บทที่ 4

ผลการวิจัย

การศึกษาวิจัยการแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นที่มีความลึกต่าง ๆ ด้วยการไหลแบบเอกรูปนี้ จะมุ่งเน้นศึกษาเฉพาะคลื่นปฐมภูมิเท่านั้น จากการวิจัยที่ผ่านมาจะพบว่า คลื่นปฐมภูมิ (η_{00}) ดังกล่าวนี้จะถูกควบคุมโดยสมการ (3.71) ซึ่งเป็นสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปร ซึ่งเขียนอยู่ในรูป

$$2S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\eta_{00X}+\frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\eta_{00}\eta_{00\xi}+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{00\xi\xi\xi}=0 \quad (4.1)$$

ก่อนที่เราจะดำเนินการหาผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิจากสมการข้างต้น เราจะต้องพิจารณากฎทรงโมเมนตัมของคลื่นปฐมภูมิเสียก่อน โดยใช้สมการ (4.1) ร่วมกับสมการ (3.92) ซึ่งเขียนอยู่ในรูป

$$2S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\eta_{01X}+\frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\left(\eta_{00}\eta_{01}\right)_\xi+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{01\xi\xi\xi}$$
$$=-2D^{1/4}\left[\left(U_0D^{-5/4}+D^{1/4}\right)\eta_{00}\right]_Y \quad (4.2)$$

นำสมการ (4.1) มาคูณด้วย η_{01} จะได้ว่า

$$2S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\eta_{01}\eta_{00X}+\frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\eta_{00}\eta_{01}\eta_{00\xi}+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{01}\eta_{00\xi\xi\xi}$$
$$=0 \quad (4.3)$$

นำสมการ (4.2) มาคูณด้วย η_{00} จะได้ว่า

$$2S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\eta_{00}\eta_{01X}+\frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\eta_{00}\left(\eta_{00}\eta_{01}\right)_\xi+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{00}\eta_{01\xi\xi\xi}$$
$$=-2D^{1/4}\eta_{00}\left[\left(U_0D^{-5/4}+D^{1/4}\right)\eta_{00}\right]_Y \quad (4.4)$$

นำสมการ (4.3) มารวมกับสมการ (4.4) จะได้ว่า

$$2S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\left(\eta_{00}\eta_{01}\right)_X+\frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\left(\eta_{00}{}^2\eta_{01}\right)_\xi+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}$$
$$\left(\eta_{00\xi\xi}\eta_{01}+\eta_{00}\eta_{01\xi\xi}-\eta_{00\xi}\eta_{01\xi}\right)_\xi+2D^{1/4}\eta_{00}\left[\left(U_0D^{-5/4}+D^{1/4}\right)\eta_{00}\right]_Y$$
$$=0 \quad (4.5)$$

นำสมการ (4.5) มาคูณด้วย $\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D\sqrt{D}}$ จะได้ว่า

$$2S\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\left(\eta_{00}\eta_{01}\right)_X+\frac{3}{D}\left(\eta_{00}{}^2\eta_{01}\right)_\xi+\frac{D^4}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}\left(\eta_{00\xi\xi}\eta_{01}\right.$$
$$\left.+\eta_{00}\eta_{01\xi\xi}-\eta_{00\xi}\eta_{01\xi}\right)_\xi+\left[\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\eta_{00}{}^2\right]_Y=0 \qquad (4.6)$$

จะเห็นว่า สมการ (4.6) เป็นกฎทรงโมเมนตัมของคลื่นปฐมภูมิ เราจะหาปริพันธ์สมการ (4.6) เทียบกับ ξ และสมมุติให้คลื่นสลายตัวที่อนันต์ นั่นคือ $\eta_{00}\to 0$ ขณะที่ $\xi\to\pm\infty$ จะได้ว่า

$$2S\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\frac{\partial}{\partial X}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\left(\eta_{00}\eta_{01}\right)d\xi\right]+\frac{\partial}{\partial Y}\left[\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{00}{}^2d\xi\right]=0 \qquad (4.7)$$

