ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ก

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลี ร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ โดยคำนึงถึงของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ โดยคำนึงถึงของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC

การหาค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับทำนายระยะพุ่งของน้ำ จากการศึกษาการพุ่งของน้ำที่พุ่งออกจากถังเปิดที่บรรจุน้ำอยู่เต็ม โดยถังเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง D และช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง d ดังภาพที่ ก-1 เมื่อพิจารณากรณีของของไหลที่บีบอัดไม่ได้และเป็นการไหลแบบราบเรียบ อัตราการไหลมีค่าคงที่ที่ทุกจุดในหลอดการไหล ซึ่งเป็นไปตามสมการ

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad \text{(ก-1)}$$

เมื่อ v_1 และ v_2 เป็นความเร็วของของเหลวที่ไหลในจุดที่ 1 และจุดที่ 2 ตามลำดับ A_1 และ A_2 เป็นพื้นที่หน้าตัดของถังและช่องเปิดตามลำดับ จากสมการที่ ก-1 หากกำหนดให้ถังเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเป็น D และช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเป็น d จะได้ v_1 ตามสมการ

$$v_1 = \left(\frac{d}{D}\right)^2 v_2 \qquad \text{(ก-2)}$$

หากไม่คำนึงถึงความหนืดของของเหลว จะสามารถคำนวณหาความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากช่องเปิดได้จากสมการของแบร์นูลลี ซึ่งเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 \qquad \text{(ก-3)}$$

เมื่อพิจารณา 2 จุดที่มีความสูงแตกต่างกัน $h_1 (= H)$ และ $h_2 (= h)$ P_1 และ P_2 เป็นความดันที่สอดคล้องกับจุดทั้ง 2 นั้น v_1 และ v_2 เป็นความเร็วของของเหลวที่ไหลในจุดที่ 1 และจุดที่ 2 ตามลำดับ จากการทดลองสมมุติว่า $P_1 \approx P_2$ $v_2 = V_{th}$ และแทน v_1 ตามสมการที่ ก-2 จะได้ว่า

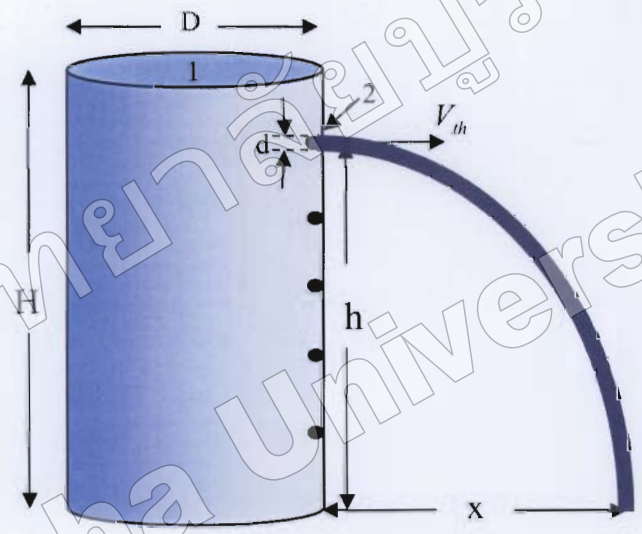
$$\frac{\rho V_{th}^2}{2}\left(\frac{d}{D}\right)^4 + \rho g H = \frac{\rho V_{th}^2}{2} + \rho g h$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

$$\rho gH - \rho gh = \frac{\rho V_{th}^2}{2} - \frac{\rho V_{th}^2}{2}\left(\frac{d}{D}\right)^4$$

$$V_{th}^2 = 2g(H-h)/[1-\left(\frac{d}{D}\right)^4]$$

$$V_{th} = \sqrt{2g(H-h)/[1-\left(\frac{d}{D}\right)^4]} \qquad \text{(ก-4)}$$



ภาพที่ ก-1 น้ำที่พุ่งออกจากถังเปิดที่บรรจุน้ำเต็ม

แต่ในทางปฏิบัติ ความเร็วที่ได้จากการทดลองจะไม่เท่ากับความเร็วที่คำนวณจากสมการแบร์นูลลีตามสมการที่ ก-4 ซึ่งหากพิจารณาการเคลื่อนที่ในสองมิติของอนุภาคของเหลวโดยไม่คำนึงถึงแรงต้านอากาศจะมีแนวการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ จึงสามารถอธิบายได้โดยใช้สมการการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ซึ่งแยกการพิจารณาออกเป็น 2 แนวการเคลื่อนที่ ดังนี้

แนวราบ $$x = V_{0x}t \qquad \text{(ก-5)}$$

แนวดิ่ง $$-h = V_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \qquad \text{(ก-6)}$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

เนื่องจาก $V_{0y}=0$ จะได้ $$-h=-\frac{gt^2}{2}$$

$$t^2=\frac{2h}{g}$$

จึงได้ $$t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad \text{(ก-7)}$$

จากการแทนค่าเวลาตามสมการที่ ก-7 ลงในสมการที่ ก-5 จะคำนวณความเร็วเริ่มต้นได้ตามสมการ

$$V_{0x}=x\sqrt{\frac{g}{2h}} \qquad \text{(ก-8)}$$

เมื่อเปรียบเทียบความเร็วที่ได้จากสมการที่ ก-4 กับสมการที่ ก-8 จะพบว่ามีค่าไม่เท่ากัน เนื่องจากสมการแบร์นูลลีจะไม่คิดความหนืดของของเหลว จึงเกิดค่าสัมประสิทธิ์ขึ้นค่าหนึ่ง โดยได้จากอัตราส่วนระหว่าง V_{0x} กับ V_{th} ดังนี้

$$k=\frac{V_{0x}}{V_{th}}=x\sqrt{\frac{g}{2h}}\frac{1}{\sqrt{2g(H-h)/[1-\left(\frac{d}{D}\right)^4]}}$$

$$k=\frac{x}{2}\sqrt{\frac{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}{h(H-h)}} \qquad \text{(ก-9)}$$

จากสมการที่ ก-9 เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h(H-h)}$ กับ ระยะพุ่งของน้ำ (x) จะได้ความชันของกราฟตามสมการ

$$\text{ความชัน}\,(m)=\frac{2k}{\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}} \qquad \text{(ก-10)}$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ผลการทดลองกาหาค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ โดยคำนึงถึงของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC

การทดลองชุดที่ 1

จากการทดลองชุดที่ 1 ใช้ท่อ PVC สีฟ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.62 cm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องเปิด 0.156 cm เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h(H-h)}$ กับระยะการพุ่งของน้ำ (x) ดังภาพที่ 4-4 ได้ค่าความชันของกราฟเท่ากับ 1.276 เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k ตามสมการที่ ก-10 จะได้ว่า

$$k = \frac{m}{2}\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}$$

$$k = \frac{1.276}{2}\sqrt{1-\left(\frac{0.156cm}{7.62cm}\right)^4}$$

$$k = 0.638$$

การทดลองชุดที่ 1 เมื่อพิจารณาขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC ได้ค่าสัมประสิทธิ์ k เท่ากับ 0.638

การทดลองชุดที่ 2

จากการทดลองชุดที่ 2 ใช้ท่อ PVC สีฟ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.62 cm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องเปิด 0.269 cm เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h(H-h)}$ กับระยะการพุ่งของน้ำ (x) ดังภาพที่ 4-5 ได้ค่าความชันของกราฟเท่ากับ 1.338 เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k ตามสมการที่ ก-10 จะได้ว่า

$$k = \frac{m}{2}\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}$$

$$k = \frac{1.338}{2}\sqrt{1-\left(\frac{0.269cm}{7.62cm}\right)^4}$$

$$k = 0.669$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

การทดลองชุดที่ 2 เมื่อพิจารณาขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC ได้ค่าสัมประสิทธิ์ k เท่ากับ 0.669

การทดลองชุดที่ 3

จากการทดลองชุดที่ 3 ใช้ท่อ PVC สีฟ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.62 cm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องเปิด 0.345 cm เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h(H-h)}$ กับระยะการพุ่งของน้ำ (x) ดังภาพที่ 4-6 ได้ค่าความชันของกราฟเท่ากับ 1.450 เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k ตามสมการที่ ก-10 จะได้ว่า

$$k = \frac{m}{2}\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}$$

$$k = \frac{1.450}{2}\sqrt{1-\left(\frac{0.345cm}{7.62cm}\right)^4}$$

$$k = 0.725$$

การทดลองชุดที่ 3 เมื่อพิจารณาขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC ได้ค่าสัมประสิทธิ์ k เท่ากับ 0.725

การทดลองชุดที่ 4

จากการทดลองชุดที่ 4 ใช้ท่อ PVC สีฟ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.62 cm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องเปิด 0.468 cm เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h(H-h)}$ กับระยะการพุ่งของน้ำ (x) ดังภาพที่ 4-7 ได้ค่าความชันของกราฟเท่ากับ 1.577 เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k ตามสมการที่ ก-10 จะได้ว่า

$$k = \frac{m}{2}\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}$$

$$k = \frac{1.577}{2}\sqrt{1-\left(\frac{0.468cm}{7.62cm}\right)^4}$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

$$k = 0.789$$

การทดลองชุดที่ 4 เมื่อพิจารณาขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC ได้ค่าสัมประสิทธิ์ k เท่ากับ 0.789

