

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการสร้างชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. ธรรมชาติและความสำคัญของคณิตศาสตร์
2. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระและมาตรฐานการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
3. หลักการสอนคณิตศาสตร์
4. ความรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
5. ความรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
6. การบอกและการลบ
7. ชุดการสอน
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ธรรมชาติและสำคัญของคณิตศาสตร์

ธรรมชาติของคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม โครงสร้างของคณิตศาสตร์ประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และพัฒนาทฤษฎีบทต่าง ๆ โดยอาศัยการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ปราศจากข้อขัดแย้งใด ๆ คณิตศาสตร์เป็นระบบที่มีความคงเส้นคงวา มีความเป็นอิสระและมีความสมบูรณ์ในตนเอง หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักนิเทศและพัฒนา

มาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2534, หน้า 1-2)

ได้สรุปธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept) ความคิดรวบยอดนี้เป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น ของสองหมู่ ถ้าจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งได้พอดี แสดงว่าจำนวนเท่ากัน

2. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม (Abstract) เป็นเรื่องของความคิด คำทุกคำ ประโยคทุกประโยค ในวิชาคณิตศาสตร์ว่าด้วยนามธรรมทั้งสิ้น ทั้งนี้สืบเนื่องมาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เริ่มต้นจากอนิยามที่เป็นนามธรรม เช่น 1 เป็นอนิยามซึ่งเป็นนามธรรม

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนความคิดเป็นเครื่องมือในการฝึกสมอง ช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การพิสูจน์ เช่น + -

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง มีการกำหนดสัญลักษณ์ที่รัดกุม สื่อความหมายที่ถูกต้อง เพื่อแสดงความหมายแทนความคิดเช่นเดียวกับภาษาอื่น ๆ เช่น $5-2 = 3$

5. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นตรรกศาสตร์ มีการแสดงเป็นเหตุเป็นผลต่อกันทุกขั้นตอนของความคิดจะเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน มีความสัมพันธ์กัน เช่น $2 \times 3 = 6$ และ $3 \times 2 = 6$ เพราะฉะนั้น $2 \times 3 = 3 \times 2$

6. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นปรนัยอยู่ในตัวเอง มีความถูกต้องเที่ยงตรง สามารถพิสูจน์หรือทดสอบได้ด้วยหลักเหตุผล และการใช้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน เช่น $4 + 1 = ?$

7. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ โดนสร้างแบบจำลองและศึกษาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ มีการพิสูจน์ ทดลองหรือสรุปอย่างมีเหตุผล ตามความจริง

8. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์คือ ความมีระเบียบแบบแผนและกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายใน

9. คณิตศาสตร์มีความเป็นกรณีทั่วไป (Generalization) เป็นวิชาที่มุ่งจะหากรณีทั่วไปของสิ่งต่าง ๆ แทนที่จะหากรณีเฉพาะเท่านั้น เช่น เมื่อ $2 \times 3 = 3 \times 2$ กรณีทั่วไป จะได้ว่า $a \times b = b \times a$

10. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นโครงสร้าง โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ในรูปที่สมบูรณ์แล้วจะเริ่มด้วยธรรมชาติ ซึ่งอาจจะเป็นพีสิกส์ ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ จิตวิทยา ธรณีวิทยา ฯลฯ เราพิจารณาเนื้อหาเหล่านี้แล้วสรุปในรูปนามธรรม สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเนื้อหานั้น ๆ แบบจำลองนี้ประกอบด้วย อนิยาม (Undefined Term) นิยาม (Defined Term) และสัจพจน์ หรือกติกา (Postulate) จากนั้นจะใช้ตรรกวิทยา สรุปผลผลเป็นกฎหรือทฤษฎี และนำผลเหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติต่อไป

ซึ่งโครงสร้างระบบคณิตศาสตร์ สามารถนำมาเขียนเป็นแผนภูมิได้ดังนี้

แผนภูมิโครงสร้างทางคณิตศาสตร์



ภาพที่ 1 แผนภูมิแสดงโครงสร้างระบบคณิตศาสตร์ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2539, หน้า 5)

ความสำคัญของคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเรามาก ดังที่ สมทรง ดอนแก้วบัว (2528, หน้า 7) ได้กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีบทบาทต่อบุคคลมาก คณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้คนเป็นคนมีเหตุผล มีความคิดรอบคอบ รู้จักหาความจริง การมีคุณธรรมเช่นนี้อยู่ในใจเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าความเจริญในด้านวิทยาการใด ๆ นอกจากนั้น เมื่อเด็กคิดเป็นและเคยชินต่อการแก้ปัญหาตามวัยในทุกระยะแล้ว เมื่อเป็นผู้ใหญ่ก็ย่อมแก้ปัญหาชีวิตได้ ในโลกของวิทยาศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นอดีต ปัจจุบันหรืออนาคต คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญ สำหรับนักฟิสิกส์ที่มีหน้าที่ศึกษาปรากฏการณ์ต่าง ๆ ของธรรมชาติ และพยายามเขียนความสัมพันธ์นั้นออกมาในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ และสามารถทำนายผลของมันในบั้นปลาย นอกจากนี้แล้ว คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาหลัก และเป็นรากฐาน เป็นกุญแจนำไปสู่วิชาการใหญ่ ๆ มากมาย ไม่ว่าจะเป็นทางศิลปศาสตร์ เช่น ศิลปะ ดนตรี ประวัติศาสตร์ บรรณารักษ์หรือทางด้านวิทยาศาสตร์ เช่น ชีววิทยา เคมี คหกรรมศาสตร์ เป็นต้น

พิศมัย ศรีอำไพ (2533, หน้า 6) กล่าวถึงประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจแบ่งได้ 2 ประการคือ

1. ประโยชน์ในแง่ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งทุกคนทราบดี คือ ทำให้ บวกลบ คูณหาร เป็นความสามารถที่ใช้ในชีวิตประจำวันของทุกคน ทุกระดับและทุกอาชีพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือปลูกฝังและอบรมให้ผู้เรียนมีนิสัย ทักษะ และความสามารถทางสมอง

2. ประโยชน์ที่ใช้ในแง่ประเทืองสมอง ผู้ที่ศึกษาคณิตศาสตร์สูงขึ้น จะเห็นว่าเนื้อหา คณิตศาสตร์บางตอน ไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้โดยตรง แต่เนื้อหาเหล่านั้นเป็นสิ่งที่ ช่วยฝึกให้เราเป็นคนฉลาดขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เราสามารถหาประสบการณ์ได้โดย ทางสมอง จึงเป็นที่ยอมรับว่าคณิตศาสตร์ช่วยเพิ่มสมรรถภาพ ให้มันสมองมีความสามารถในการ คิด การตัดสินใจ การแก้ปัญหาได้ดีขึ้น หากเราจะกล่าวว่า คณิตศาสตร์ทำให้คนเรามีความฉลาดนั้น เราวัดความสามารถของสมอง

บุญชม ศรีสะอาด (2537, หน้า 1) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ปัจจุบันมีบทบาทมากกว่า อดีต เช่น คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เทคนิค เศรษฐกิจ และสังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาค้นคว้าวิจัยทุกประเภท กล่าวได้ว่า ความเจริญในวิทยาการทุกแขนงต้องอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น จนมีผู้กล่าวไว้ว่า “ความสามารถทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการเป็นพลเมืองของชาติ” เพราะวิชา คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้สามารถคิดได้อย่างเป็นระบบ มีเหตุผล และสามารถ แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ การที่รัฐจัดให้มีการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้น ประถมศึกษาขึ้นไป จึงถือว่เป็นการวางรากฐานที่สำคัญที่สุด เพราะประถมศึกษาเป็นการจัด การศึกษาภาคบังคับที่รัฐมีความต้องการให้ประชาชน อันถือว่เป็นทรัพยากรที่มีค่ามากที่สุดของ ประเทศ มีคุณภาพ เป็นพลเมืองดี มีคุณธรรม มีความรู้ความสามารถ ใช้เป็นเครื่องมือในการ ดำรงชีวิตประจำวัน พัฒนาสังคมและพัฒนาตนเองให้มีความเป็นอยู่ดีขึ้น

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว หลักสูตรประถมศึกษา จึงได้จัดวิชาไว้ ในหลักสูตร ซึ่ง ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535, หน้า 1) ได้กล่าวว่าหลักสูตรประถมศึกษา ตั้งแต่ต้น จนถึงปัจจุบัน ให้ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์อยู่เสมอ ตัวอย่างเช่น หลักสูตร พ.ศ. 2454 กำหนดให้เรียนวิชาคำนวณวิธี หลักสูตร พ.ศ. 2456 กำหนดให้เรียนวิชาเลข หลักสูตรฉบับต่อ ๆ มาได้แก่ หลักสูตร พ.ศ. 2480, 2491 และ 2498 กำหนดให้เรียนวิชาเลขคณิตในหลักสูตร พ.ศ. 2503 และ 2521 ได้กำหนดวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตร ซึ่งหลักสูตรประถมศึกษา พ.ศ. 2521 ได้จัด คณิตศาสตร์ไว้ในกลุ่มทักษะ ซึ่งเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น ๆ ดังนั้น ในการจัดหลักสูตรจึงกำหนดให้ระยะเริ่มแรกของการเข้ารับการศึกษามีอัตราเวลาเรียน กลุ่มทักษะสูงกว่าอัตราเวลาเรียนในกลุ่มวิชาอื่น ๆ

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระและมาตรฐานการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการ เรียนรู้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งกำหนดไว้

เฉพาะส่วนที่จำเป็นสำหรับเป็นพื้นฐานในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ สำหรับสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามความสามารถ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียน สถานศึกษาสามารถพัฒนาเพิ่มเติมได้ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้การศึกษาขั้นพื้นฐานมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

สาระ

สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้นี้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วย เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 6)

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับผู้เรียนที่มีความสนใจหรือมีความสามารถสูงทางคณิตศาสตร์ สถานศึกษาอาจจัดให้ผู้เรียนเรียนรู้สาระที่เป็นเนื้อหาวิชาให้กว้างขึ้น เข้มข้นขึ้น หรือฝึกทักษะกระบวนการมากขึ้น โดยพิจารณาจากสาระหลักที่กำหนดไว้นี้ หรือสถานศึกษาอาจจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่น ๆ เพิ่มเติมก็ได้ เช่น แคลคูลัสเบื้องต้น หรือทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับความสามารถและความต้องการของผู้เรียน (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 6-7)

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน มีดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1: เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2: เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3: ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4: เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1: เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2: วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3: แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3: เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1: อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2: ใช้การนึกภาพ (Visualization) ให้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4: พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1: อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2: ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5: การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1: เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2: ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3: ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6: ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1: มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2: มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3: มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4: มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5: มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า ในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้บรรลุเป้าหมายตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ครูผู้สอนต้องศึกษาหาความรู้เกี่ยวกับกลุ่มสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำความรู้ที่ศึกษามาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพและเกิดประโยชน์สูงสุดแก่ผู้เรียน

แนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาศักยภาพของบุคคลในด้านการสื่อสาร การสืบเสาะ และเลือกสรรสารสนเทศ การตั้งข้อสันนิษฐาน การให้เหตุผล การเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนพื้นฐานในการพัฒนาวิชาการอื่น ๆ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 185)

ในการจัดการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ เพื่อพัฒนาคุณภาพของชีวิต และพัฒนาคุณภาพของสังคมไทย ให้ดีขึ้น ผู้จัดควรคำนึงถึงความเหมาะสมและความจำเป็นในหลาย ๆ ด้าน ได้แก่ ความพร้อมของสถานศึกษาในด้านบุคลากร ผู้บริหาร ผู้สอน ผู้เรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก การจัดสาระการเรียนรู้จะต้องจัดให้สอดคล้องกับสาระของกลุ่มคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ที่กำหนดสาระการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ดังนี้

1. จำนวน
2. การวัด
3. เรขาคณิต
4. พีชคณิต
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
6. ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สถานศึกษาต้องจัดกระบวนการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตร นอกจากนี้สถานศึกษาสามารถจัดสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียนเพิ่มขึ้นจากที่กำหนดไว้ในหลักสูตรก็ได้ การจัดการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ และมุ่งหวังให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มคณิตศาสตร์คำนึงถึงองค์ประกอบต่อไปนี้ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 185)

1. ปัจจัยสำคัญของการจัดการเรียนรู้
2. แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. รูปแบบของการจัดการเรียนรู้

จากการศึกษาแนวการจัดการเรียนรู้ นั้น ผู้วิจัยได้เน้นความสำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ประสบผลสำเร็จ โดยมีปัจจัยร่วมหลาย ๆ อย่างที่ผู้สอนควรให้ความสำคัญ เพราะการจัดการเรียนรู้จะไม่ประสบผลสำเร็จหากขาดปัจจัยต่าง ๆ เช่น แนวความคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้สอนควรศึกษาก่อนที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดประโยชน์ตามเป้าหมายที่ตั้งไว้

ปัจจัยสำคัญของการจัดการเรียนรู้

1. ผู้สอน ผู้สอนคณิตศาสตร์เป็นบุคคลที่มีบทบาทและความสำคัญยิ่งที่จะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนบรรลุมาตรฐานของกลุ่มคณิตศาสตร์ ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรมีความสามารถ ดังนี้ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 186)

1.1 มีความรู้และประสบการณ์ทางด้านการจัดการเรียนรู้ มีความสามารถในการพัฒนาความรู้และสร้างประสบการณ์ให้ผู้เรียนเข้าใจและปฏิบัติได้จริง รู้ความต่อเนื่องของเนื้อหาสามารถเชื่อมโยงเนื้อหาในศาสตร์เดียวกันและศาสตร์อื่น ๆ รวมถึงการจัดเนื้อหาได้เหมาะสมกับผู้เรียน

1.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสำคัญ ธรรมชาติ/ ลักษณะเฉพาะของวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจัดสาระการเรียนรู้ทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/ กระบวนการ ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ได้ตรงตามหลักสูตร สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พัฒนาสื่อการเรียนรู้ วัสดุและประเมินผลการเรียนรู้ ให้ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้

1.3 เป็นผู้ที่ไม่แสวงหาความรู้ ปรับปรุงและพัฒนาตนเองให้ก้าวหน้าทันวิทยาการใหม่ ๆ อยู่เสมอ มีความคิดสร้างสรรค์

1.4 รู้จักธรรมชาติ เข้าใจความต้องการของผู้เรียน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ได้ลงมือปฏิบัติจริง

1.5 มีความสามารถในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างหลากหลาย ใช้สื่อ และเทคโนโลยีอย่างเหมาะสม ตลอดจนสร้างบรรยากาศให้เอื้อต่อการเรียนรู้

1.6 เป็นผู้สอนที่ดี มีคุณธรรม จริยธรรม มีจรรยาบรรณในวิชาชีพครู

2. ผู้เรียน ผู้เรียนควรเลือกเรียนตามความสนใจ ตามความถนัดของตนเอง รู้จักเรียนรู้ตามแบบประชาธิปไตย เคารพแสวงหาความรู้ และประเมินผลการเรียนรู้ของตนเอง

3. สภาพแวดล้อม ความพร้อมของสถานศึกษาและบรรยากาศภายในสถานศึกษา หรือภายในห้องเรียนเป็นส่วนหนึ่งในการที่จะเอื้อและส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ได้

3.1 ห้องเรียนที่ช่วยส่งเสริมและพัฒนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรมีขนาดเหมาะสม มีอากาศถ่ายเท มีแสงสว่างเพียงพอ มีบรรยากาศทางวิชาการโดยมีความพร้อมในด้านต่าง ๆ เช่น ความพร้อมของสื่อ/ อุปกรณ์ในการเรียน โต๊ะเรียนเอื้อต่อการจัดการเรียนรู้เป็นกลุ่มได้ มีอุปกรณ์หรือเครื่องใช้สำหรับการปฏิบัติกิจกรรม มีเอกสารสำหรับการค้นคว้า อาจมีการจัดมุมคณิตศาสตร์ มีเกมหรือปัญหาช่วยเร้าความสนใจให้อยากคิด อยากลองทำ

3.2 สถานศึกษาควรจัดสภาพแวดล้อมให้ภายในสถานศึกษาร่มรื่น สะอาด มีความเป็นระเบียบ ปลอดภัย มีความสะดวกสบายด้วยสาธารณูปโภคพอสมควร ถ้าสถานศึกษาสามารถจัดให้มีห้องเฉพาะหรือสถานที่เฉพาะที่เอื้อต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น ห้องกิจกรรมคณิตศาสตร์ หรือห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ หรือสวนคณิตศาสตร์สร้างสรรค์ ก็จะเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนอยากเรียนรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

นอกจากปัจจัย 3 ประการข้างต้นแล้ว ผู้ปกครองก็ยังเป็นปัจจัยสำคัญในการส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานของหลักสูตรด้วย ผู้ปกครองต้องให้ความร่วมมือกับทางสถานศึกษาในการดูแล และช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 187)

แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ คือ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่าง ๆ โดยอิสระ ผู้สอนมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้สอนทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของผู้เรียน (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 188-189)

การจัดกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ในลักษณะให้ผู้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม เป็นแนวการจัดการเรียนรู้แนวหนึ่งที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารือ อภิปราย และแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะ/กระบวนการคิดและมีประสบการณ์มากขึ้น ในการจัดกลุ่มให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหา อาจจัดเป็นกลุ่มเล็ก ๆ 2 คน หรือกลุ่มย่อย ๆ 4-5 คน หรืออาจจัดเป็นกิจกรรมให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ในชั้นดำเนินการกิจกรรมการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ สิ่งสำคัญที่ผู้สอนคำนึงถึงคือความรู้พื้นฐานของผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ ชั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรม ผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่หรือใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้เดิม ในชั้นปฏิบัติการผู้สอนอาจใช้ปัญหาซึ่งมีความเชื่อมโยงกับเรื่องราวในชั้นเตรียมความพร้อม และใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ผู้เรียนสามารถสรุปหรือเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือบทนิยามด้วยตนเอง ในขณะที่ผู้เรียนปฏิบัติการกลุ่ม ผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับผู้เรียน แต่ผู้สอนควรหมุนเวียนไปตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อคอยสังเกต ตรวจสอบความเข้าใจและให้คำแนะนำตามความจำเป็น

การจัดโอกาสให้ผู้เรียนได้ออกมานำเสนอแนวคิดของผู้เรียนแต่ละคนหรือแนวคิดของกลุ่มก็เป็นสิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรปฏิบัติให้มีบ่อย ๆ เพราะในการนำเสนอแต่ละครั้ง ผู้เรียนมีโอกาสร่วมแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมร่วมกัน หรือซักถามหาข้ออภิปรายขัดแย้งด้วยเหตุและผล ผู้เรียนมีโอกาสเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น ทำให้การเรียนรู้ขยายในวงกว้างและลึกมากขึ้น ผู้เรียนสามารถนำความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการนำเสนอ นั้นไปประยุกต์หรือเป็นแบบอย่างในการปฏิบัติได้ผลดีอีกประการหนึ่งของการที่ผู้เรียนได้ออกมานำเสนอผลงาน คือ ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดี มีความภูมิใจในผลงาน เกิดความรู้รักอยากคิด อยากทำ กล้าแสดงออก และจดจำสาระที่ตนเองได้ออกมานำเสนอได้นาน สำหรับชั้นการฝึกทักษะหรือฝึกปฏิบัติ ผู้เรียนควรได้ฝึกเป็นรายบุคคล หรืออาจฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มก็ได้ตามความเหมาะสมของสาระและกิจกรรม

เนื่องจากลักษณะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่ต่อเนื่องกัน ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับเด็กเล็กผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้จากการปฏิบัติ/ ทำกิจกรรม ได้ฝึกทักษะ/ กระบวนการ โดยฝึกการสังเกต ฝึกให้เหตุผล และหาข้อสรุปจากสื่อรูปธรรมหรือแบบจำลองต่าง ๆ ก่อน และขยายวงความรู้สู่นามธรรมให้กว้างขึ้นสูงขึ้นตามความสามารถของผู้เรียน ถ้าสาระเนื้อหาหรือกิจกรรมที่ผู้สอนจัดให้นั้นยากเกินไปหรือต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่สูงกว่าที่ผู้เรียนมี ผู้สอนควรสร้างพื้นฐานความรู้ใหม่ อาจใช้วิธีลดรูปของปัญหานั้นให้ง่ายกว่าเดิม หรือจัดกิจกรรมการเรียนรู้เสริมเพิ่มเติมให้อีกก็ได้

รูปแบบของการจัดการเรียนรู้

รูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ ผู้สอนสามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียนของผู้เรียนได้ดังนี้ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 189)

1. การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง
2. การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า
4. การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้
5. การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง

1. การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง

การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริงเป็นการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือทำงานนั้นจริง ๆ ได้รับประสบการณ์ตรงจากการปฏิบัติจริง โดยใช้สื่อสิ่งพิมพ์ หรือสื่อรูปธรรมที่สามารถนำผู้เรียนไปสู่การค้นพบหรือได้ข้อสรุป ในการใช้สื่อรูปธรรมถ้าผู้สอนสอนด้วยตนเองจะการใช้การสาธิตประกอบคำถาม แต่ถ้าให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองจะการใช้การทดลอง โดยผู้เรียนดำเนินการทดลองตาม

กิจกรรมที่ผู้สอนกำหนดให้ ผู้เรียนที่ปฏิบัติการทดลองมีโอกาสฝึกใช้ทักษะ/ กระบวนการต่าง ๆ เช่น การสังเกต การคาดคะเน การประมาณค่า การใช้เครื่องมือ การบันทึกข้อมูล การอภิปราย การตั้งข้อความคาดการณ์หรือข้อสมมติฐาน การสรุป

กระบวนการดำเนินการทดลองหรือปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พิสูจน์ ใช้เหตุผล อ้างข้อเท็จจริง ตลอดจนได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ การจัดการเรียนรู้แบบนี้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการคิด และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ขณะที่ผู้เรียนทำการทดลอง ผู้สอนควรสังเกตแนวคิดของผู้เรียนว่าเป็นไปอย่างถูกต้องหรือไม่ ถ้าเห็นว่าผู้เรียนคิดไม่ตรงแนวทางควรตั้งคำถามให้ผู้เรียนคิดใหม่ ถึงแม้จะต้องใช้เวลามากขึ้น เพราะผู้เรียนจะได้ประโยชน์จากการเรียนรู้ด้วยตัวเองมากกว่าการเรียนรู้ที่ผู้สอนบอกหรือสรุปผลให้

2. การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงผล

การเรียนรู้ที่ผู้สอนใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงผลมีความจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยคำอธิบาย บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ บางเนื้อหาผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานในเนื้อหานั้นก่อน ด้วยการอธิบายและแสดงผลให้ชัดเจนในรูปของบทนิยาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้น แต่ในบางเนื้อหาผู้สอนอาจใช้คำถามก่อน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจอาจอธิบายและแสดงผลเพิ่มเติม

3. การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า

การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้าเป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่สนใจจากแหล่งความรู้ต่าง ๆ โดยอิสระ สามารถศึกษาได้จากสื่อสิ่งพิมพ์ และสื่อเทคโนโลยีต่าง ๆ หรือจากการทำงานโครงงานคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนมีส่วนช่วยเหลือให้คำปรึกษา แนะนำ ให้ความสนใจงานที่ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้ามา ให้โอกาสผู้เรียนได้นำเสนอผลงานต่อผู้สอน ผู้เรียน ตลอดจนบุคคลทั่วไป

4. การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย เมื่อผู้เรียนสังเกตจนพบปัญหานั้นแล้วผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนพยายามที่จะค้นหาสาเหตุด้วยการตั้งคำถามต่อเนื่อง และรวบรวมข้อมูลมาอธิบาย การเรียนรู้ดังกล่าวเป็นการวิเคราะห์จากปัญหามาหาสาเหตุ ใช้คำถามสืบเสาะจนกระทั่งแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปได้

กระบวนการสืบเสาะหาความรู้ประกอบด้วยขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นคาดการณ์ ขั้นทดลอง และขั้นนำไปใช้ ขั้นตอนเหล่านี้จะช่วยฝึกกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักอภิปรายและทำงานร่วมกันอย่างมีเหตุผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักสังเกตและวิเคราะห์ปัญหาโดยละเอียด

ในการจัดการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้สอนควรเลือกรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเหมาะสมกับผู้เรียน การเรียนรู้เนื้อหาหนึ่ง ๆ อาจใช้รูปแบบของการเรียนรู้หลายรูปแบบผสมผสานกันได้ และผู้สอนจะต้องคำนึงถึงการบูรณาการด้านความรู้ด้านทักษะ/ กระบวนการ และสอดแทรกคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม โดยสอดแทรกในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาสาระให้ครบถ้วนเพื่อให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 190)

