

ชัดเจนของการคิดนั้น ๆ เช่น การสังเกต เมื่อพูดถึงการสังเกตคนทั่วไปพอจะรู้ได้ว่า หมายถึง การมองดู สัมผัสด้วยประสาทสัมผัสทั้ง 5 การเปรียบเทียบ หมายถึง ต้องเอาของตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป มาเปรียบเทียบหรือเทียบกัน การจัดหมวดหมู่ หมายถึง การทำรายการต่าง ๆ ที่มีลักษณะเหมือนกันไว้ด้วยกัน การสรุปความ คือ การย่อให้สั้นลง เช่นนี้เป็นต้น คำที่มีลักษณะเช่นที่กล่าวมานี้ นิยมเรียกว่า ทักษะการคิด (Thinking Skills) ซึ่งทักษะการคิดแต่ละทักษะอาจมีความเป็นรูปธรรม มากน้อยแตกต่างกันได้ ทักษะการคิดมีเป็นจำนวนมาก โดยทั่วไปสามารถแบ่งได้เป็น 3 ระดับ ได้แก่ ทักษะระดับที่ 1 เป็นทักษะที่เป็นพื้นฐาน ทักษะระดับที่ 2 เป็นทักษะที่เป็นแกนสำคัญ เป็นทักษะที่นิยมใช้กันมาก เช่น ทักษะการสังเกต การเปรียบเทียบ การจำแนก การสรุป เป็นต้น และทักษะระดับที่ 3 เป็นทักษะการคิดขั้นสูง เป็นทักษะการคิดที่ซับซ้อน และยากกว่าทักษะแกน เช่น ทักษะการตั้งสมมติฐาน ทักษะการทำนาย ทักษะการวิเคราะห์ ทักษะการจัดระบบ เป็นต้น

ปัทมศิริ ชีรานุรักษ์ (2544, หน้า 12) กล่าวว่า ทักษะการคิด คือ ความชำนาญในการคิด ในลักษณะต่าง ๆ ซึ่งหมายถึงทักษะการคิดจำนวน 6 ทักษะ ได้แก่ การจำแนกความแตกต่าง การเปรียบเทียบ การเชื่อมโยง การตั้งคำถาม การใช้เหตุผล และการเล่าเรื่อง

วิลคินสัน (Wilkinson, 1996, p. 11) กล่าวว่า ทักษะการคิด หมายถึง การคิดที่ต้องการ ให้บรรลุเป้าหมายหรือมีจุดมุ่งหมายในการคิดที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางสมอง เช่น บอกได้ว่า สิ่งที่เกี่ยวข้องกันมีข้อมูลอะไรบ้าง การประเมินความน่าเชื่อถือ มีแหล่งข้อมูลและสามารถสรุป อ้างอิงได้

วอลเลน (Wallance, 2001, pp. 2 - 3) กล่าวว่า ทักษะการคิด หมายถึง ความสามารถในการคิดของบุคคล ซึ่งความสามารถนี้จะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับศักยภาพของสมอง การพัฒนา ความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหาได้นั้น จะต้องอาศัยเหตุและผลในการตัดสินใจ ที่อยู่บน ความถูกต้องและตรงประเด็นและมีความคงทน สามารถสะท้อนภาพให้เห็นถึงกระบวนการคิด และรวมถึงความรอบคอบในการคิด และยังส่งผลดีต่อทักษะอื่น ๆ ด้วย

จากแนวคิดดังกล่าวข้างต้น กล่าวโดยสรุปได้ว่า ทักษะการคิด หมายถึง ความสามารถ และความชำนาญของสมอง ในการใช้ความคิด เพื่อค้นหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบตาม สถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด ซึ่งแต่ละคนจะมีทักษะการคิดในระดับที่แตกต่างกันตามศักยภาพ ของคนที่มีอยู่

ประเภทของทักษะการคิด การ์ดเนอร์, คาลวินและทอมป์สัน (Gardner, Calvin, & Thompson, 1975, pp. 271 - 277) กล่าวถึง การคิดว่า สามารถจัดกลุ่มการคิดออกเป็น 9 กลุ่มทักษะ ได้แก่ 1) การให้เหตุผลและการแก้ปัญหา (Reasoning or Problem - Solving) 2) การจำแนกและการตัดสินใจ (Discriminating and Judging) 3) การคิดแบบนามธรรมและรวมความ (Abstracting

and Generalizing) 4) การทำนายและการควบคุม (Predicting and Controlling) 5) การคาดหวังและการตั้งความหวัง (Expecting and Hoping) 6) ความกังวล (Worrying) 7) จินตนาการ (Imagining) 8) ฝันกลางวัน (Daydreaming) และ 9) ความฝัน (Dreaming) ซึ่งการคิดแต่ละทักษะมีรายละเอียดดังนี้

1. การให้เหตุผลและการแก้ปัญหา (Reasoning or Problem-Solving) การให้เหตุผลบางที่เป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุดของความคิดที่จะอธิบาย การให้เหตุผลเป็นจิตใต้สำนึกระดับสูงและเป็นความคิดที่ถูกกำหนด ควบคุม ทำงานได้ ตั้งใจ การมองไปข้างหน้าและมีจุดมุ่งหมาย การให้เหตุผลโดยปกติเริ่มจากปัญหาโดยเฉพาะและดำเนินต่อไปจนกว่าจะพบทางออก สำหรับปัญหาจะเป็นอะไรก็ตาม ที่สร้างความรู้สึกตึงเครียดในตัวบุคคลและมีทางออกเป็นสิ่งที่ระงับความตึงเครียดสำหรับความตึงเครียดนั้นก็ไม่จำเป็นต้องเป็นความรู้สึกที่เกี่ยวกับปัญหาที่อาจจะเป็นการท้าทายความสามารถ การให้เหตุผลที่มาจากปัญหานั้นถึงการค้นพบทางออกหรือคำตอบที่ต้องการนั้นล้วนเกี่ยวข้องกับการพยายามใช้ความคิด ลงสังหรณ์ หรือสมมติฐานที่หลากหลายและอาจเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การลองผิดลองถูกก็ได้ โดยทั่วไปแล้วถ้าคนเราซึ่งมีความคิดมากเท่าไร โอกาสที่จะได้คำตอบที่เกิดจากการแก้ปัญหาก็ย่อมมีมากตามไปด้วย

2. การจำแนกและการตัดสินใจ (Discriminating and Judging) ปัญหาส่วนใหญ่มีทางเลือกหรือวิธีการที่หลากหลาย ดังนั้นเราต้องจำแนกแยกแยะระหว่างทางเลือกหรือวิธีการกับการตัดสินใจซึ่งจะนำไปสู่การเลือกให้บรรลุเป้าหมายที่มีประสิทธิภาพ ปัญหาต่าง ๆ อาจกำหนดให้แยกแยะระหว่างลักษณะต่าง ๆ ที่มากระดู้นแบบง่าย ๆ เช่น วัตถุชนิดใดใหญ่กว่า น้ำหนักมากกว่า หรือสว่างกว่า ซึ่งอาจกำหนดให้การตัดสินใจปัญหานั้น ๆ มีในข้อสอบชนิดตัวเลือก คนเรานั้นมีการจำแนกแยกแยะและตัดสินใจนับครั้งไม่ถ้วนในทุก ๆ วัน ซึ่งจะส่งผลให้การจำแนกและการตัดสินใจเป็นไปอย่างรวดเร็วและเป็นไปอย่างอัตโนมัติ

3. การคิดแบบนามธรรมและรวมความ (Abstracting and Generalizing) ในโลกมนุษย์ดังที่ Lewis Carroll's Walrus กล่าวว่าไม่มีคนสองคนที่เหมือนกันเพราะคนทุกคนย่อมเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา บางอย่างถดถอย แต่ในขณะที่บางคนบางอย่างเจริญเติบโต การตระหนักในสิ่งต่าง ๆ ก็ย่อมเปลี่ยนแปลงไปด้วย เพื่อที่จะจัดการกับความหลากหลายและการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาเหล่านั้น เพื่อที่จะระบุลักษณะที่เหมือนกัน ต้องทำให้เป็นนามธรรมจากการสะสมด้านมโนภาพ (ความคิดรวบยอด) ที่มีอยู่ เมื่อทำได้ก็ย่อมรวมความได้เช่นกัน โดยกล่าวว่า วัตถุต่าง ๆ ทั้งหมดที่มีลักษณะนี้จะอยู่ในชนิดเดียวกัน เช่น สัตว์ทุกตัวที่มีกระดูกสันหลังจะเป็นพวกที่มีกระดูก จากผลของความสามารถของจิตใจในการทำให้เป็นนามธรรมและรวมความ จะสามารถพัฒนาความคิด

ต่าง ๆ หลักการและกฎต่าง ๆ ที่นำไปประยุกต์ใช้ใน โลก แทนที่จะเริ่มจากไม่มีอะไรเลยในการคิดเกี่ยวกับปัญหาใหม่ ๆ

4. การทำนายและการควบคุม (Predicting and Controlling) การคิดนำไปสู่อนาคต การที่เราคิดเกี่ยวกับสิ่งที่เราต้องการให้เกิดขึ้นและพยายามนำมันมาคิด นักวิทยาศาสตร์ได้ทำนายว่าพวกเขาจะพบอะไรในระหว่างการทดลอง ผู้ผลิตและชาวนักพยากรณ์ที่คาดเดาว่าความต้องการทำผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ หรือกรณีที่โจนพยายามตัดสินใจว่าเขาจะเป็นสามีที่ดี เพราะเห็นว่าความต้องการของผู้ชายในการมองไปในอนาคตนานเท่าที่ยังเป็นผู้ชาย เกี่ยวกับเรื่องนี้เราสามารถแยกแยะ ทศนคติที่ต่างกันสองอย่างที่เกี่ยวข้องกับอนาคต คือ ทศนคติโบราณ แม้ว่าหลายคนยังมีความคิดเกี่ยวกับอนาคตอยู่ ซึ่งได้กำหนดไว้แล้ว คนเราพยายามที่จะหลีกเลี่ยงชะตากรรมแต่ความพยายามเหล่านั้นก็อาจล้มเหลวได้ ส่วนทศนคติสมัยใหม่นั้น ผู้ชายสามารถกำหนดอนาคตได้ เขาสามารถทำสิ่งต่าง ๆ ให้เกิดขึ้นได้โดยการใช้การควบคุมเหนือเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสมัยโบราณ ผู้ชายและผู้หญิงที่ฉลาดและถูกเรียกว่า Oracles หรือ Seers คิดว่ามีอำนาจของศาสดา พวกเขาสามารถบอกเหตุการณ์ล่วงหน้าที่จะเกิดขึ้น แต่ไม่สามารถหยุดยั้งมัน Oracles เหล่านี้ให้คำปรึกษากับคนที่ต้องการรู้ในเรื่อง โชคชะตา และต่อมาเมื่อนักวิทยาศาสตร์เข้ามามีบทบาทการทำนายทางวิทยาศาสตร์ซึ่งทำโดยการคำนวณความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในปัจจุบันให้เข้ากับอนาคต ผลการสำรวจก่อนการเลือกตั้งหลายอาทิตย์ สามารถทำนายผลที่จะเกิดขึ้นได้ สิ่งเหล่านี้จะบรรลุผลได้ ย่อมขึ้นอยู่กับความสามารถในการทำนายโดยอาศัยข้อมูลที่มีอยู่ในปัจจุบัน

5. การคาดหวังและการตั้งความหวัง (Expecting and Hoping) การคาดหวังจะมีก่อนการทำนาย ความแตกต่างจะเริ่มที่เราเชื่อว่าบางสิ่งจะเกิดขึ้น ถ้าเราทำนายด้วยความมั่นใจตามประสบการณ์ เราจะพูดว่าการคาดหวังบางสิ่ง จะมีโอกาสปานกลางที่จะไม่เกิดขึ้น เมื่อเราหวังบางสิ่งเรามีความมั่นใจน้อยกว่าว่ามันจะเป็นไป ผลก็คือ ความผิดหวังจะมีเล็กน้อย เมื่อการตั้งความหวังต่าง ๆ ไม่จริง และมันจะยิ่งใหญ่เมื่อการทำนายล้มเหลว ถ้าการตั้งความหวังเป็นจริงเราก็มีความยินดีมาก เมื่อบางอย่างที่ทำนายจะเกิดขึ้น ยิ่งเรามีความมั่นใจในสิ่งที่กำลังจะเกิดขึ้น ความผิดหวังที่ไม่เกิดขึ้นจริงจะมีมาก และจะมีความยินดีน้อยเมื่อเกิดขึ้น โดยความคิดที่มหัศจรรย์คนบางคนได้ใช้ทศนคติในแง่ลบมากเกี่ยวกับอนาคต ในขณะที่เชื่อว่ามันไม่ได้มีสีดำ เหมือนที่พวกเขาประกาศให้คนอื่นรู้ ซึ่งเป็นความมหัศจรรย์ที่ขบขันคน จากการให้การตั้งความหวังต่าง ๆ เพราะพวกเขากลัว “โชคชะตา” ความสัมพันธ์ของทศนคติทางความคิดกับความรูสึกต่าง ๆ ได้แสดงให้เห็นว่าการคิดไม่ได้เกิดขึ้น โดยบังเอิญ หากแต่มันจะเกี่ยวข้องภายในกับความต้องการและความปรารถนาต่าง ๆ รวมทั้งอารมณ์ด้วย

6. ความกังวล (Worrying) เมื่อเราหวังว่าบางสิ่งจะเกิดขึ้น เราก็มองไปโดยการคาดหวังที่น่ายินดีต่อสิ่งที่จะเกิดขึ้น เมื่อเรากังวลเกี่ยวกับอนาคต เราก็กลัวว่าบางสิ่งที่ไม่ดีจะเกิดขึ้น ไม่น่ายินดีกำลังจะเกิดขึ้น ไม่เหมือนกับการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ทางออก ความกังวลขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ที่น่ากลัว แทนที่จะจัดการกับมัน ความกลัวมีแนวโน้มจะหยุดยั้งอำนาจการให้เหตุผล นักเรียนผู้ที่กังวลเกี่ยวกับการสอบที่จะมาถึง ความสามารถเกิดความคิดในการสอบตก ก่อนที่เขาไม่สามารถเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากความกังวลได้ป้องกันเขาจากการทำที่จะลดความกลัว เขาก็กังวลมากขึ้นและวงจรชั่วร้ายก็เริ่มขึ้น ความกังวลอาจเป็นตัวแทนของความต้องการที่ไม่มีสติ นักเรียนผู้ที่กังวลจะสอบตกอาจมีความปรารถนาที่ไม่รู้เรื่องที่จะสอบตกอีก บางทีความปรารถนาที่ซ่อนไว้ คือ การโทษพ่อแม่ที่ต้องการให้ได้เกรดดี ๆ ซึ่งฟรอยด์ (Freud) กล่าวว่าเบื้องหลังความกลัวจะมีความปรารถนาสำหรับผลที่ได้จากความกลัว ตัวอย่าง ฟรอยด์ พูดว่า คนที่เข้าไปใกล้ขอบเหวมักจะเกิดความกลัวที่จะตกลงไปในเหวนั้น ทั้งนี้เนื่องมาจากความคิดถึงเวลานั้นเอง

7. จินตนาการ (Imagining) ชนิดของการคิดที่เรียกว่าจินตนาการมีลักษณะต่าง ๆ 2 อย่างที่แตกต่างกัน คือ ความเป็นอิสระจากการคิดทั่วไปและความไม่พอใจกับสิ่งที่เห็น เมื่อเราจินตนาการบางสิ่งบางอย่าง เมื่อเราสร้างบางสิ่งใหม่และไม่เคยประสบมาก่อนในลักษณะที่เหมือนกัน การจินตนาการ คือ การวาดภาพได้หรือคิดวิธีใหม่ได้ เมื่อนักประดิษฐ์ได้สร้างเครื่องจักรใหม่ นักวิทยาศาสตร์ได้ค้นพบกฎธรรมชาติใหม่หรือนักวาดภาพได้คิดวิธีใหม่ของการเป็นตัวแทนวัตถุต่าง ๆ ซึ่งแต่ละคนได้สร้างจินตนาการก่อนในสิ่งที่เขาต้องการทำหรือค้นพบ โคลัมบัส (Columbus) ได้จินตนาการว่าโลกกลมก่อนจะเริ่มเดินทางค้นพบ หรือ ไอน์สไตน์ (Einstein) ก่อนที่เขาจะคิดค้นทฤษฎีสัมพันธภาพได้ เขาจินตนาการในจักรวาลที่บางคนได้เดินทางด้วยความเร็วเกือบเท่าแสงจะกลับจากการเดินทางในอายุที่น้อยกว่าเมื่อเขาออกจากบ้านในขณะที่การจินตนาการบ่อย ๆ เป็นสิ่งที่เห็นได้ มันอาจรวมถึงแรงกระตุ้นด้านการได้ยิน ความรู้สึกหรือระบบประสาทอื่น ๆ ตัวอย่างคือ ไอน์สไตน์ (Einstein) ได้กล่าวว่า “ผมแทบจะไม่เคยคิดเป็นคำพูดเลย” (Wertheimer, 1945 cited in Gardner, et al., 1975, p. 276)

8. ผันกลางวัน (Daydreaming) การฝันกลางวันเป็นการจินตนาการอีกชนิดหนึ่งที่มีข้อจำกัดต่าง ๆ ที่เป็นจริงและการควบคุมจิตใจสำนึกและปล่อยให้จิตใจล่องลอย การคิดในเชิงสร้างสรรค์มักจะนำไปสู่การกระทำ (นักประดิษฐ์ได้วาดรูปภาพหรือนักประดิษฐ์ได้คิดค้นเครื่องจักรใหม่ ๆ) แต่การฝันกลางวันมักจะทำเพื่อการแสวงหาของตนเองและอาจไม่มีผลที่ตามมาต่าง ๆ เว้นแต่ความพอใจส่วนตัว คนเราอาจไม่เป็นจริงอย่างที่เราเลือกไว้ เพราะว่าไม่มีความต้องการที่จะทดสอบจินตนาการในโลกความเป็นจริง แบบสอบถามในการศึกษาเกี่ยวกับฝันกลางวัน พบว่า

เกือบทุก ๆ คนจะฝันกลางวันทุก ๆ วัน ผู้ใหญ่ที่ยังหนุ่มสาว (อายุ 18 - 29 ปี) ชอบฝันกลางวัน มากกว่าในกลุ่มอื่น ๆ เวลาที่ชอบสำหรับฝันกลางวันก่อนจะไปในนอนและคนส่วนใหญ่จะมองว่าเป็น เวลาที่เพลิดเพลิน การฝันกลางวัน 2 อย่างที่แตกต่างกัน ในแบบที่หนึ่ง คนเราจะคิดถึงแผนการ ต่าง ๆ สำหรับอนาคต เช่น ในวันหยุดหรือการซื้อรถยนต์เขาคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์กับคนอื่น เช่น ผู้หญิงแบบใดที่เขาจะชวนมางานปาร์ตี้ หัวข้อเหล่านี้จะเป็นจริงและบางทีก็ไม่สมควร ที่จะเรียกว่า ฝันกลางวัน การมีจินตนาการ ความปรารถนาและความไม่จริงมากกว่า การฝันกลางวัน ต่าง ๆ อย่างนั้น เช่น โชคชะตาที่ดี (การได้รับมรดกเป็นเงินหลายล้านดอลลาร์) เช็กส์ อำนาจและความก้าวร้าว ความฝันชนิดแรกจะตอบสนองหน้าที่ของกรวางแผนและการฝึกซ้อมสำหรับ เหตุการณ์ในอนาคต หน้าที่ของแบบที่สอง คือ การเตรียมภาพลักษณ์ความเพลิดเพลินต่าง ๆ ที่ไม่สามารถหาได้จริง

9. ความฝัน (Dreaming) อริสโตเติล (Aristotle) ได้ให้คำจำกัดความของความฝันว่า เป็นการคิดในระหว่างที่นอนหลับซึ่งเป็นการคิดที่ผิดปกติเพราะว่าในระหว่างที่นอน ความคิดต่าง ๆ ของคนจะถูกนำเสนอ โดยรูปภาพ หรือจินตนาการมากกว่าเป็นคำพูดหรือความคิด บุคคลที่กำลังนอนเห็นในสิ่งที่เขากำลังคิด ไม่เหมือนกับฝันกลางวันที่เข้าใจว่าเป็นจินตนาการ การฝัน กลางวันจะถูกเข้าใจว่าเป็นจินตนาการ ส่วนการฝันกลางคืนจะคล้ายความจริง ในขณะที่มัน ดำเนินไป เพราะความสำคัญของการฝันเราจะมุ่งไปที่กิจกรรมทางด้านความคิดเป็นสำคัญ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics - NCTM, 2000) กำหนดให้เนื้อหาคณิตศาสตร์การแก้ปัญหา (Mathematic as Problem Solving) เป็นมาตรฐานแรกสุดของหลักสูตรและการประเมินผล ในทุกระดับชั้นเรียน (เกรด 1 - 12) ดำเนินทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ทั้งระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาต่างก็เน้นเรื่องการ แก้ปัญหาเป็นหัวข้อหลักของการสอนคณิตศาสตร์ และจัดอยู่ในมาตรฐานกระบวนการ (Process Standards) (Krutlik, Rudnic, & Milou, 2003, pp. 22 - 24) ดังนี้

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving) การแก้ปัญหาคือพื้นฐานที่สำคัญของวิชา คณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณและลำดับขั้นการคิดจะมีคุณค่าน้อย ถ้าไม่เข้าใจปัญหาและไม่รู้ คำตอบของปัญหานั้น ๆ เลย เด็ก ๆ ควรได้รับโอกาสในการตัดสินใจแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งพัฒนากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาด้วยตัวเอง สำหรับกลยุทธ์ในการสอนที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดและทักษะนั้น ควรได้รับการสอนและเรียนรู้ เด็ก ๆ ในเกรด 5 - 8 จะใช้การแก้ปัญหาเพื่อการจัดการ ตรวจสอบและทำความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งพัฒนาและประยุกต์กลยุทธ์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ทั้งที่เป็นปัญหารธรรมดาไปจนถึง ปัญหาที่มีความซับซ้อน โดยเรียนรู้และใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

2. เหตุผล (Reasoning) เหตุผลเป็นรากฐานที่สำคัญของคณิตศาสตร์ การพัฒนาด้านเหตุผลของผู้เรียนมีความสำคัญ ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการวาดภาพจากข้อมูลที่กำหนดให้ โดยอาจสรุปออกมาเป็นรูปภาพหรือแผนที่ความคิดแทนข้อมูลได้ และนำไปสู่การพิสูจน์และคาดเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล เหตุผลนับเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ ในด้านเหตุผลสำหรับเด็ก เกรด 5 - 8 นั้น เด็กสามารถใช้เหตุผลในการพิสูจน์ ใช้เหตุผลด้วยความคิดของตนเอง ใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจในกระบวนการใช้เหตุผล และใช้เหตุผลตามความน่าจะเป็น เป็นต้น

3. การสื่อสาร (Communication) ความสามารถในการสื่อสารอย่างชาญฉลาดของเด็กในการเรียนคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเพื่อความเข้าใจในคณิตศาสตร์นั้น เด็กต้องสามารถอ่าน เขียน ฟังและสื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการดำเนินชีวิต โดยใช้รูปแบบสถานการณ์ที่ใช้วิธีการพูด การเขียน การวาด การใช้กราฟิก การสะท้อนความคิดเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์และสถานการณ์ การพัฒนาความเข้าใจพื้นฐานทางความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้ทักษะการอ่าน การฟัง การประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์ การตัดสินใจและการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

4. การเชื่อมโยง (Connections) ประสบการณ์ทางด้านคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อผู้เรียน เนื้อหาสาระควรมีความตรงกัน สามารถเชื่อมต่อกับแบบฝึกหัดอื่น ๆ และสถานการณ์อื่น ๆ นั้น อาจเป็นไปได้ทั้งในและนอกโรงเรียน เพราะคณิตศาสตร์สามารถเป็นสถานการณ์จริงที่เกิดขึ้นจริง และเป็นสถานการณ์ที่เผชิญหน้าในกิจกรรมอื่น ๆ ทั้งนี้ผู้เรียนต้องมองคณิตศาสตร์โดยภาพรวม การตรวจสอบปัญหาจะอธิบายผลลัพธ์โดยการใช้ที่เกี่ยวกับรูปภาพ จำนวน ภายนอก พิสูจน์คิดและการนำเสนอด้วยการพูด การใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ในการส่งเสริมความเข้าใจในความคิดอื่น ๆ รวมทั้งใช้ความขยันหมั่นเพียรในการคิดและการแก้ปัญหาในแง่อื่น ๆ เช่น ศิลปะ จิตวิทยา วิทยาศาสตร์และด้านธุรกิจ

5. การสื่อความหมาย (Representation) ความสามารถในการพูดหรือแสดงการแก้ปัญหาในชีวิตจริง เป็นทักษะที่สำคัญของชีวิต การแสดงความสามารถในการเขียนตอบเป็นการแสดงที่เห็นได้ชัดเจน การวาดภาพจากแผนภูมิ กราฟ สูตร สมการ การแสดงปัญหา สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจว่าสิ่งที่ต้องการสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียนกับครูคืออะไร กระบวนการนำเสนอควรเริ่มในระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา ถือว่ามีความสำคัญมาก

นอกจากนี้ ทิศนา ขัมมณี และคณะ (2544, หน้า 119 - 140) ได้กล่าวถึงทักษะการคิดไว้ว่าเป็นความสามารถย่อย ๆ ในการคิดในลักษณะต่าง ๆ ซึ่งเป็นองค์ประกอบของกระบวนการคิดที่สลับซับซ้อน อาจแบ่งเป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้ 3 ประเภท ดังนี้

1. ทักษะการคิดพื้นฐาน (Basic Skills) หมายถึง ทักษะการคิดที่เป็นพื้นฐานเบื้องต้นต่อการคิดในระดับสูงขึ้นหรือซับซ้อนขึ้น ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นทักษะการสื่อความหมายที่บุคคลทุกคนจำเป็นต้องใช้ในการสื่อสารความคิดของตน ทักษะการสื่อความหมาย (Communication Skills) หมายถึง ทักษะการรับสารที่แสดงถึงความคิดของผู้อื่นเข้ามาเพื่อรับรู้ ตีความแล้วจดจำและเมื่อต้องการที่จะระลึกเพื่อนำมาเรียบเรียงและถ่ายทอดความคิดของตนให้แก่ผู้อื่น โดยแปลงความคิดให้อยู่ในรูปของภาษาต่าง ๆ ทั้งที่เป็นข้อความ คำพูด ศิลปะ ดนตรี คณิตศาสตร์ ฯลฯ แต่ในที่นี้จะมุ่งกล่าวถึงการรับและถ่ายทอดความคิดด้วยภาษา ข้อความ คำพูด ซึ่งนิยมใช้มากที่สุด โดยเฉพาะในการเรียนในระบบโรงเรียน ทักษะการสื่อความหมายที่สำคัญ ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันมาก มีหลายทักษะ ประกอบด้วย การฟัง (Listening) การอ่าน (Reading) การรับรู้ (Perceiving) การจดจำ (Memorizing) การจำ (Remembering) การคงสิ่งที่เรียนไปแล้วไว้ได้ภายหลังการเรียนนั้น (Retention) การบอกความรู้ได้จากตัวเลือกที่กำหนดให้ (Recognizing) การบอกความรู้ออกมาด้วยตนเอง (Recalling) การใช้ข้อมูล (Using Information) การบรรยาย (Describing) การอธิบาย (Explaining) การทำให้กระจ่าง (Clarifying) การพูด (Speaking) การเขียน (Writing) และการแสดงออกถึงความสามารถของตน

2. ทักษะการคิดที่เป็นแกนหรือทักษะการคิดทั่วไป (Core or General Thinking Skills) หมายถึง ทักษะการคิดที่จำเป็นต้องใช้อยู่เสมอในการดำรงชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานของการคิดขั้นสูงที่มีความสลับซับซ้อน ซึ่งคนเราจำเป็นต้องใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาวิชาการต่าง ๆ ตลอดจนใช้ในการดำรงชีวิตอย่างมีคุณภาพ ทักษะดังกล่าวประกอบด้วย การสังเกต (Observing) การสำรวจ (Exploring) การตั้งคำถาม (Questioning) การเก็บรวบรวมข้อมูล (Information Gathering) การระบุ (Identifying) การจำแนกแยกแยะ (Discriminating) การจัดลำดับ (Ordering) การเปรียบเทียบ (Comparing) การจัดหมวดหมู่ (Classifying) การสรุปอ้างอิง (Inferring) การแปล (Translating) การตีความ (Interpreting) การเชื่อมโยง (Connecting) การขยายความ (Elaborating) การให้เหตุผล (Reasoning) และการสรุปย่อ (Summarizing)

3. ทักษะการคิดขั้นสูง หรือทักษะการคิดที่ซับซ้อน (Higher Order or More Complexed Thinking Skills) หมายถึง ทักษะการคิดที่มีขั้นตอนหลายขั้นและต้องอาศัยทักษะการสื่อความหมายและทักษะการคิดที่เป็นแกนหลาย ๆ ทักษะในแต่ละขั้น ทักษะการคิดขั้นสูงจึงจะพัฒนาได้เมื่อเด็กได้พัฒนาทักษะการคิดพื้นฐานจนมีความชำนาญพอสมควรแล้ว ทักษะการคิดขั้นสูงที่สำคัญ ๆ ประกอบด้วย การสรุปความ (Drawing Conclusion) การให้คำจำกัดความ (Defining) การวิเคราะห์ (Analyzing) การผสมผสานข้อมูล (Integrating) การจัดระบบความคิด (Organizing) การสร้างองค์ความรู้ใหม่ (Constructing) การกำหนดโครงสร้างความรู้ (Structuring) การแก้ไขปรับปรุง

