จะเห็นว่า

ตัวแปรตามแนวตั้งซ้ายมือ $(\sim x \oplus \sim y \oplus \sim z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus \sim z)$ เปลี่ยนจาก ~x เป็น x จึงตัด ~x และ x ออก เหลือ $\sim y \oplus \sim z$

และตัวแปรตามแนวตั้งขวามือ $(\sim x \oplus y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus z)$ เปลี่ยนจาก ~x เป็น x จึงตัด ~x และ x ออก เหลือ $y \oplus z$

ตัวแปรตามแนวนอน $(\sim x \oplus \sim y \oplus \sim z) \otimes (\sim x \oplus y \oplus \sim z) \otimes (\sim x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (\sim x \oplus y \oplus z)$ y, ~y, z และ ~z เปลี่ยน จึงตัด y, ~y, z และ ~z ออก เหลือ ~x

จะได้ $F = \sim x \otimes (\sim y \oplus \sim z) \otimes (y \oplus z)$

แบบฝึกหัดที่ 10

ให้นักเรียนลดรูปของฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้แผนภาพคาร์โนห์

1. $(\sim x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$
2. $(\sim x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes y)$
3. $(\sim x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) \otimes (x \oplus y)$
4. $(\sim x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus \sim z)$
5. $(\sim x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (\sim x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes z)$

บทที่ 7
พีชคณิตวงจรไฟฟ้า

<u>จุดประสงค์การเรียนรู้</u>

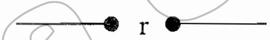
เมื่อจบบทเรียนนี้ นักเรียนสามารถ

1. เปลี่ยนวงจรไฟฟ้าให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันบูลีน และเปลี่ยนฟังก์ชันบูลีนให้อยู่ในรูปของวงจรไฟฟ้าได้
2. หาค่าของวงจรไฟฟ้าได้

พีชคณิตวงจรไฟฟ้า เป็นตัวอย่างหนึ่งที่น่าสนใจและมีความสำคัญอย่างมากของพีชคณิตบูลีนที่มี 0 และ 1 เป็นสมาชิก เราจะแสดงวงจรที่ง่ายที่สุด คือ วงจรที่มีสวิตช์เพียง 1 ตัว วงจรที่ง่ายที่สุดดังกล่าวจะประกอบด้วยสายไฟ 1 เส้นและสวิตช์ 1 ตัว เมื่อปิดสวิตช์ กระแสไฟฟ้าจะไหลผ่านไปตามสายไฟ แต่เมื่อเปิดสวิตช์ กระแสไฟฟ้าจะไม่ไหลผ่านไปตามสายไฟ

เราจะให้ค่า 1 กับวงจรที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน และให้ค่า 0 กับวงจรที่ไม่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน และเขียนแทนค่าของวงจรด้วย F

พิจารณาวงจรที่ประกอบด้วยสวิตช์ 1 ตัว ได้แก่ r



เมื่อปิดสวิตช์ เราจะให้ r มีค่าเป็น 1 และเมื่อเปิดสวิตช์ เราจะให้ r มีค่าเป็น 0

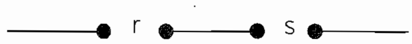
เนื่องจาก เมื่อปิดสวิตช์ กระแสไฟฟ้าจะไหลผ่านไปตามสายไฟ แต่เมื่อเปิดสวิตช์ กระแสไฟฟ้าจะไม่ไหลผ่านไปตามสายไฟ

ดังนั้น วงจรมีค่าเป็น 1 ก็ต่อเมื่อ r มีค่าเป็น 1 และ วงจรมีค่าเป็น 0 ก็ต่อเมื่อ r มีค่าเป็น 0

ค่าของวงจรแสดงได้ดังตาราง

r	F
1	1
0	0

พิจารณาวงจรที่ประกอบด้วยสวิตช์ 2 ตัว ได้แก่ r และ s เมื่อเราต่อสวิตช์ทั้งสองตัวแบบอนุกรม ดังภาพ

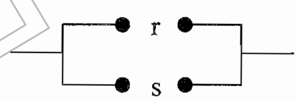


จะเห็นได้ว่า วงจรมีค่าเป็น 1 ก็ต่อเมื่อ r และ s มีค่าเป็น 1 และ วงจรมีค่าเป็น 0 ก็ต่อเมื่อ r และ s อย่างน้อย 1 ตัวมีค่าเป็น 0 เราจะได้ว่า $F = r \otimes s$

ค่าของวงจรแสดงได้ดังตาราง

r	s	F
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

และเมื่อเราต่อสวิตช์ทั้งสองตัวแบบขนาน ดังภาพ

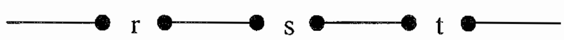


จะเห็นได้ว่า วงจรมีค่าเป็น 1 ก็ต่อเมื่อ r หรือ s อย่างน้อย 1 ตัวมีค่าเป็น 1 และ วงจรมีค่าเป็น 0 ก็ต่อเมื่อ r และ s มีค่าเป็น 0 เราจะได้ว่า $F = r \oplus s$

ค่าของวงจรแสดงได้ดังตาราง

r	s	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

พิจารณาวงจรที่ประกอบด้วยสวิตช์ 3 ตัว ได้แก่ r, s และ t เมื่อเราต่อสวิตช์ทั้งสามตัวแบบอนุกรม ดังภาพ



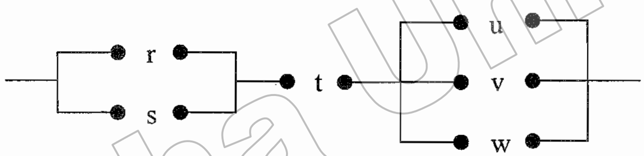
จะเห็นได้ว่า วงจรมีค่าเป็น 1 ก็ต่อเมื่อ r, s และ t มีค่าเป็น 1 และ วงจรมีค่าเป็น 0 ก็ต่อเมื่อ r, s และ t อย่างน้อย 1 ตัวมีค่าเป็น 0 เราจะได้ว่า $F = r \otimes s \otimes t$

ค่าของวงจรแสดงได้ดังตาราง

r	s	t	F
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

สำหรับการต่อสวิตช์ 3 ตัวแบบอนุกรม ให้นักเรียนทำเป็นแบบฝึกหัด

เมื่อเราเพิ่มจำนวนสวิตช์และการต่อวงจรที่ซับซ้อนขึ้น ดังตัวอย่าง



ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = (r \oplus s) \otimes t \otimes (u \oplus v \otimes w)$

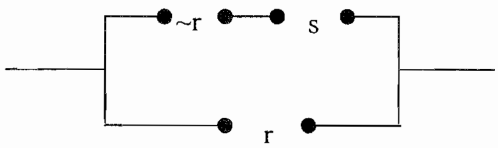
ในที่นี้ เราถือว่าสวิตช์ทุกตัวในวงจรเป็นอิสระต่อกัน สำหรับสวิตช์ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปที่นำมาต่อกัน จะได้ว่า

1. สวิตช์ทุกตัวเปิดและปิดพร้อมกัน และเขียนแทนสวิตช์ทุกตัวด้วยตัวอักษรเดียวกัน หรือ
2. เมื่อเปิดสวิตช์ตัวหนึ่งจะทำให้สวิตช์ตัวอื่น ๆ ที่เหลือปิด และเมื่อปิดสวิตช์ตัวหนึ่งจะทำให้สวิตช์ตัวอื่น ๆ ที่เหลือเปิด และถ้าเขียนแทนสวิตช์ตัวหนึ่งด้วย r จะเขียนสวิตช์ตัวอื่น ๆ ที่เหลือด้วย ~r ในกรณีนี้ r มีค่าเป็น 1 ก็ต่อเมื่อ ~r มีค่าเป็น 0

<u>หมายเหตุ</u> เราอาจเขียนแทน ~x ด้วย x' , แทน $\oplus$ ด้วย $\cup$ และแทน $\otimes$ ด้วย $\cap$

ค่าของวงจรไฟฟ้า

พิจารณาวงจรไฟฟ้าที่กำหนด



ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = (\sim r \otimes s) \oplus r$

เราสามารถหาค่าของวงจรได้ ดังนี้

กรณีที่ 1 $r = s = 1$ จะได้ $F = (\sim 1 \otimes 1) \oplus 1 = (0 \otimes 1) \oplus 1 = 0 \oplus 1 = 1$

กรณีที่ 2 $r = 1$ และ $s = 0$ จะได้ $F = (\sim 1 \otimes 0) \oplus 1 = (0 \otimes 0) \oplus 1 = 0 \oplus 1 = 1$

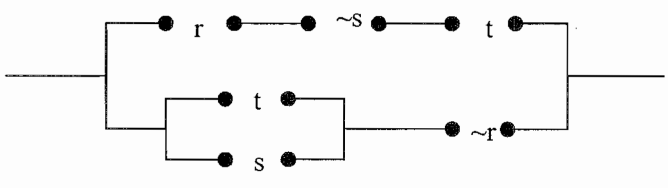
กรณีที่ 3 $r = 0$ และ $s = 1$ จะได้ $F = (\sim 0 \otimes 1) \oplus 0 = (1 \otimes 1) \oplus 0 = 1 \oplus 0 = 1$

กรณีที่ 4 $r = s = 0$ จะได้ $F = (\sim 0 \otimes 0) \oplus 0 = (1 \otimes 0) \oplus 0 = 0 \oplus 0 = 0$

และค่าของวงจรแสดงดังตาราง

กรณีที่	r	~r	s	~s	$\sim r \otimes s$	F
1	1	0	1	0	0	1
2	1	0	0	1	0	1
3	0	1	1	0	1	1
4	0	1	0	1	0	0

พิจารณาวงจรไฟฟ้าที่กำหนด



จากภาพ วงจรประกอบด้วยสวิตช์ 3 คู่ คู่ที่หนึ่ง แต่ละตัวเขียนแทนด้วย t ซึ่งเปิดและปิดพร้อมกัน ส่วนอีกสองคู่เขียนแทนด้วย r, ~r และ s, ~s ซึ่งแต่ละคู่ สวิตช์ตัวหนึ่งเปิดหรือปิด จะทำให้สวิตช์อีกตัวหนึ่งปิดหรือเปิด ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรของสายไฟด้านบน คือ

$F_1 = r \otimes \sim s \otimes t$ และฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรของสายไฟด้านล่าง คือ $F_2 = (t \oplus s) \otimes \sim r$

ดังนั้น ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = F_1 \oplus F_2 = (r \otimes {\sim}s \otimes t) \oplus ((t \oplus s) \otimes {\sim}r)$

เราสามารถหาค่าของวงจรได้ ดังนี้

กรณีที่ 1 $r = s = t = 1$ จะได้ $F = (1 \otimes {\sim}1 \otimes 1) \oplus ((1 \oplus 1) \otimes {\sim}1)$

$= (1 \otimes 0 \otimes 1) \oplus (1 \otimes 0) = 0 \oplus 0 = 0$

กรณีที่ 2 $r = s = 1$ และ $t = 0$ จะได้ $F = (1 \otimes {\sim}1 \otimes 0) \oplus ((0 \oplus 1) \otimes {\sim}1)$

$= (1 \otimes 0 \otimes 0) \oplus (1 \otimes 0) = 0 \oplus 0 = 0$

กรณีที่ 3 $r = t = 1$ และ $s = 0$ จะได้ $F = (1 \otimes {\sim}0 \otimes 1) \oplus ((1 \oplus 0) \otimes {\sim}1)$

$= (1 \otimes 1 \otimes 1) \oplus (1 \otimes 0) = 1 \oplus 0 = 1$

กรณีที่ 4 $r = 1$ และ $s = t = 0$ จะได้ $F = (1 \otimes {\sim}0 \otimes 0) \oplus ((0 \oplus 0) \otimes {\sim}1)$

$= (1 \otimes 1 \otimes 0) \oplus (0 \otimes 0) = 0 \oplus 0 = 0$

กรณีที่ 5 $r = 0$ และ $s = t = 1$ จะได้ $F = (0 \otimes {\sim}1 \otimes 1) \oplus ((1 \oplus 1) \otimes {\sim}0)$

