

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การหาผลเฉลยสมการซิบอร์-ชาแบท (the Zhiber-Shabat equation) โดยวิธีไฮเพอร์โบลิก
เชแคนต์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาวิธีไฮเพอร์โบลิกเชแคนต์
2. เลือกสมการที่ต้องการหาผลเฉลย คือ สมการซิบอร์-ชาแบท และสมการอื่นที่เกี่ยวข้อง
3. ใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกเชแคนต์หาผลเฉลยสมการซิบอร์-ชาแบท และสมการอื่นที่เกี่ยวข้อง

วิธีไฮเพอร์โบลิกเชแคนต์

1. พิจารณา รูปแบบทั่วไปของสมการไม่เชิงเส้น

$$P(u, u_t, u_x, u_{xx}, \dots) = 0 \quad (3.1)$$

2. กำหนดตัวแปรคลื่น $\xi = x - ct$ จะได้

$$u(x, t) = U(\xi) \quad (3.2)$$

โดยที่คำตอบคลื่น $U(\xi)$ นั้นคลื่นที่ด้วยความเร็ว c แปลงสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (3.1) เป็นสมการ
เชิงอนุพันธ์สามัญ

$$P(U, U', U'', \dots) = 0 \quad (3.3)$$

3. ถ้าทุกพจน์ของผลลัพธ์ในสมการเชิงอนุพันธ์มีอนุพันธ์ของ ξ ให้อินทิเกรตสมการ
(3.3) และกำหนดให้ค่าคงที่ของการอินทิเกรตเป็นศูนย์ แล้วจัดรูปสมการ
4. กำหนดตัวแปรอิสระใหม่คือ

$$Y = \operatorname{sech}(\mu\xi) \quad (3.4)$$

แล้วทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันอันดับต่าง ๆ

5. กำหนดให้

$$U(\xi) = S(Y) = \sum_{k=0}^M a_k Y^k \quad (3.5)$$

6. หาค่าพารามิเตอร์ M จากการนำพจน์เชิงเส้นที่มีอนุพันธ์อันดับสูงสุดของผลลัพธ์เปรียบเทียบกับอันดับสูงสุดในพจน์ที่ไม่เชิงเส้น โดยการเทียบสัมประสิทธิ์กำลังของ Y ในสมการของผลลัพธ์ โดยใช้ M นี้กับสมการ (3.5) จะทำให้เราได้คำตอบวิเคราะห์ที่อยู่ในรูปแบบปิด

สมการซิเบอร์-ชาแบท (the Zhiber-Shabat equation)

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้นที่เราต้องการหาผลเฉลยในงานวิจัยนี้ คือ สมการซิเบอร์-ชาแบท มีรูปแบบ

$$u_{xt} + pe'' + qe^{-u} + re^{-2u} = 0 \quad (3.6)$$

เมื่อ x, t เป็นตัวแปรอิสระ u เป็นตัวแปรตาม และ p, q และ r เป็นพารามิเตอร์ใด ๆ

สมการหลุยวีว (the Liouville equation)

เมื่อกำหนดให้ $q = r = 0$ ในสมการซิเบอร์-ชาแบท จะได้เป็นสมการหลุยวีว มีรูปแบบเป็น

$$u_{xt} + pe'' = 0 \quad (3.7)$$

เมื่อ x, t เป็นตัวแปรอิสระ u เป็นตัวแปรตาม และ p เป็นพารามิเตอร์ใด ๆ

สมการไฮเพอร์โบลิกไซน์-กอร์ดอน (The sinh-Gordon equation)

เมื่อกำหนดให้ $r = 0$ ในสมการซิเบอร์-ชาแบท จะได้เป็นสมการไฮเพอร์โบลิกไซน์-กอร์ดอน มีรูปแบบเป็น

$$u_{xt} + pe'' + qe^{-u} = 0 \quad (3.8)$$

เมื่อ x, t เป็นตัวแปรอิสระ u เป็นตัวแปรตาม และ p, q เป็นพารามิเตอร์ใด ๆ

สมการคอด-บูลลอจ-มิไคโลฟ (The Dodd-Bullough-Mikhailov equation)

เมื่อกำหนดให้ $q = 0$ ในสมการซิเบอร์-ชาแบท จะได้เป็นสมการคอด-บูลลอจ-มิไคโลฟ มีรูปแบบเป็น

$$u_{xt} + pe'' + re^{-2u} = 0 \quad (3.9)$$

เมื่อ x, t เป็นตัวแปรอิสระ u เป็นตัวแปรตาม และ p, r เป็นพารามิเตอร์ใด ๆ

สมการซิเบอร์-ชาแบท และสมการอื่นที่เกี่ยวข้องดังที่กล่าวมานับเป็นสมการที่ใช้กัน

อย่างแพร่หลาย อธิบายความซับซ้อนของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ทางวิทยาศาสตร์ เช่น การเคลื่อนไหวในสถานะของแข็ง การเคลื่อนของคลื่นทัศนศาสตร์ไม่เชิงเส้น การเคลื่อนไหวส่วนที่เป็นของเหลวในเลือด การเคลื่อนไหวของของเหลว การคำนวณทางชีววิทยา การเคลื่อนที่ของผลึก การเคลื่อนไหวของรอยหยักงอ เกี่ยวกับการเคลื่อนไหวทางเคมี และทฤษฎีการเปลี่ยนแปลงอื่น ๆ