

ภาคผนวก ค

- คู่มือการใช้บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ
- บทเรียน โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ
สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คู่มือการใช้บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์

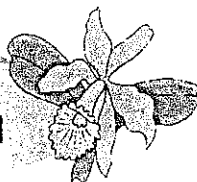
ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ



โดยนางสาวสุกัลักษณ์ สีใส

คำแนะนำ



การใช้บทเรียนโปรแกรม

บทเรียนโปรแกรมคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นนวัตกรรมที่สอดคล้องกับในศุภปฏิรูปการศึกษา โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เน้นให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าความรู้ต่างๆด้วยตนเอง นอกจากนี้ผู้เรียนจะได้รู้จักถึงคุณค่าที่ได้ผ่านการเรียนรู้จากการกระทำของตนเองอันจะก่อให้เกิดความรู้ที่คงทนและถาวรตลอดไป ไม่เหมือนกับการเรียนรู้แบบเดิม

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าบทเรียนโปรแกรมยังมีประโยชน์ต่อผู้เรียนด้วยเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องตรงความสนใจและความเป็นจริง พร้อมทั้งยังส่งเสริมให้เกิดทักษะและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม อีกทั้งเอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วยไม่จำกัดว่าต้องเรียนรู้ภายในห้องเรียนสามารถนำบทเรียนโปรแกรมคณิตศาสตร์นี้ไปศึกษาได้ทุกที่ซึ่งจะช่วยการเรียนรู้ของผู้เรียนเลื่อนไหลไปได้ตามเอกัตภาพของแต่ละบุคคล เพื่อเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถให้เต็มตามศักยภาพของตนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็นทั้งหมด 7 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เรื่อง ปัญหาและคำตอบของสมการ

ตอนที่ 2 เรื่อง สมบัติการเท่ากัน

ตอนที่ 3 เรื่อง การแก้สมการ

ตอนที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

ตอนที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเงิน

ตอนที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอายุ

ตอนที่ 7 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต



ในแต่ละตอนของบทเรียนโปรแกรม ได้นำเสนอเนื้อหาโดยเรียงจากเนื้อหาที่มีความง่ายไปสู่เนื้อหาที่มีความยากขึ้นตามลำดับ ตลอดจนมีการทบทวนเนื้อหาเดิม และให้เนื้อหาใหม่ พร้อมมีสรุปในแต่ละตอนอีกทั้งยังมีการทดสอบความรู้ตอนท้ายของแต่ละตอนของบทเรียนโปรแกรม เมื่อผู้เรียนได้เรียนจนครบ 7 ตอนแล้ว ถึงจะให้ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อเป็นการวัดจุดประสงค์ปลายทางที่ได้ตั้งไว้ของบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

องค์ประกอบของบทเรียนโปรแกรม วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “ โจทย์ปัญหาสมการ ” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีดังต่อไปนี้

1. บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตอนที่ 1 เรื่องปัญหาและคำตอบของสมการ จำนวน 6 กรอบ โดยแต่ละกรอบของบทเรียนโปรแกรมทุกตอนมีส่วนประกอบ 2 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 เกี่ยวกับเนื้อหา ทฤษฎีบทต่างๆ / ตัวอย่าง

ส่วนที่ 2 เกี่ยวกับแบบฝึกหัด / สรุป

2. บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตอนที่ 2 เรื่องสมบัติการเท่ากัน จำนวน 5 กรอบ

3. บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตอนที่ 3 แบ่งออกเป็น 2 ฉบับ เรื่องการแก้สมการ

ตอนที่ 3 (ฉบับที่ 1) จำนวน 5 กรอบ

ตอนที่ 3 (ฉบับที่ 2) จำนวน 7 กรอบ

4. บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตอนที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวน จำนวน 8 กรอบ

5. บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตอนที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวนเงิน จำนวน 6 กรอบ



6. บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตอนที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับอายุ จำนวน 6 กรอบ

7. บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตอนที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับอายุ จำนวน 5 กรอบ

ขั้นตอนการนำบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไปใช้ในการเรียนการสอน มีดังต่อไปนี้

1. ศึกษาคู่มือการใช้บทเรียนโปรแกรมให้ละเอียด
2. แนะนำบทเรียนโปรแกรม ในภาพทั่วไปของบทเรียนโปรแกรมเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในลักษณะของบทเรียนโปรแกรม
3. บทเรียนโปรแกรมนี้นั้นการนำหลักการแก้ปัญหาของโพลยามาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ดังนั้นครูผู้สอนควรอธิบายขั้นตอน 4 ขั้นตอนของหลักการแก้ปัญหาของโพลยาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเป็นอย่างดี
4. ครูผู้สอนควรยกตัวอย่างวิธีการต่างๆ ในการวางแผนการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
5. ครูอธิบายขั้นตอนการศึกษบทเรียนโปรแกรมชุดนี้ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหา 7 ตอน โดยที่นักเรียนต้องศึกษาเนื้อหาตามลำดับดังต่อไปนี้
 - 5.1 ศึกษาบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 1 เรื่องปัญหาและคำตอบของสมการ จนจบแล้วทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ตอนที่ 1 จำนวน 10 ข้อ
 - 5.2 ศึกษาบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 2 เรื่องสมบัติการเท่ากัน จนจบแล้วทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ตอนที่ 2 จำนวน 10 ข้อ



มีหน้าต่อไป

5.3 ศึกษาบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 3 เรื่องการแก้สมการ จนจบแล้วทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ตอนที่ 1 จำนวน 10 ข้อ

5.4 ศึกษาบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวน จนจบแล้วทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ตอนที่ 4 จำนวน 10 ข้อ

5.5 ศึกษาบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 5 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวนเงิน จนจบแล้วทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ตอนที่ 5 จำนวน 10 ข้อ

5.6 ศึกษาบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 6 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับอายุ จนจบแล้วทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ตอนที่ 5 จำนวน 10 ข้อ

5.7 ศึกษาบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 7 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับเรขาคณิต จนจบแล้วทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ตอนที่ 7 จำนวน 10 ข้อ

5.8 เมื่อศึกษาบทเรียนครบ 7 ตอนแล้วให้ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 20 ข้อ

6. ให้นักเรียนตอบคำถามต่างๆลงในกระดาษคำตอบที่อยู่ตอนท้ายภาคผนวกของบทเรียนโปรแกรม

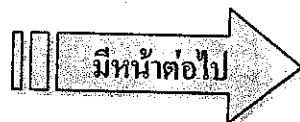
7. หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาจบในแต่ละตอนให้นักเรียนทำแบบทดสอบตอนท้ายของแต่ละตอนโดยที่ครูอาจเป็นผู้ตรวจให้หรือนักเรียนตรวจด้วยตนเองเนื่องจากมีเฉลยไว้ในภาคผนวกเช่นเดียวกัน

8. เมื่อนักเรียนศึกษาครบทั้ง 7 ตอนถึงให้ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

9. เกณฑ์การผ่านแบบทดสอบท้ายบทเรียนทั้ง 7 ตอนและเกณฑ์การผ่านแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีดังนี้

9.1 แบบทดสอบท้ายบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 1 นักเรียนต้องทำถูก 7 ใน 10 ข้อ ตอนที่ 2 - 7 มีจำนวนตอนละ 10 ข้อเท่ากัน นักเรียนต้องทำถูก 6 ใน 10 ข้อ

9.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนักเรียนต้องทำถูก 11 ใน 20 ข้อ



บทบาทและหน้าที่ของครูผู้สอน มีดังต่อไปนี้

1. เตรียมบทเรียนโปรแกรมทั้งหมด 7 ตอนให้เพียงพอแก่นักเรียน
2. ทำหน้าที่ดูแล และให้ความช่วยเหลือ ตลอดจนคำแนะนำในกรณีที่นักเรียนมีข้อสงสัยในบทเรียนบางตอน
3. คอยเน้นให้นักเรียนมีความซื่อสัตย์ โดยพยายามอย่าให้นักเรียนเปิดเฉลยดูคำตอบก่อนลงมือตอบ
4. คอยชี้แนะให้นักเรียนศึกษาไปที่ละกรอบอย่าข้ามกรอบ ถ้าเกิดข้อสงสัยให้นักเรียนย้อนกลับไปศึกษากรอบที่ผ่านมาใหม่อีกครั้งหนึ่ง



บทเรียนโปรแกรม

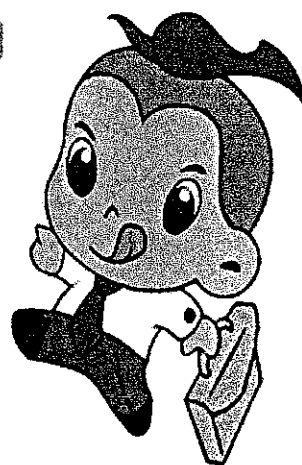
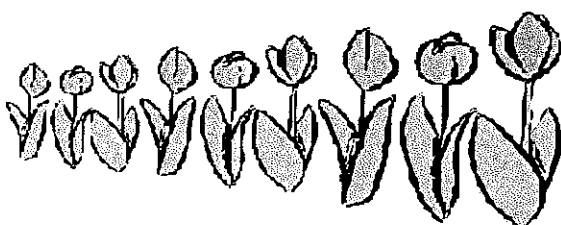
วิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1



ตอนที่ 1

เรื่อง ปัญหาและคำตอบของสมการ

อยากรู้จ้กว่าคำตอบของ
สมการเป็นเช่นไร



โดยนางสาวสุกัลกษณ์ สีใส

คำนำ

บทเรียนที่นักเรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้ เรียกว่า “บทเรียนโปรแกรม” เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งมีทั้งหมด 7 ตอน ดังนี้

- | | | |
|----------|---|--|
| ตอนที่ 1 | ➡ | เรื่อง ปัญหาและคำตอบของสมการ |
| ตอนที่ 2 | ➡ | เรื่อง สมบัติของการเท่ากัน |
| ตอนที่ 3 | ➡ | เรื่อง การแก้สมการ |
| ตอนที่ 4 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวน |
| ตอนที่ 5 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวนเงิน |
| ตอนที่ 6 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับอายุ |
| ตอนที่ 7 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับเรขาคณิต |