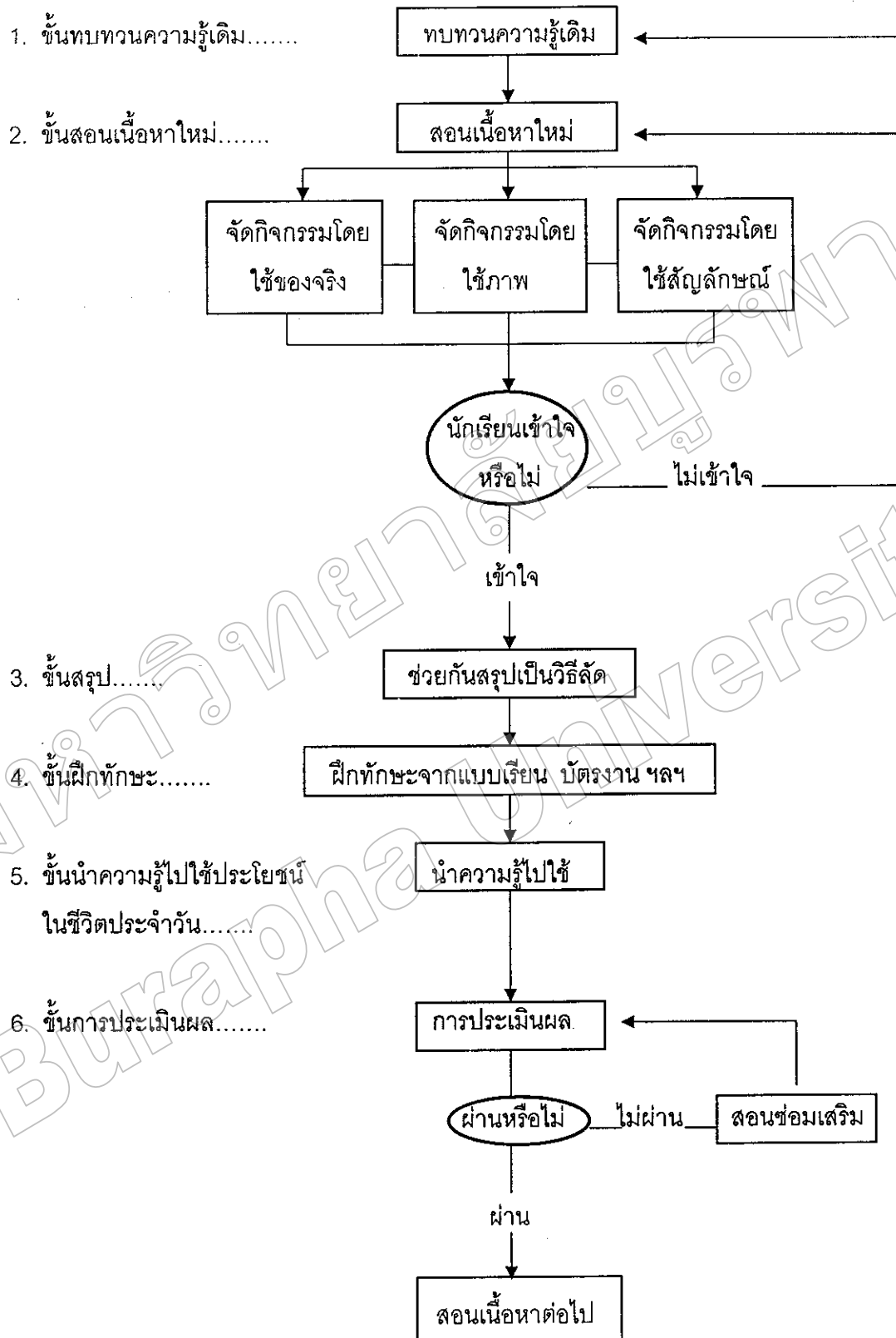
จากการศึกษาแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำมาเป็นแนวทางในการทำวิจัยครั้งนี้ มีการศึกษาคุณสมบัติของผู้สอนที่ดีที่จะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนประสบความสำเร็จตามที่คาดหวังไว้ ตั้งแต่การวางตัวในการสอน หน้าที่และงานที่มอบหมายให้ผู้เรียน รวมไปถึงวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้สอดคล้องกับเนื้อหาในบทเรียน ความสนใจสติปัญญา กิจกรรมที่หลากหลายโดยเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมมากที่สุด

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของหลักสูตรนั้น ครูควรคำนึงถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานที่กำหนดไว้ในหลักสูตร โดยพยายามให้ผู้เรียนเข้าใจในหลักการของคณิตศาสตร์ เพราะการเข้าใจในหลักการของคณิตศาสตร์นั้น จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

เมื่อผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์แล้ว ครูควรจัดให้ฝึกทักษะจนเกิดความชำนาญ ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว ซึ่งการฝึกทักษะต่าง ๆ นั้นมีความจำเป็นอย่างมาก ต้องฝึกให้มากพอ ตลอดจนแบบฝึกหัดก็ควรจะทำท้ายและน่าสนใจ ซึ่งอาจทำได้ในรูปแบบของเกม ปัญหาชวนคิด บัตรงาน เป็นต้น นอกจากนั้นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูจัดขึ้นนั้น ควรจัดให้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาในหลักสูตรกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันด้วย ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกนำคณิตศาสตร์ไปใช้ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาและเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ดังนั้นครูควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง หรือนำเอาเหตุการณ์ที่ผู้เรียนประสบในชีวิตประจำวันมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมดังกล่าว เช่น ให้มีการแลกเปลี่ยนหรือการซื้อขายสินค้าที่ต้องทอนเงิน จัดให้ผู้เรียนได้วัดความยาว และชั่งตวง ในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหารจำนวน เรื่องดอกเบี้ยว และร้อยละ ครูควรนำโจทย์จากชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนคิดเพื่อให้เห็นแนวทางในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ รวมทั้งฝึกการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในกลุ่มประสบการณ์อื่น ๆ

ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญยิ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนได้บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ตามหลักสูตร สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2534) ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนว่า ต้องคำนึงถึงขั้นตอนการเรียนรู้ของผู้เรียน ตามแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 2 การสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

1. **ขั้นทบทวนความรู้เดิม** เป็นขั้นเตรียมความพร้อมให้นักเรียนเพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมและความรู้ใหม่ให้เป็นเรื่องเดียวกัน จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และมีความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ อย่างชัดเจนขึ้น

2. **ขั้นสอนเนื้อหาใหม่** เป็นขั้นที่ต้องเลือกใช้วิธีสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาแต่ละบท โดยจัดลำดับขั้นการเรียนรู้ของเนื้อหาใหม่ด้วยเริ่มจากการให้ประสบการณ์จากของจริงเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และต่อมาใช้ของจำลองหรือรูปภาพแทน ขั้นสุดท้ายเป็นการใช้สัญลักษณ์เมื่อถึงขั้นนี้นักเรียนจะต้องนำประสบการณ์ที่ผ่านมาช่วยในการคิดคำนวณ

3. **ขั้นสรุปนำไปสู่วิธีคิด** เป็นขั้นที่ครูจะต้องตรวจสอบดูว่านักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาที่สอนหรือไม่ ถ้ายังไม่เข้าใจจะต้องเริ่มตั้งแต่ทบทวนความรู้เดิม หรือจะเริ่มที่เนื้อหาใหม่ก็แล้วแต่สภาพของนักเรียน เมื่อนักเรียนเข้าใจแล้วก็ช่วยกันสรุปหลักเกณฑ์ในการคิดเพื่อนำไปสู่การคิดโดยวิธีคิด

4. **ขั้นฝึกทักษะ** เป็นขั้นที่นักเรียนเข้าใจวิธีการคิดคำนวณแล้ว จึงให้นักเรียนฝึกทักษะจากแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน บัตรงาน หรือโจทย์ที่ครูสร้างขึ้นเอง หรืออาจจะเล่นเกมคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับเรื่องอื่น ๆ เพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่าย

5. **ขั้นนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน** เป็นขั้นที่นักเรียนฝึกทำโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับประสบการณ์ หรือกิจกรรมที่ประสบอยู่ในการดำรงชีวิตจริง

6. **ขั้นการประเมินผล** เป็นขั้นทดสอบนักเรียนว่าเรื่องที่เรียนไปแล้วนั้น นักเรียนทำได้หรือไม่ ถ้าทำไม่ได้หรือไม่เข้าใจก็ต้องจัดซ่อมเสริมให้แก่ นักเรียน ถ้านักเรียนเข้าใจก็จะเริ่มขึ้นเนื้อหาใหม่ต่อไป

อย่างไรก็ตาม ขั้นตอนการสอนดังกล่าวไม่ได้เป็นหลักเกณฑ์ที่ตายตัว ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับสภาพและลักษณะของนักเรียน โดยอาจสอดแทรกเทคนิคหรือกลวิธีต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนสนุกกับบทเรียน และช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนมากขึ้น

จากแผนภาพแสดงขั้นตอนการสอนข้างต้นนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาและเห็นว่าสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเป็นแนวทางในการเขียนแผนการสอนได้ โดยมีการปรับเปลี่ยนหัวข้อ แต่ยังคงกระบวนการสอนตามขั้นตอนเดิม เพื่อให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้อย่างเป็นระบบและสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

แนวการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นอย่าง 5 มาตรฐานในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรม กำหนดสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อพัฒนาผู้เรียน

ให้บรรลุมาตรฐานด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว แนวการพัฒนาทักษะ/
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นมีดังนี้ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 191)

การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหา

การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการให้เหตุผล

การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการ
นำเสนอการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการเชื่อมโยงการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหา

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดทักษะ/ กระบวนการในการแก้ปัญหา นับว่าเป็นเรื่องยาก
พอสมควรสำหรับผู้สอน ผู้เรียนส่วนใหญ่จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณ แต่เมื่อพบโจทย์
ปัญหามักจะมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ การวิเคราะห์โจทย์ รวมถึง
การหารูปแบบแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 191-192)

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาส
ผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำทนายให้
อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจ
เริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์
หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่
ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย

ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้าง
พื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อน แล้วจึงฝึกทักษะ
ในการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ ยังอาศัยทักษะอื่น ๆ ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและ
จำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา
ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณ คำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามนำให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อไป ผู้สอนจึงค่อย ๆ ลดประเด็นคำถามลงจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้ว ก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามขึ้นมาก็ได้ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 191-192)

ในการจัดให้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนนั้น เมื่อผู้เรียนเข้าใจกระบวนการแล้ว การพัฒนาให้มีทักษะ ผู้สอนควรเน้นฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลายในขั้นวางแผนแก้ปัญหาให้มาก เพราะเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญและยากสำหรับผู้เรียน

จากการศึกษาแนวการพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นนี้ ผู้วิจัยนำมาใช้เป็นแนวทางในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีการพัฒนาทักษะในการคิดที่ผู้สอนจัดในกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งเป็นกิจกรรมที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ที่ใกล้ตัวผู้เรียน ให้ผู้เรียนสามารถนำประสบการณ์จริงมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ได้ ผู้สอนให้แนวการคิดอย่างเป็นระบบแก่ผู้เรียนโดยยึดขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) ขั้นตรวจสอบ เพื่อเป็นแนวทางในการนำไปใช้แก้ปัญหาให้แก่ผู้เรียน

การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการให้เหตุผล

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปเข้าใจกันว่าการฝึกให้รู้จักให้เหตุผลที่ง่ายที่สุด คือ การฝึกจากการเรียนเรขาคณิตตามแบบยูคลิด เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย ปานกลาง และอย่างยาก แต่ที่จริงแล้ว

การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 195-196)

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างสมเหตุสมผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า.....แล้ว ผู้เรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการสื่อสาร

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องฝึกการวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกตการนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมาย แล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 198)

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของ ตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น

ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตัวเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะ

แนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะ/ กระบวนการนี้ต้องท่อย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหายังไง เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ใช้ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

การพัฒนาทักษะ/ กระบวนการเชื่อมโยง

ในการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 200-201)

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะ และการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในวัยบั้นปลายของชีวิต

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น

2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็น
อย่างดี

3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/
กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย

4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยง
คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย

5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทาง
คณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์
นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียน
ได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่
หรือนำความรู้ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น
เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์
ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการการเชื่อมโยงความรู้นี้ ผู้สอน
อาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น
แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียนให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัด กิจกรรม
หรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด และแสดงเหตุผลได้ ผู้สอน
ไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1
คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิด
และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรม
การเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและ
เป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหา
ควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้
ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหา
ที่สมบูรณ์และหลากหลาย (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 202-203)

ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียน สำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งท้าทายให้ผู้เรียนคนอื่น ๆ คิดหาคำตอบอื่น ๆ ที่เหลืออยู่ สำหรับปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง แม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนต้องแสดงให้เห็นถึงกระบวนการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียน ในการให้ ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลาย ๆ อย่างในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว

นอกจากนี้การให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสร้างปัญหาขึ้นเองให้มีโครงสร้างของปัญหาล้ายกับปัญหาเดิมที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีก ด้วยตัวอย่างปัญหาปลายเปิด

นอกจากจะฝึกความคิดสร้างสรรค์โดยอาศัยโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้สอนสามารถพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ในการเรียนรู้ในกิจกรรมอื่น ๆ ได้อีก เช่น กิจกรรมเกี่ยวกับการออกแบบ การต่อรูป การประดิษฐ์จากเงื่อนไขที่กำหนดให้

การจัดการเรียนรู้ที่มุ่งหวังให้ผู้เรียนได้เกิดความรู้ มีทักษะ/ กระบวนการ มีคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม ผู้สอนจะต้องบูรณาการเนื้อหาและทักษะกระบวนการเข้าด้วยกันตลอดจนจัดกิจกรรมสร้างเสริมให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ ฝึกการทำงานที่เป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

การประเมินผลการเรียนรู้

การประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศซึ่งแสดงถึงพัฒนาการและความก้าวหน้าในการเรียนรู้ด้านต่าง ๆ คือ

1. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น รวมทั้งการนำความรู้ดังกล่าวไปประยุกต์
2. ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ข้อมูลสารสนเทศเหล่านี้ส่งเสริมให้ผู้สอนและผู้เรียนทราบจุดเด่น จุดด้อย ด้านการสอน และการเรียนรู้ และเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนาตน (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 206-208)

หลักการของการประเมินผลการเรียนรู้

การประเมินผลกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ยึดหลักการสำคัญดังนี้

1. การประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง และควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน ผู้สอนควรใช้งานหรือกิจกรรมคณิตศาสตร์เป็นสื่อให้ผู้เรียนเข้าไปมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และใช้การถามคำถาม นอกจากการถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาแล้ว ควรถามคำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย เช่น การถามคำถามในลักษณะ “นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างไร” “ใครสามารถคิดหาวิธีการนอกเหนือไปจากนี้ได้อีก” นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามซึ่งเน้นกระบวนการคิด ทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน และระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนมีโอกาสได้พูด แสดงความคิดเห็นของตน แสดงความเห็นพ้องและโต้แย้ง เปรียบเทียบวิธีการของตนกับของเพื่อนเพื่อเลือกวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหาด้วยหลักการเช่นนี้ ทำให้ผู้สอนสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ และทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. การประเมินผลต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ จุดประสงค์ และเป้าหมายการเรียนรู้ในที่นี้เป็นจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนดไว้ในระดับชั้นเรียน ระดับสถานศึกษา และระดับชาติในลักษณะของสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ประกาศไว้ในหลักสูตร เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องประเมินผลตามจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้เหล่านี้ เพื่อให้สามารถบอกได้ว่าผู้เรียนบรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดหรือไม่

ผู้สอนต้องแจ้งจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบ เพื่อให้ผู้เรียนเตรียมพร้อมและปฏิบัติตนให้บรรลุจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนด

3. การประเมินผลทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องปลูกฝังให้เกิดกับผู้เรียน เพื่อการเป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ รู้จักแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ปรับตัวและดำรงชีวิตอย่างมีความสุข

ผู้สอนต้องออกแบบงานหรือกิจกรรมซึ่งส่งเสริมให้เกิดทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้วิธีการสังเกต สัมภาษณ์ หรือตรวจสอบคุณภาพผลงานเพื่อประเมินความสามารถของผู้เรียน งานหรือกิจกรรมการเรียนบางกิจกรรมอาจครอบคลุมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายด้านงานหรือกิจกรรมจึงควรมีลักษณะต่อไปนี้

3.1 สารในงานหรือกิจกรรมอาศัยการเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 ทางเลือกในการดำเนินงานหรือแก้ปัญหาได้หลายวิธี

3.3 เงื่อนไขหรือสถานการณ์ปัญหามีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ให้ผู้เรียนที่มีความสามารถต่างกันมีโอกาสแสดงกระบวนการคิดตามความสามารถของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอในรูปการพูด การเขียน การวาดรูป เป็นต้น

3.5 งานหรือกิจกรรมที่ใกล้เคียงสภาพจริงหรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนรอบด้าน การประเมินการเรียนรู้มิใช่เป็นเพียงการให้นักเรียนทำแบบทดสอบในช่วงเวลาที่กำหนดเท่านั้น แต่ควรใช้เครื่องมือวัดและวิธีการหลากหลาย เช่น การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การมอบหมายงานให้ทำเป็นการบ้าน การทำโครงงาน การเขียนบันทึกโดยผู้เรียน การให้ผู้เรียนจัดทำแฟ้มสะสมงานของตนเอง หรือการให้ผู้เรียนประเมินตนเอง การใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่หลากหลายจะทำให้ผู้สอนมีข้อมูลรอบด้านเกี่ยวกับผู้เรียน เพื่อนำไปตรวจสอบกับจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องเลือกและใช้เครื่องมือวัดและวิธีการที่เหมาะสมในการตรวจสอบการเรียนรู้

การเลือกใช้เครื่องมือวัดขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการประเมิน เช่น การประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียน การประเมินเพื่อให้ได้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการเรียนการสอน และการประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน

การประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียน มีจุดประสงค์เพื่อค้นหาข้อบกพร่องในการเรียนรู้และสาเหตุของข้อบกพร่อง และตรวจสอบความพอเพียงของความรู้และความสามารถที่เป็นพื้นฐานจำเป็นของผู้เรียน วิธีประเมินควรใช้การสังเกต การสอบปากเปล่า หรือการใช้แบบทดสอบวินิจฉัย ทั้งนี้คำถามหรืองานที่ให้ผู้เรียนทำควรมุ่งไปที่เนื้อหาที่เป็นพื้นฐานจำเป็นที่ผู้เรียนทุกคนต้องรู้ รวมทั้งทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย

การประเมินเพื่อให้ได้ข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับการเรียนการสอน มีจุดประสงค์สำคัญเพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนบรรลุถึงผลการเรียนรู้ที่คาดหวังหรือไม่เพียงใด วิธีการประเมินควรครอบคลุมตั้งแต่การทดสอบ การนำเสนองานในชั้นเรียน การทำโครงงาน การแก้ปัญหา การอภิปรายในชั้นเรียน หรือการทำงานที่มอบหมายให้เป็นการบ้าน

การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน มีจุดประสงค์เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจ และสามารถประยุกต์ความรู้ได้เพียงใด สมควรผ่านรายวิชานั้นหรือไม่ วิธีการประเมินควร

พิจารณาจากการปฏิบัติงานและการสอบที่สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของรายวิชา (กรณีตัดสินผลการเรียนรู้รายวิชา) หรือมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น (กรณีตัดสินการผ่านช่วงชั้น)

เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ สำหรับจุดประสงค์การประเมินหนึ่งไม่ควรนำมาใช้กับอีกจุดประสงค์หนึ่ง เช่น ไม่ควรนำแบบทดสอบเพื่อการแข่งขันหรือการคัดเลือกผู้เรียนมาใช้เป็นแบบทดสอบสำหรับตัดสินผลการเรียนรู้

5. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน การประเมินผลที่ดี โดยเฉพาะการประเมินผลระหว่างเรียนต้องทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น คิดปรับปรุงข้อบกพร่อง และพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนให้สูงขึ้น เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่ต้องสร้างเครื่องมือวัดหรือวิธีการที่ท้าทายและส่งเสริมกำลังใจแก่ผู้เรียนในการขวนขวายเรียนรู้เพิ่มขึ้น

การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการประเมินตนเอง ด้วยการสร้างงานหรือกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมบรรยากาศให้เกิดการไตร่ตรองถึงความสำเร็จหรือความล้มเหลวในการทำงานของตนได้อย่างอิสระ เป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน

ขั้นตอนการประเมินผลการเรียนรู้

ขั้นตอนการประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อาจดำเนินการดังนี้

1. วางแผนการประเมินผลการเรียนรู้ ผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น ผู้บริหาร ควรร่วมกันพิจารณากำหนดรูปแบบและช่วงเวลาการประเมินผลให้เหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายของการประเมิน

2. สร้างคำถามหรืองานและเกณฑ์การให้คะแนนให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ถ้าผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเน้นความรู้ความเข้าใจ การประยุกต์ความรู้ไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ วิธีการประเมินอาจกระทำได้ในรูปการเขียนตอบ รูปแบบของคำถามอาจเป็นคำถามให้ค้นหาคำตอบ ให้พิสูจน์ หรือแสดงเหตุผล ให้สร้างหรือตอบคำถามปลายเปิดที่เน้นการคิดแก้ปัญหาและเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่องเข้าด้วยกัน

ถ้าต้องการประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ วิธีการประเมินอาจทำได้ในรูปการให้ผู้เรียนปฏิบัติจริง ผู้สอนสังเกตกระบวนการทำงาน การพูดแสดงความคิดของผู้เรียน ครอบงมความชำนาญและความสามารถจากผลงานที่ปรากฏ คำถามหรืองานอาจอยู่ในรูปสถานการณ์หรือปัญหา ปัญหาปลายเปิดหรือโครงงานที่ผู้เรียนคิดขึ้นเอง นอกจากนี้อาจใช้วิธีให้ผู้เรียนประเมินตนเองหรือประเมินโดยกลุ่มเพื่อน

การกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนมี 2 แบบ คือ กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบ Analytic Scoring Scale และแบบ Holistic Scoring Scale เกณฑ์การให้คะแนนแบบแรก อยู่บนพื้นฐานการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย ซึ่งการให้คะแนนแบบนี้ทำให้เห็นจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละองค์ประกอบ สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนที่สอง เป็นการกำหนดคุณภาพในองค์รวมหรือภาพรวมของงานทั้งหมด

3. จัดระบบข้อมูลจากการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ ถ้าข้อมูลเป็นผลจากการทำแบบทดสอบ หรือเขียนตอบ ก็ควรเก็บรวบรวมในรูปคะแนน ถ้าข้อมูลอยู่ในรูปพฤติกรรมที่สังเกตได้ ก็ควรมีระบบการบันทึก แบบฟอร์มการบันทึกควรประกอบด้วยส่วนนำ คือ ภาระงาน วัน เวลา สถานที่ ชื่อผู้เรียน และผู้สังเกต เรื่องที่เรียนและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ส่วนเนื้อหา คือ การบันทึกรายละเอียดของงาน และพฤติกรรมต่าง ๆ ของผู้เรียนที่ปรากฏจริง ส่วนสรุป คือ การตีความเบื้องต้นของผู้สังเกตพร้อมทั้งระบุปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้น การรวบรวมสารสนเทศเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียนต้องกระทำหลายครั้ง และใช้ข้อมูลจากหลายด้าน

4. นำข้อมูลจากการวัดผลและประเมินผลมาวิเคราะห์และสังเคราะห์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนโดยอาจจำแนกเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม รายประเภท (ความคิดรวบยอด กระบวนการ เจตคติ ฯลฯ) และรายงานมาตรฐานการเรียนรู้

เมื่อได้ข้อสรุปเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนแล้ว ผู้สอนควรมีระบบการบันทึกข้อมูลของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อการศึกษา ติดตามพัฒนาการตั้งแต่เริ่มเข้ารับการศึกษจนสำเร็จการศึกษา

การรายงานผลการประเมินผลการเรียนรู้

การรายงานผลถือเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ เป็นหน้าที่ของผู้ประเมินที่จะต้องรายงานผลการประเมินในขอบเขตที่กำหนด ให้ผู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น ผู้เรียน ผู้ปกครอง ผู้สอน และผู้บริหาร ได้ทราบถึงพัฒนาการ ความก้าวหน้า หรือข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

รูปแบบการรายงาน ควรชัดเจน เข้าใจง่าย มีเกณฑ์การอธิบายความหมายประกอบ เพื่อให้ผู้อ่านรายงานทุกคนเข้าใจตรงกันถึงความหมายที่ต้องการสื่อ (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 209)

สื่อการเรียนรู้

ความสำคัญของสื่อการเรียนรู้

สื่อเป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ การพัฒนาสื่อที่ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองเป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากในยุคปัจจุบันข้อมูล ข่าวสาร ความรู้ การใช้เทคโนโลยีและการสื่อสารได้ทำให้ผู้คนจำเป็นต้องพัฒนาตนเองให้สามารถรับรู้เรื่องราวใหม่ ๆ ด้วยตนเอง และพัฒนาศักยภาพทางการคิด ซึ่งได้แก่ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดอย่างมีเหตุผล

การคิดให้หลากหลาย ดังนั้นสื่อที่ดีจึงควรเป็นสิ่งที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้การแสวงหาความรู้ด้วยตนเองอีกด้วย (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 210-212)

