

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปรากฏการณ์ไม่เชิงเส้นนั้นมีความสำคัญต่องานทางด้านวิทยาศาสตร์เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของกลศาสตร์ของไหล ฟิสิกส์ของของแข็ง พลาสมาฟิสิกส์ คลื่นพลาสมา และเคมีฟิสิกส์ ซึ่งปรากฏการณ์เหล่านี้มักจะเป็นปัญหาของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ซึ่งไม่มีรูปแบบวิธีหาผลเฉลยที่แน่นอน ขึ้นอยู่กับรูปแบบของสมการ การหาคำตอบแม่นยำตรงทำได้หลายวิธี เช่น วิธีการแปลงเชิงเส้นคู่ (Bilinear transformation) (Hirota, 1980) วิธีไซน์-โคไซน์ (sine-cosine method) (Wazwaz, 2004) วิธีเอ็กซ์โพเนนเชียลฟังก์ชัน (exponential function method) (He & Wu, 2006) วิธีเพอร์เทอร์เบชันแบบเอกฐาน (homotopy perturbation method) (Ganji & Rafei, 2006) เป็นต้น สำหรับวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ (tanh method) และ วิธีขยายของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ (extended tanh method) (Malfliet, 1992) นั้นนับได้ว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการหาคำตอบคลื่นเคลื่อนที่แม่นยำตรง ดังที่ใช้ในงานวิจัยในการหาคำตอบของหลากหลายสมการของนักคณิตศาสตร์หลายคน และมีนักวิจัยชื่อ ฮุยบินและเคลิน (Huibin & Kelin, 1990) ได้ใช้ออนุกรมกำลังเป็นคำตอบในวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ และแทนการกระจายนี้ในสมการสมการเคตีเวจ ดี วิส (Korteweg-de Vries) หรือ เคดีวี (KdV) อันดับสูง ซึ่งทำให้ได้สัมประสิทธิ์ของอนุกรมกำลัง วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์นี้ ได้พัฒนาขึ้นมาหลายปีแล้ว ซึ่งเป็นวิธีตรง ๆ และเป็นวิธีทางพีชคณิตที่มีผลอย่างมากใช้ในการหาคำตอบแม่นยำตรงของสมการการแพร่ไม่เชิงเส้น เมื่อเร็ว ๆ นี้ มีงานวิจัยหลาย ๆ งานวิจัย ได้มุ่งเน้นในเรื่องของการนำไปใช้และการขยายตัวของวิธีการนี้ ดังนั้นจึงได้คิดค้นรูปแบบต่าง ๆ ของวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ขึ้นมากมาย รูปแบบแรกเป็นแบบอนุกรมกำลังในไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ ซึ่งใช้ในการหาคำตอบแบบวิเคราะห์ของคลื่นเคลื่อนที่ของสมการไม่เชิงเส้น

เพื่อไม่ให้เกิดความยุ่งยากซับซ้อน มาลเฟลท (Malfliet, 1992) ได้ปรับปรุงเทคนิคไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์โดยได้สร้างตัวแปรไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์เป็นตัวแปรใหม่ขึ้นมา เนื่องจากอนุพันธ์ทั้งหมดของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์นั้นสามารถแทนด้วยตัวไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์เอง ซึ่งทำให้การวิเคราะห์แบบตรง ๆ ได้ ซึ่งทำให้วิธีนี้เป็นวิธีที่สามารถประยุกต์ใช้กับสมการต่าง ๆ มากมาย ต่อมา เทคนิคนี้ได้ถูกทำให้สะดวกขึ้น โดยการรวมเงื่อนไขขอบในการกระจายอนุกรม ดังจะเห็นได้ในงานวิจัยของมาลเฟลท นอกจากนี้ได้มีงานวิจัยต่าง ๆ ที่พยายามคิดรูปแบบทั่วไปของ

วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ ดังจะเห็นได้ในงานวิจัยของฮอน (Hon, 2002) ได้ใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์นี้หาคำตอบเคลื่อนที่แบบพหุคูณ โดยการแทนที่ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกแทนด้วยคำตอบของสมการรีคาคี (Rikkati equation)

งานวิจัย ของพาร์คและดัฟฟี (Parkes & Duffy, 1996) ได้ขยายวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ให้มีวิวัฒนาการเพิ่มขึ้นอีก โดยได้พัฒนาเทคนิคการแปลงเพื่อให้ใช้ได้กับสมการไม่เชิงเส้นที่ไม่มีคำตอบพหุนามไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ ซึ่งเขาได้ใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์เพื่อจัดการกับพีชคณิตที่มีรูปแบบยุ่งยาก ที่เกิดจากการใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ และทำให้หาคำตอบได้โดยตรง

นักวิจัยชื่อ ฟานและ ฮอน (Fan & Hon, 2002) ได้สร้างวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ทั่วไป โดยเขาได้ตรวจสอบสมการไม่เชิงเส้นชนิดพิเศษ นั่นคือสมการไซน์-กอร์ดอนแบบคู่ ทั้งสองนี้โดยใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ทั่วไป

ปัจจุบันนี้ได้มีการพัฒนาวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยเรียกว่าวิธีขยายของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ โดยบางงานวิจัยเรียกวิธีดังกล่าวว่า วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์-โคแทนเจนต์ อย่างไรก็ตามยังไม่มีการใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์และวิธีการขยายออกของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ในการหาคำตอบแม่นยำตรงของสมการฟิซเซอร์โคลโมโกรอฟ และสมการเบอร์เกอร์ฟิซเซอร์โคลโมโกรอฟ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาวิธีการหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยโดยใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์และวิธีขยายของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์
2. ใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์และวิธีขยายของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์หาผลเฉลยของสมการฟิซเซอร์โคลโมโกรอฟ
3. ใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์และวิธีขยายของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์หาผลเฉลยของสมการเบอร์เกอร์ฟิซเซอร์โคลโมโกรอฟ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

ได้ผลเฉลยจากวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์และวิธีขยายของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ที่เป็นองค์ความรู้ใหม่จากสมการต่อไปนี้

1. ผลเฉลยของสมการฟิซเซอร์โคลโมโกรอฟ
2. ผลเฉลยของสมการเบอร์เกอร์ฟิซเซอร์โคลโมโกรอฟ

ขอบเขตของการวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษาการหาผลเฉลยของสมการพีชเซอร์โคลโมโกรอฟ และ สมการเบอร์เกอร์
พีชเซอร์โคลโมโกรอฟ โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์และวิธีขยายของไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์
เท่านั้น

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University