โครงสร้างความรู้เสียใหม่ (Restructuring) การค้นหาแบบแผน (Finding Patterns) การหาความเชื่อพื้นฐาน (Finding Underlying Assumption) การคาดคะเน/การพยากรณ์ (Predicting) การตั้งสมมติฐาน (Formulating Hypothesis) การทดสอบสมมติฐาน (Testing Hypothesis) การตั้งเกณฑ์ (Establishing Criteria) การพิสูจน์ความจริง (Verifying) และการประยุกต์ใช้ความรู้ (Applying)

ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการคิด นักการศึกษาได้ศึกษาและค้นคว้าไว้หลายท่านด้วยกันซึ่งมีประเด็นหรือปัจจัยที่สำคัญ ๆ ดังเช่น อูญณีย์ โพธิสุข (2544, หน้า 17 - 19) วณิช สุวรรณ (2543, หน้า 10 - 12) สุรางค์ ไคว้ตระกูล (2550, หน้า 317 - 319) และเพียเจต์ (Piaget, 1970 cited in Woolfolk, 2007, pp. 27 - 28) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการคิดของคนว่าประกอบด้วยสิ่งต่าง ๆ ดังนี้

1. พื้นฐานครอบครัว (Family Background) พื้นฐานครอบครัวถือว่าเป็นปัจจัยหลักที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิด นับแต่การเตรียมพร้อมด้านโภชนาการที่เอื้อให้เซลล์สมองแข็งแรงสมบูรณ์พร้อมที่จะรับรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ นอกจากนี้ครอบครัวยังเป็นพื้นฐานสำคัญของวิถีคิด โดยอิทธิพลจากวิถีเลี้ยงดูที่อาจทำให้เด็กกล้าคิด กล้าทดลอง ในขณะที่เด็กบางคนอาจจะกลัวที่จะคิด กลัวที่จะมีความแตกต่าง รวมทั้งประสบการณ์จากกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวัน การปฏิบัติตัวของคนในครอบครัวก็ส่งผลที่เป็นรากฐานทั้งความคิดและจิตใจที่ดี เด็กจะคิดได้คิดดีในทางบวกย่อมมาจากรากฐานที่สำคัญ คือ ครอบครัว
2. พื้นฐานความรู้ (Background of Knowledge) การเรียนรู้ที่ได้มาจากการกลั่นกรองและเก็บในรูปความรู้ด้านต่าง ๆ ที่จะส่งผลต่อวิถีคิด วิถีปฏิบัติ ความเชื่อ บุคลิกภาพทางความคิด ตลอดจนแนวทางแก้ปัญหาต่าง ๆ เพราะความรู้ที่ได้มีหลายรูปแบบมีหลายขั้นตอนในการฝึกฝน แต่ถ้าจะเน้นให้ชัดเจนระหว่างผู้ที่มีการศึกษาสูงกับผู้ที่ขาด โอกาสทางการศึกษาจะมีวิธีการคิดแตกต่างกันคนละแนว คนละความเชื่อ ทั้งนี้เนื่องมาจากการฝึกฝนของแต่ละสาขาวิชา
3. ประสบการณ์ชีวิต (Experience of Life) บทเรียนต่าง ๆ ที่ผ่านมาในชีวิตเราทุกวันนี้ ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กหรือเป็นเรื่องใหญ่ เป็นข้อมูลที่มีผลโดยตรง คนที่มีโอกาสเรียนรู้โลกกว้างมากได้เห็นหลากหลายประสบการณ์ย่อมมีวิธีการคิดที่หลากหลายกว่าและมีข้อมูลที่นำมาใช้ในชีวิตจริงได้มากกว่า
4. การทำงานของสมอง (Brain Functioning) สมองของแต่ละคนที่เกิดมามีเอกลักษณ์เฉพาะตัวที่ละเอียดอ่อน ที่ทำให้ทุกคนมีเอกลักษณ์ทางความรู้สึกรู้จักคิดและบุคลิกภาพ ทั้งศักยภาพด้านต่าง ๆ ไม่เท่ากันตั้งแต่เริ่มเกิดจนถึงโต
5. วัฒนธรรม (Culture) วัฒนธรรมเป็นวิถีชีวิตที่มีอิทธิพลต่อความคิด ความเชื่อและการปฏิบัติของคนอย่างมาก จึงถือว่าเป็นปัจจัยที่มีความสำคัญด้านหนึ่ง

6. จริยธรรม (Morality) ผู้ที่มีจริยธรรมสูงย่อมมีกรอบในการคิด การตัดสินใจและการหาแนวทางแก้ปัญหา การประมวลความคิดแตกต่างอย่างสิ้นเชิงกับผู้ที่มีขาดจริยธรรม

7. การรับรู้ (Perception) เป็นสภาวะที่เราตอบสนองต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดภายใต้กลไกของสมอง จิตใจ ที่มีผลต่อวิธีการคิดของคนเป็นอย่างมาก

8. สภาพแวดล้อม (Environment) เป็นตัวกระตุ้นสำคัญยังต่อการเรียนรู้ ต่อวิธีการคิดของเด็ก

9. ศักยภาพทางการเรียนรู้ (Learning Potential) เด็กแต่ละคนมีศักยภาพการเรียนรู้ การประมวลข้อมูลในอัตราที่ต่างกันทั้งความเร็วและความลุ่มลึก ส่งผลให้แต่ละคนคิดไม่เท่ากัน คิดไม่เหมือนกัน แม้ว่าจะมีประสบการณ์เหมือนกันก็ตาม

10. ประสาทรับรู้ (Sensory Motor) จากประสาทรับรู้ เช่น หู ตา จมูก ลิ้น หรือการรับรู้ ผิดปกติ ก็ทำให้วิธีคิดแตกต่างจากเด็กทั่วไป ในทางตรงกันข้ามหากมีประสาทรับรู้ที่ฉับไวกว่าเด็กคนอื่นก็สามารถรับรู้ข้อมูลได้รวดเร็วและละเอียดกว่าเด็กอื่น ๆ คุณภาพของวิธีคิดจึงขึ้นอยู่กับปัจจัยดังกล่าว ถือว่าเป็นพื้นฐานรองรับให้เกิดความคิดดีหรือไม่ดีได้ทั้งนั้น ในปัจจุบันถือว่าวิธีสำคัญต้องเร่งสร้างความพร้อม คือ การสร้างโอกาสให้เด็กได้ฝึกคิดประสบการณ์ ให้เด็กมีความลุ่มลึกทางความคิด

ในทำนองเดียวกัน วณิช สุรรัตน์ (2543, หน้า 10 - 12) ได้ศึกษาค้นคว้าและสรุปว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการคิดของบุคคลประกอบด้วย จิตใจเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่สุด องค์ประกอบอื่น ๆ เป็นตัวเสริมการคิด ได้แก่ คุณลักษณะของบุคคล สิ่งแวดล้อม สิ่งเร้าหรือประสบการณ์และสิ่งที่เกิดขึ้นจากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างจิตใจ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. จิตใจเราทราบว่ากระบวนการคิดเกิดขึ้นจากการทำงานร่วมกันระหว่างจิตใจกับสมอง โดยที่จิตใจทำหน้าที่เป็นตัวกำหนดและควบคุมกระบวนการทำงานของสมอง เหมือนกับเราใช้โปรแกรมควบคุมการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ ดังนั้นจึงถือว่าจิตใจมีอิทธิพลสูงสุดต่อการคิดของมนุษย์ โดยธรรมชาติจิตใจมิได้ทำหน้าที่ควบคุมการคิดเพียงอย่างเดียว แต่เป็นตัวกำหนดความต้องการและทำหน้าที่รับรู้อารมณ์หรือความรู้สึกที่มากระทบด้วย ดังนั้นการคิดจะเป็นอย่างไรจึงย่อมขึ้นอยู่กับ การรับรู้อารมณ์ และความต้องการที่เกิดขึ้นในขณะนั้น เช่น ได้ยินเสียงเพลงไพเราะ มีความรู้สึกชอบใจ เกิดความคิดอยากเป็นเจ้าของเครื่องกำเนิดเสียงเพลงไพเราะนั้น หรือในทางตรงกันข้าม ได้ยินเสียงบ่นเสียงคำ เกิดความรู้สึกไม่ชอบใจ เกิดความคิดอยากจะแสดงปฏิกิริยาเป็นการตอบโต้ เป็นต้น

คนปกติที่จิตใจจะอ่อนไหวไปตามความต้องการที่เกิดจากอำนาจฝ่ายต่ำ อันมีอิทธิพลกับค้นหาเป็นต้นเหตุ ดังนั้นกลไกทางจิตใจ จึงมักจะควบคุมให้กระบวนการคิดเกิดขึ้นในลักษณะที่มี

เป้าหมายอยู่ที่การสร้างความสุข สร้างประโยชน์ให้กับตนเอง บุคคลที่จิตใจพัฒนาแล้วจะมีลักษณะตรงข้าม คือจิตใจประกอบด้วย ฉันทะเป็นหัวหน้า ฉันทะ ความปรารถนาจะทำในสิ่งที่ถูกต้อง ดีงาม มีผลให้กลไกทางจิตใจ ควบคุมให้กระบวนการคิดเกิดขึ้น ในลักษณะที่มีเป้าหมายอยู่ที่การสร้างความสุข สร้างประโยชน์ให้กับสังคม ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า จิตใจเป็นผู้ควบคุมกระบวนการคิดของสมองนั่นเอง

2. คุณลักษณะของบุคคล ในเรื่องคุณลักษณะของบุคคลที่มีอิทธิพลต่อการคิดนั้น แบ่งออกเป็นคุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกับพันธุกรรม กับคุณลักษณะที่เกิดจากการเรียนรู้ทางสังคม โดยมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 คุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกับพันธุกรรม ได้แก่ สติปัญญา ซึ่งเป็นตัวกำหนดประสิทธิภาพของการสัมผัส การรับรู้ การจำ การใช้เหตุผล เป็นต้น โดยที่สติปัญญานั้นจะเป็นตัวกำหนดให้การคิดมีความแตกต่างกัน

2.2 คุณลักษณะที่เกิดจากการเรียนรู้ทางสังคม เช่น เรื่องบทบาทของเพศชาย เพศหญิง ความเชื่อ ค่านิยม วัฒนธรรม คุณวุฒิ อาชีพ ฐานะทางเศรษฐกิจ อคติ สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ ส่วนใหญ่เกิดจากการเรียนรู้ทางสังคม และมีอิทธิพลต่อการคิดของบุคคล ตัวอย่างเช่น บุคคลที่มีความเชื่อในเรื่องบุญเรื่องบาป จะมีความคิดในเรื่องพฤติกรรมที่ผิดศีลธรรม แตกต่างจากบุคคลที่ไม่เชื่อในเรื่องนี้เป็นต้น

3. สิ่งแวดล้อมหรือสิ่งเร้า เป็นสิ่งที่มีอิทธิพลต่อการคิดของคน สิ่งแวดล้อมที่รู้จักกันทั่วไปได้แก่ คน สัตว์ พืช ตลอดจนธรรมชาติที่อยู่รอบ ๆ ตัว สิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่บุคคลเกี่ยวข้องจะเป็นประสบการณ์ที่บุคคลนำไปใช้เป็นหลักในการรับรู้และการคิดแก้ปัญหา บุคคลที่อยู่ในที่ใดคนหนึ่ง จะมีความคิดในเรื่องนั้นแตกต่างจากคนในที่อื่น คนต่างภาคต่างถิ่น จะมีความคิดเห็นหลาย ๆ เรื่องที่แตกต่างกัน คนในเมืองจะมีความคิดที่แตกต่างจากคนในชนบท เป็นต้น

สิ่งแวดล้อมอีกลักษณะหนึ่ง ได้แก่ สิ่งแวดล้อมที่บุคคลสร้างขึ้น เป็นสิ่งแวดล้อมทางสังคม หรืออาจเรียกว่าเป็นสิ่งเร้าที่บุคคลสร้างขึ้น ได้แก่ เสียงเพลง ภาพต่าง ๆ ภาษา และคำพูด ข้อเขียน คำคม การแสดงต่าง ๆ สิ่งที่เกิดขึ้นจากการประดิษฐ์คิดค้น สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้สามารถเป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลเกิดความคิดในลักษณะจินตนาการหรือความคิดสร้างสรรค์ได้

4. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างจิตใจ คุณลักษณะของบุคคลและสิ่งแวดล้อม สิ่งที่มีอิทธิพลต่อการคิดของบุคคลอีกลักษณะหนึ่ง คืออิทธิพลร่วมของจิตใจ คุณลักษณะของบุคคล และสิ่งแวดล้อม เช่น บุคคลมีจิตใจที่มีฉันทะเป็นหัวหน้า มีสติปัญญาดี มีการเรียนรู้อย่างถูกต้อง อยู่ในสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสม อิทธิพลร่วมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ จะกำหนดให้บุคคลมีความคิดและการกระทำในทางสร้างสรรค์มากกว่าบุคคลที่จิตใจประกอบด้วยตัณหาเป็นหัวหน้า แม้ว่าส่วนประกอบอื่นจะไม่มี ความแตกต่างกันก็ตาม

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า เรื่องขององค์ประกอบทั้งหลายที่กล่าวมานี้ มีอิทธิพลต่อการคิดของบุคคลทั้งสิ้น การจะเปลี่ยนวิธีการคิดของบุคคล หรือการทำให้บุคคลเปลี่ยนวิธีการคิดก็ตาม จะต้องมีการเริ่มต้นที่จิตใจ ด้วยการปลูกฝังคุณธรรม คือ สร้างจิตที่ซื่อสัตย์มาก่อน มีการเพิ่มพูนศักยภาพทางสติปัญญาด้วยการฝึกอบรมหรือให้การศึกษาที่ถูกต้อง และให้อยู่ในสิ่งแวดล้อมที่ดี มีการกระตุ้นด้วยสิ่งเร้าที่เหมาะสมอยู่เสมอ บุคคลก็จะเปลี่ยนวิธีการคิดและมีการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมให้เกิดขึ้นในลักษณะที่มีความถูกต้อง สร้างสรรค์ และมีคุณค่า

นอกจากนี้ สุรางค์ โคว์ตระกูล (2550, หน้า 317 - 319) ได้ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับตัวแปรที่มีความสำคัญต่อการคิด สรุปได้ว่ามีอยู่ 4 ประการ คือ

1. กระบวนการพื้นฐาน (Basic Processes) กระบวนการพื้นฐานเป็นเครื่องมือของการคิดที่นักจิตวิทยา ที่ทำการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษา การคิด มีความเห็นตรงกันว่า ผู้ที่จะคิดเป็นทุกคนมีกระบวนการพื้นฐานของการคิดประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้ คือ

1.1 การสังเกต (Observing) การสังเกตอาศัยความรู้และการเลือกรับรู้ ซึ่งอาศัยการระลึกถึงที่เคยเรียนรู้หรือทราบมาก่อน และเก็บไว้ในความจำระยะยาว หรือสามารถจำได้หรือรู้จักสิ่งที่เคยรู้มาก่อน

1.2 การหารูปแบบทั่วไป (Finding Pattern and Generalizing) การหารูปแบบทั่วไปหมายถึงความสามารถจัดกลุ่มสิ่งเร้าที่ได้จากการรับรู้หรือการมีความคิดรวบยอด กระบวนการนี้ประกอบด้วย วิธีการเปรียบเทียบว่าของหรือข้อมูลข่าวสาร 2 อย่าง มีส่วนเหมือนและแตกต่างกันอย่างไร หรือการจัดกลุ่มโดยใช้เกณฑ์ต่าง ๆ รวมทั้งการหาความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดและข้อมูลข่าวสาร

1.3 การสรุปโดยใช้แบบฉบับ (Forming Conclusion Based on Pattern) การสรุปอาจจะทำได้โดยใช้การอนุมาน การสร้างสมมติฐาน การทำนายหรือการลงนำไปใช้

1.4 การประเมินสิ่งที่สรุป (Assessing Conclusion) การประเมินสิ่งที่สรุปอาจทำได้โดยการดูว่ามีความคงเส้นคงวาหรือไม่ หรือดูว่ามีอคติ หรือเป็นการ โฆษณาชวนเชื่อหรือไม่ บางครั้งอาจจะดูว่ามีหลักการพื้นฐานที่ผู้สรุปไม่ได้บ่งไว้หรือไม่ นอกจากนี้ควรจะยืนยันด้วยข้อเท็จจริงหรือความจริง

นักจิตวิทยาได้ใช้รูปแบบการสอนทักษะการคิด โดยใช้กระบวนการพื้นฐานดังกล่าวทั้ง 4 อย่าง ปรากฏว่าได้ผลดี อย่างไรก็ตาม การสอนทักษะการคิดเป็นสิ่งที่ครูจะต้องถือว่าเป็นวัตถุประสงค์ที่สำคัญ และถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของบทเรียน ทุกอย่างไม่จำเป็นต้องเป็นวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ในวิชาอ่านประวัติศาสตร์ สังคมศึกษาและวิชาอื่น ๆ ด้วย

การใช้คำถามของครูจะช่วยให้นักเรียนคิด เช่น ให้เปรียบเทียบ ให้จัดกลุ่มโดยใช้เกณฑ์แตกต่างกัน เป็นต้น นอกจากนี้ครูจะต้องทำตัวเป็นต้นแบบ (Model) และสร้างความสัมพันธ์อันดีระหว่างครูและนักเรียน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม หรือจะช่วยอธิบายว่าคำถามที่ให้นักเรียนทั้ง ถูก ผิด เป็นเพราะอะไร เพราะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายวิธีการคิดของนักเรียน และให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนว่าเหตุผลนี้นักเรียนให้ถูกเพราะอะไรและผิดเพราะอะไร

2. ความรู้เฉพาะเกี่ยวกับเรื่องที่ต้องการให้ใช้ความคิด (Domain - Specific Knowledge) ความรู้เฉพาะเกี่ยวกับเรื่องที่จะคิดสำคัญมากสำหรับการฝึกทักษะการคิด เพราะจะสอนให้คนคิดเป็นเกี่ยวกับเรื่องอะไร ความรู้เฉพาะเกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ จะช่วยให้การคิดมีประสิทธิภาพ การสอนความรู้เฉพาะแก่นักเรียน จะต้องใช้วิธีการรับอย่างมีความหมาย การสั่งให้นักเรียนอ่านเป็นการบ้านจะไม่ได้ประโยชน์ เพราะนักเรียนอาจจะไม่อ่าน หรืออ่านแล้วไม่เข้าใจก็ได้

3. ความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดของตนเอง (Metacognitive Knowledge) นักจิตวิทยา พบว่า เมื่อมีทักษะในการคิดจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับการรู้คิด ของตนเอง สามารถดูและควบคุมตรวจสอบ การคิดของตนเอง พร้อมกับประเมินว่า วิธีการคิดหรือเทคนิคการคิดที่ใช้เหมาะสมหรือไม่ และพร้อมที่จะเปลี่ยนเทคนิคที่ใช้

4. ทักษะคติหรือเจตคติ (Attitude) ผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยศึกษาการคิดพบว่า ทักษะคติของผู้เรียนมีความสำคัญมาก ผู้ที่เป็นนักคิดมักจะเป็นผู้ที่มีคุณลักษณะดังต่อไปนี้

- 4.1 เป็นคนที่ยอมรับด้วยความเต็มใจว่า การคิดมีประโยชน์
- 4.2 เป็นคนใจกว้างพอที่จะรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ยอมรับฟังเหตุผลของผู้ค้าน หรือผู้ที่มีความคิดเห็น ไม่ตรงกับความเห็นของตนเอง
- 4.3 ช่างซักถามและอยากได้รับความรู้ เป็นต้นว่า เวลาอ่านก็จะตั้งคำถามว่า ผู้เขียนคือใคร ถ้าเรื่องที่อ่านเกี่ยวกับการเมือง ก็อาจจะถามว่าเป็นพรรคใด มีประวัติอย่างไรเพื่อจะตัดสินว่า ผู้เขียนมีหลักการพื้นฐานอะไร มีอคติหรือไม่ ทั้งนี้เพื่อจะช่วยให้การตัดสินใจว่า เรื่องที่อ่านน่าเชื่อถือหรือไม่น่าเชื่อถืออย่างไร

จากการศึกษาค้นคว้าของนักการศึกษาดังกล่าวมา ย่อมเป็นเครื่องยืนยันแนวคิดของเพียเจต์ (Piaget, 1970 cited in Woolfolk, 2007, pp. 27 - 28) ที่กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการพัฒนาความคิดว่ามีสี่ประการคือ 1) การเจริญเติบโตทางชีวภาพ 2) กิจกรรม 3) ประสบการณ์ทางสังคม และ 4) กระบวนการพัฒนาสมดุล ซึ่งเป็นปัจจัยที่ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางความคิด การเจริญเติบโตเป็นการเปลี่ยนแปลงทางชีวภาพซึ่งเป็นไปตามกลไกทางพันธุกรรม ที่มีอิทธิพลต่อกระบวนการพัฒนาทางความคิดมากกว่าผู้ปกครองและครู กิจกรรมเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อความคิด ถ้าหากร่างกายมีการเจริญเติบโตมากเท่าไร ก็ยิ่งเพิ่มความสามารถในการกระทำ

และการเรียนรู้จากสภาพแวดล้อมมากเท่านั้น เช่น เมื่อเด็กเริ่มมีการพัฒนาไปได้ระยะหนึ่ง เด็กอาจค้นพบหลักของความสัมพันธ์จากการทดลองเล่นไม้กระดานหก ด้วยเหตุนี้ ยังมีการกระทำต่อสภาพแวดล้อม (การค้นพบ การทดสอบ การสังเกตและการจัดการข้อมูล) มากขึ้นเท่าใด เราก็ยังจะมีการเปลี่ยนแปลงความคิดมากขึ้นด้วย นอกจากนี้การมีปฏิสัมพันธ์กับคนรอบข้างจะมากขึ้นตามสถานะการเจริญเติบโตด้วยเช่นกัน เพียเจต์ (Piaget) กล่าวว่า กระบวนการพัฒนาทางความคิดของเราจะได้รับอิทธิพลจากการถ่ายทอดทางสังคม หรือการเรียนรู้จากบุคคลอื่นหากปราศจากการถ่ายทอดทางสังคม เราจะต้องคิดค้นความรู้ทั้งหมดที่เราเคยมีมาแล้วใหม่ทั้งหมด ปริมาณของความรู้ที่บุคคลหนึ่งจะสามารถเรียนรู้ได้ ขึ้นอยู่กับกระบวนการพัฒนาทางความคิดของแต่ละคน ดังนั้น การเจริญเติบโต กิจกรรมและการถ่ายทอดทางสังคมจะเป็นปัจจัยร่วมกันที่ส่งผลต่อกระบวนการพัฒนาทางความคิดของเรา

จากแนวคิดดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีผลต่อการคิด ประกอบด้วย ปัจจัยหลักสองปัจจัยคือ ปัจจัยภายนอก ที่ช่วยเสริมและสนับสนุนให้กระบวนการทำงานของสมองมีประสิทธิภาพและทำงานได้อย่างเต็มที่ เช่น สิ่งเร้า สภาพแวดล้อม พื้นฐานทางครอบครัว จริยธรรม วัฒนธรรม รวมทั้งความรู้ที่จะส่งผ่านไปยังกระบวนการทำงานของสมอง เป็นต้น สำหรับปัจจัยภายใน เป็นปัจจัยหลักที่จะทำให้กระบวนการคิดมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ถ้าหากผู้เรียนมีกระบวนการพื้นฐานการคิดที่ดี มีเจตคติหรือทัศนคติในเชิงบวก คุณลักษณะของบุคคลเอื้อต่อการคิด รวมทั้งจิตใจอยู่ในสภาพที่จะเรียนรู้และรับรู้ เป็นต้น

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development) เพียเจต์ (Piaget) นักจิตวิทยาชาวสวิส ได้สร้างทฤษฎีพัฒนาการเชาวน์ปัญญา ท่านเริ่มสนใจเกี่ยวกับพัฒนาการของเชาวน์ปัญญา โดยเพียเจต์เริ่มศึกษาพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของบุตร 3 คน ซึ่งเป็นหญิงหนึ่งชายสอง การศึกษาของเพียเจต์เป็นการศึกษาระยะยาว โดยท่านได้ตั้งการสังเกตรวมทั้งศึกษากับเด็กอื่น ๆ ด้วย โดยท่านได้ทำรายงานผลของการสังเกตไว้ในหนังสือหลายเล่ม เช่น The Language and Thought of the Child (1926), Judgement and Reasoning in the Child (1928), The Child's Conception of Physical Causality (1930) และ The Moral Judgement of the Child (1982) (สุรางค์ ไก่หวดระกูล, 2550, หน้า 47 - 48; Woolfolk, 2004, pp. 28 - 44; Woolfolk, 2007, pp. 26 - 38)

ทฤษฎีการเรียนรู้ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ มีสาระสรุปได้ดังนี้ (Lall & Lall, 1983, pp. 45 - 54; Woolfolk, 2004, p. 32; Woolfolk, 2007, p. 30)

1. พัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลเป็นไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้นดังนี้

1.1 ขั้นรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส (Sensorimotor Period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 0 - 2 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ขึ้นอยู่กับความรู้และการกระทำ เด็กยึดตัวเองเป็นศูนย์กลาง และยังไม่สามารถเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น

1.2 ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational Period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 2 - 7 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ยังขึ้นอยู่กับความรู้เป็นส่วนใหญ่ยังไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง แต่สามารถเรียนรู้และใช้สัญลักษณ์ได้ การใช้ภาษาแบ่งเป็นขั้นย่อย ๆ 2 ขั้นคือ

1.2.1 ขั้นก่อนเกิดความคิดรวบยอด (Pre - Conceptual Intellectual Period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 2 - 4 ปี

1.2.2 ขั้นการคิดด้วยความเข้าใจของตนเอง (Intuitive Thinking Period) เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 4 - 7 ปี

1.3 ขั้นการคิดแบบรูปธรรม (Concrete Operational Period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 7 - 11 ปี เป็นขั้นที่การคิดของเด็กไม่ขึ้นกับการรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กสามารถสร้างภาพในใจ และสามารถคิดย้อนกลับได้และมีความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวเลขและสิ่งต่าง ๆ ได้มากขึ้น

1.4 ขั้นการคิดแบบนามธรรม (Formal Operational Period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 11 - 15 ปี เด็กสามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ และสามารถคิดตั้งสมมติฐานและใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้

2. ภาษาและกระบวนการคิดของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่

3. กระบวนการทางสติปัญญามีลักษณะดังนี้

3.1 การซึมซับหรือการดูดซึม (Assimilation) เป็นกระบวนการทางสมองในการรับประสบการณ์ เรื่องราว และข้อมูลต่าง ๆ เข้ามาสะสมเก็บไว้เพื่อใช้ประโยชน์ต่อไป

3.2 การปรับและจัดระบบ (Accommodation) คือ กระบวนการทางสมองในการปรับประสบการณ์เดิมและประสบการณ์ใหม่ให้เข้ากันเป็นระบบหรือเครือข่ายทางปัญญาที่ตนสามารถเข้าใจได้ เกิดเป็นโครงสร้างทางปัญญาใหม่ขึ้น

3.3 การเกิดความสมดุล (Equilibration) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นจากขั้นของการปรับ หากการปรับเป็นไปอย่างผสมผสานกลมกลืนก็จะก่อให้เกิดสภาพที่มีความสมดุลขึ้น หากบุคคล ไม่สามารถปรับประสบการณ์ใหม่และประสบการณ์เดิมให้เข้ากันได้ ก็จะเกิดภาวะความไม่สมดุลขึ้น ซึ่งจะก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญารึ้นในตัวบุคคล

หลักการจัดการศึกษา/การสอนตามทฤษฎีของเพียเจต์

1. ในการพัฒนาเด็ก ควรคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก และจัดประสบการณ์ให้เด็กอย่างเหมาะสมกับพัฒนาการนั้น ไม่ควรบังคับให้เด็กเรียนในสิ่งที่ยังไม่พร้อมหรือยากเกินพัฒนาการตามวัยของตน เพราะจะก่อให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีได้

1.1 การจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้เด็กเกิดการเรียนรู้ตามวัยของตนสามารถช่วยให้เด็กพัฒนาไปสู่พัฒนาการขั้นสูงขึ้นได้

1.2 เด็กแต่ละคนมีพัฒนาการแตกต่างกัน ถึงแม้อายุจะเท่ากันแต่ระดับพัฒนาการอาจไม่เท่ากัน ดังนั้นจึงไม่ควรเปรียบเทียบเด็ก ควรให้เด็กมีอิสระที่จะเรียนรู้และพัฒนาความสามารถของเขาไปตามระดับพัฒนาการของเขา

1.3 ในการสอนควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม เพื่อช่วยให้เด็กเข้าใจลักษณะต่าง ๆ ได้ดีขึ้น แม้ในพัฒนาการช่วงการคิดแบบรูปธรรม เด็กจะสามารถสร้างภาพในใจได้ แต่การสอนที่ใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมจะช่วยให้เด็กเข้าใจแจ่มชัดขึ้น