เนื่องจากทั้งสองพจน์ทางซ้ายมือของสมการ (4.7) อยู่ในรูปแบบไดเวอร์เจนซ์ ดังนั้น ทั้งสองพจน์นี้จะเป็นพจน์อนุรักษ์

เราจะอธิบายสมการ (4.7) โดยการพิจารณาสมการ (4.1) ซึ่งถูกคูณด้วย η_{00} ดังนี้

$$2S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\eta_{00}\eta_{00X}+\frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\eta_{00}{}^2\eta_{00\xi}+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{00}\eta_{00\xi\xi\xi}=0$$

สมการข้างต้นจะสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\left(\eta_{00}{}^2\right)_X+\frac{\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\left(\eta_{00}{}^3\right)_\xi$$
$$+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}\left[\left(\eta_{00}\eta_{00\xi\xi}\right)_\xi-\frac{1}{2}\left(\eta_{00\xi}{}^2\right)_\xi\right]=0 \qquad (4.8)$$

หาปริพันธ์สมการ (4.8) เทียบกับ ξ และสมมุติให้คลื่นสลายตัวที่อนันต์ นั่นคือ $\eta_{00}\to 0$ ขณะที่ $\xi\to\pm\infty$ จะได้ว่า

$$S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)\frac{\partial}{\partial X}\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{00}{}^2d\xi=0$$

ดังนั้น

$$\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{00}{}^2d\xi=F(Y) \qquad (4.9)$$

แทนค่าสมการ (4.9) ลงในสมการ (4.7) และหาปริพันธ์สมการ (4.7) เทียบกับ X จะได้ว่า

$$\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{00}\eta_{01}d\xi\propto X \qquad (4.10)$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เนื่องจากทั้งสองพจน์นี้เป็นพจน์อนุรักษ์ ดังนั้นทั้งสองพจน์นี้ควรจะเท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial}{\partial Y}\left[\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{00}{}^2 d\xi\right]=0 \tag{4.11}$$

นั่นคือ

$$\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\int_{-\infty}^{\infty}\eta_{00}{}^2 d\xi = \text{ค่าคงตัว} \tag{4.12}$$

เป็นการอนุรักษ์โมเมนตัมแบบอ้างเหตุผลของคลื่นปฐมภูมิ และพบว่า เมื่อน้ำไม่มีการไหล $(U_0=0)$ จะได้ผลลัพธ์ที่เป็นการอนุรักษ์โมเมนตัมแบบอ้างเหตุผลของคลื่นปฐมภูมิเช่นเดียวกับ Johnson (1994)

เนื่องจากสมการ (4.1) เป็นสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นตัวแปร ดังนั้น ผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิจะสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\eta_{00}=A(Y)f\left[B(Y)\xi, C(Y)X\right] \tag{4.13}$$

เมื่อ A, B และ C จะถูกกำหนดโดยการแทนค่าลงในสมการ (4.1) นอกจากนี้ ผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิดังกล่าวยังต้องสอดคล้องกับกฎทรงโมเมนตัม (สมการ (4.12)) ด้วย

ต่อไปเราจะดำเนินการหาค่า A, B และ C โดยการแทนค่าสมการ (4.13) ลงในสมการ (4.1) จะได้ว่า

$$2S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)Cf_\chi+\frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}ABff_\varsigma+\frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}B^3f_{\varsigma\varsigma\varsigma}=0 \tag{4.14}$$

เมื่อ $\varsigma=B(Y)\xi$ และ $\chi=C(Y)X$

สมการ (4.14) จะกลายเป็นสมการ KdV ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว ถ้าเรากำหนดให้

$$S\left(\frac{U_0+D\sqrt{D}}{D}\right)C=\frac{\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}AB=\frac{D^5\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}B^3 \tag{4.15}$$

แทนค่าสมการ (4.13) ลงในสมการ (4.12) จะได้ว่า

$$\frac{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\int_{-\infty}^{\infty}A^2f^2(B\xi, CX)d\xi = \text{ค่าคงตัว} \tag{4.16}$$