บทเรียนทั้ง 7 ตอน เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง หรือทบทวน บทเรียนด้วยตนเอง ซึ่งบทเรียนนี้จะให้ความรู้ในเรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ ต่อไปนี้จะเป็นเนื้อหาในตอนที่ 1 เรื่อง ปัญหาและคำตอบของสมการ (เป็นการทบทวนพื้นฐาน) ก่อนที่นักเรียนจะเริ่มเรียนบทเรียนนี้ขอให้ นักเรียนเตรียมปากกาหรือดินสอเขียนคำตอบในกระดาษคำตอบ นักเรียนพร้อมหรือยัง.....ถ้าพร้อมแล้วพลิกหน้าต่อไปได้เลย



น้องๆ...พร้อมแล้วพลิกหน้าต่อไป
ได้เลย.....ค่ะ

คำแนะนำ

การใช้บทเรียนโปรแกรม

การเรียนบทเรียน โปรแกรม นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำต่อไปนี้ เพื่อจะได้เกิดผลดีกับตัวนักเรียนเอง

ขั้นตอนการเรียนบทเรียนโปรแกรม มีดังต่อไปนี้

1. นักเรียนศึกษาไปที่ละกรอบ
2. อ่านคำอธิบายแต่ละกรอบจนเข้าใจ แล้วค่อยพลิกไปศึกษากรอบต่อไปเรื่อยๆ ถ้าไม่เข้าใจให้ย้อนกลับไปศึกษากรอบที่เกี่ยวข้องในกรอบต่างๆ จนเข้าใจ
3. เขียนคำตอบลงในกระดาษคำตอบ โดยที่นักเรียนสามารถทดสอบหรือแสดงวิธีทำ วิธีคิดลงบนตัวกรอบโปรแกรมได้ เพื่อให้ครูทราบความคิดของนักเรียนด้วย
4. เขียนคำตอบเสร็จให้เปิดดูคำตอบที่ภาคผนวก เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่นักเรียนตอบถูกหรือผิด ถ้าถูกแล้วศึกษากรอบต่อไป
5. ขอให้ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียน โปรแกรมให้ครบทุกกรอบอย่าศึกษาข้ามกรอบ และไม่ต้องเปิดดูเฉลยก่อนลงมือตอบเนื่องจากบทเรียนนี้ไม่ใช่แบบทดสอบ จึงไม่มีการเก็บคะแนนใดๆ ทั้งสิ้น
6. ถ้าศึกษาไปแล้วเหนื่อย ควรหยุดพักก่อนแล้วค่อยศึกษาต่อไป
7. อย่าแข่งกันกับเพื่อน เพื่อเป็นการเอาชนะกันว่าใครเป็นผู้เสร็จก่อน ถ้าทำเช่นนั้นนักเรียนจะเกิดความเครียด และเกิดการศึกษาเนื้อหาอย่างไม่เข้าใจดีพอ
8. ขอให้นักเรียนปฏิบัติตามกฎอย่างเคร่งครัด จะเกิดผลดีแก่นักเรียนเอง ถ้าเข้าใจคำแนะนำดีแล้ว พลิกหน้าต่อไปได้เลย

นิยามศัพท์เฉพาะ

การใช้บทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 1

การเรียนบทเรียนโปรแกรม นักเรียนควรรู้ความหมายของกรอบที่บทเรียนโปรแกรม
คณิตศาสตร์นี้ได้กำหนดความหมายไว้ดังต่อไปนี้

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. กรอบในบทเรียนโปรแกรมแต่ละเรื่องประกอบด้วย 2 ส่วน
 - ส่วนที่ 1 เนื้อหา ทฤษฎีบทต่างๆ และตัวอย่าง
 - ส่วนที่ 2 แบบฝึกหัดและสรุป
2. จำนวนใดๆหมายถึง
 1. จำนวนที่มีค่ามากกว่าศูนย์
 2. จำนวนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์
 3. จำนวนเต็มแบ่งได้เป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบและจำนวนเต็มศูนย์
 4. จำนวนทศนิยม
 5. จำนวนเศษส่วน
3. สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้
 - 3.1 “ = ” แทนเครื่องหมายเท่ากับหรือเท่ากับ
 - 3.2 “ $\neq$ ” แทน เครื่องหมายไม่เท่ากับ
 - 3.3 “ < ” แทน เครื่องหมายน้อยกว่า
 - 3.4 “ > ” แทนเครื่องหมายมากกว่า
 - 3.5 “ $\leq$ ” แทนเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับ
 - 3.6 “ $\geq$ ” แทน เครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับ



แนะนำตัวละคร

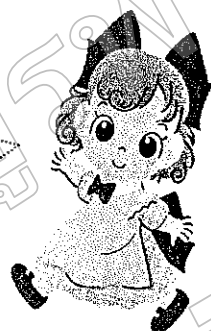
ตัวละครที่ใช้ในบทเรียนโปรแกรมตอนที่ 1 ประกอบด้วย

ลำดับที่	ตัวละคร	ชื่อ	หน้าที่	เรื่องที่สอน
1		พี่แพรว	ผู้ให้ความรู้ในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 1	ตอนที่ 1 1.ปัญหาและคำตอบ ของสมการ
2		น้องเป็ย	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 1	
3		น้องแกละ	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 1	
4		น้องโก๊ะ	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 1	
5		น้องจุก	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 1	

ตอนที่ 1

ปัญหาและคำตอบของสมการ

เนื้อหา ที่น้องๆ จะได้ศึกษาในตอนที่ 1
เรื่อง ปัญหาและคำตอบของสมการ



ศึกษาในตอนที่ 1 จบแล้ว น้องๆ จะต้องสามารถ

1. จำแนกประเภทของสมการได้
2. หาคำตอบของสมการอย่างง่ายได้ โดยต้องแทนค่าตัวแปรในสมการ



จ้างให้ก็ไม่เชื่อ

เรียนแค่นี้
สบายอยู่แล้ว



กรอบที่ 1 ส่วนที่ 1



สวัสดีตอนเช้าค่ะ.....น้องๆ ทุกคน
วันนี้พี่จะชวนน้องๆทุกคนไปทบทวนเรื่อง “ปัญหาและคำตอบ
ของสมการ” แต่ก่อนอื่นทุกคนคงทราบความหมายของสมการ
ที่อยู่แล้วใช่ไหมคะ.....

สมการ(equation) คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน
โดยมีสัญลักษณ์ “=” บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน

น้องๆคะ...พี่แพรมีปัญหามาทายพวกเรา
ดังนี้ จำนวนหนึ่งคูณด้วย 3 แล้วบวกด้วย 2
ผลลัพธ์ได้เป็น 17 จงหาค่าของจำนวนนั้น



เพื่อนๆครับ เราลองคิดดูกันดีกว่าว่าพวกเรา
จะตอบคำถามนี้ได้ถูกต้องหรือไม่
เราเริ่มต้นคิดกันเถอะครับ.....



น้องลองคิดดูนะคะ ตรวจสอบคำตอบ
และวิธีคิดได้ในส่วนที่ 1.1 ต่อไปค่ะ.....



ส่วนที่ 1.1



จากกรอบที่ 1 ส่วนที่ 1 ที่พี่แพร์ได้ตั้งคำถามไว้
น้องๆ คงได้คำตอบแล้ว ถ้าพร้อมแล้วให้ตรวจ
ดูคำตอบและวิธีคิดด้านล่างนี้ได้เลยล่ะ....

จากข้อความที่ว่า “จำนวนหนึ่งคูณด้วย 3 แล้วบวกด้วย 2
ผลลัพธ์ได้เป็น 17” เมื่อพิจารณาแล้ว เราไม่ทราบค่า จำนวนนั้นคืออะไร
ถ้าเขียนแทนจำนวนนั้นด้วยสัญลักษณ์ $\square$
จะเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ว่า $(\square \times 3) + 2 = 17$

พี่แพร์ครับ...แล้วจำนวนนั้นซึ่งเป็น(ตัวที่ไม่รู้ค่า)
ใช้สัญลักษณ์ คือ $\square$ อย่างเดียวหรือครับ



ไม่ใช่ค่ะ...เราสามารถใช้นิยลักษณ์เป็นตัวหนังสือ
ภาษาไทยเช่น ก, ข หรือ ค ฯลฯ, ภาษาอังกฤษเช่น
x, y ฯลฯ หรือรูปเรขาคณิต $\square, \triangle, \circ$ เป็นต้น



ส่วนที่ 1.3



เพื่อความแน่ใจว่าน้องๆ รู้จักสัญลักษณ์ที่นำมา
ใช้แทนจำนวนที่เราไม่รู้ค่า(ตัวแปร) ดังนั้น
พี่แพร่มีข้อความด้านล่างให้น้องๆ พิจารณาว่าใน
แต่ละข้อใช้สัญลักษณ์ใดแทนตัวไม่รู้ค่า(ตัวแปร)...