2. การให้ความสนใจและสังเกตเด็กอย่างใกล้ชิด จะช่วยให้ได้ทราบลักษณะเฉพาะตัวของเด็ก

3. ในการสอนเด็กเล็ก ๆ เด็กจะรับรู้ส่วนรวม (Whole) ได้ดีกว่าส่วนย่อย (Part) ดังนั้นครูจึงควรสอนภาพรวมก่อนแล้วจึงแยกสอนทีละส่วน

4. ในการสอนสิ่งใดให้กับเด็ก ควรเริ่มจากสิ่งที่เด็กคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อน แล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเก่า การทำเช่นนี้จะช่วยให้กระบวนการซึมซับและจัดระบบความรู้ของเด็กเป็นไปอย่างดี

5. การเปิดโอกาสให้เด็กได้รับประสบการณ์และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมมาก ๆ จะช่วยให้เด็กได้ดูดซึมข้อมูลเข้าสู่โครงสร้างทางสติปัญญาของเด็กอันเป็นการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก

เพียเจต์ เชื่อว่าคนเราทุกคนตั้งแต่เกิดมามีความพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และโดยธรรมชาติแล้วมนุษย์เป็นผู้พร้อมที่จะมีกิจกรรม หรือเริ่มกระทำก่อน (Active) นอกจากนี้เพียเจต์ถือว่ามนุษย์เรามีแนวโน้มพื้นฐานที่ติดตัวมาแต่กำเนิด 2 ชนิด คือ การจัดและรวบรวม (Organization) และการปรับตัว (Adaptation) ซึ่งอธิบายได้ดังต่อไปนี้

การจัดและรวบรวม (Organization) หมายถึง การจัดและรวบรวมกระบวนการต่าง ๆ ภายใน เข้าเป็นระบบอย่างต่อเนื่องกัน เป็นระเบียบและมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา ตรงกับที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

การปรับตัว (Adaptation) การปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมเพื่ออยู่ในสภาพสมดุล การปรับตัวประกอบด้วยกระบวนการ 2 อย่าง คือ

1. การซึมซาบหรือดูดซึมประสบการณ์ (Assimilation) เมื่อมนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมก็จะซึมซาบหรือดูดซึมประสบการณ์ใหม่ ให้รวมเข้าอยู่ในโครงสร้างของสติปัญญา (Cognitive Structure)

2. การปรับโครงสร้างทางสติปัญญา (Accommodation) หมายถึง การเปลี่ยนแบบโครงสร้างของเชาวน์ปัญญาที่มีอยู่แล้วให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม หรือประสบการณ์ใหม่ หรือเป็นการเปลี่ยนแปลงความคิดเดิมให้สอดคล้องกับสิ่งแวดล้อมใหม่ เช่น ความเข้าใจความแตกต่างระหว่างเพศของเด็กที่มีอายุประมาณ 5-6 ปี ถ้าถามเด็กวัยนี้ว่า เด็กหญิงชายแตกต่างกันหรือไม่ คำตอบที่ได้จากเด็กก็คือ เด็กหญิงและเด็กชายแตกต่างกัน และเมื่อถามคำถามต่อไปว่า ให้บอกความแตกต่างของหญิงชายมา 3 อย่าง คำถามนี้ส่วนมากเด็กตอบได้ 2 อย่างคือ เด็กหญิงผมยาว เด็กชายผมสั้น เด็กหญิงสวมกระโปรง แต่เด็กชายสวมกางเกง อย่างไรก็ตาม ถ้าเด็กวัยนี้เกิดพบเด็ก (หญิง) ผมยาวนุ่งกางเกงกำลังเล่นตุ๊กตาดูอยู่ สามารถจะบอกได้ว่า เด็กที่เขาเห็นเป็น “เด็กหญิง” แสดงว่าเด็กสามารถที่จะ Accommodate สิ่งแวดล้อมใหม่และเปลี่ยนความเข้าใจเดิมของเขาว่า เด็กหญิงไม่จำเป็นจะต้องนุ่งกระโปรงเสมอไป เด็กผู้หญิงอาจจะนุ่งกางเกงได้ และเนื่องจากการปรับสิ่งแวดล้อมเข้าเป็นความรู้ใหม่โดยเปลี่ยนความเข้าใจเดิมเช่นนี้ เพียเจต์ เรียกว่า Accommodation

เพียเจต์ กล่าวว่า ระหว่างระยะเวลาตั้งแต่วัยทารกจนถึงวัยรุ่น คนเราจะค่อย ๆ ปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อมมากขึ้น เพียเจต์ ได้แบ่งพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาออกเป็นขั้นใหญ่ ๆ 4 ขั้น โดยให้ความหมายของขั้น (Stage) ดังต่อไปนี้

1. ขั้นระดับเชาวน์ปัญญา หมายถึง ระยะเวลาที่ก่อตั้งริเริ่มและรวบรวมความรู้คิด (Mental Operation) หรือเริ่มพัฒนาเชาวน์ปัญญา
2. การบรรลุถึงขั้นเชาวน์ปัญญาขั้นหนึ่ง จะเป็นรากฐานสำหรับพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาขั้นต่อไป หรืออาจจะกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่า การพัฒนาทางเชาวน์ปัญญาเป็นสิ่งที่ต่อเนื่องกัน
3. ระดับขั้นของพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาเป็นสิ่งที่ เป็นไปตามขั้นไม่สับสนเป็นต้นว่า ขั้นแรกต้องมาก่อนขั้นที่ 2 และขั้นที่ 2 ต้องมาก่อนขั้นที่ 3 เป็นต้น
4. ขั้นพัฒนาการของเชาวน์ปัญญา แต่ละขั้นเป็นรากฐานของขั้นต่อไป

เพียเจต์ ถือว่าเด็กทุกคนตั้งแต่เกิดมาพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และปฏิสัมพันธ์นี้ ทำให้เกิดพัฒนาการเขาวนปัญญา เพียเจต์ แบ่งองค์ประกอบที่มีส่วนเสริมสร้างพัฒนาการเขาวนปัญญา ไว้ 4 องค์ประกอบ คือ

1. วุฒิภาวะ (Maturation) เพียเจต์ กล่าวว่า การเจริญเติบโตด้านสรีรวิทยาโดยเฉพาะเส้นประสาทและคอมพิวเตอร์ มีส่วนสำคัญต่อการพัฒนาเขาวนปัญญา ซึ่งจะต้องจัดประสบการณ์หรือสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมกับความพร้อมหรือวัยของเด็ก

2. ประสบการณ์ (Experience) ทุกครั้งที่คนเรามีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมก็จะเกิดประสบการณ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

2.1 ประสบการณ์ที่เนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติ (Physical Environment)

2.2 ประสบการณ์เกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลและทางคณิตศาสตร์ (Logic - Mathematical Experience) ซึ่งมีความสำคัญในการแก้ปัญหาต่าง ๆ โดยเฉพาะทางวิทยาศาสตร์

3. การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม (Social Transmission) หมายถึง การที่พ่อแม่ ครู และคนที่อยู่รอบตัวเด็กจะถ่ายทอดความรู้ให้เด็ก หรือสอนเด็กที่พร้อมจะรับถ่ายทอดด้วยกระบวนการซึมซับประสบการณ์หรือการปรับโครงสร้างทางเขาวนปัญญา

4. กระบวนการพัฒนาสมดุล (Equilibration) หรือการควบคุมพฤติกรรมของตนเอง (Self-regulation) ซึ่งอยู่ในตัวของแต่ละบุคคล เพื่อจะปรับความสมดุลของพัฒนาการเขาวนปัญญาขึ้นต่อไปอีกขั้นหนึ่งซึ่งสูงกว่า โดยใช้กระบวนการซึมซับประสบการณ์ และการปรับโครงสร้างทางสติปัญญา

เพียเจต์ กล่าวว่า โดยธรรมชาติแล้ว คนเราทุกคนต้องมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมอยู่เสมอ และจะต้องมีการปรับตัวอยู่เรื่อย ๆ ซึ่งเป็นต้นเหตุให้คนเรามีพัฒนาการทางเขาวนปัญญา และองค์ประกอบ 4 อย่างดังกล่าว มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาการทางเขาวนปัญญามาก

ขั้นพัฒนาการเขาวนปัญญา เพียเจต์ได้แบ่งขั้นพัฒนาการของเขาวนปัญญาออกเป็น 4 ขั้น โดยเพียเจต์ถือว่าการพัฒนาเขาวนปัญญาจะเป็นไปตามลำดับขั้น เปลี่ยนแปลงข้ามขั้นไม่ได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 Sensorimotor (แรกเกิด ถึง 2 ขวบ) เพียเจต์ เป็นนักจิตวิทยาคนแรกที่ได้ศึกษา ระดับเขาวนปัญญาของเด็กวัยนี้ไว้อย่างละเอียดจากการสังเกตบุตร 3 คน โดยทำบันทึกไว้และสรุปว่าวัยนี้เป็นวัยที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวของอวัยวะต่าง ๆ ของร่างกาย เพียเจต์ได้แบ่ง ขั้น Sensorimotor ออกเป็นขั้นย่อย 6 ขั้น ดังต่อไปนี้

1.1 ขั้นปฏิกิริยาสะท้อน (0 - 1 เดือน) (Reflexive) เป็นวัยที่เด็กทารกใช้พฤติกรรมรีเฟล็กซ์ หรือโดยประสาทอัตโนมัติที่ติดตัวมาตั้งแต่เกิด เช่น การดูด เป็นต้น และพยายามที่จะปรับให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม เช่น คุณนมจากนมของแม่ คุณนมขวด เป็นต้น พฤติกรรมเหล่านี้เกิดขึ้นเพื่อสนองตอบต่อสิ่งเร้าโดยอัตโนมัติ เป็นพฤติกรรมที่ไม่เกิดจากการเรียนรู้

1.2 ขั้นพัฒนาอวัยวะเคลื่อนไหวด้านประสบการณ์เบื้องต้น (1 - 3 เดือน) (Primary Circular Reactions) วัยนี้ทารกมักจะแสดงพฤติกรรมง่าย ๆ และทำซ้ำ ๆ กัน โดยไม่เบื่อ เช่น กำมือเข้าและเปิดออกซ้ำ ๆ กัน หรือคลำผ้าห่มที่คลุมตัวซ้ำ ๆ กัน เป็นต้น พฤติกรรมที่แสดง ปราศจากจุดมุ่งหมาย ความสนใจของเด็กมักจะอยู่ที่ความเคลื่อนไหว แต่ไม่ใช่ผลของความเคลื่อนไหว

1.3 ขั้นพัฒนาเคลื่อนไหวโดยมีจุดมุ่งหมาย (4 - 6 เดือน) (Secondary Circular Reactions) ขั้นนี้เพียเจต์กล่าวว่าเป็นขั้นแรกที่เด็กทารกแสดงพฤติกรรมโดยมีความตั้งใจหรือมีจุดมุ่งหมาย เด็กขั้นนี้จะเริ่มทำพฤติกรรมซ้ำเพราะความสนใจในผลของพฤติกรรมนั้น เป็นต้นว่า เด็กจะเตะหรือกระตุกเท้าเพื่อจะให้ตุ๊กตาที่แขวนในเปลสั่นหรือเคลื่อนไหว หรือจะสั่นเครื่องเล่นเพราะสนใจในเสียงที่เกิดจากการสั่น เพียเจต์ สรุปว่าในขั้นนี้เด็กทำพฤติกรรมซ้ำ โดยมีความมุ่งหมายที่จะเห็นการเปลี่ยนแปลงในสิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัวเขาเอง

1.4 ขั้นพัฒนาการประสานของอวัยวะ (7 - 10 เดือน) (Coordination of Secondary Reactions) ในขั้นนี้เด็กทารกเริ่มที่จะแก้ปัญหาอย่างง่าย ๆ เด็กทารกจะใช้พฤติกรรมในอดีตที่ผ่านมาช่วยในการแก้ปัญหา เด็กวัยนี้จะสามารถหาของที่ซ่อนไว้ได้ เป็นต้นว่า อาจจะผลักหมอนเพื่อจะเอาตุ๊กตาที่ซ่อนอยู่ ต่างกับเด็กที่อยู่ในขั้นที่ 3 ที่การผลักหมอนของเด็กเป็นเพียงความสนใจที่เห็นหมอนเริ่มล้มลงไป หรืออาจกล่าวได้ว่า เด็กมีความเข้าใจเกี่ยวกับความมีตัวตนของวัตถุ (Object Permanence) ในขั้นนี้เด็กทารกเริ่มจะรู้ว่าตนเองเป็นส่วนอิสระ นอกจากนี้เด็กจะสามารถที่จะแยกสิ่งที่ตน “ต้องการ” และ “ไม่ต้องการ” ออกจากกันและสามารถที่จะเลียนแบบหรือเลียนการเคลื่อนไหวจากผู้อื่น พฤติกรรมในขั้นนี้มักจะเป็นเครื่องมือที่จะใช้ช่วยแก้ปัญหาในสิ่งที่ตนอยากได้

1.5 ขั้นพัฒนาการความคิดริเริ่มแบบลองผิดลองถูก (11 - 18 เดือน) (Tertiary Circular Reactions) ในขั้นนี้ เด็กเริ่มที่จะทดลองพฤติกรรมแบบถูกผิด (Trial and Error) ขั้นนี้เด็กทารกมีความสนใจในผลของพฤติกรรมใหม่ ๆ มักจะทดลองทำดูหลาย ๆ แบบ และสนใจผลที่เกิดขึ้น ขั้นนี้ต่างกับขั้นสอง Secondary circular reactions ตรงที่เด็กทารกไม่เพียงแต่สนใจจะทำซ้ำ แต่เปลี่ยนแปลงให้เกิดความใหม่อยู่เรื่อย ๆ เพียเจต์ได้สังเกตบุตรของตนเอง ชื่อ ลอแรนซ์ (Laurent) ซึ่งขณะนั้นอายุ 10 เดือน ได้บันทึกไว้ว่าวันหนึ่งลอแรนซ์ค้นพบการตกของสิ่งของโดยโยนกล่องสบู่ขึ้นไปในอากาศ และปล่อยให้ตกในขณะที่ค้นพบแกกำลังอยู่ในท่านอน เพียเจต์ พบว่า

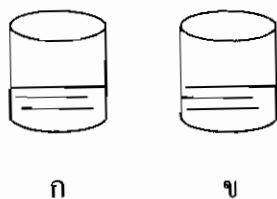
ลอราแนที่ได้ทดลองในท่าต่าง ๆ เช่น ยึดแขนในท่าต่าง ๆ สูงต่ำ และมุมต่าง ๆ และดูสนใจในการคกของกล่องสนูในท่าต่าง ๆ เพียเจต์สรุปว่า พฤติกรรมของเด็กในขั้นนี้เป็นการทดลองสิ่งแวดล้อมไม่เพียงแต่จะดูว่าจะอะไรจะเกิดขึ้น แต่มีความหมาย มีความคิดริเริ่มในการแสดงพฤติกรรม เพียเจต์กล่าวว่าความคิดริเริ่มเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของเชาวน์ปัญญา

1.6 การเริ่มต้นของความคิด (Beginning of Thought) ขั้นพัฒนาโครงสร้างสติปัญญาเบื้องต้น (Invention of new means through internal mental combination) (18 เดือน ถึง 2 ขวบ) พัฒนาการเชาวน์ปัญญาระดับนี้เป็นระดับสุดท้ายของขั้น Sensorimotor เด็กในวัยนี้สามารถที่จะประดิษฐ์วิธีใหม่ ๆ โดยใช้ความคิดในการแก้ปัญหา เด็กสามารถที่จะเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งหนึ่งกับสิ่งหนึ่ง และสามารถที่จะคิดแก้ปัญหาได้ ในขั้นนี้เด็กพบปัญหาใหม่ที่ตนประสบแต่ไม่มีวิธีการที่จะใช้แก้ปัญหามาแต่ก่อน เด็กวัยนี้จะรู้จักประดิษฐ์วิธีการใหม่ขึ้น แต่วิธีการที่ประดิษฐ์นั้นไม่เป็นแต่เพียงลองผิดลองถูก แต่เป็นวิธีการที่แสดงว่าเด็กเริ่มใช้ความคิดตัวอย่างที่เพียเจต์ได้สังเกตจากบุตรของตน ชื่อ ลูเซียน (Lucienne) เมื่ออายุ 1 ปี 4 เดือน โดยทดลองให้กล่องไม้ขีดซึ่งปิดไม้สนิทประมาณ 3 มิลลิเมตร และในกล่องไม้ขีดใส่ไขเล็ก ๆ ไว้ ซึ่งลูเซียน สามารถมองเห็นได้จาก การสังเกตพบว่า ลูเซียน ดูกล่องไม้ขีดและในขณะที่ยกขึ้นอ้าปากที่ละน้อย ๆ และกว้างขึ้น ๆ ขณะเดียวกันก็หยิบกล่องไม้ขีด แล้วเปิดกล่องให้กว้างหยิบเอาไขเล็ก ๆ ในกล่องไม้ขีดออกมา ซึ่งแสดงว่าเด็กในวัยนี้สามารถที่จะคิดในใจและอนุมานการแก้ปัญหาได้ อีกตัวอย่างหนึ่ง ที่จะช่วยให้เข้าใจถึงระดับสติปัญญาของเด็กวัยนี้ จากการสังเกตของเพียเจต์เองท่านบันทึกไว้ว่า วันหนึ่งเมื่อลูเซียนอายุได้ 1 ปี 6 เดือน เธอเล่นรถลากตุ๊กตาเป็นครั้งแรก รถลากนี้มีคันถือ ฉะนั้นเธอจับคันถือและผลักรถลากไปข้างหน้า จนในที่สุดรถลากหยุดเพราะว่าเธอผลักไปถูกฝาผนังของห้องและไม่สามารถจะผลักต่อไปอีก เธอจึงจับคันถือและเดินถอยหลัง แต่ไปไม่ไกลเท่าไร เธอก็หยุดยืนสักครู่หนึ่ง และทันทีทันใด เธอได้เปลี่ยนที่ยืน โดยเดินไปอีกข้างหนึ่งของรถลากและผลักรถลากไปข้างหน้า ในขั้นนี้ เพียเจต์สรุปว่าเด็กจะเริ่มเรียนรู้ความสัมพันธ์ของสิ่งแวดล้อมและสามารถที่จะอนุมานความสัมพันธ์ของเหตุและผลได้ เด็กในขั้นนี้สามารถที่จะมีจินตนาการก่อนที่จะเริ่มแสดงพฤติกรรม เด็กในขั้นนี้จะสามารถเลียนแบบพฤติกรรมของผู้ใหญ่โดยไม่จำเป็นต้องเห็นตัวอย่างแสดงจริง ๆ แต่เลียนแบบจากความจำ

สรุป ขั้น Sensorimotor เป็นขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญาความคิดก่อนระยะเวลาที่เด็กอ่อนจะพูดและใช้ภาษาได้ เพียเจต์กล่าวว่าสติปัญญาความคิดของเด็กในวัยนี้แสดงออกโดยการกระทำ (Action) เด็กสามารถแก้ปัญหาได้แม้ว่าจะไม่สามารถที่จะอธิบายได้

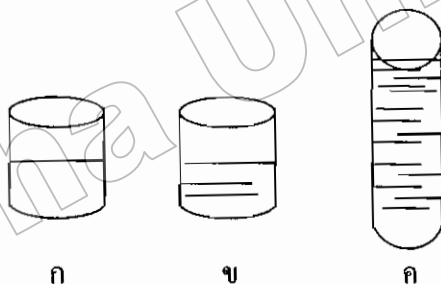
ขั้นที่ 2 Preoperational (18 เดือน-7 ขวบ) เด็กวัยก่อนเข้าโรงเรียนและวัยอนุบาล มีระดับเชาวน์ปัญญาอยู่ในขั้นนี้ เด็กวัยนี้มีโครงสร้างของสติปัญญา (Structure) ที่จะใช้สัญลักษณ์แทนวัตถุสิ่งของที่อยู่รอบ ๆ ตัวได้ หรือมีพัฒนาการทางด้านภาษา เด็กวัยนี้จะเริ่มด้วยการพูดเป็นประโยคและเรียนรู้คำต่าง ๆ เพิ่มขึ้น เด็กจะรู้จักคิดในใจ อย่างไรก็ตาม ความคิดของเด็กวัยนี้ยังมีข้อจำกัดหลายอย่าง โดยเฉพาะตอนต้นของวัยนี้ มีสิ่งที่เด็กวัยนี้ทำไม่ได้เหมือนเด็กวัยประถมศึกษาหลายอย่าง ลักษณะเชาวน์ปัญญาของเด็กวัยนี้ สรุปได้ดังนี้

1. เด็กวัยนี้จะเข้าใจภาษาและทราบว่าจะต่าง ๆ มีชื่อและใช้ภาษาเพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้
2. เด็กจะเลียนแบบผู้ใหญ่ในเวลาเล่น (Deferred Imitation) หรือเลียนแบบได้โดยตัวแบบไม่ต้องอยู่ต่อหน้า จะเห็นได้จากการเลียนแบบของลูกหรืออาบนำให้ตุ๊กตา หรือเล่นสมมติหรือสร้างทำ เช่น เด็กจะเล่นทำเป็นนอนหลับ หรือใช้สิ่งต่าง ๆ เล่นเป็นแบบจริง เช่น กล้องกระดาษทำเป็นรถยนต์
3. เพียเจต์เรียกวัยนี้เป็นวัย Centration คือ มีความตั้งใจที่ละอย่าง ฉะนั้นวัยนี้จึงทำให้เด็กมีความคิดที่บิดเบือน (Distort) จากความเป็นจริง เพียเจต์ได้ให้เด็กอายุ 5 ขวบดูลูกปัด (Beads) ทำด้วยไม้ กล่องหนึ่งประกอบด้วยลูกปัดที่ทำด้วยไม้สีขาว 20 ลูก และสีน้ำตาล 7 ลูกและถามเด็กว่ามีลูกปัดสีอะไรมากกว่า เด็กจะตอบได้ถูกว่า “สีขาว” แต่เมื่อถามว่าระหว่างลูกปัดสีขาวและลูกปัดทั้งหมด อะไรจะมีจำนวนมากกว่ากัน เด็กจะตอบไม่ได้ว่าลูกปัดทั้งหมดมากกว่าสีขาวจะยังคงตอบว่าสีขาวมากกว่า เพราะไม่เข้าใจว่าลูกปัดสีขาวเป็นส่วนหนึ่งของลูกปัดทั้งหมด
4. มีการยึดถือตนเองเป็นศูนย์กลาง (Egocentrism) ไม่สามารถที่จะเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น หรือไม่ได้คิดว่าผู้อื่นเขาจะคิดอย่างไร ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจนก็คือว่า เวลาเด็ก 2 คนในวัยนี้เล่นด้วยกันและคุยกัน ถ้ามองดูผืน ๆ จะคิดว่าเขาคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันแท้จริงแล้วเด็กจะต่างคนต่างคุยต่างเล่น ความจริงของเด็กในวัยนี้คือจากสิ่งที่ได้จากการรับรู้
5. เด็กวัยนี้ไม่สามารถทำปัญหาการเรียงลำดับ (Seriation) ได้ เช่น ไม่สามารถที่จะเรียงของมากไปหาน้อย น้อยไปหามาก หรือความยาวสั้น และนอกจากนี้เด็กก็ยังไม่เข้าใจการคิดย้อนกลับ (Reversibility) คือ เด็กไม่สามารถจะเข้าใจว่า ถ้า $2 + 2 = 4$ แล้ว $4 - 2 = 2$
6. เด็กวัยนี้จะไม่เข้าใจความคงตัวของสาร (Conservation) เพราะเด็กวัยนี้จะให้เหตุผลจากรูปร่างที่เห็นหรือ States ไม่ใช่การแปลงรูปเป็นอย่างอื่น (Transformation) ตัวอย่างที่มีชื่อเสียงของเพียเจต์ที่แสดงถึงพัฒนาการทางด้านเชาวน์ปัญญาความคิดของเด็กในวัยนี้ ได้แก่ การทดลองใช้แก้ว 2 ใบ ที่มีขนาดสูงเท่ากัน แล้วใส่น้ำลงไปเป็นจำนวนเท่ากันเพื่อให้ระดับน้ำในแก้วสองใบเท่ากัน ตามภาพที่ 22 เมื่อเทน้ำลงไปในแก้ว 2 ใบ เป็นปริมาณเท่ากัน



ภาพที่ 22 แสดงระดับน้ำเท่ากันในแก้ว 2 ใบ ที่มีขนาดเท่ากัน

ผู้ทำการทดลองถามเด็กว่าน้ำในถ้วยแก้ว ก และ ข เท่ากันไหม ถ้าหากเด็กตอบไม่เท่า ผู้ทดลองให้โอกาสเด็กปรับระดับน้ำโดยการเทเพิ่มหรือเทออกจนเด็กเห็นเท่ากัน เมื่อได้คำตอบจากเด็กว่า แก้ว ก และ ข มีน้ำเท่ากัน ผู้ทดลองเทน้ำจากแก้ว ก ลงในแก้ว ค ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางเล็กกว่าและสูงกว่า จะปรากฏว่าระดับน้ำสูงขึ้นตามภาพที่ 23 ผู้ทดลองถามเด็กว่าจำนวนน้ำในแก้ว ข และ ค เท่ากันหรือไม่ เด็กวัยนี้จะตอบว่าไม่เท่า น้ำในแก้ว ค มีมากกว่า ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเด็กวัยนี้มีความเข้าใจ หรือมีการตัดสินใจอย่างผิวเผินจากสิ่งที่ตนเห็นและรับรู้ไม่สามารถที่จะอ้าง (Inferred) จากหลักฐานขึ้นมาประกอบ ไม่สามารถที่จะเข้าใจในความคงตัวของของที่มีจำนวนเท่ากัน แม้ว่าจะเปลี่ยนรูปร่างจำนวนก็ยังเท่ากันอยู่



ภาพที่ 23 ผู้ทดลองเทน้ำจากแก้ว ก ไปใส่แก้ว ค (ค่อนหน้าเด็กซึ่งกำลังสังเกต)

การทดลองอีกอันหนึ่งที่แสดงว่าความคิดของเด็กในวัยนี้ขึ้นอยู่กับรับรู้ (Perception) เป็นส่วนใหญ่ เพียเจต์ได้ให้ไม้เล็ก ๆ สองอันที่มีขนาดเท่ากัน วางขนานกันให้อันหนึ่งอยู่เหนืออีกอันหนึ่ง ดังภาพที่ 24



ภาพที่ 24 ไม้ ก และ ข มีความยาวเท่ากัน

ภาพที่ 25 ไม้ ก ซึ่งขนาดเดียวกันกับ ข ถูกเลื่อนไปทางขวา

เพียเจต์ถามเด็กว่า ไม้ ก และไม้ ข ตามภาพที่ 24 มีขนาดเท่ากันหรือไม่ เด็กวัยนี้ จะตอบว่า “เท่ากัน” และค้อนหน้าเด็กคนเดียวกัน ผู้ทดลองเลื่อนไม้ ก ไปข้างขวาให้เหลื่อมกับไม้ ข ตามภาพที่ 25 และถามเด็กว่า “ทีนี้ดูสิว่าไม้ ก และไม้ ข เท่ากันหรือไม่” เด็กวัยนี้จะตอบว่า ไม้เท่ากัน ไม้ ก ยาวกว่าไม้ ข

การทดลองทั้งสองอย่างนี้แสดงให้เห็นว่า เด็กวัยนี้ยังไม่มีความเข้าใจและรู้จักคิดโดยใช้ เหตุผลอย่างถูกต้อง ความคิดยังขึ้นอยู่กับสิ่งที่เขารับรู้หรือสิ่งที่เขาเห็นด้วยตา

สรุป ชั้น Preoperational Stage เป็นขั้นที่เขาวนปัญญาและความคิดของเด็กในวัย 18 เดือนถึง 7 ขวบ ความคิดของเด็กวัยนี้ยังขึ้นอยู่กับความรู้เป็นส่วนใหญ่ ไม่สามารถที่จะใช้เหตุผล อย่างลึกซึ้งแต่เป็นขั้นที่เด็กเริ่มใช้ภาษา สามารถที่จะบอกชื่อสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเขาและเกี่ยวข้องกับ ชีวิตประจำวันของเขา สามารถที่จะเรียนรู้ถึงสัญลักษณ์และใช้สัญลักษณ์ได้ เด็กในวัยนี้มักจะ เล่นสมมติ เช่น พุดกับตุ๊กตาเหมือนพุดกับคนจริง ๆ เด็กวัยนี้มีความตั้งใจที่ละเอียดและยังไม่ สามารถที่จะเข้าใจว่าสิ่งที่เท่ากันแม้ว่าจะเปลี่ยนรูปร่างหรือแปรสภาพหรือเปลี่ยนที่วาง ควรจะยังคง เท่ากันและยังไม่สามารถที่จะเปรียบเทียบสิ่งของมากและน้อย ยาวและสั้น ได้อย่างแท้จริงและ มีการยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง ไม่สามารถที่จะเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น