เราต้องการให้ความเร็วในการแผ่ขยายของคลื่นปฐมภูมิเป็นค่าคงตัว (c) ในปริภูมิ (ξ, X) เพื่อให้การกระจายเชิงเส้นกำกับของคลื่นประกอบต่าง ๆ เป็นแบบเอกรูป

ดังนั้น ผลเฉลยของสมการ KdV ของคลื่นปฐมภูมิที่มีการแผ่ขยายไปทางขวาด้วยความเร็วคงตัว c จะสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\eta_{00}=Af(\varsigma-c\chi)=Af(\tau)$$

สมการ (4.16) จะกลายเป็น

$$\frac{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\frac{A^2}{B}\int_{-\infty}^{\infty} f^2(\tau)d\tau = \text{ค่าคงตัว} \tag{4.17}$$

นั่นแสดงว่า

$$\frac{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^2}{D^2\sqrt{D}}\frac{A^2}{B} = \text{ค่าคงตัว} \tag{4.18}$$

เนื่องจากที่ความลึกคงตัว $D = 1$ จะพบว่า

$$\left(U_0 + 1\right)^2 = \text{ค่าคงตัว} \tag{4.19}$$

แทนค่าสมการ (4.19) ลงในสมการ (4.18) จะได้ว่า

$$B = \frac{1}{D^2\sqrt{D}}\frac{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^2}{\left(U_0 + 1\right)^2}A^2 \tag{4.20}$$

เราจะกลับมาพิจารณาผลเฉลยของสมการ KdV ของคลื่นปฐมภูมิที่มีการแผ่ขยายไปทางขวาด้วยความเร็วคงตัว c ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\eta_{00} = Af\left(B\xi - cCX\right) \tag{4.21}$$

เพื่อความสะดวกเราจะเลือกกรณีที่ $B = C$ ดังนั้นสมการ (4.21) จะกลายเป็น

$$\eta_{00} = Af\left[B\left(\xi - cX\right)\right] \tag{4.22}$$

จากสมการ (4.15) จะได้ว่า

$$A = \frac{D^5}{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^2}B^2 \tag{4.23}$$

แทนค่าสมการ (4.20) ลงในสมการ (4.23) จะได้ว่า

$$A = \left[\frac{\left(U_0 + 1\right)^4}{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^2}\right]^{1/3} \tag{4.24}$$

แทนค่าสมการ (4.24) ลงในสมการ (4.20) จะได้ว่า

$$B = \frac{1}{D^2\sqrt{D}}\left[\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^2\left(U_0 + 1\right)^2\right]^{1/3} \tag{4.25}$$

แทนค่าสมการ (4.24) และสมการ (4.25) ลงในสมการ (4.15) จะได้ว่า

$$S = D\sqrt{D}\left[\frac{\left(U_0 + 1\right)^4}{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^8}\right]^{1/3} \tag{4.26}$$

แทนค่าสมการ (4.26) ลงในสมการ (4.1) จะได้ว่า

$$2\sqrt{D}\left[\frac{\left(U_0 + 1\right)^4}{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^5}\right]^{1/3}\eta_{00X} + \frac{3\sqrt{D}}{\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)}\eta_{00}\eta_{00\xi} + \frac{D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0 + D\sqrt{D}\right)^3}\eta_{00\xi\xi\xi} = 0 \tag{4.27}$$

เนื่องจากเราสมมุติให้ผลเฉลยของสมการ KdV ของคลื่นปฐมภูมิที่มีการแผ่ขยายไปทางขวาด้วยความเร็วคงตัว c (สมการ (4.27)) อยู่ในรูป

$$\eta_{00}(X,Y,\xi) = A(Y)f\left[B(Y)(\xi - cX)\right] \tag{4.28}$$

ให้ $Z = B(\xi - cX)$ ดังนั้น

$$\eta_{00}(X,Y,\xi) = Af(Z) \tag{4.29}$$

แทนค่าสมการ (4.29) ลงในสมการ (4.27) จะได้ว่า

$$-2cAB\sqrt{D}\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^5}\right]^{1/3} f' + \frac{3A^2B\sqrt{D}}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)} ff' + \frac{AB^3D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3} f''' = 0 \tag{4.30}$$