ข้อ 1. จำนวนหนึ่งบวกกับเก้า เขียนในรูปสัญลักษณ์คือ $\square + 9$

ข้อ 2. จำนวนหนึ่งลบด้วย 3 แล้วนำผลลบมาหารด้วย 2 เขียนในรูปสัญลักษณ์คือ $\frac{y-3}{2}$

พี่แพร่ครับ น้องโก๊ะตอบได้ทั้ง 2 ข้อเลยครับ

ข้อ 1 ใช้สัญลักษณ์สี่เหลี่ยมแทนตัวไม่รู้ค่า

ข้อ 2 ใช้ ตัวอักษร y แทนตัวไม่รู้ค่า



แล้วตอนนี้้องๆ คิดได้หรือยังว่าสัญลักษณ์ที่นำมาใช้
แทนตัวไม่รู้ค่าหรือที่เรียกว่าตัวแปรในแต่ละข้อ คืออะไร
แต่ที่ว่าน้องๆ ของพี่แพร่เก่งทุกคนคงตอบได้อยู่แล้ว ...
ถ้าอย่างนั้นมาเฉลยกันเลยดีกว่าว่าน้องโก๊ะ
และน้องๆ ใครตอบถูกบ้างนะคะ



ข้อ 1. จำนวนหนึ่งบวกกับเก้า เขียนในรูปสัญลักษณ์คือ $\square + 9$

ดังนั้นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนหนึ่งซึ่งในที่นี้ไม่ทราบว่าเป็นจำนวนใด

จึงใช้สัญลักษณ์สี่เหลี่ยม ($\square$) แทนนั่นเอง

ข้อ 2. จำนวนหนึ่งลบด้วย 3 แล้วหารด้วย 2 เขียนในรูปสัญลักษณ์คือ $\frac{y-3}{2}$

ดังนั้นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนหนึ่งในข้อ 2 นี้คือ y

ส่วนที่ 2

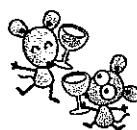


ตอนนี้จะให้เพื่อนๆ พิจารณาข้อความที่ถูกเขียนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ แล้วให้เพื่อนๆ คว้าในแต่ละข้อใช้สัญลักษณ์ใดแทนตัวไม่รู้ค่า (ตัวแปร) โดยให้ตอบใส่ในกระดาษคำตอบ หน้า 22

ข้อ	ข้อความ	เขียนในรูปสัญลักษณ์
1	จำนวนหนึ่งบวกด้วยสิบ	$\square + 10$
2	จำนวนหนึ่งลบด้วยห้า	$a - 5$
3	จำนวนหนึ่งคูณด้วยสาม	$b \times 3$
4	จำนวนหนึ่งคูณด้วยสองแล้วบวกด้วยสาม	$(y \times 2) + 3$
5	จำนวนหนึ่งหารด้วยสิบบวกด้วยหก	$\frac{x}{10} + 6$
6	จำนวนหนึ่งบวกด้วยเก้าหารด้วยแปด	$\frac{y + 9}{8}$
7	จำนวนหนึ่งลบด้วยสี่หารด้วยสาม	$\frac{x - 4}{3}$



เพื่อนๆ พิจารณาดูดีๆ นะครับ



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 25

กรอบที่ 2 ส่วนที่ 1

ที่แพรจะให้ น้องพิจารณาสัญลักษณ์ ต่อไปนี้

$=, \neq, >, <, \leq, \geq$

น้องๆ ตอบได้ไหมว่าสัญลักษณ์ใดใช้ในประโยคสมการ



ผมตอบได้ครับเพราะเราบทวนมาตั้งแต่กรอบที่ 1 ส่วนที่ 1 แล้วว่าสมการคือ ประโยคที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน ด้วยเครื่องหมาย “=” ดังนั้นเครื่องหมายอื่นนั้นจึงไม่ใช่เครื่องหมายที่ใช้ในสมการ...

ถูกต้องค่ะน้องเป็ย ถ้าอย่างนั้น ให้น้องพิจารณาตารางด้านล่าง ข้อใดเป็นประโยคสมการบ้าง



ข้อ	ประโยคภาษา	เขียนในรูปประโยคสัญลักษณ์
1	จำนวนหนึ่งบวกด้วยสิบเท่ากับสิบห้า	$\square + 10 = 15$
2	จำนวนหนึ่งลบด้วยสามเท่ากับห้า	$a - 3 = 5$
3	จำนวนหนึ่งคูณด้วยสองมากกว่าสิบ	$y \times 2 > 10$
4	จำนวนหนึ่งบวกด้วยสามไม่เท่ากับเจ็ด	$x + 3 \neq 7$
5	จำนวนหนึ่งคูณด้วยสองมากกว่าหรือเท่ากับห้า	$a \times 2 \geq 5$

ประโยคสัญลักษณ์ข้อ 1 - 2 เป็นประโยคสมการเพราะมีสัญลักษณ์ “=” แต่ข้อ 3 - 5 ไม่ใช่สมการใช่ไหมครับพี่แพร.....

ใช่ค่ะประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย ดังนี้ $<, >, \leq, \geq, \neq$ เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้ในประโยคอสมการ
อสมการคือประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ $<, >, \leq, \geq, \neq$ บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน



ส่วนที่ 2



เพื่อตรวจสอบว่าน้องๆมีความเข้าใจเรื่องประ โยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการ และไม่เป็นสมการ ดังนั้นให้ทุกคนลองตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมอธิบายเหตุผลที่ตอบ โดยตอบในกระดาษคำตอบหน้า 22

ข้อ	ประ โยคสัญลักษณ์	สมการ		
		เป็น	ไม่เป็น	เหตุผล
1	$a - 3 = 4$	/		มีเครื่องหมาย "=" อยู่ตรงกลาง ประ โยค
2	$2y - 5 = 10$			
3	$y - 2 < 5$			
4	$\frac{a}{5} \neq 10$			
5	$\frac{3x}{4} \times 2 = 5$			

คราวนี้พวกเราจะทำถูกหมดทุกข้อไหมเอ๋ย....



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 26

กรอบที่ 3 ส่วนที่ 1



ตอนนี้เพื่อนๆทราบวิธีดูว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นหรือไม่เป็นสมการมาแล้วในกรอบที่ 2 คราวนี้พี่แพรมีประโยคสมการมาให้เพื่อนๆได้พิจารณากันต่อไปว่าประโยคสมการที่เป็นจริงมีลักษณะอย่างไร...

ข้อ 1. จากสมการ $x + 5 = 12$ กำหนดให้แทน x ด้วย 7

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 7 + 5 &= 12 \\ 12 &= 12 \end{aligned}$$

นั่นคือแทน x ด้วย 7 จะได้สมการที่เป็นจริง $7 + 5 = 12$

แล้วทำไมสมการถึงเป็นจริง
ล่ะครับ



น้องจุกลิ้มแล้วหะอะ
เพราะเมื่อแทนค่า x ด้วย 7 แล้วทำให้
2 ข้างของสมการมีค่าเท่ากันคือ $12 = 12$



ผมเข้าใจแล้วครับว่าสมการที่เป็นจริงได้ก็ต่อเมื่อจำนวน
ที่นำมาแทนที่ตัวไม่รู้ค่า(ตัวแปร) แล้วทำให้ผลลัพธ์ทั้งสอง
ข้างของสมการมีค่าเท่ากัน....ครับ



กรอบที่ 4 ส่วนที่ 1



ในกรอบที่ 3 น้องๆ ได้รู้จักประโยคสัญลักษณ์ที่เป็น
ประโยคสมการที่เป็นจริงไปแล้ว
แล้วถ้าตรงกันข้ามกับสมการที่เป็นจริงน้องๆ จะบอก
ที่แพร่ได้ใหม่ว่าเรียกว่าอะไร(ลองคิดดูก่อนค่ะ)
ถ้ายังตอบไม่ได้ให้น้องๆ พิจารณาประโยคสัญลักษณ์
ต่อไปนี้

ข้อ 1. จากสมการ $y - 9 = 20$ กำหนดให้แทน y ด้วย 12

$$\text{จะได้ } 12 - 9 = 20$$

$$3 \neq 20$$

นั่นคือแทน y ด้วย 12 จะได้สมการที่เป็นเท็จเพราะ $12 - 9 \neq 20$

จุกเข้าใจแล้วครับว่าสมการจะเป็นเท็จได้ก็ต่อเมื่อจำนวนที่นำมา
แทนที่ ตัวไม่รู้ค่า (ตัวแปร) แล้วทำให้ผลลัพธ์ทั้งสองข้างของสมการ
มีค่าไม่เท่ากัน...ครับ



เก่งมากคะน้องจุก ที่น้องเข้าใจ
นั้นถูกต้อง ต่อ ไปให้น้องศึกษา
ข้อต่อไปได้เลยคะ



ส่วนที่ 1.1



น้องๆ ลองคิดข้อที่ 2 ดูนะค่ะว่าค่าของ a ที่โจทย์กำหนด
มาไว้จะทำให้สมการเป็นจริงหรือเป็นเท็จ

อย่าลืมว่า
 $2(5)$ หมายถึง
2 คูณกับ 5

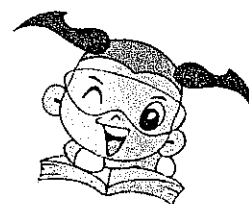
ข้อ 2. จากสมการ $2a = 20$ กำหนดให้แทน a ด้วย 5

จะได้ $2(5) = 20$
 $10 \neq 20$

นั่นคือแทน a ด้วย 5 จะได้สมการที่เป็นเท็จเพราะ $10 \neq 20$

แกละเข้าใจแล้วครับที่แพรว่าถ้าแทนค่าตัวไม่รู้ค่า(ตัวแปร)
ลงในสมการแล้วทำให้ผลลัพธ์ทั้งสองข้างของสมการมีค่าไม่เท่ากัน
เราเรียกว่าสมการที่เป็นเท็จ

เก่งมากคะน้องแกละ ที่น้องเข้าใจนั้นถูกต้องแล้วคะ
ที่แพรหวังว่าน้องๆคงเข้าใจสมการที่เป็นจริงและสมการ
ที่เป็นเท็จแล้วนะคะ



ส่วนที่ 2

เอาละค่ะ น้องๆที่แหมมีแบบฝึกหัดให้น้องลองตอบดูว่า
น้องๆคิดได้แล้วตอบในกระดาษคำตอบหน้า 22.....



1. คำสั่ง จงเลือกข้อที่เมื่อแทนค่าตัวแปรตามที่โจทย์กำหนดมาให้แล้วทำให้สมการเป็นเท็จ

ตัวอย่าง ถ้าแทน y ด้วย 2 แล้ว สมการ $5y = 20$

ตอบ สมการเป็นเท็จเพราะ แทนค่า y ด้วย 2 จะได้ $5(2)$ ไม่เท่ากับ 20

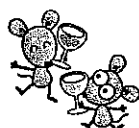
1). ถ้าแทน x ด้วย 6 แล้ว สมการ $x + 5 = 8$

2). ถ้าแทน y ด้วย 3 แล้ว สมการ $y - 1 = 2$

3). ถ้าแทน a ด้วย 7 แล้ว สมการ $a \times 7 = 39$

4). ถ้าแทน b ด้วย 2 แล้ว สมการ $7b = 14$

5). ถ้าแทน y ด้วย 5 แล้ว สมการ $\frac{y}{2} = 8$



ตรวจสอบเฉลยในภาคผนวกหน้า 28

กรอบที่ 5 ส่วนที่ 1

จากการศึกษากรอบที่ 3 - 4 ไปแล้วน้องๆสรุปได้หรือยังว่า
จำแนกสมการได้อย่างไรบ้าง



ถูกสรุปได้ครับ ว่ามีอยู่ 2 ประเภท
ตามรายละเอียดด้านล่าง ครับ.....



