้ความรู้เกี่ยวกับทักษะทางสังคม ถ้านักเรียนไม่มีทักษะทางสังคมเป็นการยากที่กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือกันจะประสบผลสำเร็จ ครูอาจต้องสอนทักษะทางสังคมที่จำเป็นในการทำงานร่วมกันให้แก่นักเรียนและเตือนให้นักเรียนใช้ทักษะดังกล่าว เช่น ความเป็นผู้นำ การตัดสินใจ การสร้างความไว้วางใจ การสื่อสาร และทักษะการจัดการ ทักษะทางสังคมที่เป็นพื้นฐานในการทำงานกลุ่มดังนี้

5.2.1 ทักษะการจัดกลุ่ม (Forming Skills) นักเรียนต้องมีทักษะในการจัดกลุ่มอย่างรวดเร็ว ไม่ส่งเสียงรบกวนผู้อื่น นั่งทำงานในกลุ่มของตน ชักถามและปรึกษาให้ไต่กันภายในกลุ่ม ผลัดเปลี่ยนการทำงานที่ต่าง ๆ เช่น ผู้บันทึก ผู้สนับสนุน ผู้ตรวจสอบ ผู้รายงาน ขอมรับและให้ความสำคัญแก่สมาชิกทุกคนเท่าเทียมกัน

5.2.2 ทักษะการปฏิบัติงานกลุ่ม (Functioning Skills) เป็นทักษะในการปฏิบัติร่วมกัน เพื่อให้เกิดความสำเร็จ รักษาความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างสมาชิกในกลุ่ม ซึ่งเป็นทักษะเกี่ยวกับเรื่องต่อไปนี้

5.2.2.1 การแลกเปลี่ยนความคิด การแสดงความคิดเห็น การอธิบาย และการใช้อุปกรณ์ร่วมกัน

5.2.2.2 การถามคำถามเพื่อต้องการทราบเหตุผลและข้อเท็จจริง ตอบคำถาม อภิปราย และแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้ ขอมรับฟังความคิดเห็นของสมาชิกทุกคน มิใช่ฟังความคิดเห็นของคนเก่งเท่านั้น

5.2.2.3 โต้เถียงด้วยเหตุผลไม่มีอคติต่อด้านบุคคลใช้คำพูดที่สุภาพและไม่ทำตัวเป็นเผด็จการ

5.2.2.4 สร้างบรรยากาศที่ดีในการทำงานกลุ่ม มีอารมณ์ขันและรักษาน้ำใจ

5.2.3 ทักษะในการสรุปความคิดเห็น (Formulation Skills) เป็นทักษะที่จำเป็นในการพัฒนาการเรียนรู้ ให้คิดตามลำดับขั้นอย่างมีเหตุผล ได้แก่

5.2.3.1 การสรุปความคิดเห็นหรือข้อเท็จจริงด้วยการพูดปากเปล่า โดยไม่ต้องดูจากกำปั้นถือ

5.2.3.2 การตรวจสอบความถูกต้องของผลงานกลุ่ม โดยการแก้ไขปรับปรุงข้อคิดเห็นที่ยังไม่ถูกต้องของเพื่อนสมาชิก เพิ่มเติมใจความสำคัญที่ขาดหายไป สืบถามและแสดงความคิดเห็นของตนเองในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ

5.2.3.3 สมาชิกทุกคนร่วมกันตรวจสอบผลงาน คำตอบของกลุ่มก่อนนำเสนอครู และสมาชิกทุกคนมีมติเป็นเอกฉันท์ยอมรับผลงานของกลุ่มเสมือนเป็นผลงานของตนเอง

จากองค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน จะเห็นได้ว่า การเรียนกิจกรรมแบบร่วมมือกันจะช่วยให้ให้นักเรียนได้ฝึกฝนและพัฒนาทักษะในด้านทักษะทางสังคม การทำงานร่วมกับผู้อื่นการยอมรับซึ่งกันและกัน รวมถึงการสื่อความหมายเป็นอย่างดี

รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

สลาบิน (Slavin, 1980, p. 320) ได้เสนอรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ดังนี้ เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) เป็นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันประเภทหนึ่งในจำนวนหลาย ๆ ประเภทโดยมีส่วนประกอบสำคัญอยู่ 5 ประการ

1. การเสนอบทเรียนต่อชั้นเรียนทั้งชั้น ในชั้นแรกจะเป็นการจัดการเรียนรู้เนื้อหาสาระตลอดจนสื่อต่าง ๆ ในชั้นเรียน โดยครูเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น โดยใช้กิจกรรมที่เหมาะสมกับบทเรียน ทั้งนี้ต้องทำให้ผู้เรียนเข้าใจวิธีการของ STAD อย่างแจ่มแจ้ง เพราะผู้เรียนจะได้รู้เนื้อหาต่าง ๆ และนำไปทดสอบ ซึ่งส่งผลถึงคะแนนของกลุ่ม

2. การเรียนกลุ่มย่อย ภายในกลุ่มหนึ่ง ๆ จะประกอบด้วยสมาชิกประมาณ 4-5 คน ซึ่งจะต้องทำคะแนนให้กลุ่มของตนให้มากที่สุด การจัดทีมจะคละกันในด้านความสามารถและเพศ หน้าที่ของกลุ่มคือการให้สมาชิกของกลุ่มทำคะแนนสอบย่อยให้ดีที่สุด หลังจากทีครูเสนอเนื้อหาสาระและสื่อต่าง ๆ ในชั้นเรียนแล้ว การทำกิจกรรมย่อย นักเรียนจะศึกษาจากบัตรงาน บัตรกิจกรรม หรือเนื้อหาของแต่ละคน โดยมากในกลุ่มจะทำทุกอย่างให้ได้ดีที่สุด เพื่อคะแนนของกลุ่มและระบบกลุ่มทั้งระบบจะช่วยแก้ปัญหาของสมาชิกแต่ละคน

3. การทดสอบย่อยหลังจากปฏิบัติกิจกรรม คือ ศึกษาเนื้อหาและร่วมมือกันแก้ปัญหาต่าง ๆ ในกลุ่มได้แล้วประมาณ 1 - 2 คาบ จะมีการทดสอบย่อย โดยผู้เรียนแต่ละคนจะทำแบบทดสอบด้วยตนเอง ไม่มีการช่วยเหลือกันเหมือนตอนทำกิจกรรมกลุ่มย่อย ๆ ทุกคนจะทำคะแนนให้ดีที่สุดเท่าที่จะทำได้ เพื่อจะให้กลุ่มบรรลุเป้าหมายได้

4. คะแนนความก้าวหน้าของแต่ละบุคคลการคิดคะแนนของกลุ่มคิดคำนวณจากคะแนนความก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม โดยที่แต่ละคนมีคะแนนฐานไม่เท่ากัน โดยครูจะกำหนดคะแนนฐานของแต่ละคนจากผลการสอบครั้งสุดท้าย ผู้เรียนจะทำคะแนนจากการทดสอบย่อยให้มากกว่าคะแนนฐานของตน

5. กลุ่มที่ได้รับการยกย่องของแต่ละกลุ่ม จะได้รับการรับรองหรือรางวัลต่าง ๆ ก็ต่อเมื่อสามารถทำคะแนนให้มากกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ในการจัดการเรียนรู้ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือนั้น จะต้องเตรียมความพร้อมของผู้เรียน ทั้งในบทบาทหน้าที่ บทบาทสมาชิกแต่ละคนรวมถึงการปฏิบัติเพื่อให้กลุ่มบรรลุเป้าหมาย ซึ่งครูจำเป็นต้องดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

เปรมจิตต์ ขจรภักดาเช่น (2536, หน้า 8-9) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือโดยทั่วไป ดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูสอนทักษะในการเรียนรู้แบบร่วมมือ จัดกลุ่มเด็กตามความสามารถ ซึ่งแบ่งเป็นเด็กเก่ง เด็กปานกลาง เด็กอ่อน ให้ละกันในทุกกลุ่ม เพื่อความเท่าเทียมกันในการเรียน และความยุติธรรมของกลุ่ม ทุกกลุ่มต้องแบ่งจำนวนเด็กเก่ง เด็กปานกลาง และเด็กอ่อน กลุ่มละเท่า ๆ กัน โดยเรียงจัดอันดับเด็กที่ได้อันดับแรกไปจนถึงอันดับสุดท้ายของห้อง แล้วเรียงใส่ชื่อกลุ่ม เช่น A-D เป็น 4 กลุ่ม แล้วสลับเรียงย้อนจาก D-A สลับไปจนครบเพื่อให้เด็กเก่งได้ช่วยเหลือเด็กอ่อน ส่วนชื่อกลุ่มจะมีการตั้งใหม่แล้วแต่สมาชิกในกลุ่ม จะเห็นสมควรอีกครั้ง ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 การกำหนดนักเรียนเข้ากลุ่มตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
นักเรียนเก่ง	1	A	นักเรียนปานกลาง	9	A
	2	B		10	B
	3	C		11	C
	4	D		12	D
นักเรียนปานกลาง	5	D	นักเรียนอ่อน	13	D
	6	C		14	C
	7	B		15	B
	8	A		16	A

จากตารางที่ 4 เป็นการจัดกลุ่มตามระดับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการสอบปลายปีของนักเรียนในปีการศึกษาที่ผ่านมา แล้วเรียงลำดับนักเรียนเข้ากลุ่มทั้งหมด 4 กลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก ดังนี้

กลุ่ม A ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 1, 8, 9, 16

กลุ่ม B ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 2, 7, 10, 15

กลุ่ม C ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 3, 6, 11, 14

กลุ่ม D ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 4, 5, 12, 13

เมื่อดำเนินการจัดกลุ่มนักเรียนแล้ว ครูบอกวัตถุประสงค์ของบทเรียนและบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

2. ขั้นสอน ครูสอนเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ด้วยวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมแล้วให้งาน

3. ขั้นทำงานกลุ่ม นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย แต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ของตนช่วยกันแก้ปัญหา อภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดมากกว่าดูคำเฉลยหรือรอคำเฉลยจากครู

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ

4.1 ตรวจสอบผลงาน ถ้าเป็นงานกลุ่มสมาชิกในกลุ่มเซ็นชื่อในผลงานที่ส่งครูอาจประเมินด้วยการหยิบผลงานของกลุ่มขึ้นมาแล้วถามสมาชิกกลุ่มคนใดคนหนึ่ง เกี่ยวกับชิ้นงานนั้น และถ้าเป็นงานเดี่ยวครูอาจให้ นักเรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มอธิบายวิธีหาคำตอบของเขาที่ได้จากการเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม

4.2 ครูทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือกันและเมื่อครูตรวจผลการสอบแล้วจะคำนวณและเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มให้นักเรียนทราบ และถือว่าเป็นคะแนนของนักเรียนในกลุ่มด้วย

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยอภิปรายผลงานของนักเรียน และวิธีการทำงานของนักเรียน รวมถึงวิธีการปรับปรุงการทำงานกลุ่มด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองทั้งทางด้านวิชาการและทางด้านสังคม

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson & Johnson, 1991, pp. 101-102) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. ขั้นเตรียม ประกอบด้วยครูเป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำถึงบทบาทของนักเรียน การแบ่งกลุ่มการเรียนรู้ แจกวัตถุประสงค์ของการเรียนในแต่ละบท แต่ละคาบและฝึกฝนทักษะพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม

2. ขั้นสอน ครูจะทำการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ที่ประกอบด้วย การนำเข้าสู่บทเรียน แนะนำเนื้อหา แนะนำแหล่งข้อมูลและมอบหมายงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. ขั้นทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนแต่ละคนจะมีบทบาทหน้าที่ของตนเองในการทำ กิจกรรมกลุ่มตามที่ได้รับมอบหมายและจะช่วยเหลือกันทำให้เกิดการเสริมแรงและสนับสนุนกัน
4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ เป็นการตรวจสอบว่าผู้เรียนได้ ปฏิบัติหน้าที่ ครบถ้วนหรือไม่ ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไร เน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายบุคคล ต่อจากนั้นเป็นการทดสอบ
5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่ยังไม่เข้าใจครูควรอธิบายเพิ่มเติมและช่วยกันประเมินผลการทำงานกลุ่ม หาจุดเด่น และสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไข

เปรมจิตต์ ขจรภักดาเช่น (2536, หน้า 4) ได้เสนอวิธีการวัดผลกิจกรรมการเรียนรู้ แบบร่วมมือซึ่งเป็นแบบอิงเกณฑ์ ดังนี้