ลักษณะของสื่อการเรียนรู้

สิ่งที่อยู่รอบตัวถือเป็นสื่อการเรียนรู้ได้ทั้งสิ้น ไม่ว่าสิ่งนั้นจะเป็นคน สัตว์ พืช สิ่งของ สถานที่ เหตุการณ์ หรือกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ในกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์อาจจำแนกเป็นประเภทต่าง ๆ ตามลักษณะสื่อดังนี้

วัสดุ

1. วัสดุสิ่งพิมพ์ ได้แก่ หนังสือเรียน คู่มือครู วารสาร หนังสืออ่านเพิ่มเติม หนังสืออ่านประกอบ ใบโฆษณา หนังสือพิมพ์ ปฏิทิน และเอกสารประกอบการเรียน (ใบกิจกรรม ใบงาน บทเรียนการ์ตูน บทเรียนสำเร็จรูป บทเรียนโปรแกรม) ฯลฯ

2. วัสดุประดิษฐ์ ได้แก่ ชุดการเรียนรู้ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กระดาษแข็ง แผนภูมิ บัตรคำ บทเรียนวิดิทัศน์ บัตรตัวเลข กระดานตะปู แผ่นโปร่งใส นาฬิกาจำลอง ทรายยาง บัตรรูปสัตว์ แบบจำลอง (ทรงกระบอก ทรงกลม กรวย ปริซึม พีระมิด) ฯลฯ

3. วัสดุถาวร ได้แก่ วงเวียน ไม้โปรแทรกเตอร์ ไม้ฉาก เครื่องชั่ง เครื่องตวง เครื่องวัด ลูกคิด กระดุมแม่เหล็ก กระดานแม่เหล็ก ป้ายนิเทศ กระดานดำ ฯลฯ

4. วัสดุสิ้นเปลือง ได้แก่ ชอล์ก กระดาษสี ปากกาเมจิก ดินสอสี ฯลฯ อุปกรณ์ ได้แก่ เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ โทรทัศน์ วิดิทัศน์ เครื่องคิดเลข เครื่องกราฟฟิก คอมพิวเตอร์ แถบบันทึกเสียง สไลด์ ฯลฯ กิจกรรม ได้แก่ การแสดง การทดลอง การสาธิต นิทรรศการ โครงงาน นันทนาการ (เพลง เกม คำประพันธ์ ของเล่นต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์) ฯลฯ

สิ่งแวดล้อม เป็นสื่อที่อยู่ล้อมรอบตัวเรา

1. สื่อธรรมชาติ ได้แก่ เปลือกหอย ใบไม้ ผลไม้ กิ่งไม้ ก้อนหิน ดวงจันทร์ ดวงอาทิตย์ พืช ป่าไม้ ทะเล ภูเขา แม่น้ำ ฯลฯ

2. สื่อสถานที่ ได้แก่ ห้องเรียน ห้องสมุด ระเบียบ หน้าจั่วบ้าน สนาม ที่อ่าน หนังสือพิมพ์ประจำหมู่บ้าน ศูนย์ข้อมูลของทางราชการ ไร่ ฯลฯ

3. สื่อบุคคล ได้แก่ ผู้สอน ผู้เรียน บุคคลอื่น ๆ

การเลือกใช้สื่อการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้แต่ละประเภทมีลักษณะแตกต่างกันไป สื่อการเรียนรู้ประเภทหนึ่ง ๆ อาจจะเหมาะกับเนื้อหาสาระเฉพาะเรื่อง หรืออาจใช้ในการเรียนการสอนทั่วไป สื่อบางอย่างอาจจัดทำขึ้นให้เฉพาะตามความต้องการของผู้สอนในท้องถิ่น ดังนั้นผู้สอนจะต้องรู้จักเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อีกทั้งเป็นประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน โดยมีแนวทางการดำเนินการเลือกใช้สื่อ ดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตร โดยวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี/ รายภาค และสาระการเรียนรู้ เพื่อกำหนดสื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสม และมีประสิทธิภาพ

2. สำรวจ รวบรวมสื่อการเรียนรู้จากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ เพื่อให้มีสื่อที่หลากหลาย และเพียงพอ

3. วิเคราะห์สื่อการเรียนรู้ ผู้สอนควรพิจารณาสื่อการเรียนรู้ที่ได้รวบรวมมาจากแหล่งต่าง ๆ ว่าสามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้ได้หรือไม่ โดยพิจารณาในประเด็นต่าง ๆ ต่อไปนี้

4. การเรียนรู้ตามสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้
5. การพัฒนาเจตคติและค่านิยม
6. การนำไปใช้ในชีวิตรประจำวัน
7. ความถูกต้องเหมาะสมตามหลักวิชา เวลาเรียน และวุฒิภาวะของผู้เรียน
8. ความเหมาะสมในการเสนอเนื้อหา มีการเรียงลำดับตามขั้นตอน การเรียนรู้ชัดเจน เช่น มีตัวอย่าง ภาพประกอบ ตาราง แผนภูมิ
9. การใช้ภาษาถูกต้องตามหลักภาษา สื่อความหมายชัดเจน
10. กิจกรรมส่งเสริมการฝึกปฏิบัติหรือการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตรประจำวัน เช่น คำถาม หรือสถานการณ์สมมติที่ทำให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์วิจารณ์ หรือบูรณาการความรู้ต่าง ๆ มาใช้แก้ปัญหา

วิธีการเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ ไม่มีสูตรสำเร็จและไม่มีเงื่อนไขว่าผู้สอนจะต้องมีความรู้ ในการผลิตสื่อด้วยตนเอง แต่ผู้สอนควรมีความสามารถในการเลือกใช้สื่อ จัดเตรียมสื่อ และรู้จัก นำมาใช้เพื่อเพิ่มพูนประสิทธิภาพของการเรียนการสอนโดยตระหนักว่าสื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้อ่าน ประโยชน์ต่อผู้เรียนได้มากที่สุด และอยู่ในวิสัยที่ผู้สอนจะสามารถนำมาใช้ได้ดีที่สุด

การพัฒนาสื่อการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้เป็นปัจจัยสำคัญอย่างหนึ่งที่จะช่วยให้สถานศึกษาจัดการเรียนรู้ ให้บรรลุ ตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ผู้สอนมีบทบาทสำคัญในการสร้าง เลือกกกลสื่อการเรียนรู้ให้สอดคล้อง กับสาระการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้

ในการดำเนินการสอนผู้สอนจะต้องจัดทำแผนการสอนซึ่งจะต้องใช้สื่อประกอบการจัด กิจกรรมโดยเลือกใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา วุฒิภาวะ และความสนใจของผู้เรียน หลังจาก ที่นำไปใช้แล้วต้องประเมินประสิทธิภาพของสื่อและมีการพัฒนาปรับปรุงให้ดีขึ้นเพื่อใช้ในการสอน ครั้งต่อไป

จากการศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำความรู้เกี่ยวกับ การพัฒนาทักษะทางกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การประเมินผล การเลือกสื่อที่เหมาะสม และนำเสนอมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกและการลบ จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 20 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จนั้น บุคคลที่มีความสำคัญมากที่สุด คือ ครูผู้สอน ครูผู้สอนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องศึกษาถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ที่มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอหลักการเป็นแนวทางในการสอนไว้ ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535, หน้า 12-13) ได้เสนอหลักการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้กระทำกับวัตถุ ควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์มีความหมาย เช่น สัญลักษณ์ คือ $4 + 2 = \square$ นักเรียนหาคำตอบด้วยการหยิบดินสอ 4 แท่ง แล้วหยิบเพิ่มอีก 2 แท่ง นับรวมกัน ได้เป็นดินสอ 6 แท่ง
2. ประสบการณ์เรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม เป็นการจัดประสบการณ์ที่ให้นักเรียนได้รับ สิ่งเร้าทางสายตาควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย นักเรียนไม่ต้องกระทำกับวัตถุ แต่สังเกตหรือดูภาพของวัตถุ เช่น ดูภาพในหนังสือเรียน ดูการสาธิตของครู หรือดูภาพยนตร์ เป็นต้น ประสบการณ์กึ่งรูปธรรมแสดงให้เห็นดังนี้ คือ เมื่อนักเรียนต้องการหาคำตอบของ $4 + 2 = \square$ นักเรียนใช้วิธีหาคำตอบโดยดูภาพจากในหนังสือเรียน แล้วเขียนวงกลมล้อมรอบภาพในหนังสือเพื่อแสดงจำนวนที่ต้องการ คือ 4 และ 2 รวมกันทั้งหมด ได้เป็น 6
3. ประสบการณ์เรียนรู้ที่เป็นนามธรรม เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียว ไม่ต้องมีการกระทำกับวัตถุหรือรับสิ่งเร้าทางสายตา เช่น นักเรียนคิดคำนวณหาคำตอบของประโยคสัญลักษณ์ในหนังสือเรียน

จากประสบการณ์การเรียนรู้ที่กล่าวมาข้างต้น พอจะชี้ให้เห็นรูปแบบของประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน ซึ่งเป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย ดังนั้น ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดหรือให้เข้าใจหลักการ ครูจึงควรจัดประสบการณ์ทั้งสามรูปแบบให้แก่ นักเรียน โดยคำนึงถึงความสามารถ

ที่ต่างกันของนักเรียนด้วย พิศมัย ศรีอำไพ (2533, หน้า 77-78) ได้เสนอหลัก 4 ประการในการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. เด็กจะเรียนรู้จากการเล่นหรือกิจกรรมหลายระดับ คือ การเล่นเกม (The Dynamic Principle) กิจกรรมที่ไม่มีกติกาที่แน่นอน แต่มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แฝงอยู่ หลังจากนั้นเด็กจะเรียนรู้จากการเล่นหรือกิจกรรมที่มีกติกาหรือระเบียบ และเป็นขั้นที่เด็กจะเริ่มเข้าใจ ในความคิดรวบยอด อาจจะรู้โดยการใช้สามัญ (Intuition) และในขั้นสุดท้ายเด็กจะเรียนรู้จากการฝึกหัด ซึ่งมุ่งให้ผู้เรียนรู้ในสิ่งที่ต้องการโดยตรง

2. ความรู้หรือความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (The Constructive Principle) จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนอยู่ในสภาพช่วยทำให้เกิดความนึกคิดที่จะแก้ปัญหา แม้ว่าเด็กจะไม่มีความคิดเชิงวิเคราะห์ หรือไม่สามารถจะประเมินอย่างมีเหตุผลได้ เด็กจะสามารถรับรู้ความคิดรวบยอดได้โดยสามัญ

3. หลักการที่ว่าตัวแปรทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างคงที่ (The Mathematical Variability Principle) แม้ตัวแปรต่าง ๆ เปลี่ยนแปลงได้ การช่วยให้เด็กเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ควรใช้วิธีการหลาย ๆ วิธี แต่จำเป็นต้องรักษาความบริบูรณ์หรือสภาพของความคิดรวบยอดให้คงเดิม

4. การรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) สามารถรับรู้ได้หลายวิธี แต่ความคิดรวบยอด (Concept) ย่อมคงที่ หลักการข้อนี้หมายความว่า แม้การเสนอความคิดรวบยอดก็คือสิ่งเดียวกัน

ยุพิน พิพิธกุล (2538, หน้า 49-50) ได้เสนอหลักการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. สอนจากเรื่องง่ายไปหายาก
2. สอนเปลี่ยนจากรูปธรรมไปหานามธรรม
3. สอนให้สัมพันธ์กับความคิด
4. เปลี่ยนวิธีการสอนไม่ซ้ำซาก สอนให้สนุกสนานน่าสนใจ
5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้นในการเรียน
6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ให้ได้หยิบจับให้ได้เห็น
7. ดำเนินถึงประสบการณ์และทักษะเดิม กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับทักษะเดิม
8. เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อม ๆ กัน
9. ให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา
10. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป
11. สอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ให้สรุปเองจากตัวอย่าง

12. ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้
13. ผู้สอนมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ
14. ผู้สอนมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น
15. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม

นอกจากนี้ บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 24-25) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือ ความพร้อมทางด้านร่างกาย อารมณ์สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี
2. การจัดกิจกรรมการสอนต้องให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจและความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาภายหลัง
3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา
4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นรายกลุ่มก่อน เพื่อเป็นพื้นฐานทางการเรียน จะช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน
5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้นการสอน เพื่อสร้างความคิด ความเข้าใจ ในระยะเริ่มแรกจะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสน จะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจะเป็นไปตามลำดับขั้นที่วางไว้
6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่าจัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร
7. เวลาที่ใช้ในการสอน ควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานเกินไป
8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้เด็กได้มีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตนเองและให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก สิ่งสำคัญประการหนึ่ง คือ การปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่เด็กในการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้าเกิดมีขึ้นจะช่วยให้เด็กพอใจในการเรียนวิชานี้ เห็นประโยชน์และคุณค่า ย่อมจะสนใจมากขึ้น
9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนวางแผนร่วมกับครู หรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเองและกับเพื่อน ๆ

10. การสอนคณิตศาสตร์ที่ดีควรให้เด็กมีโอกาสทำงานร่วมกันหรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเองและกับเพื่อน ๆ

11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่เด็ก

12. นักเรียนระดับประถมศึกษาในระหว่างอายุ 6-12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มโดยครูใช้ของจริง อุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรมนำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มิใช่ท่องจำ ทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการเรียนการสอน เป็นกระบวนการต่อเนื่องและเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล จะทำให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน

14. ไม่ควรจำกัดวิธีคำนวณหาคำตอบของนักเรียน แต่ควรแนะนำวิธีคิดรวดเร็วและแม่นยำให้ภายหลัง

15. ฝึกให้นักเรียนรู้จักตรวจเช็คคำตอบด้วยตนเอง

สุรชัย ขวัญเมือง (2532, หน้า 24-25) โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2525, หน้า 24) ได้รวบรวมลักษณะการสอนที่ดีไว้สอดคล้องกัน ดังนี้

1. เน้นความเข้าใจ การคิดหาหลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง
2. ใช้วิธีอุปมาในการสรุปกฎเกณฑ์และนำความรู้ไปใช้โดยวิธีอนุมาน
3. ครูให้คำแนะนำเมื่อจำเป็นเท่านั้น เพื่อนำไปสู่กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

และควรมีอุปกรณ์ประกอบการสอน

4. จัดการสอนตามลำดับขั้น โดยคำนึงถึงจิตวิทยาในการเรียนรู้ของเด็ก และการนำความรู้เก่าไปเป็นฐานเพื่อเรียนเรื่องใหม่

5. การฝึกทักษะต้องให้ฝึกหลังจากเข้าใจความคิดรวบยอด และวิธีการในการคิดหาคำตอบ

6. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับเด็ก โดยคำนึงถึงความสามารถ ความสนใจ และความแตกต่างระหว่างบุคคล

7. ในการเลือกเรื่อง ควรคำนึงถึงความมุ่งหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำความรู้ไปใช้ ครูผู้สอนควรเป็นผู้ที่มีความกระตือรือร้น มีความสนใจศึกษาถึงจิตวิทยาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ มีการนำนวัตกรรมทางการศึกษาที่ทันสมัยมาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาวิชาที่สอน และคำนึงถึงความเหมาะสมกับเด็กในแต่ละวัย เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนประสบผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

ความรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ต่าง ๆ กัน ดังนี้

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson & Pingry, 1973 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาคำถามได้จะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ และประสบการณ์ประกอบการตัดสินใจ

มนูญ อรุณไพโรจน์ (2517) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สภาพของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยจำนวนและคำห้อมล้อมที่ก่อให้เกิดปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องคิดและตัดสินใจเองว่าจะใช้วิธีอะไรทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานี้

อุทัย เพชรช่วย (2534) ให้ความหมาย โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นโจทย์ที่มีข้อความภาษาหนังสือ (หรือเป็นภาษาพูด) ไม่มีเครื่องหมาย บวก ลบ คูณ หรือหาร ซึ่งผู้เรียนต้องอ่าน (หรือฟัง) โจทย์ให้เข้าใจว่าจะทำโดยวิธีใด (บวก ลบ คูณ หรือหาร)

คำว่า "โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์" บุญเลิศ กล่อมจิต (2529, หน้า 8) ได้ให้คำจำกัดความสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและพบได้ในชีวิตประจำวันซึ่งต้องการคำตอบแต่ไม่สามารถตอบได้ทันทีจะต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้และประสบการณ์ประกอบการตัดสินใจ พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527, หน้า 5-6) ได้สรุปว่า "โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาทุกรูปแบบที่เป็นเชิงปริมาณในลักษณะโจทย์ภาษา โจทย์ที่เป็นคำพูดเกี่ยวกับเรื่องราวหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ" จิตเมธียาสายส้ม (2534, หน้า 5-6) ได้ให้คำจำกัดความว่า "โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อความที่ประกอบด้วยข้อมูลที่เป็นเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะต้องอ่าน ทำความเข้าใจ และหาวิธีการให้ได้คำตอบ โจทย์ปัญหาเหล่านี้อาจเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความก็ได้" สำหรับ Adamms (1977, 176) ได้อธิบายว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นคำพูด และปัญหาที่เป็นเรื่องราวหรือสถานการณ์ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณ นอกจากนี้ยังได้ให้ความเห็นว่า ปัญหาจะแตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่แบบฝึกหัดไม่ต้องอาศัยการตัดสินใจทำเท่ากับปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ Anderson และ Pingry (1973, p. 228 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) ที่ได้สรุปไว้ว่า โจทย์ปัญหาหมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ผู้แก้ปัญหาคำถามได้จะต้องมีกระบวนการแก้ปัญหานั้นที่เหมาะสม ได้ใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจในการแก้ปัญหานั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อความหรือคำถามที่เป็นสภาพการณ์ ซึ่งประกอบด้วยภาษา ตัวเลข โดยที่ไม่มีเครื่องหมายบวก ลบ คูณ หาร รวมอยู่ด้วย ผู้เรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ ตลอดจนกระบวนการที่เหมาะสม วิเคราะห์ตีความโจทย์ปัญหาดังกล่าว เพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการคำนวณ และดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบ

รูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เบาร์วี่ (Brawley, 1975) ได้แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น

2 ประเภท คือ

1. โจทย์ที่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาลักษณะนี้ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ได้แก่ โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือแบบเรียน และหนังสือทั่ว ๆ ไป การหาคำตอบของโจทย์ลักษณะนี้ ใช้วิธีการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยตรง เช่น "สายใจต้องการจัดมะม่วงจำนวน 196 ผล ใส่ตะกร้า โดยใส่ตะกร้าละ 7 ผลเท่า ๆ กัน อยากทราบว่า จะต้องใช้ตะกร้ากี่ใบ"
2. โจทย์ที่ไม่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาลักษณะนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะต้องใช้แผนภาพ แผนภูมิ หรือรูปภาพแสดงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ โจทย์ปัญหาลักษณะนี้จะเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น "มีผู้ชาย 8 คน ในงานเลี้ยง ถ้าผู้ชายคนหนึ่งต้องจับมือกับคนอื่น ๆ ให้ครบทุกคนแล้ว อยากทราบว่า จะมีการจับมือทั้งหมดกี่ครั้ง"

แอสลอค และคณะ (Armstrong et al., 1982) แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือ หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยค คณิตศาสตร์ (Standard Textbook or Translation Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว ไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก
2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่าง ๆ ซึ่งยุ่งยากกว่าประเภทที่ 1 เพราะต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้นตอน คือ
 - 2.1 ความเข้าใจปัญหา
 - 2.2 การพัฒนาและการหาวิธีการในการแก้ปัญหา
 - 2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

บาร์รูดี (Baroody, 1987 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) แบ่งโจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาปกติ (Routine Problems) หรือโจทย์ปัญหาที่เป็นภาษา (Word Problems) ซึ่งส่วนใหญ่เป็นปัญหาที่นักเรียนพบในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป ซึ่งมุ่งเน้นทักษะใดทักษะหนึ่ง มีข้อมูลที่จำเป็นและมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว

2. โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ (Nonroutine Problems) ซึ่งอาจแบ่งได้เป็น โจทย์ปัญหาที่แสดงกระบวนการ และปัญหาที่เป็นปริศนา (Puzzle Problems) มีข้อมูลมากทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือข้อมูลไม่เพียงพอ อาจจะมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เน้นการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุผล

นอกจากนี้ สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533) ได้กล่าวถึงรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า โจทย์ปัญหาอาจจะมีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาโดยตรง (Direct Problems) และโจทย์ปัญหาโดยอ้อม (Indirect Problems) หรือเป็นโจทย์ขั้นตอนเดียว (One-Step Problem) และโจทย์หลายขั้นตอน (Multi-Step Problem) ซึ่งโจทย์ปัญหาโดยตรงและโจทย์ปัญหาขั้นตอนเดียวแก้ได้ง่ายกว่าโจทย์ปัญหาโดยอ้อมและโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน

ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งในการเลือกโจทย์ปัญหาไปสอนนักเรียนนั้น ครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้ (Fleischner, Nuzum & Marzola, 1987 อ้างถึงใน ทวีป มหาวิจิตร, 2535)

1. ภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่เข้าใจยากหรือง่าย มีคำศัพท์เฉพาะทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงไร
2. ขนาดของตัวหนังสือและตัวเลขเหมาะสมกับวัยผู้เรียนหรือไม่
3. ความยาวของโจทย์ปัญหา มีความยาวเกินไปหรือไม่
4. รูปแบบและโครงสร้างของโจทย์ เป็นโจทย์โดยตรงหรือโดยอ้อม เป็นโจทย์ที่ซับซ้อนในการแก้ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอน
5. ใช้ทักษะการคิดคำนวณคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานหลายวิธีหรือไม่
6. เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยมาก่อนหรือไม่

โพลยา (Polya, 1957 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) ได้กล่าวถึงวิธีการสร้างโจทย์ปัญหา ซึ่งพอสรุปได้ว่า การกำหนดโจทย์ปัญหาหรือคำถามลงในตารางสำหรับใช้กับนักเรียน ครูควรมุ่งหมาย 2 ประการ คือ ต้องช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ด้วยตัวเอง และต้องพัฒนาความสามารถของนักเรียนเพื่อที่เขาจะได้แก้ปัญหาในอนาคตได้ด้วยตนเอง โดยเนื้อเรื่องก็นำมาใช้สร้างคำถามนั้นต้องมีลักษณะสอดคล้องกับสามัญสำนึกและความจริงโดยทั่ว ๆ ไป เมื่อ

ครูฝึกให้นักเรียนได้แก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันบ่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต สามารถคิดปัญหาได้ด้วยตนเองอย่างถูกต้อง

ไคลด์ (Clyde, 1967) ได้กล่าวว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาไม่ประสบการณ ไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป

นิพน จิตภักดี (2517) ได้เสนอแนะวิธีการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจดังนี้

1. สร้างโจทย์ปัญหาให้ตรงกับความสนใจของนักเรียน โดยใช้ความรู้ทางด้านจิตวิทยา และสังเกตความสนใจของนักเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ

2. สร้างโจทย์ปัญหาให้เหมาะสมกับสภาพท้องถิ่น

3. สร้างโจทย์ปัญหาให้สัมพันธ์กับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริง

4. สร้างโจทย์ปัญหาให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างการบวกกับการลบ และการคูณกับการหาร

5. สร้างโจทย์ในหลาย ๆ ลักษณะเพื่อช่วยให้นักเรียนรู้จักพัฒนาแยกแยะปัญหาและสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้เอง เช่น โจทย์ที่ขาดตัวเลข โจทย์ที่มีข้อความไม่สมบูรณ์ โจทย์ที่มีข้อความบางตอนไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ และโจทย์ที่ขาดคำถามมีแต่เรื่องหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สิริพร ทิพย์คง (2536) ได้ให้ความคิดเห็นว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรมีลักษณะดังนี้

1. ใช้ภาษาที่สามารถเข้าใจง่าย

2. ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้น ๆ

5. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

6. มีข้อมูลที่ทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

7. สามารถใช้การวาดแผนภาพหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

8. แก้ปัญหาที่ต้องอาศัยจากประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว

9. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญในทางความคิด

10. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) กล่าวว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีที่ครูนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ควรมีลักษณะดังนี้

1. ทำทหายความสามารถของนักเรียน
2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
3. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน
4. มีวิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี
5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง

จากลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมานั้นจะเห็นได้ว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหามีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน ฉะนั้นครูผู้สอนควรสร้างโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ โดยเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย มีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับความรู้และพื้นฐานของนักเรียน ถ้าจะให้ดีครูควรให้นักเรียนช่วยกันสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความสนใจที่จะแก้โจทย์ปัญหาที่ตนเองสร้างขึ้น

ความรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเป็นทักษะระดับสูง เพราะต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ ตลอดจนทักษะคณิตศาสตร์หลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา (ดวงเดือน อ่อนน้อม, 2533)

ทบทวมหาวิทยาลัย (2524, หน้า 141) กล่าวไว้สรุปได้ว่า นักเรียนควรได้รับการฝึกให้มีความรู้ความสามารถขั้นพื้นฐาน และมีเจตคติที่ดีในการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีความคิดรวบยอดและทักษะที่เกี่ยวข้องกับปัญหา
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุป

6. มีความใส่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น

7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

สำนักงานการประถมศึกษาในเขตการศึกษา 6 (2531, หน้า 1) ได้วิจัยเพื่อแก้ปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำของนักเรียนประถมศึกษา ในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหา พบว่าในการแก้

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แต่ละครั้งนักเรียนย่อมมีโอกาสฝึกทักษะในด้านต่าง ๆ และทักษะเหล่านั้นได้แก่

1. ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. ทักษะในการเขียนรูปหรือแผนภาพที่ช่วยในการแก้ปัญหา
3. ทักษะในการหาความสัมพันธ์
4. ทักษะในการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา
5. ทักษะในการแปลภาษาโจทย์ให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์
6. ทักษะในการคิดคำนวณ
7. ทักษะในการตรวจคำตอบ

ดูแรน และเอพิล (Duren & Apil, 1992, p. 148) กล่าวถึงสิ่งที่นักเรียนต้องการในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทักษะในการคิดคำนวณ
2. ความเข้าใจคำศัพท์และภาษาโจทย์
3. ความสามารถในการคิด และการให้เหตุผล ซึ่งเกี่ยวกับการพัฒนาความรู้ความคิด

ตามลำดับขั้น

4. ความคิดรวบยอดและหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการช่วยให้นักเรียนค้นหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

Heimer and Trublood (1977, p. 32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. เทคนิคการรู้คำศัพท์
2. ทักษะการคิดคำนวณ
3. การจำแนกข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการจัดกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
7. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
8. การแปลความหมายของโจทย์

อาดัมส์, อิลลิส และบีสัน (Adams, Ellis & Beeson, p. 977 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) กล่าวว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยปัจจัย 3 ด้าน คือ

1. สถิติปัญหา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้ความคิดในระดับสูง ดังนั้นสถิติปัญหาจึงเป็นสิ่งสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหา และเป็นที่ยอมรับว่า องค์ประกอบของสถิติปัญหามีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา

2. การอ่าน ความสามารถในการอ่านนับเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของการแก้ปัญหา มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่มีความสามารถในการอ่าน แต่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ทั้งนี้เพราะแบบแผนของการอ่านมีลักษณะหลากหลาย ประกอบกับการแก้โจทย์ปัญหานั้นจำเป็นต้องอาศัยการอ่านวิเคราะห์ (Analytical Reading) อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรทำอะไรอย่างไร

3. ทักษะพื้นฐาน หลังจากทบทวนปัญหาและตัดสินใจว่าควรทำอะไร และอย่างไรบ้าง เป็นขั้นตอนของการคำนวณ ซึ่งนักเรียนต้องมีทักษะพื้นฐานของการคำนวณในเรื่องการบวก ลบ คูณ หาร ซึ่งนับว่าเป็นความสามารถที่ค่อนข้างง่ายของการแก้ปัญหา

ชาลิสกี (Zalewski, 1978 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์, 2533) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความสามารถในการอ่านและตีความ
4. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะการคิดคำนวณ

อำนาจ เลิศขันธ์ดี (2523) ได้ให้ความคิดเห็นเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ความรู้ ความจำในเนื้อหาวิชา ในด้านที่เกี่ยวกับศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์ และเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนไปแล้ว
2. ความรู้ ความจำในวิธีดำเนินการ
3. ความเข้าใจในการแปลความ เนื่องจากผู้แก้ปัญหาต้องมีความเข้าใจปัญหาให้ชัดเจนทุกแง่ทุกมุม

4. ความเข้าใจในการขยายความ ทั้งนี้เพราะการคิดแก้ปัญหาต้องอาศัยการคาดการณ์ล่วงหน้าได้อย่างถูกต้องจึงจะคิดแก้ปัญหาได้

5. การวิเคราะห์ความสำคัญ ทั้งนี้เพราะผู้แก้ปัญหาต้องรู้จักแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ในตัวปัญหาได้ว่า สิ่งใดที่มีประโยชน์ต่อการคิดแก้ปัญหาและสิ่งใดที่ไม่จำเป็นต้องการคิดแก้ปัญหา

6. การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของส่วนประกอบที่สำคัญของตัวปัญหา

7. การวิเคราะห์หลักการ โดยพิจารณาว่าสิ่งต่าง ๆ ในตัวปัญหานั้นได้ประกอบเป็นตัวปัญหาได้เนื่องจากสิ่งใดเป็นแกนกลาง

ประยูร อาษานาม (2537) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ความสามารถในการคิดคำนวณ
2. ความสามารถในการอ่านจับใจความได้ละเอียด
3. ความรู้และทักษะเบื้องต้นในการคิดคำนวณ นอกจากนี้ยังมีองค์ประกอบอื่น ได้แก่
 - 3.1 องค์ประกอบของเซตปัญหาโดยเฉพาะจำนวนและภาษา
 - 3.2 ความรู้เกี่ยวกับระบบและจำนวน
 - 3.3 ความสามารถในการประยุกต์ทักษะในการอ่าน

จิไลวรรณ เอื้อสุวรรณ (2531) กล่าวว่าองค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ครูจะเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการฝึก และพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้เข้าใจโจทย์ปัญหา ครูจะต้องฝึกให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจจนเป็นทักษะ สามารถใช้ได้อย่างคล่องแคล่ว จะทำให้ความสามารถในด้านการวิเคราะห์โจทย์ปัญหากระทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งผลไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้องและรวดเร็ว

สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์ (2533) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีส่วนช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ความสามารถในการอ่าน
2. ความสามารถในการคิดคำนวณพื้นฐาน
3. ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
4. ความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา องค์ประกอบที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถคือ ทักษะการอ่าน และการฟัง
2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ฝึกการคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ มีประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างหลากหลาย เมื่อพบกับปัญหาใหม่จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม
3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล เป็นความสามารถที่ต้องได้รับการฝึก เพราะส่งผลโดยตรงต่อการแก้ปัญหา

4. แรงขับ ในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องใช้พลังความคิดมาก ซึ่งต้องอาศัยแรงขับที่จะสร้างพลังความคิด แรงขับนี้เกิดจากความสามารถทางด้านจิตพิสัย

5. ความยืดหยุ่นในการคิด ซึ่งเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหา โดยบูรณาการกับปัจจัยต่าง ๆ เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ส่วนองค์ประกอบอื่น ๆ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา

นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงจะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำ

2. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวที่อบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และเข้มงวดกวดขัน

3. วิธีสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นตัวนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบบอกให้รู้

จากองค์ประกอบที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ประการ คือ ลักษณะและความสามารถของนักเรียน ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ถ้าหากนักเรียนมีความพร้อมในการเข้าใจโจทย์ปัญหา มีความสามารถในการอ่าน วิเคราะห์ ตีความและคิดคำนวณ มีความรอบคอบในการแก้โจทย์ปัญหา จะทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น ซึ่งในเรื่องนี้ ซัยดัม (Suydum, 1980 อ้างถึงใน สุณีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) ได้ให้ข้อสรุปว่า ผู้ที่แก้โจทย์ปัญหาได้ดีจะมีสติปัญญาสูง มีความสามารถในการอ่านและการคิดตามเหตุผล มีการกำหนดขอบเขตของปัญหาได้ดี อีกทั้งมีทัศนคติที่ดีต่อการแก้โจทย์ปัญหา ส่วนลักษณะของโจทย์ปัญหาและการจัดการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาในโรงเรียนก็มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ซึ่งถ้าครูจัดกิจกรรมที่เอื้ออำนวยต่อการแก้โจทย์ปัญหา ใช้โจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ มีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับความรู้ความสามารถของนักเรียน ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมและเป็นปัญหาที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียน ก็จะทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดีกว่าการเรียนการสอนที่ไม่เอื้ออำนวยต่อการแก้โจทย์ปัญหา

สาเหตุที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้

บรูคเนอร์ และกรอสนิคเคิล (Brueckner & Grossnickle, 1947 อ้างถึงใน ทวีป มหาวิจิตร, 2535) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ มีดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือเป็นบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดมโนภาพที่จะพิจารณาสภาพของปัญหา
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจโจทย์ว่ากำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำ และจัดระบบสิ่งซึ่งเขาได้อ่านมาเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา
3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณ ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลให้นักเรียนใช้วิธีเดาสุ่มตามวิธีการที่พอจะนึกออกเพื่อจะให้ได้คำตอบ
5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องที่มีความสำคัญ ได้แก่ กฎ สูตร
6. นักเรียนขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนคำอธิบาย
7. นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณ ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากการรู้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพียงจำจวนจำกัด หรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่าง ๆ
8. นักเรียนขาดความสนใจเนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งมีความยาก ไม่สนใจ และไม่ได้รับอะไรเป็นการตอบสนอง
9. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา

10. นักเรียนขาดทักษะในการฝึกฝนทำโจทย์ปัญหา

เวสต์ (West, 1977 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) กล่าวว่า สาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถทำข้อสอบที่เป็นโจทย์คณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเนื่องมาจาก

1. นักเรียนไม่เข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. นักเรียนไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้

อุทัย เพชรช่วย (2534) กล่าวถึงสาเหตุสำคัญที่นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ มีดังนี้

1. เกิดจากการที่ครูสอนโดยละเลยการใช้ประสบการณ์ในชั้นใช้ของจริง
2. เกิดจากการที่ครูสอนโดยเน้นให้นักเรียนจำ "คำหลัก" เพื่อใช้บอกวิธีทำ
3. เกิดจากการที่ครูเน้นการสอนตามวิธีการหรือตามตัวอย่างในหนังสือ

4. เกิดจากการที่ครูสอนโดยไม่คำนึงถึงวิธีการหรือขั้นตอนในการคิด จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้นั้น เนื่องมาจากสาเหตุดังต่อไปนี้

1. สถิติปัญหา ซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่แตกต่างกัน นักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาไม่ได้มักมีสถิติปัญหาอยู่ในระดับที่ค่อนข้างต่ำ
 2. นักเรียนมีความบกพร่องในด้านการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ ไม่สามารถระบุได้ว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร โจทย์กำหนดสิ่งใดให้ ไม่ทราบวิธีการที่ใช้ในการคำนวณ
 3. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์
 4. นักเรียนขาดทักษะพื้นฐานในการคำนวณ
 5. นักเรียนขาดแรงจูงใจในการเรียนและขาดความกระตือรือร้นในการแก้โจทย์ปัญหา
 6. นักเรียนขาดประสบการณ์ในการฝึกแก้โจทย์ปัญหาในหลาย ๆ รูปแบบ
 7. วิธีการสอนของครูที่เน้นการคำนวณมากกว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
- จากปัญหาข้างต้นจะเห็นได้ว่านักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับการเรียนเรื่อง การแก้โจทย์ปัญหามาก ซึ่งเกิดจากการไม่เข้าใจโจทย์ ลักษณะของโจทย์ ดีความจากโจทย์ไม่ถูกต้อง ขาดแรงจูงใจในการเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ขาดขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ และจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนยังพบว่าสาเหตุเกี่ยวกับความสามารถรวมถึงด้านสถิติปัญหาของตัวผู้เรียนด้วย

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

กองวิจัยทางการศึกษา (2538, หน้า 35) กล่าวว่าสรุปได้ว่ากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง กักนี (Gagne 1992, pp. 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดและ/ หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนรู้มาก่อน
2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive Strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the Answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสมองในการคิด นักเรียนจะต้องมีทักษะทางปัญญา มีความสามารถในการจัดระเบียบข้อมูลในสมองเพื่อใช้ในการทำความเข้าใจปัญหา มีกลวิธีในการคิดเพื่อการวางแผนหาคำตอบ และต้องมีความสามารถในการตรวจย้อนอีกด้วย การพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหาจึงต้องพัฒนาความสามารถต่าง ๆ ได้แก่ ความสามารถในการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา และความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ ความสามารถเหล่านี้สามารถพัฒนาได้โดยการสอนโดยตรง

ขั้นตอนการสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

ขั้นตอนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักการศึกษาจึงได้เสนอแนะขั้นตอนการสอนที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

น้อมศรี เคท (2535, หน้า 88-100) เสนอแนะกระบวนการสอนแก้โจทย์ปัญหาไว้สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจสภาพและลักษณะของโจทย์ปัญหา
2. ศึกษาลักษณะของโจทย์ปัญหาว่าแตกต่างหรือเหมือนกับที่เคยพบมา
3. เลือกกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา
4. แสดงวิธีทำ
5. พิจารณาและตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคิดคำนวณ

โพลยา (Polya, 1957 อ้างถึงใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) ได้เสนอขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจในสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา นักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาในรูปภาษาของตนเองได้ โดยบอกได้ว่าประเด็นปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โจทย์ให้เงื่อนไขอะไรบ้าง และมีข้อมูลเพียงพอหรือไม่

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan) ได้แก่ การหาทริคในการแก้ปัญหาโดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับกับสิ่งที่โจทย์ต้องการระลึกถึง โจทย์ปัญหาที่เคยพบมาก่อนซึ่งเป็นปัญหานั้นเองเดียวกันหรือแตกต่างกันเล็กน้อย ระลึกว่ามี ความคิดรวบยอดและหลักการอะไรบ้างที่นำมาใช้ได้ ข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดจะนำมาใช้เป็นเงื่อนไขในการแก้ปัญหาได้อย่างไรและจะต้องใช้ข้อมูลทั้งหมดหรือไม่ นำสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้นมาวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การแก้ปัญหาตามแผน (Carrying Out the Plan) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะในการคิดคำนวณ โดยให้รู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ (Looking Back) ได้แก่ การตรวจสอบคำตอบและวิธีการหาคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ โดยการพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา โดยอาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2533, หน้า 129-133) เสนอแนะเทคนิคบางประการในการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ใช้โจทย์ปัญหาหลายระดับ ครูควรจัดโจทย์ปัญหาไว้หลายระดับความรู้ความสามารถ และประสบการณ์ของเด็กแต่ละคน เพื่อไม่ให้เด็กเกิดความคับข้องใจหรือขาดแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหา ในขณะที่เดียวกันก็พบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อสร้างแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น
2. ฝึกเขียนโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ เป็นการฝึกความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ซึ่งอยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
3. แสดงบทบาทสมมุติ การแสดงบทบาทสมมุติจะช่วยให้สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหาแลดูเป็นจริงเป็นจังมากขึ้น จะช่วยให้เด็กมองเห็นเงื่อนไข แนวคิด และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
4. เขียนแผนภาพ เป็นการวิเคราะห์สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหา ช่วยลดความเป็นนามธรรมให้น้อยลง และช่วยให้มองเห็นสู่ทางในการแก้โจทย์ปัญหา
5. ฝึกสร้างโจทย์ปัญหา เป็นการฝึกสร้างโจทย์ปัญหาจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น สร้างโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน สร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ และสร้างโจทย์ปัญหาโดยอิสระ

6. ใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข เป็นการฝึกความสามารถในการวิเคราะห์สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหา และการเลือกวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาโดยไม่ต้องพะวงถึงตัวเลข

7. ใช้โจทย์ปัญหาที่มีตัวเลขแต่ไม่ต้องการคำตอบ เพียงแต่ต้องการหาวิธีการในการหาคำตอบ เป็นการฝึกความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

8. ใช้โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ หรือเกินความจำเป็น โจทย์ปัญหาเหล่านี้จะช่วยให้เด็กรู้จักการศึกษาข้อมูลอย่างพินิจพิจารณามากขึ้นก่อนลงมือแก้ปัญหา สิ่งที่ควรเน้น คือ การทำให้เด็กสนใจในรายละเอียดของข้อมูลให้มาก

9. ตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ เป็นการฝึกความสามารถในการพิจารณา คำตอบว่าน่าจะเป็นไปได้เพียงใดโดยใช้ทักษะต่าง ๆ เช่น ทักษะการกะประมาณ เพราะจะช่วยให้สามารถประมาณคำตอบได้ว่าน่าจะถูกต้องหรือไม่ หากคลาดเคลื่อนไปมากจะได้ตรวจสอบวิธีทำใหม่

10. อ่านโจทย์ให้ฟังสำหรับเด็กที่มีปัญหาในการอ่าน ซึ่งทำให้เป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหา ทั้งที่มีความสามารถที่จะแก้โจทย์ปัญหาได้ ครูอาจใช้เทคนิคการอ่านโจทย์ให้ฟังหรือให้ฟังเทป

11. พัฒนาทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา เนื่องจากภาษาทางคณิตศาสตร์มีความแตกต่างไปจากภาษาเขียนอื่น ๆ หากเด็กมีปัญหาในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูควรฝึกทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา เช่น อ่านรวดเดียวให้จบเพื่อให้เข้าใจคำถาม อ่านข้อมูลทีละส่วนช้า ๆ อ่านทบทวนในส่วนที่ยังไม่เข้าใจ อ่านออกเสียงไปด้วยในส่วนที่ยังไม่เข้าใจ ขณะอ่านถามตัวเองไปด้วยว่าโจทย์ข้อนี้ถามเกี่ยวกับอะไร นอกจากนี้ครูอาจฝึกให้เด็กทำพจนานุกรมคณิตศาสตร์ของตนเอง โดยรวบรวมคำศัพท์คณิตศาสตร์ตลอดจนสัญลักษณ์ต่าง ๆ ไว้ พร้อมกับเขียนคำอธิบายโดยใช้สำนวนภาษาของตนเองสำหรับใช้เป็นคู่มือช่วยจำ

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ

7. แนะนำให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา โดยการวาดรูปหรือแผนภาพ

8. ช่วยนักเรียนในการจัดหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของตนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

ซายดัม (Zuydam, 1980 อ้างอิงจาก สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) ได้กล่าวว่า การสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ทำให้ทราบสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาควรดัดแปลงปัญหาใหม่ด้วยตนเอง โดยการเขียน พุด หรือเพียงแค่คิดเท่านั้นก็ได้

2. วางแผนวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้คือ

2.1 แยกปัญหาออกเป็นข้อย่อย ๆ โดยระบุว่าข้อมูลใดที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งใดที่ไม่ทราบค่า

2.2 ระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้วว่า มีประเด็นใดที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบจากโจทย์บ้าง

2.3 ตั้งสมมติฐานหรือแนวความคิดที่จะนำไปสู่การหาคำตอบ

3. ดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.1 แปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างสิ่งที่ใช้แทนสถานการณ์ในปัญหานั้น

3.2 วิเคราะห์ประโยคเป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อจะนำไปสู่การหาคำตอบได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

3.3 ค้นหาคำตอบที่วางแผนไว้

4. ตรวจสอบปัญหาและคำตอบว่าสอดคล้องกันหรือไม่โดยปฏิบัติดังนี้

4.1 ตรวจสอบคำตอบที่ได้เทียบกับปัญหา

4.2 พิสูจน์ว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง โดยคำตอบนี้ไม่ค้านกับสมมติฐาน

คิง (King, 1991 อ้างอิงจาก สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนกลวิธีตั้งคำถามนำในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การวางแผน (Planning)

- 1.1 ปัญหาคืออะไร ตอนนี้เรากำลังทำอะไรอยู่
- 1.2 โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง ข้อมูลจะช่วยเราได้อย่างไร
- 1.3 วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคืออะไร
- 1.4 เราจะทำอะไรต่อไป

2. การกำกับ (Monitoring)

- 2.1 เราได้ใช้วิธีการของเราไหม
- 2.2 เราต้องการวิธีใหม่หรือไม่
- 2.3 เรามาถูกทางไหม
- 2.4 เป้าหมายของเราบรรลุหรือยัง

3. การประเมินผล (Evaluation)

- 3.1 เราทำอะไรไปแล้ว
- 3.2 มีอะไรที่เรายังไม่ได้ทำ
- 3.3 คราวหน้าเราจะทำอะไรที่แตกต่างไปจากนี้ไหม

Dwight (1966, p. 47) เสนอแนะวิธีการสอนโจทย์ปัญหาไว้ 7 ขั้นตอนดังนี้

1. ให้อ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์เพื่อทำความเข้าใจ
2. อ่านบททวนอีกครั้งและระบุให้ได้ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร และให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง
3. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ทราบค่าและข้อมูลที่ไม่ทราบค่า
4. เขียนประโยคสัญลักษณ์
5. คำนวณหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบทันที
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3, 4 และ 5 เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้

กล่าวคือ จะต้องฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ฝึกให้เขียนประโยคสัญลักษณ์ และฝึกทักษะในการคิดคำนวณให้คำนวณได้อย่างถูกต้อง

ครูลิก (Krulik, 1980) ได้เสนอขั้นตอนการสอนโจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนคือ

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการหาอะไร มีข้อมูลอะไรบ้างที่โจทย์บอก แล้วเริ่มเขียนรูปภาพหรือประโยคสัญลักษณ์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับข้อมูลที่โจทย์ต้องการ

3. คำนวณหาคำตอบ

4. ตรวจสอบคำตอบ

ลี (Lee, 1982) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ปัญหาประกอบด้วยอะไรบ้าง

1.2 ข้อความในปัญหามีอะไรที่สัมพันธ์กัน

1.3 คำถามต้องตอบอะไรบ้าง

2. การวางแผน

2.1 สามารถวาดรูปช่วยได้หรือไม่

2.2 สามารถเขียนแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหาได้หรือไม่

2.3 สามารถพิจารณากรณีพิเศษและค้นหารูปแบบ

2.4 พิจารณาสถานการณ์หนึ่งและเพิ่มสถานการณ์หนึ่งเข้าไป

2.5 เคยแก้ปัญหาที่คล้ายกันบ้างไหม

3. การดำเนินการตามแผน

3.1 ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

3.2 ตรวจสอบแต่ละขั้นตอน

4. การตรวจสอบย้อนกลับ

4.1 คำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

4.2 พยายามค้นหาวิธีแก้ปัญหาอื่น ๆ อีก

4.3 สร้างปัญหาที่คล้ายกันขึ้นมาอีก

Brannan & Schaff (1983, pp. 41-59 อ้างอิงจาก สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533)

ได้เสนอรูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษาไว้ดังนี้

รูปแบบที่ 1 สอนทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยตรงโดยใช้เวลาประมาณ 10-15 นาทีต่อวัน สำหรับการแก้โจทย์ปัญหาที่ต้องอาศัยทักษะการแก้ปัญหา

รูปแบบที่ 2 ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาในบทเรียนคณิตศาสตร์ตลอดปีการศึกษา โดยจัดบทเรียนภายใต้หัวข้อต่อไปนี้

1. การฝึกทักษะ

2. การใช้รูปแบบการทดลอง

3. การพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

รูปแบบที่ 3 จัดให้นักเรียนมีโอกาสใช้ทักษะการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาที่ไม่เคยพบหรือปัญหาที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน

รูปแบบที่ 4 สร้างบรรยากาศของการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ดังนี้

1. ครูเตรียมตัวอย่างโดยการให้การแก้ปัญหาจริง ๆ
2. กระตุ้นให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหาตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา
3. ใช้ความคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น

ได้เต็มที่

หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้เสนอแนะขั้นตอนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาให้ถ่องแท้
2. หาวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ใช้อุปกรณ์ของจริง ใช้การเขียนภาพ ใช้การเขียนตาราง เขียนรายการที่สำคัญจากปัญหา ติดตามผล
3. ลงมือแก้ปัญหตามวิธีที่คิดว่าได้ผล ถ้ายังไม่ได้ผลก็หาวิธีอื่นทดลองใหม่จนได้

คำตอบ

4. ตรวจสอบคำตอบ

จากการศึกษาขั้นตอนการสอนที่กล่าวมาข้างต้น เพื่อให้ นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ผู้วิจัยนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องตามธรรมชาติของผู้เรียน โดยมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย การเตรียมโจทย์ปัญหาตามระดับความสามารถของผู้เรียน การเขียนแผนภาพ การฝึกสร้างโจทย์ ฯลฯ โดยผู้วิจัยเลือกใช้วิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยการฝึกอ่านโจทย์ วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งอาจทำความเข้าใจโดยการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบความเข้าใจ
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา โดยการแตกปัญหออกเป็นข้อย่อย ๆ หาวิธีการแก้ปัญหา เทียบเคียงกับโจทย์ปัญหาที่เคยพบมาก่อน หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ทราบค่าและข้อมูลที่ไมทราบค่า แล้ววางแผนแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการตามแผน โดยการนำข้อมูลที่วางแผนไว้ในขั้นที่ 3 มาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ แล้วดำเนินการคิดคำนวณแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบ โดยการตรวจย้อนว่าได้ทำตามที่โจทย์บอกครบถ้วนหรือไม่ คิดคำนวณได้ถูกต้อง แม่นยำ หรือผิดพลาดไปจากที่ประมาณการไว้หรือไม่เพียงใด

นอกจากนี้ การจัดบรรยากาศในการเรียน การให้เวลานักเรียนในการคิดแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางในการแสดงความคิดเห็น กิจกรรมที่ส่งเสริมการแสดงออกของผู้เรียนก็เป็นเรื่องสำคัญ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมสนองความต้องการของผู้เรียน เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียน

เทคนิคและกลวิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ควรนำมาใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนั้น นอกจากจะสอนตามขั้นตอนดังกล่าวแล้ว ยังขึ้นอยู่กับเทคนิควิธีการต่าง ๆ ที่สอดแทรกเข้าไปด้วย โดยการนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกัน เพื่อเป็นแนวทางช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น

เบลย์ และ ธอร์นตัน (Bley & Thomson, 1981 อ้างอิงจาก สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์, 2533) ได้แนะนำยุทธวิธีที่มีประสิทธิภาพหลาย ๆ ยุทธวิธีที่นำมาใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ไว้ดังนี้

1. ปัญหาเกี่ยวกับคำ ภาษา (Word Story Problems) ให้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่นักเรียนสนใจและมีประสบการณ์ในสถานการณ์นั้น ๆ
2. ถามโจทย์ปัญหาด้วยปาก (Posing Problems Orally) ซึ่งวิธีนี้เป็นวิธีที่สำคัญสำหรับนักเรียนที่มีปัญหาทางด้านภาษาและการอ่าน
3. ใช้แรงเสริมที่เห็นได้ชัด (Visual Reinforcements) เช่น ให้อุปกรณ์เป็นวัตถุ รูปภาพ เพื่อให้กำลังใจนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา
4. ทำให้ง่าย (Simplifying) ใช้ตัวเลขที่น้อยและง่ายในโจทย์ปัญหา เพื่อให้นักเรียนจะได้เข้าใจโจทย์และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้
5. แต่ง (Restating) ให้นักเรียนหัดแต่งและกำหนดโจทย์ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ซึ่งภาษาจะช่วยให้เด็กนักเรียนแต่งโจทย์ได้ด้วยตนเอง และบ่งบอกให้รู้ว่าการเข้าใจโจทย์นั้น
6. ประเมินการให้รายละเอียด (Assessing Given Information) กำหนดโจทย์ปัญหาที่มีรายละเอียดน้อยและมาก แล้วให้นักเรียนบอกว่าสิ่งใดที่โจทย์ต้องการ สิ่งใดที่โจทย์ไม่ต้องการ (What is Still Needed or What is Superfluous)
7. ให้โจทย์ปัญหา หรือแบบฝึกหัดเสริมเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาเพิ่มเติม (Supplementary Problems)
8. เวลาสำหรับคิด (Time of Thinking) ให้นักเรียนใช้เวลาคิดอย่างเพียงพอ และครูต้องพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ว่านักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร จะได้ช่วยเหลือนักเรียนได้

9. ขั้นการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคำในโจทย์ (Steps in Solving Word Problem) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ จะมีปัญหาเกี่ยวกับภาษาในโจทย์ปัญหา ซึ่งส่งผลต่อการอ่านและการคิดแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งได้แนะนำขั้นตอนการสอนเกี่ยวกับภาษาในโจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

9.1 ดูโจทย์ หรืออ่านโจทย์ (Seeing the Situation) นักเรียนจะอ่านคำในโจทย์ปัญหา และพยายามทำความเข้าใจโจทย์โดยดูความสัมพันธ์กันในเรื่อง

9.2 กำหนดคำถาม หรือตั้งคำถาม (Determining the Question) นักเรียนตัดสินใจว่า โจทย์ให้อะไรมาบ้าง และจะต้องแก้ปัญหอะไรในโจทย์

9.3 รวบรวมข้อมูล หรือรายละเอียดที่โจทย์ให้มา (Gathering Data) โจทย์จะให้ข้อมูล รายละเอียด ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาดัง ๆ หรือเทียบ ๆ แล้วให้บันทึกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และไม่เกี่ยวข้องกัน

9.4 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ (Analyzing Relationships) โดยครูช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างรายละเอียดที่โจทย์ให้มา การวิเคราะห์ความสัมพันธ์นี้เป็นทักษะเชิงเหตุผลซึ่งนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ มักจะมีปัญหาในด้านนี้

9.5 ตัดสินใจใช้กระบวนการที่จะแก้ปัญห (Deciding on a Process) นักเรียนจะต้องตัดสินใจว่าจะใช้วิธีคำนวณวิธีใดในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งนักเรียนควรจะได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับคำสำคัญ เช่น ทั้งหมด หมายถึงการบวก, เหลืออยู่ ยังเหลืออยู่ หมายถึงการลบ และในขั้นนี้นักเรียนควรจะเขียนปัญหาในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

9.6 ประเมินคำตอบ (Estimating Answers) นักเรียนฝึกประมาณคำตอบที่ควรจะเป็น ถ้านักเรียนเข้าใจเหตุผลนักเรียนก็สามารถประมาณคำตอบได้

9.7 ฝึกเพิ่มเติม (Practice & Generalizations) หลังจากที่นักเรียนได้ฝึกปัญหาแบบใดแบบหนึ่งแล้วครูก็ควรให้นักเรียนได้ฝึกโจทย์ปัญหาที่คล้ายกัน แต่ใช้ตัวเลข จำนวนในโจทย์ต่างกัน

10. เวลา (Time) ซึ่งจะเป็นปัญหากับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ นักเรียนอาจได้รับการสอนซ่อมเสริม เรื่องการบอกเวลา ครูอาจจะใช้นาฬิกาจริงหรือนาฬิกาที่ครูทำขึ้นเองเพื่อที่จะสอนทักษะนี้ ลำดับของการสอนเรื่องเวลาควรจะเริ่มจากชั่วโมง-ครึ่งชั่วโมง-15 นาที-ห่างกัน 5 นาที-วินาที เป็นต้น

11. เงิน (Money) การใช้เงินจริงและสถานการณ์ที่เหมือนจริง ซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ นักเรียนอาจจะเล่นขายของ ซื้อขายแลกเปลี่ยน สิ่งอาหารจากร้านอาหาร คำนวณราคาและจ่ายเงิน สถานการณ์เหล่านี้จะจัดเป็นรูปธรรมและเป็นการฝึกที่มีความหมายสำหรับการเรียนรู้เลข

น้อมศรี เคท (2535) ได้เสนอแนะเทคนิคเกี่ยวกับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า ในการสอนนั้นควรควรคำนึงถึงหลัก 8 ประการ ได้แก่

1. การวิเคราะห์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ว่าโจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้นกำหนดสิ่งใดบ้าง และต้องการทราบอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมี ความสัมพันธ์กันอย่างไร

2. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ เมื่อนักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปควรฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการเขียนประโยคสัญลักษณ์

ตัวอย่างกิจกรรมที่ครูอาจใช้ในการสอนเขียนประโยคสัญลักษณ์ เช่น

อ่านโจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ

เขียนโจทย์ปัญหามนกระดานดำ หรือพิมพ์โจทย์ปัญหาแจกให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนเขียนแต่ละปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์

เขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดานดำ แล้วให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาตามประโยคสัญลักษณ์

3. การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะสื่อจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจสิ่งที่ เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหา มากขึ้น สื่อการสอนอาจเป็นของจริง รูปภาพ หรือแผนภูมิก็ได้ สื่อเหล่านี้เป็นเครื่องช่วยในการ จินตนาการและคิดค้นคำตอบ

4. ความสามารถในการอ่าน เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยข้อความ และตัวเลข ดังนั้น นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ ต่าง ๆ และสามารถตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดให้ และต้องการทราบอะไร ซึ่งต่างจากการอ่าน โดยทั่ว ๆ ไป ดังนั้น ถ้าครูได้เตรียมความพร้อมในเรื่องภาษา โดยเฉพาะในเรื่องการอ่านให้แก่นักเรียนก่อนที่จะสอนเรื่องโจทย์ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น

5. ทักษะในการคำนวณ ในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการคำนวณ คือสามารถบวก ลบ คูณ หาร ได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว ครูควรหาทางช่วยนักเรียนจัดกิจกรรมหลาย ๆ อย่าง ที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ

6. การประมาณคำตอบ ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักประมาณคำตอบในเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะการประมาณคำตอบช่วยช่วยทำให้นักเรียนทราบว่าวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหและการคำนวณถูกหรือผิดโดยเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากการประมาณคำตอบที่เป็นจริง ซึ่งควรใกล้เคียงกัน

7. การใช้วิธีแก้ปัญหาลายวิธี ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหาลายวิธี เพราะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้าง ไม่จำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน และการสอนให้นักเรียนได้รู้จักวิธีการแก้ปัญหาลายวิธีมีประโยชน์ในการตรวจคำตอบ เพราะโจทย์ปัญหาเดียวกันจะต้องได้คำตอบเดียวกัน

8. การเลือกโจทย์ปัญหา ในการเลือกโจทย์ปัญหาไปสอนนักเรียน ครูควรพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้

8.1 โจทย์ปัญหามีความสำคัญทางคณิตศาสตร์ เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์

8.2 สถานการณ์ในโจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริง หรือของจำลองประกอบการสอนได้

8.3 เนื้อเรื่องในโจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจ และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8.4 ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียน และไม่ควรใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือย ประยูร อาษานาม (2537) ได้เสนอแนะเทคนิคที่ครูควรนำมาใช้ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ใช้การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
2. ใช้การอุปมา อุปมัย ได้แก่ การนำวิธีการที่เคยใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามาแก้โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะคล้าย ๆ กัน
3. การเขียนรูปภาพประกอบการแปลความหมายโจทย์ปัญหา
4. ใช้วัสดุจริง รูปภาพ ประกอบการแก้โจทย์ปัญหา
5. การฝึกฝนการคิดเลขในใจ โดยไม่ต้องใช้กระดาษและดินสอหรือเครื่องคิดเลข
6. การคาดคะเนหรือประมาณคำตอบ
7. การตั้งโจทย์ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ ให้นักเรียนวิเคราะห์ความถูกต้องหาส่วนที่ขาด และควรจะมีอะไร การกระทำเช่นนี้จะเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักอ่านอย่างละเอียดถี่ถ้วนและรู้จักวิเคราะห์ปัญหา

8. การตั้งโจทย์ที่มีสิ่งกำหนดให้เกิดความต้องการ ให้นักเรียนวิเคราะห์และแก้โจทย์ปัญหา เมื่อทราบว่าสิ่งที่กำหนดให้บางอย่างไม่มีความจำเป็นก็ต้องตัดทิ้งไปได้ ซึ่งวิธีการนี้จะช่วยปรับปรุงความคิดเชิงวิเคราะห์ของนักเรียนได้

9. การแปลความหมายของโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ข้อสำคัญคือนักเรียนจะต้องเข้าใจคำศัพท์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหา เพื่อที่จะตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการคำนวณอย่างไร แล้วจึงจะเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้

10. โจทย์ปัญหาควรเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและที่นักเรียนสนใจ
11. การสอนทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา
12. การตั้งโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์เดียวและมีหลายคำถาม
13. การเล่นเกมและกิจกรรมพิเศษที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535) ได้กล่าวถึงเทคนิคต่าง ๆ ที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. การใช้โจทย์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ โจทย์ปัญหาที่นักเรียนสนใจแบ่งได้เป็น

2 ประเภท

1.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่ได้มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริง ๆ จากการที่นักเรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ เช่น การตัดสินใจว่าฝ่ายใดชนะในการเล่นเกมน เป็นต้น

1.2 เป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่ได้มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริง ๆ ในชั้นเรียน แต่เป็นสภาพการณ์ที่นักเรียนนึกถึงหรือคิดถึงได้ เช่น การวางแผนไปเที่ยวร่วมกัน และประมาณว่าจะใช้จ่ายเท่าไร จะต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะเก็บเงินไว้ใช้จ่ายได้พอ เป็นต้น

2. การเปลี่ยนเรื่องราวของโจทย์ปัญหาให้มองเห็นได้ง่ายขึ้น การนำอุปกรณ์ต่าง ๆ มาใช้ในการเรียนการสอน เช่น การใช้เส้นจำนวน การวาดภาพ การเขียนแผนภาพ จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นสู่ทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น

3. การแสดงบทบาทสมมติ การแสดงบทบาทสมมติจะทำให้ให้นักเรียนมองเห็นเงื่อนไขแนวคิด และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพการณ์นอกโรงเรียนและคณิตศาสตร์ เช่น การจัดร้านขายของ เป็นต้น

4. ใช้การเปรียบเทียบ เป็นการพยายามให้นักเรียนมองเห็นวิธีการในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ยาก โดยการคิดปัญหาง่าย ๆ ที่คล้ายกับโจทย์ปัญหาที่ยาก โดยเปลี่ยนจากตัวเลขที่มีค่ามากให้เป็นตัวเลขที่มีค่าน้อย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นวิธีการแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น เพราะเป็นโจทย์ชนิดเดียวกัน

5. หาคำตอบปัญหาง่าย ๆ ด้วยการคิดในใจ การนำโจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันของนักเรียน และจากกิจกรรมในห้องเรียนเป็นโจทย์ปัญหาง่าย ๆ มาให้นักเรียนฝึกทักษะในการหาคำตอบ โดยไม่ต้องให้การเขียน เมื่อนักเรียนคิดได้ก็จะช่วยให้เกิดความเข้าใจและจะเป็นเครื่องเร้าให้นักเรียนคิดอยากแก้โจทย์ปัญหาที่ยากขึ้น

6. การประมาณคำตอบ นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นและได้รับการแนะนำในการประมาณคำตอบจนติดเป็นนิสัยที่จะต้องประมาณคำตอบก่อนแก้ปัญหามุ่ทุกครั้ง การประมาณคำตอบยังช่วยในการตรวจคำตอบอีกด้วย

7. การตรวจจากความสัมพันธ์ต่าง ๆ มีความสัมพันธ์หลายอย่างที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา ผู้ที่แก้โจทย์ปัญหาได้ดีควรจำความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น ปี-เดือน-วัน-สัปดาห์-บาท-สตางค์ เป็นต้น

8. การจดจำวิธีแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะอย่าง โจทย์ปัญหาบางชนิดมีรูปแบบในการแก้ปัญหาคงตัว ถ้าหากนักเรียนสามารถจดจำวิธีการนี้ได้ ก็สามารถนำไปแก้ปัญหาลักษณะเดียวกันได้

9. การจดจำสูตรต่าง ๆ การคำนวณโดยใช้สูตรช่วยให้หาคำตอบได้เร็วขึ้น ดังนั้นความสามารถในการจดจำสูตรอย่างทราบความหมายก็จะมีส่วนพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียนได้

10. การใช้โจทย์ปัญหาหลายระดับ เนื่องจากนักเรียนในชั้นย่อมมีระดับความสนใจ เหตุสนใจและวุฒิภาวะในการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน ดังนั้น โจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนจึงควรยากพอที่จะท้าทายความสามารถของนักเรียน แต่ต้องไม่ยากเกินไปจนทำให้เกิดความคับข้องใจ ครูต้องพยายามจัดโจทย์ปัญหาให้เหมาะกับประสบการณ์ของนักเรียน ซึ่งครูทำได้โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนพบกับโจทย์ปัญหาในระดับต่าง ๆ กัน

11. การใช้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ แบบ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องเป็นโจทย์ปัญหาประเภทที่ต้องหาคำตอบเสมอไป ยังมีโจทย์ปัญหาประเภทอื่นอีก เช่น โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข โจทย์ปัญหาที่มีตัวเลขแต่ไม่ต้องการคำตอบเพียงแต่ต้องการวิธีการในการหาคำตอบ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ หรือมีมากเกินไปจนจำเป็น

12. การหาคำตอบด้วยการทำหลาย ๆ วิธี การแก้โจทย์ปัญหด้วยวิธีการต่าง ๆ จะเป็นการเร้า เป็นการสร้างความสนใจ และประสบการณ์หลายด้านให้นักเรียน ครูจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ ด้วยวิธีหลาย ๆ วิธี ย่อมทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสภาพของโจทย์ปัญหาลึกซึ้งมากกว่าการแก้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาโดยวิธีการเพียงอย่างเดียว

13. ใช้วิธีวิเคราะห์โจทย์ปัญหา คือแยกแยะดูว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไร ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น แล้วจึงเลือกข้อมูลที่สำคัญต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ ถ้าจัดข้อมูลที่ไม่จำเป็นออกไป ก็จะทำให้พอมองเห็นลู่ทางว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหาได้

14. การแปลงสภาพของโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ความสามารถในการเขียนประโยคสัญลักษณ์ แสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการแปลความหมายของโจทย์ ซึ่งวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาก่อนการคำนวณหาคำตอบ ตลอดจนวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนจึงเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้

15. การสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นทางหนึ่ง que แสดงถึงความเข้าใจใน โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งทำได้หลายวิธี เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ การให้ นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน โดยใช้เทคนิคของการละประโยคที่เป็นคำถามไว้ให้ นักเรียนเป็นผู้คิดขึ้นเอง การให้นักเรียนสร้างโจทย์เองทั้งหมด

16. การฝึกทักษะการอ่านที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา เนื่องจากลักษณะของโจทย์ ปัญหาโดยทั่วไปต้องการความคิดและการเข้าใจที่ถูกต้องแน่นอน จึงต้องการทักษะการอ่านอย่าง พินิจพิจารณา ดังนั้นจึงควรพัฒนาทักษะในการอ่านเพื่อช่วยพัฒนาความเข้าใจในโจทย์ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมี ขั้นตอนการสอนที่คล้าย ๆ กัน แต่เทคนิควิธีการที่ใช้อาจจะแตกต่างกัน ซึ่งเทคนิควิธีการที่นักการ ศึกษาหลาย ๆ ท่านได้เสนอแนะไว้นั้น ถ้าครูผู้สอนนำมาและประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับระดับ ความรู้ความสามารถของผู้เรียน และสถานการณ์ต่าง ๆ ก็จะเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้นักเรียน ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาได้

แนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

เนื่องจากทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเป็นทักษะระดับสูง ต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจ ตลอดจนทักษะทางคณิตศาสตร์หลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา จึงมี เด็กเป็นจำนวนมากที่มีข้อบกพร่องในเรื่องนี้ การแก้ไขข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาจึง ทำได้ยากกว่าการแก้ไขข้อบกพร่องในเรื่องอื่น (ดวงเดือน อ่อนน้อม, 2533)

สุวร กาญจนมยุร (2533) ได้กล่าวถึงการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนว่าจำเป็นต้องใช้ ความสามารถในการหลาย ๆ ด้าน ครูผู้สอนจึงควรพัฒนาความสามารถในด้านต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ดังนี้

1. ภาษา

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ไม่ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง

1.2 ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถแบ่งข้อความของโจทย์ได้ว่า ตอนใดเป็นข้อความของสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความตอนใด เป็นสิ่งที่โจทย์ถาม หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3 รู้จักใช้ความหมายของคำ ถูกต้องตามเจตนารมณ์ของโจทย์ปัญหา ฉะนั้น ผู้สอนจำเป็นต้องอธิบายความหมายของคำต่าง ๆ ให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจนตลอดเวลาที่สอนคำ และทบทวนความหมายของคำที่เรียนแล้วเสมอ

2. ความเข้าใจ

2.1 ทักษะจับใจความ กล่าวคือ อ่านโจทย์หลาย ๆ ครั้ง แล้วสามารถจับใจความได้ว่า เรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการอะไร

2.2 ทักษะตีความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถ ตีความ และแปลความได้ เช่น แปลความในโจทย์มาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ การหารได้

2.3 ทักษะแปลความ กล่าวคือ จากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความมาจากโจทย์ปัญหานั้น สามารถสร้างโจทย์ปัญหา

3. การคิดคำนวณ

3.1 ทักษะการบวกจำนวน

3.2 ทักษะการลบจำนวน

3.3 ทักษะการคูณจำนวน

3.4 ทักษะการหารจำนวน

4. การย่อความและสรุปความ ได้ครบถ้วนชัดเจน กล่าวคือ ชั้นแสดงวิธีทำ นักเรียนจำเป็นต้องฝึกทักษะต่อไปนี้

4.1 ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความ ได้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง ความสามารถสรุปความจากสิ่งกำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง เช่น น้องสาวมีอายุ 5 ปี พี่สาวมีอายุมากกว่าน้องสาว 2 ปี นักเรียนต้องฝึกการสรุปความใหม่ให้ได้ว่า พี่สาวอายุ $5+2=7$ ปี ได้ทันที และสามารถเขียนแสดงวิธีทำ ได้ทุกบรรทัดอย่างชัดเจน รัดกุม และสื่อความหมายแก่ผู้ตรวจสอบการแสดงวิธีทำนั้น

5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

5.1 ฝึกทักษะตามตัวอย่าง

5.2 ฝึกทักษะจากการแปล

5.3 ฝึกทักษะจากหนังสือเรียน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เมื่อพิจารณาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้อ่านข้อความ อ่านปัญหาแล้วทำความเข้าใจ โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ต่อไปฝึกให้นักเรียนทำความเข้าใจเอง โดยอาจใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ

การสร้างแบบจำลอง การปรับเปลี่ยนขนาดของปริมาณต่าง ๆ ของตัวปัญหา การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ฝึกให้นักเรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เช่น ในการทำแบบฝึกหัด ควรฝึกให้นักเรียนเขียนแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนที่จะลงมือทำอย่างละเอียดชัดเจน ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาแก่นักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเอง นอกจากนี้ควรจัดปัญหาที่แปลกใหม่มาให้นักเรียนฝึกคิดอยู่เสมอ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การวางแผนเป็นการจัดลำดับแนวความคิดหลักในการแก้ปัญหา เมื่อจะลงมือดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องตีความขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน ตามลำดับขั้นตอน ซึ่งครูสามารถฝึกฝนนักเรียนได้จากการทำแบบฝึกหัดนั้นเอง โดยฝึกให้นักเรียนวางแผน จัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น นอกจากนี้ควรให้นักเรียนฝึกตรวจสอบความถูกต้อง ความเป็นไปได้ของแผนที่วางไว้ก่อนที่จะลงมือดำเนินการตามแผน

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตอนตรวจสอบของการแก้โจทย์ปัญหาครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็นคือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ ปรับปรุงและพัฒนาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น อีกประเด็นหนึ่งคือการมองไปข้างหน้า เป็นการให้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลง การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเดียวกับที่เรียน

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ครูผู้สอนจำเป็นต้องใช้วิธีการต่าง ๆ สำหรับส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้และต้องหมั่นฝึกทักษะที่จำเป็นต่าง ๆ แก่นักเรียน ได้แก่ ทักษะการอ่าน การตีความ ทักษะการคิดคำนวณ และทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศในการเรียนการสอนให้สนุกสนาน ใช้สื่อและอุปกรณ์ที่เหมาะสม ให้อาจารย์เพียงพอกับการแก้โจทย์ปัญหา และส่งเสริมให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา ตลอดจนการให้กำลังใจที่เหมาะสม และต่อเนื่องแก่นักเรียน

การบวกและการลบ

1. การบวก

ความหมายของการบวก การบวกเป็นเนื้อหาหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ซึ่งเนื้อหาที่นักเรียนสามารถที่จะเรียนได้ การสอนการบวก ควรจะมีระดับเรียนรู้ความหมายของการบวก จะทำให้เด็กเข้าใจความคิดรวบยอดของการบวก ซึ่งนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของการบวกไว้ดังนี้

ประยูร อาษานาม (2537) การบวกหมายถึงได้ให้ความหมายการบวกไว้ว่า เป็นการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันเรียกว่าผลบวก สัญลักษณ์ที่แสดงที่แสดงการรวมกันเรียกว่า เครื่องหมาย +

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535) การบวกหมายถึง การนำจำนวนสองจำนวนหรือมากกว่ามารวมกันเพื่อหาจำนวนทั้งหมดเป็นเท่าไร จำนวนสองจำนวนนี้ต้องเป็นสมาชิกของเซตแต่ละเซตที่มีสมาชิกร่วมกัน สัญลักษณ์ที่แสดงการบวกคือ +

วรรณิ โสมประยูร (2537) การบวก หมายถึง การกระทำของจำนวน โดยวิธีการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันนี้เรียกว่า ผลรวมหรือผลบวก สัญลักษณ์ที่แสดงการรวมนี้เรียกว่า +

จากความหมายของการบวกข้างต้น สรุปได้ว่าการบวกเป็นการรวมกันของจำนวนสองจำนวน หรือมากกว่ามารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมกันเรียกว่าผลบวก สัญลักษณ์แสดงการรวมเรียกว่า เครื่องหมายบวก

การสอนความหมายของการบวก การสอนความหมายของการบวกทำได้สองวิธีคือ (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 45)

1. การรวมสมาชิกของเซต
2. การใช้เส้นจำนวน

การสอนความหมายของการบวกโดยวิธีการรวมสมาชิกของเซต การสอนควรเริ่มจากการที่ใช้ของจริงหรือรูปธรรม รูปธรรมประกอบสัญลักษณ์ กึ่งรูปธรรมประกอบสัญลักษณ์และสัญลักษณ์หรือนามธรรมในตอนท้าย

1. กิจกรรมเชิงรูปธรรม เช่น ครูใช้การสาธิตให้นักเรียนดู นำอุปกรณ์การสอนจริงให้นักเรียนดู
2. กิจกรรมเชิงรูปธรรมประกอบสัญลักษณ์ กิจกรรมทำนองเดียวกันกับ การใช้สัญลักษณ์อย่าง จะชักนำกันไปสู่การใช้เครื่องหมาย + แทนคำว่ารวม และเครื่องหมาย = แทนคำว่า "เป็น" เช่น เมื่อนักเรียนเข้าใจประโยค "ลูกหิน 2 ก้อน รวมกับก้อนหิน 3 ก้อน เป็น 5 ก้อน" จะแทนด้วยประโยคคณิตศาสตร์