ขั้นที่ 3 Concrete Operations (อายุ 7 - 11 ปี) พัฒนาการทางด้านสติปัญญาและความคิด ของเด็กวัยนี้แตกต่างกับเด็กในขั้น Preoperational มาก เด็กวัยนี้สามารถที่จะสร้างกฎเกณฑ์และ ตั้งเกณฑ์ในการแบ่งสิ่งแวดลอมออกเป็นหมวดหมู่ได้ ถ้าหากแสดงการทดลองเกี่ยวกับน้ำหนักใน แก้ว 2 ใบที่เท่ากัน และเทน้ำจากใบหนึ่งไปในแก้ว ค ที่มีขนาดเล็กกว่า เด็กวัยนี้ก็จะตอบได้ว่าน้ำ ยังคงมีจำนวนเท่ากัน แม้ว่าระดับของน้ำไม่เท่ากันเพราะจำนวนน้ำในแก้ว ค มาจากแก้ว ก ที่มีขนาด เท่ากับแก้ว ข และถ้าแสดงการทดลองเกี่ยวกับความยาวของไม้ตามภาพที่ 24 และ 25 แล้ว เด็กวัยนี้ ก็จะสามารถบอกได้ว่าขนาดของไม้ ก และไม้ ข ยังคงเท่ากัน สรุปแล้วเด็กวัยนี้สามารถที่จะเข้าใจ เหตุผลว่า ของที่มีขนาดเท่ากัน แม้ว่าจะแปรรูปร่างก็ยังคงมีขนาดเท่ากัน หรือคงตัว นอกจากนี้เด็ก เข้าใจความหมายของการเปรียบเทียบว่าของจะสูงกว่า หนักรกว่าหรือเบากว่า เช่นเดียวกับมากหรือน้อย ไม่เป็นสิ่งที่เด็ดขาด หรือเป็นสิ่งที่สมบูรณ์ในตัว (Absolute) แต่ขึ้นอยู่กับว่าเปรียบเทียบอะไร เพียเจต์สรุปความแตกต่างของความคิดเขาวนปัญญาของเด็กวัยนี้กับเด็กในขั้น Preoperational ดังต่อไปนี้

1. การสร้างภาพในใจ (Mental Representations) เด็กในวัย 7 - 11 ปี สามารถที่จะ วาดภาพความคิดในใจได้ ซึ่งตรงข้ามกับเด็กในวัย 2 - 7 ปี ซึ่งไม่สามารถที่จะทำได้ ถ้าหากจะถาม เด็ก อายุ 5 ปี หลังจากกลับจากโรงเรียนใกล้ ๆ บ้านให้บอกทางไปโรงเรียน เด็ก 5 ขวบจะ

ไม่สามารถบอกได้ แต่เด็กอายุ 7 - 11 ปี จะสามารถบอก อธิบายหรือเขียนแผนที่ได้ว่า ไปโรงเรียนอย่างไร

2. ความคงตัวของสสาร (Conservation) เด็กในวัย 7 - 11 ปี สามารถที่จะบอกได้ว่าของเหลวหรือของแข็งจำนวนหนึ่งจะมีจำนวนคงที่ แม้ว่าจะเปลี่ยนแปลงรูปหรือสถานที่วาง เป็นต้น ในการทดลองเกี่ยวกับความคงตัวของสสาร เด็กวัย Concrete Operations สามารถที่จะตอบได้ถูกต้อง

3. การคิดเปรียบเทียบ (Relational) เด็กในวัย Concrete Operations สามารถที่จะคิดเปรียบเทียบได้ และสามารถที่จะเข้าใจว่าของสิ่งใดสิ่งหนึ่งจะใหญ่กว่า มากกว่า น้อยกว่า ให้ขึ้นอยู่กับว่าเปรียบเทียบกับอะไร เช่นเดียวกับความมืดสว่าง ขึ้นอยู่กับว่าเปรียบกับอะไร เข้าใจว่าของต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กัน ไม่ใช่เป็นสิ่งที่สมบูรณ์ในตัว (Absolute) นอกจากนี้ เด็กวัยนี้จะเข้าใจความหมายของส่วนย่อยและส่วนรวม

4. การแบ่งกลุ่มหรือจัดหมู่ (Class inclusion) เด็กวัย Concrete Operations สามารถที่จะตั้งเกณฑ์ที่จะช่วยแบ่งหรือจัดสิ่งแวดล้อมหรือสิ่งของรอบ ๆ ตัวเขาเป็นหมวดหมู่ได้ เช่น เข้าใจว่าสามารถจะแบ่งสุนัข แมว ม้า รวมกันได้ เพราะเป็นสัตว์ที่เท่าเหมือนกัน ถ้าเอากลูกกวาดสีต่าง ๆ จำนวนต่าง ๆ กัน เช่น ลูกกวาดห่อด้วยกระดาษสีเหลือง 8 อัน และลูกกวาดห่อด้วยกระดาษสีน้ำตาล 4 อัน และตั้งคำถามว่า “ลูกกวาดสีเหลืองมีมากกว่าหรือลูกกวาดมีมากกว่ากัน” เด็กวัยนี้จะตอบว่า “ลูกกวาด” ซึ่งตรงกันข้ามกับเด็กวัย 5 ขวบ ในขั้น Preoperational จะตอบว่า “ลูกกวาดสีเหลือง” เพราะการรับรู้ จะบอกให้เขารู้ว่าลูกกวาดสีเหลืองมีมากกว่าสีน้ำตาล และไม่ได้เข้าใจว่าลูกกวาดสีเหลืองเป็นแค่เพียงส่วนหนึ่งของลูกกวาด

5. การเรียงลำดับ (Serialization and Hierarchical Arrangements) เด็กในวัย Concrete Operations สามารถที่จะจัดของตามลำดับ ความหนัก ความยาวได้ เช่น เอาไม้ขนาดต่าง ๆ กัน และบอกให้เด็กวัยนี้เรียงระดับตามความยาว เด็กวัยนี้จะทำได้ง่าย ๆ ซึ่งในวัย Preoperational จะยังทำไม่ได้

6. การคิดย้อนกลับ (Reversibility) เด็กวัยประถมศึกษาหรือ Concrete Operations สามารถที่จะคิดย้อนกลับได้ เช่น เด็กวัยนี้จะคิดได้ว่า ถ้า $5 + 7 = 12$ จะตอบปัญหาได้ว่า $12 - 7$ จะได้ 5 หรือ $12 - 5$ ได้ 7 เป็นต้น

สรุปพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาและความคิดของเด็กระหว่างอายุ 7 ปี ถึง 11 ปี นับว่าเป็นไปอย่างรวดเร็วมาก ในขั้นนี้เพียงแต่ได้เรียกว่า Concrete Operations เด็กวัยนี้มีเชาว์ปัญญาที่มีคุณภาพแตกต่างจากเด็กขั้น Preoperational คือ สามารถที่จะอ้างอิงด้วยเหตุผลและไม่ขึ้นกับการรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กวัยนี้สามารถแบ่งกลุ่มโดยใช้เกณฑ์หลาย ๆ อย่าง และคิดย้อนกลับ (Reversibility) ได้ ความเข้าใจเกี่ยวกับกิจกรรมและความสัมพันธ์ของตัวเลขก็เพิ่มขึ้น

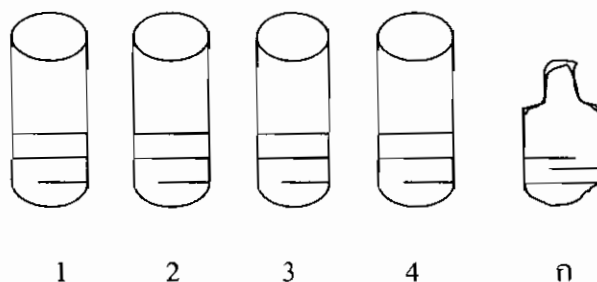
ขั้นที่ 4 Formal Operations (12 ปี ถึงวัยรุ่นใหญ่) ในขั้นนี้พัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาและความคิดของเด็กเป็นขั้นสูงสุด คือเด็กในวัยนี้จะเริ่มคิดเป็นผู้ใหญ่ ความคิดแบบเด็กจะสิ้นสุดลง เด็กสามารถที่จะคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถที่จะคิดอย่างนักวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมติฐานและทฤษฎีและเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยกับการรับรู้ไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงสิ่งที่อาจเป็นไปได้ (Possibility) เพียเจต์ ได้สรุปว่า “เด็กวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าสิ่งปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นามธรรม”

จะขอยกตัวอย่างสองตัวอย่างที่จะช่วยให้ผู้อ่านเข้าใจพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเด็กวัยนี้ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างแรก เกี่ยวกับการถามคำถาม โดยให้ข้อมูลไม่ครบ เช่น ถามเด็กในวัยนี้ว่า “มีคนพบชายผู้หนึ่งนอนตายอยู่บนเบาะหลังของรถยนต์ที่ชนเสาไฟฟ้าจนข้างหน้ารถบอบบ็อกได้ไหมว่าอะไรเกิดขึ้น” เด็กที่พัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาและความคิดในขั้น Formal Operations จะใช้คำตอบโดยการตั้งสมมติฐาน เช่น อาจจะตอบว่า เราไม่มีข้อมูลพอ แต่อาจจะเห็นว่า

1. ผู้ชายที่นอนตายหลังรถอาจจะถูกฆ่าตายที่อื่น แต่ถูกนำมาใส่ในหลังรถที่ชนเสาไฟฟ้า เพื่อจะให้เห็นว่าเป็นอุบัติเหตุ หรือ
2. ผู้ตายอาจถูกฆ่าตายที่อื่น และถูกนำมาไว้ข้างหลังรถซึ่งติดเครื่องและชนเสาไฟฟ้า เพื่อให้เห็นว่าเป็นอุบัติเหตุ
3. ผู้ชายที่ตายอาจจะขับรถชนเสาไฟฟ้าจริง แต่ด้วยความแรงจึงกระเด็นไปอยู่ข้างหลังรถ ความคิดเช่นนี้ตรงกันข้ามกับเด็กในวัย Concrete Operations ซึ่งจะให้คำตอบเพียงแต่ชายผู้ตายขับรถชนเสาไฟฟ้าและตาย

ตัวอย่างที่สอง เป็นตัวอย่างที่มีชื่อเสียงของเพียเจต์ ซึ่งเป็นการทดลองใช้ของผสมสารเคมี ดังต่อไปนี้ ผู้ทดลองเริ่มแสดงให้เด็กดูว่ามีหลอดแก้วใส่ของเหลวไม่มีสี 4 หลอดและขวดเล็ก ๆ หนึ่งขวด ตามภาพที่ 26



หลอดที่ 1 ใส่กรดกำมะถันอย่างอ่อน

หลอดที่ 2 ใส่น้ำ

หลอดที่ 3 ใส่น้ำที่มีออกซิเจนละลายอยู่ (Oxygenated Water)

หลอดที่ 4 ใส่ Thiosulphate

ขวดเล็ก ก Potassium Iodide

ภาพที่ 26 การทดลองใช้ของผสมสารเคมี

ในมือของผู้ทดลองมีหลอดใส่ของเหลวไม่มีสี 2 หลอด หลอดที่หนึ่งใส่น้ำเฉย ๆ หลอดที่ 2 ใส่ของผสมของกรดกำมะถันอย่างอ่อนและ Oxygenated Water เสร็จแล้วผู้ทดลองหยดของเหลวในขวด ก (Potassium Iodide) ลงไปในหลอดที่หนึ่งที่มีน้ำเป็นของเหลวก็ยังคงไม่มีสี แต่เมื่อหยด Potassium Iodide ลงไปในหลอดที่สองที่มีของผสมของกรดกำมะถันอย่างอ่อนและ Oxygenated Water สีจะเปลี่ยนเป็นสีเหลืองทันทีเสร็จแล้วผู้ทดลองบอกนักเรียนที่เฝ้าดูอยู่ว่า ให้ทำของเหลวสีเหลืองเหมือนกับที่ผู้ทดลองทำ และนักเรียนอาจจะใช้ของเหลวอย่างใดอย่างหนึ่งจาก 4 หลอด หรืออาจจะใช้ของผสมจาก 4 หลอด แต่นักเรียนไม่ทราบว่าของเหลวใน 4 หลอดต่างกันอย่างไรหรือมีอะไรบ้าง และไม่ทราบหลอดแก้ว 2 หลอดที่อยู่ในมือของผู้ทดลองมีของเหลวอะไรบ้างและเนื่องจากของเหลว ในหลอด 4 หลอดเป็นของเหลวไม่มีสีจึงดูเหมือนกัน แม้จะเป็นสารเคมีต่างกัน ฉะนั้นนักเรียนจำเป็นจะต้องมีเชาวน์ปัญญาถึงขั้น Formal Operations จึงจะสามารถคิดถึงสิ่งที่จะเป็นไปได้ โดยการตั้งสมมติฐานทดลองส่วนผสมต่าง ๆ อย่างที่เป็นระเบียบ การทดลองอันนี้เป็นการทดลองที่จะบอกได้อย่างดีที่สุดว่าเด็กมีเชาวน์ปัญญาถึงขั้น Formal Operations หรือไม่ เด็กที่พัฒนาการถึงขั้นนี้จะทำดังนี้

1. ทดลองผสมของเหลวในขวด ก กับของเหลวทุกอย่างทีละอย่าง (ซึ่งจะไม่ทำให้เกิดสีเหลือง แสดงว่าผสมทีละอย่างจะไม่ได้สีเหลือง จึงต้องทำขั้นต่อไป)
2. ผสม 1 กับ 2 + ของเหลวในขวด ก
3. ผสม 1 กับ 3 + ของเหลวในขวด ก (ทำให้เกิดสีเหลือง)
4. ผสม 1 กับ 4 + ของเหลวในขวด ก

5. ผสม 1 กับ 2 และ 3 + ของเหลวในขวด ก (ทำให้เกิดสีเหลือง)

เด็กบางคนสามารถบอกได้ว่าของเหลวในหลอดที่ 2 เป็นน้ำ โดยขอให้ผู้ทดลองนำน้ำมาให้ และเอาผสมกับของเหลวในหลอดที่ 1 และที่ 3 และของเหลวในขวด ก ซึ่งจะทำให้เกิดสีเหลืองและสรุปว่าของเหลวในหลอดที่ 2 เป็นน้ำ และเมื่อขอให้ทำซ้ำเด็กก็จะทำได้ ตรงกันข้ามกับเด็กที่เขาวนปัญญายังไม่ถึงขั้น Formal Operations จะไม่สามารถคิดปัญหาเช่นนี้ได้ เวลาให้ทำก็จะทำผสมโดยไม่มีระเบียบ ไม่มีความคิดที่จะจดจำไว้ หรือบันทึกว่าได้ทำอะไรบ้าง แม้ว่าบางครั้งเวลาที่เด็กเกิดบังเอิญผสมหลอดที่ 1 และที่ 3 กับของเหลวในขวด ก เด็กก็จะทำซ้ำไม่ได้ ไม่สามารถจะอธิบายได้

การทดลองนี้มีความสำคัญมาก เพราะนักจิตวิทยาใช้แยกเด็กที่มีปัญหาว่าเป็นเด็กที่มีเขาวนปัญญาอ่อนที่แท้ หรือเสแสร้งว่าเป็นเด็กโง่หรือมีปัญหาอ่อน (Real Mentally Retardation or Pseudo Mentally Retardation) โดยเด็กบางคนแกล้งไม่ตอบ เวลาใช้ข้อทดสอบเขาวน เพื่อจะแกล้งว่าเป็นเด็กโง่ แต่ถ้าหากใช้การทดลองนี้ เด็กจะสนใจและไม่สามารถที่จะทราบได้ว่าถูกสอบเขาวน จึงช่วยให้นักจิตวิทยาสามารถที่จะค้นพบได้ว่าเด็กปัญญาอ่อนจริงหรือปลอม

กล่าวโดยสรุปว่า ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) นั้นได้ศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านความคิดของเด็กว่ามีขั้นตอนหรือกระบวนการอย่างไร เพียเจต์ได้อธิบายว่าการเรียนรู้ของเด็กเป็นไปตามพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งจะมีพัฒนาการไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้น พัฒนาการเป็นสิ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ ไม่ควรที่จะเร่งเด็กให้ข้ามจากพัฒนาการขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่งเพราะจะทำให้เกิดผลเสียแก่เด็ก แต่การจัดประสบการณ์ส่งเสริมพัฒนาการของเด็กในช่วงที่เด็กกำลังจะพัฒนาไปสู่ขั้นที่สูงกว่า สามารถช่วยให้เด็กพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว อย่างไรก็ตาม เพียเจต์เน้นความสำคัญของการเข้าใจธรรมชาติและพัฒนาการของเด็กมากกว่าการกระตุ้นเด็กให้มีพัฒนาการเร็วขึ้น (ทิสนา เขมมณี, 2550, หน้า 64 - 66)

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ (Bruner's Theory of Instruction) เจอโรม เอส บรูเนอร์ (Jerome S. Bruner) นักจิตวิทยาแนวพุทธิปัญญานิยมชาวอเมริกัน ได้สร้างทฤษฎีจากผลการทดลองในชั้นเรียน โดยใช้หลักพัฒนาการทางเขาวนปัญญาของมนุษย์มาใช้ในการสร้างทฤษฎีการเรียนรู้ด้วย บรูเนอร์ได้ให้ชื่อการเรียนรู้ของท่านว่า "Discovery Approach" หรือการเรียนรู้โดยการค้นพบ บรูเนอร์ได้ให้ความสนใจในกระบวนการเรียนรู้และการศึกษามากได้เสนอแนะหลักการที่จะนำไปใช้ในการจัดหลักสูตรและการเรียนการสอน โดยเขียนหนังสือเกี่ยวกับกระบวนการศึกษาและทฤษฎีการสอน เขาเชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นได้ ก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมซึ่งนำไปสู่การค้นพบการแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมให้ข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่จะให้เด็กเรียนรู้ ตลอดจนวัตถุประสงค์ของบทเรียนพร้อมด้วยคำถาม

โดยตั้งความคาดหวังว่านักเรียนจะเป็นผู้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2550, หน้า 212-213; Woolfolk, 2004, pp. 280 - 283; Woolfolk, 2007, pp. 290 - 292)

บรูเนอร์เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อผู้เรียนได้ประมวลข้อมูลข่าวสารจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสำรวจสิ่งแวดล้อม บรูเนอร์เชื่อว่าการรับรู้ของมนุษย์เป็นสิ่งที่เลือกหรือเลือกรับรู้ขึ้นกับความใส่ใจของผู้เรียนที่มีต่อสิ่งนั้น ๆ การเรียนรู้จะเกิดจากการค้นพบ เนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้เกิดพฤติกรรมสำรวจสภาพสิ่งแวดล้อมและเกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบขึ้น แนวคิดพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบ คือ

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง การเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลของการปฏิสัมพันธ์ นอกจากจะเกิดขึ้นในตัวของผู้เรียนแล้ว ยังจะเป็นผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในสิ่งแวดล้อมด้วย
2. ผู้เรียนแต่ละคนมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน การเรียนรู้จะเกิดขึ้นจากการที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับประสบการณ์และมีความหมายใหม่
3. พัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาจะเห็นได้ชัดโดยที่ผู้เรียนสามารถรับสิ่งเร้าที่ให้เลือกได้หลายอย่างพร้อม ๆ กัน

การเรียนการสอนที่ใช้ทฤษฎีของบรูเนอร์ วิธีการที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้ นั้น ขึ้นอยู่กับขั้นพัฒนาการของผู้เรียน ซึ่งคล้ายคลึงกับขั้นพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเพียเจต์ ขั้นพัฒนาการที่บรูเนอร์เสนอมี 3 ขั้น คือ Enactive, Iconic และ Symbolic ฉะนั้นวิธีการที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้แบ่งออกเป็น 3 วิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีการที่เรียกว่า เอนแอคทีฟ (Enactive Mode) ซึ่งเป็นวิธีที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยการสัมผัสจับต้องด้วยมือ ผลักดึง รวมทั้งการที่เด็กใช้ปากกับวัตถุสิ่งของที่อยู่รอบ ๆ ตัว ข้อสำคัญที่สุดก็คือการกระทำของเด็กเอง
2. วิธีการที่เรียกว่า ไอคอนนิค (Iconic Mode) เมื่อเด็กสามารถที่จะสร้างจินตนาการหรือมโนภาพ (Imagery) ขึ้นในใจได้ ก็สามารถที่จะรู้จักโลก โดย Iconic Mode เด็กวัยนี้จะใช้รูปภาพแทนของจริงโดยไม่จำเป็นต้องแตะต้องหรือสัมผัสของจริง นอกจากนี้เด็กสามารถจะรู้จักสิ่งของจากภาพ แม้ว่าจะมีขนาดและสีเปลี่ยนแปลงไป เด็กที่มีอายุประมาณ 5 - 8 ปี จะใช้ Iconic Mode
3. วิธีการที่ใช้สัญลักษณ์ หรือ Symbolic Mode วิธีการนี้ผู้เรียนจะใช้ในการเรียนรู้เมื่อผู้เรียนมีความสามารถที่จะเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม หรือความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนและเป็นนามธรรม จึงสามารถที่จะสร้างสมมติฐาน และพิสูจน์ว่าสมมติฐานถูกหรือผิดได้

บรูเนอร์ กล่าวว่า แม้ว่าวิธีการของผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ โดยการค้นพบ จะมี 3 วิธี และขึ้นกับวัยของผู้เรียนก็ตาม แต่ในชีวิตจริงไม่ได้หมายความว่า ผู้ใหญ่จะพ้นจากการคิด ขั้น Enactive หรือขั้น Iconic อย่างเด็ดขาด เพียงแต่ผู้ใหญ่จะใช้สัญลักษณ์เป็นเครื่องมือ ในการเรียนรู้มากขึ้น การเรียนทักษะบางอย่าง เช่น การขับรถ ผู้เรียนยังจะต้องลงมือทำ และมี ประสบการณ์เหมือนขั้น Enactive

บรูเนอร์ เห็นด้วยกับ เพียเจต์ว่า คนเรามีโครงสร้างสติปัญญา (Cognitive Structure) มาตั้งแต่เกิด ในวัยทารกโครงสร้างสติปัญญา ยังไม่ซับซ้อน เพราะยังไม่พัฒนา ต่อเมื่อมีปฏิสัมพันธ์ กับสิ่งแวดล้อมจะทำให้โครงสร้างสติปัญญา มีการขยายและซับซ้อนขึ้น หน้าที่ของโรงเรียน ก็คือ การช่วยเอื้อการขยายของ โครงสร้างสติปัญญาของนักเรียน นอกจากนี้ บรูเนอร์ยังได้ให้หลักการ เกี่ยวกับการสอนดังต่อไปนี้

1. กระบวนการคิดของเด็กแตกต่างกับผู้ใหญ่ เวลาเด็กทำผิดเกี่ยวกับความคิด ผู้ใหญ่ ควรจะคิดถึงพัฒนาการทางเชาว์ปัญญา ซึ่งเด็กแต่ละวัยมีลักษณะการคิดที่แตกต่างไปจากผู้ใหญ่ ครูหรือผู้มีความรับผิดชอบทางการศึกษา จะต้องมีความเข้าใจว่าเด็กแต่ละวัยมีการรู้คิดอย่างไร และ กระบวนการรู้คิดของเด็กไม่เหมือนผู้ใหญ่ (Intellectual Empathy)
2. เน้นความสำคัญของผู้เรียน ถือว่าผู้เรียนสามารถจะควบคุมกิจกรรมการเรียนรู้ ของตนเองได้ (Self - Regulation) และเป็นผู้ที่จะริเริ่มหรือลงมือกระทำ ฉะนั้นผู้มีหน้าที่สอนและ อบรม มีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้โดยการค้นพบ โดยให้โอกาสผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ สิ่งแวดล้อม
3. ในการสอนควรจะเริ่มจากประสบการณ์ที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่ใกล้ตัว ไปหาประสบการณ์ที่ไกลตัว เพื่อผู้เรียนจะได้มีความเข้าใจ (สตูราร์ท โกว์ดระกุล, 2550, หน้า 214) เช่น การสอนให้นักเรียนรู้จักการใช้แผนที่ ควรจะเริ่มจากแผนที่ของจังหวัดของผู้เรียนก่อนแผนที่ จังหวัดอื่น ๆ หรือแผนที่ประเทศไทย

บรูเนอร์ เชื่อว่า ถ้าครูจะเข้าใจพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเด็กและจัดสภาพ สิ่งแวดล้อมของห้องเรียน ให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู้ตามขั้นพัฒนาการเชาว์ปัญญาของคน หรือ ใช้วิธีการที่จะใช้เป็นเครื่องมือ ในการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมกับวัยเด็ก จะสามารถเรียนรู้ได้ บรูเนอร์ได้เสนอแนะการจัดหลักสูตรที่เรียกว่า Spiral Curriculum ซึ่งหมายถึง การสอนเนื้อหาหรือความคิดรวบยอดเดียวกันแก่ทุกวัยตามขั้นพัฒนาการเชาว์ปัญญา บรูเนอร์ เชื่อว่าวิชาต่าง ๆ จะสอนให้ผู้เรียนเข้าใจได้ทุกวัย ถ้าครูสามารถใช้วิธีการสอนที่เหมาะสมกับวัย ของผู้เรียน ข้อสำคัญครูจะต้องให้นักเรียนเป็นผู้กระทำหรือเป็นผู้แก้ปัญหาเอง บรูเนอร์ ได้สรุป ความสำคัญของการเรียนรู้โดยการค้นพบว่า ดีกว่าการเรียนรู้โดยวิธีอื่นดังต่อไปนี้

1. ผู้เรียนจะเพิ่มพลังทางสติปัญญา
2. เน้นรางวัลที่เกิดจากความสนใจในสัมฤทธิ์ผลในการแก้ปัญหา มากกว่ารางวัลหรือเน้นแรงจูงใจภายในมากกว่าแรงจูงใจภายนอก
3. ผู้เรียนจะเรียนรู้การแก้ปัญหาด้วยการค้นพบและสามารถนำไปใช้ได้
4. ผู้เรียนจะจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ดีและได้นาน

การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นแนวคิดหนึ่งของกลยุทธ์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งมีประเด็นที่น่าสนใจเกี่ยวกับเรื่องของความหมาย ทฤษฎีการเรียนรู้ องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือ ประเภทของกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ การประยุกต์ใช้ทฤษฎีในการเรียนการสอน เป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือและการเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

ความหมายและความสำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ การเรียนแบบร่วมมือ เป็นยุทธวิธีในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดให้นักเรียนอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ โดยทั่วไปจะจัดกลุ่มละ 4 คน แบบละความสามารถให้ทำงาน เรียนรู้ร่วมกัน มีการช่วยเหลือกันในการผสมผสานความรู้ที่มีอยู่เดิมกับความรู้ใหม่และค้นพบความหมายของสิ่งที่ศึกษาด้วยกลุ่มของเขาเอง โดยการทำกิจกรรมในการสืบค้นสอบสวนแนวความคิดและแก้ปัญหา ซึ่งต้องมีการอธิบาย อภิปรายกันในกลุ่ม (สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 52)

ทิสนา แชนมณี (2550, หน้า 98 - 106) ได้ศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Theory of Cooperative or Collaborative Learning) และสรุปเป็นประเด็นสำคัญ ๆ ไว้ดังนี้

การเรียนรู้แบบร่วมมือ คือ การเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยโดยมีสมาชิกกลุ่มที่มีความสามารถแตกต่างกันประมาณ 3-6 คน ช่วยกันเรียนรู้เพื่อไปสู่เป้าหมายของกลุ่ม นักการศึกษาคนสำคัญที่เผยแพร่แนวคิดของการเรียนรู้แบบนี้คือ สลาบิน (Slavin) เดวิด จอห์นสัน (David Johnson) และโรเจอร์ จอห์นสัน (Roger Johnson) เขากล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนโดยทั่วไป เรามักจะไม่ให้ความสนใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์และปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน ส่วนใหญ่เรามักจะมุ่งไปที่ปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับผู้เรียน หรือระหว่างผู้เรียนกับบทเรียน ความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนเป็นมิติที่มักจะถูกละเลยหรือมองข้ามไป ทั้ง ๆ ที่มีผลการวิจัยชี้ชัดเจนว่า ความรู้ลึกของผู้เรียนต่อตนเอง ต่อโรงเรียน ครูและเพื่อนร่วมชั้นมีผลต่อการเรียนรู้มาก จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson & Johnson, 1994, pp. 31 - 32) กล่าวว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนมี 3 ลักษณะคือ

1. ลักษณะแข่งขันกัน ในการศึกษาเรียนรู้ ผู้เรียนแต่ละคนจะพยายามเรียนให้ได้ดีกว่า คนอื่น เพื่อให้ได้คะแนนดี ได้รับการยกย่อง หรือได้รับการตอบแทนในลักษณะต่าง ๆ

2. ลักษณะต่างคนต่างเรียน คือ แต่ละคนต่างก็รับผิดชอบดูแลตนเองให้เกิดการเรียนรู้ ไม่ยุ่งเกี่ยวกับผู้อื่น

3. ลักษณะร่วมมือกันหรือช่วยกันในการเรียนรู้ คือ แต่ละคนต่างก็รับผิดชอบในการเรียนรู้ของตน และในขณะเดียวกันก็ต้องช่วยให้สมาชิกคนอื่นเรียนรู้ด้วย จอห์นสันและจอห์นสันชี้ให้เห็นว่า การจัดการศึกษาปัจจุบันมักส่งเสริมการเรียนรู้แบบแข่งขัน ซึ่งอาจมีผลทำให้ผู้เรียนเคยชินต่อการแข่งขันเพื่อแข่งขันผลประโยชน์มากกว่าการร่วมมือกันแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามเขาแสดงความเห็นว่า เราควรให้โอกาสผู้เรียนได้เรียนรู้ทั้ง 3 ลักษณะ โดยรู้จักใช้ลักษณะการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับสภาพการณ์ ทั้งนี้เพราะในชีวิตประจำวัน ผู้เรียนจะต้องเผชิญสถานการณ์ที่มีทั้ง 3 ลักษณะ แต่เนื่องจากการศึกษาปัจจุบันมีการส่งเสริมการเรียนรู้แบบแข่งขันและแบบรายบุคคลอยู่แล้ว เราจึงจำเป็นต้องหันมาส่งเสริมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี รวมทั้งได้เรียนรู้ทักษะทางสังคมและการทำงานร่วมกับผู้อื่น ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นอย่างยิ่งในการดำรงชีวิตด้วย

องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือ การเรียนรู้แบบร่วมมือไม่ได้มีความหมายเพียงว่า มีการจัดให้ผู้เรียนเข้ากลุ่มแล้วให้งานและบอกผู้เรียนให้ช่วยกันทำงานเท่านั้น การเรียนรู้จะเป็นแบบร่วมมือได้ ต้องมีองค์ประกอบที่สำคัญครบ 5 ประการดังนี้ (Johnson & Johnson, 1994, pp. 31 - 37)

1. การพึ่งพาและเกื้อกูลกัน (Positive Interdependence) กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องมีความตระหนักว่า สมาชิกกลุ่มทุกคนมีความสำคัญ และความสำเร็จของกลุ่ม ขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ในขณะเดียวกันสมาชิกแต่ละคนจะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อกลุ่มประสบความสำเร็จ ความสำเร็จของบุคคลและของกลุ่มขึ้นอยู่กับกันและกัน ดังนั้นแต่ละคนต้องรับผิดชอบในบทบาทหน้าที่ของตนและในขณะเดียวกัน ก็ช่วยเหลือสมาชิกคนอื่น ๆ ด้วยเพื่อประโยชน์ร่วมกัน การจัดกลุ่มเพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการพึ่งพาช่วยเหลือเกื้อกูลกันนี้ ทำได้หลายทาง เช่น การให้ผู้เรียนมีเป้าหมายเดียวกัน หรือให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมาย ในการทำงาน/การเรียนรู้ร่วมกัน (Positive Goal Interdependence) การให้รางวัลตามผลงานของกลุ่ม (Positive Reward Interdependence) การให้งานหรือวัสดุอุปกรณ์ที่ทุกคนต้องทำหรือใช้ร่วมกัน (Positive Resource Interdependence) การมอบหมายบทบาทหน้าที่ในการทำงานร่วมกันให้แต่ละคน (Positive Role Interdependence)

2. การปรึกษาหารือกันอย่างใกล้ชิด (Face – to - Face Promotive Interaction) การที่สมาชิกในกลุ่มมีการพึ่งพาช่วยเหลือกันเกื้อกูลกัน เป็นปัจจัยที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อ

กันและกันในทางที่จะช่วยให้กลุ่มบรรลุเป้าหมาย สมาชิกกลุ่มจะห่วงใย ไว้วางใจ ส่งเสริมและช่วยเหลือกันและกันในการทำงานต่าง ๆ ร่วมกัน ส่งผลให้เกิดสัมพันธภาพที่ดีต่อกัน

3. ความรับผิดชอบที่ตรวจสอบได้ของสมาชิกแต่ละคน (Individual Accountability)

สมาชิกในกลุ่มการเรียนรู้ทุกคนจะต้องมีหน้าที่รับผิดชอบ และพยายามทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างเต็มความสามารถ ไม่มีใครที่จะได้รับประโยชน์โดยไม่ทำหน้าที่ของตน ดังนั้นกลุ่มจึงจำเป็นต้องมีระบบการตรวจสอบผลงาน ทั้งที่เป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่ม วิธีการที่สามารถส่งเสริมให้ทุกคนได้ทำหน้าที่ของตนอย่างเต็มที่หลายวิธี เช่น การจัดกลุ่มให้เล็ก เพื่อจะได้มีการเอาใจใส่กันและกันได้อย่างทั่วถึง การทดสอบเป็นรายบุคคล การสุ่มเรียกชื่อให้รายงาน การสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนในกลุ่ม การจัดให้กลุ่มมีผู้สังเกตการณ์ การให้ผู้เรียนสอนกันและกัน เป็นต้น

4. การใช้ทักษะการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย

(Interpersonal and Small - Group Skills) การเรียนรู้แบบร่วมมือจะประสบความสำเร็จได้ ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญ ๆ หลายประการ เช่น ทักษะทางสังคม ทักษะการปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น ทักษะการทำงานกลุ่ม ทักษะการสื่อสาร และทักษะการแก้ปัญหาขัดแย้ง รวมทั้งการเคารพยอมรับ และไว้วางใจกันและกัน ซึ่งครูควรสอนและฝึกให้แก่ผู้เรียนเพื่อช่วยให้ดำเนินงานไปได้

5. การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่ม (Group Processing) กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ

จะต้องมีการวิเคราะห์กระบวนการทำงานของกลุ่มเพื่อช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้และปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่มครอบคลุมการวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการทำงานของกลุ่มพฤติกรรมของสมาชิกกลุ่มและผลงานของกลุ่ม การวิเคราะห์การเรียนรู้นี้อาจทำโดยครูหรือผู้เรียนหรือทั้งสองฝ่าย การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่มนี้เป็นยุทธวิธีหนึ่งที่ส่งเสริมให้กลุ่มตั้งใจทำงาน เพราะรู้ว่าจะได้รับข้อมูลป้อนกลับ และช่วยฝึกทักษะการรู้คิด (Metacognition) คือสามารถที่จะประเมินการคิดและพฤติกรรมของตนที่ได้ทำไป

ผลดีของการเรียนรู้แบบร่วมมือ การเรียนรู้แบบร่วมมือได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายมาก นับตั้งแต่รายงานวิจัยเรื่องแรกได้รับการตีพิมพ์ในปี ค.ศ.1898 และมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยเป็นงานวิจัยเชิงทดลองประมาณ 600 เรื่อง และงานวิจัยเชิงหาความสัมพันธ์ประมาณ 100 เรื่อง ผลจากการวิจัยทั้งหลายดังกล่าวพบว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือส่งผลดีต่อผู้เรียนตรงกันในด้านต่าง ๆ ดังนี้ (Johnson & Johnson, 1994, pp. 13 - 14)

1. มีความพยายามที่จะบรรลุเป้าหมายมากขึ้น (Greater Efforts to Achieve) การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีความพยายามที่จะเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมาย เป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และมีผลงานมากขึ้น การเรียนรู้มีความคงทนมากขึ้น (Long - Term Retention) มีแรงจูงใจภายในและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ มีการใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ ใช้เหตุผลดีขึ้น และคิดอย่างมีวิจารณญาณมากขึ้น

2. มีความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนดีขึ้น (More Positive Relationships Among Students) การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีน้ำใจนักกีฬามากขึ้น ใส่ใจในผู้อื่นมากขึ้น เห็นคุณค่าของความแตกต่าง ความหลากหลาย การประสานสัมพันธ์และการรวมกลุ่ม

3. มีสุขภาพจิตดีขึ้น (Greater Psychological Health) การเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนมีสุขภาพจิตดีขึ้น มีความรู้สึกที่ดีเกี่ยวกับตนเองและมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น นอกจากนั้นยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมและความสามารถในการเผชิญกับความเครียดและความผันแปรต่าง ๆ

ผลของการเรียนรู้แบบร่วมมือทั้ง 3 ด้านดังกล่าว แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนในภาพที่ 27 ดังนี้



ภาพที่ 27 ผลจากการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ประเภทของกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ กลุ่มการเรียนรู้ที่ใช้กันอยู่โดยทั่วไปมี 3 ประเภท คือ

1. กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างเป็นทางการ (Formal Cooperative Learning Groups) กลุ่มประเภทนี้ครูจัดขึ้นโดยการวางแผน จัดระเบียบ กฎเกณฑ์ วิธีการและเทคนิคต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันเรียนรู้สาระต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง ซึ่งอาจเป็นหลาย ๆ ชั่วโมงติดต่อกันหรือหลายสัปดาห์ติดต่อกัน จนกระทั่งผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และบรรลุจุดมุ่งหมายตามที่กำหนด

2. กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างไม่เป็นทางการ (Informal Cooperative Learning Groups) กลุ่มประเภทนี้ครูจัดขึ้นเฉพาะกิจเป็นครั้งคราว โดยสอดแทรกอยู่ในการสอนปกติอื่น ๆ โดยเฉพาะการสอนแบบบรรยาย ครูสามารถจัดกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือสอดแทรกเข้าไปเพื่อช่วยให้ผู้เรียนมุ่งความสนใจหรือใช้ความคิดเป็นพิเศษในสาระบางจุด

3. กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างถาวร (Cooperative Base Groups) กลุ่มประเภทนี้เป็นกลุ่มการเรียนรู้ที่สมาชิกกลุ่มมีประสบการณ์การทำงาน การเรียนรู้ร่วมกันมานานจนกระทั่งเกิดสัมพันธภาพที่แน่นแฟ้น สมาชิกกลุ่มมีความผูกพัน ห่วงใย ช่วยเหลือกันและกันอย่างคอบเนื่องในการเรียนรู้แบบร่วมมือมักจะมีกระบวนการดำเนินงานที่ต้องทำเป็นประจำ เช่น การเขียนรายงาน การเสนอผลงานกลุ่ม การตรวจผลงาน เป็นต้น ในการทำงานที่เป็นกิจวัตรดังกล่าว ครูควรจัดระเบียบขั้นตอนการทำงาน หรือฝึกฝนให้ผู้เรียนดำเนินงานอย่างเป็นระบบระเบียบ เพื่อช่วยให้งานเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ กระบวนการที่ใช้หรือดำเนินการเป็นกิจวัตร ในการเรียนรู้แบบร่วมมือนี้ เรียกว่า “Cooperative Learning Scripts” (Johnson & Johnson, 1994, pp. 1 - 4)

การประยุกต์ใช้ทฤษฎีในการเรียนการสอน ครูสามารถนำหลักการของการเรียนรู้แบบร่วมมือ ไปจัดการเรียนการสอนของตนได้ โดยพยายามจัดกลุ่มการเรียนรู้ให้มีองค์ประกอบ 5 ประการ ดังกล่าวข้างต้น และใช้เทคนิค วิธีการต่าง ๆ ในการช่วยให้องค์ประกอบทั้ง 5 สัมฤทธิ์ผล โดยทั่วไปการวางแผนบทเรียนและจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้เรียนรู้แบบร่วมมือมีประเด็นที่สำคัญดังนี้

1. ด้านการวางแผนการจัดการเรียนการสอน

1.1 กำหนดจุดมุ่งหมายของบทเรียนทั้งทางด้านความรู้และทักษะกระบวนการต่าง ๆ

1.2 กำหนดขนาดของกลุ่ม กลุ่มควรมีขนาดเล็ก ประมาณ 3-6 คน กลุ่มขนาด 4 คน

จะเป็นขนาดที่เหมาะสมที่สุด

1.3 กำหนดองค์ประกอบของกลุ่ม หมายถึง การจัดผู้เรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งอาจทำได้

โดยการสุ่ม หรือการเลือกให้เหมาะกับวัตถุประสงค์ โดยทั่วไปกลุ่มจะต้องประกอบไปด้วยสมาชิกที่คล่องกันในด้านต่าง ๆ เช่น เพศ ความสามารถ ความถนัด เป็นต้น

1.4 กำหนดบทบาทของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์

กันอย่างใกล้ชิดและมีส่วนร่วมในการทำงานอย่างทั่วถึง ครูควรมอบหมายบทบาทหน้าที่ในการทำงานให้ทุกคน และบทบาทหน้าที่นั้น ๆ จะต้องเป็นส่วนหนึ่งของงานอันเป็นจุดมุ่งหมายของกลุ่ม ครูควรจัดบทบาทหน้าที่ของสมาชิกให้อยู่ในลักษณะที่จะต้องพึ่งพาอาศัยและเกื้อกูลกัน บทบาทหน้าที่ในการทำงานเพื่อการเรียนรู้มีจำนวนมาก เช่น บทบาทผู้นำกลุ่ม ผู้สังเกตการณ์ เลขานุการ ผู้เสนอผลงาน ผู้ตรวจสอบผลงาน เป็นต้น

1.5 จัดสถานที่ให้เหมาะสมในการทำงานและการมีปฏิสัมพันธ์กัน ครูจำเป็นต้องคิด

ออกแบบการจัดห้องเรียนหรือสถานที่ที่จะใช้ในการเรียนรู้ให้เอื้อและสะดวกต่อการทำงานของ

กลุ่ม

1.6 จัดสาระ วัสดุ หรืองานที่จะให้ผู้เรียนทำ วิเคราะห์สาระ/ งาน/ หรือวัสดุที่จะให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ และจัดแบ่งสาระหรืองานนั้นในลักษณะที่ให้ผู้เรียนแต่ละคนมีส่วนในการช่วยกลุ่ม และพึ่งพากันในการเรียนรู้

2. ด้านการสอน ครูควรมีการเตรียมกลุ่มเพื่อการเรียนรู้ร่วมกัน ดังนี้

2.1 อธิบายชี้แจงเกี่ยวกับงานของกลุ่ม ครูควรอธิบายถึงจุดมุ่งหมายของบทเรียน เหตุผลในการดำเนินการต่าง ๆ รายละเอียดของงานและขั้นตอนในการทำงาน

2.2 อธิบายเกณฑ์การประเมินผลงาน ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจตรงกันว่า ความสำเร็จของงานอยู่ตรงไหน งานที่คาดหวังจะมีลักษณะอย่างไร เกณฑ์ที่จะใช้ในการวัด ความสำเร็จของงานคืออะไร

2.3 อธิบายถึงความสำคัญและวิธีการของการพึ่งพาและเกื้อกูลกัน ครูควรอธิบาย กฎเกณฑ์ ระเบียบ กติกา บทบาทหน้าที่ และระบบการให้รางวัลหรือประโยชน์ที่กลุ่มจะได้รับ ในการร่วมมือกันเรียนรู้

2.4 อธิบายวิธีการช่วยเหลือกันระหว่างกลุ่ม

2.5 อธิบายถึงความสำคัญและวิธีการในการตรวจสอบความรับผิดชอบต่อหน้าที่ ที่แต่ละคนได้รับมอบหมาย เช่น การสุ่มเรียกชื่อผู้เสนอผลงาน การทดสอบ การตรวจสอบผลงาน เป็นต้น

2.6 ชี้แจงพฤติกรรมที่คาดหวัง หากครูชี้แจงให้ผู้เรียนได้รู้อย่างชัดเจนว่า ต้องการให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมอะไรบ้าง จะช่วยให้ผู้เรียนรู้ความคาดหวังที่มีต่อตนและพยายามจะแสดง พฤติกรรมนั้น

3. ด้านการควบคุมกำกับและการช่วยเหลือกลุ่ม

3.1 ดูแลให้สมาชิกกลุ่มมีการปรึกษาหารือกันอย่างใกล้ชิด

3.2 สังเกตการณ์การทำงานร่วมกันของกลุ่ม ตรวจสอบว่า สมาชิกกลุ่มมีความเข้าใจ ในงานหรือบทบาทหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายหรือไม่ สังเกตพฤติกรรมต่าง ๆ ของสมาชิก ให้ข้อมูล ป้อนกลับ ให้แรงเสริม และบันทึกข้อมูลที่จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของกลุ่ม

3.3 เข้าไปช่วยเหลือกลุ่มตามความเหมาะสม เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของงานและ การทำงาน เมื่อพบว่ากลุ่มต้องการความช่วยเหลือ ครูสามารถเข้าไปชี้แจง สอนซ้ำ หรือ ให้ ความช่วยเหลืออื่น ๆ

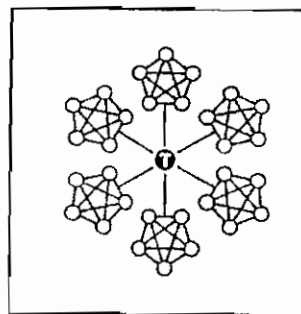
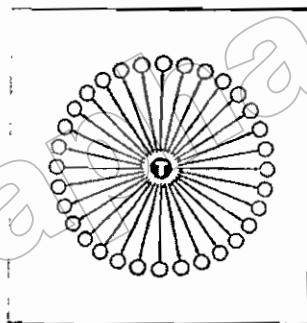
3.4 สรุปการเรียนรู้ ครูควรให้กลุ่มสรุปประเด็นการเรียนรู้ที่ได้จากการเรียนรู้ แบบร่วมมือ เพื่อช่วยให้การเรียนรู้มีความชัดเจนขึ้น

4. ด้านการประเมินผลและวิเคราะห์กระบวนการเรียนรู้

4.1 ประเมินผลการเรียนรู้ ครูประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งทางด้านปริมาณ และคุณภาพ โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย และควรให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการประเมิน

4.2 วิเคราะห์กระบวนการทำงานและกระบวนการเรียนรู้ร่วมกัน ครูควรจัดให้ผู้เรียน มีเวลาในการวิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและพฤติกรรมของสมาชิกกลุ่ม เพื่อให้กลุ่มมีโอกาส เรียนรู้ที่จะปรับปรุงส่วนบกพร่องของกลุ่ม

อาทซท์ และ นิวแมน (Artzt & Newman, 1990, pp. 448 - 449) ได้กล่าวถึง การเรียน แบบร่วมมือว่าเป็นแนวทางที่เกี่ยวกับการที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งสมาชิก ทุกคนในกลุ่มประสบผลสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่า เขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือ ความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย สมาชิกทุกคนต้องพูดคุยอธิบายแนวคิดกัน และช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูไม่ใช่เป็นแหล่งความรู้ที่คอยป้อนแก่นักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน ตัวนักเรียนเองจะเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกัน ในกระบวนการเรียนรู้ ดังภาพที่ 28



รูปที่ 1 ชั้นเรียนที่เป็นแบบครูเป็น ศูนย์กลางการเรียนรู้

รูปที่ 2 ชั้นเรียนที่เป็นแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ภาพที่ 28 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

อาโจสและจอยเนอร์ (Ajose & Joyner, 1990, p. 198) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นกระบวนการ ซึ่งนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ทำงานร่วมกัน เพื่อบรรลุเป้าหมายร่วมกัน ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือมีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการคือ

1. ใช้การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน
2. ใช้ปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด
3. ใช้ความรับผิดชอบในตัวเองต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. ใช้ทักษะทางสังคม
5. ใช้ทักษะในกระบวนการกลุ่ม

การเรียนรู้แบบร่วมมือ แตกต่างจากการเรียนรู้แบบแข่งขันและการเรียนรู้เป็นรายบุคคล กล่าวคือ บทเรียนคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้มีการแข่งขัน นักเรียนจะทำงานแข่งขันกับคนอื่นเพื่อเป็นผู้ชนะ ส่วนบทเรียนเป็นรายบุคคลเป็นการทำงานด้วยตนเองเพื่อให้ประสบผลสำเร็จบรรลุตามเป้าหมาย ซึ่งทั้งการเรียนรู้แบบแข่งขัน และการเรียนรู้เป็นรายบุคคล นักเรียนไม่มีปฏิสัมพันธ์ต่อกันกับเพื่อนในขณะที่เรียนรู้ ขาดการพัฒนาทักษะทางสังคม ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นและเป็นสิ่งสำคัญเมื่อเขาออกไปสู่สังคมในชีวิตจริง

เดวิดสัน (Davidson, 1990, p. 52) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือในกลุ่มย่อยว่า สามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพกับคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเรียนรู้แบบร่วมมือในกลุ่มย่อย ยังสามารถนำไปใช้พัฒนาความสามารถของผู้เรียนในหลายเป้าหมาย เช่น การอภิปรายโนมติ การสืบสวนหรือการค้นพบ การกำหนดปัญหา การพิสูจน์ทฤษฎีบท การหารูปแบบทางคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะการทบทวน การระดมพลังสมอง การแลกเปลี่ยนข้อมูลและการใช้เทคโนโลยี

ทิสนา แชมมณี (2550, หน้า 265) ได้กล่าวถึง ทฤษฎี หลักการและแนวคิดของรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า รูปแบบการเรียนรู้การสอนของการเรียนรู้แบบร่วมมือนี้ พัฒนาขึ้นโดยอาศัยหลักการเรียนรู้แบบร่วมมือของจอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson & Johnson, 1974, pp. 213-240) ซึ่งได้ชี้ให้เห็นว่า ผู้เรียนควรร่วมมือกันในการเรียนรู้มากกว่าการแข่งขันกัน เพราะการแข่งขันก่อให้เกิดสภาพการณ์ของการแพ้-ชนะ ต่างจากการร่วมมือกัน ซึ่งก่อให้เกิดสภาพการณ์ของการชนะ-ชนะ อันเป็นสภาพการณ์ที่ดีกว่าทั้งทางด้านจิตใจและสติปัญญา หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ 5 ประการ ประกอบด้วย 1) การเรียนรู้ต้องอาศัยหลักการพึ่งพากัน (Positive Interdependence) โดย ถือว่าทุกคนมีความสำคัญเท่าเทียมกันและจะต้องพึ่งพากันเพื่อความสำเร็จร่วมกัน 2) การเรียนรู้ที่ดีต้องอาศัยการหันหน้าเข้าหากัน มีปฏิสัมพันธ์กัน (Face to face Interaction) เพื่อแลกเปลี่ยน ความคิดเห็น ข้อมูล และการเรียนรู้ต่าง ๆ 3) การเรียนรู้ร่วมกันต้องอาศัยทักษะทางสังคม (Social Skills) โดยเฉพาะทักษะในการทำงานร่วมกัน 4) การเรียนรู้ร่วมกันควรมีการวิเคราะห์กระบวนการกลุ่ม (Group Processing) ที่ใช้ในการทำงาน และ 5) การเรียนรู้ร่วมกันจะต้องมีผลงานหรือผลสัมฤทธิ์ทั้งรายบุคคลและรายกลุ่มที่สามารถตรวจสอบและ

วัดประเมินได้ (Individual Accountability) หากผู้เรียนมีโอกาสได้เรียนรู้แบบร่วมมือกัน นอกจากจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทางด้านเนื้อหาสาระต่าง ๆ ได้กว้างขึ้นและลึกซึ้งขึ้นแล้ว ยังสามารถช่วยพัฒนาผู้เรียนทางด้านสังคมและอารมณ์มากขึ้นด้วย รวมทั้งมีโอกาสดำเนินการพัฒนาทักษะกระบวนการต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตอีกมาก

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือดังนี้ การเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดให้นักเรียนที่มีระดับความรู้ความสามารถทางการเรียนที่แตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละ 4 - 5 คน โดยความสามารถ ประกอบด้วย นักเรียนที่เรียนเก่ง 1 คน นักเรียน ที่เรียนอ่อน 1 คน นอกนั้น เป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนปานกลาง โดยที่สมาชิกทุกคนตั้งเป้าหมายในการเรียนรู้ร่วมกัน คือ เมื่อรับรู้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ ต่างคนต่างระดมพลังความคิดเพื่อคิดค้นสืบเสาะหาวิธีการที่หลากหลายที่จะแก้ปัญหาเพื่อมุ่งไปสู่คำตอบที่ต้องการ โดยที่นักเรียนแต่ละคนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยมีเหตุผลสนับสนุนความคิดนั้น ๆ การเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบร่วมมือนี้ยังช่วยปลูกฝังคุณลักษณะที่พึงประสงค์สำหรับนักเรียนได้อีกทางหนึ่งด้วย เช่น การรู้จักช่วยเหลือ การรู้จักการแบ่งปัน การรู้จักให้ซึ่งกันและกัน โดยอยู่บนพื้นฐานของความถูกต้องเป็นสำคัญ รวมทั้งเป็นการช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมให้กับนักเรียนอีกด้วย

เป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือ การเรียนแบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาทั้งเจตคติและค่านิยม ในตัวผู้เรียน มีการนำเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและแนวคิดที่หลากหลายระหว่างสมาชิกในกลุ่ม พัฒนาพฤติกรรมในการเรียน การคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดอย่างมีวิจารณญาณ รวมทั้งการพัฒนาทางด้านคุณลักษณะที่มีอยู่ในตัวตนของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวจะส่งผลต่อผู้เรียน 3 ประการ คือ

1. มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา (Academic Learning)
2. มีทักษะทางสังคม โดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน (Social Skills)
3. รู้จักตนเองและตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self - Esteem)

นอกจากเหตุผลทั้งสามประการที่กล่าวข้างต้น บาร์วูดี้ (Baroody, 1993, pp. 101 - 102) ได้กล่าวถึงประโยชน์ที่สำคัญของการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ จากงานวิจัยพบว่า การเรียนแบบร่วมมือกันในกลุ่ม สามารถส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นกว่า การสอนเป็นรายบุคคล (Davidson, 1990; Johnson & Johnson, 1989; Slavin, 1983 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 55)

2. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล นักเรียนต้องเข้าใจว่า ปกติแล้วนักคณิตศาสตร์ไม่ได้แก้ปัญหาโดยลำพัง โดยทั่วไปมักสร้างแนวคิดร่วมกับคนอื่น และทำงานเป็นสมาชิกของทีม การพัฒนาทั้งแนวคิดทางคณิตศาสตร์และทักษะการแก้ปัญหา จำเป็นต้องได้รับการฝึกฝนอย่างหลากหลาย การฝึกที่สามารถทำได้ง่ายและเห็นประโยชน์ที่ชัดเจน คือ การสนับสนุนและช่วยให้เกิดการช่วยเหลือกันในกลุ่มเพื่อนใน 3 แนวทางต่อไปนี้

2.1 การอภิปรายปัญหาร่วมกับเพื่อนในกลุ่มย่อยช่วยให้นักเรียนได้วิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงคนอื่น วิธีการดังกล่าวช่วยให้นักเรียนได้ตรวจสอบและปรับปรุงแนวคิดและคำตอบ สิ่งท้าทายและการไม่เชื่อในทันทีจะทำให้ให้นักเรียนได้ตรวจสอบสมมติฐาน ยุทธวิธีและคำตอบอย่างรอบคอบ ได้มีการอธิบายเหตุผล ตรวจสอบสมมติฐาน ทำความกระจ่างชัดกับข้อผิดพลาดของความเข้าใจ การอภิปรายปัญหาในกลุ่มย่อยช่วยให้นักเรียนเข้าใจว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการคิด (Cobb, 1985 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 55)

2.2 พื้นฐานความรู้ของนักเรียนหลายคนในกลุ่มจะช่วยให้ทำความเข้าใจในปัญหาและหาคำตอบได้ดีกว่าทำเพียงคนเดียว

2.3 นักเรียนจะเข้าใจการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมความมั่นใจในตนเอง เมื่อนักเรียนทำงานร่วมกันในกลุ่มย่อย การบรรลุเป้าหมายร่วมกัน การยอมรับฟังแนวคิดของคนอื่น และการเรียนรู้จากข้อผิดพลาดจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในตนเอง มีอิสระและมีความมุ่งมั่น (Persistent) ในกลุ่มย่อย นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มากกว่าการเรียนกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น ทำให้เขาทราบว่าไม่มีเขาเพียงคนเดียวที่เข้าใจผิดหรือใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสม จะทำให้มีความรู้สึกปลอดภัยที่จะถามคำถามหรือให้ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม (Johnson & Johnson, 1989; Cobb, 1988 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 55)

4. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมทักษะทางสังคมและทักษะการสื่อสาร (Noddings, 1985 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 55) การสื่อสารกับเพื่อนในกลุ่มเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาทักษะทางสังคมและทักษะ การสื่อสาร หากมีสิ่งใดไม่เข้าใจก็สามารถพูดซ้ำหรือย่อยปัญหาให้เล็กลง ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น ได้เรียนรู้วิธีการตรวจสอบ วิพากษ์วิจารณ์ ตั้งสมมติฐานในฐานะผู้ฟังเมื่อข้อคิดเห็นไม่ตรงกัน

การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์ จอห์นสันและจอห์นสันกล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิด

ทางคณิตศาสตร์ เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการ และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมาย (Johnson & Johnson, 1989 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 56) ด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างแข็งขัน การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่า นักเรียนเป็นผู้คอยดูดซับข้อมูลความรู้ จากการฝึกซ้ำและจากการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแข็งขันเป็นการท้าทายทางสมองสำหรับนักเรียนทุกคน และการอยากรู้ อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal Enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่า จะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา ให้เหตุผลและวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อน จะทำให้เกิดการหยั่งรู้ (Insight) มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูง และเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อย นักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่ม มีโอกาสในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ แต่ในโครงสร้างของการแข่งขัน และการเรียนรายบุคคลนักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยนการวิเคราะห์ปัญหา และเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลก็จะเป็นไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขันและการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธีการให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวคิดใหม่ การถ่ายโยงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือถ่ายโยงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานร่วมมือกัน นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้มโนคติ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self - Esteem) เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6. การเลือกวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียน หากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเขา การช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่า และได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหา จะทำให้เกิดการเรียนรู้โน้มน้าวและการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่ เป็นการเพิ่มความสามารในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุน การช่วยเหลือและการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือ มีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่ม ต่อเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และความมั่นใจในตนเอง (Self - Confidence)