1. ให้คะแนนรายบุคคลรวมกับคะแนนพิเศษ ถ้าทุกคนในกลุ่มทำงานได้ตามเกณฑ์ที่ครู กำหนดไว้
2. ให้คะแนนรายบุคคลรวมกับคะแนนพิเศษ โดยคิดเกณฑ์คะแนนต่ำสุด
3. ให้คะแนนรายบุคคลรวมกับคะแนนพิเศษ ซึ่งเป็นคะแนนความก้าวหน้า
4. ให้คะแนนเท่ากันสำหรับคนในกลุ่มทั้งหมด
5. เลือกงานคนใดคนหนึ่งในกลุ่มตรวจแล้วให้คะแนน
6. ตรวจผลงานในกลุ่ม แล้วหาคะแนนเฉลี่ยบวกกับคะแนนการทำงานร่วมกัน

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่เหมาะสมสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์วิธีหนึ่ง ก็คือ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค กลุ่มผลสัมฤทธิ์ ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาส่วนใหญ่ต่อเนื่องกัน ไม่สามารถ แบ่งเป็นหัวข้อย่อยๆ ให้นักเรียนแยกกันไปศึกษาได้ และการที่นักเรียนศึกษาบทเรียนเพียงลำพัง เป็นสิ่งที่ยากที่นักเรียนจะเข้าใจบทเรียนอย่างลึกซึ้ง ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนจำเป็นต้องมี สิ่งที่จะเกิดความเข้าใจเรื่องที่เรียนอย่างแท้จริง เพราะความรู้แต่ละเรื่องจะเป็นพื้นฐานในการเรียน เรื่องต่อไป จึงจำเป็นต้องคำนึงถึงผลการเรียนรู้รายบุคคลของนักเรียน เพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด แล้วจึงมีการฝึกทักษะ ซึ่งการให้นักเรียนเรียนรู้เป็นกลุ่ม และฝึกทักษะเป็นกลุ่มจะให้นักเรียน สามารถเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีในกลุ่มเพื่อน นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน มีความร่วมมือและประยุกต์ใช้เนื้อหาที่เรียนมาแล้ว เหมาะกับวัยอันเป็นธรรมชาติของนักเรียน และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ สอดคล้องกับงานวิจัยเรื่องการพัฒนา

กิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้ พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 80.00 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ได้แก่ ทักษะการทำงานกลุ่ม การช่วยเหลือกันด้วยความมีน้ำใจ ตระหนักถึงความสำคัญของตนเอง ซึ่งเกิดขึ้นขณะจัดการเรียนรู้ (สุภาภรณ์ โม่แซง, 2551, หน้า 93-95) และงานวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และทักษะทางสังคมระหว่างการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการเรียนรู้เป็นกลุ่มที่เน้นผลสัมฤทธิ์และเทคนิคการสืบเสาะแสวงหาความรู้เป็นกลุ่มของชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ให้ผลว่าผลสัมฤทธิ์ก่อนและหลังเรียนรู้แบบร่วมมือเรื่องเวลา มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (ยุพา พุ่มกะจูน, 2552, หน้า 86-95)

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD)

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เป็นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันที่สละวิน และคณะได้พัฒนาขึ้น เป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุดและใช้กันแพร่หลายที่สุด เหมาะสำหรับครูผู้สอนที่เลือกใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ เทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ทั้ง 5 ขั้นมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น ประกอบด้วย การแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ แจ้งคะแนนฐานของแต่ละบุคคล บอกเกณฑ์และรางวัล ทบทวนความรู้และสอนเนื้อหาใหม่ของบทเรียนต่อนักเรียนทั้งห้องโดยครูผู้สอน ซึ่งครูผู้สอนต้องใช้การจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมตามลักษณะของเนื้อหาบทเรียน โดยใช้สื่อการจัดการเรียนรู้ประกอบคำอธิบายของครู เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาบทเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย ซึ่งแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก 4 คน ซึ่งสมาชิกกลุ่มจะมีความแตกต่างกันเรื่องระดับสติปัญญา ซึ่งหน้าที่สำคัญของกลุ่มก็คือการเตรียมสมาชิกของกลุ่มให้สามารถทำแบบทดสอบได้ดี กิจกรรมของกลุ่มจะอยู่ในรูปการอภิปรายหรือการแก้ปัญหาร่วมกัน การแก้ความเข้าใจผิดของเพื่อนในกลุ่ม กลุ่มจะต้องทำให้ดีที่สุดเพื่อช่วยสมาชิกแต่ละคนของกลุ่ม

จะต้องช่วยสอนเสริม เพื่อให้เพื่อนในกลุ่มเข้าใจเนื้อหาสิ่งที่เรียนมาทั้งหมด ซึ่งการทำงานของกลุ่ม เน้นความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่ม การนับถือตนเอง (Self-Esteem) และการยอมรับเพื่อน ที่เรียนอ่อนซึ่งสิ่งที่นักเรียนควรคำนึงถึงคือ นักเรียนช่วยเหลือเพื่อนให้รู้เนื้อหาอย่างถ่องแท้ นักเรียนไม่สามารถศึกษาเนื้อหาจบคนเดียว โดยที่เพื่อนในกลุ่มไม่เข้าใจ ถ้าหากไม่เข้าใจควรปรึกษา เพื่อนในกลุ่มก่อนปรึกษาครู และในการปรึกษาในกลุ่มไม่ควรส่งเสียงดังรบกวนกลุ่มอื่น และ ให้แต่ละกลุ่มย่อยศึกษาหัวข้อที่เรียนจากใบงานหรือแบบฝึกหัดที่ครูกำหนดประมาณ 2-3 ข้อ โดยสมาชิกในกลุ่มช่วยกันปฏิบัติตามใบงานและแบ่งหน้าที่กัน ดังนี้

คนที่ 1 อ่านคำถามระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องหาคำตอบ

คนที่ 2 จัดหาข้อมูลและวางแผนการดำเนินแก้ปัญหา

คนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาและเขียนรายงานแสดงการแก้ปัญหา พร้อมทั้งอธิบาย ขั้นตอนให้สมาชิกในกลุ่มเข้าใจ

คนที่ 4 ประเมินขั้นตอนทั้งหมดและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อยหลังจากเรียนไปแล้ว นักเรียนจะต้องไปรับการทดสอบ โดยครู ทำการทดสอบวัดความเข้าใจประมาณ 15 - 20 นาที และคะแนนที่ได้จากการทดสอบจะถูกแปลง เป็นคะแนนของแต่ละกลุ่มที่เรียกว่า คะแนนกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ซึ่งในการทดสอบนักเรียนทุกคน จะทำข้อสอบตามความสามารถของตน โดยไม่มีการช่วยเหลือกัน

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนในการพัฒนาดตนเองและของกลุ่ม ซึ่งเป็นคะแนนที่ได้จาก การเปรียบเทียบคะแนนที่สอบได้กับคะแนนฐาน (Base Score) โดยคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนน ความก้าวหน้าของผู้เรียน ซึ่งนักเรียนจะทำได้หรือไม่ขึ้นอยู่กับความขยันที่เพิ่มขึ้นจากครั้งก่อน หรือไม่ ทุกคนมีโอกาสได้คะแนนสูงสุด เพื่อช่วยกลุ่มหรืออาจไม่ได้เลยถ้าหากได้คะแนนน้อยกว่า คะแนนฐานเกิน 10 คะแนน ในการทดสอบแต่ละครั้งนักเรียนแต่ละคนจะได้คะแนนพัฒนา จากนั้นก็นำคะแนนของแต่ละคนในกลุ่มมารวมกันแล้วคิดเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ถ้ากลุ่มใด ได้คะแนนเฉลี่ยสูงถึงเกณฑ์ที่กำหนด ครูจะให้รางวัล การที่กลุ่มประสบความสำเร็จได้นั้น ต้องขึ้นอยู่กับคะแนนของสมาชิกทุกคน สลาวินได้ให้แนวปฏิบัติการคิดคะแนนพัฒนาไว้ดังนี้ ให้นำคะแนนแบบทดสอบของแต่ละคนไปเทียบกับคะแนนฐาน แล้วคิดเทียบเป็นคะแนนพัฒนา ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จากนั้นนำคะแนนพัฒนาของสมาชิกในกลุ่มมารวมกันแล้วนำมาคิดเป็น คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มถ้ากลุ่มใดได้คะแนนสูงหรือถึงเกณฑ์ที่กำหนด ก็จะได้รางวัลซึ่งเป็น เครื่องหมายแห่งความสำเร็จ การคิดคะแนนฐานทำได้โดยการนำระดับผลการเรียน ในวิชาเดียวกัน ของภาคเรียนที่ผ่านมาหรือคะแนนจากหน่วยทดสอบที่ผ่านมาแล้ว นำมาเฉลี่ยเป็นคะแนนฐาน โดยในการสอบแต่ละครั้งจะต้องมีคะแนนเต็มเท่ากันคือ 100 คะแนน เช่น ถ้าสมศักดิ์ทำการทดสอบ

4 ครั้ง ได้คะแนน ดังนี้ 80, 86, 78 และ 92 คะแนนตามลำดับ สมศักดิ์จะมีคะแนนฐาน 84 คะแนน
แล้วนำคะแนนฐานไปเปรียบเทียบกับคิดหาคะแนนพัฒนา (Improvement Points) โดยมีเกณฑ์
ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การคิดคะแนนพัฒนา

ส่วนต่างของคะแนนทดสอบย่อยกับคะแนนฐาน/ แต่ละคน	คะแนนพัฒนา
ได้ต่ำกว่าคะแนนฐานมากกว่า 10 คะแนน	0
ได้ต่ำกว่าคะแนนฐาน 1 – 10 คะแนน	10
ได้เท่ากับคะแนนฐานหรือมากกว่า 1 – 10 คะแนน	20
ได้สูงกว่าคะแนนฐานมากกว่า 10 คะแนน	30

ในการทดสอบแต่ละครั้ง นักเรียนทุกคนจะต้องรู้คะแนนฐานของตนเองก่อนแล้ว
คำนวณว่าตนเองจะต้องทำคะแนนอีกเท่าไรถึงจะได้คะแนนพัฒนาตามที่คาดหวังไว้ ซึ่งคะแนน
พัฒนาของแต่ละคน ขึ้นอยู่กับความพยายามที่จะทำคะแนนการทดสอบให้มากกว่าคะแนนฐาน
เพื่อผลประโยชน์ของตนเองและของกลุ่ม ถ้ากลุ่มใดได้คะแนนสูงหรือถึงเกณฑ์ที่กำหนด ก็จะได้
รับรางวัล ซึ่งเป็นเครื่องหมายแห่งความสำเร็จ

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ กลุ่มจะได้รับรางวัลเมื่อคะแนนถึงเกณฑ์ที่ครู
ตั้งไว้ โดยกำหนดรางวัล ได้แก่ กลุ่มเก่ง กลุ่มเก่งมาก และกลุ่มยอดเยี่ยม โดยใช้เกณฑ์การคิด
คะแนนพัฒนาของกลุ่ม ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การกำหนดกลุ่มที่ได้รางวัล

คะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่ม	ระดับการพัฒนา
0-15	กลุ่มเก่ง
16-25	กลุ่มเก่งมาก
26-30	กลุ่มยอดเยี่ยม

วิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเรียนเป็นกลุ่ม เปิดโอกาสให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียน มีปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่มทำให้นักเรียนช่วยเหลือกันในขณะเรียน ซักถามปัญหากันอย่างอิสระจนเก่งสามารถอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มได้เข้าใจแนวคิดและมโนคติได้กระจ่างชัดขึ้น นักเรียนสามารถอภิปรายถึงข้อดีข้อเสียของการหาคำตอบในปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ท้าทายและมีปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยพบเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกัน จะทำให้เกิดความก้าวหน้าทีละน้อยและเป็นประสบการณ์ที่มีค่า ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมีความหมายมากกว่าแค่การนำนักเรียนมารวมกันทำงานเป็นกลุ่มย่อยเท่านั้น แต่เป็นการเรียนรู้ร่วมกันเพื่อกลุ่มและส่วนรวม โดยการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เห็นคุณค่าของความแตกต่างระหว่างบุคคล ยอมรับความสามารถของตนเองและของผู้อื่น การถือเขาถือเราจะลดลงไป นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนมีคุณลักษณะนิสัยที่ดี เช่น ความสามัคคี มีน้ำใจ มีระเบียบวินัย เป็นต้น