$= (0 \otimes 0 \otimes 1) \oplus (1 \otimes 1) = 0 \oplus 1 = 1$

กรณีที่ 6 $r = t = 0$ และ $s = 1$ จะได้ $F = (0 \otimes {\sim}1 \otimes 0) \oplus ((0 \oplus 1) \otimes {\sim}0)$

$= (0 \otimes 0 \otimes 0) \oplus (1 \otimes 1) = 0 \oplus 1 = 1$

กรณีที่ 7 $r = s = 0$ และ $t = 1$ จะได้ $F = (0 \otimes {\sim}0 \otimes 1) \oplus ((1 \oplus 0) \otimes {\sim}0)$

$= (0 \otimes 1 \otimes 1) \oplus (1 \otimes 1) = 0 \oplus 1 = 1$

กรณีที่ 8 $r = s = t = 0$ จะได้ $F = (0 \otimes {\sim}0 \otimes 0) \oplus ((0 \oplus 0) \otimes {\sim}0)$

$= (0 \otimes 1 \otimes 0) \oplus (0 \otimes 1) = 0 \oplus 0 = 0$

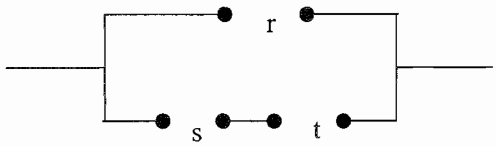
และค่าของวงจรแสดงดังตาราง

กรณีที่	r	~r	s	~s	t	$r \otimes {\sim}s \otimes t$	$(t \oplus s) \otimes {\sim}r$	F
1	1	0	1	0	1	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	1	1	0	1
4	1	0	0	1	0	0	0	0
5	0	1	1	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0	0	1	1
7	0	1	0	1	1	0	1	1
8	0	1	0	1	0	0	0	0

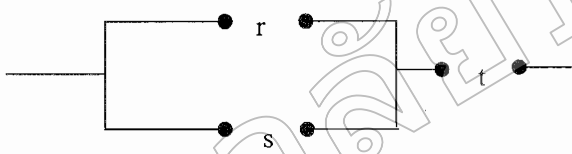
แบบฝึกหัดที่ 11

1. ให้นักเรียนเขียนวงจรไฟฟ้าในแต่ละข้อต่อไปนี้ ในรูปของฟังชันบูลีน พร้อมทั้งเขียนตาราง แสดงค่าของวงจรที่ได้

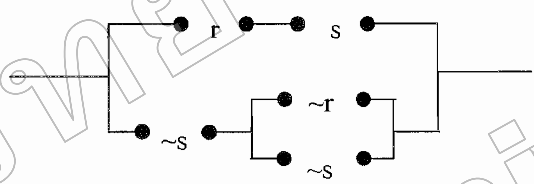
(1)



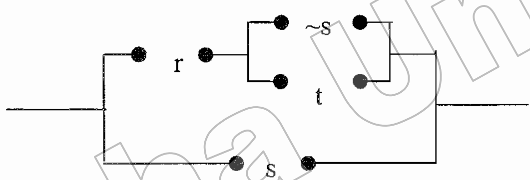
(2)



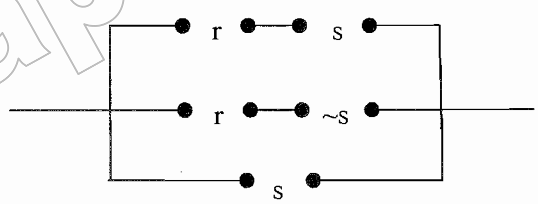
(3)



(4)



(5)



2. ให้นักเรียนเขียนฟังชันบูลีน ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ในรูปของวงจรไฟฟ้า พร้อมทั้งเขียนตาราง แสดงค่าของฟังก์ชันที่ได้

(1) $(r \oplus s) \otimes {\sim}r \otimes {\sim}s$

(2) $(r \otimes s) \oplus {\sim}r \oplus {\sim}s$

(3) $r \oplus ({\sim}r \otimes s) \oplus (s \otimes r)$

(4) $(r \otimes s) \oplus (t \otimes ({\sim}r \oplus {\sim}s))$

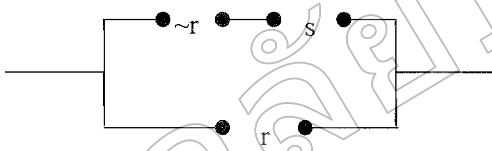
(5) $((r \oplus s) \otimes (t \oplus {\sim}s)) \oplus (s \otimes ({\sim}r \oplus {\sim}t))$

บทที่ 8
รูปแบบปกติของวงจรไฟฟ้า

<u>จุดประสงค์การเรียนรู้</u>

เมื่อจบบทเรียนนี้ นักเรียนสามารถเขียนวงจรไฟฟ้าให้อยู่ในรูปแบบปกติ ได้

พิจารณาวงจรไฟฟ้าที่กำหนด



จะได้ ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = (\sim r \otimes s) \oplus r$

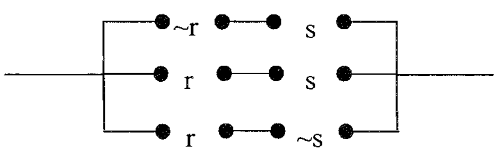
และค่าของวงจรแสดงดังตาราง

กรณีที่	r	~r	s	~s	~r⊗s	F
1	1	0	1	0	0	1
2	1	0	0	1	0	1
3	0	1	1	0	1	1
4	0	1	0	1	0	0

จะเห็นได้ว่า กระแสไฟฟ้าจะไหลผ่านวงจร (F = 1) เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจริง

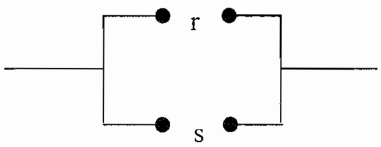
1. $r = s = 1$ นั่นคือ r และ s ปิด
2. $r = 1$ และ $s = 0$ นั่นคือ r ปิด และ s เปิด
3. $r = 0$ และ $s = 1$ นั่นคือ r เปิด และ s ปิด

ดังนั้น ฟังก์ชันรูปแบบปกติของวงจรดังกล่าว คือ $F = (r \otimes s) \oplus (r \otimes \sim s) \oplus (\sim r \otimes s)$



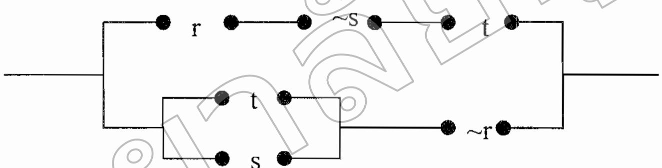
นอกจากนี้ จะเห็นได้ว่า กระแสไฟฟ้าจะไม่ไหลผ่านวงจร (F = 0) เมื่อ $r = s = 0$
นั่นคือ r และ s เปิด

ดังนั้น ฟังก์ชันรูปแบบปกติของวงจรดังกล่าวอีกแบบหนึ่งคือ $F = r \oplus s$



<u>หมายเหตุ</u> การหารูปแบบปกติของฟังก์ชันดังกล่าวข้างต้น สามารถทำได้ โดยใช้วิธีทางพีชคณิตบูลีน หรือใช้ตาราง ดังที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว ในที่นี้จะขอแสดงเฉพาะการใช้ตาราง

พิจารณาวงจรไฟฟ้าที่กำหนด



จากภาพ วงจรประกอบด้วยสวิตช์ 3 คู่ คู่ที่หนึ่ง แต่ละตัวเขียนแทนด้วย t ซึ่งเปิดและปิดพร้อมกัน ส่วนอีกสองคู่เขียนแทนด้วย r, ~r และ s, ~s ซึ่งแต่ละคู่ สวิตช์ตัวหนึ่งเปิดหรือปิด จะทำให้สวิตช์อีกตัวหนึ่งปิดหรือเปิด ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรของสายไฟด้านบน คือ
$F_1 = r \otimes {\sim}s \otimes t$ และฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรของสายไฟด้านล่าง คือ $F_2 = (t \oplus s) \otimes {\sim}r$
ดังนั้น ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = F_1 \oplus F_2 = (r \otimes {\sim}s \otimes t) \oplus ((t \oplus s) \otimes {\sim}r)$
และค่าของวงจรแสดงดังตาราง

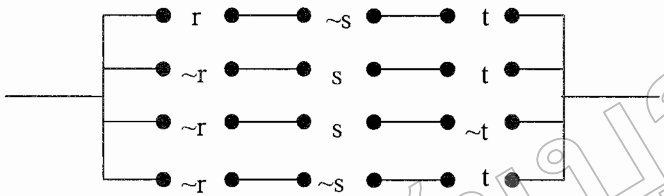
กรณีที่	r	~r	s	~s	t .	$r \otimes {\sim}s \otimes t$	$(t \oplus s) \otimes {\sim}r$	F
1	1	0	1	0	1	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	1	1	0	1
4	1	0	0	1	0	0	0	0
5	0	1	1	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0	0	1	1
7	0	1	0	1	1	0	1	1
8	0	1	0	1	0	0	0	0

จะเห็นได้ว่า กระแสไฟฟ้าจะไหลผ่านวงจร (F = 1) เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจริง

1. $r = t = 1, s = 0$ นั่นคือ r และ t ปิด, s เปิด
2. $s = t = 1, r = 0$ นั่นคือ s และ t ปิด, r เปิด

3. $s = 1, r = t = 0$ นั่นคือ s ปิด, r และ t เปิด
4. $t = 1, r = s = 0$ นั่นคือ t ปิด, r และ s เปิด

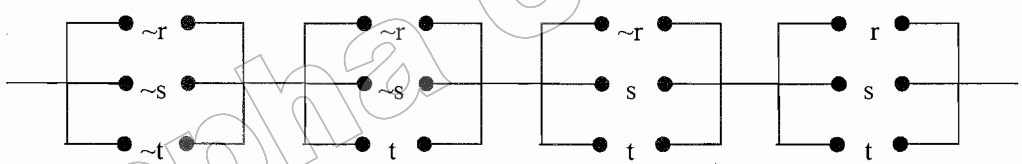
ดังนั้น ฟังก์ชันรูปแบบปกติของวงจรดังกล่าว คือ $(r \otimes \sim s \otimes t) \oplus (\sim r \otimes s \otimes t) \oplus (\sim r \otimes s \otimes \sim t) \oplus (\sim r \otimes \sim s \otimes t)$



นอกจากนี้ จะเห็นได้ว่า กระแสไฟฟ้าจะไม่ไหลผ่านวงจร (F = 0) เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจริง

1. $r = s = t = 1$ นั่นคือ r, s และ t ปิด
2. $r = s = 1, t = 0$ นั่นคือ r และ s ปิด, t เปิด
3. $s = t = 0, r = 1$ นั่นคือ r ปิด, s และ t เปิด
4. $r = s = t = 0$ นั่นคือ r, s และ t เปิด

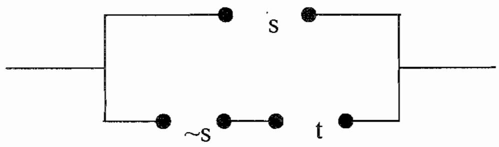
ดังนั้น ฟังก์ชันรูปแบบปกติของวงจรดังกล่าวอีกแบบหนึ่งคือ $(\sim r \oplus \sim s \oplus \sim t) \otimes (\sim r \oplus \sim s \oplus t) \otimes (\sim r \oplus s \oplus t) \otimes (r \oplus s \oplus t)$



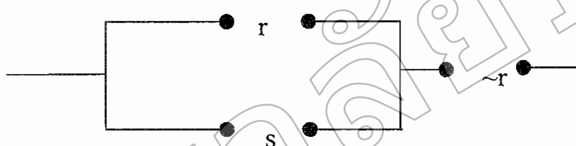
แบบฝึกหัดที่ 12

ให้นักเรียนเขียนวงจรไฟฟ้าในแต่ละข้อต่อไปนี้ ในรูปแบบปกติ

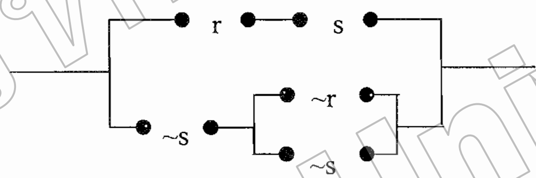
1.