การทดลองชุดที่ 5

จากการทดลองชุดที่ 5 ใช้ท่อ PVC สีฟ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.62 cm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องเปิด 0.543 cm เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h(H-h)}$ กับระยะการพุ่งของน้ำ (x) ดังภาพที่ 4-8 ได้ค่าความชันของกราฟเท่ากับ 1.677 เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k ตามสมการที่ ก-10 จะได้ว่า

$$k = \frac{m}{2}\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}$$

$$k = \frac{1.677}{2}\sqrt{1-\left(\frac{0.543cm}{7.62cm}\right)^4}$$

$$k = 0.838$$

การทดลองชุดที่ 5 เมื่อพิจารณาขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC ได้ค่าสัมประสิทธิ์ k เท่ากับ 0.838

การทดลองชุดที่ 6

จากการทดลองชุดที่ 6 ใช้ท่อ PVC สีฟ้าเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.62 cm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของช่องเปิด 0.627 cm เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h(H-h)}$ กับระยะการพุ่งของน้ำ (x) ดังภาพที่ 4-9 ได้ค่าความชันของกราฟเท่ากับ 1.769 เมื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k ตามสมการที่ ก-10 จะได้ว่า

$$k = \frac{m}{2}\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

$$k = \frac{1.769}{2}\sqrt{1-\left(\frac{0.627cm}{7.62cm}\right)^4}$$

$$k = 0.885$$

การทดลองชุดที่ 6 เมื่อพิจารณาขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ PVC ได้ค่าสัมประสิทธิ์ k เท่ากับ 0.885

เมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ k ในกรณีที่คำนึงถึงขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ ($k_{ใหม่}$) กับค่าสัมประสิทธิ์ k ในกรณีที่ไม่คำนึงถึงขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ ($k_{เดิม}$) จะได้ความแตกต่างดังตารางที่ ก-1

ตารางที่ ก-1 การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ k

ขนาดช่องเปิด (cm)	$k_{เดิม}$	$k_{ใหม่}$	% ความแตกต่าง
0.156	0.638	0.638	0.00
0.269	0.669	0.669	0.00
0.345	0.725	0.725	0.00
0.468	0.789	0.789	0.00
0.543	0.839	0.838	0.12
0.627	0.885	0.885	0.00

จากตารางที่ ก-1 พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ k ในกรณีที่คำนึงถึงขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ ($k_{ใหม่}$) กับค่าสัมประสิทธิ์ k ในกรณีที่ไม่คำนึงถึงขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ ($k_{เดิม}$) มีความแตกต่างกันน้อยมาก ดังนั้นเพื่อลดความยุ่งยากในการคำนวณ งานวิจัยนี้จึงคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k โดยใช้สมการที่ไม่คำนึงถึงขนาดของช่องเปิดและขนาดของท่อ ตามสมการที่ 4-1

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาคผนวก ข

- การคำนวณเลขเรย์โนลด์
- ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ กับเลขเรย์โนลด์

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

การคำนวนเลขเรย์โนลด์

เลขเรย์โนลด์ เป็นตัวแปรไร้มิติที่มีผลต่อลักษณะการไหลของของไหล กล่าวคือ เมื่อของไหลมีความเร็วต่ำจะได้เลขเรย์โนลด์ต่ำ ถ้าของไหลมีความเร็วสูงขึ้นจะได้เลขเรย์โนลด์สูงขึ้น โดยเลขเรย์โนลด์ขึ้นอยู่กับอัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อยต่อแรงเนื่องจากความหนืด ซึ่งสามารถเขียนความสัมพันธ์และสมการของเลขเรย์โนลด์ได้ดังนี้

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v L}{\mu} \qquad \text{(ข-1)}$$

เมื่อ Re คือ เลขเรย์โนลด์

ρ คือ ความหนาแน่นของน้ำ

μ คือ ความหนืดของน้ำ

v คือ ความเร็วของน้ำจากการทดลอง

L คือ เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ

เมื่อแทนค่า ความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ 997.0 kg/m^3 ที่อุณหภูมิ 25 °C ความหนืดของน้ำเท่ากับ 0.890×10^{-3} Pa.s ที่อุณหภูมิ 25 °C (คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน, 2555) v คือ ความเร็วของน้ำจากการทดลอง (m/s) และ L คือ เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ (m) จะได้เลขเรย์โนลด์จากการทดลองทั้ง 6 ชุดการทดลองดังนี้

การคำนวณเลขเรย์โนลด์ของการทดลองชุดที่ 1

จากการทดลองชุดที่ 1 ที่ช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.156 cm คำนวณความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากช่องเปิดได้ 0.632 m/s เมื่อแทนค่าตัวแปรต่าง ๆ ลงในสมการที่ ข-1 จะได้

$$\mathrm{Re} = \frac{\left(997.0 kg/m^3\right)\left(0.632 m/s\right)\left(0.156 \times 10^{-2} m\right)}{\left(0.890 \times 10^{-3} Pa.s\right)}$$

$$\mathrm{Re} = 1104$$

การทดลองชุดที่ 1 คำนวณเลขเรย์โนลด์ได้เท่ากับ 1104 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 2100 ทำนายได้ว่าการไหลของของไหล เป็นการไหลแบบราบเรียบ

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

การคำนวณเลขเรย์โนลด์ของการทดลองชุดที่ 2

จากการทดลองชุดที่ 2 ที่ช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.269 cm คำนวณความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากช่องเปิดได้ 0.663 m/s เมื่อแทนค่าตัวแปรต่าง ๆ ลงในสมการที่ ข-1 จะได้

$$\mathrm{Re} = \frac{(997.0 kg/m^3)(0.663 m/s)(0.269 \times 10^{-2} m)}{(0.890 \times 10^{-3} Pa.s)}$$

$$\mathrm{Re} = 1998$$

การทดลองชุดที่ 2 คำนวณเลขเรย์โนลด์ได้เท่ากับ 1998 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 2100 ทำนายได้ว่าการไหลของของไหล เป็นการไหลแบบราบเรียบ

การคำนวณเลขเรย์โนลด์ของการทดลองชุดที่ 3

จากการทดลองชุดที่ 3 ที่ช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.345 cm คำนวณความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากช่องเปิดได้ 0.718 m/s เมื่อแทนค่าตัวแปรต่าง ๆ ลงในสมการที่ ข-1 จะได้

$$\mathrm{Re} = \frac{(997.0 kg/m^3)(0.718 m/s)(0.345 \times 10^{-2} m)}{(0.890 \times 10^{-3} Pa.s)}$$

$$\mathrm{Re} = 2775$$

การทดลองชุดที่ 3 คำนวณเลขเรย์โนลด์ได้เท่ากับ 2775 ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 2100 - 4000 ทำนายได้ว่าการไหลของของไหล อาจเป็นการไหลแบบราบเรียบหรือการไหลแบบปั่นป่วนก็ได้

การคำนวณเลขเรย์โนลด์ของการทดลองชุดที่ 4

จากการทดลองชุดที่ 4 ที่ช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.468 cm คำนวณความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากช่องเปิดได้ 0.781 m/s เมื่อแทนค่าตัวแปรต่าง ๆ ลงในสมการที่ ข-1 จะได้

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

$$\mathrm{Re} = \frac{(997.0 kg/m^3)(0.781 m/s)(0.468\times10^{-2} m)}{(0.890\times10^{-3} Pa.s)}$$

$$\mathrm{Re} = 4095$$

การทดลองชุดที่ 4 คำนวณเลขเรย์โนลด์ได้เท่ากับ 4095 ซึ่งมีค่ามากกว่า 4000 ทำนายได้ว่าการไหลของของไหล เป็นการไหลแบบปั่นป่วน

การคำนวณเลขเรย์โนลด์ของการทดลองชุดที่ 5

จากการทดลองชุดที่ 5 ที่ช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.543 cm คำนวณความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากช่องเปิดได้ 0.830 m/s เมื่อแทนค่าตัวแปรต่าง ๆ ลงในสมการที่ ข-1 จะได้

$$\mathrm{Re} = \frac{(997.0 kg/m^3)(0.830 m/s)(0.543\times10^{-2} m)}{(0.890\times10^{-3} Pa.s)}$$

$$\mathrm{Re} = 5049$$

การทดลองชุดที่ 5 คำนวณเลขเรย์โนลด์ได้เท่ากับ 5049 ซึ่งมีค่ามากกว่า 4000 ทำนายได้ว่าการไหลของของไหล เป็นการไหลแบบปั่นป่วน

การคำนวณเลขเรย์โนลด์ของการทดลองชุดที่ 6

จากการทดลองชุดที่ 6 ที่ช่องเปิดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.627 cm คำนวณความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากช่องเปิดได้ 0.876 m/s เมื่อแทนค่าตัวแปรต่างๆ ลงในสมการที่ ข-1 จะได้

$$\mathrm{Re} = \frac{(997.0 kg/m^3)(0.876 m/s)(0.627\times10^{-2} m)}{(0.890\times10^{-3} Pa.s)}$$

$$\mathrm{Re} = 6153$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

การทดลองชุดที่ 6 คำนวณเลขเรย์โนลด์ได้เท่ากับ 6153 ซึ่งมีค่ามากกว่า 4000 ทำนายได้ว่าการไหลของของไหล เป็นการไหลแบบปั่นป่วน

