

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การนำเสนอข้อมูลผลการทดสอบปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ ในแบบอันดับผสม ผู้วิจัยมุ่งทดสอบและนำเสนอผลการทดสอบ ในด้านความคลาดเคลื่อนของผลเฉลย และความสิ้นเปลืองของแรงงานในการกระทำซ้ำ ดังนี้

ความคลาดเคลื่อนของผลเฉลย

กำหนดให้

X แทน ผลต่างของผลเฉลยของ g เทียบกับผลเฉลยที่ได้จากชุดโปรแกรม COLNEW

Z แทน ผลต่างของผลเฉลยของ f เทียบกับผลเฉลยที่ได้จากชุดโปรแกรม COLNEW

ตารางที่ 1 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยในการแบ่ง 2 ช่วง

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.500	4.30E-10	6.34E-11	8.03E-09	1.83E-09
1.000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

จากตารางที่ 1 เมื่อทดสอบโดยแบ่งออกเป็น 2 ช่วง พบว่า วิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยจริงเพียงเล็กน้อยในจุดทศนิยมตำแหน่งที่ 10 และตำแหน่งที่ 9 ตามลำดับ

ตารางที่ 2 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยในการแบ่ง 4 ช่วง

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.250	1.24E-07	4.79E-08	1.26E-07	4.84E-08
0.500	0.00E+00	0.00E+00	1.89E-09	7.06E-10
0.750	1.24E-07	4.79E-08	1.22E-07	4.74E-08
1.000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

จากตารางที่ 2 เมื่อทดสอบโดยแบ่งออกเป็น 4 ช่วง พบว่า วิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยจริงเพียงเล็กน้อยในจุดทศนิยมตำแหน่งที่ 7

ตารางที่ 3 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยในการแบ่ง 8 ช่วง

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.125	3.61E-12	4.84E-11	7.66E-10	8.99E-11
0.250	7.74E-10	8.68E-10	1.89E-09	1.01E-09
0.375	5.62E-10	8.86E-10	1.85E-09	9.92E-10
0.500	0.00E+00	0.00E+00	1.34E-09	8.43E-11
0.625	5.62E-10	8.86E-10	7.27E-10	7.86E-10
0.750	7.74E-10	8.68E-10	3.54E-10	7.33E-10
0.875	3.61E-12	4.84E-11	7.84E-10	1.84E-10
1.000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

จากตารางที่ 3 เมื่อทดสอบโดยแบ่งออกเป็น 8 ช่วง พบว่า วิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยจริงเพียงเล็กน้อยในจุดทศนิยมตำแหน่งที่ 10 และตำแหน่งที่ 9 ตามลำดับ

ตารางที่ 4 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยในการแบ่ง 16 ช่วง

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.0000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.0625	1.09E-11	5.44E-12	3.76E-11	8.98E-13
0.1250	4.74E-12	4.23E-13	8.62E-11	1.52E-11
0.1875	3.27E-12	7.60E-12	1.40E-10	3.98E-11
0.2500	7.76E-12	1.40E-11	1.87E-10	6.76E-11
0.3125	8.36E-12	1.63E-11	2.25E-10	9.50E-11
0.3750	6.44E-12	1.41E-11	2.55E-10	1.19E-10

ตารางที่ 4 (ต่อ)

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.4375	3.39E-12	8.10E-12	2.80E-10	1.38E-10
0.5000	0.00E+00	0.00E+00	3.01E-10	1.50E-10
0.5625	3.39E-12	8.10E-12	3.19E-10	1.55E-10
0.6250	6.44E-12	1.41E-11	3.33E-10	1.53E-10
0.6875	8.36E-12	1.63E-11	3.42E-10	1.43E-10
0.7500	7.76E-12	1.40E-11	3.40E-10	1.27E-10
0.8125	3.27E-12	7.60E-12	3.19E-10	1.03E-10
0.8750	4.74E-12	4.23E-13	2.66E-10	7.41E-11
0.9375	1.09E-11	5.44E-12	1.65E-10	3.95E-11
1.0000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