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson & Johnson, 1990, pp. 235-237) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือสามารถใช้ได้เป็นอย่างดีในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนรู้จักคิดเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการ สามารถประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมายด้วยเหตุผล ดังนี้

1. มโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์เรียนได้ดี ในกระบวนการที่เป็นพลวัตรที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างแข็งขัน การเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากกว่าเป็นเพียงผู้รับความรู้
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนในกลุ่มย่อย โดยการพูดปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนรู้ว่า จะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหาให้เหตุผลและการวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อนจะทำให้เกิดการหยั่งรู้ และมีวิธีการให้เหตุผลระดับสูงและเกิดการเรียนรู้ระดับสูง
3. การเรียนเป็นกลุ่ม นักเรียนมีโอกาสสร้างความร่วมมือในการสื่อสาร อย่างมีประสิทธิภาพ แต่ในการเรียนรายบุคคลไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยนการวิเคราะห์ปัญหา และการเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหากับคนอื่น การสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลจะเป็นไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลไม่สมบูรณ์
4. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะเป็นการถ่ายโยงความรู้จากกลุ่มไปสู่รายบุคคล นักเรียนมีโอกาสเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ของคนอื่น ได้ทำงานร่วมกับเพื่อนในกลุ่มทำให้มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน
เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง เกิดการยอมรับความสามารถของตนเอง
ในการแก้ปัญหา

จากการศึกษาเอกสารการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ผู้วิจัยได้นำแนวคิด ลักษณะสำคัญ
องค์ประกอบ วิธีการ ขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคกลุ่ม
ผลสัมฤทธิ์มาบูรณาการกันเพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้แก่นักเรียนให้เหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติ
ของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ร่วมกันตลอดการจัดกิจกรรม
การเรียนรู้ เพื่อทำให้นักเรียนได้ข้อสรุปหรือสรุปเป็นนัยทั่วไปได้ โดยข้อสรุปนั้นเป็นความคิด
รวบยอดและหลักการ เมื่อนักเรียนเข้าใจในข้อสรุปเหล่านั้นแล้ว นักเรียนจะต้องดำเนินการฝึก
ทักษะและนำความรู้ไปใช้ต่อไป ซึ่งการแบ่งกลุ่มโดยคำนึงถึงศักยภาพของนักเรียนเก่ง กลาง
และอ่อน ครูผู้สอนได้นำข้อมูลจากผลสัมฤทธิ์และผลการประเมินคุณภาพการศึกษาขั้นพื้นฐาน
มาประกอบการพิจารณาแบ่งกลุ่ม ทั้งนี้ในทุกขั้นตอนนักเรียนต้องร่วมกันทำงานเพื่อให้เกิดข้อสรุป
ของความรู้ ทักษะ และการนำไปใช้ในลักษณะกลุ่มกิจกรรม

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya)

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการของโพลยา นับเป็นสิ่งที่ทั้งผู้สอนและ
นักเรียนคุ้นเคยและถูกใช้มานานมากในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในทางปฏิบัติการดำเนินการ
ตามกระบวนการนี้อาจทำบางขั้นตอนให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลใน
ขั้นตรวจสอบย้อนกลับ ทั้งนี้ เพื่อให้การแก้ปัญหามีความกระชับและรวดเร็วขึ้น และเพื่อไม่ให้นักเรียน
รู้สึกว่าการแก้ปัญหาคือสิ่งซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา เป็นกระบวนการที่มี
ประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้นักเรียนมีหลักคิด ทำให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ
มีการวางแผนและกำกับการทำงานอย่างต่อเนื่อง (อัมพร ม้าคอง, 2554, หน้า 41)

โพลยา (Polya, 1957, pp. 16-27) ได้กล่าวถึงขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญห
ทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา
โดยพิจารณาว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง
มีความเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ และคำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด
จนกระทั่งสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้าหากยังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้
วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดรูป เขียนแผนภูมิ หรือแยกแยะสถานการณ์โดยเขียนสาระของปัญหา
ด้วยถ้อยคำของนักเรียนเอง แล้วแบ่งเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจ
โจทย์ปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด จะแก้ปัญหายังไร นักเรียนต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหายังชัดเจนมากขึ้น ซึ่งเป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาลักษณะนี้เคยพบมาก่อนหรือไม่และมีลักษณะคล้ายคลึงกับ โจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร

2. เคยพบโจทย์ปัญหาลักษณะนี้เมื่อไรและใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา

3. ถ้าอ่าน โจทย์ปัญหาลักษณะนี้แล้วไม่เข้าใจควรอ่าน โจทย์ปัญหาอีกครั้งแล้ววิเคราะห์ความแตกต่างของปัญหานี้กับปัญหาที่เคยทำมาก่อน ดังนั้นการวางแผนการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วนำมากำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและเลือกวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์โดยพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ แล้วพิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจนเหมาะสมขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมายาวนานแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา สอดแทรกอยู่ในการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ในขั้นที่สอง คือ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ทั้งชั้นเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนได้เรียนรู้และปลูกฝังกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีระบบมีขั้นตอน นักเรียนได้เรียนรู้บทเรียนร่วมกับเพื่อน ๆ ในการทำกิจกรรมให้เกิดองค์ความรู้ที่แท้จริง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ที่นำไปสู่การแก้สมการและแก้โจทย์ปัญหาสมการ ทั้งนี้ นักเรียนต้องตระหนักในคุณค่าของตนเองและสมาชิกในกลุ่ม ให้มีความรู้ด้านเนื้อหาการแก้โจทย์ปัญหาสมการควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ทั้งนี้

เมื่อนักเรียนเกิดทักษะตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยาแล้ว นักเรียนก็จะประสบความสำเร็จในการตอบคำถามกับเพื่อน ๆ และนำประสบการณ์ไปทำแบบทดสอบย่อย ก็จะได้คะแนนในระดับที่น่าพอใจ ทำให้ได้รับคะแนนถึงเกณฑ์ในการพัฒนารายบุคคล รายกลุ่ม สุดท้ายจึงได้รับรางวัลตามที่ตนและเพื่อนสมาชิกปรารถนา

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะมีวิธีการนำเสนอความรู้โดยใช้คำถามหรือการตั้งปัญหาที่มีข้อความหรือสถานการณ์ที่เรียกว่า “โจทย์ปัญหา” เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาให้กระจ่างชัดยิ่งขึ้น ในส่วนนี้จึงกล่าวถึงความคิดรวบยอดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบไปด้วยความหมายของโจทย์ปัญหา รูปแบบของโจทย์ปัญหา และลักษณะของโจทย์ปัญหา ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ความหมายของโจทย์ปัญหา

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งนักการศึกษาได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อาดัมส์, เอลลิส และบีสัน (Adams, Ellis, & Beeson, 1977, p. 173) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ในทำนองเดียวกันว่า เป็นสถานการณ์ที่บรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำหรือข้อความหรือคำถาม ซึ่งประกอบด้วยจำนวนและตัวเลข ที่ต้องการหาข้อสรุปหรือเป็นคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหามาโดยใช้กระบวนการที่เหมาะสม ซึ่งประกอบด้วยทักษะ ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาคือหาคำตอบ

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2538, หน้า 129) ได้ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาเป็นสภาพของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยจำนวนและตัวเลข และข้อความที่ก่อให้เกิดปัญหา นักเรียนจะต้องตัดสินใจว่าจะใช้วิธีอะไรทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานี้ พร้อมทั้งเสนอแนะว่าครูควรจัดโจทย์ปัญหาเหล่านี้ไว้หลายระดับความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ของเด็กแต่ละคน เพื่อไม่ให้เด็กเกิดความคับข้องใจ หรือขาดแรงจูงใจในการคิดแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น

ศรีสมร ประเสริฐศรี (2546, หน้า 15) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ในรูปของโจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหาร โดยอาศัยแหล่งเรียนรู้ในท้องถิ่นเกี่ยวกับสถานที่ท่องเที่ยว ซึ่งประกอบด้วยรูปภาพ จำนวน ตัวเลขและข้อความ

วิชัย พาณิชย์สว (2546, หน้า 9) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัญหา หรือ สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจ และทักษะต่าง ๆ ที่มีอยู่ เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาคือ สถานการณ์นั้นอย่างเป็นกระบวนการ

สุจินดา พุทธิบุญ (2548, หน้า 24) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (Word Problem) ที่พรรณนาถึงสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยข้อความหรือตัวเลขเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการคำตอบเป็นตัวเลือกหรือการบ่งบอกปริมาณ ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะและความสามารถต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาประกอบกันในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

จากความหมายที่กล่าวมานั้น พอสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำ ข้อความ ตัวเลข และอื่น ๆ ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที จะต้องใช้กระบวนการที่เหมาะสม ซึ่งประกอบด้วยทักษะ ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ

2. รูปแบบของโจทย์ปัญหา

ในการแบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็นรูปแบบต่าง ๆ มีแนวคิดจากนักการศึกษาที่ได้เสนอไว้ ดังนี้

แอมล็อก และคณะ (Ashlock et al., 1983, p. 239) มีแนวคิดการแบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาประกอบอิงตำราหรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard Textbook or Translations Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่สามารถแก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก

2. โจทย์ปัญหาประเภทกระบวนการ (Process Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่ยุ่งยากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ปัญหาประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้นตอน คือ ความเข้าใจปัญหา การพัฒนาหาวิธีการในการแก้ปัญหาและการประเมินการแก้ปัญหา

โพลยา (Polya, 1985, pp. 123-128) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดมาให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

บาร์ดี้ (Baroody, 1993, pp. 34-36) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและ โครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบจะทันทีว่า

จะแก้ปัญหาวัยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญห เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหามักกำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็นหรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

บิทเทอร์, แฮทฟิลด์ และ เอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter, Hatfield, & Edwards, 1989, p. 37)

แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้ให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ

3. ปัญหาที่แนะแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่นิยมใช้กันมากที่สุด ปัญหาประเภทนี้จะแนะแนวทางในการแก้ไขไว้ด้วยไม่มากนักน้อย ดังนั้นนักเรียนจะไม่รู้สึกหมดหวังในการหาคำตอบ

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2538, หน้า 51) มีแนวคิดในการแบ่งโจทย์ปัญหาออกเป็น

2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาสาระ เป็นโจทย์ปัญหาตามที่ปรากฏอยู่ในหนังสือบทเรียนโดยทั่วไป เป็นโจทย์ปัญหาที่นำความรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดคำนวณที่เรียนมาแล้วไปใช้ในการหาคำตอบของสภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบมากกว่าตัวคำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณ หารมาใช้ แต่ใช้กระบวนการคิดอื่น ๆ โจทย์ปัญหานี้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหได้ดี และยังส่งเสริมวิธีการที่หลากหลาย คิดอย่างสร้างสรรค์และสร้างความรู้สึกรักที่ท้าทายอีกด้วย

จากลักษณะของปัญหาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน สามารถใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญห ผู้แก้ปัญหาคำนึงเกี่ยวกับโครงสร้างของปัญหา ได้แก่ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป และปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหาที่จะแก้และต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้ หลักการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง พร้อมทั้งใช้วิธีการต่าง ๆ มาช่วยในการแก้ปัญหานั้น ๆ

ครูลิก และรูดนิค (Krutik & Rudnick, 1993, pp. 7-10) กล่าวว่า ปัญหาที่ดีจะต้องมีสิ่งต่อไปนี้

1. การหาคำตอบของปัญหาจะต้องนำไปสู่ความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ หรือการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์
2. ปัญหาจะต้องมีความครอบคลุม หรือเป็นสถานการณ์กว้าง ๆ ที่หลากหลาย
ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 90) กล่าวว่า สิ่งที่สำคัญที่สุดในการแก้ปัญหามโนคติทางคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้
 1. ทำลายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป
 2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน ไม่ห่างไกลเกินไปไกลกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย
 3. เป็นปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน
 4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
 5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ภาษาที่ใช้ควรเน้นความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบ

จากปัญหาที่ดีสรุปได้ว่าควรเป็นปัญหาที่ทำลายความสามารถเร้าความสนใจของนักเรียน ไม่ง่ายหรือไม่ยากเกินไป เหมาะสมกับวัยของนักเรียน ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย มีเงื่อนไขเพียงพอในการหาคำตอบ มีวิธีการหาคำตอบหลากหลาย และนำไปสู่ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาและการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

3. ลักษณะของโจทย์ปัญหา

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาทุกเรื่องในหลักสูตรส่วนใหญ่จะมีวิธีการนำเสนอความรู้โดยใช้คำถามหรือการตั้งปัญหาที่มีข้อความหรือสถานการณ์ที่เรียกว่า “โจทย์ปัญหา” เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ รวมทั้งฝึกฝนคิดค้นหาวิธีการแสวงหาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นด้วยตนเอง ปัญหาต่าง ๆ ที่ปรากฏในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มีหลากหลายลักษณะด้วยกัน

กรมวิชาการ (2541, หน้า 258-259) ได้แบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. แบบฝึกสำหรับการคิดคำนวณ เป็นแบบฝึกหัดสำหรับการคิดคำนวณที่ต้องอาศัยความรวดเร็วและแม่นยำในการหาคำตอบ เช่น $5 + 2$, $56 - 23$, 24×17 , 16% ของ 56 เป็นต้น
2. โจทย์ปัญหาอย่างง่ายหรือโจทย์ปัญหาขั้นเดียว เป็นโจทย์ปัญหาที่ใช้กันทั่ว ๆ ไป ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ เช่น ส้ม 440 ผล เน่าเสีย 20 ผล คิดเป็นส้มเน่าร้อยละเท่าไร? หรือ ปลาหู 50 เ่ง เ่งละ 5 ตัว คิดเป็นปลาหูทั้งหมดกี่ตัว?
3. โจทย์ปัญหาเชิงซ้อนหรือโจทย์ปัญหาลายชั้น เช่น ไข่ไก่ 40 ถาด ถาดละ 10 ฟอง นำมาจัดเป็นถาดละ 8 ฟอง จะได้กี่ถาด? จากการติดตามและประเมินผลพบว่า นักเรียนจะมีปัญหาหรือประสบความยุ่งยากในการทำโจทย์ปัญหาประเภทนี้ค่อนข้างมาก
4. โจทย์ปัญหาประยุกต์ เป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการฝึกหรือส่งเสริมให้นักเรียนนำปัญหาคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จัดว่าเป็นปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนกว่าโจทย์ปัญหาในข้อ 2 และข้อ 3 ตัวอย่าง เช่น นักเรียนทราบหรือไม่ว่าในระยะเวลา 1 ปี ที่ผ่านมานี้ น้ำที่ใช้ในโรงเรียนของเราหมดไปเท่าใด การลดปริมาณการใช้น้ำดังกล่าวจะช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายได้ประมาณปีละเท่าใด? เป็นต้น ปัญหาในลักษณะนี้จะเกี่ยวข้องกับทักษะคณิตศาสตร์หลายอย่าง นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการวางแผน เก็บและรวบรวมข้อมูล จะเก็บข้อมูลอะไรบ้าง ใช้วิธีการอย่างไรและจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะที่จำเป็นต่าง ๆ เช่น ความรู้ในเรื่องการวัด การคิดคำนวณ เรขาคณิต การคาดคะเนและสถิติ เป็นต้น การฝึกให้นักเรียนได้แก้ปัญหาในลักษณะนี้จะช่วยส่งเสริมเจตคติหรือความซาบซึ้งต่อคุณค่าของคณิตศาสตร์ได้มาก
5. ปัญหาเชิงกระบวนการ เป็นปัญหาที่ฝึกให้นักเรียนคิดค้น หรือสร้างวิธีการคิดที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้เร็วยิ่งขึ้น ปัญหาในลักษณะนี้นักเรียนจะไม่เคยรู้เทคนิคหรือวิธีการคิดดังกล่าวมาก่อนเลย ตัวอย่างเช่น การบวกจำนวน 1 ถึง 100 หรือการนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในกระดานหมากรุก เป็นต้น การฝึกแก้ปัญหาในลักษณะนี้เป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียน
6. ปัญหาเชิงปริศนา เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริศนาต่าง ๆ ซึ่งไม่จำเป็นจะต้องเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เสมอไป และไม่จำเป็นต้องใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่งเท่านั้นและเมื่อพบวิธีการแก้ปัญหาอย่างหนึ่งอย่างใดแล้วก็ไม่จำเป็นต้องสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่นได้ด้วย เช่น จงลากเส้นตรง 4 เส้น ให้ผ่านจุดทุกจุดโดยไม่ต้องยกปากกาหรือดินสอ

ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เมื่อพบปัญหาบุคคลต้องสืบค้นสถานการณ์ และเลือกยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ นักแก้ปัญหาคิดจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีที่เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ซึ่งมีนักการศึกษาได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้มากมาย

เคนเนดี (Kennedy, 1984, p. 82) ได้ให้ความคิดเห็นในเรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การหารูปแบบเป็นการจัดระบบของข้อมูล เพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต เช่น การหารูปแบบทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (Triangular Numbers)
2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่างๆ ของสถานการณ์ปัญหาเพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ และแนวทางในการหาคำตอบ เช่น กำหนดปัญหา “ครูมานะต้องการจัดนักเรียน 12 คน ทำกิจกรรม 2 อย่าง โดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกจำนวน 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่าง” เขียนแผนภาพแทนสถานการณ์ปัญหาข้างต้นได้ ดังนี้



ภาพที่ 4 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ

จากภาพที่ 4 จะได้ว่ากิจกรรมแรกมีนักเรียน 7 คน และกิจกรรมที่สองมีนักเรียน 9 คน

3. สร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพแต่มีประโยชน์ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้ เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “มาลีมีแสดมปีเป็นสามเท่าของมาลัย และมาลีมีแสดมปีมากกว่ามาลัย 8 ดวง จงหาว่าเขาทั้งสองมีแสดมปีคนละกี่ดวง” จัดรูปแบบได้ดังนี้

มาลัย	☐	☐	☐	☐
มาลี	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐

ภาพที่ 5 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการสร้างแบบรูปประกอบ

จะได้ว่า มาลัยมีแสดมปี 4 ดวง และมาลีมีแสดมปี 12 ดวง

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตาราง การนำเสนอข้อมูลที่ย่อย และนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ

5. การเดาและตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหา โดยผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้ว ตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดาและตรวจสอบจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ

6. การแจกแจงที่เป็นไปได้ เป็นการแจกแจงที่เป็นไปได้ของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มี จำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณีทั้งหมด

7. การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นการแสดงสถานการณ์ปัญหาให้ เป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่า ต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่า พวกเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึง ขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบ แล้วนำผลการ แก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมอง ที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอน

แฮทฟิลด์, เอคเวดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards, & Bitter, 1993, pp. 50-60)

ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาไว้ 11 วิธีดังนี้

1. การประมาณค่าและตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีการเสนอคำตอบ ที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินใจว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใดซึ่งคำตอบที่ได้ อาจไม่ถูกต้องก็ได้ คำตอบ ที่ประมาณขึ้นมานี้จะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบสามารถ ทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การหารูปแบบ (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้นคือการหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป

4. การวาดภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแกลบลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มี ความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียนเข้าใจในหลักการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การทำงานย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิต มักใช้วิธีนี้นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยเห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหาทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การใช้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหามีอยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

รีส์ และคณะ (Reys et al., 2001, pp. 96-101) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา 10 วิธี ซึ่งคล้ายกับเคนเนดีและทีปส์ และคล้ายกับ แสทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และบัทเทอร์ ได้แก่ การลงมือแก้ปัญหาทันที (Act it Out) การวาดภาพหรือแผนภาพ (Make a Drawing or Diagram) การค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) การสร้างตาราง (Construct a Table) การแจ้งกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Identify All Possibilities) การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) การทำงานย้อนกลับ (Work

Backward) การเขียนเป็นประโยคเปิดทางคณิตศาสตร์ (Write an Open Sentence) การแก้ปัญหาย่อยกว่าหรือปัญหาที่คล้ายคลึง (Solve a Simpler or Similar Problem) และการเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมีหลากหลายวิธี ครูต้องฝึกให้นักเรียนรู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหามีกระบวนการ มีเป้าหมายที่แน่นอนชัดเจน การเขียนสมการแล้วแก้ปัญหาก็เป็นยุทธวิธีหนึ่งในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนสามารถเขียนสมการได้ถูกต้อง ก็แสดงว่านักเรียนเข้าใจปัญหานั้นแล้ว หลังจากที่ทำการศึกษาโจทย์มาในเบื้องต้น และมีแนวทางที่จะนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบ รวมทั้งการแทนจำนวนในสมการได้ถูกต้อง จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ตามขั้นตอนอย่างมีประสิทธิภาพ

ความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

ความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหามีผู้สนใจในการศึกษาการแก้ปัญหามากมายท่านได้เสนอความหมายของการแก้ปัญหามาไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957, pp. 4-5) ได้ให้คำนิยามของการแก้ปัญหว่า การแก้ปัญหาคือความสามารถพิเศษทางสมอง ซึ่งเป็นพรสวรรค์ของแต่ละบุคคล ทำให้บุคคลนั้นมีความสามารถพิเศษเหนือผู้อื่น

กาเย่ (Gagne, 1970, p. 63) อธิบายว่า กระบวนการแก้ปัญหาคือรูปแบบของการเรียนรู้ อย่างหนึ่ง ที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และการใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่าความสามารถด้านการคิดแก้ปัญหา การเรียนรู้ประเภทนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้ โนมติโดยสามารถมองเห็นลักษณะร่วมกันของสิ่งเร้าทั้งหมด

กูด (Good, 1973, p. 439) ให้ความหมายของการแก้ปัญหว่า เป็นกระบวนการที่เราใช้เพื่อค้นหาหรือทำให้เกิดความสัมพันธ์ใหม่ ๆ จากสิ่งต่าง ๆ ที่เรากำลังสังเกตหรือรับรู้ กระบวนการดังกล่าวนี้ประกอบด้วย การตั้งสมมติฐานทั้งแบบเปิดเผยและไม่เปิดเผย โดยใช้ความคิดและความเข้าใจทั้งอย่างง่าย ๆ หรืออย่างซับซ้อน เพื่อตรวจสอบสมมติฐานนั้น กระบวนการดังกล่าวนี้ถ้ากระทำอย่างเป็นระบบก็เรียกว่า การวิจัย

อาดัมส์ (Adams, 1977, p. 173) กล่าวถึงการแก้ปัญหว่า เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนทางสมองซึ่งนำไปสู่การจินตนาการ การคิดเป็นนามธรรม และการเชื่อมโยงความคิดต่าง ๆ ที่สำคัญ ต้องมีการพัฒนารูปแบบ เพราะรูปแบบของการแก้ปัญหาก็เคยใช้กับปัญหานั้นสำเร็จ อาจใช้ไม่ได้กับปัญหาอื่น ดังนั้นการพัฒนารูปแบบการคิดไปสู่รูปแบบการคิดที่ยากขึ้นจึงมีความจำเป็นมาก

ครูลิก และรีส์ (Krulik & Reys, 1980, p. 3-4) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง (Problem Solving as a Goal) มักมีคำถามว่าทำไมจึงต้องสอนคณิตศาสตร์หรือเป้าหมายในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์คืออะไร ทั้งนักการศึกษา นักคณิตศาสตร์และบุคคลที่เกี่ยวข้องมักเข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหามานำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาก็เป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ ต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหายังไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับนักคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมดและมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการอันหนึ่ง (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้เห็นได้อย่างชัดเจนในการตอบปัญหาของนักเรียน ตลอดจนกระบวนการหรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณาคือ วิธีการ กระบวนการ และยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหานั้นเป็นสิ่งสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา และเป็นจุดสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานอันหนึ่ง (Problem Solving as A Basic Skill) การตีความลักษณะนี้จะพิจารณาเฉพาะเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหานั้นเป็นทักษะพื้นฐานจึงมีส่วนช่วยในการจัดการเรียนรู้ของครู ซึ่งต้องประกอบด้วยการจัดการเรียนรู้ทักษะ (Skill) ความคิดรวบยอด (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving)