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ กับเลขเรย์โนลด์

ค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ เป็นตัวแปรไร้มิติที่คำนวณได้จากอัตราส่วนระหว่างความเร็วเริ่มต้นของน้ำที่คำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์กับความเร็วเริ่มต้นของน้ำที่คำนวณโดยใช้สมการแบร์นูลลี ณ ความสูงตำแหน่งเดียวกัน ตามสมการที่ 3-7

$$k = \frac{V_{0x}}{V_{th}}$$

เมื่อ V_{0x} คือ ความเร็วเริ่มต้นของน้ำที่คำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

V_{th} คือ ความเร็วเริ่มต้นของน้ำที่คำนวณโดยใช้สมการแบร์นูลลี

ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ได้จากการทดลอง ส่วนความเร็วเริ่มต้นของน้ำที่คำนวณโดยใช้สมการแบร์นูลลี (V_{th}) สามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 3-2

$$V_{th} = \sqrt{2g(H-h)}$$

เมื่อ H คือ ความสูงของระดับน้ำ

h คือ ความสูงของช่องเปิด

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

ดังนั้นความเร็วเริ่มต้นของน้ำที่คำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ (V_{0x}) จึงถือว่าเป็นความเร็วของน้ำที่ได้จากการทดลอง ซึ่งหาได้จากสมการ

$$V_{0x} = k\sqrt{2g(H-h)} \qquad \text{(ข-2)}$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

เมื่อแทนค่า V_{0x} ตามสมการที่ ข-2 ลงในสมการที่ ข-1 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ กับเลขเรย์โนลด์ ดังสมการต่อไปนี้

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho L\sqrt{2g(H-h)}}{\mu}k \qquad \text{(ข-3)}$$

ดังนั้นหาก ตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งได้แก่ ρ L g $(H-h)$ และ μ มีค่าคงที่ ค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ กับเลขเรย์โนลด์จึงมีความสัมพันธ์กันแบบเชิงเส้น และเมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์กับเลขเรย์โนลด์ จะได้ความชันของกราฟดังสมการ

$$\text{ความชัน } (m) = \frac{\rho L\sqrt{2g(H-h)}}{\mu} \qquad \text{(ข-4)}$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาคผนวก ค

ขั้นตอนการสร้างชุดทดลอง

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ขั้นตอนการสร้างชุดทดลอง

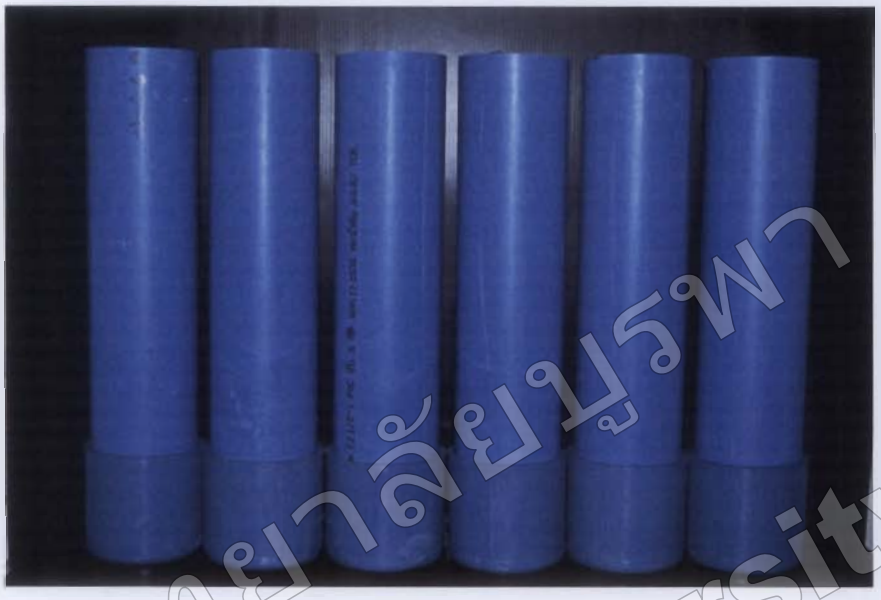
งานวิจัยนี้สนใจการศึกษาการหาค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ ดังนั้นในการสร้างชุดทดลองจำเป็นต้องสร้างชุดทดลองที่สามารถวัดปริมาณต่าง ๆ ได้ครบถ้วนและมีความแม่นยำสูง ผู้วิจัยจึงได้ออกแบบและสร้างชุดทดลองการหาค่าสัมประสิทธิ์ k สำหรับการทำนายระยะพุ่งของน้ำโดยการประยุกต์สมการแบร์นูลลีร่วมกับสมการโพรเจกไทล์ โดยมีขั้นตอนการสร้างชุดทดลองดังนี้

1. ตัดท่อ PVC เส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 7.62 cm ด้วยเครื่องตัด ให้ได้ความยาวท่อละ 35 cm จำนวน 6 ท่อ ดังภาพที่ ค-1

ภาพที่ ค-1 การตัดท่อ PVC สีฟ้า

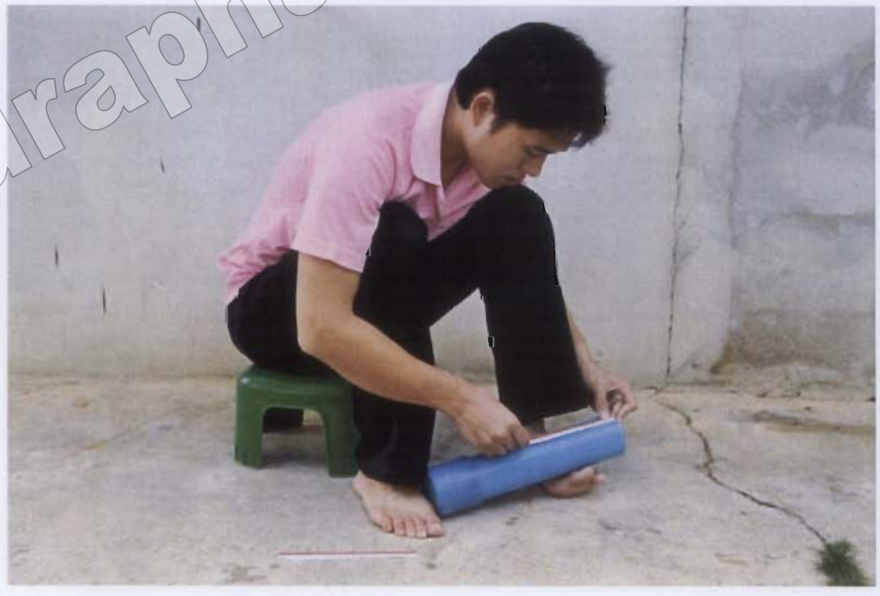
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

2. ปิดปลายท่อ PVC ที่ตัดแล้ว ด้วยฝาปิด PVC ดังภาพที่ ค-2



ภาพที่ ค-2 การปิดปลายท่อ PVC ด้วยฝาปิด

3. ติดสติ๊กเกอร์รูปไม้บรรทัดบนท่อ PVC ดังภาพที่ ค-3



ภาพที่ ค-3 การติดสติ๊กเกอร์รูปไม้บรรทัดบนท่อ PVC

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

4. เจาะช่องเปิดบนท่อ PVC ขนาดต่าง ๆ ตามตารางต่อไปนี้ ดังภาพที่ ค-4

ตารางที่ ค-1 แสดงการเจาะรูบนท่อ PVC

ชุดที่	ความสูงท่อ (cm)	ระยะระหว่างช่องเปิด (cm)	ขนาดช่องเปิด (cm)
1	35.00	5.00	0.156
2	35.00	5.00	0.269
3	35.00	5.00	0.345
4	35.00	5.00	0.468
5	35.00	5.00	0.534
6	35.00	5.00	0.627

หมายเหตุ ช่องเปิดแรกอยู่สูงจากพื้น 10.00 cm

ภาพที่ ค-4 การเจาะช่องเปิดบนท่อ PVC

5. ติดสติ๊กเกอร์รูปไม้บรรทัดบนถาดอะลูมิเนียม ดังภาพที่ ค-5

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ค-5 การติดสติ๊กเกอร์รูปไม้บรรทัดบนถาดอะลูมิเนียม

6. นำท่อ PVC วางบนถาดอะลูมิเนียมในตำแหน่งที่กำหนด ปิดช่องเปิดที่เจาะไว้ด้วยจุกยาง เติมน้ำให้เต็ม อุปกรณ์พร้อมสำหรับการทดลองดังภาพที่ ค-6