สมการมีสองแบบดังนี้คือ

1. สมการเป็นจริง คือ สมการที่เมื่อนำจำนวนใดๆ มาแทนค่าตัวแปรแล้วทำให้
สองข้างของสมการมีค่าเท่ากัน
2. สมการเป็นเท็จ คือ สมการที่เมื่อนำจำนวนใดๆ มาแทนค่าตัวแปรแล้วทำให้
สองข้างของสมการมีค่าไม่เท่ากัน

เอาละค่ะทีนี้พี่จะให้น้องๆ ได้ใช้ความรู้ในเรื่อง
สมการที่เป็นจริงกับสมการที่เป็นเท็จตอบคำถาม
ในแบบฝึกหัดในส่วนที่ 2 ว่าใครมีความรู้ความเข้าใจ
ในเรื่องที่กล่าวถึงนี้แค่ไหน ตามที่พี่มาเลยค่ะ



ถูกว่าแบบฝึกหัดคราวนี้พี่จะพยายามทำให้ดีที่สุด
โดยทำให้รอบคอบที่สุดครับ



ส่วนที่ 2

น้องๆ ได้เรียนรู้ไปแล้วว่าสมการจำแนกได้
คือสมการที่เป็นจริงและสมการที่เป็นเท็จ
ดังนั้นให้น้องทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้
โดยทำลงในกระดาษคำตอบหน้า 22



คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ว่าสมการในข้อใดเป็นจริงและสมการในข้อใดเป็นเท็จ

ตัวอย่าง ถ้าแทน b ด้วย 22 แล้ว สมการ $b - 2 = 20$

ตอบ สมการเป็นจริงเพราะ แทนค่า b ด้วย 22 จะได้ $22 - 2 = 20$

1. ถ้าแทน a ด้วย 5 แล้ว สมการ $a - 3 = 8$

2. ถ้าแทน x ด้วย 10 แล้ว สมการ $x + 10 = 21$

3. ถ้าแทน y ด้วย 6 แล้ว สมการ $7y = 42$

4. ถ้าแทน b ด้วย 8 แล้ว สมการ $7b = 65$

5. ถ้าแทน x ด้วย 10 แล้ว สมการ $\frac{x}{5} = 2$



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 29

กรอบที่ 6 ส่วนที่ 1



พี่แฟรมมีประโยชน์สมการให้น้องๆ ได้พิจารณาคงต่อไปนี้
จากสมการ $x + 2 = 10$ ถ้าแทนค่า x ด้วย 8 จะได้สมการที่เป็นจริง
พี่จะถามน้องๆ ว่าเราจะเรียก 8 ว่าอะไร

เราเรียก 8 ว่าคำตอบของสมการ
หรือผลเฉลยของสมการ $x + 2 = 10$ ใช่ไหมครับ



ถูกต้องแล้วค่ะน้อง โกะ
จำนวนใดๆ ที่นำไปแทนที่ตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการเป็นจริง
เราเรียก จำนวนใคนั้นว่า คำตอบของสมการ
คำตอบของสมการมี 2 แบบ
1. มีคำตอบ
1.1 มี 1 คำตอบ
1.2 มีหลายคำตอบไม่จำกัด
2. ไม่มีคำตอบ

โกะอยากรู้แล้วละครับว่าประโยชน์สมการที่มีคำตอบหลายคำตอบ กับไม่มีคำตอบ
มีลักษณะอย่างไรบ้างครับ



ส่วนที่ 1.1



น้องๆคงอยากรู้เหมือนน้องโก๊ะแล้วใช่ไหมคะ ถ้าอย่างนั้นให้น้องๆลองศึกษาดูประโยชน์ของการด้านล่างนี้ได้เลยคะ

1. $a + 5 = 10$ มีคำตอบ 1 คำตอบที่ทำให้สมการเป็นจริง คำตอบคือ $a = 5$

แทนค่า a ด้วย 5 จะได้ $5 + 5 = 10$

2. $a(a-1)(a-2) = 0$ มีคำตอบ 3 คำตอบ คือ 0, 1 และ ที่แทนค่าแล้วสมการเป็นจริง

แทนค่า a ด้วย 0 จะได้ $0(0-1)(0-2) = 0$

$$0(-1)(-2) = 0$$

*** 0 คูณจำนวนใดๆ ผลลัพธ์ย่อมเป็นศูนย์เสมอ

แทนค่า a ด้วย 1 จะได้ $1(1-1)(1-2) = 0$

$$1(0)(-1) = 0$$

แทนค่า a ด้วย 2 จะได้ $1(2-1)(2-2) = 0$

$$1(1)(0) = 0$$

สังเกต $a(a-1)(a-2)$ หมายถึง a คูณกับ $(a-1)$ คูณกับ $(a-2)$

3. $2(a+3) = 2a + 6$ มีคำตอบหลายคำตอบ ไม่จำกัดคือ a เป็นจำนวนได้ทุกจำนวน

4. $a+1 = a+2$ ไม่มีคำตอบ คือไม่สามารถหาจำนวนใดๆ มาแทนค่า a แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้

5. $a^2 + 1 = 0$ ไม่มีคำตอบ คือไม่สามารถหาจำนวนใดๆ มาแทน a ทำให้สมการเป็นจริง



พวกเราเข้าใจในเรื่องคำตอบของสมการแล้วว่า

เมื่อนำจำนวนใดๆ ไปแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วสองข้างของสมการมีค่าเท่ากัน ทำให้สมการนั้นเป็นจริง เรียกจำนวนใดๆ นั้นว่า คำตอบของสมการ ครับ

ส่วนที่ 2



ทีนี้เรามีแบบฝึกหัดให้น้องๆ ได้ฝึกอีกแล้ว อ่านคำถามดีๆ นะคะ
โดยให้น้องๆ ตอบในกระดาษคำตอบหน้า 21

1. คำตั้ง จงหาว่าจำนวนที่อยู่ในวงเล็บ () เป็นคำตอบของสมการใน
ข้อนั้นหรือไม่ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตอบ

ตัวอย่าง $x + 9 = 18$ (10)

ตอบ 10 ไม่เป็นคำตอบของสมการ เพราะ แทนค่า x ด้วย 10

ลงในสมการจะได้ $10 + 9 \neq 18$

1) $15 + x = 21$ (7)

2) $a - 6 = 15$ (21)

3) $\frac{y}{2} = 5$ (12)

4) $5a = 45$ (9)

5) $5 + a = 6 + 4$ (5)



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 30

ส่วนที่ 2.1



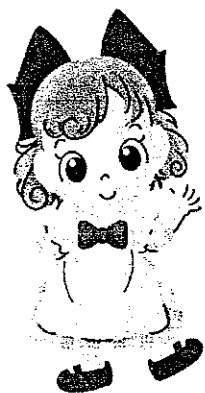
น้องๆ ได้ทบทวนเรื่องปัญหาและคำตอบของสมการตั้งแต่กรอบที่ 1 - 6 คงทำให้น้องได้รู้จักในเรื่อง สมการ และอสมการ สมการที่เป็นจริงและสมการที่เป็นเท็จ ตัวไม่รู้ค่า(ตัวแปร) และคำตอบของสมการ ดังนั้นตอนนี้พี่แพรวว่าพวกเรามาช่วยกันสรุปเพื่อเตือนความจำอีกครั้งดีกว่านะคะ



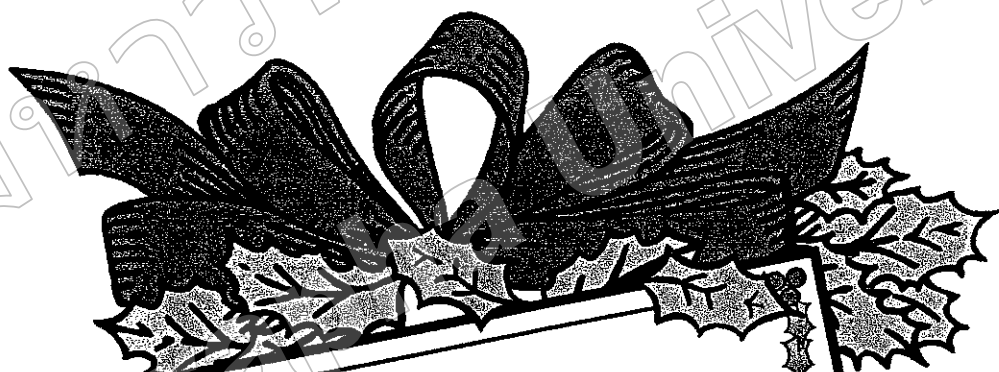
1. สมการ(equation) คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ “=” บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน
2. อสมการคือประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ $<, >, \leq, \geq, \neq$ บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน
3. สมการจำแนกได้ดังต่อไปนี้
 - 1). สมการเป็นจริง คือ สมการที่เมื่อนำจำนวนใดๆมาแทนค่าตัวแปรแล้วทำให้สองข้างของสมการมีค่าเท่ากัน
 - 2). สมการเป็นเท็จ คือ สมการที่เมื่อนำจำนวนใดๆมาแทนค่าตัวแปรแล้วทำให้สองข้างของสมการมีค่าไม่เท่ากัน
4. ตัวไม่รู้ค่า(ตัวแปร) คือตัวอักษรภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษและรูปเรขาคณิตที่นำไปแทนที่จำนวนใดๆในสมการที่ไม่รู้ค่า เช่น จำนวนหนึ่งบวกกับ 10 ใช้ a แทนจำนวนนั้น จะได้ $a + 10$ เป็นต้น
5. คำตอบของสมการ คือ จำนวนใดๆที่นำไปแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วสองข้างของสมการมีค่าเท่ากัน ทำให้สมการนั้นเป็นจริง เรียกจำนวนใดๆนั้นว่า คำตอบของสมการ



ส่วนที่ 2.2



พี่แพรของแสดงความยินดีกับน้องๆ ที่ได้เรียนจบตอนที่ 1
ถ้าน้องๆ ยังเหนื่อยอยู่พี่แพรให้น้องๆ พักผ่อนซักครู่
น้องๆ คนไหนหายเหนื่อยแล้วเตรียมตัวไปศึกษาตอนที่ 2
กันได้โดยค่ะ



พบพวกเรา จุก แกละ เปียและ โก๊ะ ได้ในตอน
ที่ 2 เรื่อง สมบัติการเท่ากัน เตียวเจกัณนะครับ
ตอนนี้พวกเราลาไปก่อนนะครับ....สวัสดีครับ...



ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ก

กระดาษคำตอบกรอบที่ 1 - กรอบที่ 6

กระดาษคำตอบบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 1 เรื่องปัญหาและคำตอบของสมการ

วิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

กรอบ	ส่วนที่	ข้อ	คำตอบ	ใส่เครื่องหมาย (/) หน้าจำนวนข้อที่ตอบถูก
1	2	1		☐ 1 ข้อ
		2		☐ 2 ข้อ
		3		☐ 3 ข้อ
		4		☐ 4 ข้อ
		5		☐ 5 ข้อ
		6		☐ 6 ข้อ
		7		☐ 7 ข้อ
2	2	2		☐ 1 ข้อ
		3		☐ 2 ข้อ
		4		☐ 3 ข้อ
		5		☐ 4 ข้อ
3	2	1	สมการที่เป็นจริงได้แก่ข้อ.....	☐ ถูกหมด ☐ ถูกไม่หมด
4	2	1	สมการที่เป็นเท็จได้แก่ข้อ.....	☐ ถูกหมด ☐ ถูกไม่หมด
5	2	1		☐ 1 ข้อ
		2		☐ 2 ข้อ
		3		☐ 3 ข้อ
		4		☐ 4 ข้อ
		5		☐ 5 ข้อ

กระดาษคำตอบบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 1 เรื่องปัญหาและคำตอบของสมการ
วิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

กรอบ	ส่วนที่	ข้อ	คำตอบ	ใส่เครื่องหมาย (/) หน้าจำนวนข้อที่ตอบถูก
6	2	1		☐ 1 ข้อ
				☐ 2 ข้อ
				☐ 3 ข้อ
		2		☐ 4 ข้อ
				☐ 5 ข้อ
				
		3		
				
				
		4		
				
				
		5		
				
				

ภาคผนวก ข

เฉลยคำตอบกรอบที่ 1 - กรอบที่ 6

เฉลยกรอบที่ 2 ส่วนที่ 2

2. เป็น เหตุผล มีเครื่องหมาย “ = ” อยู่ตรงกลางประโยค
3. ไม่เป็นเหตุผล มีเครื่องหมาย “ < ” อยู่ตรงกลางประโยค
4. ไม่เป็นเหตุผล มีเครื่องหมาย “ $\neq$ ” อยู่ตรงกลางประโยค
5. เป็น เหตุผล มีเครื่องหมาย “ = ” อยู่ตรงกลางประโยค

เฉลยกรอบที่ 3 ส่วนที่ 2

ข้อที่เมื่อแทนค่าตัวแปรตามที่โจทย์กำหนด
แล้วทำให้สมการเป็นจริงได้แก่

ข้อ 1

ข้อ 3

ข้อ 4

เฉลยกรอบที่ 4 ส่วนที่ 2

1. คำสั่ง จงเลือกข้อที่เมื่อแทนค่าตัวแปรตามที่โจทย์กำหนดมาให้แล้วทำให้สมการเป็นเท็จ

1). สมการเป็นเท็จ

2). สมการเป็นจริง

3). สมการเป็นเท็จ

4). สมการเป็นจริง

5). สมการเป็นเท็จ

สรุปข้อที่สมการเป็นเท็จได้แก่ข้อ 1) , 3) และ 5)

เฉลยกรอบที่ 5 ส่วนที่ 2

1. สมการเป็นเท็จ เพราะ $5 - 3 \neq 8$

2. สมการเป็นเท็จ เพราะ $10 + 10 \neq 21$

3. สมการเป็นจริง เพราะ $6 \times 7 = 42$

4. สมการเป็นเท็จ เพราะ $7 \times 8 \neq 65$

5. สมการเป็นจริง เพราะ $\frac{10}{5} = 2$

เฉลยกรอบที่ 6 ส่วนที่ 2

1. ตอบ 7 ไม่เป็นคำตอบของสมการ เพราะ แทนค่า x ด้วย 7

ลงในสมการจะได้ $15 + 7 \neq 21$

2. ตอบ 21 เป็นคำตอบของสมการ เพราะ แทนค่า a ด้วย 21

ลงในสมการจะได้ $21 - 6 = 15$

3. ตอบ 12 ไม่เป็นคำตอบของสมการ เพราะ แทนค่า y ด้วย 12

ลงในสมการจะได้ $\frac{12}{2} \neq 5$

4. ตอบ 9 เป็นคำตอบของสมการ เพราะ แทนค่า a ด้วย 9

ลงในสมการจะได้ $5(9) = 45$

5. ตอบ 5 เป็นคำตอบของสมการ เพราะ แทนค่า a ด้วย 7

ลงในสมการจะได้ $5 + 5 = 6 + 4$

ภาคผนวก ก

กระดาษคำตอบแบบทดสอบท้ายบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 1

ข้อสอบท้ายบทเรียนโปรแกรมตอนที่ 1

เฉลยข้อสอบท้ายบทเรียนตอนที่ 1

กระดาษคำตอบแบบทดสอบท้ายบทเรียนโปรแกรม ตอนที่ 1

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 102 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				

ข้อ	ก	ข	ค	ง
6				
7				
8				
9				
10				

แบบทดสอบท้ายบทเรียนตอนที่ 1 เรื่องปัญหาและคำตอบของสมการ
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์ ค 102 จำนวน 10 ข้อ เวลา 30 นาที

คำสั่ง จงวงกลมล้อมรอบข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

1. ประโยคสัญลักษณ์ในข้อใดเป็นสมการ

ก. $3x - 8 = 7$

ข. $10 + 3 < 18$

ค. $8 > 2 + 3a$

ง. $18 \neq 20y$

2. ลักษณะของประโยคในข้อใดแตกต่างจากข้ออื่น

ก. $4 + 3 > 2 + 3$

ข. $3 + 2 = 5$

ค. $6 + 3 \neq 3 + 5$

ง. $4 - 1 < 5 - 1$

3. ถ้า $4x + 7 = 27$ ตัวแปรคือ

ก. 4

ข. $4x$

ค. x

ง. $4x + 7$

4. ถ้า $5a = 10$ ตัวแปรมีค่าเท่าไร

ก. 2

ข. 5

ค. 15

ง. 50

5. ถ้า $x + 8 = 40$ แล้ว x มีค่าเท่าไร

ก. 48

ข. 38

ค. 32

ง. 28

6. คำตอบของสมการในข้อใดไม่เท่ากับ 6

ก. $x + 4 = 10$

ข. $3x = 18$

ค. $x + 3 = 10$

ง. $x - 2 = 4$

7. ข้อใดถูกต้อง ถ้าให้ $x = 8$

ก. $x + 3 = 10$

ข. $\frac{x}{2} = 4$

ค. $2x = 15$

ง. $x - 4 = 12$

8. $x - 5 = 15$ ตัวแปรควรมีค่าเท่าใด

ก. 5

ข. 10

ค. 15

ง. 20

9. ข้อใดแสดงว่าจำนวนที่อยู่ในวงเล็บไม่เป็นคำตอบของสมการ

ก. $8 + a = 10$ (2)

ข. $12 - a = 8$ (4)

ค. $45 = a - 5$ (50)

ง. $6a = 18$ (12)

10. คำตอบของสมการในข้อใดถูกต้อง

ก. คำตอบของสมการ $x - 3 = 5$ คือ 4 ข. คำตอบของสมการ $x + 8 = 10$ คือ 2

ค. คำตอบของสมการ $3x = 21$ คือ 6 ง. คำตอบของสมการ $\frac{x}{3} = 6$ คือ 21

เฉลยแบบทดสอบท้ายบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 1

1.	ก
2.	ข
3.	ก
4.	ก
5.	ค
6.	ค
7.	ข
8.	ง
9.	ง
10.	ข

บทเรียนโปรแกรม

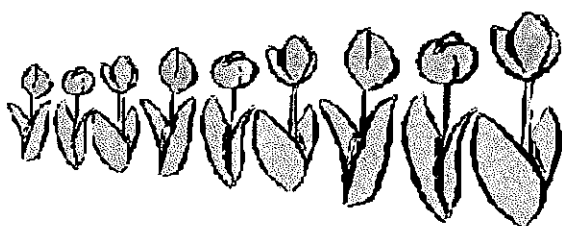
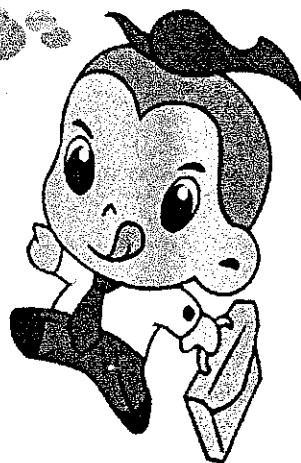
วิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1



ตอนที่ 2

เรื่อง สมบัติการเท่ากัน

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ



คำนำ

บทเรียนที่นักเรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้ เรียกว่า “บทเรียนโปรแกรม” เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งมีทั้งหมด 7 ตอน ดังนี้

- | | | |
|----------|---|--|
| ตอนที่ 1 | ➡ | เรื่อง ปัญหาและคำตอบของสมการ |
| ตอนที่ 2 | ➡ | เรื่อง สมบัติของการเท่ากัน |
| ตอนที่ 3 | ➡ | เรื่อง การแก้สมการ |
| ตอนที่ 4 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวน |
| ตอนที่ 5 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวนเงิน |
| ตอนที่ 6 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับอายุ |
| ตอนที่ 7 | ➡ | เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับเรขาคณิต |

บทเรียนทั้ง 7 ตอน เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง หรือทบทวน บทเรียนด้วยตนเอง ซึ่งบทเรียนนี้จะให้ความรู้ในเรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ ต่อไปนี้จะเป็นเนื้อหาในตอนที่ 2 เรื่อง สมบัติการเท่ากัน (เป็นการทบทวนพื้นฐาน) ก่อนที่นักเรียนจะเริ่มเรียนบทเรียนนี้ขอให้ นักเรียนเตรียมปากกา หรือดินสอเขียนคำตอบในกระดาษคำตอบ นักเรียนพร้อมหรือยัง.....ถ้าพร้อมแล้ว พลิกหน้าต่อไปได้เลย