ครูลิก และรูดนิค (Krulik & Rudnick, 1993, p. 6) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาคือกระบวนการ ซึ่งแต่ละบุคคลได้ใช้ความรู้ ทักษะ และความเข้าใจ เพื่อให้เกิดความพึงพอใจในความต้องการของสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน กระบวนการนี้เริ่มต้นด้วยการเผชิญหน้ากับปัญหา และสิ้นสุดเมื่อบรรลุถึงคำตอบและคำตอบนั้นได้รับการพิจารณาแล้วว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา และสามารถนำสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

สิริพร ทิพย์คง (2536, หน้า 157) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็น และแก้ปัญหานั้นได้ เพื่อนำกระบวนการนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันต่อไป เพราะการที่ได้ฝึกแก้ปัญหานั้นจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิด อย่างมีเหตุผล เพราะรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด

อูษณีย์ โพธิ์สุข (2537, หน้า 117) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องใช้ความรู้ทักษะ ความเข้าใจและการใช้กลยุทธ์ทางปัญญาที่จะสังเคราะห์ความรู้ ความเข้าใจ นำมาปรับใช้กับสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

จากความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ข้างต้น จึงสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาจึงมีกระบวนการที่จะได้มาซึ่งคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหามันจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ พร้อมทั้งใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาช่วยในการหาคำตอบหรือแก้ปัญหานั้น ๆ

ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ไฮเมอร์ และทรูบรอด (Heimer & Trueblood, 1977, p. 52) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เทคนิคการรู้คำศัพท์ การรู้คำศัพท์ในโจทย์คำถามจะช่วยให้แก่นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ครูอาจช่วยฝึกฝนให้นักเรียน ได้มีความรู้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น โดยการจัดเกมหรือกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คำศัพท์มาให้อ่าน
2. ทักษะการคิดคำนวณ ครูควรช่วยนักเรียนได้ฝึกฝนในด้านนี้ เช่น อาจใช้วิธีการให้ฝึกคิดคำนวณในใจ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีจัดกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
7. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
8. การแปลความหมายของโจทย์

บาร์ดูดี (Baroody, 1993, pp. 2-10) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา

3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Effective Factor) เป็นแรงขับเคลื่อนในการแก้ปัญหา และแรงขับเคลื่อนมาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบทางการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่า ทฤษฎีอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทฤษฎีเหล่านั้นได้อย่างไร

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 81-82) กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญประกอบด้วย

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เพราะนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่อยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องอ่านทำความเข้าใจ โดยแยกประเด็นที่สำคัญของปัญหาออกมาให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้างและปัญหาต้องการหาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็น และไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ซึ่งอาจมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน ได้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยหรือไม่ สามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้ นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด และวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4. แรงจูงใจ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ผู้แก้ปัญหาก็จะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อให้ได้คำตอบ นักเรียนจะต้องมีแรงจูงใจที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงจูงใจนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการจัดการเรียนรู้

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหา โดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญหาตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กรมวิชาการ (2541, หน้า 2-3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาคควรมองเห็นภาพปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
 2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาคควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
 3. การแก้ปัญหาย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบทำด้วยความชำนาญ มีความรู้ลึกทำหายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ
 4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
 5. การสรุป เมื่อกระทำงานเห็นรูปแบบแล้ว ก็สามารถสรุปได้
 6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะต้องมีความแรงขับที่สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์
 7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาคจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่น ๆ และวิธีการใหม่ ๆ
 8. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาค
- ชัยศักดิ์ ธีลาจรัสกุล (2542, หน้า 35-44) กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาไว้เป็นลำดับขั้นดังนี้

1. ก่อนที่นักเรียนจะลองแก้ปัญหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาคก่อน โดยอ่านโจทย์ให้เข้าใจถ้อยความ คำถาม และคำศัพท์ที่มีอยู่ในโจทย์ พิจารณาว่า โจทย์ให้รายละเอียดข้อเท็จจริงเพียงพอหรือไม่ นักเรียนสามารถเขียนโจทย์ใหม่หรือสรุปเรื่องราวในโจทย์โดยใช้ภาษาของตนเองได้หรือไม่ และสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ได้หรือไม่
2. นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหาคได้อย่างไร ซึ่งแผนดังกล่าวเรียกว่า “ยุทธวิธี” ที่นิยมและใช้กันมาก ได้แก่ ค้นหารูปแบบ เขียนรูปหรือแผนภาพ แจกกรณีอย่างมีระบบ ทำตารางทำย้อนกลับ และใช้หลักเหตุผล

3. ให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่คิดว่าเหมาะสมที่สุด แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่เลือก ซึ่งอาจจะใช้หลายยุทธวิธีประกอบกันก็ได้ ถ้ายุทธวิธีที่ใช้ดูเหมือนว่าจะไม่สามารถหาคำตอบได้ให้ลองเลือกยุทธวิธีใหม่

4. เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ควรเปรียบเทียบกับคำตอบที่นักเรียนคาดคะเนไว้และพิจารณาว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยอ่านโจทย์และคำถามซ้ำอีกครั้ง เป็นการมองย้อนกลับ เมื่อคำตอบที่ได้ถูกต้องแล้วลองคิดดูอีกว่ามียุทธวิธีอื่นอีกหรือไม่ที่ใช้แก้ปัญหานี้ได้เช่นกัน ถ้ามียุทธวิธีที่แตกต่างกับยุทธวิธีที่นักเรียนให้ไว้ ให้เปรียบเทียบดูว่ายุทธวิธีใดดีกว่าหรือเหมาะสมกว่า

จากหลักการตามทัศนะของนักการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัจจัยองค์ประกอบที่จำเป็นที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ องค์ประกอบหลายประการเป็นต้นว่า ทักษะการอ่านและแปลความหมาย การเข้าใจสัญลักษณ์ ความสามารถในการสร้างมโนคติ ทักษะการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา และความสามารถในการจัดกระทำข้อมูล ซึ่งถ้านักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ในองค์ประกอบเหล่านี้ ก็จะสามารถพัฒนาการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นตามแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา

บาร์ดูดี (Baroody, 1993, pp. 2-31) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหาไว้

3 แนวทาง คือ

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching Via Problem Solving) แนวทางนี้เป็นการใช้การแก้ปัญหาในการจัดการเรียนรู้เนื้อหา เป็นเครื่องมือสำหรับฝึกพื้นฐานในการคำนวณ ปัญหาที่ใช้จะมีความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหากับชีวิตจริง จะใช้เริ่มต้นและกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย ปัญหาที่ใช้บางครั้งเป็นตัวกระตุ้นนักเรียนให้เรียนเนื้อหาในระดับสูง วิธีหนึ่งในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาคือการเสนอปัญหาให้แก่แก่นักเรียนตั้งแต่เริ่มต้นจนกว่าจะเรียนเนื้อหานั้นจบ อีกวิธีหนึ่งก็คือใช้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์เป็นตัวแสดงทักษะในการเรียนรู้และใช้เพื่อความสนุก

2. การจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about Problem Solving) เป็นการจัดการเรียนรู้โดยตรงเกี่ยวกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทั่วไปเป็นการอภิปรายหรือยกตัวอย่างตามรูปแบบกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นของโพลยา โดยเน้นเฉพาะการนำ 4 ขั้นตอนนั้นไปใช้

3. การจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหา (Teaching for Problem Solving) แนวทางนี้เป็นการจัดการเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาทั่วไปโดยจะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหา นักเรียนจะเรียนรู้ว่าจะใช้การแก้ปัญหา 4 ขั้นของโพลยาอย่างไร และใช้ยุทธวิธีอะไรระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ

โฮลเมส (Holmes, 1995, p. 37) กล่าวถึงขั้นตอนวิธีการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. กำหนดปัญหาหนึ่งปัญหาหรือมากกว่านั้นให้เด็กได้แก้ปัญหาให้อ่านแต่ละปัญหาและถามเกี่ยวกับความหมายของศัพท์ที่ไม่รู้คำใด โดยที่พวกเขาจะยังไม่ปรึกษากันว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร เมื่อพวกเขา รู้คำศัพท์ทั้งหมดแล้ว ก็ให้ลงมือแก้ปัญหาซึ่งอาจจะให้แก้ปัญหาเดียวหรือแบ่งเป็นกลุ่มก็ได้ สังเกตการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียน

2. นำให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียน ให้นักเรียนได้ถกเถียงถึงแนวคิดวิธีการในการหาคำตอบ

3. ถามคำถามที่ช่วยให้นักเรียนได้เห็นแนวทางในการหาคำตอบ ใช้คำตอบที่ได้ให้กลายเป็นยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหา และแลกเปลี่ยนความคิดในการใช้วิธีการแก้ปัญหาล่าง ๆ กัน ทำให้นักเรียนได้เห็นว่ามีวิธีการมากกว่า 1 วิธีการที่สามารถใช้แก้ปัญหาได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 1991, p. 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของนักเรียน ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึกของนักเรียน
2. ให้ความเวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งในส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหา และสร้างข้อคาดเดา
5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

กอนซาเลส (Gonzales, 1994, pp. 78-84) ให้ความเห็นว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้นจะต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงความคิดไม่เขินหวาดเขินอายจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้านักเรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาด หรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อน นักเรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้นครูต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผล และสื่อสารกัน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 83-89) เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ตามขั้นตอนการแก้ปัญหามาตรฐาน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปใจความสำคัญ สามารถวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลส่วนใดสำคัญบ้าง โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกอ่านและทำความเข้าใจ

ข้อความในโจทย์ปัญหาก่อน อาจจะฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม โดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียงหรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น

1.2.1 การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา ทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 การปรับขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา เช่น ลดปริมาณลง เมื่อมีปริมาณน้อย ๆ จะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้ต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้อง มีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล เพราะมีฉะนั้นแล้วแทนที่จะช่วยให้เข้าใจปัญหาอาจทำให้ปัญหายุ่งยากเพิ่มขึ้นก็ได้ ตัวอย่างเช่น “แผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 1.20 เมตร ยาว 1.80 เมตร ต้องการตัดตารางเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่า ๆ กัน โดยไม่ให้เหลือเศษและให้มีขนาดใหญ่ที่สุด รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปควรมีขนาดเท่าไร”

เพื่อให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น อาจปรับลดปริมาณ เช่น กำหนดให้แผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 12 เซนติเมตร ยาว 18 เซนติเมตร

1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา กลวิธีนี้ใช้ได้ดีกับปัญหาการพิสูจน์ ข้อความการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับข้อความที่ต้องการพิสูจน์จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหาดีขึ้นแต่ต้องคอยเตือนนักเรียนไว้เสมอว่า การยกตัวอย่างนั้นไม่ใช่เป็นการพิสูจน์ข้อความ

1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว สภาพการณ์ของปัญหาบางปัญหาอาจเป็นเรื่องที่ห่างไกลจากประสบการณ์ของนักเรียน อาจให้นักเรียนลองปรับเรื่องราวให้เป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักเรียนยิ่งขึ้น ถ้านักเรียนทำไม่ได้ครูอาจดำเนินการเปลี่ยนแปลงเอง แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาใหม่ที่ปรับแล้วนี้ เช่น ปัญหาเกี่ยวกับวัฒนธรรมหรือปริมาณที่มีหน่วยการวัดอย่างอื่นนักเรียนไม่คุ้นเคย อาจปรับสภาพการณ์ใหม่ให้เป็นเรื่องวัฒนธรรมไทยหรือใช้ปริมาณที่นักเรียนรับรู้ได้

1.3 การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอเพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องการข้อมูลด้านใดเพิ่มเติมอีกบ้าง เพราะปัญหาในชีวิตจริงนั้นมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องมากมาย ผู้แก้ปัญหาก็จะต้องรู้จักเลือกเฉพาะปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามาพิจารณาหรือบางครั้งมีข้อมูลไม่เพียงพอ ซึ่งเป็นหน้าที่ของผู้แก้ปัญหาก็ต้องสืบหาข้อมูลมาให้เพียงพอแก่การแก้ปัญหาก็

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามนำโดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้ ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบหลาย ๆ คำตอบของนักเรียนจะทำให้ภาพของแผนการแก้ปัญหาค่อย ๆ ปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้ว

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนให้คิดออกม้าง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่นทราบว่าตนคิดอย่างไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ คนเดียว การคิดออกม้าง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพื่อจะได้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ทันทีในระยะเริ่มต้น

