

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการนิยามค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์เพื่อใช้ในการศึกษาบนปริภูมิอิงระยะทางนั้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. สร้างค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ที่นิยามบนปริภูมิอิงระยะทาง
3. ศึกษาค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์บนปริภูมิอิงระยะทาง

ซึ่งในแต่ละขั้นตอน ผู้วิจัยได้สร้างข้อคาดเดา (Conjecture) ที่คาดว่าจะจริง และหาแนวทางในการพิสูจน์เพื่อแสดงว่าข้อคาดเดาเป็นจริง ในทางตรงกันข้าม หาด้อย่างค้านเพื่อแสดงว่าข้อคาดเดาไม่จริง

ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาจากเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ซึ่งได้อ้างอิงให้เห็นบางส่วน โดยแบ่งออกเป็น 2 หัวข้อสำคัญดังข้างล่างนี้

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์และสมบัติอื่น ๆ บนปริภูมิ

บานาค

- 1.1 (Bynum, 1980)
- 1.2 (Dhompongsa, Kaewkhao, & Tasena, 2003)
- 1.3 (Dhompongsa & Kaewkhao, 2006)
- 1.4 (García-Falset, Llorens-Fuster, & Mazcunan-Navarro, 2006)
- 1.5 (Gao & Lau, 1991)
- 1.6 (Goebel & Kirk, 1990)
- 1.7 (Kato, Maligranda, & Takahashi, 2001)
- 1.8 (Kirk, 2003)
- 1.9 (Mazcunan-Navarro, 2008)

งานวิจัยในหัวข้อนี้ ผู้วิจัยจะใช้ในการศึกษาค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ที่ได้นิยามบนปริภูมิบานาค ศึกษาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์กับสมบัติอื่น ๆ บนปริภูมิบานาค รวมทั้งศึกษาแนวทางการพิสูจน์ ทั้งนี้เพื่อผู้วิจัยจะใช้เป็นข้อคาดเดาในการศึกษาบน

ปฏิมิอิงระยะทางต่อไป

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปฏิมิอิงระยะทางและสมบัติต่าง ๆ บนปฏิมิอิงระยะทาง

- 2.1 (Bridson & Haefliger, 1999)
- 2.2 (Bucher & Karlsson, 2002)
- 2.3 (Khamsi, 1989)
- 2.4 (Khamsi & Kirk, 2001)
- 2.5 (Khamsi, Knaust, Nguyen, & O'Neill, 2001)
- 2.6 (Kirk, 1998, 2003, 2004, 2007)
- 2.7 (Kreyszig, 1989)
- 2.8 (Leustean, 2005, 2006)
- 2.9 (Shahzad & Markin, 2008)

งานวิจัยในหัวข้อนี้ ผู้วิจัยจะใช้ในการศึกษาปฏิมิอิงระยะทางต่าง ๆ ที่คาดว่าจะสามารถนำไปศึกษาค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ได้ และศึกษาสมบัติต่าง ๆ ที่นิยามไว้บนปฏิมิอิงระยะทาง ทั้งนี้เพื่อใช้ในการศึกษาหาความสัมพันธ์กับค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ต่อไป

สร้างค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ที่นิยามบนปฏิมิอิงระยะทาง

จากการศึกษาวิจัยเบื้องต้นเกี่ยวกับค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์และสมบัติต่าง ๆ พบว่าเป็นการยากที่จะนิยามค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์บนปฏิมิอิงระยะทาง เนื่องจากบนปฏิมิอิงระยะทางนั้น ไม่มีโครงสร้างทางพีชคณิต ดังนั้นผู้วิจัยจึงพิจารณาปฏิมิอิงระยะทางที่มีสมบัติเพิ่มเติม โดยเกิดข้อผิดพลาดต่าง ๆ เกี่ยวกับสมบัติที่ทำให้ค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์บนปฏิมิอิงระยะทางสามารถนิยามได้ และทำให้แจ่มชัด (Well-Defined) ดังนี้

1. สร้างค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์บนปฏิมิที่มีเส้นเชื่อมสำหรับทุก ๆ คู่ของสมาชิกในปฏิมิ
2. เส้นเชื่อมนั้นต้องมีเพียงเส้นเดียวที่เชื่อมแต่ละคู่ของสมาชิกในปฏิมิ
3. เมตริกบนปฏิมิอิงระยะทางนั้นจะต้องเป็นเมตริกคอนเวกซ์

ศึกษาค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์บนปฏิมิอิงระยะทาง

ในการศึกษาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ที่นิยามขึ้นบนปฏิมิอิงระยะทางนั้น

ผู้วิจัยจะแบ่งการศึกษาออกเป็น 3 ส่วนด้วยกัน ดังนี้

1. คำนวณหาค่าของค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์บนปฏิมิอิงระยะทางต่าง ๆ เช่น

1.1 ปฏิภูมิไฮเพอร์โบลิก

1.2 ปฏิภูมิ CAT(0)

กล่าวค่าของค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ที่คำนวณได้มีค่าไม่เกิน 2

2. หาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์กับสมบัติอื่น ๆ ที่นิยามบนปฏิภูมิอิงระยะทาง เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์กับมอดูลัสของความคอนเวกซ์ เป็นต้น

3. พิจารณาเงื่อนไขอื่น ๆ ที่สัมพันธ์กับค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ที่นิยามบนปฏิภูมิอิงระยะทาง