จากตารางที่ 4 เมื่อทดสอบโดยแบ่งออกเป็น 16 ช่วง พบว่า วิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยจริงเพียงเล็กน้อยในจุดทศนิยมตำแหน่งที่ 11 และตำแหน่งที่ 10 ตามลำดับ

ตารางที่ 5 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยในการแบ่ง 32 ช่วง

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.00000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.03125	1.53E-13	7.50E-14	1.93E-13	1.35E-13
0.06250	1.89E-13	8.80E-14	2.29E-13	1.98E-13
0.09375	1.52E-13	5.90E-14	1.42E-13	1.99E-13
0.12500	9.70E-14	3.00E-15	2.30E-14	1.53E-13
0.15625	2.50E-14	5.60E-14	2.35E-13	7.40E-14
0.18750	2.71E-14	1.19E-13	4.57E-13	1.90E-14
0.21875	8.10E-14	1.73E-13	6.91E-13	1.33E-13
0.25000	1.08E-13	2.19E-13	9.18E-13	2.59E-13

ตารางที่ 5 (ต่อ)

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.28125	1.13E-13	2.50E-13	1.12E-12	3.90E-13
0.31250	1.20E-13	2.55E-13	1.32E-12	5.25E-13
0.34375	1.08E-13	2.48E-13	1.51E-12	6.58E-13
0.37500	9.60E-14	2.26E-13	1.69E-12	7.76E-13
0.40625	7.20E-14	1.75E-13	1.84E-12	8.95E-13
0.43750	4.70E-14	1.28E-13	2.00E-12	9.98E-13
0.46875	2.80E-14	6.90E-14	2.15E-12	1.09E-12
0.50000	0.00E+00	0.00E+00	2.29E-12	1.16E-12
0.53125	2.80E-14	6.90E-14	2.43E-12	1.23E-12
0.56250	4.70E-14	1.28E-13	2.57E-12	1.28E-12
0.59375	7.20E-14	1.75E-13	2.71E-12	1.31E-12
0.62500	9.60E-14	2.26E-13	2.84E-12	1.33E-12
0.65625	1.08E-13	2.48E-13	2.97E-12	1.33E-12
0.68750	1.20E-13	2.55E-13	3.08E-12	1.33E-12
0.71875	1.13E-13	2.50E-13	3.18E-12	1.29E-12
0.75000	1.08E-13	2.19E-13	3.23E-12	1.24E-12
0.78125	8.10E-14	1.73E-13	3.25E-12	1.18E-12
0.81250	3.71E-14	1.19E-13	3.19E-12	1.08E-12
0.84375	2.50E-14	5.60E-14	3.06E-12	9.74E-13
0.87500	8.70E-14	3.00E-15	2.81E-12	8.43E-13
0.90625	1.52E-13	5.90E-14	2.42E-12	6.79E-13
0.93750	1.79E-13	8.80E-14	1.85E-12	4.88E-13
0.96875	1.53E-13	7.50E-14	1.06E-12	2.65E-13
1.00000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

จากตารางที่ 5 เมื่อทดสอบโดยแบ่งออกเป็น 32 ช่วง พบว่า วิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx มีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยจริงเพียงเล็กน้อยในจุดทศนิยมตำแหน่งที่ 13 และตำแหน่งที่ 12 ตามลำดับ

ตารางที่ 6 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยในการแบ่ง 64 ช่วง