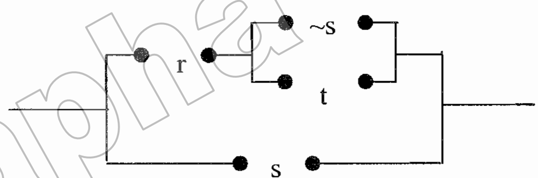
2.



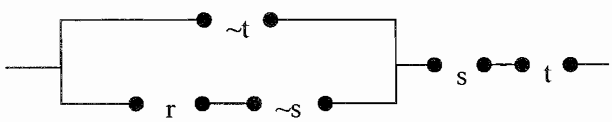
3.



4.



5.

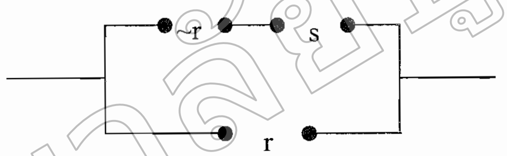


บทที่ 9
วงจรไฟฟ้าในรูปอย่างง่าย

<u>จุดประสงค์การเรียนรู้</u>

เมื่อจบบทเรียนนี้ นักเรียนสามารถเขียนวงจรไฟฟ้าให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้

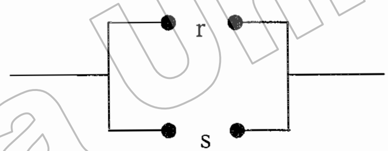
การทำวงจรไฟฟ้าให้อยู่ในรูปอย่างง่าย ให้พิจารณาวงจรไฟฟ้าที่กำหนด ดังภาพ



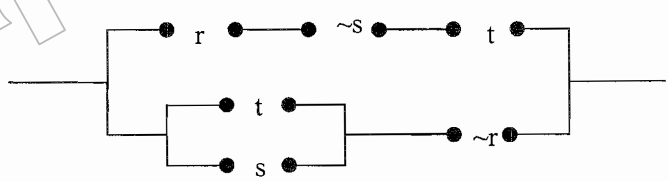
จะได้ ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = (\sim r \otimes s) \oplus r$

ฟังก์ชันรูปแบบปกติของวงจรดังกล่าว คือ $F = (r \otimes s) \oplus (r \otimes \sim s) \oplus (\sim r \otimes s)$ หรือ $F = r \oplus s$

เราใช้ความรู้เรื่องการลดรูปฟังก์ชันบูลีน จะได้ เป็น $F = r \oplus s$



พิจารณาวงจรไฟฟ้าที่กำหนด ดังภาพ



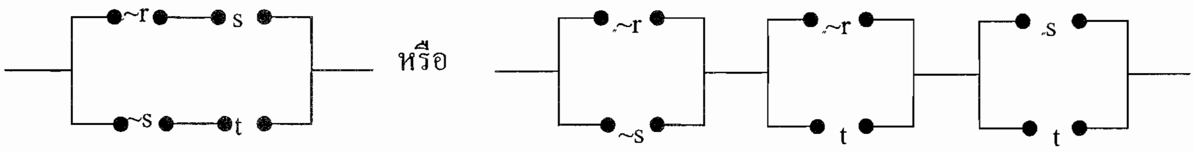
จะได้ ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = (r \otimes \sim s \otimes t) \oplus ((t \oplus s) \otimes \sim r)$

และ ฟังก์ชันรูปแบบปกติของวงจรดังกล่าว คือ

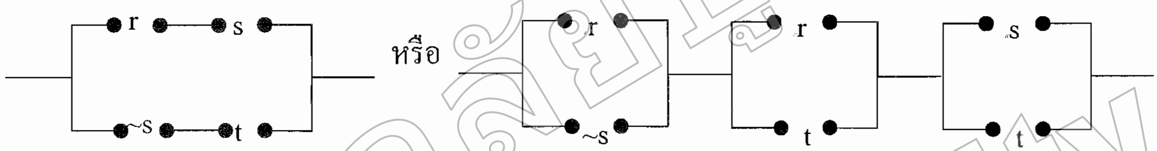
$F = (r \otimes \sim s \otimes t) \oplus (\sim r \otimes s \otimes t) \oplus (\sim r \otimes s \otimes \sim t) \oplus (\sim r \otimes \sim s \otimes t)$ หรือ $F = (\sim r \oplus \sim s \oplus \sim t) \otimes$
$(\sim r \oplus \sim s \oplus t) \otimes (\sim r \oplus s \oplus t) \otimes (r \oplus s \oplus t)$

เราใช้ความรู้เรื่องการลดรูปฟังก์ชันบูลีน จะได้ เป็น $F = (\sim r \otimes s) \oplus (\sim s \otimes t)$ หรือ

$F = (\sim r \oplus \sim s) \otimes (\sim r \oplus t) \otimes (s \oplus t)$



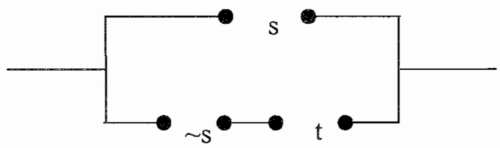
<u>ข้อสังเกต</u> เราจะพบว่ามีสวิตช์ตัวหนึ่งที่เขียนแทนด้วย ~r ทั้งๆ ที่ไม่มีสวิตช์ใดเขียนแทนด้วย r เลย ดังนั้น เราจะเขียนแทน ~r ด้วย r และฟังก์ชันที่สอดคล้องกับวงจรนี้ คือ $F = (r \otimes s) \oplus (\sim s \otimes t)$ หรือ $F = (r \oplus \sim s) \otimes (r \oplus t) \otimes (s \oplus t)$



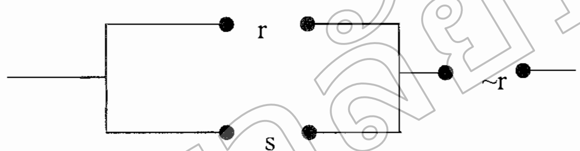
แบบฝึกหัดที่ 13

ให้นักเรียนเขียนวงจรไฟฟ้าในแต่ละข้อต่อไปนี้ ในรูปอย่างง่าย

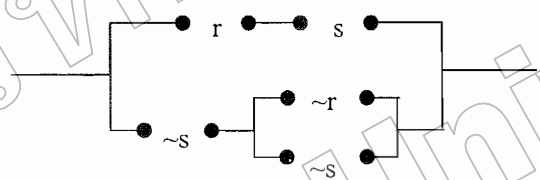
1.



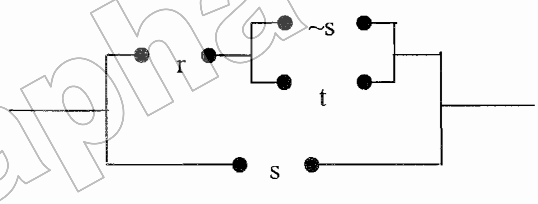
2.



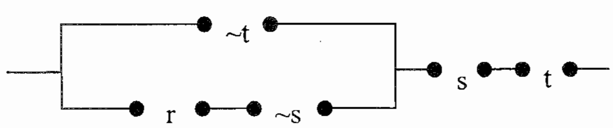
3.



4.



5.



บรรณานุกรม

ธีรวัฒน์ ประกอบผล. (2552). *ดิจิตอลลอจิก*. กรุงเทพฯ: ท้อป.

ธีราวุธ ปัทมวิบูลย์, สมรัฐ เชตนุช, วรพันธ์ สาระสุรีย์ภรณ์ และนิติ วิทยาวิโรจน์. (2545). *ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์*. กรุงเทพฯ: โปรวิชั่น.

พิชญ ดาราพงษ์. (2549). *ดิจิตอลอิเล็กทรอนิกส์*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

รัตนพร บ่อคำ. (2542). *คณิตศาสตร์สำหรับคอมพิวเตอร์*. พิษณุโลก: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏพิบูลสงคราม.

Bradford Henry Arnold. (1962). *Logic and Boolean algebra*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice – Hall.

Carl Reynolds, & Paul Tymann. (2008). *Schaum's outline of principles of computer science*. New York: McGraw – Hill.

Mendelson, Elliott. (1970). *Schaum's outline of theory and problems of Boolean algebra and switching circuits*. New York: McGraw – Hill.

Sergiu Rudeanu. (1974). *Boolean functions and equations*. Amsterdam: North - Holland.

South, G. F. (1974). *Boolean algebra and its uses*. New York: Van Nostrand Reinhold.

Williams, Gerald Earl. (1970). *Boolean algebra with computer applications*. New York: McGraw – Hill.

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

11. พีชคณิตบูลีน คืออะไร

ตอบ โครงสร้างเชิงพีชคณิตซึ่งเป็นการรวบรวมแก่นความหมายของการดำเนินการทาง ตรรกศาสตร์ ทฤษฎีเซต

12. ใครเป็นผู้มีแนวคิดเกี่ยวกับพีชคณิตบูลีนเป็นคนแรก

ตอบ จอร์จ บูล นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวอังกฤษ

13. พีชคณิตบูลีนเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เรื่องใดมากที่สุด

ตอบ ตรรกศาสตร์

14. ผู้นำพีชคณิตบูลีนไปใช้เป็นคนแรกคือใครและใช้อย่างไร

ตอบ คลาวด์ อี. แชนนอน ใช้พีชคณิตบูลีนในการวิเคราะห์วงจรเครือข่ายที่ทำงานต่อกันหลายๆ ภาค เช่น วงจรของโทรศัพท์ เป็นต้น

15. พีชคณิตบูลีนคล้ายกับพีชคณิตทั่วไปหรือไม่ อย่างไร

ตอบ คล้ายกัน กล่าวคือ พีชคณิตบูลีนนั้นคล้ายกับพีชคณิตทั่วไปตรงที่ประกอบด้วยฟังก์ชันที่แสดงความสัมพันธ์ของค่าคงที่และตัวแปร

16. ค่าคงตัวในพีชคณิตบูลีนมีกี่ตัว อะไรบ้าง

ตอบ ค่าคงที่ของพีชคณิตบูลีนมี 2 ตัว คือ a และ b หรือ 1 และ 0

17. ตัวดำเนินการในพีชคณิตบูลีนมีกี่ตัว อะไรบ้าง

ตอบ ตัวกระทำในพีชคณิตบูลีนมี 3 ตัว คือ $\otimes$, $\oplus$ และ ~ หรือ AND, OR และ NOT

18. พีชคณิตบูลีนเกี่ยวข้องกับกระแสไฟฟ้าอย่างไร

ตอบ พีชคณิตบูลีนทำให้การใช้กระแสไฟฟ้า ซึ่งมีเพียง 2 สภาวะ คือ เปิด กับ ปิด

19. พีชคณิตบูลีนนิยมใช้ในการแก้ปัญหาด้านใด

ตอบ ปัญหาทางวงจรดิจิตอลอิเล็กทรอนิกส์

20. พีชคณิตบูลีนมีประโยชน์อย่างไรบ้าง

ตอบ การออกแบบวงจรไฟฟ้า, อิเล็กทรอนิกส์และวงจรของระบบคอมพิวเตอร์

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนพิสูจน์สมบัติต่อไปนี้

ให้ $x, y, z \in A$

1. $x \wedge y = y \wedge x$

กรณีที่ 1 $T \wedge T = T \wedge T$

กรณีที่ 2 $T \wedge F = T$

$F \wedge T = T$

ดังนั้น $T \wedge F = F \wedge T$

กรณีที่ 3 $F \wedge T = T$

$T \wedge F = T$

ดังนั้น $F \wedge T = T \wedge F$

กรณีที่ 4 $F \wedge F = F \wedge F$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \wedge y = y \wedge x$