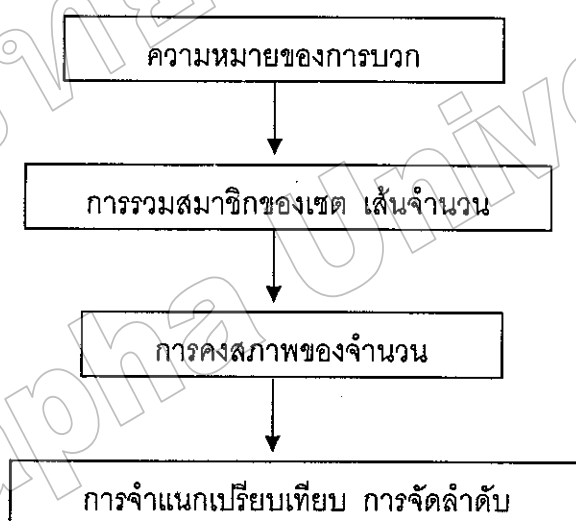
3. กิจกรรมเชิงกิจรูปธรรมประกอบสัญลักษณ์ กิจกรรมประเภทนี้ครูสามารถใช้รูปภาพประกอบการสอน และต่อไปจะเป็นการใช้ประโยคสัญลักษณ์

4. กิจกรรมเชิงนามธรรมหรือสัญลักษณ์ เมื่อนักเรียนเข้าใจความหมายของการบวก โดยทำกิจกรรมตามขั้นตอนต่าง ๆ แล้ว ต่อไปจะเป็นการหาผลบวกจากประโยคสัญลักษณ์อย่างเดียว การสอนความหมายของการบวกโดยใช้เส้นจำนวน มีรายละเอียดดังนี้

1. กิจกรรมเชิงรูปธรรม ครูกำหนดจุดเริ่มต้น ณ จุดใดจุดหนึ่งที่หน้าห้องเรียนให้นักเรียนเริ่มเดิน 2 ก้าว ต่อไปให้นักเรียนนับจำนวนที่ก้าวเดินไปทั้งหมด

2. กิจกรรมเชิงกิจรูปธรรม จากมโนติของเส้นจำนวนที่เป็นรูปธรรมดังกล่าวแล้ว ครูจะชักนำให้นักเรียนรู้จักวาดเส้นจำนวนที่แสดงตามแผนภูมิหรือรูปที่เขียนบนกระดานดำ

สรุปขั้นตอนการสอนความหมายของการบวก



ภาพที่ 4 สรุปขั้นตอนการสอนความหมายของการบวก (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 46)

การบวกเบื้องต้น (Basic Addition Facts)

ตารางที่ 1 การบวกเบื้องต้น (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 47)

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

การสอนการบวกเบื้องต้น

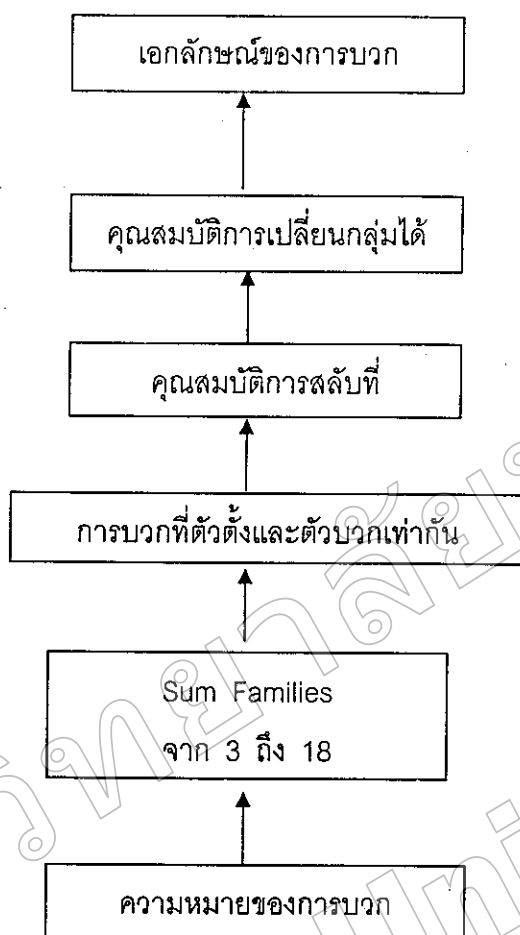
จากตารางที่ 1 เราสามารถวิเคราะห์ได้ว่ามีสิ่งที่เด็กเรียนรู้ได้หลายประการ คือ

1. การบวกของจำนวน 2 จำนวนที่ได้ผลบวกเท่ากัน (Sum Families)
2. การบวกตัวตั้งและการบวกเท่ากัน
3. เอกลักษณะของการบวก 0 เป็นสัญลักษณ์ของการบวก
4. การสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

การสอนการสลับที่ของการบวก ในระหว่างการสอนการบวกจำนวน 2 จำนวนที่ผลบวกเท่ากันเป็นโอกาสเหมาะที่สุดที่คุณสมบัติสลับที่ คือ ถ้า a, b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบใด ๆ แล้ว $a+b = b+a$ เช่น $2+1=1+2$

สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบใด ๆ แล้ว $(a+b)+c = a+(b+c)$ ในการบวกจำนวนหลายจำนวนจะรวมจำนวนคู่ใดก่อนก็ได้ ผลบวกย่อมไม่เปลี่ยนแปลง

เอกลักษณะของการบวก เราทราบว่าถ้า a เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบใด ๆ แล้ว $a+0 = 0+a$ และเรียก 0 ว่าเป็นเอกลักษณะของการบวก (Additive Identity) สรุปขั้นตอนการสอนการบวกเบื้องต้น (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 35)



ภาพที่ 5 สรุปขั้นตอนการสอนการบวกเบื้องต้น

กรรมวิธีของการบวก (Addition Algorithm)

เมื่อเด็กเข้าใจในมิติของความหมายของการบวกมีทักษะการหาผลบวกเบื้องต้นแล้ว
ขั้นตอนต่อไปเป็นการเรียนรู้กรรมวิธีของการบวกซึ่งมีขั้นตอนที่สำคัญดังต่อไปนี้

1. การบวกเลข 2 หลักกับเลข 1 หลัก ที่ไม่มีการทด
2. การบวกเลข 2 หลักกับ 2 หลัก ที่ไม่มีการทด
3. การบวกเลข 2 หลักกับ 1 หลัก ที่มีการทด
4. การบวกเลข 2 หลักกับ 2 หลัก ที่ไม่มีการทด
5. การบวกเลข 2 หลักกับ 2 หลัก ที่มีการทด
6. การบวกเลข 3 หลักกับ 1 หลัก 2 หลัก กับ 3 หลัก ที่ไม่มีการทด
7. การบวกเลข 3 หลักกับ 1 หลัก กับ 3 หลักขึ้นไป

ตั้งแต่ข้อ 5-7 อาจกล่าวได้ว่าเป็นข้อสรุป เพราะเป็นการอาศัยกรรมวิธีจากข้อ 1-4

เมื่อเด็กเข้าใจและมีทักษะกรรมวิธี 1-4 แล้วก็สามารถส่งถ่ายการเรียนรู้เรื่องกรรมวิธี 5-7 ได้

ความพร้อมในการเรียนรู้วิธีของการบวก ความพร้อมที่จำเป็นและสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนเรื่องนี้ได้แก่

1. การบวกเบื้องต้น
2. ค่าประจำหลัก
3. การกระจายตัวเลขตามค่าประจำหลัก
4. คุณสมบัติของการบวก โดยเฉพาะการเปลี่ยนกลุ่มได้

จากความพร้อมดังกล่าวแล้วครูจะเตรียมเด็กก่อนที่จะเริ่มสอนกรรมวิธีของการบวก เช่น ทบทวนการบวกเบื้องต้น ค่าประจำหลัก ผูกฝนทักษะการกระจายตัวเลขตามค่าประจำหลัก เป็นต้น สรุปเนื้อหาการบวกในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำมีการบวก จำนวนซึ่งมีผลบวกไม่เกิน 100 ดังนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2534, หน้า 43)

1. ความหมายของการบวก
2. สัญลักษณ์ + และการเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงการบวก
3. การบวกจำนวนสองจำนวน และสามจำนวนที่ไม่มีการทดตามแนวตั้งแนวนอน
4. การบวกเมื่อมีจำนวนใดจำนวนหนึ่งเป็นศูนย์
5. การสลับที่การบวก
6. การเปลี่ยนกลุ่มการบวก
7. โจทย์ปัญหา

2. การลบ ก่อนที่จะเรียนเรื่องการลบ นักเรียนต้องมีความรู้พื้นฐานของการบวกมาดีแล้ว เพราะการลบเป็นการกระทำตรงกันข้าม (Inverse-Operation) กับการบวกตามทฤษฎีพัฒนาทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) ได้ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้การบวกการลบได้อย่างเข้าใจก็ต่อเมื่อได้เข้าใจการอนุรักษ์ (Conservation) และมีความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility)

ความหมายของการลบ สำนักงานประถมศึกษาแห่งชาติ (2535) ได้อธิบายความหมายของการลบสามารถกระทำได้ 3 วิธี คือ

1. การนำออกหรือเอาออก (การหาว่าเหลือเท่าไร) การนำเอาจำนวนหนึ่งหักออกจากจำนวนทั้งหมดแล้วหาจำนวนที่เหลือ
2. การเปรียบเทียบหรือ (การหาผลต่าง) เป็นการเปรียบเทียบจำนวน 2 จำนวนว่าต่างกันอยู่เท่าไร หรือมากน้อยกว่ากัน
3. การเพิ่มเข้า (การหาว่าต้องนำมาเพิ่มอีกเท่าไร) เป็นการหาที่นำจำนวนมารวมกันจำนวนที่มีอยู่แล้วให้ได้เท่ากับจำนวนที่ต้องการ

ประยูร อาษานาม (2537) ได้กล่าวถึงความหมายของการลบสามารถกระทำได้ 3 วิธี คือ

1. การนำออก เป็นการแยกหรือนำสมาชิกบางส่วนออกจากจำนวนทั้งหมด เช่น
ชื้อไขไก่มา 5 ฟอง ทำแตกเสียไป 3 ฟอง จะเหลือไข่อีก 2 ฟอง

2. การเปรียบเทียบ เป็นการเปรียบเทียบจำนวนสมาชิกของเซต 2 เซต เช่น ขาวมี
ดินสอ 5 แท่ง แดงมีดินสอ 3 แท่ง ขาวมีดินสอมากกว่าแดงก็แท่ง

3. การนับลบ เป็นการเพิ่มจำนวนสมาชิกของแต่ละเซตของแต่ละเซตให้ครบเท่าที่
ต้องการจำนวน 3 ประการ ที่ใช้ในการบวกใช้ไม่ได้สำหรับการลบนี้

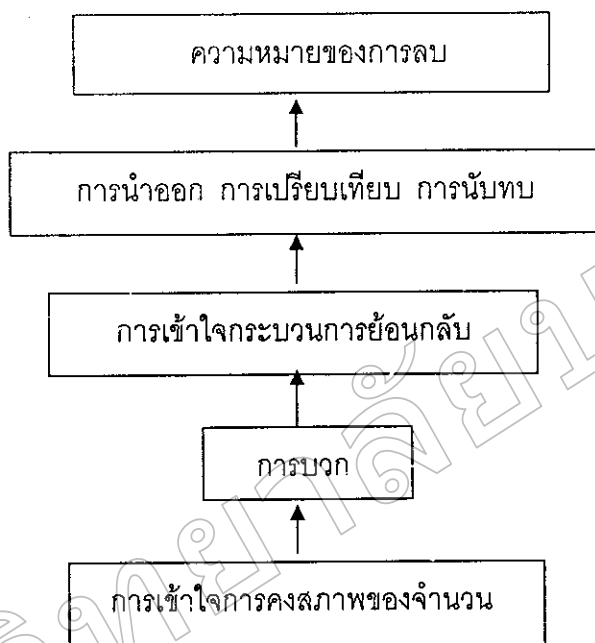
3.1 การลบไม่มีการสลับที่ คือ $a-b = b-a$ เช่น $3-2 = 2-3$

3.2 การลบไม่มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม คือ $a(b-c) = (a-b)-c$ $g=jo$ $5(3-2) = (5-3)-2$

3.3 ศูนย์ไม่เป็นเอกลักษณ์ของการลบ คือ $a-0=a$ แต่ $0-a = a$ เช่น $0-4 \neq 4$

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการสอนการลบสามารถทำได้ทั้ง 3 วิธีดังกล่าวแล้ว
ครูควรสอนให้นักเรียนรู้ทั้ง 3 ความหมาย แต่จากการวิจัยของกิบบ์ (Gibb) โดยการสัมภาษณ์
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า เด็กเข้าใจความหมายของการลบในเชิงการนำออก
ได้ง่ายกว่าวิธีอื่น ๆ ส่วนความหมายของการลบในเชิงการเปรียบเทียบจะเป็นเรื่องที่ยากที่สุด
สำหรับเด็กนอกจากนั้นการศึกษาของเบิร์น (Burns) ก็ปรากฏผลว่า ความหมายของการลบในแง่
การนำออกจะทำให้เด็กเข้าใจได้ง่ายที่สุด (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 70)

สรุปขั้นตอนความหมายของการลบ



ภาพที่ 6 สรุปความหมายของการลบ (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 75)

การลบเบื้องต้น (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 75) หลังจากเด็กเข้าใจแนวคิดเรื่องความหมายของการลบแล้ว สิ่งต่อไปที่เด็กจะเรียนรู้คือ “การลบเลื่อนเบื้องต้น” ซึ่งเป็นทักษะที่เด็กควรจะมีฝึกฝนด้วยความเข้าใจและมีความแม่นยำในการหาผลต่าง

การลบเบื้องต้นเป็นกระบวนการย้อนกลับของการบวกเบื้องต้น เหตุที่สำคัญในการเรียนรู้ การลบเบื้องต้นก็คล้ายๆ กับการบวกเบื้องต้น การหาผลต่างของจำนวน 2 จำนวนจะอยู่ในลักษณะต่อไปนี้ คือ

1. การลบจำนวนที่ตั้งตัวอยู่ในเซต 0, 1, 2, ..., 9 และ 0 เป็นตัวลบ
2. การลบจำนวนเดียวกันที่อยู่ในรูป $a-a$ เมื่อ a อยู่ในเซต 0, 1, 2, 3, ..., 9
3. การลบของจำนวนต่อไปนี้

ตารางที่ 2 การลบเบื้องต้น (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 76)

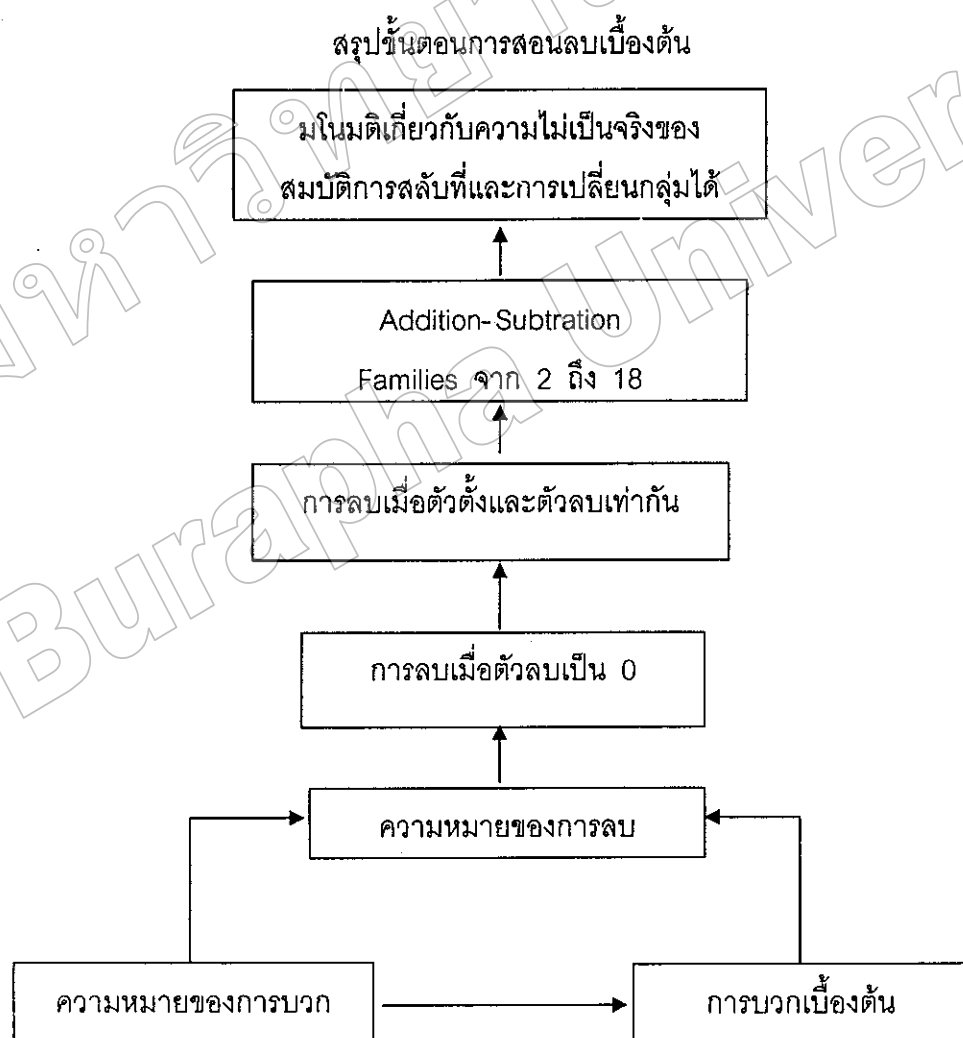
	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
18	9									
17	8	9								
16	7	8	9							
15	6	7	8	9						
14	5	6	7	8	9					
13	4	5	6	7	8	9				
12	3	4	5	6	7	8	9			
11	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8		0	1	2	3	4	5	6	7	8
7			0	1	2	3	4	5	6	7
6				0	1	2	3	4	5	6
5					0	1	2	3	4	5
4						0	1	2	3	4
3							0	1	2	3
2								0	1	2
1									0	1
0										0

จากตารางที่ 2 จะมีการลบของจำนวน 2 จำนวนที่เป็นการลบเบื้องต้นทั้งหมด
จำนวน 100 คู่ จะมีการลบของจำนวนที่เท่ากัน 10 คู่ และการลบที่มีตัวเลขเป็น 0 อีก 10 คู่
กิจกรรมการสอนการลบเบื้องต้น อาจทำได้ตามขั้นตอนดังนี้

1. การลบของจำนวน 2 จำนวนที่มีตัวเลขเป็น 0
2. การลบของจำนวน 2 จำนวนที่ตัวตั้งและตัวเลขเท่ากัน
3. การลบของจำนวน 2 จำนวนที่ผลต่างเป็น 1, 2, 3, 4...8, 9

กิจกรรมการสอนควรเน้นให้เห็นความสัมพันธ์กับการบวกโดยเน้นการบวกของจำนวน 2 จำนวนที่ผลบวกเท่ากัน แล้วสอนการหาผลต่างโดยใช้นิยามของการลบเป็นหลัก ซึ่งเรียกว่าการสอนโดยใช้ Addition Subtraction Families เช่น

Addition Family	Subtraction Family
$1 + 1 = 2$	$2 - 1 = 1$
$2 + 1 = 3$	$3 - 2 = 1$
	$3 - 1 = 2$
$3 + 1 = 4$	$4 - 3 = 1$
	$4 - 1 = 3$



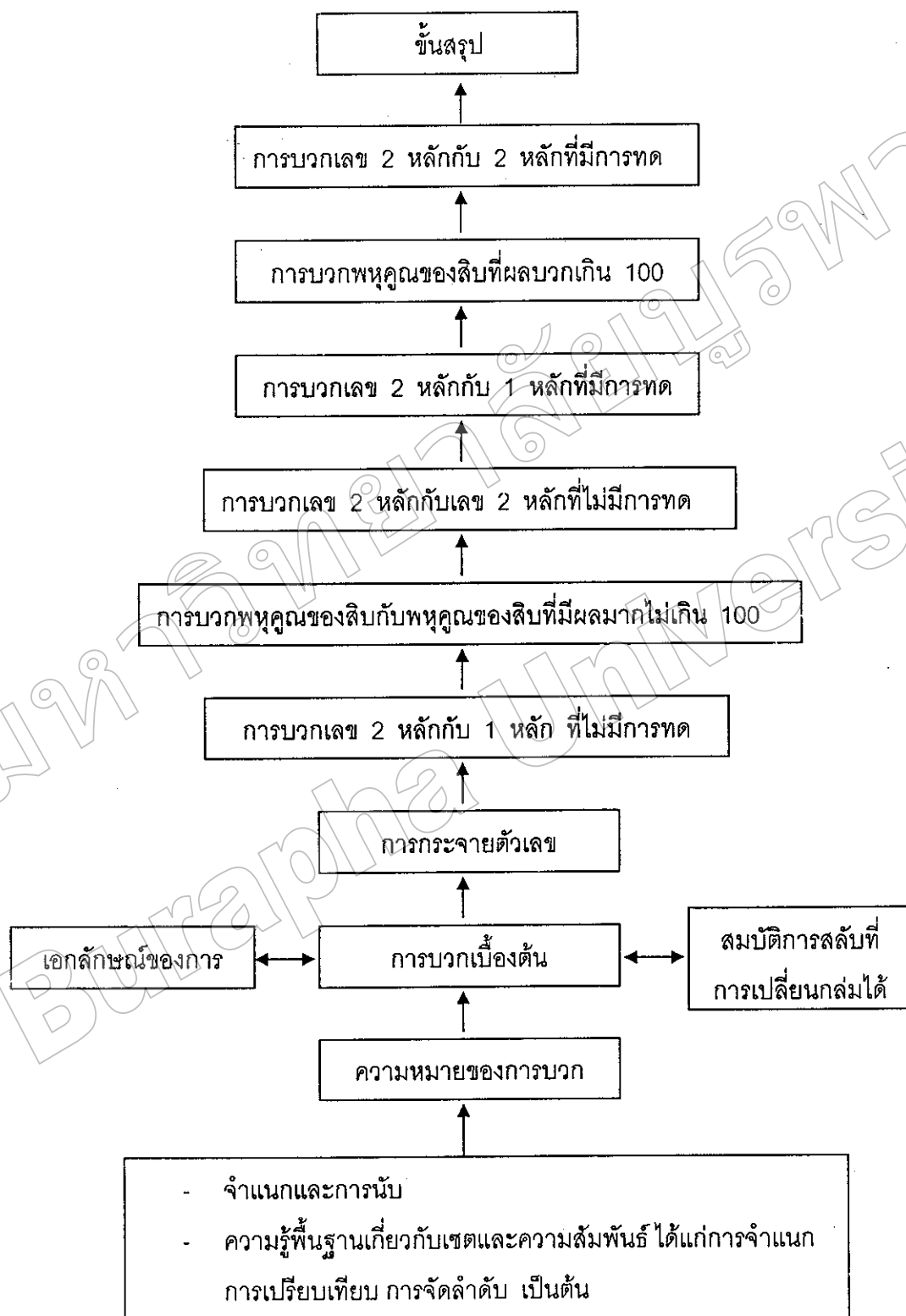
ภาพที่ 7 ขั้นตอนการสอนการลบเบื้องต้น (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 76)