เมื่อ f' หมายถึง df/dZ หาปริพันธ์สมการ (4.30) เทียบกับ Z จะได้ว่า

$$-2cB\sqrt{D}\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^5}\right]^{1/3} (Af) + \frac{3B\sqrt{D}}{2\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}(Af)^2 + \frac{B^3D^5\sqrt{D}}{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}(Af'')$$
$$= a \tag{4.31}$$

เมื่อ a เป็นค่าคงตัวในการหาปริพันธ์ ต่อไปคูณสมการ (4.31) ด้วย Af' แล้วหาปริพันธ์เทียบกับ Z อีกครั้งหนึ่ง จะได้ว่า

$$-cB\sqrt{D}\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^5}\right]^{1/3} (Af)^2 + \frac{B\sqrt{D}}{2\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}(Af)^3 + \frac{B^3D^5\sqrt{D}}{6\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}(Af')^2$$
$$= aAf + b \tag{4.32}$$

เมื่อ b เป็นค่าคงตัวในการหาปริพันธ์

เนื่องจากคลื่นปฐมภูมิจะสลายตัวที่อนันต์ นั่นแสดงว่า Af , Af_ξ และ $Af_{\xi\xi}$ เข้าใกล้ศูนย์ขณะที่ $\xi \to \pm\infty$ จากสมการ (4.31) และสมการ (4.32) จะได้ว่า

$$a = b = 0$$

ดังนั้น สมการ (4.32) จะกลายเป็น

$$-cB\sqrt{D}\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^5}\right]^{1/3} (Af)^2 + \frac{B\sqrt{D}}{2\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}(Af)^3 + \frac{B^3D^5\sqrt{D}}{6\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^3}(Af')^2$$
$$= 0 \tag{4.33}$$

เราสามารถจัดสมการ (4.33) ให้อยู่ในรูป

$$\left[\frac{d(Af)}{dZ}\right]^2 = \frac{3\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}{B^2D^4}(Af)^2\left\{\frac{2c}{D}\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}\right]^{1/3} - \frac{Af}{D}\right\} \tag{4.34}$$

ให้ $w = Af(Z)$ ดังนั้นสมการ (4.34) จะกลายเป็น

$$\frac{dw}{w\sqrt{2c\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{2/3}-w}}=\frac{\sqrt{3}\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}{BD^2\sqrt{D}}dZ \tag{4.35}$$

หาปริพันธ์สมการ (4.35) ทั้งสองข้าง จะได้ว่า

$$\int_{w_0}^{w}\frac{dw'}{w'\sqrt{2c\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{2/3}-w'}}=\int_{Z_0}^{Z}\frac{\sqrt{3}\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}{BD^2\sqrt{D}}dZ' \tag{4.36}$$

หาปริพันธ์ทางซ้ายมือของสมการ (4.36) ได้โดยการแทน

$$w'=2c\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{2/3}\operatorname{sech}^2 v \tag{4.37}$$

ในพจน์ของตัวแปร v จะได้ว่า

$$\sqrt{2c\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{2/3}-w'}=\sqrt{2c}\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{1/3}\tanh v \tag{4.38}$$

และ

$$dw'=-4c\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{2/3}\frac{\sinh v}{\cosh^3 v}dv \tag{4.39}$$

ส่วนค่า w_0 และ w จะเปลี่ยนเป็น

$$v_0=\operatorname{sech}^{-1}\frac{\sqrt{w_0}}{\sqrt{2c}\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{1/3}} \quad \text{และ} \quad v_1=\operatorname{sech}^{-1}\frac{\sqrt{w}}{\sqrt{2c}\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{1/3}} \tag{4.40}$$

แทนค่าสมการ (4.37) – สมการ (4.40) ลงในสมการ (4.36) จะได้ว่า

$$v_1-v_0=-\sqrt{\frac{3c}{2}}\frac{\left[\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2(U_0+1)^2\right]^{1/3}}{BD^2\sqrt{D}}(Z-Z_0) \tag{4.41}$$

