

ค่าคงที่จอร์แดนพอนนอยมันน์ในปริภูมิอิงระยะทางจีโอเดซิกเพียงตัวเดียวแบบไฮเพอร์โบลิก

อนันตชัย แปดเจริญ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

พฤษภาคม 2553

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ อนันตชัย แปกเจริญ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

.....
อรรถพล แก้วขาว

.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถพล แก้วขาว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....
ประธาน

.....ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูมิ คำแถม)

.....
อรรถพล แก้วขาว

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถพล แก้วขาว)

.....
อรรถพล แก้วขาว

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อำพล ธรรมเจริญ)

.....
อรรถพล แก้วขาว

.....กรรมการ

(ดร.อารีรักษ์ ชัยวร)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

.....
อรรถพล แก้วขาว

.....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อุษาวดี ดันตวรานุรักษ์)

วันที่...19...เดือน...พฤษภาคม...พ.ศ. 2553

การวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนและส่งเสริมวิทยานิพนธ์ ระดับปริญญาโทและปริญญาเอก

จากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2552

ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจากผู้ช่วยศาสตราจารย์
ดร.อรรถพล แก้วขาว อาจารย์ที่ปรึกษา ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางที่ถูกต้อง
ในการศึกษาค้นคว้า ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วยความ
ละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอ
กราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ ดร.อังคณา บุญศิริ อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาและช่วยเหลือในหลาย ๆ ด้าน

ขอขอบพระคุณ ดร.สาธิต เลิศประไพ อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ ที่ให้การช่วยเหลือที่ดีเสมอมา

เนื่องจกงานวิจัยครั้งนี้ส่วนหนึ่งได้รับทุนอุดหนุนและส่งเสริมการวิจัยของ
บัณฑิตวิทยาลัย จึงขอขอบพระคุณ บัณฑิตวิทยาลัยมา ณ ที่นี้ด้วย

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูแด่
บุพการี บุรพจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษา
และประสบความสำเร็จมาจนตราบนานเท่านาน

อนันตชัย แปดเจริญ

51911961: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์; วท.ม. (คณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: ค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์/ ปริภูมิอิงระยะทาง/ ปริภูมิไฮเพอร์โบลิก

ปริภูมิ CAT(0)/ มอดูลัสของความคอนเวกซ์

อนันตชัย แผลเจริญ: ค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์ในปริภูมิอิงระยะทาง

(THE JORDAN VON-NEUMANN CONSTANT IN METRIC SPACES)

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: อรรถพล แก้วขาว, วท.ด. 33 หน้า, ปี พ.ศ. 2552.

ค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์สำหรับปริภูมิอิงระยะทางจีโอเดซิกเพียงตัวเดียวแบบไฮเพอร์โบลิก X โดยที่ $\text{card}(X) \geq 2$ นิยามดังนี้

สำหรับ $x \in X$

$$C_{NJ}^d(x) = \sup \left\{ \frac{d(y_1, y_2)^2 + 4d(x, y_0)^2}{2(d(x, y_1)^2 + d(x, y_2)^2)} : y_1, y_2 \in X, y_0 = m[y_1, y_2] \text{ และ } (x, x) \neq (y_1, y_2) \right\}$$

โดยที่ y_0 เป็นจุดกึ่งกลางของเซกเมนต์ $[y_1, y_2]$ และ

$$C_{NJ}^d(X) = \sup \{ C_{NJ}^d(x) : x \in X \}$$

สำหรับปริภูมิอิงระยะทางจีโอเดซิกเพียงตัวเดียวแบบไฮเพอร์โบลิก (X, d) โดยที่ $\text{card}(X) \geq 2$ จะได้ว่า $1 \leq C_{NJ}^d(X) \leq 2$ โดยเฉพาะเมื่อ X เป็นปริภูมิ CAT(0) จะได้ว่า $C_{NJ}^d(X) = 1$ อีกทั้งได้ศึกษาความสัมพันธ์บางประการระหว่างค่าคงที่จอร์แดนฟอนนอยมันน์กับเงื่อนไขทางเรขาคณิตอื่น ๆ บนปริภูมิอิงระยะทาง

51911961: MAJOR: MATHEMATICS; M.Sc. (MATHEMATICS)

KEYWORDS: JORDAN VON-NEUMANN CONSTANT/ METRIC SPACES/

HYPERBOLIC SPACES/ CAT(0) SPACES/ MODULUS OF CONVEXITY

ANANTACHAI PADCHAROEN: THE JORDAN VON-NEUMANN CONSTANT IN
METRIC SPACES. ADVISORY COMMITTEE: ATTAPOL KAEWKHAO, Ph.D. 33 P. 2008.

The Jordan Von-Neumann constant for unique geodesic metric space of hyperbolic type with $\text{card}(X) \geq 2$ is defined by, for each $x \in X$,

$$C_{NJ}^d(x) = \sup \left\{ \frac{d(y_1, y_2)^2 + 4d(x, y_0)^2}{2(d(x, y_1)^2 + d(x, y_2)^2)} : y_1, y_2 \in X, y_0 = m[y_1, y_2] \text{ and } (x, x) \neq (y_1, y_2) \right\},$$

where y_0 is the midpoint of the segment $[y_1, y_2]$ and

$$C_{NJ}^d(X) = \sup \{ C_{NJ}^d(x) : x \in X \}.$$

For a unique geodesic metric space of hyperbolic type with $\text{card}(X) \geq 2$. This did shown that $C_{NJ}^d(X) = 1$ when X is a CAT(0) space. In addition, the researcher studied some relationship between the Jordan Von-Neumann constant and other geometric conditions on metric spaces.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
บทที่	
1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย	2
ขอบเขตของการวิจัย	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
ความรู้พื้นฐาน	4
ทฤษฎีบทจุดตรึงบนปริภูมิบานาค	9
ทฤษฎีบทจุดตรึงบนปริภูมิอิงระยะทาง	11
3 วิธีดำเนินการวิจัย	14
ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	14
สร้างค่าคงที่จอร์แดนพอนนอยมันน์ที่นิยามบนปริภูมิอิงระยะทาง	15
ศึกษาค่าคงที่จอร์แดนพอนนอยมันน์บนปริภูมิอิงระยะทาง	15
4 ผลการวิจัย	17
ค่าคงที่จอร์แดนพอนนอยมันน์บนปริภูมิอิงระยะทาง	17
ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่จอร์แดนพอนนอยมันน์กับสมบัติอื่น ๆ	22
5 สรุปและอภิปรายผล	29
แนวทางในการทำวิจัยต่อ	30
บรรณานุกรม	31
ประวัติย่อของผู้วิจัย	33