

# บทที่ 1

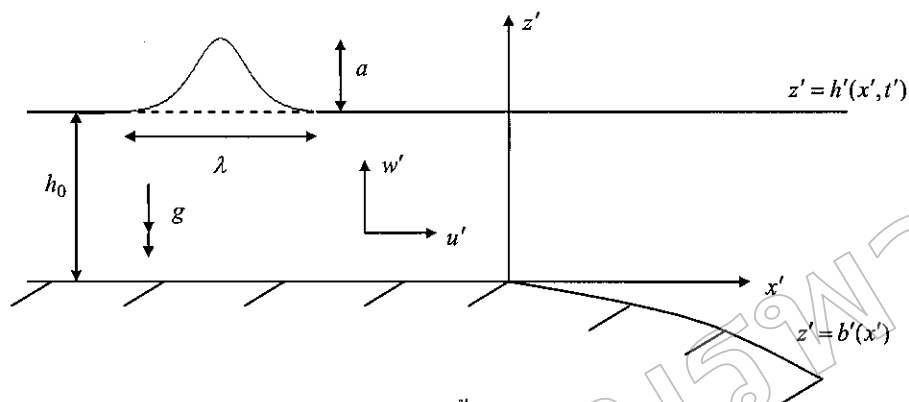
## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัญหาการแผ่ขยายของคลื่นน้ำเป็นที่สนใจของนักคณิตศาสตร์เป็นเวลาไม่น้อยกว่า 150 ปีมาแล้ว เริ่มตั้งแต่การศึกษาสมการการแผ่ขยายของคลื่นพื้นฐาน ต่อมาได้มีการเปลี่ยนแปลงสมการดังกล่าวจนสามารถอธิบายกระบวนการทางฟิสิกส์ที่สำคัญ ได้แก่ การกระจาย (Dispersion) การสลาย (Dissipation) และความไม่เชิงเส้น (Nonlinearity) จนในที่สุดสามารถนำกระบวนการการกระจาย และความไม่เชิงเส้นรวมเข้าด้วยกัน จนกลายเป็นสมการการกระจายไม่เชิงเส้น หรือสมการ KdV (Korteweg-de Vries Equation) ซึ่งเป็นก้าวที่สำคัญในการศึกษาการแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้น นอกจากนี้ Johnson (1994) ยังได้นำสมการ KdV มาศึกษาร่วมกับการเปลี่ยนแปลงความลึก โดยนำการกระจายเชิงเส้นกำกับ (Asymptotic Expansions) มาใช้ในการหาผลเฉลยจนได้สมการดังกล่าว และเกิดคลื่นประกอบที่สำคัญได้แก่ คลื่นปฐมภูมิ (Primary Wave) ชั้นคลื่นทางขวา (Right-going Shelf) ชั้นคลื่นทางซ้าย (Left-going Shelf) และชั้นคลื่นทางขวาใหม่ (New Right-going Shelf) เป็นต้น

ในการศึกษาวิจัยนี้จะใช้แบบจำลองของของไหลที่ไม่ยุบตัวและเป็นของไหลอุดมคติ นั่นแสดงว่าของไหลมีความหนาแน่นคงตัวและมีค่าความหนืดเป็นศูนย์ การไหลของของไหลเป็นการไหลในสองมิติ ดังนั้นความเร็วในการไหลของของไหลจะขึ้นอยู่กับสองพิกัด  $(x', z')$  โดยที่ของไหลจะไหลอยู่เหนือพื้นล่างที่เป็นของแข็งที่ของไหลซึมผ่านไม่ได้  $(z' = b'(x'))$  และที่ผิวหน้า  $(z' = h'(x', t'))$  จะกำหนดให้ความดันคงตัวและความตึงผิวเป็นศูนย์ นั่นแสดงว่าคลื่นระลอกซึ่งเป็นคลื่นที่เกิดจากการพัดของลมเบาจะไม่ปรากฏในการวิจัย ดังนั้นในการวิจัยจะพิจารณาเฉพาะคลื่นโน้มถ่วงเท่านั้น โดยให้เริ่มเกิดคลื่นที่ความลึกคงตัวและคลื่นจะแผ่ขยายจากซ้ายไปขวา ซึ่งแสดงดังภาพที่ 1 ทำให้สามารถเขียนสมการออยเลอร์ และสมการภาวะต่อเนื่องจากแบบจำลองดังกล่าวได้ นอกจากนี้ยังสามารถกำหนดเงื่อนไขขอบบนผิวหน้า ได้แก่ เงื่อนไขจลนศาสตร์ (Kinematics Condition) เงื่อนไขพลวัต (Dynamic Condition) และเงื่อนไขขอบเหนือพื้นล่าง ทำให้ได้สมการควบคุมจากแบบจำลองดังกล่าว

เมื่อความลึกคงตัว จะเริ่มดำเนินการจากสมการควบคุมของแบบจำลองข้างต้นด้วยวิธีการเช่นเดียวกับ Johnson (1994) แต่เมื่อความลึกมีการเปลี่ยนแปลงนั้นวิธีการของ Johnson (1994)