ภาพที่ ค-6 การจัดวางชุดทดลอง

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาคผนวก ง

การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองโดยใช้คอมพิวเตอร์

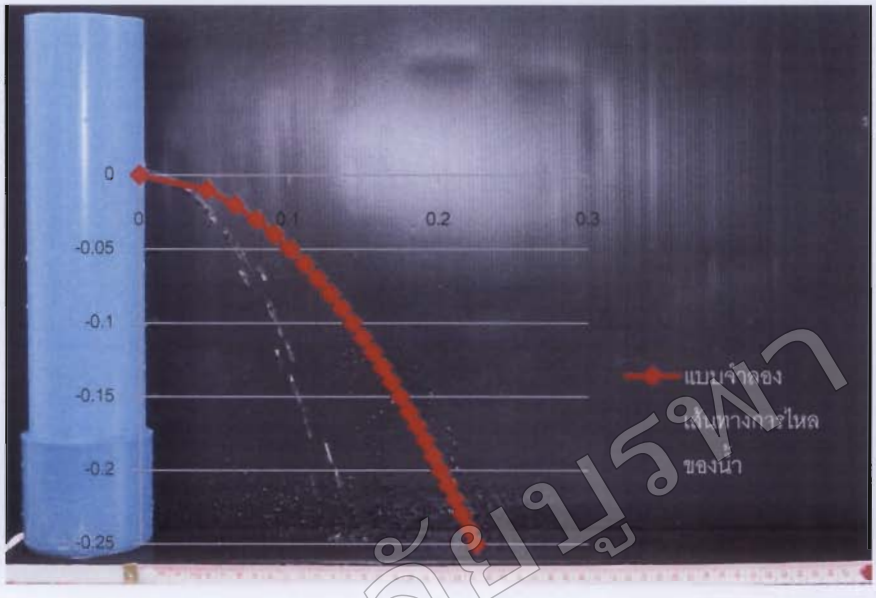
ผู้วิจัยได้นำภาพเส้นทางการไหลจริงของน้ำที่บันทึกโดยใช้กล้องระบบดิจิตอล มาเปรียบเทียบกับแบบจำลองเส้นทางการไหลของน้ำโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งคำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ได้ภาพการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำดังภาพที่ ง-1 และภาพที่ ง-30

การทดลองชุดที่ 1 (ขนาดช่องเปิด 0.156 cm)

ภาพที่ ง-1 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm สูงจากพื้น 30 cm

ภาพที่ ง-1 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm ซึ่งสูงจากพื้น 30 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 13.00 - 15.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 24.61 cm

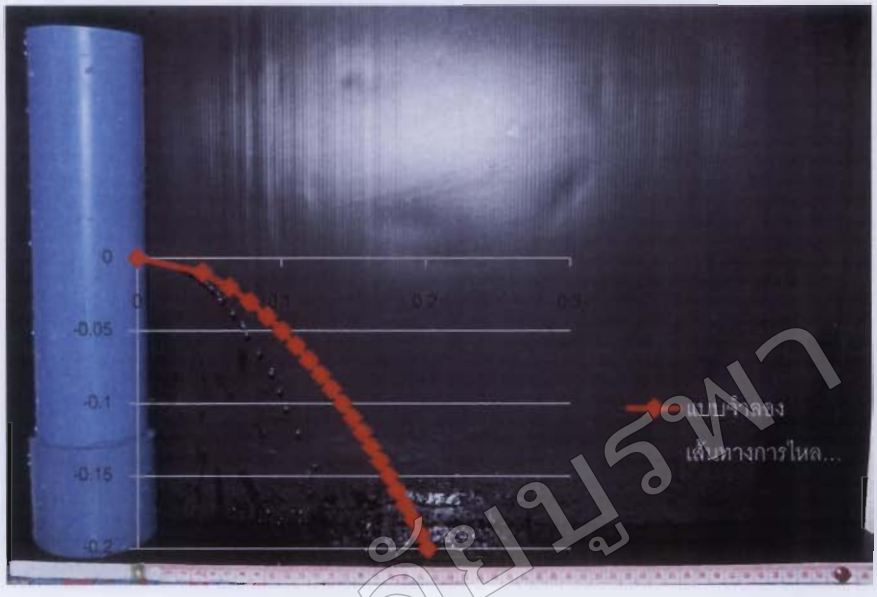
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-2 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm สูงจากพื้น 25 cm

ภาพที่ ง-2 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm ซึ่งสูงจากพื้น 25 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 12.50 - 14.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 22.47 cm

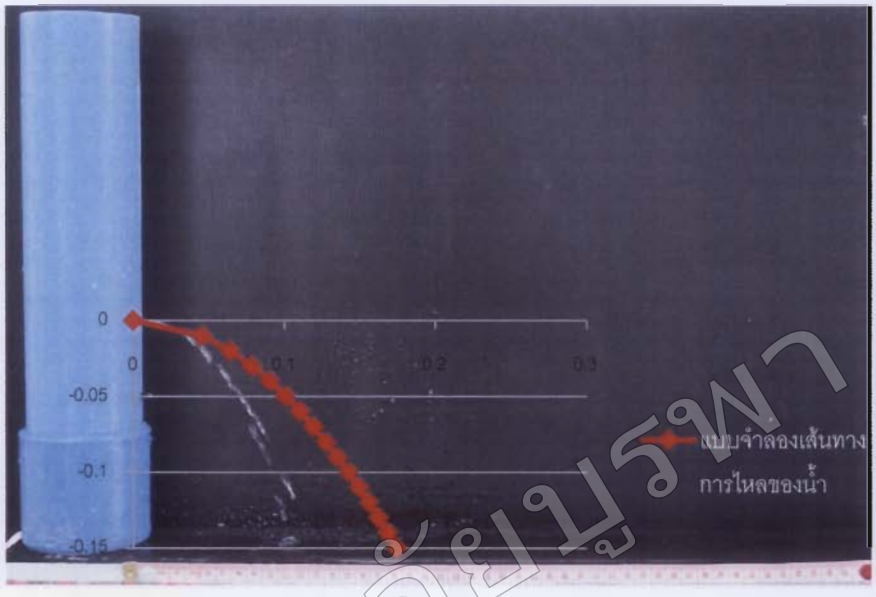
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-3 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm สูงจากพื้น 20 cm

ภาพที่ ง-3 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm ซึ่งสูงจากพื้น 20 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 11.50 - 13.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 20.10 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-4 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm สูงจากพื้น 15 cm

ภาพที่ ง-4 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm ซึ่งสูงจากพื้น 15 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 10.50 - 12.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 17.40 cm

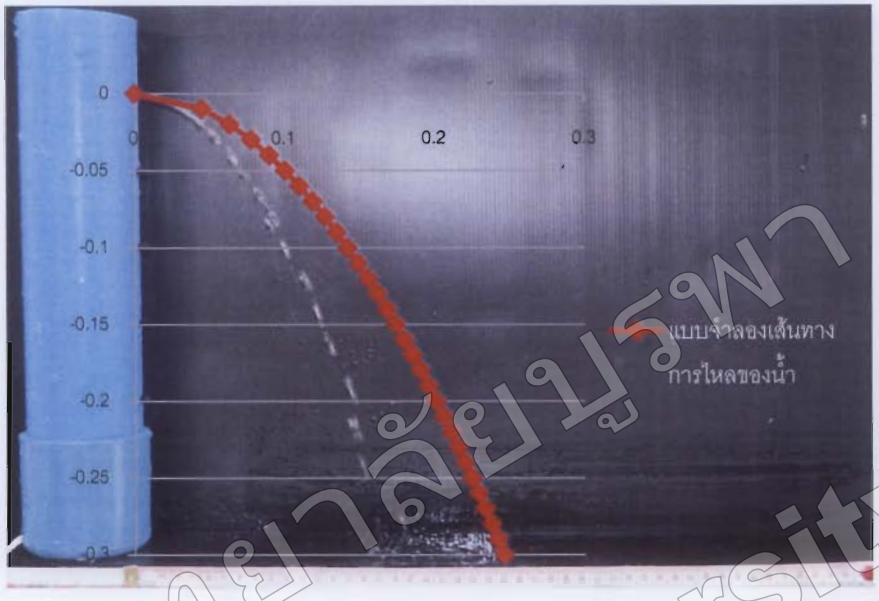
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-5 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm สูงจากพื้น 10 cm

ภาพที่ ง-5 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.156 cm ซึ่งสูงจากพื้น 10 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 8.00 - 10.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 14.21 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

