

บทที่ 5

อภิปรายและสรุปผล

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาและสร้างสมการอินทิกรัลรูปทั่วไป เพื่อหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการชเรอดิงเงอร์แบบไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีเมทาสจากหลักการของแคลคูลัสแปรผันรูปแบบอ่อน ที่มีการวางฟังก์ชันฐานให้มีระยะห่างเท่ากัน โดยฟังก์ชันฐานที่ใช้คือ ฟังก์ชันเกาส์เซียน จากผลการวิจัยที่ได้ พบว่า สำหรับค่าพารามิเตอร์กายภาพ $\lambda = 0$ ทุกจำนวนฟังก์ชันฐานที่ทุกค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานทั้งหมด สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้ ซึ่งผลเฉลยโดยประมาณที่ได้มีทั้งเสถียรและไม่เสถียร เนื่องจากพจน์ไม่เป็นเชิงเส้นของสมการชเรอดิงเงอร์แบบไม่เป็นเชิงเส้นในสมการที่ 3.1 มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสมการชเรอดิงเงอร์แบบไม่เป็นเชิงเส้นลดรูปเป็นสมการชเรอดิงเงอร์แบบเป็นเชิงเส้น และรวมทั้งสมการที่ 3.22 มีค่าเป็นศูนย์ ทำให้การคำนวณในสมการที่ 3.25 ไม่ยุ่งยากมากนัก อย่างไรก็ตาม จากการสังเกตผลการวิจัย พบว่า สำหรับกรณีค่าพารามิเตอร์กายภาพ $\lambda = 0$ เป็นปัจจัยเสริมที่ช่วยคลาดเคาการหาผลเฉลยโดยประมาณ สำหรับค่าพารามิเตอร์กายภาพค่าอื่น ๆ กล่าวคือ ถ้าผลเฉลยโดยประมาณที่ได้มีความไม่เสถียรมาก ค่าพารามิเตอร์กายภาพค่าอื่น ๆ มีแนวโน้มไม่สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณในช่วงเวลา 0 ถึง 1 ได้

สำหรับค่าพารามิเตอร์กายภาพทั้งหมด ยกเว้นค่าพารามิเตอร์กายภาพ $\lambda = 0$ เมื่อมีจำนวนฟังก์ชันฐานเท่ากับ $N = 75$ และ 100 ไม่สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้ เนื่องจากฟังก์ชันฐานมีการซ้อนทับกันมาก แต่การซ้อนทับกันของฟังก์ชันฐาน นอกจากจะขึ้นอยู่กับจำนวนฟังก์ชันฐานแล้ว ยังขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานด้วย กล่าวคือ เมื่อค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานยังมีค่าน้อย การซ้อนทับกันยิ่งมากขึ้น ในทำนองเดียวกัน แม้ว่าจำนวนฟังก์ชันฐาน $N = 25$ และ 50 แต่ถ้าค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานมีค่าน้อยไม่สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้เช่นกัน แต่ถ้าปรับช่วงเวลาให้มีค่าน้อยกว่า 1 พบว่า สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้ ซึ่งผลเฉลยโดยประมาณที่ได้มีความไม่เสถียรอย่างมาก สำหรับการปรับช่วงเวลาในการหาผลเฉลยโดยประมาณนั้น จะมีการปรับช่วงเวลาแล้วแต่กรณีไป

สำหรับเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ พบว่า กรณีค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานค่าเดิม เมื่อมีจำนวนฟังก์ชันฐานมากขึ้น เวลาที่ใช้ในการคำนวณมีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้นมาก เนื่องจากจำนวนวนรอบหาผลบวกของการคำนวณในพจน์ไม่เป็นเชิงเส้นของสมการชเรอดิงเงอร์แบบไม่เป็นเชิงเส้นในสมการที่ 3.22 จะใช้เวลาในการคำนวณตามจำนวนฟังก์ชันฐาน และนี่เป็นอีกสาเหตุที่ค่าพารามิเตอร์กายภาพ $\lambda = 0$ ใช้เวลาน้อย