เพื่อให้การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผล บารูดี (Baroody, 1993, pp. 105 - 106) ได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. เริ่มทีละน้อย ในตอนเริ่มต้นใช้การเรียนแบบร่วมมือเป็นบางครั้ง แล้วใช้ถี่มากขึ้น
2. ใช้กลุ่มละ 4 คน กลุ่มเล็กเกินไปจะไม่เกิดการอภิปราย กลุ่มใหญ่เกินไปทำให้การมีส่วนร่วมในการมีปฏิสัมพันธ์ลดลง ในกลุ่ม 4 คน นักเรียนรู้สึกสะดวกและปลอดภัยที่จะขยายแนวคิดหรืออธิบายเหตุผลกันในกลุ่ม
3. เตรียมประสบการณ์การแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างหลากหลาย เตรียมโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาทั้งรายบุคคล ทั้งชั้น และกิจกรรมกลุ่ม
4. เน้นปัญหาของกลุ่ม โดยสนับสนุนให้นักเรียนได้อภิปรายและสรุปปัญหาโดยกลุ่ม และควรให้มีการอภิปรายประเด็นทางสังคมด้วย
5. ต้องมั่นใจว่าสมาชิกแต่ละคนมีความรับผิดชอบ ซึ่งนักเรียนต้องเข้าใจก่อนว่าข้อผิดพลาดของกลุ่มก็คือข้อผิดพลาดของทุกคนในกลุ่ม ผลงานของกลุ่มเป็นผลมาจากสมาชิกทุกคน การสอบถามนักเรียนเป็นรายบุคคลจะช่วยให้เกิดความรับผิดชอบ
6. ส่งเสริมความพยายามร่วมกัน กลุ่มต้องรับผิดชอบต่อการพัฒนาของสมาชิกทุกคน
7. ส่งเสริมให้เกิดทักษะทางสังคม โดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทักษะการทำงานร่วมกัน การร่วมมือกัน ลดข้อขัดแย้งหรือความสับสนต่าง ๆ
8. ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนสรุป เพราะการเขียนสรุปทำให้ครูได้ติดตามและควบคุมการร่วมมือกันในกลุ่ม

การคิดทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญและมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้น การกำหนดเนื้อหาสาระและกระบวนการเพื่อพัฒนาการคิดของผู้เรียนนั้น NCTM (Krulik, Rudnick, & Milou, 2003, p. 21)

ได้กำหนดมาตรฐานกระบวนการและมาตรฐานเนื้อหาเพื่อพัฒนาการคิดของผู้เรียนตามระดับเกรด
เปรียบเทียบระหว่างปี ค.ศ. 1989 และปี ค.ศ. 2000 ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 การเปรียบเทียบมาตรฐานกระบวนการและมาตรฐานเนื้อหาปี 1989 และ 2000

เนื้อหาตามระดับเกรด (Content Grade Bands)	มาตรฐานปี 1989 อนุบาล-4, 5-8, 9-12	มาตรฐานปี 2000 ก่อนอนุบาล-อนุบาล-2,3-5,6-8,9-12
มาตรฐานกระบวนการ (Process Standards)	- การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ - การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	- การแก้โจทย์ปัญหา - เหตุผลและการตรวจสอบ - การสื่อสาร - การเชื่อมโยง - การสื่อความหมาย
มาตรฐานเนื้อหา (Content Standards)	- จำนวนและความสัมพันธ์ของจำนวน - ทฤษฎีและระบบจำนวน	- จำนวนและการดำเนินการ - พีชคณิต - เรขาคณิต
มาตรฐานเนื้อหา (Content Standards)	- การคิดคำนวณและการประมาณค่า - แบบรูปฟังก์ชัน - พีชคณิต - สถิติ - ความน่าจะเป็น - เรขาคณิต - การวัด	- การวัด - การวิเคราะห์ข้อมูล

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังกล่าว สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาในปี ค.ศ.1989 (NCTM, 1989) ได้จัดทำมาตรฐานเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์โดยแบ่งตามระดับเกรด (ชั้นปี) ของนักเรียน โดยจัดทำเป็นมาตรฐานของหลักสูตรตั้งแต่ระดับเกรดอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้อย่างชัดเจนดังนี้

1. มาตรฐานหลักสูตรสำหรับเกรด K - 4 ประกอบด้วย มาตรฐาน 1 คณิตศาสตร์กับการแก้โจทย์ปัญหา มาตรฐาน 2 คณิตศาสตร์กับการสื่อสาร มาตรฐาน 3 คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล มาตรฐาน 4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง มาตรฐาน 5 การประมาณค่า มาตรฐาน 6 ความรู้สึกเชิงจำนวนและการคิดคำนวณ มาตรฐาน 7 ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนนับและการดำเนินการ มาตรฐาน 8 วิธีการคิดคำนวณจำนวนนับ มาตรฐาน 9 เรขาคณิตและความรู้สึกเชิงปริภูมิ

มาตรฐาน 10 การวัด มาตรฐาน 11 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน 12 ฟังก์ชันและทศนิยม และ มาตรฐาน 13 แบบรูปและความสัมพันธ์

2. มาตรฐานหลักสูตรสำหรับเกรด 5 - 8 ประกอบด้วย มาตรฐาน 1 คณิตศาสตร์กับการแก้โจทย์ปัญหา มาตรฐาน 2 คณิตศาสตร์กับการสื่อสาร มาตรฐาน 3 คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล มาตรฐาน 4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง มาตรฐาน 5 จำนวนและความสัมพันธ์ของจำนวน มาตรฐาน 6 ระบบจำนวนและทฤษฎีจำนวน มาตรฐาน 7 การคำนวณและการประมาณค่า มาตรฐาน 8 แบบรูปและความสัมพันธ์ มาตรฐาน 9 พีชคณิต มาตรฐาน 10 สถิติ มาตรฐาน 11 ความน่าจะเป็น มาตรฐาน 12 เรขาคณิต และมาตรฐาน 13 การวัด

3. มาตรฐานหลักสูตรสำหรับเกรด 9-12 ประกอบด้วย มาตรฐาน 1 คณิตศาสตร์กับการแก้โจทย์ปัญหา มาตรฐาน 2 คณิตศาสตร์กับการสื่อสาร มาตรฐาน 3 คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล มาตรฐาน 4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง มาตรฐาน 5 พีชคณิต มาตรฐาน 6 ฟังก์ชัน มาตรฐาน 7 เรขาคณิตจากการสังเคราะห์ มาตรฐาน 8 เรขาคณิตจากมุมมองที่หลากหลาย มาตรฐาน 9 ตรรกะ มาตรฐาน 10 สถิติ มาตรฐาน 11 ความน่าจะเป็น มาตรฐาน 12 คณิตวิเคราะห์ มาตรฐาน 13 แคลคูลัส และมาตรฐาน 14 โครงสร้างคณิตศาสตร์

การกำหนดมาตรฐานเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ตามที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) นำเสนอไว้นั้นจะพบว่า มีการพัฒนาทักษะการคิดที่มีความเข้มข้นขึ้นตามระดับชั้นที่สูงขึ้น สำหรับทักษะการแก้โจทย์ปัญหา การสื่อสาร การให้เหตุผลและการเชื่อมโยง ซึ่งเป็นทักษะสำคัญที่ทุกระดับชั้นต้องได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องและเป็นไปตามวัยของผู้เรียน

แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2550, หน้า 9 - 10) ได้เสนอแนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า หลักการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเป็นสำคัญ คือการเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่าง ๆ โดยอิสระ ผู้สอนมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้สอนทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำ และชี้แนะในข้อบกพร่องของผู้เรียน

การจัดกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ในลักษณะให้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม เป็นแนวการจัดการเรียนรู้แนวหนึ่งที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารือ อภิปรายและแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งด้าน ความรู้ ทักษะ/ กระบวนการคิดและมีประสบการณ์มากขึ้น ในการจัดกลุ่มให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหา

อาจจัดเป็นกลุ่มเล็ก ๆ 2 คนหรือกลุ่มย่อย 4 - 5 คน หรืออาจจัดเป็นกิจกรรมให้ผู้เรียนร่วมกัน
แก้ปัญหาเป็น กลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในขั้นดำเนินการกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ สิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรคำนึงถึง คือ
ความรู้พื้นฐานของผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ ขั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่
กิจกรรม ผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องราวที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่
หรือใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้เดิม ในขั้นปฏิบัติกิจกรรม ผู้สอนอาจใช้ปัญหาซึ่งมี
ความเชื่อมโยงกับเรื่องราวในขั้นเตรียมความพร้อม และใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ผู้เรียนสามารถสรุป
หรือเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือบทนิยามด้วยตนเอง ในขณะที่ผู้เรียน
ปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม ผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับผู้เรียน แต่ผู้สอนควรหมุนเวียนไปตามกลุ่ม
ต่าง ๆ เพื่อคอยสังเกต ตรวจสอบความเข้าใจและให้คำแนะนำตามความจำเป็น

การจัดโอกาสให้ผู้เรียน ได้ออกมานำเสนอแนวคิดของผู้เรียนแต่ละคนหรือแนวคิดของ
กลุ่มก็เป็นสิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรปฏิบัติให้มีบ่อย ๆ เพราะในการนำเสนอแต่ละครั้ง ผู้เรียนมีโอกา
สร่วมแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมร่วมกัน หรือซักถามหาข้ออภิปรายขัดแย้งด้วยเหตุและผล ผู้สอนมี
โอกาสเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ
นั้น ทำให้การเรียนรู้ขยายในวงกว้างและลึกมากขึ้น ผู้เรียนสามารถนำความรู้หรือแนวคิดที่ได้
จากการนำเสนอขึ้นไปประยุกต์หรือเป็นแบบอย่างในการปฏิบัติได้ ผลคืออีกประการหนึ่งของ
การที่ผู้เรียนได้ออกมานำเสนอผลงาน คือ ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดี มีความภูมิใจในผลงาน เกิด
ความรู้สึกลึกซึ้ง อยากคิด อยากทำ กล้าแสดงออก และจดจำสาระที่ตนเองได้ออกมานำเสนอได้นาน
สำหรับขั้นตอนการฝึกทักษะหรือฝึกปฏิบัติ ผู้เรียนควรได้ฝึกเป็นรายบุคคล หรืออาจฝึกปฏิบัติ
เป็นกลุ่มก็ได้ตามความเหมาะสมของสาระและกิจกรรม

เนื่องจากลักษณะของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่ต่อเนื่องกัน
ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับเด็กเล็กผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสรู้จากการปฏิบัติ/
ทำกิจกรรม ได้ฝึกทักษะกระบวนการ โดยฝึกการสังเกต ฝึกให้เหตุผลและหาข้อสรุปจากสื่อ
รูปธรรมหรือแบบจำลองต่าง ๆ ก่อนและขยายวงความรู้สู่นามธรรมให้กว้างสูงขึ้นตาม
ความสามารถของผู้เรียน ถ้าสาระเนื้อหาหรือกิจกรรมที่ผู้สอนจัดให้นั้นยากเกินไปหรือต้องอาศัย
ความรู้พื้นฐานที่สูงกว่าที่ผู้เรียนมี ผู้สอนควรสร้างพื้นฐานความรู้ใหม่อาจใช้วิธีลดรูปของปัญหา
นั้นให้ง่ายกว่าเดิม หรือจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสริมเพิ่มเติมให้อีกก็ได้

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานได้
กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้เป็นประเด็นสำคัญ 3 ประการ ประกอบด้วย
1) ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์ 2) เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์ และ 3) คุณภาพของผู้เรียนในช่วง
ชั้นต่าง ๆ ซึ่งมีรายละเอียดในแต่ละประเด็น ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56 - 63)

1. ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2. เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

2.1 จำนวนและการดำเนินการ ความถี่รวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2.2 การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและมุม เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับ การวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.3 เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

2.4 พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

2.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

3. คุณภาพของผู้เรียนในช่วงชั้นต่าง ๆ

3.1 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ควรมีความรู้ความสามารถดังนี้

3.1.1 มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกิน

หนึ่งแสนและศูนย์ และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

3.1.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลาและเงิน สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.1.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้ง จุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม

3.1.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้

3.1.5 รวบรวมข้อมูล และจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน และอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

3.1.6 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3.2 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ควรมีความรู้ความสามารถดังนี้

3.2.1 มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

3.2.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.2.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

3.2.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้

3.2.5 รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของ แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

3.2.6 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3.3 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ควรมีความรู้ความสามารถดังนี้

3.3.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของ จำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ ในชีวิตจริงได้

3.3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตร ของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับ ความยาว พื้นที่ และปริมาตร ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ใน ชีวิตจริงได้

3.3.3 สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้ วงเวียนและเส้นตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

3.3.4 มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของ รูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

3.3.5 สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

3.3.6 สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือ ปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

3.3.7 สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปร่างกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

3.3.8 เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของ ข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณา ข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

3.3.9 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.3.10 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์ อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3.4 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ควรมีความรู้ความสามารถดังนี้

3.4.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวน ตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

3.4.2 นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

3.4.3 มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับ แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้ เหตุผล

3.4.4 เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

3.4.5 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.4.6 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และ หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

3.4.7 รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวคิกริไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

3.4.8 เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

3.4.9 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.4.10 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

นอกจากนี้แล้ว ยูพิน พิพิธกุล (2545, หน้า 2 - 9) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิใช่มีความหมายเพียงแก่ตัวเลขหรือสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น ๆ และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาใช้เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้องเป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด เป็นภาษาสากลที่ทุกชาติทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์ จะเข้าใจตรงกันเช่น $X + 5 = 28$ ทุกคนที่เข้าใจคณิตศาสตร์จะอ่านประโยคสัญลักษณ์นี้ได้และเข้าใจความหมายตรงกัน ด้วยความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์นี้เอง ที่ทำให้การสอนของครูนั้นจะต้องรู้และเข้าใจจิตวิทยาการสอน จึงจะทำให้การสอนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น จิตวิทยาบางประการที่ครูควรรู้มีดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน ครูจึงต้องคำนึงถึงเรื่องนี้ โดยทั่วไปครูมักจะจัดชั้นเรียนคละกันไป โดยมีได้คำนึงถึงว่านักเรียนมีความแตกต่างกัน ซึ่งจะทำให้ผลการสอนไม่ดีเท่าที่ควร ดังนั้นในการจัดชั้นเรียนนั้นครูต้องได้คำนึงถึง

1.1 ความแตกต่างกันของนักเรียนภายในกลุ่มเดียวกัน เพราะนักเรียนนั้นมีความแตกต่างกันทั้งทางร่างกาย ความสามารถ บุคลิกภาพ ครูจะสอนทุกคนให้เหมือนกันนั้นเป็นไปได้ ครูจะต้องศึกษาว่านักเรียนแต่ละคนมีปัญหาอย่างไร

1.2 ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของนักเรียน เช่น ครูอาจจะแบ่งนักเรียนออกตามความสามารถ (Ability Grouping) ว่านักเรียนมีความเก่ง อ่อน ต่างกันอย่างไร เมื่อครูทราบแล้วก็จะได้อสอนให้สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียนเหล่านั้น

การสอนนั้นนอกจากจะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลแล้วตัวครูเองจะต้องพยายามสอนบุคคลเหล่านั้น เพราะนักเรียนไม่เหมือนกัน นักเรียนที่เรียนเก่งก็จะทำโจทย์คณิตศาสตร์ได้คล่อง แต่นักเรียนที่เรียนอ่อนก็จะทำไม่ทันเพื่อนซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนที่ถอยครูจะต้องให้กำลังใจแก่เขา การสอนนั้นครูจะต้องพยายามดังนี้

1.3 ศึกษานักเรียนแต่ละคน ดูความแตกต่างเสียก่อน วินิจฉัยว่า แต่ละคนประสบปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร

1.4 วางแผนการสอนให้สอดคล้องกับความแตกต่างของนักเรียน ถ้านักเรียนเรียนเก่งก็ส่งเสริมให้ก้าวหน้า แต่ถ้านักเรียนอ่อนก็พยายามหาทางช่วยเหลือด้วยการสอนซ่อมเสริม

1.5 ครูต้องรู้จักหาวิธีสอน หาวิธีแปลก ๆ ใหม่ ๆ เช่น การสอนนักเรียนอ่อน ก็ใช้รูปธรรมมาอธิบายนามธรรม ให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลิน อาจจะใช้เพลง เกม กลอน ปริศนา บทเรียนการ์ตูน เอกสารแนะแนวทาง บทเรียนโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนและบทเรียนกิจกรรม

1.6 ครูต้องรู้จักหาเอกสารประกอบการสอนมาเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น นักเรียนเก่งก็ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมให้ก้าวหน้ายิ่งขึ้น นักเรียนอ่อนก็ทำแบบฝึกหัดที่ง่ายไปสู่ยาก เป็นแบบฝึกหัดที่เสริมทักษะให้นักเรียนค่อย ๆ ทำไป

1.7 การสอนนักเรียนที่มีความแตกต่างกันนั้นข้อสำคัญ คือครูจะต้องมีความอดทน ขยัน ใฝ่หาความรู้ เสียสละเวลา จึงจะสามารถสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. จิตวิทยาในการเรียนรู้ (Psychology of Learning) การสอนนักเรียนนั้นก็เพื่อให้เกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอ จะทำให้นักเรียนพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการอย่างไร นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม ซึ่งจะขอกล่าวเป็นเรื่อง ๆ ดังนี้

2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก เขาก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะคิดจะทำให้ได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็น

การลองผิดลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาจะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการเรียนรู้

2.2 การถ่ายทอดความรู้

2.2.1 นักเรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ครูเขียนโจทย์ $7 + 9$, $13 + 9$, $15 + 9$ นักเรียนที่ฉลาดจะสังเกตเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกนั้นเหมือนกันคือ 9 และจะทำได้โดยครูไม่ต้องช่วย นักเรียนปานกลางอาจจะต้องช่วย นักเรียนที่เรียนอ่อนก็อาจจะมัวนับอยู่และทำไม่ค่อยได้ ครูจะต้องช่วย

2.2.2 ครูควรฝึกนักเรียนให้รู้จักสังเกตแบบรูปของสิ่งที่คล้ายคลึงกันแล้วเขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบรูปนั้นเป็นอย่างไร

2.2.3 รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบหรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

2.2.4 ควรให้นักเรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่อง ๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดสำเร็จ เขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครูควรพยายามให้นักเรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเองจะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำได้ เขาก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่น ๆ ได้

2.2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร

2.3 ธรรมชาติของการเกิดการเรียนรู้ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ที่นักเรียนจะต้องรู้ในเรื่องต่อไปนี้

2.3.1 จะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบทนั้น นักเรียนกำลังต้องการเรียนอะไร นักเรียนจะสามารถปฏิบัติหรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างไร

2.3.2 นักเรียนจะต้องรู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกัน หรือเปรียบเทียบกัน เพื่อนำไปสู่การค้นพบ

2.3.3 นักเรียนจะต้องรู้จักสัมพันธ์ความคิด ครูจะต้องพยายามสอนให้นักเรียนรู้จักสัมพันธ์ความคิด เมื่อสอนเรื่องหนึ่งก็ควรพูดถึงเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่น จะทบทวนเรื่องเส้นขนาน ครูก็ต้องทบทวนให้ครบทุกเรื่องที่เกี่ยวข้อง และจะต้องดูให้เหมาะสมกับเวลา

2.3.4 นักเรียนจะต้องเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้ นักเรียนบางคนจำสูตรได้ แต่แก้ปัญหาโจทย์ไม่ได้ เรื่องนี้ครูควรจะได้แก้ไขและสอนให้นักเรียนเข้าใจถึงกระบวนการแก้ปัญหา

2.3.5 ครูจะต้องเป็นผู้มีปฏิภาณ สมองไว รู้จักวิธีการที่จะนำนักเรียนไปสู่ข้อสรุปในการสอนแต่ละเรื่องนั้น ควรจะได้สรุปทบทวนทุกครั้ง

2.3.6 นักเรียนควรจะเรียนรู้วิธีการว่าจะเรียนอย่างไร โดยเฉพาะการเรียนคณิตศาสตร์ จะมาท่องจำเหมือนนกแก้วนกขุนทองไม่ได้

2.3.7 ครูไม่ควรทำโทษนักเรียน จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายยิ่งขึ้น ควรจะเสริมกำลังใจให้นักเรียน

3. จิตวิทยาในการฝึก (Psychology of Drill) การฝึกนั้นเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับนักเรียน แต่ถ้าให้ฝึกซ้ำ ๆ นักเรียนก็จะเกิดความเบื่อหน่าย ครูบางคนคิดว่าการฝึกให้นักเรียนทำโจทย์มาก ๆ จะทำให้นักเรียนคล่องและจำสูตรได้ แต่ในบางครั้งโจทย์ที่เป็นแบบเดียวกัน ถ้าทำหลาย ๆ ครั้งนักเรียนก็จะเบื่อ ครูจะต้องดูให้เหมาะสม การฝึกที่มีผลอาจจะพิจารณา ดังนี้

3.1 การฝึกจะให้ได้ผลดีต้องฝึกเป็นรายบุคคล เพราะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3.2 ควรจะฝึกไปทีละเรื่อง เมื่อจบบทเรียนหนึ่ง และเมื่อเรียนได้หลายบท ก็ควรจะฝึกรวบยอดอีกครั้งหนึ่ง

3.3 ควรจะมีการตรวจสอบแบบฝึกหัดแต่ละข้อที่ให้นักเรียนทำเพื่อประเมินผลนักเรียน ตลอดจนประเมินผลการสอนของครูด้วย เมื่อนักเรียนทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ ครูควรจะได้ถามตนเองอยู่เสมอว่าเพราะอะไร อาจจะเป็นเพราะครูใช้วิธีการสอนไม่ดีก็ได้ อย่าไปโทษนักเรียนฝ่ายเดียว จะต้องพิจารณาให้รอบคอบ

3.4 เลือกแบบฝึกหัดที่สอดคล้องกับบทเรียน และให้แบบฝึกหัดพอเหมาะไม่มากเกินไป ตลอดจนหาวิธีการในการที่จะทำให้ทำแบบฝึกหัด ซึ่งอาจจะใช้เอกสารแนะแนวทางการเรียนการรู้ตน บทเรียน โปรแกรม ชุดการเรียนการสอน

3.5 แบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำนั้น จะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

3.6 แบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนจะฝึกหลาย ๆ ด้าน คำนึงถึงความยากง่าย เรื่องใดควรจะเน้นก็ให้ทำหลายข้อ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและจำได้

3.7 พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ก่อนที่จะให้นักเรียนทำโจทย์นั้น นักเรียนเข้าใจในวิธีการทำโจทย์นั้น โดยต้องแก้ อย่าปล่อยให้ให้นักเรียนทำโจทย์ตามตัวอย่างที่ครูสอน โดยไม่เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์แต่ประการใด

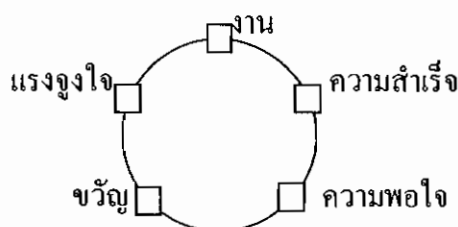
3.8 พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ฝึกอย่างไรนักเรียนจึงจะ “คิดเป็น” ไม่ใช่ “คิดตาม” ครูจะต้องฝึกให้นักเรียน “คิดเป็น” “ทำเป็น” และ “แก้ปัญหาเป็น”

4. การเรียนโดยการกระทำ (Learning by Doing) ทฤษฎีนี้กล่าวมานานแล้วโดย จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) ในการสอนคณิตศาสตร์ ปัจจุบันก็มีสื่อการเรียนการสอนรูปธรรมมาช่วยมากมาย ครูจะต้องให้นักเรียนได้ลองกระทำหรือปฏิบัติจริง แล้วจึงให้สรุปมโนคติ (Concept) ครูไม่ควรเป็นผู้บอก เพราะถ้านักเรียนได้ค้นพบด้วยตัวเองแล้ว เขาจะจดจำไปได้นาน อย่างไรก็ตาม เนื้อหาบางอย่างก็ไม่มีสื่อการเรียนการสอนรูปธรรม ครูจะต้องให้นักเรียนฝึกทำโจทย์ปัญหา ด้วยตัวเขาเองจนเขาเข้าใจ และทำได้

5. การเรียนเพื่อรู้ (Mastery Learning) เป็นการเรียนแบบรู้จริงทำได้จริง นักเรียนนั้น เมื่อมาเรียนคณิตศาสตร์ บางคนก็ทำได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ครูกำหนดไว้ แต่บางคนก็ไม่สามารถทำได้ นักเรียนประเภทหลังนี้ควรจะได้รับ การสอนซ่อมเสริมให้เขาเกิดการเรียนรู้ เหมือนคนอื่น ๆ แต่เขาอาจจะต้องเสียเวลา ใช้เวลามากกว่าคนอื่นในการที่จะเรียนเนื้อหาเดียวกัน ครูผู้สอนจะต้องพิจารณาเรื่องนี้ทำอย่างไรจึงจะสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ ให้ทุกคน ได้เรียนรู้ จนครบจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้ และทำสำเร็จ ตามความประสงค์ เขาก็จะเกิดความพอใจ มีกำลังใจ และเกิดแรงจูงใจอยากจะทำต่อไป

6. ความพร้อม (Readiness) เรื่องนี้เป็นเรื่องสำคัญ เพราะถ้านักเรียนไม่มีความพร้อม เขาก็ไม่สามารถที่จะเรียนต่อไปได้ ครูจะต้องสำรวจความพร้อมของนักเรียนก่อน นักเรียนที่มีวินัย ต่างกัน ความพร้อมย่อมไม่เหมือนกัน ในการสอนคณิตศาสตร์ ครูจึงต้องตรวจสอบความพร้อม ของนักเรียนอยู่เสมอ ครูจะต้องรู้พื้นฐานของนักเรียนว่าพร้อมที่จะเรียนบทต่อไปหรือไม่ ถ้านักเรียนยังไม่พร้อมครูจะต้องทบทวนเสียก่อน เพื่อใช้ความรู้พื้นฐานนั้นอ้างอิงต่อไปได้ทันที การที่นักเรียนมีความพร้อมก็จะทำให้นักเรียนเรียนได้ดี

7. แรงจูงใจ (Motivation) เรื่องแรงจูงใจนับว่าเป็นเรื่องที่ครูควรเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์นั้นก็ยากอยู่แล้ว ครูควรจะได้คำนึงถึงเรื่องต่อไปนี้



ภาพที่ 29 วัฏจักรของการสอนคณิตศาสตร์

การให้นักเรียนทำงานหรือโจทย์ปัญหานั้น ๆ ครูจะต้องคำนึงถึงความสำเร็จด้วยการที่ครูค่อย ๆ ให้นักเรียนเกิดความสำเร็จเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจ ดังนั้นครูควรจะให้ทำโจทย์ง่าย ๆ ก่อนให้เขาทำถูกต้องไปทีละตอนแล้วก็เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลนั่นเอง การให้เกิดการแข่งขันหรือเสริมกำลังใจเป็นกลุ่มก็จะสร้างแรงจูงใจเช่นเดียวกัน

นักเรียนแต่ละคนก็มีมี โนมติของตนเอง (Self- Concept) ซึ่งอาจจะเป็น ได้ทั้งทางบวกและทางลบ ถ้าเป็นทางบวกก็จะเกิดแรงจูงใจ แต่ถ้าเป็นทางลบก็อาจจะหมดกำลังใจ แต่อย่างไรก็ตามครูจะต้องศึกษานักเรียนให้ดี เพราะนักเรียนบางคนประสบกับความผิดหวังในชีวิตยากจนกลับเป็นแรงจูงใจให้นักเรียนเรียนดีก็ได้

8. การเสริมกำลังใจ (Reinforcement) เป็นเรื่องที่สำคัญในการสอนเพราะคนเรานั้นเมื่อทราบว่าพฤติกรรมที่แสดงออกมาเป็นที่ยอมรับ ย่อมทำให้เกิดกำลังใจ การที่ครูชมนักเรียนในโอกาสอันเหมาะสมเช่น กล่าวชมว่า ดีมาก ดี เก่ง ฯลฯ หรือมีอาการยิ้ม พยักหน้า เหล่านี้จะเป็นกำลังใจแก่นักเรียนเป็นอย่างมาก ข้อสำคัญอย่าใช้พร่ำเพรื่อจนหมดความหมายไป ในเรื่องการเสริมกำลังใจนั้น มีทั้งทางบวกและทางลบ การเสริมกำลังใจทางบวกนั้นก็ ได้แก่ การชมเชยการให้รางวัล ซึ่งครูจะต้องดูให้เหมาะสม ให้นักเรียนรู้สึกภาคภูมิใจในการชมเชยนั้น แต่การเสริมกำลังใจทางลบ เช่น การทำโทษนั้นควรจะพิจารณาให้ดี ถ้าไม่จำเป็นอย่ากระทำเลย ครูควรหาวิธีการที่เร้าและปลุกปลอบใจด้วย การให้กำลังใจวิธีต่าง ๆ เพราะธรรมชาติของนักเรียนก็ต้องการยกย่องอยู่แล้ว ครูควรหาอะไรให้เขาทำ เมื่อเขาประสบความสำเร็จแล้วเขาก็จะทำได้ต่อไป การลงโทษ เมื่อนักเรียนจะหลีกเลี่ยง เพราะจะผิดหลักธรรมชาติในการเป็นครู ครูจะต้องมีความ “เมตตา” ครูจะต้องหาวิธีการที่จะช่วยนักเรียนด้วยใจจริงและเสียสละ พยายามใกล้ชิดเขา เข้าใจปัญหาเขาแล้วทุกสิ่งก็จะประสบความสำเร็จได้