น้องๆ...พร้อมแล้วพลิกหน้าต่อไปได้เลย.....ค่ะ

คำแนะนำ

การใช้บทเรียนโปรแกรม

ก่อนศึกษาบทเรียนโปรแกรมตอนที่ 2 ต้องศึกษาบทเรียนโปรแกรมตอนที่ 1 มาก่อนและในการศึกษาบทเรียนโปรแกรมทุกครั้ง นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำต่อไปนี้ เพื่อจะได้เกิดผลดีกับตัวนักเรียนเอง

ขั้นตอนการเรียนรู้บทเรียนโปรแกรม มีดังต่อไปนี้

1. นักเรียนศึกษาไปที่ละกรอบ
2. อ่านคำอธิบายแต่ละกรอบจนเข้าใจ แล้วค่อยพลิกไปศึกษากรอบต่อไปเรื่อยๆ ถ้าไม่เข้าใจให้ย้อนกลับไปศึกษากรอบที่เกี่ยวข้องในกรอบต่างๆ จนเข้าใจ
3. เขียนคำตอบลงในกระดาษคำตอบโดยที่นักเรียนสามารถหาคเลขหรือแสดงวิธีทำ วิธีคิดลงบนตัวกรอบโปรแกรมได้ เพื่อให้ครูทราบความคิดของนักเรียนด้วย
4. เขียนคำตอบเสร็จให้เปิดดูคำตอบที่ภาคผนวก เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่นักเรียนตอบถูกหรือผิด ถ้าถูกแล้วศึกษากรอบต่อไป
5. ขอให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียนโปรแกรมให้ครบทุกกรอบอย่าศึกษาข้าม กรอบ และไม่ต้องเปิดดูเฉลยก่อนลงมือตอบเนื่องจากบทเรียนนี้ไม่ใช่แบบทดสอบ จึงไม่มีการเก็บคะแนนใดๆ ทั้งสิ้น
6. ถ้าศึกษาไปแล้วเหนื่อย ควรหยุดพักก่อนแล้วค่อยศึกษาต่อไป
7. อย่าแข่งขันกับเพื่อน เพื่อเป็นการเอาชนะกันว่าใครเป็นผู้เสร็จก่อน ถ้าทำเช่นนั้นนักเรียนจะเกิดความเครียด และเกิดการศึกษาเนื้อหาอย่างไม่เข้าใจดีพอ
8. ขอให้นักเรียนปฏิบัติตามกฎอย่างเคร่งครัด จะเกิดผลดีแก่นักเรียนเอง ถ้าเข้าใจคำแนะนำดีแล้ว พลิกหน้าต่อไปได้เลย

นิยามศัพท์เฉพาะ

การใช้บทเรียนโปรแกรม

การเรียนบทเรียนโปรแกรม นักเรียนควรจะต้องรู้ความหมายของคำและความหมายของ

รูปภาพว่าหมายถึงการแสดงถึงสัญลักษณ์ใดทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. กรอบในบทเรียนโปรแกรมแต่ละเรื่องจะประกอบด้วย 2 ส่วน

ส่วนที่ 1. เนื้อหา ทฤษฎีบทต่างๆ และตัวอย่าง

ส่วนที่ 2. แบบฝึกหัดและสรุป

2.. จำนวนใดๆ หมายถึง 1. จำนวนที่มีค่ามากกว่าศูนย์

2. จำนวนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์

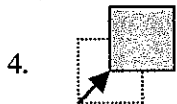
3. จำนวนเต็มแบ่งได้เป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบและจำนวนเต็มศูนย์

4. จำนวนทศนิยม

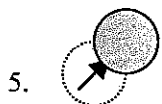
5. จำนวนเศษส่วน



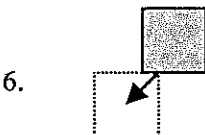
สัญลักษณ์นี้หมายถึงการลบออกไป 1 หน่วย



สัญลักษณ์นี้หมายถึงการลบออกไป 1 หน่วย



สัญลักษณ์นี้หมายถึงการลบออกไป 1 หน่วย



สัญลักษณ์นี้หมายถึงการบวกเพิ่มเข้ามา 1 หน่วย

แนะนำตัวละคร

ตัวละครที่ใช้ในบทเรียนโปรแกรมตอนที่ 2 ประกอบด้วย

ลำดับที่	ตัวละคร	ชื่อ	หน้าที่	เรื่องที่สอน
1		พี่แพรว	ผู้ให้ความรู้ในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 2	ตอนที่ 2 1. สมบัติการเท่ากัน
2		น้องเปีย	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 2	
3		น้องแกละ	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 2	
4		น้องโก้	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 2	
5		น้องจุก	ผู้เรียนในบทเรียน โปรแกรมตอนที่ 2	

ตอนที่ 2

สมบัติการเท่ากัน

เนื้อหา ที่น้องๆ จะได้ศึกษาในตอนที่ 2 คือ
เรื่อง สมบัติการเท่ากัน



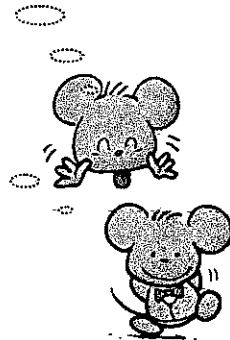
ศึกษาในตอนที่ 2 จบแล้ว น้องๆ จะต้องสามารถ

1. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันบวกด้วยจำนวนใดๆ ที่เท่ากัน ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน
2. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันลบด้วยจำนวนใดๆ ที่เท่ากัน ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน
3. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันคูณด้วยจำนวนใดๆ ที่เท่ากัน ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน
4. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันนำจำนวนใดๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์มาหารแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน



บอกอย่างนี้ตั้งแต่
ตอนที่ 1 แล้ว.....

เรียนแค่นี้
สบายอยู่แล้ว



กรอบที่1 ส่วนที่ 1



สวัสดีค่ะ น้องๆ จากการที่ได้ศึกษาตอนที่ 1
คงทำให้น้องๆ ได้รู้จักคำตอบของสมการแล้ว
ว่า คำตอบของสมการ คือจำนวนที่นำไปแทน
ที่ตัวไม่รู้ค่า หรือตัวแปรในสมการ แล้วทำให้
สมการนั้นๆ เป็นสมการที่เป็นจริง

แล้ววิธีการที่เรา พยายามหาจำนวนมา
แทนที่ตัวไม่รู้ค่า(ตัวแปร) เพื่อทำ
ให้สมการนั้นเป็นสมการที่เป็นจริง
เราเรียกว่าการแก้สมการใช่หรือเปล่า
ครับพี่แพร.....



ถูกต้องค่ะ น้องโก๊ะ.....หรือแท้จริงแล้วการแก้สมการ คือ
การหาคำตอบของสมการนั่นเองค่ะ

พี่แพรครับ แล้วมีวิธีการหาคำตอบ
ของสมการด้วยวิธีใดบ้างละครับ



แต่น้องๆอยากทราบเหมือนน้องโก๊ะ
หรือเปล่าละ แต่ฉันน้องคนไหนทราบ
วิธีการหาคำตอบแล้วลองดูว่าตรงกับ
ของพี่แพรหรือเปล่าละคะ



ส่วนที่ 1.1



วิธีการแก้สมการหรือวิธีการหาคำตอบของสมการ
มี 2 วิธีดังต่อไปนี้ค่ะ

วิธีแก้สมการ มี 2 วิธี คือ

1. วิธีที่ 1 คือ การลองแทนค่าตัวแปรในสมการจนกว่าจะได้คำตอบที่เป็นจริง วิธีนี้ใช้กับสมการอย่างง่าย ถ้าสมการยุ่งยากจะไม่รวดเร็วในการหาคำตอบของสมการ
2. วิธีที่ 2 คือ ใช้สมบัติการเท่ากันเป็นวิธีที่เหมาะสมกับสมการที่มีความซับซ้อนมากขึ้น และยังทำให้ได้คำตอบที่รวดเร็ว

พี่แพรวจะให้น้องๆ ได้ลองใช้วิธีแรกในการหาคำตอบ
ของสมการ $a + 9 = 12$ จงหาค่าของ a
น้องๆ ลองคิดดูนะคะ



ดูจะลองคิดดูว่าจะได้คำตอบ
ของสมการเป็นจำนวนใด



เพื่อนๆ ลองคิดดูนะคะ แล้วเดี๋ยวเจอกับพี่
จะแสดงวิธีคิดในส่วนที่ 1.2 ว่าถูกต้องหรือไม่
โดยให้พี่แพรวตรวจสอบครับ



ส่วนที่ 1.2



เป็นอย่างไรบ้างคะ น้องๆ คงคิดข้อแรกเสร็จ
เรียบร้อยแล้ว ลองมาดูว่าน้องจุกและน้อง
เปียเขาจะมีวิธีคิดเหมือนน้องๆหรือไม่

จากสมการ $a + 9 = 12$ จุกใช้วิธีคิดดังนี้ครับ

$$\text{จากสมการ } a + 9 = 12$$



จากสมการในการคิดเราจะคิดว่าจำนวนใดที่นำมาบวกกับ 9 แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 12

โดยการที่เราหาจำนวนมาแทนค่า a ดังต่อไปนี้

แทนค่า a ด้วย 1 จะได้ $1 + 9 \neq 12$ ทำให้สมการเป็นเท็จ เพราะว่า

ทั้ง 2 ข้างของสมการมีค่าไม่เท่ากัน

ดังนั้น 1 จึงไม่เป็นคำตอบของสมการ $a + 9 = 12$

แทนค่า a ด้วย 2 จะได้ $2 + 9 \neq 12$ ทำให้สมการเป็นเท็จ เพราะว่า

ทั้ง 2 ข้างของสมการมีค่าไม่เท่ากัน

ดังนั้น 2 จึงไม่เป็นคำตอบของสมการ $a + 9 = 12$

แทนค่า a ด้วย 3 จะได้ $3 + 9 = 12$ ทำให้สมการเป็นจริง เพราะว่า

ทั้ง 2 ข้างของสมการมีค่าเท่ากัน

ดังนั้น 3 จึงเป็นคำตอบของสมการ $a + 9 = 12$

ถูกต้องคะน้องจุก เพราะ 3 เมื่อแทนค่า a
แล้วทำให้ 2 ข้างของสมการมีค่าเท่ากันค่ะ



ส่วนที่ 1.3



ต่อไปนี้เป็นข้อที่ 2 ใครเสร็จข้อที่ 1 แล้ว
เริ่มคิดข้อที่ 2 ได้เลยล่ะ

ข้อนี้เป๊ยะจะเริ่มลงมือคำนวณหา
คำตอบดังต่อไปนี้ครับ....