กรรมวิธีของการลบ

ขั้นตอนการสอนการลบให้สอดคล้องกับการบวกคือ

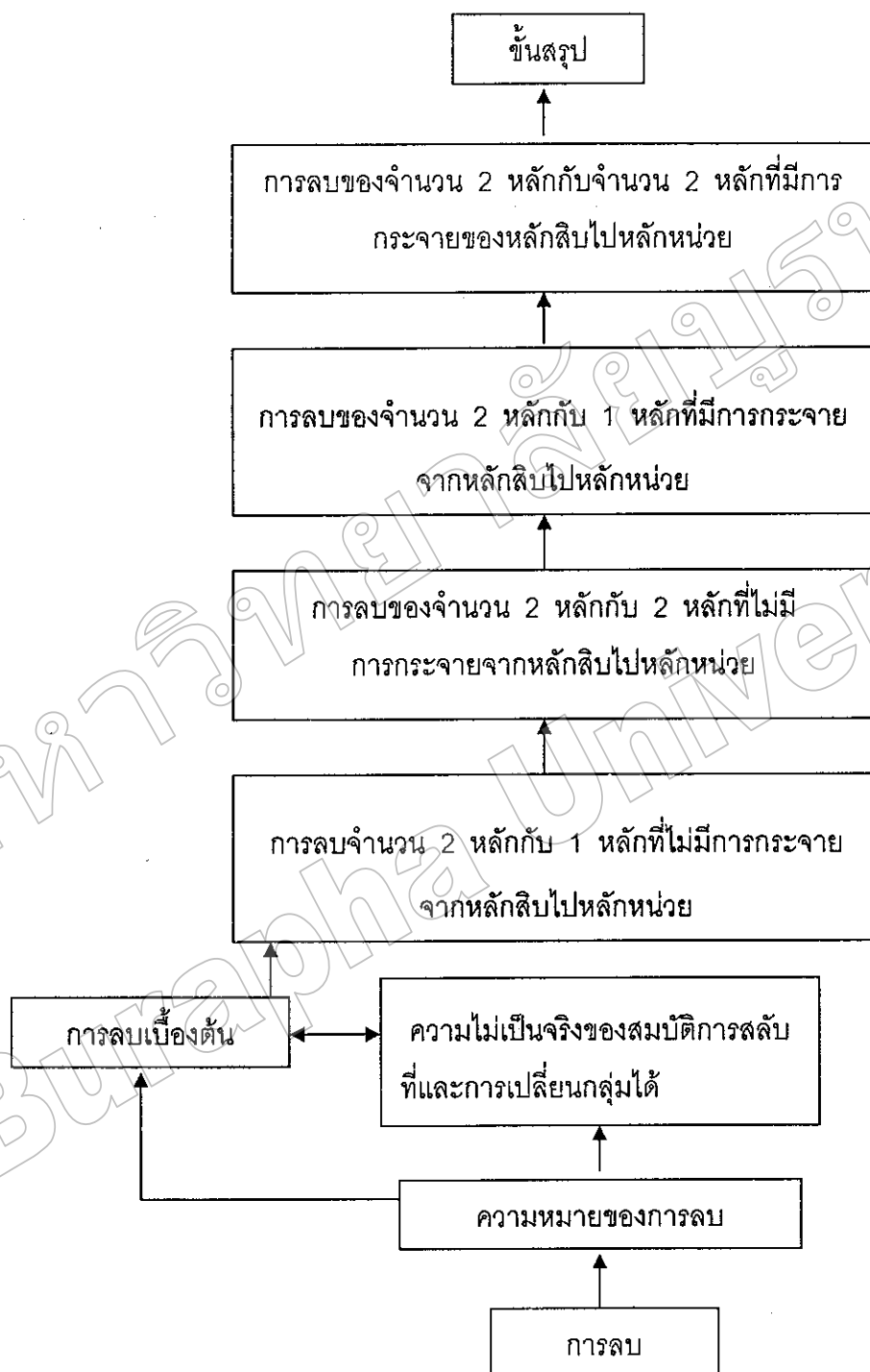
1. ความหมายของการลบ
2. การลบเบื้องต้น
3. การลบของจำนวน 2 หลักกับ 1 หลัก และจำนวน 2 หลักกับ 2 หลัก ที่ไม่มีการกระจาย จากสิบไปถึงหลักหน่วย
4. การลบของจำนวน 2 หลักกับ 1 หลัก และจำนวน 2 หลักกับ 2 หลักที่มีการกระจายจากสิบไปถึงหลักหน่วย
5. ขั้นสรุปคือ การลบของจำนวนที่ตัวตั้งมากกว่า 2 หลักขึ้นไป
สรุปเนื้อหาการลบของชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ได้ดังนี้
 1. การลบสองจำนวนที่ตัวตั้งไม่เกิน 5
 - 1.1 ความหมายของการลบ
 - 1.2 สัญลักษณ์-การเขียนสัญลักษณ์แสดงการลบ
 - 1.3 การลบจำนวนสองจำนวนตามแนวนอน
 - 1.4 การลบจำนวนสองจำนวนตามแนวตั้ง
 - 1.5 การลบเมื่อตัวลบหรือผลลบเป็นศูนย์
 - 1.6 ความสัมพันธ์ของการบวกและการลบ
 2. การลบจำนวนสองจำนวนที่ผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 9
 3. การลบจำนวนสองจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 20
 4. การลบจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100 และไม่มีการกระจาย
 5. โจทย์ปัญหาการลบ

สรุปขั้นตอนการสอนการบวก



ภาพที่ 8 สรุปขั้นตอนการสอนการบวก (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 68)

สรุปขั้นตอนการสอนการลบ การสอนการลบได้ดังต่อไปนี้



ภาพที่ 9 สรุปขั้นตอนการสอนการลบ (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 69)

สรุปการสอนการบวกและการสอนการลบ เด็กจะเรียนรู้การบวกและการลบได้ดีเมื่อเข้าใจ การคงสภาพของจำนวนและกระบวนการย้อนกลับ ซึ่งเป็นความพร้อมด้านวุฒิภาวะ นอกจากความพร้อมดังกล่าวแล้ว เด็กควรจะมีพร้อมด้านประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องเซตและความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของการจำแนก การเปรียบเทียบและการจัดลำดับ

โครงสร้างของการบวกและการลบมีอยู่สองด้าน คือ ความเข้าใจของความหมายการบวกและการลบ และกรรมวิธีการหาผลบวกและผลต่างของจำนวน 2 จำนวน การแนะนำความหมายของการบวกมีหลายวิธี ครูเลือกวิธีที่ง่ายที่สุด สำหรับเด็กการเริ่มการสอนควรใช้รูปธรรมอย่างเดียวก่อน ใช้รูปธรรมประกอบสัญลักษณ์ ถึงรูปธรรมประกอบสัญลักษณ์และสัญลักษณ์หรือรูปธรรม ในขณะที่สอนความหมายของการบวกและการลบควรเน้นเรื่องการบวกเบื้องต้นและการลบเบื้องต้น รวมทั้งคุณสมบัติของการบวกและการลบ

การบวกเบื้องต้นจะช่วยให้เด็กมีทักษะที่ถูกต้อง เกี่ยวกับกรรมวิธีการบวกในการทำงานเดียวกัน การลบเบื้องต้นจะช่วยให้เด็กเรียนรู้กรรมวิธีการลบได้อย่างเข้าใจในการเรียนเรื่องกรรมวิธี ของการบวกและการลบ การจัดลำดับขั้นของปัญหาที่เหมาะสม การเรียนกรรมวิธีการลบควรสอดคล้องกับกรรมวิธีการบวก

สิ่งสำคัญประการหนึ่งคือ การสอนการบวกและการลบ ควรใช้อุปกรณ์ที่เหมาะสม สำหรับการอธิบายและการสาธิตของครูและควรมีอุปกรณ์สำหรับให้นักเรียนใช้ประกอบการฝึกฝนทักษะการคิดคำนวณ เพราะทักษะการคิดคำนวณเรื่องนี้เป็นพื้นฐานของการเรียนทักษะอื่น ๆ นอกจากนั้นครูควรให้ความสำคัญในเรื่องเวลาการสอนอย่างเร่งรีบ เพื่อให้ทันตามหลักสูตรไม่ได้ช่วยนักเรียนและมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของเด็กแต่ประการใด

3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบ ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

จาตุรงค์ คำทรัพย์ (2536, หน้า 29) ได้ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์หรือคำถามของคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อความ ปริมาณ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ความหมายโจทย์เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ก่อนจึงจะหาคำตอบได้

โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษา และตัวเลข ที่ต้องการคำตอบโดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นต้องหาวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือกตัดสินใจและแก้ปัญหาเอง

อาดัมส์ (Adams, 1997, p. 176) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาว่าเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องและต้องมีการตัดสินใจลงมือกระทำหรือหาคำตอบโดยแก้ปัญหานั้นจำเป็นปัญหาที่ใช้ภาษาเรื่องราวหรือคำพูดก็ได้

สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ประกอบด้วยภาษาและตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหามีความต้องการคำตอบโดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ความหมายโจทย์มาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จึงดำเนินการหาคำตอบ

ความมุ่งหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. อธิบายความหมายหรือกระบวนการใหม่
2. แสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของกระบวนการคณิตศาสตร์
3. ทบทวนความรู้และทดสอบนักเรียน
4. ให้เด็กทำงานเป็นหมู่ หรือทั้งชั้น เป็นครั้งคราว
5. ให้ประกอบการเรียนเกี่ยวกับกระบวนการทางบวก ลบ คูณ หาร
6. ให้รู้จักแก้ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตประจำวัน

การสอนแก้โจทย์ปัญหาวกและลบระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

ก่อนที่นักเรียนจะได้เรียนการแก้โจทย์ปัญหาวกและการลบต้องมีความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับเรื่องความหมายของการบวกและการลบ ลักษณะการคิดคำนวณโดยใช้วิธีการบวกและการลบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ ดังนั้นจึงควรเป็นหน้าที่ของครู ต้องตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนจนแน่ใจ

รูปแบบการสอนโจทย์ปัญหา (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2534, หน้า 125)

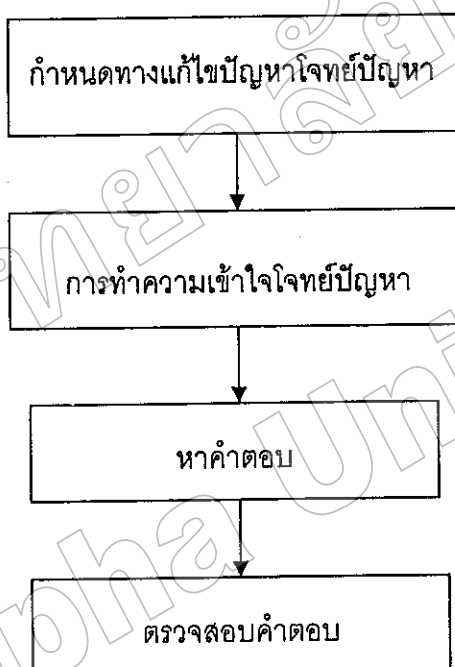
โพลยา (Polya, 1957) แห่งมหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ดได้กำหนดรูปแบบการสอนของการแก้โจทย์ปัญหา (Instructional Mode for Problem Solving) แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) การทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาปัญหาว่ามีความหมายอย่างไรได้กำหนดอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการให้หาคำตอบคืออะไร จะใช้วิธีการอะไรจึงจะหาคำตอบได้
2. การวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา (Devising a Plan) เป็นการค้นหาความต่อเนื่องระหว่างสิ่งของที่โจทย์ให้ มากำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบแล้วตัดสินใจเลือกแนวทางการแก้ไขโจทย์ปัญหาวกจะมีวิธีการกฎเกณฑ์ สมบัติ หรือสูตรใดที่จะทำให้เกิดความเป็นไปได้มากที่สุด แล้วจึงเขียนเป็นแบบแผนการแก้โจทย์ปัญหาไว้เป็นลำดับขั้นตอน
3. การลงมือการแก้โจทย์ปัญหา (Carrying Out the Plan) เป็นการพิสูจน์หรือหาคำตอบให้เป็นไปตามลำดับของแผนที่วางไว้แล้ว ถ้ามีการวางแผนแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างรอบคอบและเป็นลำดับขั้นตอนที่ถูกต้อง จะมีผลทำการลงมือแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องตามไปด้วย

4. การตรวจสอบความถูกต้อง (Looking Back) เป็นการพิจารณาความเป็นไปได้ของการพิสูจน์ หรือการหาคำตอบมากน้อยเพียงใดใช้วิธีการ กฎเกณฑ์ สมบัติ หรือสูตรถูกต้องหรือไม่ ซึ่งถือว่าการพิจารณาหรือการตรวจสอบย้อนกลับอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้แน่ใจว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องอย่างแท้จริง หากพบว่ามีข้อบกพร่องจะดำเนินการแก้ไขให้ถูกต้องก่อนที่จะสรุปแก้ปัญหา

ดังนั้นหากเรารูปแบบการสอนสำหรับการสอนของโพลยา (Polya) มาประยุกต์ใช้เป็นแนวทางในการสอน ดังแผนภูมิดังต่อไปนี้

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์



ภาพที่ 10 การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2534, หน้า 126)

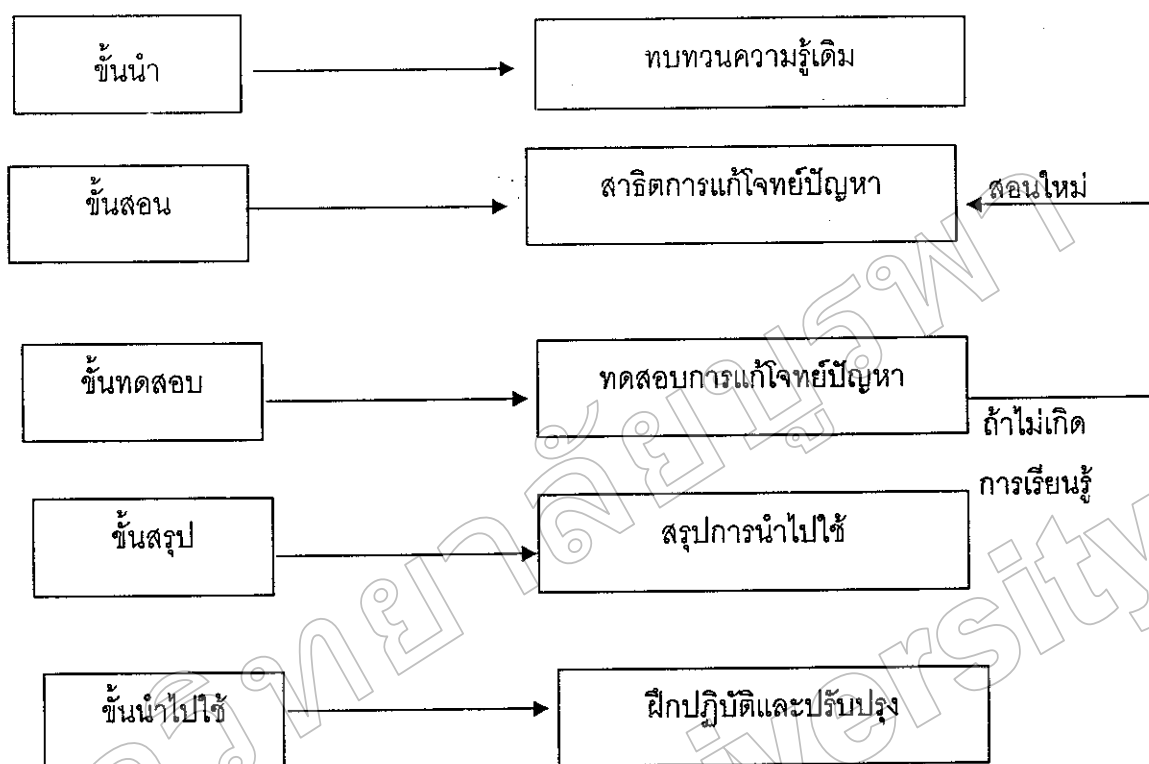
การสอนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลำดับขั้นดังต่อไปนี้

1. การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา
2. การกำหนดแนวทางแก้ไขปัญหา
3. การหาคำตอบ
4. การตรวจสอบคำตอบ

หลักการสอนการแก้ไขปัญหาการบวกลบชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

1. ควรสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้สนุก ไม่เคร่งเครียด สร้างความมั่นใจให้นักเรียนว่าเขาทำได้
 2. ควรใช้เวลาในการแก้ไขโจทย์ปัญหาอย่างเพียงพอกับความสามารถของเด็กแต่ละคน
 3. ควรให้เด็กได้พบปัญหาที่หลากหลายไม่ว่าจะเป็นโจทย์จากหนังสือเรียน หนังสือเสริมความรู้ หนังสืออ่านเล่น หรือแม้แต่โจทย์ที่นักเรียนได้พบเห็นประจำวัน
 4. ควรให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกฝนแก้ไขโจทย์ปัญหาย่อย ๆ
 5. ควรตรวจการบ้านด้วยตัวเองเพื่อจะได้เข้าใจ กระบวนการแก้ไขโจทย์ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน
 6. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรคำนึงถึงระดับชั้นของนักเรียนด้วย เช่น ระดับ ป.1-2 จะเน้นคำพูดเกี่ยวกับโจทย์ที่ชัดเจน การใช้ภาพประกอบรวมทั้งการแสดงบทบาทสมมติ
 7. การวิเคราะห์ปัญหาควรให้นักเรียนยึดหลักการพิจารณาอยู่ 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ การรวม การแยก และการเปรียบเทียบ
 8. นักเรียนจะได้รู้โจทย์ปัญหาที่ดีหากได้ฝึกสร้างโจทย์ปัญหา
- สรุปการจัดกระบวนการสอนทักษะแก้ไขโจทย์ปัญหาให้สอดคล้องกับลำดับชั้นการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา และรูปแบบการสอนแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สัมพันธ์ต่อเนื่องกัน ดังแผนภูมิต่อไปนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2539, หน้า 148)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์



ภาพที่ 11 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษา

1. ความหมายของการสอนคณิตศาสตร์ การสอนเป็นกระบวนการที่ครูจัดขึ้นเพื่อให้ความรู้แก่นักเรียน ซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญมากในการเรียนการสอน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสอนไว้ดังนี้

วิชัย วงศ์ใหญ่ (2537) การสอนหมายถึง กิจกรรมและประสบการณ์ การเรียนที่เกิดขึ้นเพื่อให้บรรลุถึงระดับการเรียนรู้ที่พึงประสงค์

บุญชม ศรีสะอาด (2537) การสอนหมายถึง การชักจูงแวดล้อมและกิจกรรมเพื่อผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้

สรุปได้ว่า การสอนหมายถึง การจัดกิจกรรมประสบการณ์ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และพัฒนาทางด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา

สื่อการเรียนการสอน

ความหมายของสื่อการเรียนการสอน

ชลียา ลิ้มปิยากร (2536, หน้า 33) และสำนักงานคณะกรรมการประถมศึกษาแห่งชาติ กระทรวงศึกษาธิการ (2536, หน้า 10) กล่าวถึงความหมายของสื่อการเรียนการสอนเป็นแนวทางเดียวกันทางนี้คือ สื่อการเรียนการสอนหมายถึง สิ่งใด ๆ ก็ตามเป็นตัวกลางในการถ่ายทอดความรู้ และประสบการณ์ต่าง ๆ ไปยังผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และบรรลุตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533, หน้า 80) กล่าวว่า สื่อการเรียนการสอน หมายถึง สื่อชนิดใดก็ตาม ซึ่งบรรจุเนื้อหาและข้อความเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่ผู้เรียนผู้สอนนำมาใช้ในระบบการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และบรรลุตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้ทั้งไว้

ชุดการสอน

ความหมายของชุดการสอน

ชุดการสอนเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาอย่างหนึ่ง ที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนและเป็นเครื่องมือช่วยสอนของครู ได้มีผู้ให้ความหมายของชุดการสอนไว้ต่าง ๆ ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537, หน้า 12) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ชุดการสอนเป็นสื่อประสมประเภทหนึ่ง ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเฉพาะเรื่องที่สอนโดยมีระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับวิชา หน่วย หัวเรื่อง และวัตถุประสงค์ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับ บุญชม ศรีสะอาด (2537, หน้า 169) กล่าวว่า ชุดการสอน หมายถึง สื่อการเรียนหลายอย่างประกอบกัน จัดเข้าไว้ด้วยกันเป็นชุด (Package) เรียกว่า สื่อประสม (Multi Media) เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

บุญชม ศรีสะอาด (2537, หน้า 169) ให้ความหมายของชุดการสอนว่า หมายถึง สื่อการสอนหลายอย่าง ประกอบด้วยกันเป็นชุด (Package) เรียกว่าสื่อประสม (Multi-Media) เพื่อมุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

กู๊ด (Good, 1973, p. 306) ให้ความหมายของชุดการสอนว่า หมายถึง โปรแกรมทางการสอนทุกอย่างที่จัดไว้โดยเฉพาะวัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในชุดการสอน อุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนรู้ คู่มือครู เนื้อหา แบบทดสอบ ข้อมูลที่เชื่อถือได้ มีการกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนไว้อย่างครบถ้วน ชุดการสอนนี้ครูเป็นผู้จัดให้นักเรียนแต่ละคนได้ศึกษาและฝึกฝนตนเอง โดยครูเป็นผู้คอยแนะนำเท่านั้น

บุญเกื้อ ควรวาเวช (2534, หน้า 67) ให้ความหมายชุดการสอนว่า เป็นสื่อการสอนชนิดหนึ่ง ซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (Multi-Media) ที่ใช้สื่อตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไปร่วมกันเพื่อให้ผู้เรียนได้รับความต้องการ สื่อที่นำมาใช้ร่วมกันนี้จะช่วยเสริมประสบการณ์ซึ่งกันและกันตามลำดับขั้น จัดเป็นหน่วยการเรียนรู้ในของหรือกระเป๋

จากความหมายดังกล่าวอาจสรุปได้ว่าชุดการสอน หมายถึง การนำสื่อการสอนหลายรูปแบบมารวมกัน โดยให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความสนใจจากสื่อที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสามารถบรรลุวัตถุประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แนวคิดที่จะนำไปสู่การสร้างชุดการสอน

ชุดการสอน เป็นนวัตกรรมใช้สื่อการสอนที่เริ่มมีบทบาทต่อการเรียนการสอนทุกระดับในปัจจุบันและอนาคต เพราะชุดการสอนเป็นกิจกรรมที่เกิดแนวคิดใหม่ ๆ ทางการศึกษา ที่จะช่วยแก้ปัญหาและเพิ่มประสิทธิภาพทางการเรียนรู้ ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537, หน้า 119 - 120) ได้กล่าวถึงแนวความคิดที่จะนำไปสู่การสร้างชุดการสอน ดังนี้

แนวคิดที่ 1 การประยุกต์ทฤษฎีความแตกต่างระหว่างบุคคล นักการศึกษาได้นำเอาหลักจิตวิทยามาประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอน โดยคำนึงถึงความต้องการ ความถนัดและความสนใจของผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังนั้นในกระบวนการเรียนการสอนต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล วิธีการที่เหมาะสมที่สุด คือให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามสติปัญญา ความสามารถและความสนใจ มีครูคอยแนะนำช่วยเหลือตามความเหมาะสม

แนวคิดที่ 2 ความพยายามที่จะให้นักเรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นแนวความคิดที่จะเปลี่ยนแนวการเรียนการสอน จากที่เคยยึดครูเป็นศูนย์กลาง มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนเรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อการสอนแบบต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วยวัสดุอุปกรณ์และวิธีการโดยจัดในรูปของชุดการสอนให้นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ครูเป็นผู้แนะนำช่วยเหลือเท่านั้น

แนวคิดที่ 3 การขยายตัวของแนวความคิดทางโสตทัศนศึกษา การใช้โสตทัศนูปกรณ์ได้เปลี่ยนแปลงและขยายตัวออกไป มีการจัดแบบการใช้สื่ออย่างบูรณาการให้เหมาะสม เปลี่ยนจากการใช้สื่อเพื่อช่วยครูในการสอนมาเป็นเพื่อช่วยการเรียนรู้ของนักเรียน

แนวคิดที่ 4 เน้นความสำคัญของสภาพแวดล้อมทางการศึกษา เป็นแนวคิดทางพฤติกรรมศาสตร์ ที่จะพยายามสร้างปฏิสัมพันธ์ให้เกิดขึ้นระหว่างครูกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน นักเรียนกับสภาพแวดล้อม ขบวนการเรียนรู้จึงต้องนำกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์มาใช้เพื่อเปิดโอกาสให้เด็กได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน

แนวคิดที่ 5 การจัดสภาพการเรียนรู้โดยยึดหลักจิตวิทยาการเรียนรู้ เป็นการจัดระบบการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียน

1. ได้เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง
 2. ทราบว่าการตัดสินใจหรือการทำงานของตนถูกหรือผิดอย่างไร
 3. มีการเสริมแรงทางบวกที่ทำให้นักเรียนภูมิใจที่ได้ทำถูกหรือคิดถูก อันจะนำไปสู่การทำพฤติกรรมนั้นซ้ำในอนาคต
 4. ได้ค่อยเรียนไปทีละขั้นตามความสามารถและความสนใจของนักเรียนเอง
- การจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้ออำนวยการเรียนรู้ดังกล่าวข้างต้นนี้ จะเป็นเครื่องช่วยให้บรรลุจุดหมายปลายทางได้ โดยการจัดการเรียนการสอนแบบโปรแกรมในรูปของกระบวนการ และให้ชุดการสอนเป็นเครื่องมือสำคัญ

ประเภทของชุดการสอน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537, หน้า 15) ได้แบ่งชุดการสอนออกเป็น 4 ประเภทดังนี้

1. ชุดการสอนประกอบการบรรยาย เป็นชุดการสอนที่มีจุดประสงค์ให้ผู้สอนได้ใช้ประกอบการบรรยายให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลงและให้สื่อการสอนทำหน้าที่แทน ทั้งนี้ จะมีคู่มือครูช่วยอำนวยความสะดวกในการปฏิบัติ ชุดการสอนแบบบรรยายนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษาที่ยังถือว่าการสอนแบบบรรยายยังมีบทบาทสำคัญในการถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียน
2. ชุดการสอนสำหรับกิจกรรมกลุ่ม เป็นชุดการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียน เรียนในลักษณะ ศูนย์การเรียนรู้หรือแก้ปัญหาแบบกลุ่มสัมพันธ์ ชุดการสอนแบบกิจกรรมกลุ่มประกอบด้วยชุดย่อยตามจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น ๆ สื่อที่ใช้ในศูนย์จัดไว้ในรูปสื่อประสม อาจใช้เป็นสื่อรายบุคคลหรือสื่อสำหรับกลุ่ม ที่ผู้เรียนทั้งศูนย์จะใช้ร่วมกันได้ ผู้เรียนที่เรียนจากชุดการสอนแบบกิจกรรมกลุ่มสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เอง หากมีปัญหาระหว่างร่วมกิจกรรมผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ
3. ชุดการสอนตามเอกัตภาพหรือชุดการสอนรายบุคคล เป็นชุดการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองตามความสามารถ ความสนใจและความพร้อมของผู้เรียน โดยอาศัยบทเรียนสำเร็จรูป หรือ โมดูล
4. ชุดการสอนทางไกล เป็นชุดการสอนที่ผู้สอนกับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นกัน มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเองเป็นหลักโดยไม่ต้องเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วย สิ่งพิมพ์ รายการวิทยุ โทรทัศน์และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา เช่น ชุดการสอนทางไกลของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