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความขยายความนำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างซ้ำ ๆ ในตัวนักเรียนจากการทำโจทย์ปัญหา โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรกคือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหาดังแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนงาน และขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการ และผลลัพธ์รวมทั้งการพิจารณาหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สองเป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำที่ได้ให้โดยจินตเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ เมื่อนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก่อนลงมือคิดคำนวณควรฝึกให้นักเรียนกะประมาณ คาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นลงมือคิดคำนวณแล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับคำตอบที่คาดคะเนไว้ พิจารณาความเป็นไปได้

4.3 ฝึกการตีความของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพียงอย่างเดียวยังไม่เพียงพอ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักตีความหมายของคำตอบว่า มีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด ชี้ให้นักเรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นมีความสำคัญเท่าเทียมกับวิธีการหาคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจเป็นวิธีที่คล้ายคลึงกับตัวอย่างหรือวิธีที่นักเรียนสร้างสรรค์ขึ้นจากประสบการณ์ของนักเรียนเอง จากนั้นให้พิจารณาว่าวิธีการเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ แตกต่างจากวิธีการที่แสดงในตัวอย่างหรือไม่ วิธีการใดสั้นและกะทัดรัดกว่ากัน

4.5 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งการคิดแปลงโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด ซึ่งนักเรียนจะทำเช่นนี้ได้จะต้องมีความเข้าใจในโครงสร้างของโจทย์ปัญหาเหล่านั้น เป็นการฝึกการมองไปข้างหน้าโดยอาศัยประโยชน์จากการทำแบบฝึกหัด ซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหาความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางในการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหา สามารถดำเนินการได้ โดยการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับปัญหา การจัดการเรียนรู้ที่มีบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ ครูอำนวยความสะดวกส่งเสริมการเรียนรู้รายบุคคลและร่วมมือกัน นักเรียนได้มีโอกาสได้คิด ตรวจสอบความคิด รวมถึงการแลกเปลี่ยนความคิดของตนเองกับผู้อื่น เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการเข้าใจปัญหา วางแผน ดำเนินการตามแผน การตรวจสอบ รวมถึงองค์ประกอบอื่น ๆ ได้แก่ ลักษณะของปัญหา การให้เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาย่างเพียงพอ เป็นต้น

พฤติกรรมกาปฏิบัติงานกลุ่ม

การปฏิบัติงานกลุ่ม มีความจำเป็นและมีส่วนสำคัญในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน เพื่อจะให้การปฏิบัติงานกลุ่มประสบผลสำเร็จ จึงต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับพฤติกรรมกาปฏิบัติงานกลุ่มอันเป็นพื้นฐานหลักในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน ซึ่งพฤติกรรมกาปฏิบัติงานกลุ่มนั้นเกิดจากการรวมตัวของบุคคลเป็นกลุ่มมีเป้าหมายเดียวกันในการร่วมงานกัน โดยต้องรู้จักบทบาทหน้าที่ของตนและกระทำตามนั้นอย่างคล่องแคล่ว ชำนาญเต็มความสามารถ

ความหมายของการปฏิบัติงานกลุ่ม

อารยา กล้าหาญ (2545, หน้า 58) ได้ให้ความหมายของการปฏิบัติงานกลุ่มไว้ว่า หมายถึง ความชำนาญในการทำงานของบุคคลภายในกลุ่ม ทุกคนภายในกลุ่มมีวัตถุประสงค์และเป้าหมายร่วมกัน โดยปฏิบัติตามบทบาทหน้าที่ของตนเองในการทำงานกลุ่ม ซึ่งประกอบด้วย การสร้างความคุ้นเคย การสื่อสารสื่อความหมาย การยกย่องให้กำลังใจ และการจัดความขัดแย้ง

วัชรนา เล่าเรียนดี (2547, หน้า 13) ได้ให้ความหมายของพฤติกรรมการทำงานกลุ่มไว้ว่า พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม (Group Working Behaviors) หมายถึง การแสดงออกด้วยคำพูด และการปฏิบัติ เพื่อให้งานกลุ่มประสบผลสำเร็จสูงสุด ซึ่งในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันนั้น สมาชิกกลุ่มทุกคนต้องยอมรับว่าผลงานกลุ่มหรือผลสำเร็จของงานกลุ่มทุกครั้งนั้น เป็นผลงานของทุกคน ทุกคนในกลุ่มมีความรับผิดชอบเท่าเทียมกันต่อผลงานกลุ่ม ทุกคนในกลุ่มจึงต้องมีส่วนร่วมในการคิด ปฏิบัติ ยอมรับความคิดเห็นของเพื่อน ร่วมเสนอและปฏิบัติด้วยความเต็มใจ ครูต้องคอยติดตามดูแลการปฏิบัติงานของกลุ่มคอยช่วยเหลือ ปรับและแก้ไขพฤติกรรมที่ไม่เหมาะสม กระตุ้น เสริมกำลังใจให้ทุกคนร่วมกันคิด และปฏิบัติอย่างสนุกสนาน พฤติกรรมที่นักเรียนฝึกและสังเกตได้ มีดังนี้ การแสดงความคิดเห็น การให้กำลังใจเพื่อน การรับฟังความคิดเห็น การร่วมมือกับกลุ่ม และความตั้งใจในการทำงานกลุ่ม

พูนศรี อภรณ์รัตน์ (2548, หน้า 111) ได้ให้ความหมายของการปฏิบัติงานกลุ่มไว้ว่า หมายถึง การแสดงออกด้วยคำพูดและการปฏิบัติตามบทบาทหน้าที่ของตนเองในกลุ่มเพื่อให้งานกลุ่มประสบผลสำเร็จสูงสุดตามวัตถุประสงค์ และเป้าหมายของกลุ่มโดยมีพฤติกรรมให้เรียนฝึก ดังนี้ การแสดงความคิดเห็น การรับฟังความคิดเห็น การให้ความช่วยเหลือเพื่อนในกลุ่ม ความรับผิดชอบต่องานในกลุ่ม การยกย่องให้กำลังใจ

โดยอาศัยหลักการที่จะทำให้ผู้เรียนได้เกิดพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ (ลัดดา ศิลาน้อย, 2534, หน้า 33) ดังนี้

1. การส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบ โดยการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งที่ครูมอบหมายให้ด้วยการวางแผนร่วมกันในเรื่องของหน้าที่ ความรับผิดชอบ และจุดมุ่งหมายในการประกอบกิจกรรม
2. ฝึกการยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น เมื่อมีการทำงานเป็นกลุ่ม ครูพยายามให้นักเรียนทุกคนได้แสดงความคิดเห็นและให้สมาชิกได้ยอมรับความคิดเห็น ถึงแม้ว่าจะไม่เห็นด้วยก็ตาม ควรที่จะรับฟังไม่แสดงกิริยาที่ไม่พอใจ ไม่สนใจ
3. ฝึกการยอมรับความสามารถของผู้อื่น เช่น การผลัดเปลี่ยนหน้าที่ของการเสนอผลงานด้วยการรายงาน อภิปราย เสนอผลงาน ฯลฯ

4. พยายามให้สมาชิกในกลุ่มมีส่วนช่วยเหลือกลุ่มหรือมีส่วนร่วมในการทำงาน สมาชิกต้องคิดว่าตนเองเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มที่จะช่วยแก้ไขปัญหาของกลุ่ม ความสำเร็จของงาน ถือว่าเป็นความสำเร็จของกลุ่ม

5. ฝึกการวิเคราะห์ร่วมกันของผู้เรียน จากประสบการณ์เรียนรู้จากการแลกเปลี่ยน ความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ตนได้พบเกี่ยวกับการทำงานกลุ่ม ตามหลักการที่กล่าวมาข้างต้น นอกเหนือจากนั้นยังเป็นวิธีการที่จะสามารถพัฒนาผู้เรียน ให้เกิดพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่ม และเมื่อผู้เรียนฝึกจนเป็นนิสัยแล้วย่อมสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

ทิสนา แคมณี และคณะ (2531, หน้า 36-37) ได้กล่าวถึงทักษะที่จำเป็นในการปฏิบัติงานกลุ่ม ไว้ 8 ประการ ได้แก่

1. ทักษะการวางแผนทั้งผู้นำและสมาชิกต้องร่วมกันวางแผนภายใต้การนำและควบคุมของผู้นำ
2. ทักษะการสื่อความหมาย การสื่อความหมายที่สมบูรณ์ มีองค์ประกอบ 3 ประการ คือ ผู้พูด ผู้ฟังและสื่อ ดังนั้น สมาชิกทุกคนจึงต้องมีทักษะที่สำคัญและจำเป็นมากในการทำงานกลุ่ม
3. ทักษะการจูงใจ ระหว่างการทำงานหรืออภิปรายกลุ่ม บรรยากาศของการทำงานกลุ่ม เป็นปัจจัยสำคัญ เช่น อึดแอ้มแจ่มใสต่อกัน ยอมรับซึ่งกันและกัน กล่าวชมเชย และดีเพื่อเกื้อหนุน และกัน สิ่งเหล่านี้ล้วนเป็นแรงจูงใจในการทำงานกลุ่ม
4. ทักษะการตัดสินใจ กระบวนการตัดสินใจเป็นทักษะสำคัญที่มีผลต่อการดำเนินงาน เพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมาย มี 7 ขั้นตอน ดังนี้
 - 4.1 พยายามศึกษาเรื่องที่จะตัดสินใจที่สามารถเป็นไปได้อย่างละเอียด
 - 4.2 พยายามสำรวจเป้าหมายและคุณค่าที่เกิดจากการตัดสินใจเรื่องนั้น ๆ
 - 4.3 พยายามชั่งน้ำหนักระหว่างคุณค่าและข้อเสียที่อาจเกิดขึ้นเมื่อมีการตัดสินใจ เลือกเรื่องใดเรื่องหนึ่ง
 - 4.4 พยายามค้นคว้าเรื่องราวข้อมูลใหม่ที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ประเมินผลของการเลือก
 - 4.5 พยายามทำความเข้าใจอย่างถูกต้อง เกี่ยวกับข้อมูลใหม่ที่ได้มาเพื่อสามารถตัดสินใจ
 - 4.6 สำรวจข้อดี ข้อบกพร่องเป็นครั้งสุดท้ายก่อนทำการตัดสินใจ
 - 4.7 จัดทำรายละเอียดสำหรับการนำเรื่องที่ได้รับการตัดสินใจไปใช้ และให้ความสนใจเป็นพิเศษในการวางแผนการทำงาน เพราะอาจมีข้อเสียต่าง ๆ มากมายเกิดขึ้นได้

5. ทักษะที่แก้ปัญหาคความขัดแย้ง ทิสนา แคมณี (2528, หน้า 47) ได้ให้ความหมายของความขัดแย้งว่า หมายถึง สภาพการณ์ที่เกิดขึ้นในตัวเอง เมื่อบุคคลจำเป็นต้องตัดสินใจเลือกระหว่างสิ่งที่มีคุณสมบัติแตกต่างกัน โดยที่คู่กรณีไม่สามารถจะตัดสินใจหรือหาข้อยุติอันเป็นที่พอใจของ

ทั้ง 2 ฝ่ายได้ สาเหตุข้อขัดแย้งระหว่างบุคคล ซึ่งมีสาเหตุเกิดจากวิถีคิดที่แตกต่างกัน ความคิดเห็นที่แตกต่างกัน การรับรู้ต่างกัน ค่านิยมต่างกัน ความมีอคติต่อกัน ผลประโยชน์ขัดกัน เป็นต้น ซึ่งพื้นฐานของการแก้ปัญหาความขัดแย้งมี 3 วิธี คือ

5.1 ยุทธวิธีแบบแพ้-ชนะ คือ การแก้ปัญหาแบบนี้มักจะยุติตรงที่ว่าฝ่ายหนึ่งเป็นฝ่ายชนะหรืออีกฝ่ายหนึ่งแพ้

5.2 ยุทธวิธีแบบแพ้-แพ้ การแก้ปัญหาแบบนี้มักจะยุติตรงที่ว่าทั้งสองฝ่ายต่างก็ได้ตามที่ต้องการมักจะใช้วิธีการแบบบอมนวมหรืออาจหาคนกลางช่วยตัดสินใจ ซึ่งอาจเป็นแพ้-แพ้ หรือชนะ-แพ้ ก็ได้