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.00000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.01563	8.19E-02	4.34E-03	8.03E-02	4.22E-03
0.03125	1.49E-01	1.65E-02	1.48E-01	1.63E-02
0.04688	2.03E-01	3.52E-02	2.02E-01	3.49E-02
0.06250	2.46E-01	5.95E-02	2.45E-01	5.91E-02
0.07813	2.80E-01	8.84E-02	2.80E-01	8.81E-02
0.09375	3.08E-01	1.21E-01	3.08E-01	1.21E-01
0.10938	3.31E-01	1.58E-01	3.31E-01	1.57E-01
0.12500	3.51E-01	1.97E-01	3.51E-01	1.96E-01
0.14063	3.67E-01	2.38E-01	3.67E-01	2.37E-01
0.15625	3.82E-01	2.81E-01	3.82E-01	2.81E-01
0.17188	3.95E-01	3.25E-01	3.95E-01	3.25E-01
0.18750	4.06E-01	3.71E-01	4.06E-01	3.71E-01
0.20313	4.17E-01	4.18E-01	4.17E-01	4.18E-01
0.21875	4.28E-01	4.66E-01	4.28E-01	4.65E-01
0.23438	4.38E-01	5.14E-01	4.38E-01	5.14E-01
0.25000	4.48E-01	5.62E-01	4.47E-01	5.62E-01
0.26563	4.57E-01	6.11E-01	4.57E-01	6.11E-01
0.28125	4.66E-01	6.60E-01	4.66E-01	6.60E-01
0.29688	4.76E-01	7.09E-01	4.75E-01	7.09E-01
0.31250	4.85E-01	7.58E-01	4.84E-01	7.58E-01
0.32813	4.93E-01	8.07E-01	4.93E-01	8.07E-01
0.34375	5.02E-01	8.56E-01	5.02E-01	8.56E-01
0.35938	5.10E-01	9.05E-01	5.10E-01	9.04E-01
0.37500	5.18E-01	9.53E-01	5.18E-01	9.53E-01
0.39063	5.26E-01	1.00E+00	5.26E-01	1.00E+00
0.40625	5.33E-01	1.05E+00	5.33E-01	1.05E+00

ตารางที่ 6 (ต่อ)

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.42188	5.41E-01	1.10E+00	5.40E-01	1.09E+00
0.43750	5.47E-01	1.14E+00	5.47E-01	1.14E+00
0.45313	5.53E-01	1.19E+00	5.53E-01	1.19E+00
0.46875	5.59E-01	1.23E+00	5.59E-01	1.23E+00
0.48438	5.65E-01	1.28E+00	5.64E-01	1.28E+00
0.50000	5.69E-01	1.32E+00	5.69E-01	1.32E+00
0.51563	5.74E-01	1.37E+00	5.73E-01	1.37E+00
0.53125	5.77E-01	1.41E+00	5.77E-01	1.41E+00
0.54688	5.80E-01	1.45E+00	5.80E-01	1.45E+00
0.56250	5.83E-01	1.49E+00	5.83E-01	1.49E+00
0.57813	5.85E-01	1.54E+00	5.84E-01	1.54E+00
0.59375	5.86E-01	1.58E+00	5.86E-01	1.58E+00
0.60938	5.86E-01	1.62E+00	5.86E-01	1.62E+00
0.62500	5.86E-01	1.66E+00	5.86E-01	1.66E+00
0.64063	5.85E-01	1.69E+00	5.85E-01	1.69E+00
0.65625	5.83E-01	1.73E+00	5.83E-01	1.73E+00
0.67188	5.81E-01	1.77E+00	5.81E-01	1.77E+00
0.68750	6.76E-01	2.00E-01	6.76E-01	2.00E-01
0.70313	6.45E-01	2.00E-01	6.45E-01	2.00E-01
0.71875	6.02E-01	1.80E-01	6.03E-01	1.80E-01
0.73438	5.61E-01	1.61E-01	5.61E-01	1.61E-01
0.75000	5.20E-01	1.43E-01	5.20E-01	1.43E-01
0.76563	4.80E-01	1.27E-01	4.80E-01	1.27E-01
0.78125	4.40E-01	1.11E-01	4.40E-01	1.11E-01
0.79688	4.02E-01	9.59E-02	4.02E-01	9.59E-02
0.81250	3.65E-01	8.20E-02	3.65E-01	8.20E-02
0.82813	3.29E-01	6.92E-02	3.29E-01	6.92E-02