องค์ประกอบของชุดการสอน

ชุดการสอนประกอบด้วยสื่อประสมในรูปของวัสดุอุปกรณ์ และวิธีการตั้งแต่สองอย่างขึ้นไปนำมาบูรณาการโดยใช้วิธีการจัดระบบ เพื่อให้ชุดการสอนแต่ละชุดมีประสิทธิภาพและมีความสมบูรณ์เปิดเสรีในตัวเอง ชุดการสอนอาจอยู่ในแฟ้มหรือกล่อง มีจำนวนเท่ากับหน่วยการสอนในแต่ละวิชา ลักษณะของชุดการสอนและประเภทของสื่อขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการใช้ ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537, หน้า 105-106) ได้จำแนกส่วนประกอบของชุดการสอนไว้ 4 ส่วน คือ

1. คู่มือและแบบฝึกปฏิบัติ สำหรับครูผู้ใช้ชุดการสอนและผู้เรียนที่ต้องเรียนจากชุดการสอน
2. คำสั่งหรือมอบงาน เพื่อกำหนดแนวทางการเรียนให้ผู้เรียน
3. เนื้อหาสาระ อยู่ในรูปของสื่อการสอนแบบประสม และกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งแบบกลุ่มและรายบุคคล ซึ่งกำหนดไว้ตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

4. การประเมินผล เป็นการประเมินของ "กระบวนการ" ได้แก่ แบบฝึกหัด รายงานการค้นคว้า ฯลฯ และ "ผล" ของการเรียนรู้ในรูปของแบบสอบถามต่าง ๆ ส่วนประกอบทั้งหมดอยู่ในกล่องหรือซอง โดยจัดเป็นหมวดหมู่เพื่อสะดวกต่อการใช้

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533, หน้า 153) กล่าวว่า ชุดการสอนอาจมีหลายรูปแบบที่แตกต่างกันแต่จะต้องประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ที่สำคัญ ดังนี้

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับครูและนักเรียน ตามลักษณะของชุดการสอนภายในคู่มือครูจะชี้แจงวิธีการใช้ชุดการสอนไว้อย่างละเอียด ครูและนักเรียนจะต้องปฏิบัติตามคำชี้แจงอย่างเคร่งครัด จึงจะสามารถใช้ชุดการสอนนั้นได้ผล คู่มือครูอาจทำเป็นเล่มหรืออาจทำเป็นแผ่นแต่ต้องมีส่วนสำคัญ ดังนี้

- 1.1 คำชี้แจงสำหรับครู
- 1.2 บทบาทของครู
- 1.3 การจัดชั้นเรียนพร้อมแผนผัง
- 1.4 แผนการสอน
- 1.5 แบบฝึกปฏิบัติ

2. บัตรคำสั่ง (คำแนะนำ) เพื่อให้ผู้เรียนประกอบกิจกรรมแต่ละอย่างที่มีอยู่ในชุดการสอนแบบกลุ่มและชุดการสอนแบบรายบุคคล บัตรคำสั่งจะประกอบด้วย

- 2.1 คำอธิบายในเรื่องที่จะศึกษา
- 2.2 คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรม
- 2.3 การสรุปบทเรียนอาจใช้การอภิปรายหรือตอบคำถาม

บัตรคำสั่งจะต้องมีถ้อยคำกระชับรัดกุมเข้าใจง่าย ชัดเจน ครอบคลุมกิจกรรมที่ต้องการให้ผู้เรียนปฏิบัติ ผู้เรียนจะต้องอ่านบัตรคำสั่งให้เข้าใจเสียก่อน แล้วจึงปฏิบัติเป็นขั้น ๆ ไป

3. เนื้อหาหรือประสบการณ์จะถูกบรรจุในรูปของสื่อต่าง ๆ อาจประกอบด้วยบทเรียนสำเร็จรูป สไลด์ เทปบันทึกเสียง แผ่นภาพโปร่งใส วัสดุกราฟฟิค หุ่นจำลอง ของตัวอย่าง รูปภาพ เป็นต้น ผู้เรียนจะต้องศึกษาจากสื่อการสอนต่าง ๆ ที่บรรจุอยู่ในชุดการสอนตามบัตรคำสั่งที่กำหนดให้

4. แบบประเมินผล (ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน) อาจอยู่ในรูปของแบบฝึกหัดให้เติมคำลงในช่องว่าง จับคู่ เลือกคำตอบถูก หรืออาจดูผลจากการทดลอง หรือทำกิจกรรม เพื่อให้การสร้างและการใช้ชุดการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ชุดการสอนอาจมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. หัวข้อเรื่อง เป็นการแบ่งหน่วยการเรียนรู้ออกเป็นส่วนย่อย เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น

2. กิจกรรมสำรวจ จำเป็นสำหรับชุดการสอนแบบกลุ่ม กิจกรรมสำรวจนี้ต้องเตรียมไว้สำหรับนักเรียนบางคนหรือบางกลุ่มที่ทำงานเสร็จก่อนคนอื่น โดยให้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ เพื่อเป็นการส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้กว้างขวางและลึกซึ้งยิ่งขึ้น ทำให้ผู้เรียนไม่เกิดความเบื่อหน่ายหรือก่อให้เกิดปัญหาในทางวินัยของชั้นเรียนขึ้น

3. ขนาดรูปแบบของชุดการสอน ชุดการสอนไม่ควรใหญ่หรือเล็กเกินไป ควรจัดให้มีขนาดพอเหมาะเพื่อสะดวกในการเก็บรักษา

คุณค่าของชุดการสอน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537, หน้า 10) ได้กล่าวถึงคุณค่าของการใช้ชุดการสอนไว้ว่า "ไม่ว่าจะเป็นการสอนประเภทใดย่อมมีคุณค่าต่อการเพิ่มคุณภาพในการเรียนการสอนทั้งสิ้น หากได้มีระบบผลิตที่มีการทดสอบวิจัยแล้ว" ซึ่งชุดการสอนจัดเป็นนวัตกรรมการศึกษาอย่างหนึ่งที่จะช่วยขจัดปัญหาทางการศึกษาบางประการ ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้สอนและผู้เรียนมีความมั่นใจในการดำเนินการเรียนการสอนเพราะชุดการสอนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่สามารถหยิบไปใช้ได้ทันที ช่วยลดเวลาในการเตรียมการสอนล่วงหน้า
2. ช่วยแก้ปัญหาในการขาดแคลนครู ชุดการสอนช่วยให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเองหรือต้องการความช่วยเหลือจากผู้สอนเพียงเล็กน้อย
3. ช่วยให้ผู้สอนถ่ายทอดเนื้อหาและประสบการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ
4. ชุดการสอนสามารถทำให้ผู้เรียนเรียนได้ตามความสามารถ ความถนัดและความสนใจตามเวลาและโอกาสที่เอื้ออำนวยแก่ผู้เรียน ซึ่งมีความแตกต่างกัน

5. ช่วยสร้างความสนใจของเด็กนักเรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษาและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน ได้แสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ มีความรับผิดชอบ ต่อตนเองและสังคม

6. ช่วยในการศึกษานอกระบบโรงเรียน เพราะชุดการสอนสามารถนำไปสอนนักเรียนได้ทุกสถานที่และทุกเวลา

อาจกล่าวได้ว่า การใช้ชุดการสอนเป็นวิธีหนึ่งที่ถูกสร้างขึ้นอย่างมีระบบเป็นการช่วยลดภาระของครูได้มาก

ทฤษฎีที่เกี่ยวกับชุดการสอน

ทม ภูมิภาค (2528, หน้า 100-101) ได้ให้หลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการสอน ควรจะได้พิจารณาในสิ่งต่อไปนี้

1. ทฤษฎีความแตกต่างระหว่างบุคคล นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยา มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยคำนึงถึงความแตกต่างของผู้เรียนหลาย ๆ ด้านด้วยกัน เช่น ความสามารถ สติปัญญา ความถนัด ความต้องการ ความสนใจ ร่างกาย สังคม และอื่น ๆ วิธีการที่เหมาะสมที่สุดคือ การจัดการสอนรายบุคคล หรือการศึกษาตามเอกัตภาพการศึกษาโดยเสรีและการศึกษาด้วยตนเอง ซึ่งล้วนแต่เป็นวิธีการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามสติปัญญา ความสามารถ ความสนใจ โดยมีครูคอยแนะนำช่วยเหลือตามความเหมาะสม

2. ทฤษฎีสื่อประสม (Multi-Media System) เป็นการนำสื่อประสม หมายถึง การนำเอาสื่อการสอนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และมีคุณค่าที่ส่งเสริมซึ่งกันและกันอย่างมีระบบ สื่อการสอนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อสร้างความสนใจ ในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหา และอีกชนิดหนึ่งอาจใช้เพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง การใช้สื่อประสมจะช่วยให้ผู้เรียนมีประสบการณ์จากประสาทสัมผัสที่ผสมผสานกัน ให้นักเรียนได้ค้นพบวิธีการที่จะเรียนในสิ่งที่ต้องการได้ด้วยตนเองมากยิ่งขึ้น กล่าวคือ ชุดการเรียนการสอนจัดเป็นนวัตกรรมที่ใช้หลักการและทฤษฎีของสื่อประสม

3. การนำกระบวนการกลุ่มมาใช้ แนวโน้มในปัจจุบันและในอนาคต กระบวนการเรียนรู้จะต้องนำกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์มาใช้ เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมร่วมกัน

4. ทฤษฎีการเรียนรู้ ยึดหลักจิตวิทยาการเรียนรู้ หมายถึง การเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง ทราบผลการเรียนของตนเองทันที มีการเสริมแรงที่เหมาะสม และได้เรียนรู้ไปทีละขั้นตอนตามความสามารถความสนใจของผู้เรียน

5. การนำวิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Approach) มาใช้ในการสร้างชุดการสอน เป็นการจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมและวัยของผู้เรียน รายละเอียดต่าง ๆ ได้นำไปทดลองปรับปรุงจนมีคุณภาพเชื่อถือได้แล้วจึงนำมาใช้ ซึ่งมีการเสนอแนะการสอนสำหรับครู ตั้งแต่การตั้งจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม ขั้นตอนการจัดกิจกรรม สื่อการสอน ตลอดจนเครื่องมือ และวิธีการประเมินผล ทุกสิ่งทุกอย่างในระบบจะต้องสร้างขึ้นเป็นแบบบูรณาการ มีความเกี่ยวเนื่อง และสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

หลักการสร้างชุดการสอน

การสร้างชุดการสอน เป็นการออกแบบการสอนที่อาศัยหลักการวิเคราะห์ระบบ (Systems Approach) มาใช้เป็นหลักในการสร้าง ซึ่ง ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533, หน้า 154) ได้แบ่งขั้นตอนการสร้างออกเป็น 10 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดหมวดหมู่ เนื้อหาและประสบการณ์ อาจกำหนดเป็นหมวดวิชาหรือบูรณาการแบบสหวิทยาการตามที่เหมาะสม
2. กำหนดหน่วยการสอน โดยแบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยการสอน ประมาณเนื้อหาที่ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์ หรือสอนได้หน่วยละครั้ง
3. กำหนดหัวข้อผู้สอนจะต้องถามตัวเองว่า ในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ประสบการณ์อะไรแก่ผู้เรียนบ้าง แล้วกำหนดหัวข้อเรื่องออกมาเป็นหน่วยการสอนย่อย
4. กำหนดหลักการและความคิดรวบยอด หลักการและความคิดรวบยอดที่กำหนดขึ้น จะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวข้อเรื่อง โดยสรุปรวมแนวคิด สารและหลักเกณฑ์ที่สำคัญไว้เพื่อเป็นแนวทางจัดเนื้อหาการสอนให้สอดคล้องกัน
5. กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับหัวข้อเรื่อง โดยเขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องมีเกณฑ์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไว้ทุกครั้ง
6. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งจะเป็นแนวทางเลือกและผลิตสื่อการสอน กิจกรรมการเรียนรู้หมายถึงกิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติ เช่น การอ่านบัตรคำสั่ง ตอบคำถาม เขียนภาพ การทำการทดลองวิทยาศาสตร์ การเล่นเกม ฯลฯ
7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องประเมินผลให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยใช้แบบทดสอบอิงเกณฑ์ เพื่อให้ผู้สอนทราบว่าหลังจากเรียนชุดการสอนแบบศูนย์การเรียนรู้แล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์หรือไม่
8. เลือกการผลิตสื่อการสอน วัสดุอุปกรณ์ วิธีการที่ครูใช้จัดเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้น เมื่อผลิตสื่อการสอนแต่ละหัวข้อเรื่องแล้ว ก็จัดสื่อการสอนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ในกล่องที่เตรียมไว้เพื่อนำไปทดลองหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้

9. หาประสิทธิภาพของชุดการสอน เพื่อเป็นการประกันว่าชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการสอน ผู้สร้างจะต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้นโดยคำนึงหลักการที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุจุดหมาย

10. การใช้ชุดการสอนเป็นขั้นนำชุดการสอนไปใช้ซึ่งจำเป็นต้องมีการตรวจสอบและปรับปรุงตลอดเวลา

การหาประสิทธิภาพของชุดการสอน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537, หน้า 136-37) ได้กล่าวว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นจะมีประสิทธิภาพในการสอนได้นั้น ผู้สร้างจะต้องกำหนดเกณฑ์ โดยคำนึงถึงหลักเกณฑ์ที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล ดังนั้น การกำหนดเกณฑ์ต้องคำนึงถึง "กระบวนการ" และ "ผลลัพธ์" โดยกำหนดตัวเลขเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยมีค่าเป็น E_1/E_2

E_1 คือ ค่าประสิทธิภาพของกระบวนการ คิดเป็นร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้รับโดยเฉลี่ย จากการทำแบบฝึกหัดและประกอบกิจกรรม

E_2 คือ ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังเรียน) คิดเป็นร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้รับการทดสอบหลังเรียน

การคิดค่า E_1 และ E_2 ของชุดการสอนที่สร้างขึ้นคำนวณค่าทางสถิติโดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{[\sum X/N]}{A} \times 100$$

E_1	=	ค่าประสิทธิภาพของกระบวนการคิดเป็นร้อยละ
$\sum X$	=	คะแนนรวมแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมทุกชุดรวมกัน
N	=	จำนวนนักเรียน
A	=	คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดทุกชุดรวมกัน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{[\sum F/N]}{B} \times 100$$

E_2	=	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์คิดเป็นร้อยละ
$\sum F$	=	คะแนนรวมของแบบทดสอบหลังเรียน
N	=	จำนวนนักเรียน
B	=	คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

การทดลองหาประสิทธิภาพโดยใช้สูตรดังกล่าวข้างต้น ต้องดำเนินการเป็นขั้นตอน ดังนี้

1. แบบเดี่ยว (1:1) นำชุดการสอนไปทดลองใช้กับเด็ก 1-3 คน โดยทดลองกับเด็กเก่ง ปานกลางและอ่อน การทดลองแต่ละครั้งต้องปรับปรุงสื่อการสอนให้ดีขึ้น

2. แบบกลุ่ม (1:10) นำชุดการสอนที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองกับเด็ก 6-10 คนที่มีความสามารถคละกัน แล้วทำการปรับปรุงให้ดีขึ้น

3. ภาคสนาม (1:100) นำชุดการสอนไปทดลองใช้ในชั้นเรียนที่มีนักเรียนตั้งแต่ 30-100 คน ที่มีความสามารถคละกัน ทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน คำนวณหาค่าประสิทธิภาพด้วยค่า E_1 และ E_2 หาก การทดลองภาคสนามให้ค่า E_1 และ E_2 ไม่ถึงเกณฑ์ 80/80 ที่ตั้งไว้ จะต้องปรับปรุงชุดการสอนและทำการทดสอบหาประสิทธิภาพซ้ำอีก แต่ถ้าหากต่ำกว่าเกณฑ์ 2.5% ก็ให้ยอมรับได้

ประสิทธิภาพของชุดการสอนที่สร้างขึ้นอาจกำหนดไว้ 3 ระดับ คือ

1. "สูงกว่าเกณฑ์" เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้มีค่าเกิน 2.5 %
2. "เท่าเกณฑ์" เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนเท่ากับหรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ไม่เกิน 2.5% หรือ $\leq 2.5\%$
3. "ต่ำกว่าเกณฑ์" เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ แต่ไม่ต่ำกว่า 2.5% ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

ชุดการสอนที่สร้างขึ้นจะช่วยเร่งความสนใจของผู้เรียนต่อสิ่งที่กำลังเรียน สร้างความพร้อมและความมั่นใจกับผู้สอน การสอนด้วยชุดการสอนสามารถนำไปใช้ได้หลายวิธี เช่น นำไปสอนประกอบการบรรยายใช้สอนนักเรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม นักเรียนและครูสามารถร่วมกันจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันได้ โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียน หรือที่เรียกว่า "ศูนย์การเรียนรู้" จะช่วยให้ผู้เรียนฝึกฝนการแสดงออกทางด้านความคิดเห็น มีความกล้าในการตัดสินใจ ฝึกนิสัยความเป็นผู้นำ รวมถึงการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มและรู้จักยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

สนธิ ศิริ (2536) ทำการศึกษาผลการใช้ชุดการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา ระคนกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถทางการเรียนที่แตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยชุดการสอนของนักเรียนทั้งชั้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง กลุ่มอ่อน มีผลการเรียนหลังเรียนด้วยชุดการสอนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

และความก้าวหน้าของผลการเรียนหลังเรียนด้วยชุดการสอนของนักเรียน กลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง กลุ่มอ่อน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงให้เห็นว่าชุดการสอนมีความเหมาะสมและสามารถนำมาใช้ได้กับนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน

จุมพต ขำวีระ (2538) ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 สุนิเทศก์ ไชยกุล (2538) ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างชุดการสอนที่มีประสิทธิภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ และการหารเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) รัตนาภรณ์ อุศิลา (2538) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างชุดการสอนที่มีประสิทธิภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการคูณเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งผลการวิจัยของทั้งสามท่านพบว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ และคะแนนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการสอนสูงกว่าคะแนนก่อนเรียนด้วยชุดการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยทำการทดลองกับนักเรียนโรงเรียนประชานิเวศน์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 59 คน เป็นกลุ่มทดลอง 30 คน ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้ง 3 ชุด และกลุ่มควบคุม 29 คน ได้รับการสอนตามปกติ ผลการศึกษาปรากฏว่า ชุดการเรียนการสอน มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ทั้ง 3 ชุด แต่เมื่อใช้กับนักเรียนที่มีภูมิหลังทางคณิตศาสตร์ต่ำ จะพบว่า ชุดที่ 1 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ส่วนชุดที่ 2 และชุดที่ 3 มีประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์

อุดร อาษาหาญ (2536) ได้สร้างชุดการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นนักเรียนของโรงเรียนท้าวสุรนารี อำเภอพิมาย จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2535 จำนวน 30 คน ใช้เวลาทดลองสอน 27 คาบ คาบละ 20 นาที ด้วยชุดการสอน 9 ชุด มีประสิทธิภาพ 84.50/95.19 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ตามที่ตั้งไว้

วิชา ครุปิติ (2538) ได้สร้างชุดการสอนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง นาฬิกา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ทำการทดลองกับนักเรียนโรงเรียนบ่อพลอยราษฎร์รังสรรค์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2536 จำนวน 30 คน โดยใช้ชุดการสอนจำนวน 9 ชุด เป็นเวลา 27 คาบ คาบละ 20 นาที ผลการทดลองพบว่า ชุดการสอนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง นาฬิกา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพ 85.00/82.14 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ที่ตั้งไว้

อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์ (2538) ได้สร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนอนุบาล

ระนอง จำนวน 82 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน ได้รับการทดลองด้วยชุดการสอนทั้ง 7 ชุด และกลุ่มควบคุม 41 คน ได้รับการสอนตามปกติ ผลการทดลองพบว่า ชุดการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการ ผลสัมฤทธิ์โดยเฉลี่ยและเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียน

พรพิมล ไชยชนะ (2539) ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างชุดการสอนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้คือ มีประสิทธิภาพ 96.66/93.33

นุชนาฏ อังคนาวิน (2539) ทำการวิจัย เรื่อง การสร้างหนังสือภาพการ์ตูน ประกอบการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องรูปทรงและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 87.78/86.67

ศิริพจน์ บุญชู (2539) ได้ทำการศึกษาเพื่อสร้างชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเงิน และการบันทึกรายรับรายจ่าย สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพ 80.20/86.67 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ 80/80

สมจิตร ศรีชะเกษ (2541) ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาชุดการสอนเรื่อง รูปเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่าชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 88.57/88.00 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ 80/80

สุจินดา พุทธานู (2542) ทำการวิจัยเรื่องการสร้างชุดการสอนเพื่อฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 88.33/82.22 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ 80/80

มาลัยพร ทองสีเข้ม (2542) ทำการวิจัยเรื่องการสร้างชุดการสอนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปสมมาตร สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 91.00/86.67 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ 80/80

งานวิจัยในต่างประเทศ

อาร์มสตรอง (Armstrong, 1982) ซึ่งศึกษาเปรียบเทียบของการเรียนรู้ภาษาฝรั่งเศสของผู้เริ่มเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ด้วยการสอนวิธีบรรยายและเรียนจากชุดการเรียนรายบุคคลชนิดสื่อประสม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนจากชุดการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีบรรยาย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มิคส์ (Meeks, 1972) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการสอนโดยใช้ชุดการสอนกับวิธีสอนแบบปกติ มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้จากการใช้ชุดการสอนมีประสิทธิภาพสูงกว่าการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และผู้วิจัยได้สำรวจความ

คิดเห็นของทุกคนในกลุ่มทดลองที่ใช้ชุดการสอนซึ่งได้ทำก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่า ทุกคนมีพัฒนาการทางทัศนคติต่อการสอน โดยใช้ชุดการสอนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ สรุปว่าวิธีสอนด้วยชุดการสอนดีกว่าวิธีสอนปกติ

ฟราเซียร์ (Frazier, 1971) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ชุดการสอนในโปรแกรมการอบรมครูประถมศึกษาในระดับ 1 คือใช้ชุดการสอนแบบอบรมครูให้ครูนำความรู้จากการอบรมไปใช้สร้างชุดการสอนเพื่อสอนเด็กระดับ 1 จำนวนครู 66 คน แบ่งเป็นทดลอง 40 คนและกลุ่มควบคุม 26 คน ผลการศึกษาพบว่าคะแนนของทั้ง 2 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 คือครูที่ได้รับการอบรมด้วยชุดการสอนสามารถนำความรู้ไปใช้สร้างชุดการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

บราวน์ (Brawley, 1975) ได้วิจัยเกี่ยวกับประสิทธิภาพ ของชุดการเรียนการสอนแบบสื่อประสม (Multi-Media Instruction Module) เพื่อสอนเรื่องการบอกเวลา สำหรับเด็กเรียนช้า ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แมคลาughลิน (McLaughlin, 1992) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้ชุดการสอนทางคณิตศาสตร์ 3 แบบ คือ ชุดการสอนให้ข้อมูลรายละเอียดต่าง ๆ ให้นักเรียนได้ศึกษาชุดการสอนแบบเน้นความรู้ความจำและชุดการสอนที่เรียนผ่านการทดลอง ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความกระตือรือร้นและทัศนคติ โดยทำการทดลองกับนักเรียนอนุบาลและนักเรียนเกรด 1 อายุ 5-7 ปี จำนวน 229 คน ใช้เวลาทดลอง 40 สัปดาห์ ผลการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากชุดการสอน 3 แบบ ไม่แตกต่างกัน แต่ชุดการสอนแบบที่เรียนผ่านการทดลอง ให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และมีเจตคติมากกว่าอีก 2 แบบ

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวกับชุดการสอน สรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการสอนนั้นทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนด้วยวิธีปกติ สามารถนำมาใช้ได้กับนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาที่แตกต่างกัน ทั้งนี้เนื่องจากชุดการสอนประกอบด้วยสื่อประสมต่าง ๆ และนักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ซึ่งเป็นการสร้างความสนใจช่วยกระตุ้นให้เกิดความกระตือรือร้นในการเรียน ทำให้นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการได้เป็นอย่างดี ดังนั้น จึงควรส่งเสริมให้มีการสร้างชุดการสอนและเผยแพร่ให้มีการใช้ชุดการสอนประกอบการเรียนการสอนให้มากขึ้น