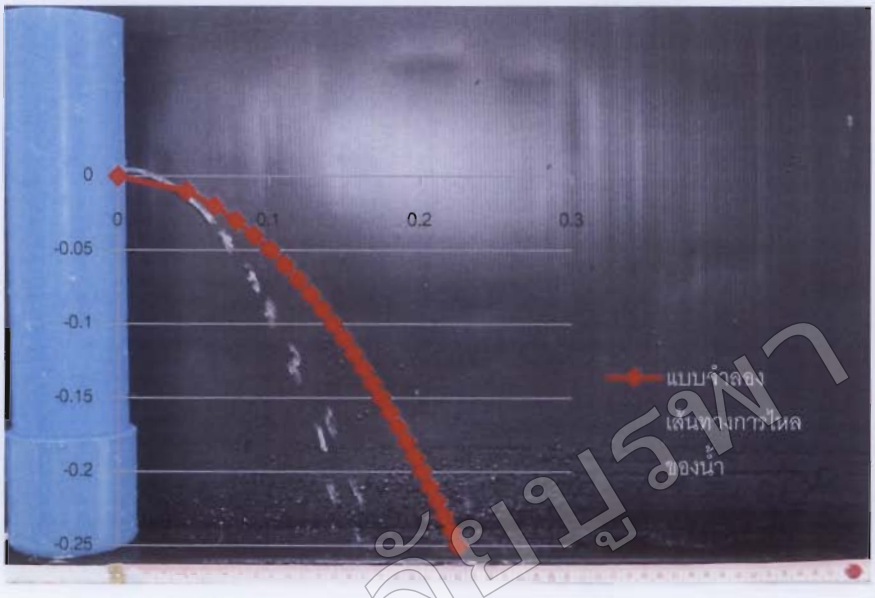
การทดลองชุดที่ 2 (ขนาดช่องเปิด 0.269 cm)



ภาพที่ ง-6 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm สูงจากพื้น 30 cm

ภาพที่ ง-6 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm ซึ่งสูงจากพื้น 30 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 16.50 - 19.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 24.61 cm

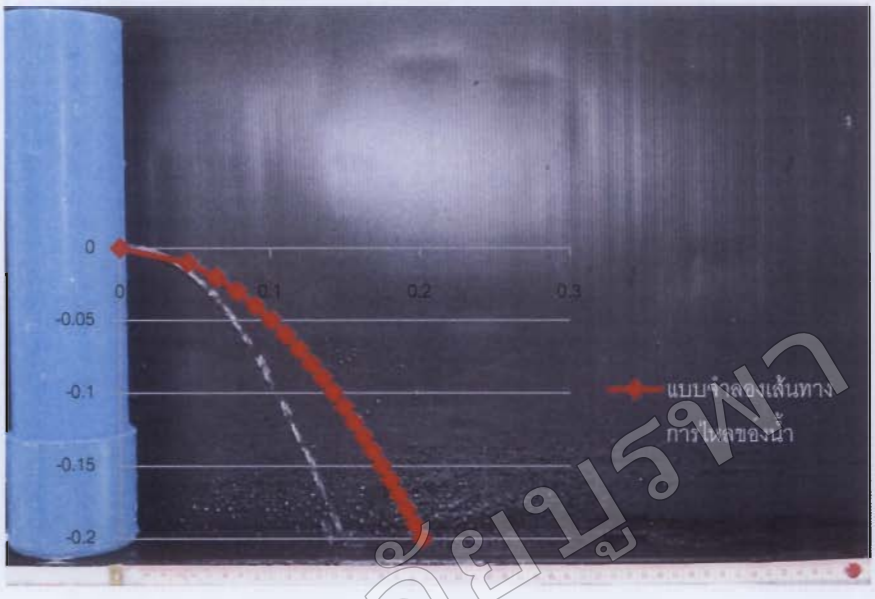
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-7 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm สูงจากพื้น 25 cm

ภาพที่ ง-7 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm ซึ่งสูงจากพื้น 25 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 14.50 - 17.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 22.47 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-8 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm สูงจากพื้น 20 cm

ภาพที่ ง-8 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm ซึ่งสูงจากพื้น 20 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 14.00 - 15.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 20.10 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-9 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm สูงจากพื้น 15 cm

ภาพที่ ง-9 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm ซึ่งสูงจากพื้น 15 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 11.00 - 13.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 17.40 cm

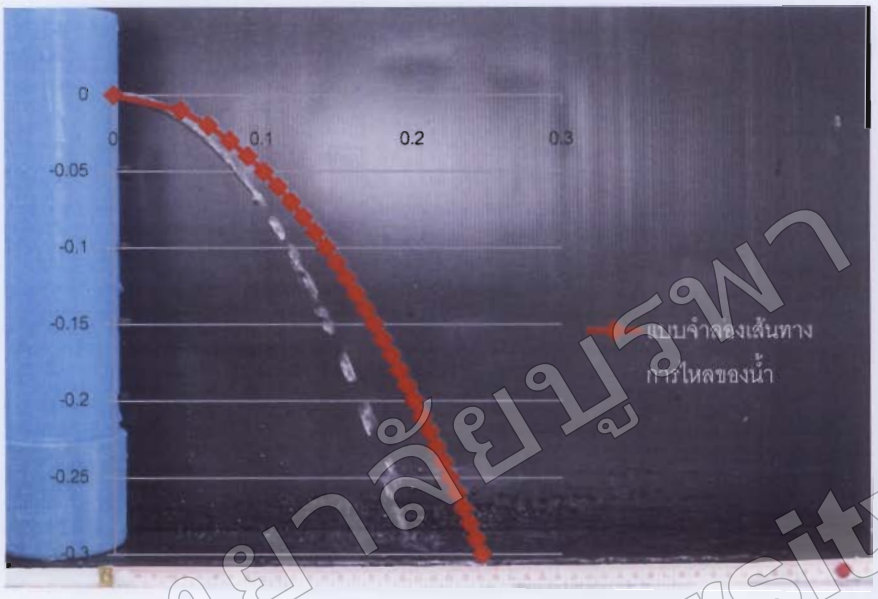
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-10 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm สูงจากพื้น 10 cm

ภาพที่ ง-10 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.269 cm ซึ่งสูงจากพื้น 10 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 9.50 - 11.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 14.21 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

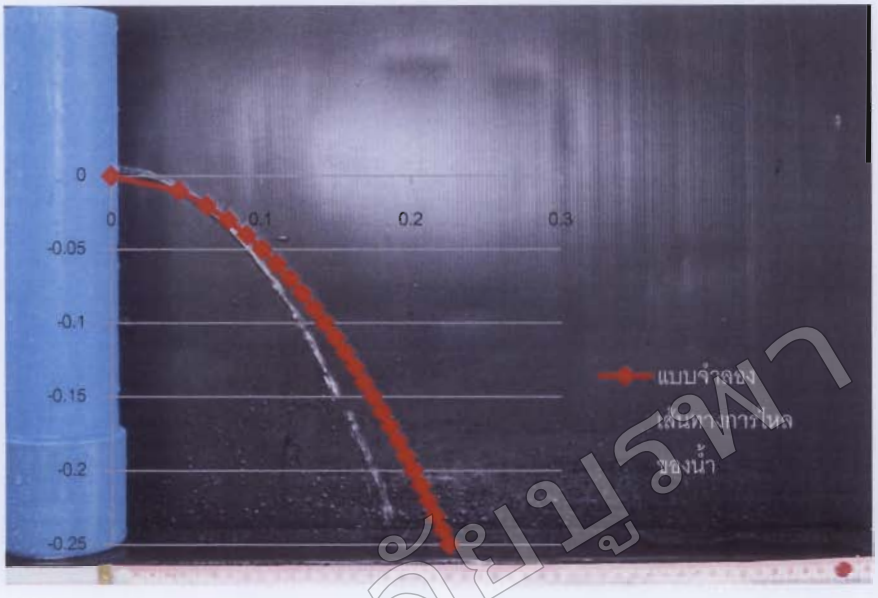
การทดลองชุดที่ 3 (ขนาดช่องเปิด 0.345 cm)



ภาพที่ ง-11 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm สูงจากพื้น 30 cm

ภาพที่ ง-11 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm ซึ่งสูงจากพื้น 30 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 19.00 - 20.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 24.61 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-12 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm สูงจากพื้น 25 cm

ภาพที่ ง-12 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm ซึ่งสูงจากพื้น 25 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 17.50 - 19.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 22.47 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-13 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm สูงจากพื้น 20 cm

ภาพที่ ง-13 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm ซึ่งสูงจากพื้น 20 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 15.50 - 17.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 20.10 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-14 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm สูงจากพื้น 15 cm

ภาพที่ ง-14 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm ซึ่งสูงจากพื้น 15 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 14.50 - 15.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 17.40 cm

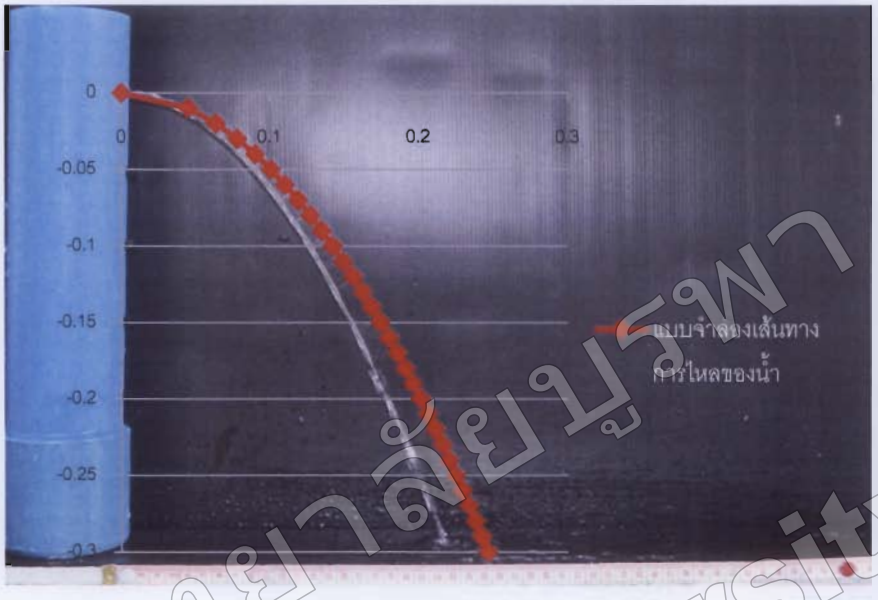
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-15 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm สูงจากพื้น 10 cm