วาจาของครู เป็นเรื่องที่ควรระมัดระวัง เพราะจะทำให้ให้นักเรียนเกิดการท้อถอยได้ ปัญหาทั้งหลายที่เกิดขึ้นกับนักเรียน คนที่จะแก้ปัญหานั้นได้ก็คือ “ครู”

นอกจากนี้ รุ่งทิวา นามารุง (2550, หน้า 169 - 170) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรจัดการเรียนรู้โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล ครูควรจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของเด็กโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่แตกต่างระหว่างบุคคล

2. การเลือกภาระงานให้กับเด็ก ครูควรจัดกิจกรรมหรือภาระงานอย่างหลากหลาย ตามมาตรฐานของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ซึ่งกระตุ้นให้เด็กได้คิด ได้มีการอภิปราย และพัฒนา ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของเด็กมากกว่าการกำหนดกิจกรรมหรือภาระงานที่ง่าย ๆ หรือใช้ ความคิดที่ง่ายเกินไป นอกจากนี้ควรจัดกิจกรรมหรือให้ทำงานเป็นกลุ่มเพื่อให้เด็กได้มีโอกาส คิดปรึกษาหารือกัน และควรจัดโอกาสให้เด็ก ได้ออกมานำเสนอแนวคิดของตนเองบ่อย ๆ

3. การตั้งคำถาม การใช้คำถามที่ดีช่วยกระตุ้นให้เด็กคิดหรือแสดงการคิดต่อไปได้ เมื่อเกิดภาวะติดขัด นอกจากนี้ครูควรหยุดฟังคำตอบของเด็กด้วย คำถามที่ถามเด็กควรเน้นคำถาม “ทำไมจึงเป็นอย่างนี้” “ทำไมจึงคิด/ ทำแบบนี้” มากกว่าจะถามว่า “ทำอย่างไร” นอกจากนี้คำถาม ที่ถามเด็กควรมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ หรือมีวิธีการในการคิดหลายวิธี หรือถามวิธีการหาคำตอบ ที่หลากหลายแต่ไม่ถามคำตอบ เช่น มีมะม่วง 12 ผล จัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน จัดได้อย่างไรบ้าง

4. การนำเสนอตัวแทนความคิด/การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้เด็กได้นำเสนอ ตัวแทนความคิดและสื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในวิถีทางที่หลากหลาย ไม่ใช่ให้เด็กเขียนแสดง คำตอบในรูปตัวเลขเท่านั้น เช่น การวาดรายงานหน้าชั้นเรียน การใช้ตัวแบบ การใช้ภาพ เป็นต้น

5. การจัดบรรยากาศในชั้นเรียน ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ ควรมีอุปกรณ์ต่าง ๆ วางไว้ ให้เด็กได้เลือกใช้ประกอบการคิดอย่างอิสระ นอกจากนั้นบรรยากาศในการเรียนรู้ควรเป็นไป อย่างเป็นกันเอง ให้เด็กรู้สึกมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการคิดหรือมีความรู้สึกทางบวกเพื่อ เด็กจะได้เข้าไปมีส่วนร่วมกับการกิจกรรมหรือภาระงานนั้น และต้องการที่จะคิด

6. สื่อการเรียนรู้ ครูควรใช้สื่อการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายเพื่อช่วยให้เด็กมองเห็นภาพ ได้ชัดเจนขึ้น และสื่อที่นำมาใช้ควรเป็นสื่อที่เหมาะสมกับวัยของเด็ก ใช้สะดวก/ง่ายต่อการใช้ และ การดูแลรักษา โดยเฉพาะเด็กชอบใช้สื่อที่มีสีสันสวยงามหรือหยิบใช้ง่าย เช่น เม็ดลูกคิด ภาควัสดุติก ตะเกียบ เป็นต้น

กล่าวโดยสรุปได้ว่า การเป็นครูคณิตศาสตร์ที่ดี ครูผู้สอนนั้นพึงต้องรู้จิตวิทยา ในการสอน จึงจะทำให้การสอนครั้งนั้น ๆ มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ความเข้าใจของครูเรื่อง ความแตกต่างระหว่างบุคคลทำให้ครูรู้ว่าแต่ละคนไม่เหมือนกัน ซึ่งจะช่วยให้การจัดกิจกรรมนั้น ๆ สามารถตอบสนองความต้องการของนักเรียนได้อย่างแท้จริง การเรียนรู้ก็จะบรรลุเป้าหมาย ที่กำหนดไว้ นอกจากนี้ความรู้ความเข้าใจของครูที่เกี่ยวข้องกับจิตวิทยาในการเรียนรู้ จิตวิทยา ในการฝึกก็เป็นเรื่องที่สำคัญไม่ยิ่งหย่อนไปกว่ากัน การจัดบรรยากาศในห้องเรียน การใช้สื่อ การเรียนรู้ที่มีคุณภาพ การใช้คำถามและการนำเสนอตัวแทนความคิด เป็นเรื่องที่ครูผู้สอน พึงตระหนักถึงความสำคัญหรือขณะเดียวกันการเรียนเพื่อรู้ ความพร้อม แรงจูงใจและการเสริม กำลังใจเป็นเรื่องที่ควรให้ความสำคัญและทำความเข้าใจให้เกิดการเรียนรู้อย่างถ่องแท้ และนำผล

การเรียนรู้เหล่านั้นไปใช้ประโยชน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้บรรลุเป้าหมายที่กำหนดไว้

ปัจจัยสำคัญของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 7 - 8) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อการจัดการเรียนรู้ดังนี้

1. ผู้บริหาร เป็นปัจจัยหลักที่สำคัญที่จะทำให้การจัดการเรียนรู้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ของทุกกลุ่มสาระการเรียนรู้ ผู้บริหารที่พร้อมในการส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้บรรลุมาตรฐานควรเป็นผู้ที่มีความเข้าใจถึงความสำคัญและธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ศึกษาและทำความเข้าใจถึงขอบข่ายและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างแท้จริง ทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ ตลอดจนโครงสร้างแนวการจัดการเรียนรู้ทั้งสาระพื้นฐานที่ผู้เรียนทุกคนต้องเรียนและสาระที่สถานศึกษาจะจัดเพิ่มขึ้นให้เหมาะสมและสอดคล้องกับความต้องการของผู้เรียน การประเมินผล การเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้ มีความเข้าใจและสามารถดำเนินการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาได้

นอกจากนี้ผู้บริหารจะต้องให้การสนับสนุนเพื่อที่จะช่วยให้การจัดการเรียนรู้บรรลุมาตรฐานในด้านต่าง ๆ ดังนี้

1.1 งบประมาณ ผู้บริหารต้องจัดสรรงบประมาณ จัดหาสื่อ/ อุปกรณ์ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เพียงพอ

1.2 การบริหาร ผู้บริหารต้องมีการวางแผน สอดส่องดูแล เป็นที่ปรึกษาให้คำแนะนำ สร้างขวัญและกำลังใจแก่ผู้สอน ส่งเสริมความสามารถของผู้เรียนในทุก ๆ ด้าน ให้ความร่วมมือกับผู้เกี่ยวข้องทุกฝ่ายในการดำเนินกิจกรรม

1.3 การนิเทศ ผู้บริหารต้องวางนโยบายการนิเทศภายในให้ชัดเจน

1.4 การประเมิน ผู้บริหารควรเป็นนักบริหารเชิงสถิติ ประเมินผลการปฏิบัติงานของผู้สอนด้วยความยุติธรรม

1.5 การประสานงาน ผู้บริหารต้องเป็นผู้ช่วยประสานความร่วมมือกับแหล่งวิทยาการต่าง ๆ ทั้งในและนอกห้องเรียน มีวิสัยทัศน์ในการทำงาน มีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อชุมชน

2. ผู้สอน ผู้สอนคณิตศาสตร์เป็นบุคคลที่มีบทบาทและความสำคัญยิ่งที่จะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนบรรลุมาตรฐานของกลุ่มคณิตศาสตร์ ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรมีความสามารถดังนี้

2.1 มีความรู้และประสบการณ์ทางด้านการจัดการเรียนรู้ มีความสามารถในการ

การพัฒนาความรู้และสร้างประสบการณ์ให้ผู้เรียนเข้าใจและปฏิบัติได้จริง รู้ความต่อเนื่องของเนื้อหา สามารถเชื่อมโยงเนื้อหาในศาสตร์เดียวกันและศาสตร์อื่น ๆ รวมถึงการจัดเนื้อหาได้เหมาะสมกับผู้เรียน

2.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสำคัญ ธรรมชาติ/ ลักษณะเฉพาะของ คณิตศาสตร์ สามารถจัดสาระการเรียนรู้ทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/ กระบวนการ ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ได้ตรงตามหลักสูตร สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พัฒนาสื่อการเรียนรู้ วัสดุและประเมินผลการเรียนรู้ให้ได้มาตรฐานการเรียนรู้

2.3 เป็นผู้ที่ไม่แสวงหาความรู้ ปรับปรุงและพัฒนาตนเองให้ก้าวหน้าทันวิทยาการใหม่ๆ อยู่เสมอ มีความคิดสร้างสรรค์

2.4 รู้จักธรรมชาติ เข้าใจความต้องการของผู้เรียน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ได้ลงมือปฏิบัติจริง

2.5 มีความสามารถในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างหลากหลาย ใช้สื่อและเทคโนโลยีอย่างเหมาะสม ตลอดจนสร้างบรรยากาศให้เอื้อต่อการเรียนรู้

2.6 เป็นผู้สอนที่ดี มีคุณธรรม จริยธรรม มีจรรยาบรรณในวิชาชีพครู

3. ผู้เรียน ผู้เรียนควรเลือกเรียนตามความสนใจ ตามความถนัดของตนเอง รู้จักเรียนรู้ตามแบบประชาธิปไตย แสวงหาความรู้ และประเมินผลการเรียนรู้ของตนเอง

4. สภาพแวดล้อม ความพร้อมของสถานศึกษาและบรรยากาศภายในสถานศึกษาหรือภายในห้องเรียนเป็นส่วนหนึ่งในการที่จะเอื้อและส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ได้

4.1 ห้องเรียนที่ช่วยส่งเสริมและพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรมีขนาดเหมาะสม มีอากาศถ่ายเท มีแสงสว่างเพียงพอ มีบรรยากาศทางวิชาการ โดยมีความพร้อมในด้านต่าง ๆ เช่น ความพร้อมของสื่อ/ อุปกรณ์ในการเรียน โต๊ะเรียนเอื้อต่อการจัดการเรียนรู้เป็นกลุ่มได้ มีอุปกรณ์หรือเครื่องใช้สำหรับการปฏิบัติกิจกรรม มีเอกสารสำหรับการค้นคว้า อาจมีการจัดมุมคณิตศาสตร์ นิยมหรือปัญหาช่วยเร้าความสนใจให้อยากคิด อยากลงทำ

4.2 สถานศึกษาควรจัดสภาพแวดล้อมให้ภายในสถานศึกษาร่มรื่น สะอาด มีความเป็นระเบียบ ปลอดภัย มีความสะดวกสบายด้วยสาธารณูปโภคพอสมควร ถ้าสถานศึกษาสามารถจัดให้มีห้องเฉพาะหรือสถานที่เฉพาะที่เอื้อต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น ห้องกิจกรรมคณิตศาสตร์ หรือห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ หรือสวนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์ ก็จะเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนอยากเรียนรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

นอกจากปัจจัย 4 ประการข้างต้นแล้ว ผู้ปกครองก็ยังเป็นปัจจัยสำคัญในการส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานของหลักสูตรด้วย ผู้ปกครองต้องให้ความร่วมมือกับทางสถานศึกษาในการดูแล และช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพ

รูปแบบของการจัดการเรียนรู้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, หน้า 10 - 11) ได้นำเสนอรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ให้เกิดประสิทธิภาพดังนี้

1. การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริงเป็นการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือทำงานนั้นจริง ๆ ได้รับประสบการณ์ตรงจากการปฏิบัติจริง โดยใช้สิ่งสิ่งพิมพ์ หรือสื่อรูปธรรมที่สามารถนำผู้เรียนไปสู่การค้นพบหรือได้ข้อสรุป ในการใช้สื่อรูปธรรม ถ้าผู้สอนใช้ด้วยตนเองจะเป็นการสาธิตประกอบคำถาม แต่ถ้าให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองจะใช้การทดลอง โดยผู้เรียนดำเนินการทดลองตามกิจกรรมที่ผู้สอนกำหนดให้ ผู้เรียนที่ปฏิบัติการทดลองมีโอกาสฝึกใช้ทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ เช่น การสังเกต การคาดคะเน การประมาณค่า การใช้เครื่องมือ การบันทึกข้อมูล การอภิปราย การตั้งข้อความคาดการณ์หรือข้อสมมติฐาน การสรุป กระบวนการดำเนินการทดลองหรือปฏิบัติการกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พิสูจน์ ใช้เหตุผล อ้างข้อเท็จจริง ตลอดจนได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ การจัดการเรียนรู้แบบนี้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการคิด และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ขณะที่ผู้เรียนทำการทดลอง ผู้สอนควรสังเกตแนวคิดของผู้เรียนว่าเป็นไปอย่างถูกต้องหรือไม่ ถ้าเห็นว่าผู้เรียนคิดไม่ตรงแนวทางควรตั้งคำถามให้ผู้เรียนคิดใหม่ ถึงแม้จะต้องใช้เวลามากขึ้น เพราะผู้เรียนจะได้ประโยชน์จากการเรียนรู้ด้วยตัวเองมากกว่า การเรียนรู้ที่ผู้สอนบอกหรือสรุปให้
2. การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล การเรียนรู้ที่ผู้สอนใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลมีความจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของคณิตศาสตร์ต้องอาศัยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ บางเนื้อหาผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานในเนื้อหานั้นก่อน ด้วยการอธิบายและแสดงเหตุผลให้ข้อตกลงในรูปของบทนิยาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้น แต่ในบางเนื้อหาผู้สอนอาจใช้คำถามก่อน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจอาจอธิบายและแสดงเหตุผลเพิ่มเติม
3. การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้าเป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่สนใจจากแหล่งความรู้ต่าง ๆ โดยอิสระ สามารถศึกษาได้จากสื่อสิ่งพิมพ์และสื่อเทคโนโลยีต่าง ๆ หรือจากการทำโครงการคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนมีส่วนช่วยเหลือให้คำปรึกษา แนะนำ ให้ความสนใจงานที่ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้ามา ให้โอกาสผู้เรียนได้นำเสนอผลงานต่อผู้สอน ผู้เรียน ตลอดจนบุคคลทั่วไป

4. การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย เมื่อผู้เรียนสังเกตจนพบปัญหานั้นแล้ว ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนพยายามที่จะค้นหาสาเหตุ ด้วยการตั้งคำถามต่อเนื่อง และรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย การเรียนรู้ดังกล่าว เป็นการวิเคราะห์จากปัญหามาหาสาเหตุ ใช้คำถามสืบเสาะจนกระทั่งแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปได้ กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ประกอบด้วย ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นคาดการณ์ ขั้นทดลอง และขั้นนำไปใช้ ขั้นตอนเหล่านี้จะช่วยฝึกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักอภิปรายและทำงานร่วมกันอย่างมีเหตุผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักสังเกตและวิเคราะห์ปัญหาโดยละเอียด

กล่าวโดยสรุปได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลากหลายรูปแบบ ผู้สอนจะนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ใดไปใช้ต้องคำนึงถึงความเหมาะสมของเนื้อหา เวลาเรียนที่ใช้ เป็นประการสำคัญ และที่สำคัญรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้นต้องพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ด้วย ดังนั้น การจัดการเรียนรู้แต่ละครั้งอาจใช้หลายรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ผสมผสานไปด้วยก็ได้ เพื่อให้การจัดการเรียนรู้ในครั้งนั้น ๆ บรรลุตามเป้าหมายที่กำหนดไว้

พฤติกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเรื่องสะท้อนวิธีคิดนั้น ต้องพิจารณาจากพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังที่ รุ่งทิวา นามารุง (2550, หน้า 168-169) กล่าวว่า พฤติกรรมที่ควรส่งเสริมเพื่อให้เด็กเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพทำได้หลายวิธี วิธีทางที่ดีที่สุดที่จะทำให้เด็กบรรลุในด้านการคิดซึ่งครอบคลุมทักษะต่าง ๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา นอกจากนั้นเด็กยังต้องมีการคิดที่คล่องแคล่ว สดใส มีความอยากรู้อยากเห็น มีการควบคุมการรู้คิดและรู้จักที่จะประเมินการคิดของตน และมีกระบวนการในการหาคำตอบ นั่นคือ รู้จักวิธีการในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล

1. การคิดที่คล่องแคล่ว เป็นวิธีการคิดที่ธรรมดา เป็นวิธีการคิดที่ง่าย ๆ รู้สึกลึกซึ้งได้ถึงความเชื่อมโยงของการคิด ซึ่งความสุนทรีย์นั่นเอง ครูควรฝึกให้เด็กลดขั้นตอนในการคิดซึ่งนำไปสู่การคิดที่ง่าย ๆ และคล่องแคล่ว

2. ความอยากรู้อยากเห็น การเสนอสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ก่อนข้างยาก ทำท่ายให้กับเด็กเพื่อให้เด็กได้ลองผิดลองถูก หรือลองเสี่ยงหาวิธีการในการแก้ปัญหาจะทำให้เด็กอยากที่จะคิดและสนุกกับการคิดมากกว่าการที่ครูให้โจทย์ปัญหาที่ง่าย ๆ ธรรมดาหรือเป็นวิธีการที่เด็กคุ้นเคย

3. การควบคุมการรู้คิด เป็นการใช้ถึงความคิดของตนเองในการกระทำอะไรอย่างใดอย่างหนึ่งหรือเป็นการประเมินการคิดของตนเองและใช้ความรู้ในการควบคุมหรือปรับ

การกระทำของตนเอง ซึ่งการคิดในลักษณะนี้จะครอบคลุมถึงการวางแผน การควบคุมกำกับ การกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้าและการประเมินผล บุคคลที่ตระหนักถึงการควบคุม การรู้คิดของตนเองจะสามารถปรับปรุงกระบวนการคิดของตนให้ดีขึ้นเรื่อย ๆ จึงส่งผลต่อความสามารถทางการคิดของบุคคลนั้นในภาพรวม ถ้าภาระงานใหม่ถูกเลือก ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจะถูกนำเข้าไปเกี่ยวข้อง คนที่เริ่มต้นภาระงานโดยใช้ระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจะตั้งจุดมุ่งหมายที่สัมพันธ์กับภาระงานใหม่ ดังนั้นบุคคลนั้นจึงมีโอกาที่จะประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่กำหนด ซึ่งระบบการควบคุมการรู้คิดของตนเองจะมีปฏิสัมพันธ์ต่อเนื่องกับระบบทางด้านการรู้คิด

การเริ่มต้นฝึกให้เด็กตระหนักถึงการควบคุมการรู้คิดอาจเริ่มฝึกจากการให้เด็กรู้จักตรวจสอบคำตอบที่ได้ของตนเอง แสดงการคิดอย่างรอบคอบ รู้จักสะท้อนการคิดของตนเอง โดยคิดว่าตนคิดอย่างไร ฝึกให้เด็กพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ หรือการฝึกให้เด็กรู้จักหยุดคิดและดูว่าวิธีการของตนได้ผลหรือไม่ หากคิดว่าวิธีการของตนไม่ได้ผลสมควรเปลี่ยนวิธีการใหม่ เช่น เมื่อใช้การบวกซ้ำในการหาคำตอบแล้วคิดว่าไม่สามารถหาคำตอบได้แน่ อาจเปลี่ยนเป็นการลบซ้ำหรือวิธีอื่น ๆ ที่เหมาะสม

4. กระบวนการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล การแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลรวมถึงวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลาย จะทำให้เด็กตระหนักถึงการควบคุมการรู้คิดของตนเอง ครูควรส่งเสริมให้เด็กเรียนรู้อย่างมีความหมายและมีความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากกว่ามุ่งที่จะหาคำตอบของปัญหาอย่างเดียว นอกจากนี้ครูควรเปิดโอกาสให้เด็กได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตัวเอง

ตอนที่ 6 รูปแบบหลักสูตรพัฒนาการคิด

จากการศึกษาค้นคว้าระบบการจัดการศึกษาที่มุ่งพัฒนาคุณภาพผู้เรียนที่อยู่ในระดับมาตรฐานโลก โดยเฉพาะการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศแถบเอเชียที่น่าสนใจ ซึ่งพิจารณาจากผลการประเมินของ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) และ PISA (Programme for International Student Assessment) พบว่ารูปแบบการพัฒนาหลักสูตรการคิดทางคณิตศาสตร์ของประเทศเกาหลี ประเทศญี่ปุ่น ประเทศจีน-ฮ่องกง และประเทศสิงคโปร์ มีจุดเด่นที่น่าสนใจ สรุปได้ดังนี้ (สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี และ อัมพิกา ประโมจณีย์, 2550, หน้า 91 - 119)

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศเกาหลี เนื่องจากหลักสูตรเดิมของประเทศเกาหลีเน้นตัวเนื้อหาวิชาการมาก (Discipline Center) ซึ่งเป็นการเรียนที่ไม่มีมีความเกี่ยวข้องและไม่สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้ รวมทั้งห่างไกลจากปัญหาที่นักเรียนจะต้องเผชิญ

ในชีวิต ประเทศเกาหลีจึงปรับเปลี่ยนโฉมของหลักสูตรคณิตศาสตร์จากคณิตศาสตร์ทฤษฎีไปสู่คณิตศาสตร์ภาคปฏิบัติ ซึ่งให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหามากที่สุด โดยให้ความสำคัญกับความสามารถในการแก้ปัญหาที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ชีวิตจริง โดยถือกลยุทธ์ว่า คณิตศาสตร์ปฏิบัติเป็นเครื่องมือในการพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และสำหรับการแก้ปัญหาที่เผชิญหน้าในชีวิตจริงของชาวเกาหลี

สำหรับการประเมินผลในหลักสูตรแห่งชาติฉบับที่ 7 ของประเทศเกาหลีนั้น จะพยายามเลี่ยงการประเมินที่เน้นเนื้อหาความรู้และมีการกล่าวถึง “การประเมินพลังทางคณิตศาสตร์” (Mathematics Power) ซึ่งประเมินด้วยวิธีต่อไปนี้

1. ให้ความสำคัญกับการประเมินผลว่าผู้เรียนมีความเข้าใจปัญหาและกระบวนการที่ใช้แก้ปัญหาพร้อมทั้งผลของการแก้ปัญหา
2. เน้นความสำคัญที่ความสามารถในวิธีการคิดและการแก้ปัญหาที่มีความยืดหยุ่น มีความหลากหลายวิธีการและมีความสร้างสรรค์

โครงสร้างหลักสูตรคณิตศาสตร์ฉบับที่ 7 มีลักษณะสำคัญดังนี้

1. หลักสูตรแกนบังคับ เป็นหลักสูตรสำหรับ 10 ชั้นปีแรก ซึ่งเรียกว่า “ช่วงการศึกษาสำหรับคนทั่วไป” สอนเนื้อหาเหมือนกันให้กับนักเรียนทุกคน
2. หลักสูตรเลือก ใช้สำหรับชั้นปีที่ 11 และ 12 โดยมีวิชาเลือก 6 วิชาซึ่งมีคณิตศาสตร์ในโลกกว้าง (Real World Mathematics) คณิตศาสตร์ 1 คณิตศาสตร์ 2 แคลคูลัส สถิติและความน่าจะเป็น และ คณิตวิเคราะห์วิยุตคณิต (Discrete Mathematics) หลักสูตรเลือกมีวิชาเลือก 2 กลุ่ม ดังนี้
 - 2.1 วิชาเลือกทั่วไป เป็นวิชาที่สร้างความเข้มแข็ง การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) และคณิตศาสตร์เกี่ยวกับชีวิต ได้แก่ คณิตศาสตร์ในโลกจริง (Mathematics in the Real World)
 - 2.2 วิชาเลือกบังคับ เป็นวิชาที่ต้องใช้สอบเข้ามหาวิทยาลัย ได้แก่ คณิตศาสตร์ 1 คณิตศาสตร์ 2 แคลคูลัส สถิติและความน่าจะเป็น และ คณิตวิเคราะห์ วิยุตคณิต (Discrete Mathematics)
3. การกำหนดเวลาเรียน โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์ฉบับที่ 7 ได้กำหนดเวลาเรียนในแต่ละชั้นปีไว้ดังนี้
 - 3.1 คณิตศาสตร์สำหรับชั้นปีที่ 1-10 มีเวลาเรียนประมาณ 131 ชั่วโมงโดยเฉลี่ยใน 1 ปี

3.2 ในชั้นปีที่ 11 - 12 เวลาเรียนขึ้นอยู่กับสายที่นักเรียนเลือก สำหรับการสอบเข้ามหาวิทยาลัย (เป็นสายวิทยาศาสตร์หรือสายศิลป์ทั่วไป)

4. เนื้อหาในชั้นปีที่ 1 - 10 มีดังนี้

4.1 คณิตศาสตร์บังคับประกอบด้วย 6 วิชา คือ จำนวนและการดำเนินการ (Number & Operation) เรขาคณิต (Geometric) การวัด (Measuring) สถิติและความน่าจะเป็น (Probability & Statistics) การเขียนและการนำเสนอ (Letter & Expression) แบบรูปและฟังก์ชัน (Pattern & Function)

4.2 ไม่แยกเนื้อหาเกี่ยวกับกระบวนการออกจากกัน

4.3 มุ่งเน้นด้านการแก้ปัญหา (การแก้ปัญหาเป็นเนื้อหาหลักอยู่ในวิชา การเขียนและการนำเสนอ (Letter & Expression))

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศญี่ปุ่น ประเทศญี่ปุ่นมีกระทรวงศึกษาธิการ (Munbusho) เป็นผู้กำหนดการศึกษาทุกอย่าง ตั้งแต่หลักสูตรแห่งชาติ จำนวนชั่วโมงเรียน เวลาเรียน ในคาบการเรียน วิชาที่ต้องสอน เนื้อหาวิชาที่ต้องสอนในแต่ละวิชาในทุกชั้นเรียนตั้งแต่อนุบาลถึงชั้นปีที่ 12 และกระทรวงศึกษาธิการยังควบคุมการอนุญาตหนังสือเรียน ส่วนการเลือกหนังสือเรียนให้เป็นอำนาจท้องถิ่น (Prefecture Wide) เป็นผู้เลือก ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรหรือการปฏิบัติในการศึกษาในญี่ปุ่นจึงทำได้ง่ายและทำได้บ่อยเท่าที่กระทรวงศึกษาธิการต้องการ

ตามปกติประเทศญี่ปุ่นจะมีการปรับหลักสูตรคณิตศาสตร์ทุก 10 ปี ในทศวรรษช่วงปี 1970 ญี่ปุ่นปรับหลักสูตรเป็นคณิตศาสตร์สมัยใหม่ (Modern Mathematics) แต่พบว่า ไม่เหมาะสมกับสังคมและวัฒนธรรม จึงเปลี่ยนกลับไปเป็นแบบเดิมในทศวรรษปี 1980 แต่ต่อมาในทศวรรษช่วงปี 1990 ญี่ปุ่นให้ความสำคัญกับคณิตศาสตร์ที่คำนึงถึงนักเรียนที่แตกต่างกัน (Individualization) และในช่วงปี 2000 คณิตศาสตร์ของญี่ปุ่นจะเน้นและให้ความสำคัญของกิจกรรมคณิตศาสตร์

โครงสร้างหลักสูตรคณิตศาสตร์ การศึกษาพื้นฐานของญี่ปุ่นมี 12 ปี แบ่งเป็นระดับประถมศึกษา 6 ปี (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 - 6) มัธยมศึกษาตอนต้น (Middle School) 3 ปี คือชั้นปีที่ 7 - 8 - 9 และมัธยมศึกษาตอนปลาย (High School) 3 ปี คือ ชั้นปีที่ 10 - 11 - 12 แต่ละระดับชั้นมีการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เน้นการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง จำนวน ปริมาณ รูปทรงเรขาคณิต ระดับนี้เน้นให้นักเรียนมีความรู้และทักษะพื้นฐาน และความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ให้เรียนคณิตศาสตร์อย่างสนุกและรู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาจัดเป็นกลุ่มภายใต้กลุ่มหัวข้อต่อไปนี้

1.1 จำนวนและการคำนวณ

1.2 ปริมาณและการวัด

1.3 รูปทรงเรขาคณิต

เนื้อหาสำหรับชั้นปีที่ 4 - 6 ยังมีกลุ่มของความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Relation) เพิ่มขึ้นอีกด้วย

2. คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะแบ่งเนื้อหาออกเป็นกลุ่ม ๆ ตามเกณฑ์ ซึ่งได้แก่

2.1 จำนวนและพีชคณิต

2.2 รูปทรงเรขาคณิต

2.3 ความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์

เนื้อหาสำหรับระดับนี้เน้นการเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้นในด้านแนวคิด หลักการ กฎเกณฑ์ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องที่เรียนมา และให้นักเรียนได้วิธีการทางคณิตศาสตร์ การแสดงออกและกลยุทธ์คณิตศาสตร์ และให้มีความสามารถในการเชื่อมโยงสัมพันธ์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ เข้ากับคณิตศาสตร์

3. คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในระดับนี้นักเรียนทุกคนต้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (Fundamental Mathematics) อย่างน้อย 1 วิชา ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การเรียนให้ครอบคลุมมิติต่าง ๆ ได้แก่

3.1 คณิตศาสตร์พื้นฐาน (Fundamental Mathematics)