5.3 ยุทธวิธีแบบชนะ-ชนะ คือการที่ทั้งสองฝ่ายต่างก็ได้ตามที่ตนเองต้องการ โดยวิธีการร่วมมือกันแก้ปัญหา และพยายามหาวิธีการที่จะสามารถช่วยให้ทั้งสองฝ่าย ไม่มีฝ่ายใดแพ้ฝ่ายใดชนะ

6. ทักษะการแก้ปัญหาเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไปว่า การรวมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มนั้นต้องประสบความสำเร็จมากกว่าการแก้ปัญหาเพียงคนเดียว วิธีการแก้ปัญหามีหลายวิธีหลายแนวทาง แต่การแก้ปัญหานั้น ต้องอาศัยวิธีการที่มีระบบระเบียบ ซึ่งการแก้ปัญหาสำหรับผู้ที่จะสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น จะต้องรู้และเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ โดยมีการรวบรวมความรู้ข้อมูล ข้อเท็จจริง หลักการต่าง ๆ เพื่อประกอบการวางแผนแนวทางการแก้ปัญหาแล้วประเมินผลการแก้ปัญหานั้น

7. ทักษะการประเมินผลการทำงานกลุ่ม การประเมินผลงานนั้นพิจารณาได้ทั้งคุณภาพของงานที่ปรากฏและคุณภาพของผู้ร่วมงาน ซึ่งทั้งสองส่วนนี้มีอิทธิพลต่อกัน ถ้าผู้ร่วมงานคุณภาพดีจะได้งานที่มีคุณภาพดี ถ้าผู้ร่วมงานไม่ดีก็จะส่งผลต่อคุณภาพของงานให้ไม่ดี

8. ทักษะการนำเสนอผลงานการนำเสนอผลงานเป็นขั้นตอนสุดท้าย เป็นการถ่ายทอดเรื่องราวตลอดจนวิธีการต่าง ๆ ไปยังผู้ฟัง ซึ่งต้องอาศัยเทคนิคและกรรมวิธีที่สามารถโน้มน้าวให้ผู้ฟังเข้าใจอย่างชัดเจนและรวดเร็ว

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson & Johnson, 1990, p. 62) กล่าวถึงทักษะการทำงานกลุ่มที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันที่มีประสิทธิภาพ ต้องประกอบด้วยองค์ประกอบดังนี้

1. การสร้างความคุ้นเคยและการไว้วางใจ ยอมรับซึ่งกันและกัน
2. การพูดจาสื่อสารสื่อความหมายต่อกันที่ชัดเจนถูกต้องยอมรับซึ่งกันและกัน
3. การช่วยเหลือสนับสนุนให้กำลังใจซึ่งกันและกัน ด้วยการยกย่อง ชมเชยให้กำลังใจ
4. การใช้ความสามารถในการหาข้อยุติ เข้าใจข้อโต้แย้งระหว่างสมาชิกกลุ่ม

จากทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการปฏิบัติงานกลุ่มที่กล่าวมาแล้วข้างต้น จะเห็นได้ว่า มีปัจจัยมากมายที่จะทำให้การปฏิบัติงานกลุ่มมีประสิทธิภาพ โดยต้องนำมาปรับปรุงประยุกต์ให้เหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ ให้บรรลุวัตถุประสงค์ในแต่ละสาระความรู้

วิธีการพัฒนาทักษะการปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม

การพัฒนาทักษะการปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม เป็นวิธีการสำคัญในการทำให้เกิดทักษะในการทำงานกลุ่มที่ถูกต้อง โดยมีวิธีการ ได้แก่ การแบ่งกลุ่ม การอภิปรายกลุ่ม การใช้เกม การฝึกให้ผู้เรียนแสดงบทบาทสมมติและการใช้กรณีตัวอย่าง เป็นต้น

1. การแบ่งกลุ่ม ถือได้ว่าเป็นหัวใจของการพัฒนาทักษะการปฏิบัติงานกลุ่มเพราะฉะนั้น จำเป็นที่ครูจะต้องหาวิธีการแบ่งกลุ่มเพื่อเร้า ให้เกิดความสนใจ พอใจ ที่จะกระทำการกิจกรรมอื่น ๆ ต่อไป เพราะถ้าผู้เรียนสนใจตั้งแต่ต้นแล้วการเรียนรู้ย่อมเป็นไปได้ง่าย วิธีการที่จะพัฒนาทักษะการปฏิบัติงานกลุ่ม ด้วยวิธีการแบ่งกลุ่มหลายวิธี เช่น การใช้เกม การนับเลข การรวมกลุ่มด้วยความสมัครใจ การแบ่งกลุ่มตามเลขที่ การแบ่งกลุ่มตามแถว ฯลฯ หลังจากที่ผู้เรียนจับกลุ่มแล้ว ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมที่ครูกำหนด

2. การอภิปรายกลุ่มเป็นการแบ่งกลุ่ม อภิปรายตามหัวข้อที่ได้รับมอบหมาย เพราะฉะนั้นหัวข้อที่ ไปสู่การอภิปรายต้องเร้าให้ผู้เรียนอยากที่จะค้นหาคำตอบและหลังจากที่ได้คำตอบแล้วผู้เรียนจำคำตอบมาเสนอให้สมาชิกทราบด้วยการรายงาน

3. การใช้เกมเป็นการฝึกทักษะการปฏิบัติงานกลุ่มชนิดหนึ่ง ด้วยการที่ครูสร้างสถานการณ์สมมติขึ้นมา ให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่มเล่นด้วยตนเองภายใต้กติกาที่กำหนดขึ้น ผู้เรียนต้องอาศัยการตัดสินใจอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งจะมีผลออกมาในรูปของการแพ้ชนะ ช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ผลของกิจกรรมต่าง ๆ และเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง

4. การฝึกให้ผู้เรียนแสดงบทบาทสมมติ ละคร และสถานการณ์จำลองด้วยการจัดกลุ่ม มอบหมายหน้าที่ความรับผิดชอบ ในการแสดงบทบาทตามที่กำหนด สำหรับบทบาทสมมติให้ใช้ประสบการณ์ความรู้สึกลึกซึ้ง ส่วนละครต้องไม่เอาบุคลิกภาพความรู้สึกลึกซึ้งของตนเข้าไปเกี่ยวข้อง แต่สถานการณ์จำลองเป็นการสร้างสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง แล้วให้ผู้เรียนลงไปอยู่ในสถานการณ์นั้น ๆ กิจกรรมที่กล่าวมานี้ เมื่อผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมที่กำหนดแล้ว ใช้การวิเคราะห์ เพื่อสรุปประเด็นสู่เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการของทักษะ เช่น ความร่วมมือ ความรับผิดชอบ

5. การใช้กรณีตัวอย่าง จะช่วยพัฒนาทักษะการปฏิบัติงานกลุ่มได้ดีเช่นกัน ด้วยการให้กรณีเรื่องราว ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มได้ศึกษา วิเคราะห์ อภิปรายประเด็นปัญหา ซึ่งถ้าครูนำกรณีที่เกี่ยวข้องคล้อยถึงกับชีวิตจริงเข้ามาด้วยแล้ว จะทำให้ผลของการเรียนรู้มีความหมายมากขึ้น

จะเห็นได้ว่าวิธีการพัฒนาทักษะการปฏิบัติงานกลุ่มมีหลายประการด้วยกัน และสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันในการแบ่งกลุ่มนักเรียน มีการเรียนรู้ร่วมกัน การอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การฝึกทักษะ การปฏิบัติงานกลุ่มจึงเหมาะสมในการใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มีจุดหมายเป็นเกณฑ์การพัฒนาดตนเองและกลุ่มแสดงถึงความสำเร็จเป็นอย่างยิ่ง

การประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

การที่ผู้เรียนจะมีทักษะในการปฏิบัติงานกลุ่มได้นั้น จะต้องพิจารณาที่ผลงานของกลุ่ม พฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่มในเรื่องของความร่วมมือ การมีส่วนร่วมของสมาชิก โดยอาศัยเทคนิคและวิธีการอย่างหลากหลาย ดังที่ สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2539, หน้า 47) ได้เสนอวิธีการประเมินผลดังต่อไปนี้

1. สังเกต เมื่อมีการมอบหมายงานให้ผู้เรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ทั้งในการจัดการเรียนรู้และกิจกรรมเสริมหลักสูตร ครูสังเกตพฤติกรรมในการปฏิบัติงาน ทั้งในด้านบทบาทสมาชิก (ผู้นำ/ ผู้ตาม) และวิธีการทำงานของกลุ่ม
2. การซักถามเป็นวิธีการที่จะช่วยให้ครูรู้พฤติกรรมการทำงาน ในขณะที่ครูไม่ได้สังเกตด้วยตนเอง เช่น กรณีที่ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมเสริมหลักสูตร กิจกรรมสหกรณ์ กิจกรรมชุมนุม กิจกรรมคณะกรรมการผู้เรียน
3. การให้ผู้เรียนประเมินตนเองและประเมินกันเอง ให้เพื่อนผู้เรียนประเมินการปฏิบัติงานของสมาชิกกลุ่ม และให้ผู้เรียนประเมินตนเองตามรายการที่ครูกำหนด ซึ่งควรประเมินทั้งทางด้านเนื้อหาหรือผลงานที่กลุ่มเรียนรู้ว่าตน เข้าใจเนื้อหาที่ศึกษามากน้อยเพียงใด ต้องการความช่วยเหลือจากกลุ่มหรือไม่อย่างไร ด้านบทบาทของสมาชิกกลุ่มตนได้ปฏิบัติตามข้อตกลงของกลุ่มหรือไม่ได้ ร่วมปฏิบัติบทบาทที่เหมาะสมหรือไม่ ด้านการทำงานของกลุ่มเป็นอย่างไร มีข้อควรปรับปรุงหรือไม่อย่างไร การประเมินดังกล่าวควรทำทุกครั้งที่มีการปฏิบัติงานกลุ่ม โดยถือเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ นักเรียนทราบพัฒนาการของตนเอง และฝึกการยอมรับวิพากษ์วิจารณ์ด้วย
4. การประเมินด้านผลงานใช้วิธีการตรวจผลงาน จากการปฏิบัติงานกลุ่มของผู้เรียน ผลงานที่ควรจะตรวจ ได้แก่ สมุดจดงานของกลุ่ม การรายงานกลุ่ม และผลงานที่ได้จากการปฏิบัติจากพฤติกรรมการทำงานกลุ่มที่กล่าวมา แสดงให้เห็นว่าพื้นฐานการปฏิบัติงานกลุ่มย่อมจะต้องอาศัยความร่วมมือ ความเสียสละ ความรับผิดชอบ จากสมาชิกทุกคนภายในกลุ่ม ดังนั้น ครูผู้สอนจึงควรฝึกหัดให้ ผู้เรียนรู้จักการทำงานกลุ่ม และปฏิบัติการทำงานกลุ่มเพื่อให้เกิดลักษณะนิสัยที่ดีในการทำงานกลุ่มต่อไป

ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่ม ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้อาศัยหลักการของพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่ม 5 ด้าน คือ ด้านความรับผิดชอบ ด้านการยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น ด้านการยอมรับความสามารถของผู้อื่น ด้านการมีส่วนร่วมช่วยเหลือกลุ่ม และด้านการวิเคราะห์ร่วมกันของนักเรียน สร้างเป็นแบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่ม แล้วผู้วิจัยจะเป็นผู้สังเกต บันทึกผล และประเมินพฤติกรรมการปฏิบัติงานกลุ่มของนักเรียนทุกคนเอง ตลอดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละชั่วโมง และนำไปสรุปผลต่อไป

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยภายในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 96-101) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ซึ่งศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พัฒนาโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนพระนารายณ์และโรงเรียนคงตาลวิทยา จังหวัดลพบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 ผลการศึกษาพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองกับก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

ปราณี จงศรี (2545, หน้า 114-122) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือกันเทคนิคกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) วิธีสอนแบบ Missouri และวิธีสอนตามคู่มือครูเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Design) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลกุยบุรี อำเภอกุยบุรี จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 เนื้อหา เรื่อง บทประยุกต์ มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ 1) การเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น 2) การเรียนกลุ่มย่อย 3) การทดสอบย่อย 4) การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง 5) การยกย่องกลุ่มที่ประสบความสำเร็จ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ที่สอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือกัน วิธีสอนแบบ Missouri และวิธีสอนตามคู่มือครูแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และวิธีสอนแบบร่วมมือกันทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาของ นักเรียนสูงสุด นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือกัน มีความคิดเห็นว่าชอบการเรียนเป็นกลุ่ม ได้ทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อน เพื่อนในกลุ่มช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทำให้บรรยากาศการเรียนอบอุ่น และสนุกสนาน