ภาพที่ ง-15 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.345 cm ซึ่งสูงจากพื้น 10 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 11.50 - 12.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 14.21 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

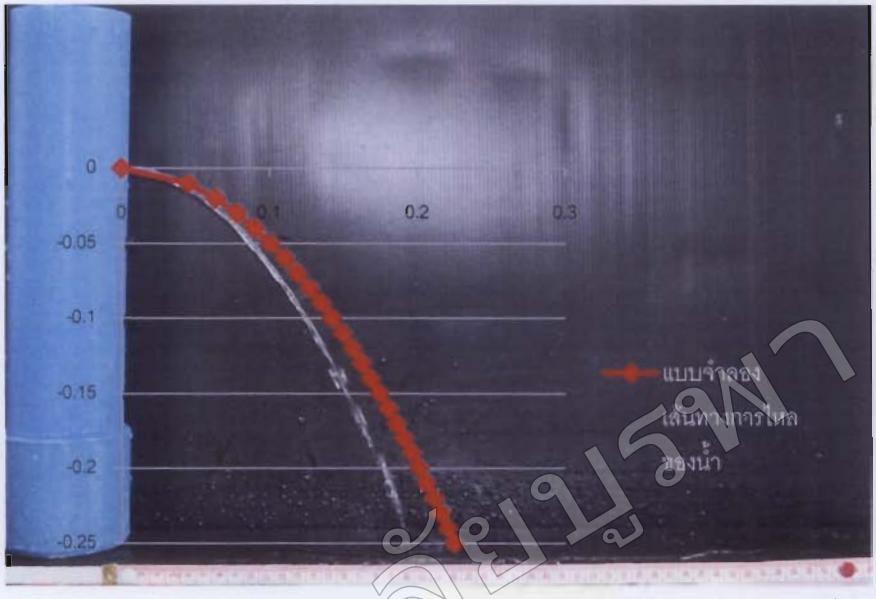
การทดลองชุดที่ 4 (ขนาดช่องเปิด 0.468 cm)



ภาพที่ ง-16 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm สูงจากพื้น 30 cm

ภาพที่ ง-16 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm ซึ่งสูงจากพื้น 30 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 20.50 - 22.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 24.61 cm

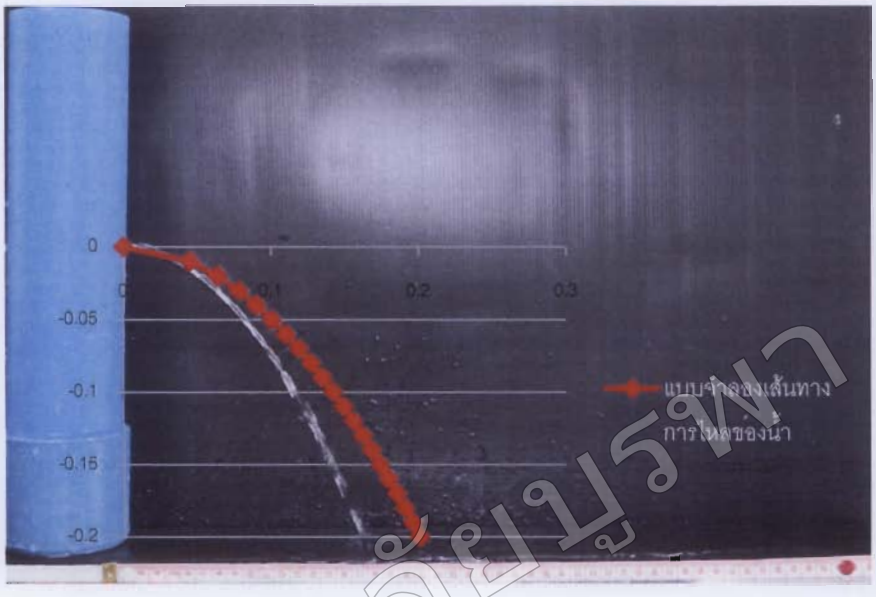
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-17 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm สูงจากพื้น 25 cm

ภาพที่ ง-17 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm ซึ่งสูงจากพื้น 25 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 18.00 - 19.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 22.47 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-18 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm สูงจากพื้น 20 cm

ภาพที่ ง-18 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm อยู่สูงจากพื้น 20 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 16.50 - 17.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 20.10 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-19 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm สูงจากพื้น 15 cm

ภาพที่ ง-19 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm ซึ่งสูงจากพื้น 15 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 14.50 - 15.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 17.40 cm

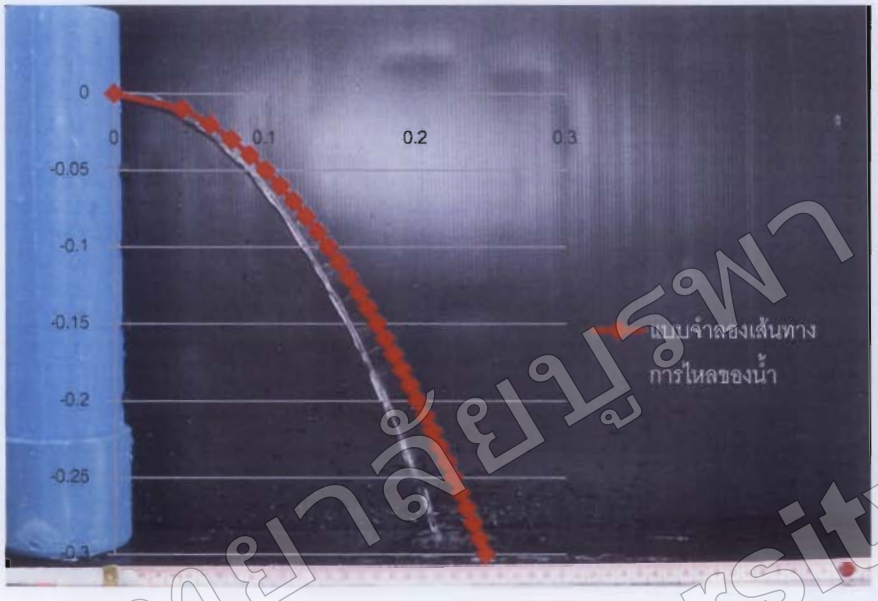
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-20 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm สูงจากพื้น 10 cm

ภาพที่ ง-20 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.468 cm ซึ่งสูงจากพื้น 10 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 12.00 - 13.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 14.21 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

การทดลองชุดที่ 5 (ขนาดช่องเปิด 0.543 cm)



ภาพที่ ง-21 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm สูงจากพื้น 30 cm

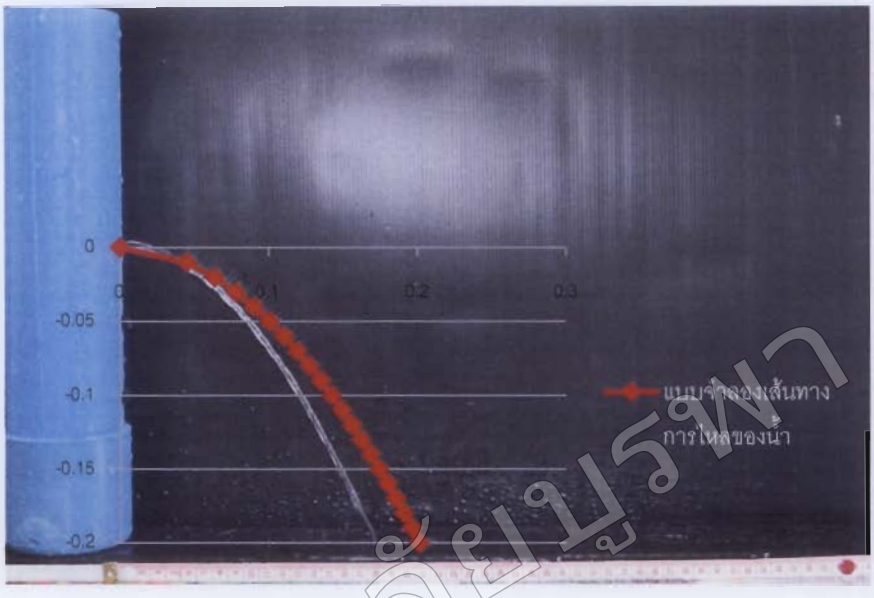
ภาพที่ ง-21 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm ซึ่งสูงจากพื้น 30 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 21.00 - 22.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 24.61 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-22 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm สูงจากพื้น 25 cm

ภาพที่ ง-22 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm ซึ่งสูงจากพื้น 25 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 18.50 - 19.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 22.47 cm