ต่อไปนี้เป็นแสดงวิธีการคิดในข้อที่ 2 ครับ
จากสมการ $\frac{7+5y}{3} = 9$ จงหาค่า y

ลองแทนค่า y ด้วย 1
จะได้ $\frac{7+5(1)}{3} = 9$ สมการไม่เป็นจริง

แทนค่า y ด้วย 2
จะได้ $\frac{7+5(2)}{3} = 9$ สมการไม่เป็นจริง

แทนค่า y ด้วย 3
จะได้ $\frac{7+5(3)}{3} = 9$ สมการไม่เป็นจริง

แทนค่า y ด้วย 4
จะได้ $\frac{7+5(4)}{3} = 9$ สมการเป็นจริง

ดังนั้น 4 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{7+5y}{3} = 9$



ถูกต้องคะน้องเป๊ยะ เพราะ 4 เมื่อแทนค่า y
แล้วทำให้ 2 ข้างของสมการมีค่าเท่ากันละ
เป็นอย่างไรบ้างคะ ถ้าน้องๆทำยังไม่ถูกหมดทั้ง 2 ข้อ
อย่าพึ่งท้อนะคะ ความพยายามอยู่ที่ไหนความสำเร็จอยู่ที่นั่น

ส่วนที่ 2



พี่แฟรมมีแบบฝึกหัดให้น้องๆ ได้ฝึกอีกแล้ว อ่านคำถามดีๆ นะคะ
แล้วให้ตอบในกระดาษคำตอบหน้า 30

1. คำสั่ง จงหาคำตอบของสมการ โดยการลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

ตัวอย่าง จากสมการ $4b = 12$ ลองแทนค่า b ด้วย 3

จะได้ $4(3) = 12 \longrightarrow$ สมการเป็นจริง

$$12 = 12$$

ดังนั้น 3 เป็นคำตอบของสมการ

1) จากสมการ $a + 12 = 20$

2) จากสมการ $m - 9 = 2$

3) จากสมการ $\frac{y}{3} = 6$

4) จากสมการ $5y = 20$

5) จากสมการ $25 = t - 12$



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 33

กรอบที่ 2 ส่วนที่ 1



น้องๆจะเห็นว่าการหาคำตอบวิธีแรก
นั้นจะเหมาะกับสมการอย่างง่าย
แต่ถ้าเป็นสมการที่ซับซ้อนอย่างข้อ 2
ในตอนที่ 1.3 และพบว่าต้องคำนวณ
ยุ่งยากแล้วยังต้องแทนค่าหลายครั้งกว่าจะได้คำตอบ

แล้ววิธีการหาคำตอบของสมการ
วิธีที่สองจะช่วยให้หาคำตอบได้
เร็วขึ้นอย่างไรบ้างครับ



ค่ะเดี๋ยวเราจะมาศึกษากันว่าวิธีที่สองจะช่วยให้หาคำตอบของสมการ
ได้รวดเร็วอย่างไร แต่ก่อนอื่นน้องๆจะต้องศึกษาสมบัติการเท่ากันก่อนค่ะ



ที่เป๊ยศึกษามาพบว่าสมบัติการเท่ากัน
มีอยู่ 4 ข้อ ดังต่อไปนี้

1. สมบัติการบวก
2. สมบัติการลบ
3. สมบัติการคูณ
4. สมบัติการหาร



ถูกต้องค่ะน้องเป๊ย.....
ต่อไปเราจะได้ศึกษาสมบัติการเท่ากันแต่ละข้อว่าเป็น
เช่นไรบ้าง....



ส่วนที่ 1.2

พิจารณาสมการต่อไปนี้

1. $3 + 4 = 7$

ถ้านำ 1 มาบวกทั้ง 2 ข้างของสมการ

จะได้ $(3+4)+1 = 7+1$

$$8 = 8$$

2. $5 + 3 = 8$

ถ้านำ a ซึ่งเป็นจำนวนใดๆ มาบวกทั้ง 2 ข้างของสมการ

จะได้ $(5+3)+a = 8+a$ (a แทนจำนวนใดๆ)

$$8+a = 8+a$$

3. $a = b$

ถ้านำ c ซึ่งเป็นจำนวนใดๆ มาบวกทั้ง 2 ข้างของสมการ

จะได้ $a+c = b+c$ (a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)

จากสมการทั้ง 3 ข้อข้างต้นจะเห็นว่าทั้ง 2 ข้างของสมการจะมีค่าเท่ากัน
ซึ่งเป็นไปตามสมบัติการบวกทุกประการ



ถ้าจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง

มาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลบวกจะเท่ากัน

สมบัติข้อนี้เรียกว่าสมบัติการบวก

เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\text{ให้ } a, b \text{ และ } c \text{ แทนจำนวนใดๆ ถ้า } a = b \text{ แล้ว } a + c = b + c$$



ส่วนที่ 1.3



พี่จะทำให้น้องๆ เข้าใจได้ง่ายขึ้น
โดยใช้แผนภาพแสดงแนวคิด น้องๆ ทุกคน
จะได้เข้าใจสมบัติการบวก ได้ดียิ่งขึ้นนะคะ....

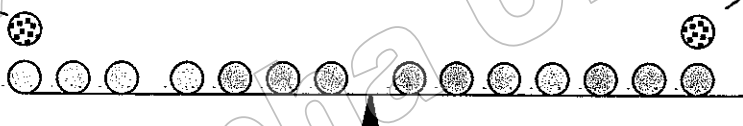
$$3 + 4 = 7$$



เพิ่ม 1

$$(3 + 4) + 1 = 7 + 1$$

เพิ่ม 1



$$8 = 8$$



จากแผนภาพจะเห็นว่าทั้งสองข้างของสมการมีค่าเท่ากัน คือ $8 = 8$ ซึ่งเป็นไปตาม
สมบัติการบวก (ที่เป็นการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของสมการ)



ส่วนที่ 2



โก๊ะอยากชวนเพื่อนๆ ทำแบบฝึกหัดลับสมองกันดูดีกว่า.....

ให้เติมคำตอบลงในกระดาษคำตอบหน้า 30

อย่าลืมนะครับ(ใจเย็นๆ ครับ)

คำชี้แจง จงเติมคำตอบลงในช่อง ให้ถูกต้อง

บวกด้วย 3 ทั้ง 2 ข้าง

ตัวอย่าง 1. ถ้า $x = y$ ดังนั้น $x + 3 = \boxed{y + 3}$

บวกด้วย 9 ทั้ง 2 ข้าง

2. ถ้า $a + 1 = 5$ ดังนั้น $(a + 1) + 9 = \boxed{5 + 9}$

3. ถ้า $4y = 12$ ดังนั้น $4y + 1 = \boxed{}$

4. ถ้า $a - 5 = 7$ ดังนั้น $\boxed{} = 7 + 8$

5. ถ้า $y + 2 = 3$ ดังนั้น $(y + 2) + 7 = \boxed{}$

6. ถ้า $\frac{m}{5} = 4$ ดังนั้น $\frac{m}{5} + 9 = \boxed{}$



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 34

ส่วนที่ 2.1



จุก , เปีย , แกละและ โกะะ ต้องการทบทวน
สมบัติการบวกอีกครั้งเพื่อความแน่ใจ
ถ้าเพื่อนๆพร้อมแล้วเริ่มคิดได้เลยครับ.....
โดยตอบลงในกระดาษคำตอบหน้า 30



คำสั่ง จงเติมจำนวนลงในช่อง ให้ถูกต้อง

1. ถ้า $x = y$ ดังนั้น $x + 3 = y +$

2. ถ้า $2a = 10$ ดังนั้น $2a +$ $= 10 + 5$

3. ถ้า $d - 2 = 18$ ดังนั้น $(d - 2) + 7 = 18 +$

4. ถ้า $6 = 2 + y$ ดังนั้น $6 + 2 = (2 + y) +$

5. ถ้า $10 = x + 5$ ดังนั้น $10 +$ $= (x + 5) + 1$



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 35

ส่วนที่ 1.1

น้องๆ พิจารณาแผนภาพสมการต่อไปนี้
ให้คินะคะ



1. $5 + 4 = 9$ →

ถ้าน้องๆนำ 2 ตบออกไปทั้ง 2 ข้าง
ของสมการจะได้

$$\left. \begin{array}{l} (5 + 4) - 2 = 9 - 2 \\ 9 - 2 = 9 - 2 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$7 = 7$ →

อืม..จะเห็นว่าหลังจากลบด้วย 2 ผลลบทั้ง 2 ข้างของสมการมีค่าเท่ากันเสีย
คือ $7 = 7$ ดังนั้น จากสมการ $5 + 4 = 9$ จะได้ $(5 + 4) - 2 = 9 - 2$
ซึ่งได้สมการที่เป็นจริง และเป็นไปตามสมบัติการลบ



ส่วนที่ 1.2

คราวนี้น้องๆช่วยกันดูสมการต่อไปนี้นะคะ
ว่าเป็นไปตามสมบัติการลบทุกข้อหรือเปล่า



1. ถ้า $5 = 3 + 2$ ดังนั้น $5 - 1 = (3 + 2) - 1$
2. ถ้า $5 = 3 + 2$ ดังนั้น $5 - y = (3 + 2) - y$ เมื่อ y แทนจำนวนใดๆ
3. ถ้า $a = b$ ดังนั้น $a - c = b - c$ เมื่อ $(a, b$ และ c แทนจำนวนใดๆ)