2. $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$

กรณีที่ 1 $(T \wedge T) \wedge T = T \wedge T = T$

$T \wedge (T \wedge T) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $(T \wedge T) \wedge T = T \wedge (T \wedge T)$

กรณีที่ 2 $(T \wedge T) \wedge F = T \wedge F = T$

$T \wedge (T \wedge F) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $(T \wedge T) \wedge F = T \wedge (T \wedge F)$

กรณีที่ 3 $(T \wedge F) \wedge T = T \wedge T = T$

$T \wedge (F \wedge T) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $(T \wedge F) \wedge T = T \wedge (F \wedge T)$

กรณีที่ 4 $(T \wedge F) \wedge F = T \wedge F = T$

$T \wedge (F \wedge F) = T \wedge F = T$

ดังนั้น $(T \wedge F) \wedge F = T \wedge (F \wedge F)$

กรณีที่ 5 $(F \wedge T) \wedge T = T \wedge T = T$

$F \wedge (T \wedge T) = F \wedge T = T$

ดังนั้น $(F \wedge T) \wedge T = F \wedge (T \wedge T)$

กรณีที่ 6 $(F \wedge T) \wedge F = T \wedge F = T$

$F \wedge (T \wedge F) = F \wedge T = T$

ดังนั้น $(F \wedge T) \wedge F = F \wedge (T \wedge F)$

กรณีที่ 7 $(F \wedge F) \wedge T = F \wedge T = T$

$F \wedge (F \wedge T) = F \wedge T = T$

ดังนั้น $(F \wedge F) \wedge T = F \wedge (F \wedge T)$

กรณีที่ 8 $(F \wedge F) \wedge F = F \wedge F = F$

$F \wedge (F \wedge F) = F \wedge F = F$

ดังนั้น $(F \wedge F) \wedge F = F \wedge (F \wedge F)$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$

3. $x \wedge T = x$

กรณีที่ 1 $T \wedge T = T$

กรณีที่ 2 $F \wedge T = F$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \wedge T = x$

4. $x \wedge \sim x = F$

กรณีที่ 1 $T \wedge \sim T = T \wedge F = F$

กรณีที่ 2 $F \wedge \sim F = F \wedge T = F$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \wedge \sim x = F$

5. $\sim(x \wedge y) = \sim x \vee \sim y$

กรณีที่ 1 $\sim(T \wedge T) = \sim T = F$

$\sim T \vee \sim T = F \vee F = F$

ดังนั้น $\sim(T \wedge T) = \sim T \vee \sim T$

กรณีที่ 2 $\sim(T \wedge F) = \sim F = T$

$\sim T \wedge \sim F = F \vee T = T$

ดังนั้น $\sim(T \wedge F) = \sim T \vee \sim F$

กรณีที่ 3 $\sim(F \wedge T) = \sim F = T$

$\sim F \vee \sim T = T \vee F = T$

ดังนั้น $\sim(F \wedge T) = \sim F \vee \sim T$

กรณีที่ 4 $\sim(F \wedge F) = \sim F = T$

$\sim F \vee \sim F = T \vee T = T$

ดังนั้น $\sim(F \wedge F) = \sim F \vee \sim F$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $\sim(x \wedge y) = \sim x \vee \sim y$

6. $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

กรณีที่ 1 $T \vee (T \wedge T) = T \vee T = T$

$(T \vee T) \wedge (T \vee T) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $T \vee (T \wedge T) = (T \vee T) \wedge (T \vee T)$

กรณีที่ 2 $T \vee (T \wedge F) = T \vee F = T$

$(T \vee T) \wedge (T \vee F) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $T \vee (T \wedge F) = (T \vee T) \wedge (T \vee F)$

กรณีที่ 3 $T \vee (F \wedge T) = T \vee F = T$

$(T \vee F) \wedge (T \vee T) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $T \vee (F \wedge T) = (T \vee F) \wedge (T \vee T)$

กรณีที่ 4 $T \vee (F \wedge F) = T \vee F = T$

$(T \vee F) \wedge (T \vee F) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $T \vee (F \wedge F) = (T \vee F) \wedge (T \vee F)$

กรณีที่ 5 $F \vee (T \wedge T) = F \vee T = T$

$(F \vee T) \wedge (F \vee T) = T \wedge T = T$

ดังนั้น $F \vee (T \wedge T) = (F \vee T) \wedge (F \vee T)$

กรณีที่ 6 $F \vee (T \wedge F) = F \vee F = F$

$(F \vee T) \wedge (F \vee F) = T \wedge F = F$

ดังนั้น $F \vee (T \wedge F) = (F \vee T) \wedge (F \vee F)$

กรณีที่ 7 $F \vee (F \wedge T) = F \vee F = F$

$(F \vee F) \wedge (F \vee T) = F \wedge T = F$

ดังนั้น $T \vee (T \wedge T) = (T \vee T) \wedge (T \vee T)$

กรณีที่ 8 $F \vee (F \wedge F) = F \vee F = F$

$(F \vee F) \wedge (F \vee F) = F \wedge F = F$

ดังนั้น $F \vee (F \wedge F) = (F \vee F) \wedge (F \vee F)$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

7. $x \wedge x = x$

กรณีที่ 1 $T \wedge T = T \wedge T = T$

กรณีที่ 2 $F \wedge F = F \wedge F = F$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \wedge x = x$

8. $x \wedge (x \vee y) = x$

กรณีที่ 1 $T \wedge (T \vee T) = T \wedge T = T$

กรณีที่ 2 $T \wedge (T \vee F) = T \wedge T = T$

กรณีที่ 3 $F \wedge (F \vee T) = F \wedge T = F$

กรณีที่ 4 $F \wedge (F \vee F) = F \wedge F = F$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \vee (x \wedge y) = x$

9. $(x \wedge y) \vee (\sim x \vee \sim y) = T$

กรณีที่ 1 $(T \wedge T) \vee (\sim T \vee \sim T) = (T \wedge T) \vee (F \vee F) = T \vee F = T$

กรณีที่ 2 $(T \wedge F) \vee (\sim T \vee \sim F) = (T \wedge F) \vee (F \vee T) = F \vee T = T$

กรณีที่ 3 $(F \wedge T) \vee (\sim F \vee \sim T) = (F \wedge T) \vee (T \vee F) = F \vee T = T$

กรณีที่ 4 $(F \wedge F) \vee (\sim F \vee \sim F) = (F \wedge F) \vee (T \vee T) = F \vee T = T$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $(x \wedge y) \vee (\sim x \vee \sim y) = T$

10. $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (x \vee y) \wedge \sim z$

กรณีที่ 1 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (T \vee T \vee T) \wedge \sim T = T \wedge F = F$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (T \vee T) \wedge \sim T = T \wedge F = F$

กรณีที่ 2 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (T \vee T \vee F) \wedge \sim F = T \wedge T = T$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (T \vee T) \wedge \sim F = T \wedge T = T$

กรณีที่ 3 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (T \vee F \vee T) \wedge \sim T = T \wedge F = F$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (T \vee F) \wedge \sim T = T \wedge F = F$

กรณีที่ 4 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (T \vee F \vee F) \wedge \sim F = T \wedge T = T$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (T \vee F) \wedge \sim F = T \wedge T = T$

กรณีที่ 5 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (F \vee T \vee T) \wedge \sim T = T \wedge F = F$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (F \vee T) \wedge \sim T = T \wedge F = F$

กรณีที่ 6 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (F \vee T \vee F) \wedge \sim F = T \wedge T = T$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (F \vee T) \wedge \sim F = T \wedge T = T$

กรณีที่ 7 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (F \vee F \vee T) \wedge \sim T = T \wedge F = F$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (F \vee F) \wedge \sim T = F \wedge F = F$

กรณีที่ 8 $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (F \vee F \vee F) \wedge \sim F = F \wedge T = F$

$(x \vee y) \wedge \sim z = (F \vee F) \wedge \sim F = F \wedge T = T$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $(x \vee y \vee z) \wedge \sim z = (x \vee y) \wedge \sim z$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3

1. $x \cap y = y \cap x$

กรณีที่ 1 $\quad U \cap U = U \cap U$

กรณีที่ 2 $\quad U \cap \phi = U$

$\phi \cap U = U$

ดังนั้น $\quad U \cap \phi = \phi \cap U$

กรณีที่ 3 $\quad \phi \cap U = U$

$U \cap \phi = U$

ดังนั้น $\quad \phi \cap U = U \cap \phi$

กรณีที่ 4 $\quad \phi \cap \phi = \phi \cap \phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \cap y = y \cap x$

2. $x \cap x = x$

กรณีที่ 1 $\quad U \cap U = U \cap U = U$

กรณีที่ 2 $\quad \phi \cap \phi = \phi \cap \phi = \phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \cap x = x$

3. $x \cup x = x$

กรณีที่ 1 $\quad U \cup U = U \cup U = U$

กรณีที่ 2 $\quad \phi \cup \phi = \phi \cup \phi = \phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \cup x = x$

4. $x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z)$

กรณีที่ 1 $\quad U \cap (U \cup U) = U \cap U = U$

$(U \cap U) \cup (U \cap U) = U \cup U = U$

ดังนั้น $\quad U \cap (U \cup U) = (U \cap U) \cup (U \cap U)$

กรณีที่ 2 $\quad U \cap (U \cup \phi) = U \cap U = U$

$(U \cap U) \cup (U \cap \phi) = U \cup \phi = U$

ดังนั้น $\quad U \cap (U \cup \phi) = (U \cap U) \cup (U \cap \phi)$

กรณีที่ 3 $U\cap(\phi\cup U)=U\cap U=U$

$(U\cap\phi)\cup(U\cap U)=\phi\cup U=U$

ดังนั้น $U\cap(\phi\cup U)=(U\cap\phi)\cup(U\cap U)$

กรณีที่ 4 $U\cap(\phi\cup\phi)=U\cap\phi=\phi$

$(U\cap\phi)\cup(U\cap\phi)=\phi\cup\phi=\phi$

ดังนั้น $U\cap(\phi\cup\phi)=(U\cap\phi)\cup(U\cap\phi)$

กรณีที่ 5 $\phi\cap(U\cup U)=\phi\cap U=\phi$

$(\phi\cap U)\cup(\phi\cap U)=\phi\cup\phi=\phi$

ดังนั้น $\phi\cap(U\cup U)=(\phi\cap U)\cup(\phi\cap U)$

กรณีที่ 6 $\phi\cap(U\cup\phi)=\phi\cap U=\phi$

$(\phi\cap U)\cup(\phi\cap\phi)=\phi\cup\phi=\phi$

ดังนั้น $\phi\cap(U\cup\phi)=(\phi\cap U)\cup(\phi\cap\phi)$

กรณีที่ 7 $\phi\cap(\phi\cup U)=\phi\cap U=\phi$

$(\phi\cap\phi)\cup(\phi\cap U)=\phi\cup\phi=\phi$

ดังนั้น $\phi\cap(\phi\cup U)=(\phi\cap\phi)\cup(\phi\cap U)$

กรณีที่ 8 $\phi\cap(\phi\cup\phi)=\phi\cap\phi=\phi$

$(\phi\cap\phi)\cup(\phi\cap\phi)=\phi\cup\phi=\phi$

ดังนั้น $\phi\cap(\phi\cup\phi)=(\phi\cap\phi)\cup(\phi\cap\phi)$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x\cap(y\cup z)=(x\cap y)\cup(x\cap z)$

5. $\sim(x\cup y)=\sim x\cap\sim y$

กรณีที่ 1 $\sim(U\cup U)=\sim U=\phi$

$\sim U\cap\sim U=\phi\cap\phi=\phi$

ดังนั้น $\sim(U\cup U)=\sim U\cap\sim U$

กรณีที่ 2 $\sim(U\cup\phi)=\sim U=\phi$

$\sim U\cap\sim\phi=\phi\cap U=\phi$

ดังนั้น $\sim(U\cup\phi)=\sim U\cap\sim\phi$

กรณีที่ 3 $\sim(\phi\cup U)=\sim U=\phi$

$\sim\phi\cap\sim U=U\cap\phi=\phi$

ดังนั้น $\sim(\phi\cup U)=\sim\phi\cap\sim U$

กรณีที่ 4 $\sim(\phi \cup \phi) = \sim\phi = U$

$\sim\phi \cap \sim\phi = U \cap U = U$

ดังนั้น $\sim(\phi \cup \phi) = \sim\phi \cap \sim\phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $\sim(x \cup y) = \sim x \cap \sim y$