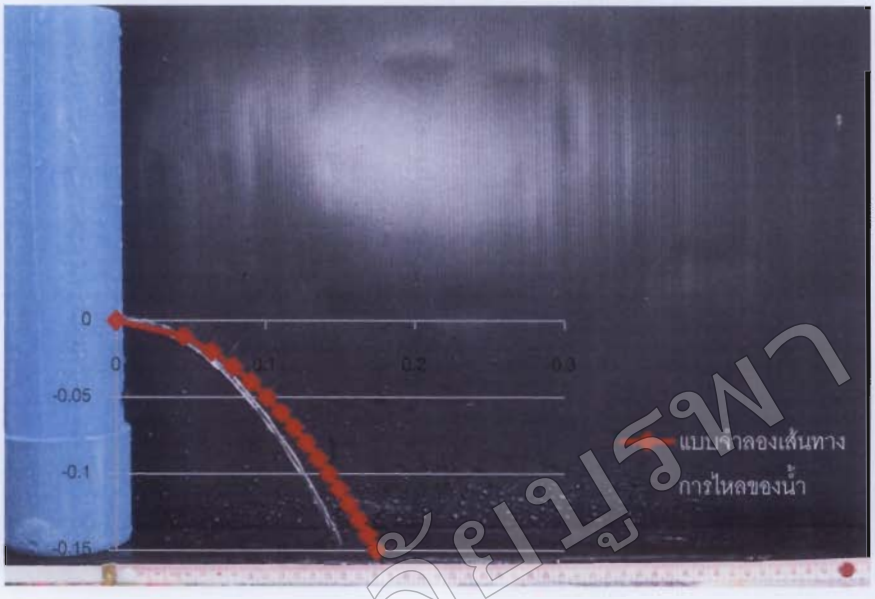
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-23 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm สูงจากพื้น 20 cm

ภาพที่ ง-23 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm ซึ่งสูงจากพื้น 20 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 17.00 - 18.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 20.10 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-24 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm สูงจากพื้น 15 cm

ภาพที่ ง-24 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm ซึ่งสูงจากพื้น 15 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 15.00 - 16.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 17.40 cm

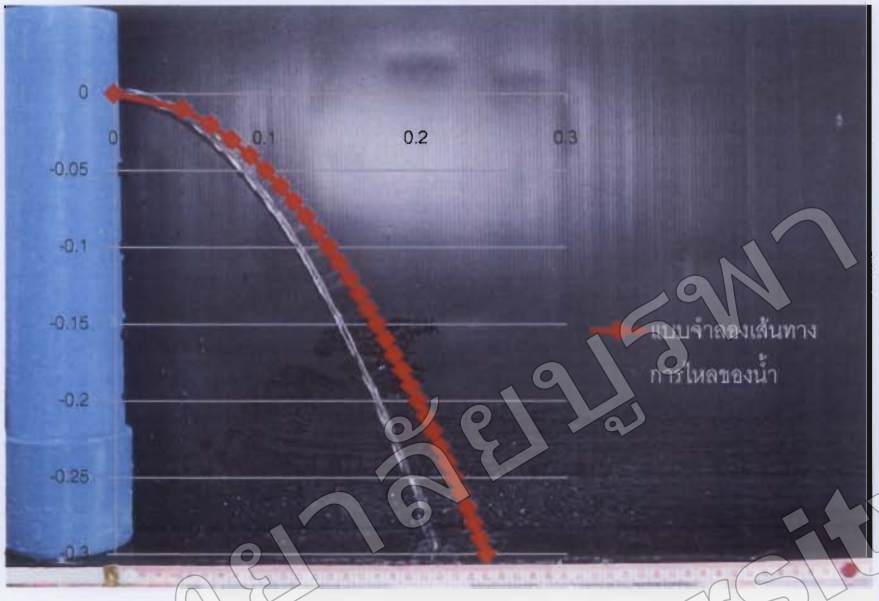
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-25 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm สูงจากพื้น 10 cm

ภาพที่ ง-25 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.543 cm ซึ่งสูงจากพื้น 10 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 12.00 - 13.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 14.21 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

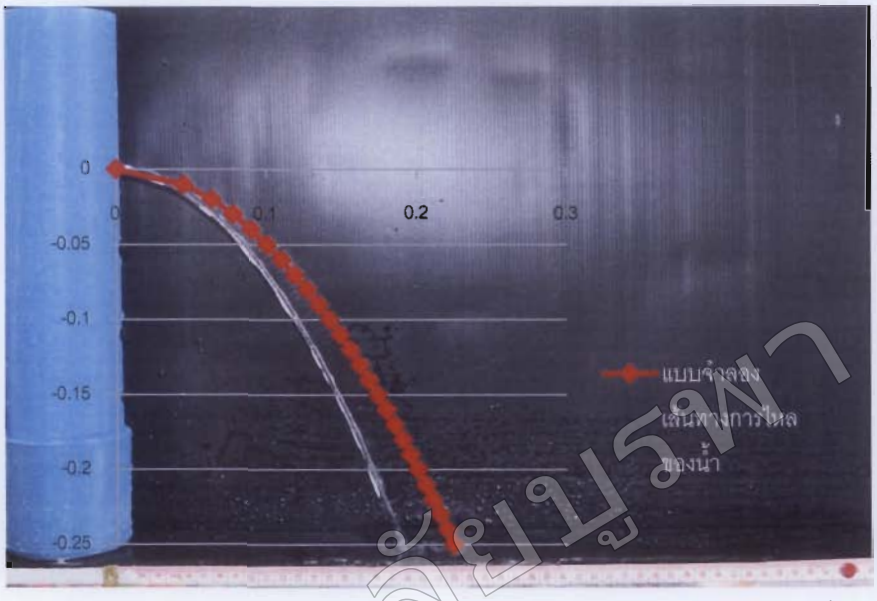
การทดลองชุดที่ 6 (ขนาดช่องเปิด 0.627 cm)



ภาพที่ ง-26 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm สูงจากพื้น 30 cm

ภาพที่ ง-26 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm ซึ่งสูงจากพื้น 30 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 21.00 - 22.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 24.61 cm

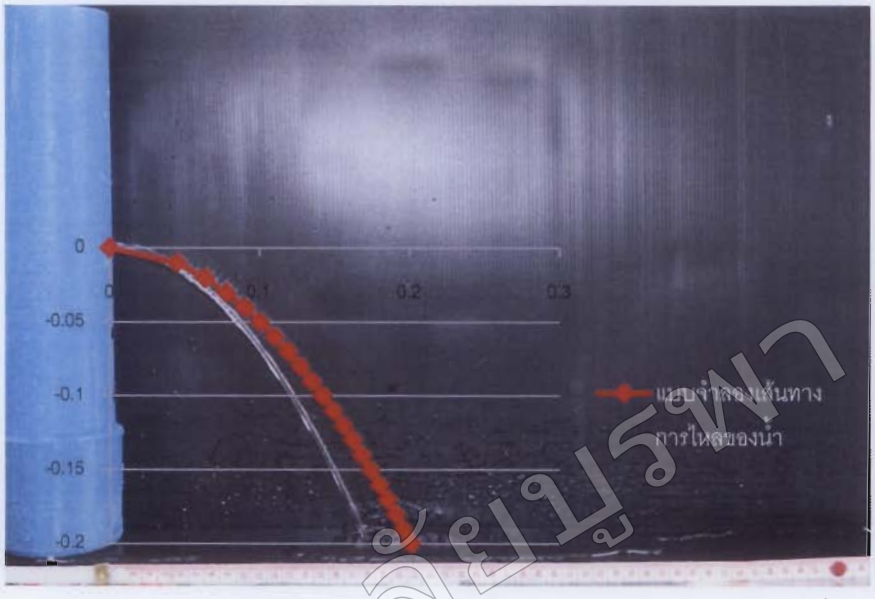
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-27 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm สูงจากพื้น 25 cm

ภาพที่ ง-27 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm ซึ่งสูงจากพื้น 25 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 19.00 - 20.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 22.47 cm

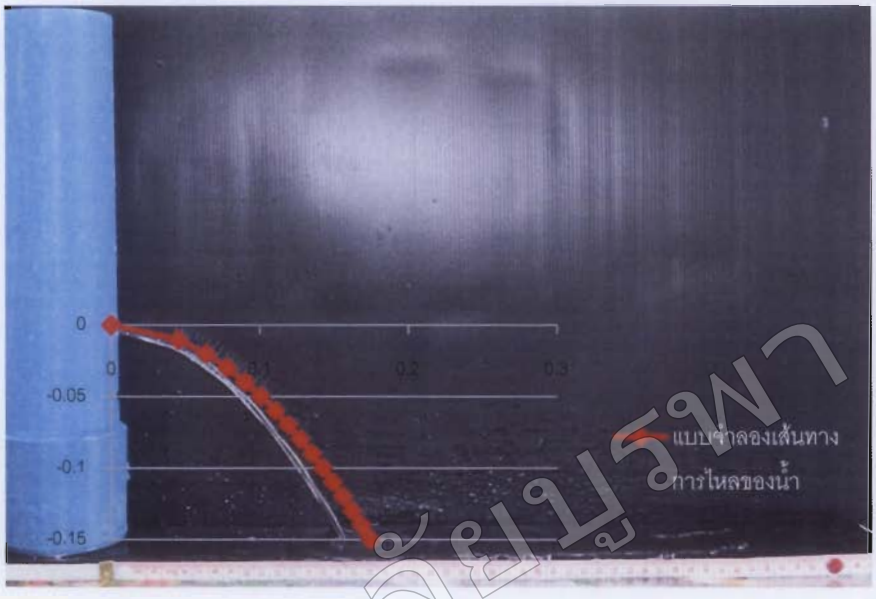
มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-28 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm สูงจากพื้น 20 cm