ใช้สมการ (4.40) เพื่อแปลงกลับไปสู่ฟังก์ชัน w ดังเดิม จะได้ผลเฉลยที่อยู่ในรูป

$$w=2c\left[\frac{(U_0+1)^2}{(U_0+D\sqrt{D})}\right]^{2/3}\operatorname{sech}^2\left\{\sqrt{\frac{3c}{2}}\frac{\left[\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2(U_0+1)^2\right]^{1/3}}{BD^2\sqrt{D}}(Z-Z_0)-v_0\right\}$$

เราจะเลือกให้ $v_0=Z_0=0$ เพื่อให้ w มีค่าสูงสุดที่จุด $X=0$ ดังนั้น เราจะได้ผลเฉลยที่อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นคือ

$$w = 2c\left[\frac{(U_0+1)^2}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)}\right]^{2/3}\operatorname{sech}^2\left\{\sqrt{\frac{3c}{2}\frac{\left[\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2(U_0+1)^2\right]^{1/3}}{BD^2\sqrt{D}}}Z\right\}$$

ดังนั้น ผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิจะอยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$\eta_{00}(X,Y,\xi) = 2c\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}\right]^{1/3}\operatorname{sech}^2\left\{\sqrt{\frac{3c}{2}\frac{\left[\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2(U_0+1)^2\right]^{1/3}}{D^2\sqrt{D}}}(\xi - cX)\right\}$$

ถ้าน้ำมีความลึกคงตัวและไม่มีการไหล นั่นแสดงว่า $U_0 = 0$ และ $D = 1$ จะได้ผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิที่อยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$\eta_{00}(X,Y,\xi) = A_0\operatorname{sech}^2\left[\frac{\sqrt{3A_0}}{2}(\xi - cX)\right]$$

เมื่อ $A_0 = 2c$ เป็นแอมพลิจูดของคลื่นปฐมภูมิที่ความลึกคงตัวและการไหลยังไม่เกิดขึ้น ถ้าน้ำไม่มีการไหล นั่นคือ $U_0 = 0$ จะได้ผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิที่อยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$\eta_{00}(X,Y,\xi) = A_0 D^{-1}\operatorname{sech}^2\left\{\frac{\sqrt{3A_0}}{2}D^{-3/2}(\xi - cX)\right\}$$

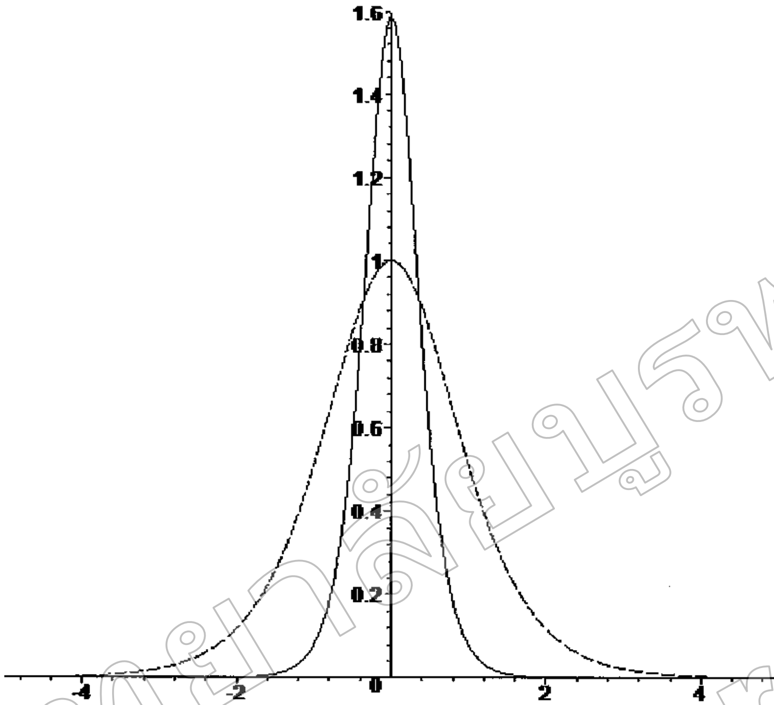
เป็นผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิเช่นเดียวกับ Johnson (1994) ดังนั้น ผลเฉลยของคลื่นปฐมภูมิในการศึกษาวิจัยนี้จะสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\eta_{00}(X,Y,\xi) = A_0\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}\right]^{1/3}\operatorname{sech}^2\left\{\frac{\sqrt{3A_0}}{2}\frac{\left[\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2(U_0+1)^2\right]^{1/3}}{D^2\sqrt{D}}(\xi - cX)\right\}$$