6. $x \cap \sim x = \phi$

กรณีที่ 1 $U \cap \sim U = U \cap \phi = \phi$

กรณีที่ 2 $\phi \cap \sim\phi = \phi \cap U = \phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \cap \sim x = \phi$

7. $x \cap U = x$

กรณีที่ 1 $U \cap U = U \cap U = U$

กรณีที่ 2 $\phi \cap U = \phi \cap U = \phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \cap U = x$

8. $x \cup \phi = x$

กรณีที่ 1 $U \cup \phi = U \cup \phi = U$

กรณีที่ 2 $\phi \cup \phi = \phi \cup U = \phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \cup \phi = x$

9. $(x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z)$

กรณีที่ 1 $(U \cup U) \cup U = U \cup U = U$

$U \cup (U \cup U) = U \cup U = U$

ดังนั้น $(U \cup U) \cup U = U \cup (U \cup U)$

กรณีที่ 2 $(U \cup U) \cup \phi = U \cup \phi = U$

$U \cup (U \cup \phi) = U \cup U = U$

ดังนั้น $(U \cup U) \cup \phi = U \cup (U \cup \phi)$

กรณีที่ 3 $(U \cup \phi) \cup U = U \cup U = U$

$U \cup (\phi \cup U) = U \cup U = U$

ดังนั้น $(U \cup \phi) \cup U = U \cup (\phi \cup U)$

กรณีที่ 4 $(U \cup \phi) \cup \phi = U \cup \phi = U$

$U \cup (\phi \cup \phi) = U \cup \phi = U$

ดังนั้น $(U \cup \phi) \cup \phi = U \cup (\phi \cup \phi)$

กรณีที่ 5 $(\phi \cup U) \cup U = U \cup U = U$

$\phi \cup (U \cup U) = \phi \cup U = U$

ดังนั้น $(\phi \cup U) \cup U = \phi \cup (U \cup U)$

กรณีที่ 6 $(\phi \cup U) \cup \phi = U \cup \phi = U$

$\phi \cup (U \cup \phi) = \phi \cup U = U$

ดังนั้น $(\phi \cup U) \cup \phi = \phi \cup (U \cup \phi)$

กรณีที่ 7 $(\phi \cup \phi) \cup U = \phi \cup U = U$

$\phi \cup (\phi \cup U) = \phi \cup U = U$

ดังนั้น $(\phi \cup \phi) \cup U = \phi \cup (\phi \cup U)$

กรณีที่ 8 $(\phi \cup \phi) \cup \phi = \phi \cup \phi = \phi$

$\phi \cup (\phi \cup \phi) = \phi \cup \phi = \phi$

ดังนั้น $(\phi \cup \phi) \cup \phi = \phi \cup (\phi \cup \phi)$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $(x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z)$

10. $x \cup (x \cap y) = x$

กรณีที่ 1 $U \cup (U \cap U) = U \cup U = U$

กรณีที่ 2 $U \cup (U \cap \phi) = U \cup \phi = U$

กรณีที่ 3 $\phi \cup (\phi \cap U) = \phi \cup \phi = \phi$

กรณีที่ 4 $\phi \cup (\phi \cap \phi) = \phi \cup \phi = \phi$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \cup (x \cap y) = x$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4

1. $x \oplus (x \otimes y) = x$

   กรณีที่ 1 $1 \oplus (1 \otimes 1) = 1 \oplus 1 = 1$

   กรณีที่ 2 $1 \oplus (1 \otimes 0) = 1 \oplus 0 = 1$

   กรณีที่ 3 $0 \oplus (0 \otimes 1) = 0 \oplus 0 = 0$

   กรณีที่ 4 $0 \oplus (0 \otimes 0) = 0 \oplus 0 = 0$

   จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \oplus (x \otimes y) = x$

2. $x \otimes x = x$

   กรณีที่ 1 $1 \otimes 1 = 1$

   กรณีที่ 2 $0 \otimes 0 = 0$

   จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \otimes x = x$

3. $x \oplus x = x$

   กรณีที่ 1 $1 \oplus 1 = 1$

   กรณีที่ 2 $0 \oplus 0 = 0$

   จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \oplus x = x$

4. $\sim(x \otimes y) = \sim x \oplus \sim y$

   กรณีที่ 1 $\sim(1 \otimes 1) = \sim 1 = 0$

   $\sim 1 \oplus \sim 1 = 0 \oplus 0 = 0$

   กรณีที่ 2 $\sim(1 \otimes 0) = \sim 0 = 1$

   $\sim 1 \oplus \sim 0 = 0 \oplus 1 = 1$

   กรณีที่ 3 $\sim(0 \otimes 1) = \sim 0 = 1$

   $\sim 0 \oplus \sim 1 = 1 \oplus 0 = 1$

   กรณีที่ 4 $\sim(0 \otimes 0) = \sim 0 = 1$

   $\sim 0 \oplus \sim 0 = 1 \oplus 1 = 1$

   จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $\sim(x \otimes y) = \sim x \oplus \sim y$

5. $x \otimes {\sim}x = 0$

กรณีที่ 1 $1 \otimes {\sim}1 = 1 \otimes 0 = 0$

กรณีที่ 2 $0 \otimes {\sim}0 = 0 \otimes 1 = 0$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \otimes {\sim}x = 0$

6. $x \otimes 1 = x$

กรณีที่ 1 $1 \otimes 1 = 1 \otimes 1 = 1$

กรณีที่ 2 $0 \otimes 1 = 0 \otimes 1 = 0$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \otimes 1 = x$

7. $x \oplus 0 = x$

กรณีที่ 1 $1 \oplus 0 = 1 \oplus 0 = 1$

กรณีที่ 2 $0 \oplus 0 = 0 \oplus 0 = 0$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \oplus 0 = x$

8. $x \otimes y = y \otimes x$

กรณีที่ 1 $1 \otimes 1 = 1$

$1 \otimes 1 = 1$

กรณีที่ 2 $1 \otimes 0 = 0$

$0 \otimes 1 = 0$

กรณีที่ 3 $0 \otimes 1 = 0$

$1 \otimes 0 = 0$

กรณีที่ 4 $0 \otimes 0 = 0$

$0 \otimes 0 = 0$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \otimes y = y \otimes x$

9. $x \oplus (y \otimes z) = (x \oplus y) \otimes (x \oplus z)$

กรณีที่ 1 $1 \oplus (1 \otimes 1) = 1 \oplus 1 = 1$

$(1 \oplus 1) \otimes (1 \oplus 1) = 1 \otimes 1 = 1$

ดังนั้น $1 \oplus (1 \otimes 1) = (1 \oplus 1) \otimes (1 \oplus 1)$

กรณีที่ 2 $1 \oplus (1 \otimes 0) = 1 \oplus 0 = 1$

$(1 \oplus 1) \otimes (1 \oplus 0) = 1 \otimes 1 = 1$

ดังนั้น $1 \oplus (1 \otimes 0) = (1 \oplus 1) \otimes (1 \oplus 0)$

กรณีที่ 3 $1 \oplus (0 \otimes 1) = 1 \oplus 0 = 1$

$(1 \oplus 0) \otimes (1 \oplus 1) = 1 \otimes 1 = 1$

ดังนั้น $1 \oplus (0 \otimes 1) = (1 \oplus 0) \otimes (1 \oplus 1)$

กรณีที่ 4 $1 \oplus (0 \otimes 0) = 1 \oplus 0 = 1$

$(1 \oplus 0) \otimes (1 \oplus 0) = 1 \otimes 1 = 1$

ดังนั้น $1 \oplus (0 \otimes 0) = (1 \oplus 0) \otimes (1 \oplus 0)$

กรณีที่ 5 $0 \oplus (1 \otimes 1) = 0 \oplus 1 = 1$

$(0 \oplus 1) \otimes (0 \oplus 1) = 1 \otimes 1 = 1$

ดังนั้น $1 \oplus (1 \otimes 1) = (1 \oplus 1) \otimes (1 \oplus 1)$

กรณีที่ 6 $0 \oplus (1 \otimes 0) = 0 \oplus 0 = 0$

$(0 \oplus 1) \otimes (0 \oplus 0) = 1 \otimes 0 = 0$

ดังนั้น $0 \oplus (1 \otimes 0) = (0 \oplus 1) \otimes (0 \oplus 0)$

กรณีที่ 7 $0 \oplus (0 \otimes 1) = 0 \oplus 0 = 0$

$(0 \oplus 0) \otimes (0 \oplus 1) = 0 \otimes 1 = 0$

ดังนั้น $0 \oplus (0 \otimes 1) = (0 \oplus 0) \otimes (0 \oplus 1)$

กรณีที่ 8 $0 \oplus (0 \otimes 0) = 0 \oplus 0 = 0$

$(0 \oplus 0) \otimes (0 \oplus 0) = 0 \otimes 0 = 0$

ดังนั้น $0 \oplus (0 \otimes 0) = (0 \oplus 0) \otimes (0 \oplus 0)$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $x \oplus (y \otimes z) = (x \oplus y) \otimes (x \oplus z)$

10. $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$

กรณีที่ 1 $(1 \otimes 1) \otimes 1 = 1 \otimes 1 = 1$

$1 \otimes (1 \otimes 1) = 1 \otimes 1 = 1$

ดังนั้น $(1 \otimes 1) \otimes 1 = 1 \otimes (1 \otimes 1)$

กรณีที่ 2 $(1 \otimes 1) \otimes 0 = 1 \otimes 0 = 0$

$1 \otimes (1 \otimes 0) = 1 \otimes 0 = 0$

ดังนั้น $(1 \otimes 1) \otimes 0 = 1 \otimes (1 \otimes 0)$

กรณีที่ 3	$(1 \otimes 0) \otimes 1 = 0 \otimes 1 = 0$
	$1 \otimes (0 \otimes 1) = 1 \otimes 0 = 0$
ดังนั้น	$(1 \otimes 0) \otimes 1 = 1 \otimes (0 \otimes 1)$
กรณีที่ 4	$(1 \otimes 0) \otimes 0 = 0 \otimes 0 = 0$
	$1 \otimes (0 \otimes 0) = 1 \otimes 0 = 0$
ดังนั้น	$(1 \otimes 0) \otimes 0 = 1 \otimes (0 \otimes 0)$
กรณีที่ 5	$(0 \otimes 1) \otimes 1 = 0 \otimes 1 = 0$
	$0 \otimes (1 \otimes 1) = 0 \otimes 1 = 0$
ดังนั้น	$(0 \otimes 1) \otimes 1 = 0 \otimes (1 \otimes 1)$
กรณีที่ 6	$(0 \otimes 1) \otimes 0 = 0 \otimes 0 = 0$
	$0 \otimes (1 \otimes 0) = 0 \otimes 0 = 0$
ดังนั้น	$(0 \otimes 1) \otimes 0 = 0 \otimes (1 \otimes 0)$
กรณีที่ 7	$(0 \otimes 0) \otimes 1 = 0 \otimes 1 = 0$
	$0 \otimes (0 \otimes 1) = 0 \otimes 0 = 0$
ดังนั้น	$(0 \otimes 0) \otimes 1 = 0 \otimes (0 \otimes 1)$
กรณีที่ 8	$(0 \otimes 0) \otimes 0 = 0 \otimes 0 = 0$
	$0 \otimes (0 \otimes 0) = 0 \otimes 0 = 0$
ดังนั้น	$(0 \otimes 0) \otimes 0 = 0 \otimes (0 \otimes 0)$

จากการพิสูจน์กรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณี จะได้ว่า $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิสูจน์สมบัติต่อไปนี้ โดยใช้ตาราง