ตารางที่ 6 (ต่อ)

t	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
0.84375	2.93E-01	5.75E-02	2.93E-01	5.75E-02
0.85938	2.59E-01	4.68E-02	2.59E-01	4.68E-02
0.87500	2.26E-01	3.71E-02	2.26E-01	3.71E-02
0.89063	1.94E-01	2.85E-02	1.94E-01	2.85E-02
0.90625	1.63E-01	2.11E-02	1.63E-01	2.11E-02
0.92188	1.33E-01	1.47E-02	1.33E-01	1.47E-02
0.93750	1.04E-01	9.46E-03	1.04E-01	9.46E-03
0.95313	7.64E-02	5.35E-03	7.65E-02	5.35E-03
0.96875	4.98E-02	2.39E-03	4.99E-02	2.39E-03
0.98438	2.44E-02	6.00E-04	2.45E-02	6.00E-04
1.00000	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00

* หยุดกระทำเนื่องจาก $err > MAXN$

จากตารางที่ 6 เมื่อทดสอบโดยแบ่งออกเป็น 64 ช่วง พบว่า ทั้งวิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx หยุดกระทำเนื่องจาก $err > MAXN$ โดยทั้งสองมีความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยจากการแก้ปัญหาค่าขอบใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 7 ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดของผลเฉลย

nsub	MIRK56org		MIRK56apx	
	X	Z	X	Z
2	4.30E-10	6.34E-11	8.03E-09	1.83E-09
4	1.24E-07	4.79E-08	1.26E-07	4.84E-08
8	7.74E-10	8.86E-10	1.89E-09	1.01E-09
16	1.09E-11	1.63E-11	3.42E-10	1.55E-10
32	1.89E-13	2.55E-13	3.25E-12	1.33E-12
64*	6.76E-01	1.77E+00	6.76E-01	1.77E+00

* หยุดกระทำเนื่องจาก $err > MAXN$

จากตารางที่ 7 พบว่า ในการแบ่ง 64 ช่วง ทั้งวิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx หยุดกระทำเนื่องจาก $err > MAXN$ โดยทั้งสองวิธีมีความคลาดเคลื่อนสูงสุด เมื่อพิจารณาการแบ่งช่วงอื่น ๆ พบว่า การแบ่งที่มีจำนวนช่วงมากขึ้นจะมีแนวโน้มให้ผลลัพธ์มีความแม่นยำมากขึ้น