3.2 คณิตศาสตร์กับกิจกรรมของมนุษย์ (Mathematics and Human Activities)

3.3 การพิจารณาเชิงคณิตศาสตร์ในสังคม (Mathematics Consideration in Society)

3.4 การใช้สถิติเบื้องต้น (Elementary Statistics)

นอกจากวิชาคณิตศาสตร์ 1 หรือวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานแล้ว ในระดับนี้มีคณิตศาสตร์อีก 5 วิชาให้เลือกเรียน คือ วิชาคณิตศาสตร์ 2 วิชาคณิตศาสตร์ 3 วิชาคณิตศาสตร์ A, B และ C แม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์ 1 เป็นวิชาบังคับวิชาเดียวที่นักเรียนทุกคนต้องเรียน แต่นักเรียนผู้πουส่วนมากจะเลือกเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าหนึ่งวิชา และสำหรับนักเรียนที่ต้องการเข้ามหาวิทยาลัย จะเรียนคณิตศาสตร์ทั้งหกวิชา

หลักสูตรของญี่ปุ่น นอกจากกำหนดเนื้อหาแล้วยังมีการกำหนดมาตรฐานหลักสูตร ญี่ปุ่นกำหนดมาตรฐานหลักสูตรในลักษณะที่ว่าในแต่ละเรื่องนักเรียนจะต้องทำอะไรได้บ้าง มาตรฐานหลักสูตรฉบับล่าสุดคือ ฉบับที่ออกมาในปี ค.ศ. 1998 และบังคับใช้ในปี ค.ศ. 2002

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศจีน – ฮ่องกง สำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศจีน - ฮ่องกง จะอยู่ภายใต้การกำกับดูแลของสภาพัฒนาหลักสูตรโดยตรง โดยมีการกำหนดเป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ เนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ สภาพัฒนาหลักสูตรระบุเป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษาไว้ ดังนี้

1.1 กระตุ้นความสนใจของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

1.2 พัฒนาความเข้าใจและการได้เรียนรู้แนวคิดคณิตศาสตร์พื้นฐานและทักษะในการคิดคำนวณ

1.3 พัฒนาการคิดสร้างสรรค์และความสามารถของนักเรียนในการคิด การสื่อสาร และการแก้ปัญหา

1.4 พัฒนาความคิดของนักเรียนในด้านความรู้เชิงจำนวน (Number Sense) และความรู้เชิงปริภูมิ (Spatial Sense) และความสามารถที่จะเข้าใจและเข้าถึงแบบรูป และ โครงสร้างของเรื่องจำนวนและรูปทรง

1.5 เสริมความสามารถการเรียนรู้ตลอดชีวิต โดยผ่านทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน

จุดประสงค์ของหลักสูตร ได้วางให้ครอบคลุมด้านความรู้ ทักษะและเจตคติ โดยจะขยายความ นำไปสู่การปฏิบัติ เช่น วัตถุประสงค์เหล่านี้สะท้อนถึงจุดเน้นที่แสดงว่าคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นเพียงวิธีการคิดเท่านั้น แต่ยังเป็นเครื่องมือของการดำเนินชีวิตอีกด้วย

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ สำหรับเนื้อหาในระดับประถมศึกษาจะครอบคลุมเรื่อง จำนวน พีชคณิต การวัด รูปทรงและปริภูมิ การจัดกระทำข้อมูล ส่วนในระดับมัธยมศึกษาจะครอบคลุมเรื่อง จำนวนและพีชคณิต การวัด โดยที่ลักษณะสำคัญของหลักสูตรฮ่องกง คือ การกำหนดเรื่องการเรียนรู้ภาคพื้นฐาน (Foundation Part) ซึ่งเปรียบเสมือนส่วนที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลและการจัดหลักสูตร โรงเรียน (School - Based Curriculum) นักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าก็ให้เน้นการเรียนรู้ในภาคที่เรียกว่า Formulation Part ก่อน แล้วจึงเรียน Foundation Part เพราะการเรียนรู้ภาคนี้กำหนดว่านักเรียนทุกคนจะต้องเรียนจนผ่านได้หมด สำหรับนักเรียนเก่งก็จะเสนอแนะหัวข้อเสริม นอกจากนั้นยังมีเวลาที่ว่างไว้ประมาณ 10-15 % ของเวลาเรียน ให้ครูสามารถสอนเพิ่มอย่างเสรี อาจเป็นการสอนซ่อมสำหรับนักเรียนปกติหรือสอนเพิ่มหรือทำกิจกรรมอื่น แต่เวลาดังกล่าวนี้นี้ไม่ใช่ภาคบังคับ

3. ทักษะคณิตศาสตร์ ได้มีการกำหนดทักษะพื้นฐาน 9 ทักษะในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 3.1 ทักษะการทำงานร่วมกันเป็นคณะ
- 3.2 ทักษะการสื่อสาร
- 3.3 ทักษะทางความคิดสร้างสรรค์
- 3.4 ทักษะการคิดแบบวิพากษ์วิจารณ์
- 3.5 ทักษะเทคโนโลยีสารสนเทศ
- 3.6 ทักษะทางตัวเลข
- 3.7 ทักษะการแก้ปัญหา
- 3.8 ทักษะการจัดการตัวเอง
- 3.9 ทักษะทางการเรียน

นอกจากนี้แล้วหลักสูตรยังเน้นด้านเจตคติและการเห็นคุณค่าของการศึกษาด้วย

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศสิงคโปร์ สิงคโปร์เป็นประเทศที่มีการพัฒนา

คณิตศาสตร์ตลอดมา การศึกษาของสิงคโปร์เป็นระบบรวมอำนาจที่ส่วนกลาง กระทรวงศึกษาธิการ เป็นผู้กำหนดและสั่งการ การเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ เป็นการริเริ่มที่กระทรวงศึกษาธิการ ตั้งแต่

ปี ค.ศ. 1990 สิงคโปร์ทบทวนหลักสูตร โดยให้เน้นการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์

(Mathematical Concepts) และเน้นให้ใช้แนวคิดในสถานการณ์การแก้ปัญหา นอกจากนี้หลักสูตร

ที่แก้ไขใหม่ยังเน้นในด้านการสร้างทักษะกระบวนการและเจตคติ มีการแยกนักเรียนตาม

ความสามารถ และมีหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ต่างกันตามที่นักเรียนเลือกเรียน เนื่องจาก

กระทรวงศึกษาธิการ เป็นผู้กำหนดหลักสูตร กำหนดมาตรฐาน จัดการสอบระดับชาติ ฯลฯ

หลักสูตรที่คาดหวังที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนดมา จึงเป็นหลักสูตรที่แข็งแกร่งที่รวมหลายแง่มุม

ไว้ด้วยกันและในการสอบของ TIMSS ปรากฏว่ากรอบโครงสร้างการประเมินผลของ TIMSS

กับหลักสูตรของสิงคโปร์สอดคล้องกันมาก

ในปี ค.ศ. 1992 มีการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์ โดยให้มี

การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นสำคัญของหลักสูตร แม้ว่าในการประเมินผลนานาชาติ TIMSS - 1995

นักเรียนสิงคโปร์จะมีคะแนนเป็นอันดับหนึ่ง แต่สิงคโปร์ก็ไม่หยุดการปรับปรุงเปลี่ยนแปลง

แต่คงมีการริเริ่มทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ตลอดเวลา ในปี ค.ศ. 1997 สิงคโปร์เริ่มปฏิรูปหลักสูตร

คณิตศาสตร์ใหม่อีกครั้ง ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงตามการริเริ่มทางการศึกษาของชาติในวิสัยทัศน์

Thinking School - A Learning Nation และการริเริ่มทางเทคโนโลยีสารสนเทศและตามเกณฑ์

การเข้ามหาวิทยาลัยที่ต้องมีงาน Project Work เป็นส่วนของการพิจารณา

กรอบเนื้อหาหลักในการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในสิงคโปร์ ประกอบด้วย

1. หลักสูตรลดเนื้อหา ในปี ค.ศ. 1999 สิงคโปร์มีการปฏิรูปหลักสูตรคณิตศาสตร์ หลักสูตรนี้อาจเรียกว่า “หลักสูตรลดเนื้อหา” (Reduced Content Mathematics Curriculum) เพื่อให้เวลาในการฝึกกระบวนการคิดมากขึ้น โดยจุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ ปี ค.ศ. 1999 ของสิงคโปร์ ระบุไว้ว่าโรงเรียนต้องจัดให้นักเรียนได้รับสิ่งต่อไปนี้

- 1.1 ได้รับและใช้ความรู้และทักษะที่เกี่ยวข้องกับจำนวน การวัด ปริภูมิในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่จะต้องพบในชีวิตจริงนอกโรงเรียน
- 1.2 ได้รับแนวคิดและทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับการศึกษาคือระดับสูงขึ้น ทั้งในวิชาคณิตศาสตร์และด้านอื่น
- 1.3 พัฒนาความสามารถในทางตรรกะ (Logic) และการอธิบายด้วยความเป็นเหตุเป็นผล และชี้นำด้วยเหตุผล สามารถอธิบายแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.4 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์เพื่อสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ และการสร้างข้อโต้แย้งอย่างถูกต้อง แม่นยำและสมเหตุสมผล
- 1.5 พัฒนาเจตคติทางบวกต่อคณิตศาสตร์ รวมทั้งมีความเชื่อมั่น ความพึงพอใจและความมานะบากบั่นในการทำคณิตศาสตร์
- 1.6 เข้าใจและเข้าถึงพลังและโครงสร้างของคณิตศาสตร์รวมทั้งแบบรูปความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์และเสริมสร้างความอยากรู้อยากเห็นเชิงสติปัญญา (Intellectual Curiosity) ให้เกิดขึ้นกับนักเรียน

2. สร้างสรรค์อย่างริเริ่ม ในปี ค.ศ. 2001 สิงคโปร์มีการทบทวนหลักสูตรอีกครั้ง แต่ครั้งนี้เป็นการเน้นย้ำการปฏิบัติตามแนวคิดของหลักสูตร ปี ค.ศ. 1999 โดยมีจุดเน้น “สอนให้นักเรียนคิดอย่างสร้างสรรค์และใช้ความรู้อย่างริเริ่ม” (Think Creatively and Apply Knowledge Innovatively) ผลการเปลี่ยนแปลงครั้งนี้ทำให้มีหนังสือเรียนใหม่เกิดขึ้นมากและเป็นหนังสือที่เน้นการแก้ปัญหาที่นักเรียนคิดวิธีแก้ปัญหเอง นอกจากนี้มีการริเริ่มการใช้ IT ซึ่งสิงคโปร์ต้องการให้นักเรียนทุกคนใช้คอมพิวเตอร์ตั้งแต่ยังเด็ก เพื่อเตรียมพร้อมสำหรับยุคใหม่ โดยให้นักเรียนใช้ IT ในการเรียนคณิตศาสตร์

3. สอนน้อยเรียนมาก ในปี ค.ศ. 2004 นายกรัฐมนตรีสิงคโปร์ ได้กล่าวปราศรัยในวาระชาติเน้นความสำคัญของการศึกษาและให้นโยบาย ให้โรงเรียนสอนให้น้อยลงเพื่อให้นักเรียนจะได้เรียนมากขึ้น เรียกปรัชญานี้ว่า Teach Less - Learn More ตามปรัชญานี้ครูได้รับการส่งเสริมไม่หอบอกนักเรียนทุกอย่าง แต่ให้ช่วยนักเรียนให้เรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานอย่างเข้าใจดีและให้ใช้

พื้นฐานในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง ปรัชญา Teach Less-Learn More ทำให้กระทรวงศึกษาธิการยึดหลักว่าต้องช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการคิดและนิสัยในการคิด ในปี ค.ศ. 2005 กระทรวงศึกษาธิการ ได้ตั้งเป้าหมายจะบ่มเพาะนักเรียนทุกคนให้เรียนรู้ให้ได้ กลยุทธ์ที่จะให้ได้ผลตามเป้าหมาย คือมีการลดขนาดชั้นเรียนตั้งแต่ชั้นปีที่ 1 ให้เหลือนักเรียน 30 คนต่อชั้น (จากเดิม 40 คนต่อชั้น) และครูได้รับการชี้แนะให้ใช้กลยุทธ์ที่แตกต่างกันหลายแบบเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ปี ค.ศ. 2007 สิงคโปร์ทบทวนหลักสูตรอีกครั้งเพื่อเน้นย้ำการริเริ่มต่าง ๆ ที่ได้ตั้งเป้าหมายไว้ว่าสามารถทำได้หรือไม่ เพียงใด เป็นต้นว่าการให้ครูลดการคำนวณที่ใช้การเขียนบนกระดานแต่ให้เน้นทักษะการคิดในใจ (Mental Computation) ให้คิดได้เหมือนกับที่มองเห็นบนกระดาน

จุดเน้นสำคัญของคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์ นั้นกล่าวโดยรวมนได้ว่าเป้าหมายต้องการที่จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาสมรรถนะที่ใช้ประโยชน์ในเศรษฐกิจของโลกที่มีความรู้และเทคโนโลยีเป็นฐานโดยกำหนดนโยบายไว้ดังนี้

1. เพื่อทำให้นักเรียนทุกคนมีฐานรากที่มั่นคงและกว้างขวางทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะสามารถพัฒนานิสัยของการคิดในเชิงตัวเลขและคณิตศาสตร์ให้เข้าใจและเข้าถึงบทบาทของคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน
 2. เพื่อทำให้นักเรียนที่มีความสามารถที่จะเรียนและมีความสนใจ ให้มีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในระดับลึก เพื่อเขาเหล่านั้นจะสามารถมีส่วนร่วมสร้างงานสาขาพิเศษในอนาคต
- คณิตศาสตร์ของสิงคโปร์ มีลักษณะที่สำคัญสรุปได้ดังนี้
1. การเรียนการสอนเริ่มตั้งแต่ประถมศึกษาปีที่ 1
 2. เป็นวิชาบังคับในหลักสูตรจนถึงระดับมัธยมศึกษา
 3. เป็นการวางแผนจากส่วนกลางแต่การใช้หลักสูตรอนุญาตให้มีความยืดหยุ่นได้บ้าง
 4. มีทางเลือกและมีวิชาเลือกในระดับที่สูงขึ้น

กรอบโครงสร้างคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์นั้นประกอบด้วยหลักสำคัญ 5 ประการคือ แนวคิดและเนื้อหา (Concepts) ทักษะคณิตศาสตร์ (Skill) กระบวนการ (Process) เจตคติ (Attitudes) และการตรวจทานการคิด (Meta - Cognition) ซึ่งมีรายละเอียดย่อยที่สำคัญดังนี้

1. แนวคิดและเนื้อหา (Concepts) ประกอบด้วย จำนวน (Numerical Concepts) เรขาคณิต (Geometrical Concepts) พีชคณิต (Algebraic Concepts) สถิติ (Statistical Concepts) ความน่าจะเป็น (Probabilistic Concepts)

2. ทักษะคณิตศาสตร์ (Skill) ประกอบด้วย การคำนวณและคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับจำนวน (Analytical Numerical Calculation) การจัดการทางพีชคณิต (Algebraic Manipulation) การนึกภาพหรือจินตนาการเชิงปริภูมิ (Spatial Visualization) การวิเคราะห์ข้อมูล (Data Analysis) การวัด (Measurement) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (Use of Mathematical Tools) การประมาณค่า (Estimation)

3. กระบวนการ (Process) ประกอบด้วย การใช้เหตุและผล การเชื่อมโยงและการสื่อสาร (Connection & Communication) ทักษะการคิด (Thinking Skills) และวิธีการแก้ปัญหาที่คิดได้เอง (Heuristics) การใช้คณิตศาสตร์และการสร้างตัวแบบ (Modeling)

4. เจตคติ (Attitudes) ประกอบด้วย ความเชื่อ ความสนใจ ความซาบซึ้ง ความมั่นใจ (ในคณิตศาสตร์) ความมานะบากบั่น (ในการทำคณิตศาสตร์)

5. การตรวจทานความคิด (Meta - Cognition) ประกอบด้วย การตรวจสอบการคิดของตนเอง การควบคุมวิธีการเรียนของตนเอง

วิธีการจัดการหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความแตกต่างกันนั้น ได้กำหนดหลักปฏิบัติไว้ดังนี้

1. เรียนร่วมสี่ปีแรก (ประถมศึกษาปีที่ 1 - 4)
 2. แยกเป็นสองสายในระยะต้น (ประถมศึกษาปีที่ 5 - 6)
 3. แยกสายเป็นสามวิชาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น [ใช้ชื่อวิชาว่า Express, Normal (Academic) และ Normal (Technical)]
 4. ในระดับก่อนมหาวิทยาลัยเรียนคณิตศาสตร์อีก 2 ปี หรือ 3 ปี โดยมีสามทางเลือก
ประมวลรายวิชา (Syllabuses) มีความแตกต่างกันที่จุดเน้น ความต้องการของผู้เรียนและความยืดหยุ่นภายในรายวิชา ได้แก่ประมวลรายวิชาต่าง ๆ ดังนี้
 1. ประมวลรายวิชาคณิตศาสตร์ร่วม (ประถมศึกษาปีที่ 1 - 4)
 2. ประมวลรายวิชาในระดับประถมศึกษา (ประถมศึกษาปีที่ 5 - 6)
 3. ประมวลรายวิชาในระดับมัธยมศึกษาตั้งแต่มัธยมศึกษาปีที่ 1 (S1-S4/ S5)
 4. คณิตศาสตร์เพิ่มเติมเป็นวิชาเลือกในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (S3-S4/ S5)
 5. อีกสามประมวลรายวิชาในระดับก่อนมหาวิทยาลัยอีก 2 หรือ 3 ปี
- เวลาเรียนคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์สิงคโปร์ มีรายละเอียดดังตารางที่ 4

ตารางที่ 5 เวลาเรียนคณิตศาสตร์

ระดับ	เวลาต่อสัปดาห์	ร้อยละเวลาเรียน	หมายเหตุ
ป. 1-4	3.5-5.5	20 %	ยืดหยุ่นได้
ป. 5-6	4.5-6.0	15 %	ต่างไปตามวิชาเลือก
S.1-4	2.5-4.5	-	ต่างไปตามสาย
+ วิชาเลือกเพิ่มเติม	2.0-2.5	-	
ระดับก่อนมหาวิทยาลัย	2.0-4.0	-	

คุณเจสำคัญของการสร้างหลักสูตรใหม่ของสิงคโปร์ มีประเด็นหลักที่น่าสนใจดังนี้

1. การเลือกเนื้อหาและวิธีสอน ได้ให้แนวปฏิบัติดังนี้

1.1 เลือกตามความต้องการและความสามารถของกลุ่มเป้าหมายและระดับ

1.2 การใช้คณิตศาสตร์ที่มีความหมายและบริบทของชาติ สิงคโปร์ต้องการ

ให้นักเรียนมีความรู้ในเรื่องของชาติ (National Education) มากขึ้น พยายามใส่บริบทของชาติลงในคณิตศาสตร์ด้วยเท่าที่โอกาสจะอำนวย

1.3 ความเชื่อมโยงและความต่อเนื่องภายในระดับ ข้ามระดับและเชื่อมโยงกับรายวิชาอื่น ๆ

1.4 ทำให้สามารถสอนให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ได้ภายในเวลาที่กำหนด

2. การวัดผล โรงเรียนสิงคโปร์มีการวัดผลและประเมินผลที่ประกอบด้วยการสอบและการวัดผลที่โรงเรียนและการสอบประเมินผลระดับชาติ

การสอบและการวัดผลที่โรงเรียนประกอบด้วย การสอบประจำในช่วงเวลาต่าง ๆ ตลอดปี (Formative) การสอบรวมตอนปลายปี (Summative) และการใช้เครื่องมือวัดผลต่าง ๆ หลายแบบ

การสอบระดับชาติ สิงคโปร์มีการสอบสาธารณะ (Public Examination) สำหรับการประเมินของชั้นปีที่ 6 ปีที่ 10 และปีที่ 12 นอกจากประเมินผลแล้วยังใช้เพื่อการคัดเลือกนักเรียนเข้าสายวิชาเพื่อรับประกาศนียบัตรและเพื่อการพิจารณาเข้ามหาวิทยาลัย

และนอกจากนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและตำราทั้งของไทยและของต่างประเทศ พบว่า การพัฒนาหลักสูตรมีรากเหง้าและพื้นฐานมาจากต่างประเทศ ซึ่งเห็นได้จากนักการศึกษาของไทยได้นำมาปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของตนเองโดยใช้กรอบความคิด

ในการพัฒนาหลักสูตรของนักพัฒนาหลักสูตรต่างประเทศเป็นฐานในการพัฒนา สำหรับการพัฒนา หลักสูตรการฝึกทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา ผู้วิจัยอาศัย แนวคิดในการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของโอลิวา (Oliva, 2005) ร่วมกับแนวคิดของนักพัฒนา หลักสูตรท่านอื่น ๆ เช่น ทาบา (Taba, 1962) เป็นกรอบแนวทางในการพัฒนาหลักสูตร ตาม องค์ประกอบในการพัฒนาหลักสูตรดังนี้

1. การกำหนดความต้องการของนักเรียนโดยทั่ว ๆ ไป
2. การกำหนดความต้องการของสังคม
3. ข้อความเกี่ยวกับจุดมุ่งหมายและปรัชญาการศึกษา รวมทั้งความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้
4. การกำหนดความต้องการของนักเรียนเฉพาะคน
5. การกำหนดความต้องการของชุมชนเฉพาะแห่ง
6. การกำหนดความต้องการของวิชา
7. การกำหนดเป้าหมายของหลักสูตร
8. การกำหนดจุดประสงค์ของหลักสูตร
9. การจัดและการนำหลักสูตรไปใช้
10. การกำหนดเป้าหมายของการสอน
11. การกำหนดจุดประสงค์ของการสอน
12. การเลือกกลยุทธ์
13. การเลือกเทคนิคการประเมินผลเบื้องต้น
14. การนำกลยุทธ์ไปใช้
15. การเลือกเทคนิคการประเมินผลขั้นสุดท้าย
16. การประเมินผลการสอน
17. การประเมินหลักสูตร

จากองค์ประกอบดังกล่าว ผู้วิจัยนำมาสังเคราะห์เป็นระยะของการพัฒนาหลักสูตรการฝึก ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา แบ่งเป็น 2 ระยะ ด้วยกันดังนี้

ระยะที่ 1 การพัฒนาหลักสูตร มี 2 ขั้นตอนย่อย คือ สร้างหลักสูตรและตรวจสอบคุณภาพ

ระยะที่ 2 การประเมินหลักสูตร มี 2 ขั้นตอนย่อย คือ การทดลองใช้และประเมิน

หลักสูตร



ภาพที่ 30 การพัฒนาหลักสูตรการฝึกทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา

ตอนที่ 7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

บราวน์, เกรดี้, แมทธิว, และวิลฮิต (Brauer, Grady, Matthew, & Wilhite, 1997

อ้างถึงใน พิชากร แปลงประสพโชค, 2540) ได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการประเมินผลโปรแกรมการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคล เพื่อเป็นการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาอุตสาหกรรม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาในชุมชนเมืองอัลลินอยล์ ผลการวิจัยพบว่า

1. โปรแกรมการฝึกนักเรียนเพื่อส่งเสริมทักษะทางสังคม การแก้ปัญหาความขัดแย้งของปัญหาและการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในระดับเกรด 4 ถึง 6 มีความเท่าเทียมกัน
2. กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน ทำให้นักเรียนมีความตื่นตัวในการฟัง การพูดคุยโต้ตอบกัน ได้ดีขึ้น และการพูดคุยระดับเสียงมีความเหมาะสม พฤติกรรมที่แสดงออกมีความเหมาะสมและนักเรียนเกิดความสุขในการเรียน
3. กิจกรรมการแก้ปัญหาในความขัดแย้ง และการศึกษาเอกสารของเด็กจะมีผลเกี่ยวข้องต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
4. การฝึกการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งสรุปเป็นกลุ่มได้ คือ การระดมสมอง การใช้คำถาม การสรุปโดยวาดภาพ การแยกเป็นอันดับ สามารถทำให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด วิจารณญาณเพิ่มขึ้น

5. การวัดผลการประเมินผลในการสร้างและประดิษฐ์ผลงาน ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน สามารถนำมาตรวจสอบพฤติกรรมทางสังคมได้อย่างเหมาะสม และจากการวิจัยพบว่าทักษะในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนเพิ่มขึ้น การพัฒนาทักษะระหว่างบุคคลเพิ่มขึ้นและการแก้ปัญหาในข้อขัดแย้งทางการเรียนของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้น

พิชากร แปลงประสพโชค (2540, หน้า 76 - 82) ได้พัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ได้หลักสูตร ที่เป็นหลักสูตรเสริม มีเนื้อหาและแนวคิดของเรขาคณิตก้าวไกลถึงระดับปริญญาตรี ได้ผ่านการพัฒนาดำเนินขั้นตอนการพัฒนา ประเมินได้ว่าบรรลุเป้าหมายและจุดมุ่งหมายของหลักสูตรที่เหมาะสมกับลักษณะและความต้องการของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ และมีรูปแบบพิเศษที่แตกต่างจากหลักสูตรปกติ เช่น การงวดหลักสูตร การใช้กิจกรรมสามเส้าของเรณูสุลิมลักษณ์ห้องเรียนไร้ชั้น เป็นห้องทรัพยากรความรู้ มีรูปแบบการสอนแตกต่างเช่นกันโดยครูเป็นผู้เื้อต่อการเรียนรู้และใช้การวัดผลแบบอิงเกณฑ์ นอกจากนี้ผลการทดลองภาคสนาม พบว่า ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติ ซึ่งใช้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจริง ปรากฏว่าเด็กนักเรียนเอาใจใส่ในกิจกรรมต่าง ๆ ผ่านคะแนนจุดตัดทุกคน และมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเพิ่มขึ้นอยู่ในเกณฑ์น่าพอใจ ค่า t ของคะแนนได้เพิ่มของแบบทดสอบประสิทธิภาพฉบับที่ 1 (ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น) และแบบทดสอบประสิทธิภาพฉบับที่ 2 (ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายและอุดมศึกษา) สูงถึง 9.97 และ 11.53 ตามลำดับ แสดงว่านักเรียนสามารถเรียนรู้ได้จริง สอดคล้องกับงานวิจัยว่านักเรียนปรับตัวได้เรียนรู้ได้ แต่ในด้านเจตคติพบว่านักเรียนมีคะแนนเจตคติต่ำลงอย่างมีนัยสำคัญ ($t = -3.5$) ทั้งนี้เนื่องมาจากเงื่อนไขของเวลาที่กำหนดให้ทำกิจกรรมที่เข้มงวดที่ส่งผลต่อเจตคติ

จินตยัฐ ละออปักยนิช (2550, หน้า 97 - 98) ได้พัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ผลการวิจัยพบว่า

1. หลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
2. หลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพด้านความสามารถด้านเนื้อหาด้วยความเชื่อมั่น 95%
3. หลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยความเชื่อมั่น 95%

4. นักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ด้วยความเชื่อมั่น 95%

5. นักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ด้วยความเชื่อมั่น 95%

กฤติกา ชิดชู (2550, หน้า 110-111) ได้พัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและ คอมบินาทอริกเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ระดับ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า

1. หลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

2. หลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพด้านความสามารถด้านเนื้อหา ด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 95

3. หลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพด้านความสามารถในการแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ ด้วยความเชื่อมั่นร้อยละ 95

4. หลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทำให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 16 คน มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ในระดับดี ทั้งสามด้าน ซึ่งได้แก่ ด้านความคิดยืดหยุ่น ด้านความคิดริเริ่ม และด้านความคิดละเอียดลออ

สรุปผลได้ว่าหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้น สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถด้านเนื้อหา ความสามารถในการแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ และมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ในระดับดี ทั้งในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ

ลาวัญย์ ทองมนต์ (2550, หน้า 162 - 163) ได้พัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ ด้วยการนำตนเองของผู้เรียนในระดับประถมศึกษา พบว่า หลักสูตรมีองค์ประกอบประกอบที่สำคัญ

7 องค์ประกอบ คือ ความสำคัญของการพัฒนาหลักสูตร หลักการ จุดมุ่งหมาย เนื้อหาวิชา กระบวนการจัดการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล ผลการประเมินด้าน ความพึงพอใจของผู้เกี่ยวข้อง ในภาพรวมอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน พบว่า ครูผู้เกี่ยวข้องมีความพึงพอใจด้านผู้วิจัย และด้านผู้เรียนในระดับมากที่สุด ด้านเอกสารหลักสูตร ครูผู้สอนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก ผลที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนสรุปได้ดังนี้

1. ผู้เรียนมีการพัฒนาคุณลักษณะด้านการเรียนรู้ด้วยการนำตนเอง โดยผลการทดสอบ ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการเรียนรู้ด้วยการนำตนเอง ของผู้เรียนหลังทดลอง ใช้หลักสูตรสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ จาก การทดสอบหลังการทดลองใช้หลักสูตร สูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สรุปผลได้ว่าหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยการนำตนเองของผู้เรียนใน ระดับประถมศึกษาที่พัฒนาขึ้นนี้ สามารถนำไปใช้พัฒนาคุณภาพผู้เรียนได้ทั้งนี้เนื่องจากผ่าน กระบวนการพัฒนาอย่างเป็นระบบและมีการตรวจสอบคุณภาพ จนส่งผลให้การพัฒนาผู้เรียน เป็นไปตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตรที่กำหนดไว้ทุกประการ