1. $x \otimes y = y \otimes x$

x	y	$x \otimes y$	$y \otimes x$
a	a	a	a
a	b	b	b
b	a	b	b
b	b	b	b

จากตาราง จะเห็นว่า $x \otimes y = y \otimes x$ ทุกกรณีของ x และ y

ดังนั้น $x \otimes y = y \otimes x$

2. $x \oplus x = x$

x	$x \oplus x$
a	a
b	b

จากตาราง จะเห็นว่า $x \oplus x = x$ ทุกกรณีของ x

ดังนั้น $x \oplus x = x$

3. $x \otimes (x \oplus y) = x$

x	y	$x \oplus y$	$x \otimes (x \oplus y)$
a	a	a	a
a	b	a	a
b	a	a	b
b	b	b	b

จากตาราง จะเห็นว่า $x \otimes (x \oplus y) = x$ ทุกกรณีของ x และ y

ดังนั้น $x \otimes (x \oplus y) = x$

4. $x \oplus \sim x = a$

x	$\sim x$	$x \oplus \sim x$
a	b	a
b	a	a

จากตาราง จะเห็นว่า $x \oplus \sim x = a$ ทุกกรณีของ x

ดังนั้น $x \oplus \sim x = a$

5. $\sim(x \otimes y) = \sim x \oplus \sim y$

x	y	$\sim x$	$\sim y$	$x \otimes y$	$\sim(x \otimes y)$	$\sim x \oplus \sim y$
a	a	b	b	a	b	b
a	b	b	a	b	a	a
b	a	a	b	b	a	a
b	b	a	a	b	a	a

จากตาราง จะเห็นว่า $\sim(x \otimes y) = \sim x \oplus \sim y$ ทุกกรณีของ x และ y

ดังนั้น $\sim(x \otimes y) = \sim x \oplus \sim y$

6. $x \oplus a = a$

x	a	$x \oplus a$
a	a	a
b	a	a

จากตาราง จะเห็นว่า $x \oplus a = a$ ทุกกรณีของ x

ดังนั้น $x \oplus a = a$

7. $(x \otimes \sim y) \otimes y = b$

x	y	$\sim y$	$x \otimes \sim y$	$(x \otimes \sim y) \otimes y$
a	a	b	b	b
a	b	a	a	b
b	a	b	b	b
b	b	a	b	b

จากตาราง จะเห็นว่า $(x \otimes {\sim}y) \otimes y = b$ ทุกกรณีของ x และ y

ดังนั้น $(x \otimes {\sim}y) \otimes y = b$

8. $x \otimes (y \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$

x	y	z	$y \oplus z$	$x \otimes (y \oplus z)$	$x \otimes y$	$x \otimes z$	$(x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$
a	a	a	a	a	a	a	a
a	a	b	a	a	a	b	a
a	b	a	a	a	b	a	a
a	b	b	b	b	b	b	b
b	a	a	a	b	b	b	b
b	a	b	a	b	b	b	b
b	b	a	a	b	b	b	b
b	b	b	b	b	b	b	b

จากตาราง จะเห็นว่า $x \otimes (y \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$ ทุกกรณีของ x, y และ z

ดังนั้น $x \otimes (y \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$

9. $(x \otimes {\sim}y) \oplus (x \otimes {\sim}z) = x \otimes {\sim}(y \otimes z)$

x	y	z	~x	~y	~z	$x \otimes {\sim}y$	$x \otimes {\sim}z$	$y \otimes z$	${\sim}(y \otimes z)$	$(x \otimes {\sim}y) \oplus (x \otimes {\sim}z)$	$x \otimes {\sim}(y \otimes z)$
a	a	a	b	b	b	b	b	a	b	b	b
a	a	b	b	b	a	b	a	b	a	a	a
a	b	a	b	a	b	a	b	b	a	a	a
a	b	b	b	a	a	a	a	b	a	a	a
b	a	a	a	b	b	b	b	a	b	b	b
b	a	b	a	b	a	b	b	b	a	b	b
b	b	a	a	a	b	b	b	b	a	b	b
b	b	b	a	a	a	b	b	b	a	b	b

จากตาราง จะเห็นว่า $(x \otimes {\sim}y) \oplus (x \otimes {\sim}z) = x \otimes {\sim}(y \otimes z)$ ทุกกรณีของ x, y และ z

ดังนั้น $(x \otimes {\sim}y) \oplus (x \otimes {\sim}z) = x \otimes {\sim}(y \otimes z)$

10. $(x \oplus y) \otimes (y \oplus z) \otimes (x \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (y \otimes z) \oplus (x \otimes z)$

x	y	z	$x \oplus y$	$y \oplus z$	$x \oplus z$	$x \otimes y$	$y \otimes z$	$x \otimes z$	$(x \oplus y) \otimes (y \oplus z) \otimes (x \oplus z)$	$(x \otimes y) \oplus (y \otimes z) \oplus (x \otimes z)$
a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a
a	a	b	a	a	a	a	b	b	a	a
a	b	a	a	a	a	b	b	a	a	a
a	b	b	a	b	a	b	b	b	b	b
b	a	a	a	a	a	b	a	b	a	a
b	a	b	a	a	b	b	b	b	b	b
b	b	a	b	a	a	b	b	b	b	b
b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b

จากตาราง จะเห็นว่า $(x \oplus y) \otimes (y \oplus z) \otimes (x \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (y \otimes z) \oplus (x \otimes z)$ ทุกกรณีของ x, y และ z ดังนั้น $(x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes \sim z) = x \otimes \sim (y \otimes z)$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6

ให้นักเรียนพิสูจน์สมบัติในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้บทนิยามที่ได้พิสูจน์มาแล้วก่อนหน้า

1. $x \otimes (x \otimes y) = x \otimes y$

<u>พิสูจน์</u> $x \otimes (x \otimes y) = (x \otimes x) \otimes y$

$= x \otimes y$

ดังนั้น $x \otimes (x \otimes y) = x \otimes y$

2. $x \otimes (x \oplus y) = x$

<u>พิสูจน์</u> $x \otimes (x \oplus y) = (x \oplus b) \otimes (x \oplus y)$

$= x \oplus (b \otimes y)$

$= x \oplus b$

$= x$

ดังนั้น $x \otimes (x \oplus y) = x$

3. $x \otimes ({\sim}x \oplus y) = x \otimes y$

<u>พิสูจน์</u> $x \otimes ({\sim}x \oplus y) = (x \otimes {\sim}x) \oplus (x \otimes y)$

$= b \oplus (x \otimes y)$

$= x \otimes y$

ดังนั้น $x \otimes ({\sim}x \oplus y) = x \otimes y$

4. ${\sim}x \oplus (x \otimes y) = {\sim}x \oplus y$

<u>พิสูจน์</u> ${\sim}x \oplus (x \otimes y) = ({\sim}x \oplus x) \otimes ({\sim}x \oplus y)$

$= a \otimes ({\sim}x \oplus y)$

$= {\sim}x \oplus y$

ดังนั้น ${\sim}x \oplus (x \otimes y) = {\sim}x \oplus y$

5. ${\sim}x \otimes (x \otimes y) = b$

<u>พิสูจน์</u> ${\sim}x \otimes (x \otimes y) = ({\sim}x \otimes x) \otimes y$

$= b \otimes y$

$= b$

ดังนั้น $\sim x \otimes (x \otimes y) = b$

6. $x \oplus (\sim x \otimes y) = x \oplus y$

<u>พิสูจน์</u> $x \oplus (\sim x \otimes y) = (x \oplus \sim x) \otimes (x \oplus y)$

$= a \otimes (x \oplus y)$

$= x \oplus y$

ดังนั้น $x \oplus (\sim x \otimes y) = x \oplus y$

7. $x \oplus (\sim x \oplus y) = a$

<u>พิสูจน์</u> $x \oplus (\sim x \oplus y) = (x \oplus \sim x) \oplus y$

$= a \oplus y$

$= a$

ดังนั้น $x \oplus (\sim x \oplus y) = a$

8. $(x \oplus y) \otimes \sim x = \sim x \otimes y$

<u>พิสูจน์</u> $(x \oplus y) \otimes \sim x = (x \otimes \sim x) \oplus (y \otimes \sim x)$

$= b \oplus (y \otimes \sim x)$

$= y \otimes \sim x$

$= \sim x \otimes y$

ดังนั้น $(x \oplus y) \otimes \sim x = \sim x \otimes y$

9. $(x \otimes \sim y) \otimes (x \otimes \sim z) = x \otimes \sim (y \oplus z)$

<u>พิสูจน์</u> $(x \otimes \sim y) \otimes (x \otimes \sim z) = (x \otimes x) \otimes (\sim y \otimes \sim z)$

$= x \otimes (\sim y \otimes \sim z)$

$= x \otimes \sim (y \oplus z)$

ดังนั้น $(x \otimes \sim y) \otimes (x \otimes \sim z) = x \otimes \sim (y \oplus z)$

10. $(x \oplus y) \otimes (\sim x \oplus z) = (\sim x \otimes y) \oplus (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$

<u>พิสูจน์</u> $(x \oplus y) \otimes (\sim x \oplus z) = ((x \oplus y) \otimes \sim x) \oplus ((x \oplus y) \otimes z)$

$= (x \otimes \sim x) \oplus (y \otimes \sim x) \oplus (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$

$= b \oplus (y \otimes \sim x) \oplus (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$

$= (y \otimes \sim x) \oplus (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$

$= (\sim x \otimes y) \oplus (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$

ดังนั้น $(x \oplus y) \otimes (\sim x \oplus z) = (\sim x \otimes y) \oplus (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7

1. จงเขียนฟังก์ชันบูลีนในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบปกติที่มีตัวแปร 2 ตัว

(1) $\sim y$

$$\sim y = b \oplus \sim y = (x \otimes \sim x) \oplus \sim y = (x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus \sim y)$$

หรือ $\sim y = a \otimes \sim y = (x \oplus \sim x) \otimes \sim y = (x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes \sim y)$

(2) $\sim x \oplus \sim y$

$$\begin{aligned} \sim x \oplus \sim y &= (\sim x \otimes a) \oplus (a \otimes \sim y) = (\sim x \otimes (y \oplus \sim y)) \oplus ((x \oplus \sim x) \otimes \sim y) \\ &= (\sim x \otimes y) \oplus (\sim x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes \sim y) \\ &= (\sim x \otimes y) \oplus (\sim x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes \sim y) \end{aligned}$$

(3) $x \otimes (x \oplus y)$

$$\begin{aligned} x \otimes (x \oplus y) &= (x \oplus b) \otimes (x \oplus y) = (x \oplus (y \otimes \sim y)) \otimes (x \oplus y) \\ &= (x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) \otimes (x \oplus y) \\ &= (x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) \end{aligned}$$

(4) $(\sim x \otimes \sim y) \oplus y$

$$\begin{aligned} (\sim x \otimes \sim y) \oplus y &= (\sim x \otimes \sim y) \oplus (a \otimes y) = (\sim x \otimes \sim y) \oplus ((x \oplus \sim x) \otimes y) \\ &= (\sim x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes y) \oplus (\sim x \otimes y) \end{aligned}$$

(5) $x \otimes \sim(x \otimes \sim y)$

$$\begin{aligned} x \otimes \sim(x \otimes \sim y) &= x \otimes (\sim x \oplus \sim(\sim y)) = x \otimes (\sim x \oplus y) = (x \oplus b) \otimes (\sim x \oplus y) \\ &= (x \oplus (y \otimes \sim y)) \otimes (\sim x \oplus y) \\ &= (x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus y) \end{aligned}$$

2. จงเขียนฟังก์ชันบูลีนในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบปกติที่มีตัวแปร 3 ตัว

(1) $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$

$(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$

$$= ((x \otimes \sim y) \otimes a) \oplus ((\sim x \otimes y) \otimes a)$$

$= ((x \otimes \sim y) \otimes (z \oplus \sim z)) \oplus ((\sim x \otimes y) \otimes (z \oplus \sim z))$

$= (x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (\sim x \otimes y \otimes z) \oplus (\sim x \otimes y \otimes \sim z)$