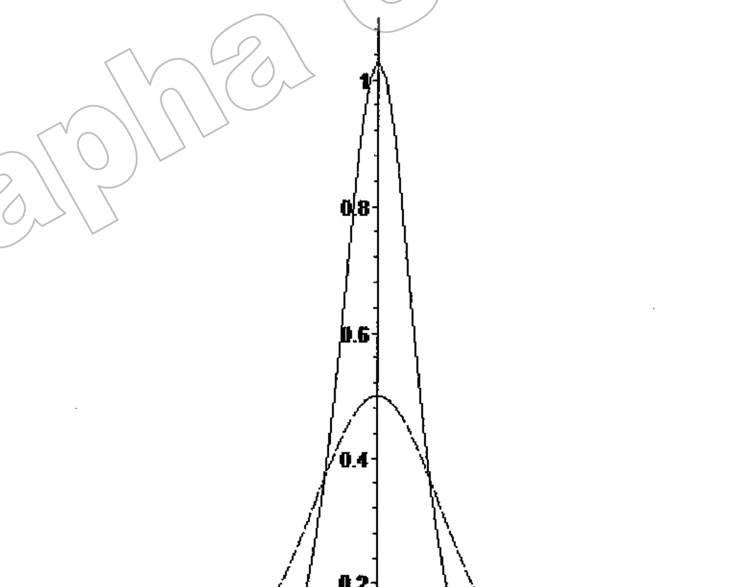
จะเห็นว่า คลื่นปฐมภูมิในการศึกษาวิจัยนี้จะมีแอมพลิจูดเป็น

$$A_0\left[\frac{(U_0+1)^4}{\left(U_0+D\sqrt{D}\right)^2}\right]^{1/3}$$

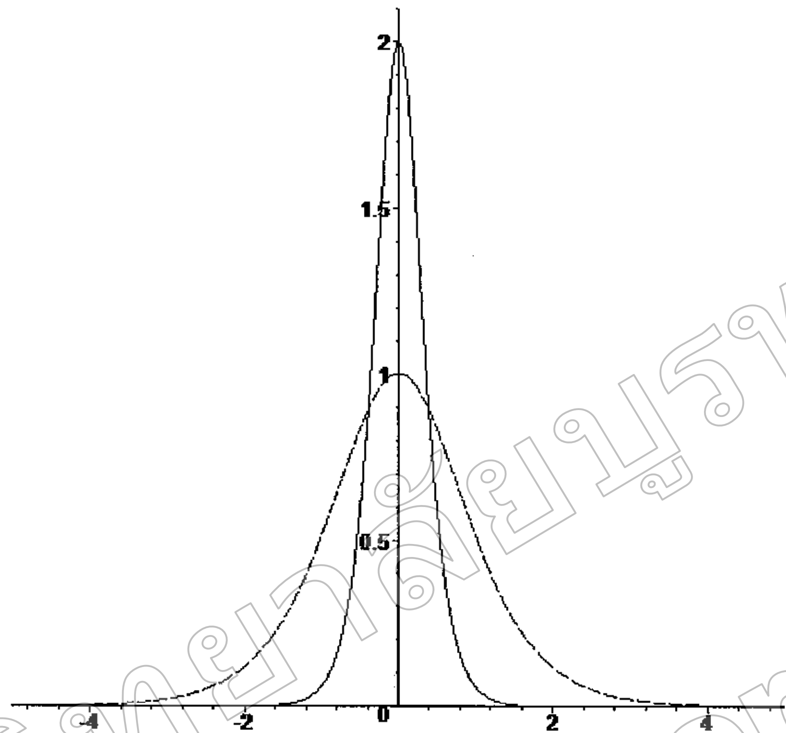
จะพบว่า คลื่นปฐมภูมิที่มีการแผ่ขยายไปทางขวาที่ความลึกคงตัวด้วยการไหลแบบเอกรูปนั้น เมื่อ U_0 มีค่าเพิ่มขึ้น คลื่นปฐมภูมิจะมีแอมพลิจูดสูงขึ้น แต่ในขณะเดียวกัน ความกว้างของคลื่นปฐมภูมิจะลดลง ดังแสดงในภาพที่ 2 และภาพที่ 3 ส่วนคลื่นปฐมภูมิที่มีการแผ่ขยายไปทางขวาที่ความลึกต่าง ๆ ด้วยการไหลแบบเอกรูปนั้น เมื่อความลึกลดลง คลื่นปฐมภูมิจะมีแอมพลิจูดสูงขึ้น แต่ในขณะเดียวกัน ความกว้างของคลื่นปฐมภูมิจะลดลง ดังแสดงในภาพที่ 4 และภาพที่ 5