ภาพที่ 1 องค์ประกอบของการแผ่ขยายของคลื่นผิวน้ำและตัวแปรที่มีมิติ

ของไหลจะไม่มีกรไหล ดังนั้น ในการวิจัยนี้จะกำหนดการไหลของน้ำให้เป็นแบบเอกรูป (Uniform Flow) ที่สัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงความลึก (Panupintu, 2002) ซึ่งจะนำมาพิจารณา ร่วมกับการเปลี่ยนแปลงความลึกในวิธีการของ Johnson (1994) โดยความลึกที่มีการเปลี่ยนแปลง อย่างช้า ๆ นั้น จะทำให้เกิดคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นอย่างช้า ๆ และใช้มาตราส่วนที่การเปลี่ยนแปลง ความลึกยาวกว่ามาตราส่วนของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้น

ในการศึกษาวิจัยนี้จะนำเทคนิคของการกระจายเชิงเส้นกำกับมาใช้ในการประมาณค่า ผลเฉลยของการแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นที่มีความลึกต่าง ๆ ด้วยการไหลแบบเอกรูป ซึ่ง จะเป็นการประมาณค่าที่ดีของผลเฉลย เพราะในบางครั้งการหาผลเฉลยจริงของปัญหาที่เราสนใจจะ ไม่สามารถกระทำได้ หรือกระทำได้ยาก ดังนั้นเราจึงนำเทคนิคนี้มาใช้ประมาณค่าผลเฉลยของ ปัญหาที่ทำการศึกษาวิจัย เมื่อนำการกระจายเชิงเส้นกำกับมาใช้ในการหาผลเฉลยเชิงเส้นกำกับจะ ทำให้เกิดคลื่นประกอบต่าง ๆ ขึ้นในการศึกษาวิจัย เนื่องจากคลื่นปฐมภูมิจะเป็นคลื่นประกอบที่เป็น คลื่นวิเวก (Solitary Wave) ซึ่งเป็นคลื่นเริ่มต้นที่ความลึกคงตัว ดังนั้น ในการศึกษาวิจัยนี้จะพิจารณา เพียงคลื่นปฐมภูมิที่เกิดขึ้นเท่านั้น

การแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นที่มีความลึกต่าง ๆ ด้วยการไหลแบบเอกรูป จะ เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อน แต่มีบทบาทสำคัญมาก เพราะเป็นพื้นฐานในสิ่งที่เราสามารถประสบ ได้ในชีวิตประจำวัน เช่น แม่น้ำ ลำคลอง และมหาสมุทร เป็นต้น โดยที่เราสามารถนำผลจากการ ศึกษาวิจัยนี้ไปเป็นพื้นฐานในการประยุกต์ใช้ทั้งทางฟิสิกส์ และวิศวกรรมศาสตร์ ตัวอย่างเช่น การออกแบบเรือ ประภาคาร เครื่องป้องกันคลื่น และการสร้างเขื่อน นอกจากนี้ยังสามารถใช้ทำนาย หักเสี้ยนภัยพิบัติจากแผ่นดินไหว และพายุได้

## วัตถุประสงค์ของการวิจัย

สามารถอธิบายพลผลของสมการการแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นที่มีความลึกต่าง ๆ ด้วยการไหลแบบเอกรูป โดยใช้การกระจายเชิงเส้นกำกับ และพิจารณาเพียงคลื่นปฐมภูมิเท่านั้น

## ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย

สามารถนำผลการวิจัยการแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นที่มีความลึกต่าง ๆ ด้วยการไหลแบบเอกรูป เป็นพื้นฐานในการประยุกต์ใช้ทั้งทางฟิสิกส์และวิศวกรรมศาสตร์ได้

## ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาปัญหาการแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นที่มีความลึกต่าง ๆ ร่วมกับการไหลแบบเอกรูป
2. ในการวิจัยนี้จะใช้แบบจำลองของไหลแบบขุ่นตัวไม่ได้ที่ไม่มีค่าความหนืด และความตึงผิวเป็นศูนย์ โดยเป็นการไหลในสองมิติ
3. หาพลผลเชิงเส้นกำกับของสมการการแผ่ขยายของคลื่นน้ำแบบไม่เชิงเส้นที่มีความลึกต่าง ๆ ด้วยการไหลแบบเอกรูป โดยจะพิจารณาเพียงคลื่นปฐมภูมิเท่านั้น

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การไหลแบบเอกรูป หมายถึง การไหลที่อนุภาคของน้ำจะไม่มี การหมุน
2. คลื่นปฐมภูมิ หมายถึง คลื่นซึ่งเกิดจากการกระจายเชิงเส้นกำกับที่  $O(1)$
3. ตัวแปรไร้มิติ หมายถึง หน่วยของตัวแปรจะไม่มีมิติ