

## บทที่ 5 สรุปและอภิปรายผล

การแก้ปัญหาสมการค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ไม่เชิงเส้น, อันดับสูง) โดยวิธีของเทย์เลอร์ อันดับ 4 ในการแก้ปัญหาค่าเริ่มต้นและใช้วิธีของบรอยเดนในการปรับค่าเริ่มต้นให้สอดคล้องกับปัญหาค่าขอบ ผู้วิจัยมุ่งศึกษาการจำแนกประเภทของปัญหาที่สามารถใช้วิธีแก้ปัญหาค่าขอบแบบค่าของปรกติหรือแบบสมการค่าขอบ เพื่อให้ได้วิธีการแก้ปัญหาค่าขอบที่มีประสิทธิภาพและใช้แรงงานน้อยในการคำนวณ

### สรุปและอภิปรายผลการวิเคราะห์

ประเภทของปัญหาที่สามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาค่าขอบแบบค่าของปรกติและแบบสมการค่าขอบ ดังนี้

1. ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่อยู่ในแบบเชิงเส้น เงื่อนไขค่าขอบที่อยู่ในแบบปัญหาค่าขอบปรกติสามารถใช้ขั้นตอนระเบียบวิธีของบรอยเดนแก้ปัญหาค่าขอบได้โดยตรง
2. ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่อยู่ในแบบเชิงเส้น เงื่อนไขค่าขอบที่อยู่ในแบบปัญหาสมการค่าขอบ โดยที่สมการค่าขอบอยู่ในแบบเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้น เราสามารถปรับปัญหาค่าขอบให้อยู่ในรูป  $g(y(t_0), y(t_f)) = 0$  ให้เป็นส่วนหนึ่งของฟังก์ชันแล้วสามารถใช้ขั้นตอนระเบียบวิธีของบรอยเดนแก้ปัญหาค่าขอบได้โดยตรง
3. ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่อยู่ในแบบไม่เชิงเส้น เงื่อนไขค่าขอบที่อยู่ในแบบปัญหาค่าขอบปรกติสามารถใช้ขั้นตอนระเบียบวิธีของบรอยเดนแก้ปัญหาค่าขอบได้โดยตรง
4. ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่อยู่ในแบบไม่เชิงเส้น เงื่อนไขค่าขอบที่อยู่ในแบบปัญหาสมการค่าขอบ โดยที่สมการค่าขอบแบบเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้น ไม่สามารถใช้ขั้นตอนระเบียบวิธีของบรอยเดนแก้ปัญหาค่าขอบได้ จึงต้องแยกเป็น 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกแก้ปัญหาค่าขอบให้เป็นปัญหาค่าขอบปรกติแล้วใช้ขั้นตอนระเบียบวิธีของบรอยเดนแก้ปัญหาค่าขอบต่อไป

ตารางที่ 3 สรุปการใช้ขั้นตอนวิธีของบรอยเดนที่แก้สมการได้ในคราวเดียว

	แบบเชิงเส้น	แบบไม่เชิงเส้น
ค่าขอบปรกติ	ทำได้	ทำได้
สมการค่าขอบ	ทำได้	ทำไม่ได้

**หมายเหตุ**

จากการศึกษาการแก้ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ ผู้วิจัยได้ทดสอบวิธีของเทย์เลอร์ อันดับ 4 และวิธีของรุงง-คุตตา อันดับ 4 ในแก้ปัญหาค่าเริ่มต้น ได้ทดสอบเปรียบเทียบแล้วได้ข้อสรุปว่าค่าความคลาดเคลื่อนทั้งสองวิธีนั้นเท่ากัน สำหรับในการเขียนโปรแกรมวิชารุงง-คุตตา ค่อนข้างยากเมื่อสมการเชิงอนุพันธ์นั้นมีอันดับสูงเพราะต้องแปลงสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสูงให้มาเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งเสียก่อนโดยเพิ่มตัวแปร ทำให้จำนวนตัวแปรมากและสมการเชิงอนุพันธ์เป็นฟังก์ชันค่าแวกเตอร์ทำให้การหาค่าในวิธีรุงง-คุตตา ยุ่งยากมาก ผู้วิจัยเลือกวิธีของเทย์เลอร์ เพื่อแสดงให้เห็นว่าวิธีของเทย์เลอร์สามารถที่จะแก้ปัญหาค่าเริ่มต้นของระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ไม่เชิงเส้น , อันดับสูง) ได้และในการเขียนโปรแกรมง่ายกว่าวิธีรุงง-คุตตา

**ข้อเสนอแนะ**

การทดสอบการแก้ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ ในกรณีที่สมการเชิงอนุพันธ์อยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นและเงื่อนไขค่าขอบอยู่ในแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น จะต้องทำการแก้ปัญหาสมการค่าขอบให้เป็นปัญหาค่าขอบปรกติเสียก่อน ผู้วิจัยมีแนวความคิดว่าถ้าต้องการแก้ปัญหาได้ครั้งเดียววิธีของนิวตันน่าจะนำมาใช้ได้