กว่าค่าพารามิเตอร์กายภาพค่าอื่น ๆ มาก ถึงแม้จะมีจำนวนฟังก์ชันฐานเท่ากันก็ตาม จากการสังเกตผลการวิจัย พบว่า สำหรับค่าพารามิเตอร์กายภาพ $\lambda = 0$ ยังเป็นปัจจัยเสริมที่ช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณได้เป็นอย่างดี กล่าวคือ ถ้าผลเฉลยโดยประมาณไม่เสถียรมาก ค่าพารามิเตอร์กายภาพค่าอื่น ๆ มีแนวโน้มไม่สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้ ซึ่งได้กล่าวไปแล้วข้างต้น สำหรับกรณีที่มีจำนวนฟังก์ชันฐานเท่ากันพบว่า ค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานบางค่าใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานค่าอื่นมาก เนื่องจากผลเฉลยโดยประมาณที่ได้ไม่มีความเสถียรมากที่สุดในบรรดาค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานค่าอื่น และเมื่อใดก็ตาม ถ้าค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานมีค่าน้อยกว่าค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานนี้ มีแนวโน้มไม่สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้ สำหรับเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณนั้นมีความใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานค่าอื่น ๆ ที่สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้ ถึงแม้จะหาผลเฉลยโดยประมาณไม่ได้ก็ตาม เช่นเดียวกับ ในกรณีปรับช่วงเวลาให้มีค่าน้อยกว่า 1 เวลาที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยโดยประมาณมีความใกล้เคียงกันกับค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานที่สามารถหาผลเฉลยโดยประมาณได้และหาผลเฉลยโดยประมาณไม่ได้

ผลเฉลยโดยประมาณที่ให้ความเสถียรมากที่สุดสำหรับการวางฟังก์ชันฐาน สำหรับค่าพารามิเตอร์กายภาพทุกค่ามีดังนี้ ค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานที่เหมาะสมสำหรับจำนวนฟังก์ชันฐาน $N = 5$ และ 10 คือ $c = 150$ ค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานที่เหมาะสมสำหรับจำนวนฟังก์ชันฐาน $N = 25$ และ 50 คือ $c = 350$ แต่ค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันฐานที่เหมาะสมสำหรับจำนวนฟังก์ชันฐาน $N = 75$ และ 100 เฉพาะในกรณีค่าพารามิเตอร์กายภาพ $\lambda = 0$ คือ $c = 200$ และ 250 ตามลำดับ เนื่องจากค่าพารามิเตอร์กายภาพอื่น ๆ ไม่สามารถหาผลเฉลยได้

สำหรับสมการที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นมานั้น มีสูตรที่ง่ายต่อการนำไปเขียนโปรแกรมเพื่อการคำนวณ และมีขั้นตอนการคำนวณตรงไปตรงมา แต่มีการคำนวณวนซ้ำกันหลายรอบ ทำให้ใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างนาน ทั้งนี้ เป็นผลเนื่องจากฟังก์ชันฐานเกาส์เซียนมีขนาดกว้าง จึงเกิดการการซ้อนทับกันของฟังก์ชันฐาน สำหรับการศึกษาเพื่อหาผลเฉลยโดยประมาณของสมการชเรอดิงเงอร์แบบไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีเมซลจากหลักการของแคลคูลัสแปรผันรูปแบบอ่อนต่อไป ควรปรับปรุงโดยการเปลี่ยนฟังก์ชันฐานเกาส์เซียนเป็นฟังก์ชันฐานแบบอื่น เพื่อเปรียบเทียบว่าฟังก์ชันฐานแบบใดสามารถใช้จำนวนฟังก์ชันฐานและมีความยืดหยุ่นได้มากกว่าฟังก์ชันฐานเกาส์เซียน รวมทั้งให้ผลเฉลยโดยประมาณที่มีความเสถียรและเวลาที่ใช้ในการคำนวณที่ดีที่สุด นอกจากนี้ ควรศึกษารูปแบบการวางฟังก์ชันฐานที่มีระยะห่างไม่เท่ากัน เพื่อหารูปแบบการวางฟังก์ชันฐานที่ให้ผลเฉลยโดยประมาณและใช้เวลาที่ใช้ในการคำนวณที่ดีที่สุด