ภาพที่ ง-28 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm ซึ่งสูงจากพื้น 20 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 17.00 - 18.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 20.10 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ ง-29 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm สูงจากพื้น 15 cm

ภาพที่ ง-29 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm ซึ่งสูงจากพื้น 15 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 15.50 - 16.50 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 17.40 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาพที่ ง-30 การเปรียบเทียบเส้นทางการไหลของน้ำที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm สูงจากพื้น 10 cm

ภาพที่ ง-30 เป็นภาพแสดงการเปรียบเทียบเส้นทางการไหลจริงของน้ำกับแบบจำลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ขนาดช่องเปิด 0.627 cm ซึ่งสูงจากพื้น 10 cm จะเห็นว่าระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าน้อยกว่าระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยระยะการพุ่งจริงของน้ำมีค่าประมาณ 11.00 - 12.00 cm และระยะการพุ่งที่จำลองโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีค่าเท่ากับ 14.21 cm

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ภาคผนวก จ

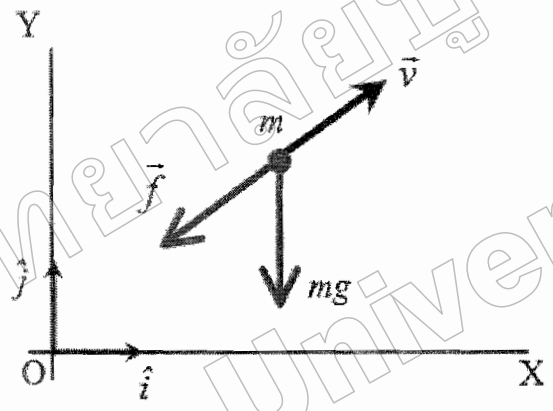
การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เมื่อคำนึงถึงแรงต้านโดยอากาศ

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์เมื่อคำนึงถึงแรงต้านโดยอากาศ

การเคลื่อนที่ของโพรเจกไทล์เมื่อคำนึงถึงแรงต้านโดยอากาศ อาจสมมุติเพื่อสะดวกในการคำนวณได้ว่า แรงต้านโดยอากาศที่โพรเจกไทล์เคลื่อนที่แหวกไปในอากาศนั้น มีขนาดเป็นปฏิภาคโดยตรงกับขนาดของความเร็ว v ของโพรเจกไทล์ และมีทิศตรงข้ามกับทิศของความเร็วดังแสดงในภาพที่ จ-1 ดังนั้นแรงต้าน f จึงเขียนได้เป็น

$$\vec{f} = -\alpha\vec{v} \qquad \text{(จ-1)}$$



ภาพที่ จ-1 แรงต้านโดยอากาศที่กระทำต่อโพรเจกไทล์ (วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ์, 2547)

เมื่อ α เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน และมีค่าเป็นบวก สมการการเคลื่อนที่โพรเจกไทล์ของมวล m ก็คือ

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = m\vec{g} + \vec{f} = m\vec{g} - \alpha\vec{v} \qquad \text{(จ-2)}$$

เมื่อแก้สมการนี้โดยแตกปริมาณเวกเตอร์ทั้งหลายออกในรูปของส่วนประกอบในแนวแกน x และแนวแกน y จะเขียนได้เป็น

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

$$\vec{g} = 0\hat{i} + g\hat{j}$$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

$$\vec{f} = -\alpha v_x \hat{i} - \alpha v_y \hat{j}$$

เมื่อแทนลงในสมการที่ จ-2 จะได้เป็น

$$m\frac{d}{dt}v_x = -\alpha v_x \qquad \text{(จ-3)}$$

$$m\frac{d}{dt}v_y = -mg - \alpha v_y \qquad \text{(จ-4)}$$

จากนั้นอินทิเกรตสมการที่ จ-3 ได้ดังนี้

$$\int_0^t \left(\frac{1}{v_x}\frac{d}{dt}v_x\right)dt = \int_0^t \left(-\frac{\alpha}{m}\right)dt$$

$$\int_{v_{x(0)}}^{v_{x(t)}} \frac{1}{v_x}dv_x = -\frac{\alpha}{m}t$$

$$v_x(t) = v_x(0)e^{-\frac{\alpha}{m}t} \qquad \text{(จ-5)}$$

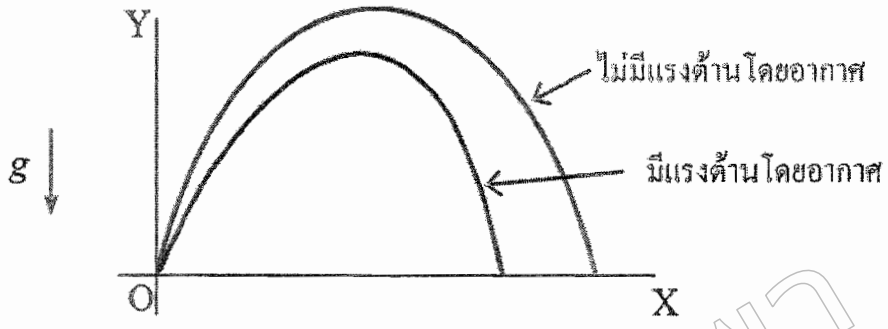
เมื่อ $v_x(0)$ เป็นส่วนประกอบของความเร็วต้นในแนวแกน x และหากแก้สมการที่ จ-4 ในทำนองเดียวกันจะได้

$$\int_0^t \left(\frac{1}{\left[v_y + \frac{mg}{\alpha}\right]}\frac{d}{dt}v_y\right)dt = \int_0^t \left(-\frac{\alpha}{m}\right)dt$$

$$v_y(t) = -\left(\frac{mg}{\alpha}\right)[1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}] + v_y(0)e^{-\frac{\alpha}{m}t} \qquad \text{(จ-6)}$$

เมื่อ $v_y(0)$ เป็นส่วนประกอบของความเร็วต้นในทิศบวกของแกน y

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University



ภาพที่ จ-2 การเปรียบเทียบเส้นทางการเคลื่อนที่ของโพรเจกไทล์ที่มีแรงต้านโดยอากาศ และไม่มีแรงต้านโดยอากาศ (วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ์, 2547)

สมการที่ จ-5 แสดงให้เห็นว่า $v_x(t)$ ลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเวลาผ่านไป และลดลงไปหาศูนย์ในที่สุด แต่สมการที่ จ-6 กลับแสดงให้เห็นว่า $v_y(t)$ มีค่าลดลงและเข้าสู่ค่าคงที่ $-\left(\frac{mg}{\alpha}\right)$ ในที่สุด นั่นคือเมื่อเวลาผ่านไปนานมากแล้ว ความเร็วของโพรเจกไทล์เทบจะมีทิศลงในแนวดิ่งด้วยขนาดเท่ากับ $\left(\frac{mg}{\alpha}\right)$ ถ้าไม่ชนพื้นเสียก่อน จากสมการที่ จ-5 และ จ-6 สามารถหาค่าของ $x(t)$ และ $y(t)$ ต่อไปได้ แต่ถึงแม้จะไม่ทำเช่นนั้น ก็พอที่จะวาดทางเดินของโพรเจกไทล์ในกรณีที่มีแรงต้านโดยอากาศเทียบกับกรณีที่ไม่มีแรงต้านเลยได้พอเป็นแนวทางดังภาพที่ ง-2

ค่าคงที่ α นั้นขึ้นอยู่กับรูปร่างของตัวโพรเจกไทล์ ถ้าโพรเจกไทล์มีรูปร่างเหมือนกัน โพรเจกไทล์อันที่มีขนาดโต α โตกว่า α ของโพรเจกไทล์อันที่มีขนาดเล็ก เทอม $-\frac{\alpha}{m}t$ ที่ยกกำลังตัว e นั้นบ่งว่า ถ้า m มีค่ายิ่งเล็ก การลดลงของ $e^{-\frac{\alpha}{m}t}$ ก็จะยิ่งเร็ว นั่นคือ โพรเจกไทล์เบา ๆ จะสูญเสียความเร็วอย่างรวดเร็วเมื่อเทียบกับโพรเจกไทล์หนัก ๆ และดังนั้นจึงไปได้ไม่ค่อยไกล เช่น เมื่อขว้างลูกปิงปอง (ซึ่งเบา) แข่งกับลูกเหล็กขนาดเท่ากัน ด้วยความเร็วต้นเท่ากัน ลูกปิงปองจะไปได้ไกลน้อยกว่าลูกเหล็กมาก

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University