(2) $x \otimes z$

$x \otimes z \quad = (x \otimes a) \otimes z = (x \otimes (y \oplus \sim y)) \otimes z = ((x \otimes y) \oplus (x \otimes \sim y)) \otimes z$

$= (x \otimes y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes z)$

(3) $x \otimes (\sim y \oplus z)$

$x \otimes (\sim y \oplus z) \quad = (x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes z) = (x \otimes \sim y \otimes a) \oplus (x \otimes a \otimes z)$

$= (x \otimes \sim y \otimes (z \oplus \sim z)) \oplus (x \otimes (y \oplus \sim y) \otimes z)$

$= (x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (x \otimes y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes z)$

$= (x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (x \otimes y \otimes z)$

(4) $(x \oplus \sim(\sim x \oplus y)) \otimes (x \oplus \sim(\sim y \otimes \sim z))$

$= (x \oplus (x \otimes \sim y)) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= (x \oplus (x \otimes \sim y)) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= x \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= (x \oplus b) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= (x \oplus (y \otimes \sim y)) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= (x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= (x \oplus y \oplus b) \otimes (x \oplus \sim y \oplus b) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= (x \oplus y \oplus (z \otimes \sim z)) \otimes (x \oplus \sim y \oplus (z \otimes \sim z)) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

$= (x \oplus y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus \sim z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus \sim z)$

(5) $(x \oplus y \oplus z) \otimes (\sim x \oplus \sim y)$

$= (x \oplus y \oplus z) \otimes (\sim x \oplus \sim y \oplus (z \otimes \sim z))$

$= (x \oplus y \oplus z) \otimes (\sim x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (\sim x \oplus \sim y \oplus \sim z)$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 8

1. จงหารูปแบบปกติของฟังก์ชันบูลีน จากตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1)

x	y	F
a	a	b
a	b	a
b	a	a
b	b	b

จากตารางจะเห็นว่า F มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x และ ~y จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y$
2. ~x และ y จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ F คือ $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$

1. ~x และ ~y จะได้ผลบวก คือ $\sim x \oplus \sim y$
2. x และ y จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ F คือ $(\sim x \oplus \sim y) \otimes (x \oplus y)$

(2)

x	y	z	F
a	a	a	b
a	a	b	a
a	b	a	a
a	b	b	a
b	a	a	b
b	a	b	a
b	b	a	b
b	b	b	a

จากตารางจะเห็นว่า F มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x, y และ ~z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes y \otimes \sim z$

2. x, ~y และ z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y \otimes z$

3. x, ~y และ ~z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y \otimes \sim z$

4. ~x, y และ ~z จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes y \otimes \sim z$

5. ~x, ~y และ ~z จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes \sim y \otimes \sim z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ F คือ

$(x \otimes y \otimes \sim z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (\sim x \otimes y \otimes \sim z) \oplus (\sim x \otimes \sim y \otimes \sim z)$

และ จากตารางจะเห็นว่า F มีค่าเป็น b เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น b พร้อมกัน

1. ~x, ~y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $\sim x \oplus \sim y \oplus \sim z$

2. x, ~y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus \sim y \oplus \sim z$

3. x, y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y \oplus \sim z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ F คือ

$(\sim x \oplus \sim y \oplus \sim z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus \sim z) \otimes (x \oplus y \oplus \sim z)$

2. ให้หารูปแบบปกติของฟังก์ชันที่มีตัวแปร *2* ตัว ในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยการสร้างตาราง

(1) ~y

x	y	~y
a	a	b
a	b	a
b	a	b
b	b	a

จากตารางจะเห็นว่า ~y มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x และ ~y จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y$

2. ~x และ ~y จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes \sim y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ ~y คือ $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes \sim y)$

และ จากตารางจะเห็นว่า ~y มีค่าเป็น b เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น b พร้อมกัน

1. ~x และ ~y จะได้ผลบวก คือ $\sim x \oplus \sim y$

2. x และ ~y จะได้ผลบวก คือ $x \oplus \sim y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ ~y คือ $(\sim x \oplus \sim y) \otimes (x \oplus \sim y)$

(2) $\sim x \oplus \sim y$

x	y	$\sim x$	$\sim y$	$\sim x \oplus \sim y$
a	a	b	b	b
a	b	b	a	a
b	a	a	b	a
b	b	a	a	a

จากตารางจะเห็นว่า $\sim x \oplus \sim y$ มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x และ ~y จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y$
2. ~x และ y จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes y$
3. ~x และ ~y จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes \sim y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ $\sim x \oplus \sim y$ คือ $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y) \oplus (\sim x \otimes \sim y)$

และ จากตารางจะเห็นว่า $\sim x \oplus \sim y$ มีค่าเป็น b เมื่อ ~x และ ~y มีค่าเป็น b พร้อมกัน
จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ $\sim x \oplus \sim y$ คือ $\sim x \oplus \sim y$

(3) $x \otimes (x \oplus y)$

x	y	$x \oplus y$	$x \otimes (x \oplus y)$
a	a	a	a
a	b	a	a
b	a	a	b
b	b	b	b

จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes (x \oplus y)$ มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x และ y จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes y$
2. x และ ~y จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ $x \otimes (x \oplus y)$ คือ $(x \otimes y) \oplus (x \otimes \sim y)$

และ จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes (x \oplus y)$ มีค่าเป็น b เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น b พร้อมกัน

1. x และ ~y จะได้ผลบวก คือ $x \oplus \sim y$
2. x และ y จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ $x \otimes (x \oplus y)$ คือ $(x \oplus \sim y) \otimes (x \oplus y)$

(4) $(\sim x \otimes \sim y) \oplus y$

x	y	~x	~y	$\sim x \otimes \sim y$	$(\sim x \otimes \sim y) \oplus y$
a	a	b	b	b	a
a	b	b	a	b	b
b	a	a	b	b	a
b	b	a	a	a	a

จากตารางจะเห็นว่า $(\sim x \otimes \sim y) \oplus y$ มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x และ y จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes y$
2. ~x และ y จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes y$
3. ~x และ ~y จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes \sim y$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ $x \otimes (x \oplus y)$ คือ $(x \otimes y) \oplus (\sim x \otimes y) \oplus (\sim x \otimes \sim y)$

และ จากตารางจะเห็นว่า $(\sim x \otimes \sim y) \oplus y$ มีค่าเป็น b เมื่อ ~x และ y มีค่าเป็น b พร้อมกัน

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ $(\sim x \otimes \sim y) \oplus y$ คือ $\sim x \oplus y$

(5) $x \otimes \sim(x \otimes \sim y)$

x	y	~y	$x \otimes \sim y$	$\sim(x \otimes \sim y)$	$x \otimes \sim(x \otimes \sim y)$
a	a	b	b	a	a
a	b	a	a	b	b
b	a	b	b	a	b
b	b	a	b	a	b

จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes \sim(x \otimes \sim y)$ มีค่าเป็น a เมื่อ x และ y มีค่าเป็น a พร้อมกัน

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ $x \otimes \sim(x \otimes \sim y)$ คือ $x \otimes y$

และ จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes \sim(x \otimes \sim y)$ มีค่าเป็น b เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น b พร้อมกัน

1. ~x และ y จะได้ผลบวก คือ $\sim x \oplus y$
2. x และ ~y จะได้ผลบวก คือ $x \oplus \sim y$
3. x และ y จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y$

จะได้ว่าฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ $x \otimes \sim(x \otimes \sim y)$คือ$(\sim x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) \otimes (x \oplus y)$

3. ให้หารูปแบบปกติของฟังก์ชันที่มีตัวแปร 3 ตัว ในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยการสร้างตาราง

(1) $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$

x	y	z	~x	~y	$x \otimes \sim y$	$\sim x \otimes y$	$(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$
a	a	a	b	b	b	b	b
a	a	b	b	b	b	b	b
a	b	a	b	a	a	b	a
a	b	b	b	a	a	b	a
b	a	a	a	b	b	a	a
b	a	b	a	b	b	a	a
b	b	a	a	a	b	b	b
b	b	b	a	a	b	b	b

จากตารางจะเห็นว่า $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$ มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x, ~y และ z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y \otimes z$
2. x, ~y และ ~z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y \otimes \sim z$
3. ~x, y และ z จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes y \otimes z$
4. ~x, y และ ~z จะได้ผลคูณ คือ $\sim x \otimes y \otimes \sim z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$ คือ $(x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (\sim x \otimes y \otimes z) \oplus (\sim x \otimes y \otimes \sim z)$

และ จากตารางจะเห็นว่า $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$ มีค่าเป็น b เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น b พร้อมกัน

1. ~x, ~y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $\sim x \oplus \sim y \oplus \sim z$
2. ~x, ~y และ z จะได้ผลบวก คือ $\sim x \oplus \sim y \oplus z$
3. x, y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y \oplus \sim z$
4. x, y และ z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y \oplus z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ $(x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$ คือ $(\sim x \oplus \sim y \oplus \sim z) \otimes (\sim x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus \sim z) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

(2) $x \otimes z$

x	y	z	$x \otimes z$
a	a	a	a
a	a	b	b
a	b	a	a
a	b	b	b
b	a	a	b
b	a	b	b
b	b	a	b
b	b	b	b

จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes z$ มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x, y และ z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes y \otimes z$
2. x, ~y และ z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes {\sim}y \otimes z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ $x \otimes z$ คือ $(x \otimes y \otimes z) \oplus (x \otimes {\sim}y \otimes z)$

และ จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes z$ มีค่าเป็น b เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น b พร้อมกัน

1. ~x, ~y และ z จะได้ผลบวก คือ ${\sim}x \oplus {\sim}y \oplus z$
2. ~x, y และ z จะได้ผลบวก คือ ${\sim}x \oplus y \oplus z$
3. x, ~y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus {\sim}y \oplus {\sim}z$
4. x, ~y และ z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus {\sim}y \oplus z$
5. x, y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y \oplus {\sim}z$
6. x, y และ z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y \oplus z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ $x \otimes z$ คือ $({\sim}x \oplus {\sim}y \oplus z) \otimes$ $({\sim}x \oplus y \oplus z) \otimes (x \oplus {\sim}y \oplus {\sim}z) \otimes (x \oplus {\sim}y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus {\sim}z) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

(3) $x \otimes (\sim y \oplus z)$

x	y	z	~y	$\sim y \oplus z$	$x \otimes (\sim y \oplus z)$
a	a	a	b	a	a
a	a	b	b	b	b
a	b	a	a	a	a
a	b	b	a	a	a
b	a	a	b	a	b
b	a	b	b	b	b
b	b	a	a	a	b
b	b	b	a	a	b

จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes (\sim y \oplus z)$ มีค่าเป็น a เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น a พร้อมกัน

1. x, y และ z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes y \otimes z$
2. x, ~y และ z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y \otimes z$
3. x, ~y และ ~z จะได้ผลคูณ คือ $x \otimes \sim y \otimes \sim z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติของ $x \otimes (\sim y \oplus z)$ คือ $(x \otimes y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes z) \oplus$ $(x \otimes \sim y \otimes \sim z)$

และ จากตารางจะเห็นว่า $x \otimes (\sim y \oplus z)$ มีค่าเป็น b เมื่อแต่ละข้อต่อไปนี้ มีค่าเป็น b พร้อมกัน

1. ~x, ~y และ z จะได้ผลบวก คือ $\sim x \oplus \sim y \oplus z$
2. x, ~y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus \sim y \oplus \sim z$
3. x, ~y และ z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus \sim y \oplus z$
4. x, y และ ~z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y \oplus \sim z$
5. x, y และ z จะได้ผลบวก คือ $x \oplus y \oplus z$

จะได้ว่า ฟังก์ชันรูปแบบปกติอีกรูปแบบหนึ่งของ $x \otimes (\sim y \oplus z)$ คือ

$(\sim x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus \sim z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus \sim z) \otimes (x \oplus y \oplus z)$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

1. ให้นักเรียนลดรูปของฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้วิธีทางพีชคณิตบูลีน