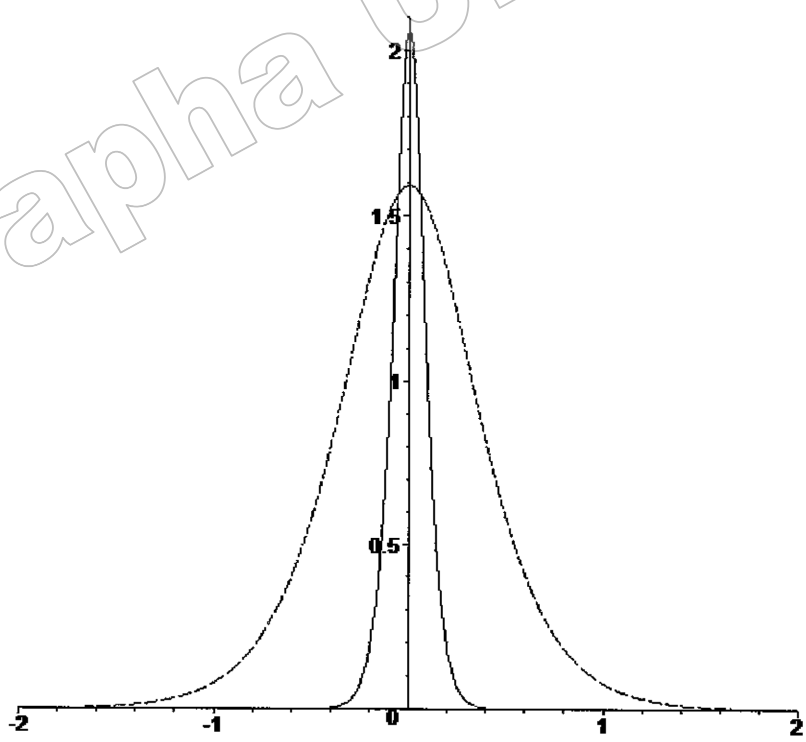
ภาพที่ 2 คลื่นปฐมภูมิที่มีความลึก $D=1$ โดยที่ $U_0 = 0$ (- -) และ $U_0 = 1$ (—)



ภาพที่ 3 คลื่นปฐมภูมิที่มีความลึก $D = 2$ โดยที่ $U_0 = 0$ (- -) และ $U_0 = 1$ (—)



ภาพที่ 4 คลื่นปฐมภูมิที่มี $U_0 = 0$ โดยที่ความลึก $D = 1$ (- -) และ $D = 1/2$ (—)



ภาพที่ 5 คลื่นปฐมภูมิที่มี $U_0 = 1$ โดยที่ความลึก $D = 1$ (- -) และ $D = 1/2$ (—)