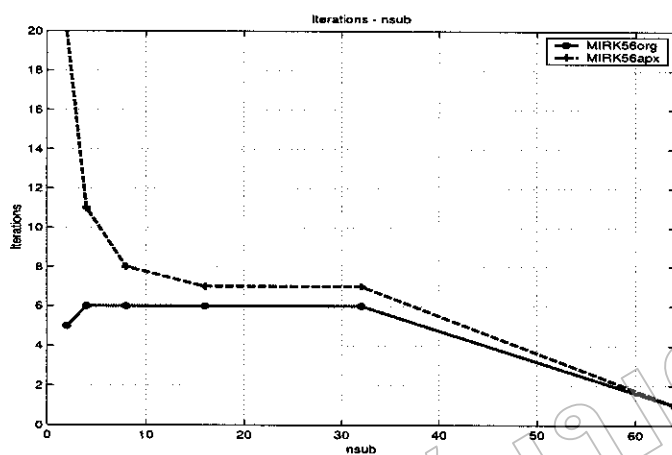
ความสิ้นเปลืองของแรงงานในการกระทำซ้ำ

ตารางที่ 8 จำนวนและร้อยละการลดลงของความสิ้นเปลืองแรงงานในการกระทำซ้ำ

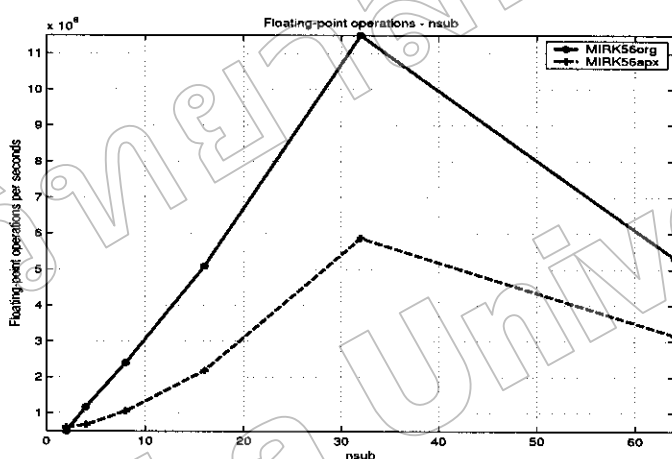
Newton's Method								
nsub	MIRK56org			MIRK56apx			Saving (%)	
	rounds	Flops	Elapsed time	rounds	Flops	Elapsed time	Flops	Elapsed time
2	5	48903794	4.82E+01	20	60042221	7.24E+01	-22.78	-50.32
4	6	117052825	1.11E+02	11	66670682	7.38E+01	43.04	33.45
8	6	238902746	2.26E+02	8	104685790	1.06E+02	56.18	53.34
16	6	508646516	4.41E+02	7	217722264	1.80E+02	57.20	59.14
32	6	1148918680	8.85E+02	7	586612324	3.61E+02	48.94	59.16
64*	1	531748876	3.06E+02	1	315648972	1.30E+02	40.64	57.42

* หยุดกระทำเนื่องจาก $err > MAXN$

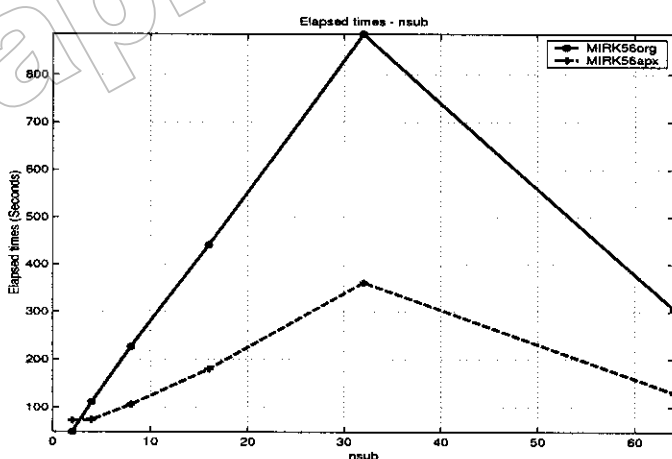
จากตารางที่ 8 พบว่า ในการแบ่ง 64 ช่วง ทั้งวิธีการ MIRK56org และ MIRK56apx หยุดกระทำเนื่องจาก $err > MAXN$ เมื่อเปรียบเทียบการแบ่งช่วงอื่น ๆ พบว่า การแบ่งจำนวนช่วงมากกว่า 2 ช่วงขึ้นไป แรงงานในการกระทำซ้ำของวิธี MIRK56apx สามารถลดลงมากกว่าร้อยละ 40 ของแรงงานที่ใช้อยู่เดิม



ภาพที่ 1 แนวโน้มจำนวนครั้งของการกระทำซ้ำ



ภาพที่ 2 แนวโน้มความสิ้นเปลืองของการใช้แรงงานของการกระทำซ้ำ



ภาพที่ 3 แนวโน้มระยะเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาของการกระทำซ้ำ

จากภาพที่ 1-ภาพที่ 3 แสดงให้เห็นว่า การแบ่งช่วงที่มากขึ้นจะส่งผลให้จำนวนครั้งของการกระทำซ้ำ ความสิ้นเปลืองของการใช้แรงงาน และเวลาในการคำนวณลดลง