มาลีวรรณ ศรีใหม่ (2548, หน้า 47-49) ได้ศึกษาเรื่องผลของการสอน โดยใช้ชุดการสอน แบบศูนย์การเรียนที่เน้นกระบวนการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ และพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเซนต์โยเซฟคอนเวนต์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ผลการศึกษพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของ นักเรียนที่เน้นกระบวนการเรียนแบบร่วมมือหลังเรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนมีค่าเฉลี่ยร้อยละ 92.22

สายหยุด ผุยนวล (2550, หน้า 98) ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ แบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกและการลบจำนวนนับที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100,000 ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนชุมชนบ้านวังเพิ่ม สำนักงาน เขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 5 จำนวน 24 คน ผลการวิจัยพบว่า ทำให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะ ที่พึงประสงค์ ได้แก่ มีทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ความสามัคคี ความรับผิดชอบ ความตระหนักในคุณค่าของตนเอง ส่วนด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 75.17 ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 70 มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ 20 คน จากนักเรียนทั้งหมด 24 คน คิดเป็นร้อยละ 83.33

สวรส ผลเล็ก (2550, หน้า 128-133) ได้ศึกษาเรื่องการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา วิทยาศาสตร์และพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัด การเรียนแบบร่วมมือ 5 เทคนิค โรงเรียนฉิมพลี ปีการศึกษา 2550 จำนวน 30 คน ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนแบบร่วมมือ 5 เทคนิค มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม หลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณัฐิกา หลอดแก้ว (2552, หน้า 128-133) ได้ศึกษาเรื่องผลการเรียนรู้ด้วยบทเรียน คอมพิวเตอร์มัลติมีเดียแบบร่วมมือ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์และพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม โรงเรียน บางปลาหมอ “สูงสุดमारผดุงวิทย์” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 42 คน ผลการศึกษา

พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียแบบร่วมมือ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 พฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนอยู่ในระดับดีมาก และนักเรียนมีความคิดเห็นต่อการเรียนการสอนอยู่ในระดับดี

ณัฐพร โพธิ์เยี่ยม (2550, หน้า 118-119) ได้ศึกษาการเรียนรู้เรื่องการพัฒนาผลการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยเหลือเป็นรายบุคคล (TAI) ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา โรงเรียนเทศบาล 4 วัดโพธิ์อันปีการศึกษา 2550 อำเภอสองพี่น้อง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้มีคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนก่อนและหลังจัดการเรียนรู้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีระดับการปฏิบัติการทำงานกลุ่มทุกแผนการจัดการเรียนรู้อยู่ในระดับปานกลาง

อารมณ จันทร์ลาม (2550, หน้า 93) ได้ศึกษาเรื่องการสอนแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนเทศบาลบ้านกุหาสวรรค์ สังกัดกองการศึกษาเทศบาลเมืองพัทลุง จังหวัดพัทลุง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 51 คน พบว่า ความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 มีนักเรียนที่มีผลการสอบหลังเรียนผ่านเกณฑ์ 60% คิดเป็นร้อยละ 90.20 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดหลังการเรียน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีความพึงพอใจหลังการเรียนอยู่ในระดับมาก

ทิวพร สกุลสุธา (2552, หน้า 98-99) ได้ศึกษาการเรียนรู้เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา โรงเรียนเทศบาล 3 (พินิจพิทยานุสรณ์) สังกัดกองการศึกษาเทศบาลเมืองนครพนม จังหวัดนครพนม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 40 คน ในรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 75.25 และนักเรียนจำนวนร้อยละ 72.50 ของนักเรียนทั้งหมด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

จิตรา แก้วชัย (2553, หน้า 129-130) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญห เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละ ได้คะแนนเฉลี่ย 67.54 จากคะแนนเต็ม 80 คะแนน

คิดเป็นร้อยละ 84.42 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.44 และมีนักเรียนร้อยละ 100 ได้คะแนนวัดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาดังแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

โสมภักดิ์ สุวรรณ (2554, หน้า 72-72) ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เรื่องการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลลำพูน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 36 คน ผู้วิจัยสอนกลุ่มเป้าหมายโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาเป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วนที่เหมาะสมกับกลุ่มเป้าหมาย เป็นการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้คำถามนำในการชี้แนะแนวทางให้นักเรียนนำกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน โดยขั้นตอนทั้งสี่ของกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาสามารถยึดหยุ่นได้ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาในด้านการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนการแก้ปัญหา แต่ยังไม่มีความบกพร่องในด้านการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถทำได้ครบทุกขั้นตอน ในด้านการตรวจคำตอบ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจคำตอบได้อย่างครบถ้วนและถูกต้อง

ประภัสสร แก้วพิลารมย์ (2554, หน้า 76) ได้ทำการศึกษาวิจัย เรื่องการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5Es ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับร้อยละ 73.66 โดยมีนักเรียนร้อยละ 76.00 ได้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับร้อยละ 71.40 และมีนักเรียนร้อยละ 72.00 ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดคือตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

งานวิจัยต่างประเทศ

ริท (Writt, 1988, p. 72-A) ได้สำรวจการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหากับกระบวนการให้เหตุผล โดยเฉพาะยุทธวิธีการแก้ปัญหทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยา ซึ่งได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผนและขั้นตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหโดยใช้ปัญหเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดทั้งยุทธวิธีการแก้ปัญหและกระบวนการให้เหตุผล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายจากโรงเรียนนิวออร์ก 75 โรง ผลการศึกษาพบว่า การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหและกระบวนการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์ซึ่งแสดงว่ากระบวนการให้เหตุผลมีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับยุทธวิธีการแก้ปัญห ซึ่งบางส่วนของกระบวนการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กับตัวปัญหาเป็นอย่างมาก ขณะที่อีกส่วนหนึ่งของ

กระบวนการให้เหตุผลมีความเกี่ยวข้องกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาถึงสัดส่วนของยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยา พบว่า ในกลุ่มนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้สำเร็จ มีขั้นตอนการตามแผนแตกต่างกัน ส่วนใหญ่นักเรียนที่แก้ปัญหาไม่สำเร็จไม่พบความแตกต่างกันในขั้นตอนการตามแผนและใช้เวลาส่วนมากในขั้นทำความเข้าใจปัญหาและขึ้นวางแผนการแก้ปัญหา ทั้งนี้ นักเรียนในกลุ่มที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่มีใครใช้ขั้นตอนตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

พัทท์ (Putt, 1979, p. 5382-A) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ 2 วิธี ที่มีต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหานักเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับเกรด 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ผู้วิจัยสอนห้องที่หนึ่ง โดยสอนตามรูปแบบซึ่งมีพื้นฐานมาจากกระบวนการเรียนรู้ของกาเบ้ และการจัดการเรียนรู้แก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งจะใช้วิธีสอนแบบฮิวริสติกในการสอนนักเรียนกลุ่มนี้ ส่วนห้องที่สองสอนโดยการสร้างประสบการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหให้นักเรียนและไม่ใช้วิธีสอนแบบฮิวริสติก ส่วนกลุ่มควบคุมสอนโดยใช้วิธีการจัดการเรียนรู้ปกติ ผลการทดลองพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญเกี่ยวกับการแก้ปัญหานักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม สิ่งที่พัฒนาขึ้นซึ่งเห็นได้ชัดในการแก้ปัญหานักเรียนในกลุ่มทดลองก็คือ วิธีสอนวิธีแรกจะทำให้เห็นความแตกต่างในด้านทักษะคิด ที่มีการแก้ปัญหานักเรียน ส่วนในด้านทักษะคิดที่มีการแก้ปัญหานักเรียน พบว่า มีความแตกต่างกันไม่มากนักระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมและมีความแตกต่างกันน้อยมากระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม

แคทเธอรี (Catherine, 1992, pp. 261-273) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยให้นักเรียนมีการเรียนรู้แบบร่วมมือกันภายในกลุ่มเล็กที่เน้นความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนเกรด 5-6 ในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นต่อการแก้ปัญหามีส่วนช่วยเหลือกันเองในการเรียนรู้เนื้อหา นักเรียนในกลุ่มเก่งมีการตอบสนองที่ดีต่อการเปลี่ยนกลุ่มในการทำงาน ส่วนนักเรียนในกลุ่มอ่อนสามารถเรียนรู้เนื้อหาได้ดีขึ้น

เบริคส์ (Burks, 1994, p. 4019-A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้การเขียนในการจัดการเรียนรู้กระบวนการดำเนินการและข้อชี้แนะยุทธวิธีในการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหามathศาสตร์ สำหรับนักเรียนเกรด 8 กลุ่มตัวอย่างคือครู 5 คน สอนนักเรียนเกรด 8 จำนวน 371 คน ใช้เวลาการทดลอง 7 สัปดาห์ โดยมีกระบวนการประกอบด้วยการเข้าถึง (Enter) การวางแผน การปะทะ และการทบทวน ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนของโพลยา ยุทธวิธีที่ใช้ประกอบด้วย การค้นหาแบบรูป การเขียนแผนภาพ การแจกแจงรายการ/ การสร้างตาราง การเดา และการตรวจสอบ และการแก้ปัญหาง่ายกว่า ผลการวิจัยพบว่า การใช้ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญห ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการในทักษะการแก้ปัญห โดยนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ

จะมีพัฒนาการที่ดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงส่วนด้านเจตคติต่อการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนเกือบทั้งหมดมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่มียกกลุ่มทดลองมีการเปลี่ยนแปลงทางลบน้อยกว่ากลุ่มควบคุม แต่ทั้งหมดมีความเห็นร่วมกันว่ากิจกรรมการเรียนทำให้นักเรียนได้สื่อสารและพัฒนาความคิดด้านกระบวนการและยุทธวิธีมากขึ้นและนำเสนอปัญหาอย่างเป็นระบบ

รอส (Ross, 1995, pp. 125-140) ได้ศึกษาผลย้อนกลับของนักเรียน ที่เรียนรู้แบบร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์กับการเรียนแบบปกติในวิชาคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนระดับ 7 จำนวน 18 คน ที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือกับแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ ทำการทดลองเป็นเวลา 4 เดือน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่เรียนแบบร่วมมือกับแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ มีผลย้อนกลับในด้านการให้ความช่วยเหลือกันในกลุ่มเกิดทักษะกระบวนการคิดเพื่อแก้ปัญหาให้ตนเองและเพื่อนเพิ่มขึ้น ส่งเสริมให้นักเรียนประสบความสำเร็จในตนเองอีกด้วย

วิกเคอร์ (Whicker, 1999, p. 1951-A) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือและการให้รางวัล ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เรียนรู้แบบร่วมมือและได้รับรางวัลเป็นกลุ่ม กลุ่มที่ 2 เรียนรู้แบบร่วมมือและได้รับรางวัลเป็นรายบุคคล และกลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน และนักเรียนที่เรียนโดยวิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีความพึงพอใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

บาร์เบโต (Barbato, 2000, p. 2113-A) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือกับวิธีสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างเพศชายและเพศหญิงไม่แตกต่างกัน

เวท (Waite, 2001, p. 3933-A) ได้ศึกษาการเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น จะช่วยพัฒนาทักษะทางสังคม ทักษะการทำงานร่วมกันสูงขึ้น เนื่องจากสมาชิกภายในกลุ่มพูดคุยกัน นักเรียนได้เรียนรู้จากเพื่อนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เห็นคุณค่าของตัวเองเพิ่มขึ้นทั้งนี้ เพราะนักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมที่ทำให้กลุ่มประสบความสำเร็จ จึงเป็นรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ที่ตอบสนองต่อนักเรียนได้อย่างเหมาะสม ช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบร่วมมือและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือและแบบร่วมมือโดยเทคนิค STAD สามารถตอบสนองต่อความแตกต่างของนักเรียนได้ดี ส่งผลในเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีทักษะในการทำงานร่วมกัน นอกจากนั้นยังส่งผลต่อเจตคติและทักษะทางสังคมของนักเรียน ส่วนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา ก็สามารถทำให้นักเรียนมีพัฒนาการในด้านทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาในสาระต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ โดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคการแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6