บทที่ 5

อภิปรายและสรุปผล

อภิปรายและสรุปผล

การศึกษาครั้งนี้เราได้ใช้วิธีของสไตน์และฟังก์ชัน w หาผลลัพธ์ของการประมาณการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีค่าจำนวนเต็มไม่เป็นลบด้วยการแจกแจงทวินามนิเสธ โดยที่ผลลัพธ์ของการประมาณอยู่ในรูปของเมตริกแบบจุดระหว่างการแจกแจงสองการแจกแจงดังกล่าว พร้อมด้วยขอบเขตบนแบบไม่เอกรูป ดังอสมการต่อไปนี้

1. สำหรับ $x_0 = 0$

$$\left|p_X(0) - \mathcal{NB}(0)\right| \le \frac{p(1-p^r)}{rq}\left\{\mathrm{E}\left|\frac{(r+X)q}{p} - \sigma^2 w(X)\right| + (1-p_X(0))\left|\frac{rq}{p} - \mu\right|\right\} \tag{5.1}$$

ถ้า $\mu = \frac{rq}{p}$ แล้วจะได้ว่า

$$\left|p_X(0) - \mathcal{NB}(0)\right| \le \left(\frac{rq + p(p^r - 1)}{r(r+1)q^2}\right)\mathrm{E}\left|(r+X)q - p\sigma^2 w(X)\right| \tag{5.2}$$

2. สำหรับ $x_0 \in S(x)\setminus\{0\}$ ถ้า $r \ge 1$ แล้ว

$$\left|p_X(x_0) - \mathcal{NB}(x_0)\right| \le \min\left\{\frac{1}{x_0}, \frac{1-p^r}{(r+x_0-1)q}\right\} p\left\{\mathrm{E}\left|\frac{(r+X)q}{p} - \sigma^2 w(X)\right| + (1-p_X(0))\left|\frac{rq}{p} - \mu\right|\right\} \tag{5.3}$$

ถ้า $\mu = \frac{rq}{p}$ แล้วจะได้ว่า

$$\left|p_X(x_0) - \mathcal{NB}(x_0)\right| \le \min\left\{\frac{1}{x_0}, \frac{1-p^r}{(r+x_0-1)q}\right\} p\mathrm{E}\left|\frac{(r+X)q}{p} - \sigma^2 w(X)\right| \tag{5.4}$$

และเมื่อ $r = 1$ ผลลัพธ์ของการประมาณจะเป็นดังอสมการต่อไปนี้

3. สำหรับ $x_0 = 0$

$$\left|p_X(0) - \mathcal{G}(0)\right| \le \sum_{x \in S(x)\setminus\{0\}}\left|\frac{q}{x} - \frac{p\sigma^2 w(x)}{x(x+1)}\right| p_X(x) + \left|q - p\mu\right|\left\{p_X(0) + \sum_{x \in S(x)\setminus\{0\}}\frac{p_X(x)}{x}\right\} \tag{5.5}$$

ถ้า $\mu = \dfrac{q}{p}$ แล้วจะได้ว่า

$$|p_X(0) - \mathcal{G}(0)| \le \sum_{x \in S(x)\setminus\{0\}} \left| \frac{q}{x} - \frac{p\sigma^2 w(x)}{x(x+1)} \right| p_X(x) \tag{5.6}$$

4. สำหรับ $x_0 \in S(x) \setminus \{0\}$

$$|p_X(x_0) - \mathcal{G}(x_0)| \le \sum_{x \in S(x)\setminus\{0\}} \min\left\{\frac{1}{x_0}, \frac{1}{x}\right\} \left|(x+1)q - p\sigma^2 w(x)\right| p_X(x)$$

$$+ |q - p\mu| \left\{ p_X(0) + \sum_{x \in S(x)\setminus\{0\}} \min\left\{\frac{1}{x_0}, \frac{1}{x}\right\} p_X(x) \right\} \tag{5.7}$$

ถ้า $\mu = \dfrac{q}{p}$ แล้วจะได้ว่า

$$|p_X(x_0) - \mathcal{G}(x_0)| \le \sum_{x \in S(x)\setminus\{0\}} \min\left\{\frac{1}{x_0}, \frac{1}{x}\right\} \left|(x+1)q - p\sigma^2 w(x)\right| p_X(x) \tag{5.8}$$

พิจารณาผลลัพธ์ของการประมาณในอสมการ (5.1) ถึง (5.8) เราจะเห็นว่าขอบเขตบนของทุกอสมการจะมีการปรับค่าไปตามค่า x_0 ที่เพิ่มขึ้น และเมื่อเปรียบเทียบขอบเขตบนเหล่านี้ (แบบไม่เอกรูป) และขอบเขตบนแบบเดิม (แบบเอกรูป) เราพบว่าขอบเขตบนแบบใหม่ที่หาได้จะดีกว่าหรือคมกว่าขอบเขตบนเดิม (อสมการ (1.7) และ (1.8)) ดังนั้นขอบเขตบนใหม่เหล่านี้มีความเหมาะสม (สำหรับวัดความถูกต้องของการประมาณ) มากกว่าเดิม ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถตัดสินใจเกี่ยวกับการประมาณได้ดียิ่งขึ้น

สำหรับการประยุกต์ใช้ผลลัพธ์ของการศึกษาดังนี้ เราได้นำผลลัพธ์ไปประมาณการแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่มีค่าจำนวนเต็มไม่เป็นลบ ได้แก่ การแจกแจงโพลยา การแจกแจงโพลยานิเสธ การแจกแจงไฮเพอร์จีออเมตริก และการแจกแจงไฮเพอร์จีออเมตริกนิเสธ และผลการประมาณที่ได้จะมีความเหมาะสมหรือไม่นั้น เราสามารถพิจารณาได้จากขอบเขตบนแบบไม่เอกรูปที่สมนัยกับการแจกแจงแต่ละการแจกแจง นั่นคือ ถ้าขอบเขตบนมีค่าน้อยจะทำให้เราได้ผลการประมาณที่ดีและมีความเหมาะสม (ซึ่งเราจะต้องกำหนดเงื่อนไขของค่าพารามิเตอร์เพื่อทำให้ขอบเขตบนมีค่าน้อย)

แนวทางในการทำวิจัยต่อ

ขยายขอบเขตแบบไม่เอกรูปไปสู่การประมาณฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มที่มีค่าจำนวนเต็มไม่เป็นลบด้วยฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่มทวินามนิเสธ นั่นคือ พิจารณากรณีที่ $A = \{0, ..., x_0\}$ เมื่อ $x_0 \in S(x)$