# บทที่ 1
# บทนำ

**ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา**

เนื่องจากสมการไม่เชิงเส้นนั้นนับเป็นสมการที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย ในการใช้จำลองและอธิบายความซับซ้อนของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ทางวิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ เช่น กลศาสตร์ของไหล จลศาสตร์เคมี และแบบจำลองประชากร เป็นต้น ดังนั้นการหาคำตอบของสมการไม่เชิงเส้นนั้น นับว่าเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่ง เพื่อทำให้เราบรรลุถึงเป้าหมายของการศึกษาในเรื่องดังกล่าว

สำหรับปรากฏการณ์ข้างต้น มักเป็นปัญหาที่อยู่ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ซึ่งไม่มีรูปแบบในการหาผลเฉลยที่แน่นอน แต่ได้มีผู้คิดค้นวิธีการหาคำตอบของปัญหาเหล่านั้นในช่วงไม่กี่ปีมานี้ไว้มากมายหลายวิธีแตกต่างกันไป เช่น วิธีการแปลงเชิงเส้นคู่ (bilinear transformation) (Hirota, 1980) วิธีไซน์-โคไซน์ (sine-cosine method) (Wazwaz, 2004) วิธีเอ็กซ์โพเนเชียลฟังก์ชัน (exponential function method) (He & Wu, 2006) วิธีเพอร์เทอร์เบชันแบบเอกฐาน (homotopy perturbation method) (Ganji & Rafei, 2006) เป็นต้น

อีกวิธีหนึ่งที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพในการหาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ย่อย คือ วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ (tanh method) และวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ (sech method) (Malfliet, 1992) ซึ่งถือว่าเป็นเทคนิคที่ถูกอ้างอิงและใช้กันอย่างแพร่หลายในงานวิจัยต่าง ๆ ทั่วโลก ทั้งยังได้ถูกพัฒนาอย่างต่อเนื่อง รวบรวมให้เป็นระบบเพื่อง่ายต่อการนำไปใช้

จากการศึกษางานวิจัยต่าง ๆ นั้น พบว่าได้มีผู้วิจัยได้ทำการศึกษาและหาผลเฉลยของสมการซิเบอร์-ชาแบท (the Zhiber-Shabat equation) อีกทั้งวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์เพื่อหาผลเฉลยของสมการต่าง ๆ โดย

ปี ค.ศ.2006 วาซวาซ (Wazwaz) ได้ทำการศึกษาและนำเสนอวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ วิธีขยายไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ หาผลเฉลยของสมการซิเบอร์-ชาแบท และสมการอื่นที่เกี่ยวข้องกับสมการซิเบอร์-ชาแบท เพื่อหาผลเฉลยคลื่นเคลื่อนที่

ปี ค.ศ.2007 วาซวาซ (Wazwaz) ได้หาผลเฉลยของสมการโคโนเปลเช็งโก-ดูโบรสกี (2+1) มิติ (the (2+ 1)-dimensional Konopelchenko–Dubrovsky equation) โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ปี ค.ศ.2007 วาซวาซ (Wazwaz) ได้ใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์-ไฮเพอร์โบลิกโคแทนเจนต์ และวิธี ไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ สำหรับสมการจูเลนต์-มิโอเดก (Jaulent–Miodek equation)

ปี ค.ศ.2008 เกนจิและอับดุลลาซาเด (Ganji and Abdollahzadeh) หาผลเฉลยแม่นตรงสำหรับสมการเคดีวีอันดับ 7 ของ แล็กซ์ (Lax's seventh-order KdV) โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ และวิธีเอ็กซ์โพเนนเชียลฟังก์ชันตรรกยะ

ปี พ.ศ.2552 สินทรัพย์ แซ่แต้ ได้ศึกษาการใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ในการหาผลเฉลยของสมการเคดีวีปรับปรุง และสมการเคดีวีประกอบ

ทั้งนี้ทางผู้วิจัยมีความสนใจที่จะใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ในการหาผลเฉลยของสมการซิเบอร์-ชาแบท และสมการอื่นที่เกี่ยวข้องกับสมการซิเบอร์-ชาแบท เพื่อหาผลเฉลยคลื่นเคลื่อนที่

จากการศึกษางานวิจัย พบว่ารูปแบบของสมการเส้นซิเบอร์-ชาแบท (the Zhiber-Shabat equation) มีรูปแบบดังนี้

$$u_{xt} + p\mathrm{e}^{u} + q\mathrm{e}^{-u} + r\mathrm{e}^{-2u} = 0 \qquad (1.1)$$

เมื่อ $p, q$ และ $r$ เป็นค่าคงตัวที่ไม่เจาะจง สำหรับค่า $q = r = 0$ ของสมการ (1.1) จะเป็นสมการหลุยวิล (the Liouville equation) สำหรับค่า $r = 0$ ของสมการ (1.1) จะเป็นสมการไฮเพอร์โบลิกไซน์-กอร์ดอน (the sinh-Gordon equation) และ สำหรับ $q = 0$ จะเป็นสมการดอด-บูล-ลอจ-มิไคลอฟ (the well-know Dodd-Bul-lough-Mikhailov equation)

สมการดังที่กล่าวมานับเป็นสมการที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย อธิบายความซับซ้อนของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ทางวิทยาศาสตร์ เช่น การเคลื่อนไหวในสถานะของแข็ง การเคลื่อนของคลื่นทัศนศาสตร์ไม่เชิงเส้น การเคลื่อนไหวส่วนที่เป็นของเหลวในเลือด การเคลื่อนไหวของของเหลว การคำนวณทางชีววิทยา การเคลื่อนที่ของผลึก การเคลื่อนไหวของรอยหงิกงอ เกี่ยวกับการเคลื่อนไหวทางเคมีและทฤษฎีการเปลี่ยนแปลงอื่น ๆ

การหาผลเฉลยคลื่นเคลื่อนที่ของสมการไม่เชิงเส้นซิเบอร์-ชาแบท โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ (tanh method) (Wazwaz, 2006) จากการทำงานนี้ทำให้ได้ผลเฉลยคลื่นเคลื่อนที่มีความสมบูรณ์ดี ในการทำงานวิจัยในครั้งนี้จะทำการหาผลเฉลยคลื่นเคลื่อนที่ของสมการไม่เชิงเส้นซิเบอร์-ชาแบท ซึ่งเป็นวิธีที่แตกต่างไปแต่ยังคงมีประสิทธิภาพ

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

**วัตถุประสงค์ของการวิจัย**

1. ศึกษาวิธีการหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยโดยใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์
2. ใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์หาผลเฉลยสมการซิเบอร์-ชาแบทและสมการอื่นที่เกี่ยวข้อง

**ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย**

ได้ผลเฉลยจากวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ที่เป็นองค์ความรู้ใหม่จากสมการซิเบอร์-ชาแบทและสมการอื่นที่เกี่ยวข้อง

**ขอบเขตของงานวิจัย**

งานวิจัยนี้ศึกษาการหาผลเฉลยของสมการซิเบอร์-ชาแบทและสมการอื่นที่เกี่ยวข้อง โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University