(1) $x \otimes (\sim x \oplus y)$

$$x \otimes (\sim x \oplus y) = (x \otimes \sim x) \oplus (x \otimes y) = b \oplus (x \otimes y) = x \otimes y$$

(2) $(x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y)$

$$(x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) = ((x \oplus y) \otimes x) \oplus ((x \oplus y) \otimes \sim y)$$
$$= (x \otimes (x \oplus y)) \oplus (\sim y \otimes (x \oplus y))$$
$$= x \oplus (\sim y \otimes x) \oplus (\sim y \otimes y)$$
$$= x \oplus (\sim y \otimes x) \oplus b$$
$$= x \oplus (x \otimes \sim y) = x$$

(3) $(x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus y) \otimes (\sim x \oplus \sim y)$

$$(x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus y) \otimes (\sim x \oplus \sim y) = (x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus (y \otimes \sim y))$$
$$= (x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus b)$$
$$= (x \oplus \sim y) \otimes \sim x$$
$$= \sim x \otimes (x \oplus \sim y)$$
$$= (\sim x \otimes x) \oplus (\sim x \otimes \sim y)$$
$$= b \oplus (\sim x \otimes \sim y)$$
$$= \sim x \otimes \sim y$$

(4) $(x \otimes y \otimes z) \oplus \sim x \oplus \sim y \oplus \sim z$

$$(x \otimes y \otimes z) \oplus \sim x \oplus \sim y \oplus \sim z = (x \otimes y \otimes z) \oplus \sim(x \otimes y \otimes z) = a$$

(5) $(x \oplus (\sim x \otimes y)) \otimes (y \oplus (y \otimes z))$

$$(x \oplus (\sim x \otimes y)) \otimes (y \oplus (y \otimes z)) = ((x \oplus \sim x) \otimes (x \oplus y)) \otimes y$$
$$= (a \otimes (x \oplus y)) \otimes y$$

$= (x \oplus y) \otimes y$

$= y \otimes (x \oplus y)$

$= y \otimes (y \oplus x) \quad = y$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 10

ให้นักเรียนลดรูปของฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้แผนภาพคาร์โนห์

1. $(\sim x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y)$

วิธีทำ เนื่องจาก ฟังก์ชันอยู่ในรูปแบบปกติ จะได้แผนภาพคาร์โนห์ ดังนี้

	~y	y
~x	1	1
x		

จะเห็นว่า ตัวแปรตามแนวนอน เปลี่ยนจาก ~y เป็น y จึงตัด ~y และ y ออก เหลือ ~x

จะได้ $(\sim x \otimes \sim y) \oplus (\sim x \otimes y) = \sim x$

2. $(\sim x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes y)$

วิธีทำ เนื่องจาก ฟังก์ชันอยู่ในรูปแบบปกติ จะได้แผนภาพคาร์โนห์ ดังนี้

	~y	y
~x	1	
x	1	1

จะเห็นว่า ตัวแปรตามแนวตั้ง เปลี่ยนจาก ~x เป็น x จึงตัด ~x และ x ออก เหลือ ~y

ตัวแปรตามแนวนอน เปลี่ยนจาก ~y เป็น y จึงตัด ~y และ y ออก เหลือ x

จะได้ $(\sim x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes \sim y) \oplus (x \otimes y) = x \oplus \sim y$

3. $(\sim x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y)$

วิธีทำ เนื่องจาก ฟังก์ชันอยู่ในรูปแบบปกติ จะได้แผนภาพคาร์โนห์ ดังนี้

	~y	y
~x	0	0
x	0	

จะเห็นว่า ตัวแปรตามแนวตั้ง เปลี่ยนจาก ~x เป็น x จึงตัด ~x และ x ออก เหลือ ~y

ตัวแปรตามแนวนอน เปลี่ยนจาก ~y เป็น y จึงตัด ~y และ y ออก เหลือ ~x

จะได้ $(\sim x \oplus \sim y) \otimes (\sim x \oplus y) \otimes (x \oplus \sim y) = \sim x \otimes \sim y$

4. $(\sim x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus \sim z)$

วิธีทำ เนื่องจาก ฟังก์ชันอยู่ในรูปแบบปกติ จะได้แผนภาพคาร์โนห์ ดังนี้

	$\sim y \sim z$	$y \sim z$	$\sim y\, z$	yz
$\sim x$			0	
x		0	0	

จะเห็นว่า ตัวแปรตามแนวตั้ง เปลี่ยนจาก $\sim x$ เป็น x จึงตัด $\sim x$ และ x ออก เหลือ $\sim y \oplus z$

ตัวแปรตามแนวนอนเปลี่ยนจาก $\sim y$ เป็น y และ $\sim z$ เป็น z จึงตัด $\sim y$, y ออก, $\sim z$ และ z ออก เหลือ x

จะได้ $(\sim x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus \sim y \oplus z) \otimes (x \oplus y \oplus \sim z) = (\sim y \oplus z) \otimes x$

5. $(\sim x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (\sim x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes z)$

วิธีทำ เนื่องจาก ฟังก์ชันอยู่ในรูปแบบปกติ จะได้แผนภาพคาร์โนห์ ดังนี้

	$\sim y \sim z$	$y \sim z$	$\sim y\, z$	yz
$\sim x$	1		1	
x	1		1	

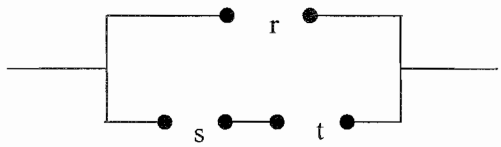
จะเห็นว่า ตัวแปรเปลี่ยนจาก $\sim z$ เป็น z และเปลี่ยนจาก $\sim x$ เป็น x จึงตัด $\sim z$, z, $\sim x$ และ x ออก เหลือ $\sim y$

จะได้ $(\sim x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (\sim x \otimes \sim y \otimes z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes \sim z) \oplus (x \otimes \sim y \otimes z) = \sim y$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 11

1. ให้นักเรียนเขียนวงจรไฟฟ้าในแต่ละข้อต่อไปนี้ ในรูปของฟังชันบูลีน พร้อมทั้งเขียนตาราง แสดงค่าของวงจรที่ได้

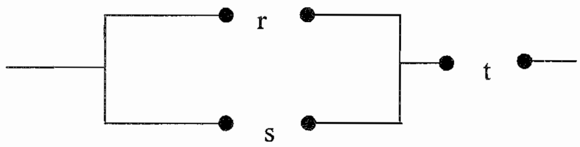
(1)



$F = r \oplus (s \otimes t)$

กรณีที่	R	s	t	$s \otimes t$	F
1	1	1	1	1	1
2	1	1	0	0	1
3	1	0	1	0	1
4	1	0	0	0	1
5	0	1	1	1	1
6	0	1	0	0	0
7	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0

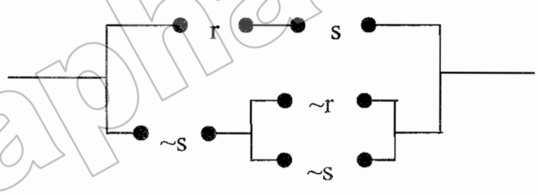
(2)



$F = (r \oplus s) \otimes t$

กรณีที่	R	s	t	$r \oplus s$	F
1	1	1	1	1	1
2	1	1	0	1	0
3	1	0	1	1	1
4	1	0	0	1	0
5	0	1	1	1	1
6	0	1	0	1	0
7	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0

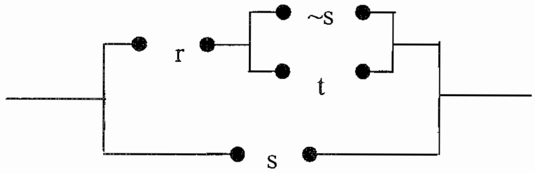
(3)



$F = (r \otimes s) \oplus (\sim s \otimes (\sim r \oplus \sim s))$

กรณีที่	r	s	~r	~s	$r \otimes s$	$\sim r \oplus \sim s$	$\sim s \otimes (\sim r \oplus \sim s)$	F
1	1	1	0	0	1	0	0	0
2	1	0	0	1	0	1	1	1
3	0	1	1	0	0	1	0	1
4	0	0	1	1	0	1	1	1

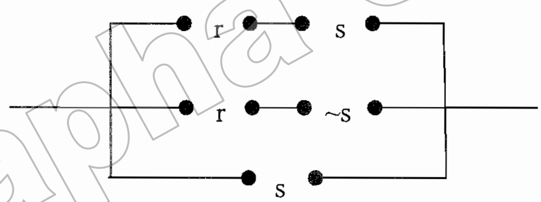
(4)



$F = (r \otimes (\sim s \oplus t)) \oplus s$

กรณีที่	r	s	t	~s	$\sim s \oplus t$	$r \otimes (\sim s \oplus t)$	F
1	1	1	1	0	1	1	1
2	1	1	0	0	0	0	1
3	1	0	1	1	1	1	1
4	1	0	0	1	1	1	1
5	0	1	1	0	1	0	1
6	0	1	0	0	0	0	1
7	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	0	1	1	0	0

(5)

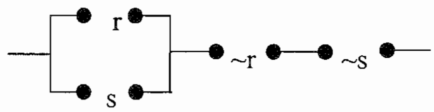


$F = (r \otimes s) \oplus (r \otimes \sim s) \oplus s$

กรณีที่	r	s	~r	~s	$r \otimes s$	$r \otimes \sim s$	F
1	1	1	0	0	1	0	1
2	1	0	0	1	0	1	1
3	0	1	1	0	0	0	1
4	0	0	1	1	0	0	0

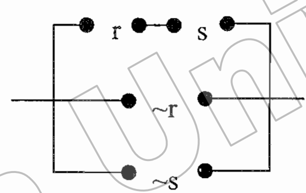
2. ให้นักเรียนเขียนฟังชันบูลีน ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ในรูปของวงจรไฟฟ้า พร้อมทั้งเขียนตาราง แสดงค่าของฟังก์ชันที่ได้

(1) $F = (r \oplus s) \otimes {\sim}r \otimes {\sim}s$



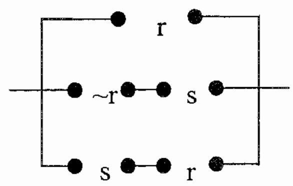
กรณีที่	r	s	~r	~s	$r \oplus s$	F
1	1	1	0	0	1	0
2	1	0	0	1	1	0
3	0	1	1	0	1	0
4	0	0	1	1	0	0

(2) $F = (r \otimes s) \oplus {\sim}r \oplus {\sim}s$



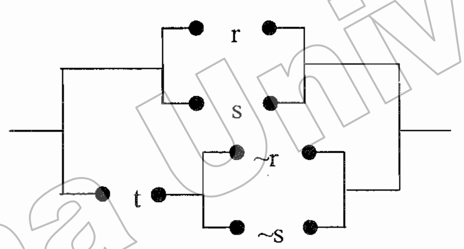
กรณีที่	r	s	~r	~s	$r \otimes s$	F
1	1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	1	0	1
3	0	1	1	0	0	1
4	0	0	1	1	0	1

(3) $F = r \oplus (\sim r \otimes s) \oplus (s \otimes r)$



กรณีที่	r	s	~r	~s	$\sim r \otimes s$	$s \otimes r$	F
1	1	1	0	0	0	1	1
2	1	0	0	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1	0	1
4	0	0	1	1	0	0	0

(4) $F = (r \otimes s) \oplus (t \otimes (\sim r \oplus \sim s))$



กรณีที่	r	s	t	~r	~s	$r \otimes s$	$\sim r \oplus \sim s$	$t \otimes (\sim r \oplus \sim s)$	F
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
2	1	1	0	0	0	1	0	0	1
3	1	0	1	0	1	0	1	1	1
4	1	0	0	0	1	0	1	0	0
5	0	1	1	1	0	0	1	1	1
6	0	1	0	1	0	0	1	0	0
7	0	0	1	1	1	0	1	1	1
8	0	0	0	1	1	0	1	0	0