โก๊ะตรวจทานดูแล้วเป็นไปตามสมบัติการลบทั้ง 3 ข้อ
โดยพิจารณาดังนี้

ข้อที่ 1. นำ 1 ลบทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 5 - 1 = (3 + 2) - 1$$

$$4 = 4$$

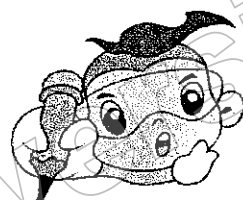
ข้อที่ 2. นำ y ลบทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 5 - y = (3 + 2) - y$$

$$5 - y = 5 - y$$

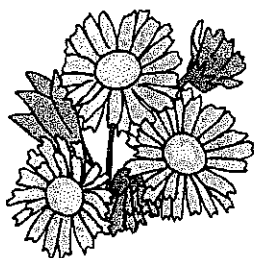
ข้อที่ 3. นำ c ลบทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } a - c = b - c$$



ถ้ามีจำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน แล้วนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาลบ
แต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลบจะเท่ากัน แล้วเรียกว่าสมบัติการลบ.....
เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ถ้า $a = b$ แล้ว $a - c = b - c$, $(a, b$ และ c แทนจำนวนใดๆ)



ส่วนที่ 2

แกละอยากชวนเพื่อนๆ ทำแบบฝึกหัดลับสมองกันดูดีกว่า โดยให้เพื่อนๆ เติมคำตอบลงในกระดาษคำตอบหน้า 30



คำชี้แจง จงเติมตัวเลขลงในช่อง ให้ถูกต้อง

ตัวอย่าง ถ้า $m = 2$

ดังนั้น

ลบ 1 ทั้ง 2 ข้าง

$$m - 1 = \boxed{2 - 1}$$

1. ถ้า $4 = 2y$ ดังนั้น $4 - 3 = \boxed{}$

2. ถ้า $p + 3 = 4$ ดังนั้น $(p + 3) - 2 = \boxed{}$

3. ถ้า $5 = a + 2$ ดังนั้น $\boxed{} = (a + 2) - 1$

4. ถ้า $2y + 2 = 3$ ดังนั้น $(2y + 2) - 1 = \boxed{}$

เฮ้...ถ้าตรวจเฉลยแล้ว.....
ผม ก็ะสุดหล่อจะทำถูก
ทุกข้อไหมเนี่ย.....



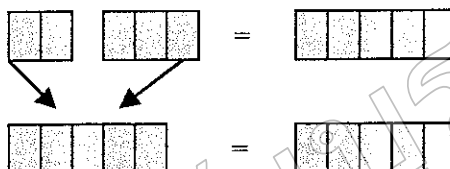
ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 136

กรอบที่ 4 ส่วนที่ 1

น้องคะ.....เป็นอย่างไรบ้าง ถ้าเหนื่อยพี่แพรวให้พักสักครู่ค่ะ
แล้วถ้าใครหาขเหนื่อยเราจะทบทวนสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ
และการหารต่อเลยนะคะ.....เอาละค่ะใครหาขเหนื่อยแล้วตาม
พี่แพรวมาเลยนะคะ.....

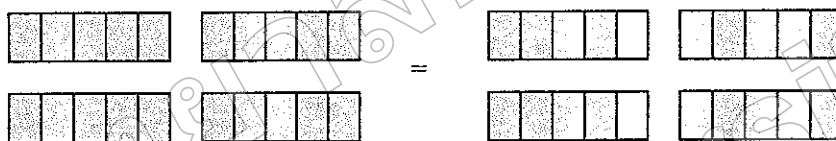


กำหนดให้ $2 + 3 = 5$



ดังนั้น $(2 + 3) \times 4 = 5 \times 4$

น้องๆ นำ 4 คูณ
ทั้ง 2 ข้างของสมการ



จะได้ $(2 + 3) \times 4 = 5 \times 4$

$$5 \times 4 = 20$$

$$20 = 20$$



ถ้ามีจำนวน 2 จำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากัน
ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน เรียกว่า สมบัติการคูณ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$, (a , b และ c แทนจำนวนใดๆ)



ส่วนที่ 1.2

คราวนี้น้องๆช่วยกันดูสมการต่อไปนี้นี้จะ
ว่าเป็นไปตามสมบัติการคูณทุกข้อหรือไม่



1. ถ้า $5 = 3 + 2$ ดังนั้น $5 \times 1 = (3 + 2) \times 1$
2. ถ้า $5 + 3 = 8$ ดังนั้น $(5 + 3) \times y = 8 \times y$ (เมื่อ y แทนจำนวนใดๆ)
3. ถ้า $a = b$ ดังนั้น $a \times c = b \times c$ เมื่อ (a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)

เราจะตรวจสอบดูแล้วเป็นไปตามสมบัติการคูณทั้ง 3 ข้อ

โดยพิจารณาดังนี้

ข้อที่ 1. นำ 1 คูณทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 5 \times 1 &= (3 + 2) \times 1 \\ 5 &= 5 \end{aligned}$$

ข้อที่ 2. นำ y คูณทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } (5 + 3) \times y &= 8 \times y \\ 8y &= 8y \end{aligned}$$

ข้อที่ 3. นำ c คูณทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } a \times c = b \times c$$

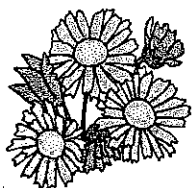


ทบทวนอีกครั้ง



ถ้ามีจำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน แล้วนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณ
แต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลคูณจะเท่ากัน แล้วเรียกว่าสมบัติการคูณ
เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$, (a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)



ส่วนที่ 2

ลองพิจารณาสมการต่อไปนี้



ไม่อยากหกรอกครับ
ตอบใส่กระดาษคำตอบหน้า 31

คูณ 2 ทั้งสองข้าง

ตัวอย่าง $a = 5$ ดังนั้น $a \times 2 = 5 \times \boxed{2}$

1. ถ้า $y + 2 = 3$ ดังนั้น $(y + 2) \times \boxed{} = 3 \times 9$

2. ถ้า $4a = 4$ ดังนั้น $\boxed{} = 4 \times 2$

3. ถ้า $5 = 2a$ ดังนั้น $5 \times 3 = \boxed{}$

4. ถ้า $y + 1 = 3$ ดังนั้น $\boxed{} = 3 \times 2$

5. ถ้า $15 = 5b$ ดังนั้น $15 \times 8 = \boxed{}$



ตรวจสอบในภาคผนวกหน้า 38

ส่วนที่ 2.1

เป็ยจะลองตอบดูซิว่าคำถาม
ทุกข้อเป็ยจะทำถูกหมดไหม
แต่เพื่อนๆอย่าลืมตอบในกระดาษ
คำตอบหน้า 31 นะครับ



คำสั่ง จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. ถ้า $c = 8$ แล้ว $c \times 3 = \boxed{}$

2. ถ้า $\frac{t}{5} = 8$ แล้ว $\frac{t}{5} \times 9 = \boxed{}$

3. ถ้า $3y = 15$ แล้ว $3y \times \boxed{} = 15 \times 2$

4. ถ้า $a - 7 = 6$ แล้ว $(a - 7) \times 5 = \boxed{}$

5. ถ้า $9y = 18$ แล้ว $9y \times \boxed{} = 18 \times 2$

จากรู้หลักการของสมบัติการคูณแล้ว
สบายเรา.....โจทย์แค่นี้ทำได้อยู่แล้ว



ตรวจสอบเฉลยในภาคผนวกหน้า 39

กรอบที่ 5 ส่วนที่ 1



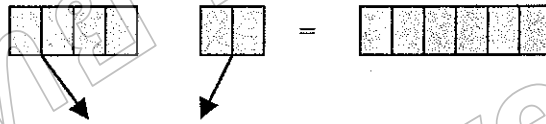
พี่แพร์ครับตอนนี้เราก็ได้พบจนถึงสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการหาร
เป็นข้อสุดท้ายแล้วใช่ไหมครับ.....ดูแล้วเวลาหมดไปเร็วจังเลยครับ.....

ถูกแล้วคะน้องโก๊ะ เราเหลือเรื่องของสมบัติการหารเป็นข้อสุดท้ายของ
สมบัติการเท่ากัน เห็นไหมคะสมบัติการเท่ากันมีประโยชน์ในการช่วย
แก้สมการเป็นอย่างมากเลยนะคะน้องๆเอาละจะไปดูสมบัติการ
หารกันต่อดีกว่าค่ะ.....



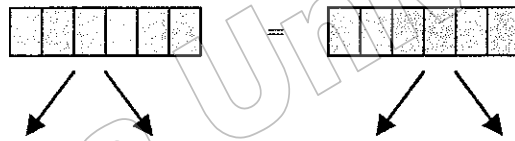
พิจารณาสมการต่อไปนี้

1. $4 + 2 = 6 \longrightarrow$

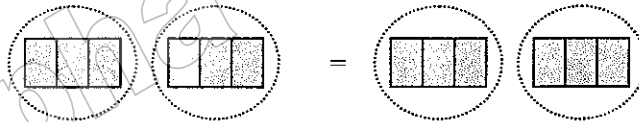


$6 = 6 \longrightarrow$

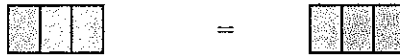
น้องๆ นำ 2 หารทั้ง 2 ข้าง
ของสมการ



จะได้ $\frac{6}{2} = \frac{6}{2} \longrightarrow$



$3 = 3 \longrightarrow$



แสดงว่าถ้านำ 2 หารจะต้อง
หารทั้ง 2 ข้างของสมการ

ถูกต้องแล้วคะน้องโก๊ะเพราะเป็นไป
ตามสมบัติการหาร เรามาช่วยกันสรุป
สมบัติการหารกันดีกว่าค่ะ...



ส่วนที่ 1.1

ตอนนี้น้องๆ มาช่วยกันสรุปสมบัติ
การหารกันเถอะค่ะ.....



ถ้ามีจำนวน 2 จำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์มาหารแต่ละข้างจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลหารจะเท่ากัน เรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการหาร

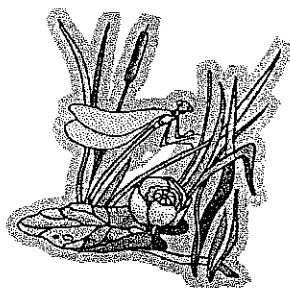
ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ โดยที่ $c \neq 0$

โอ๊ะ...แล้ว $c \neq 0$
หมายความว่าอย่างไรครับ



อ้อก็หมายความว่า (C) จะแทนด้วยจำนวนใดๆก็ได้
ยกเว้นแทนด้วย 0 เพราะว่า C เป็นตัวหารซึ่งจะเป็นศูนย์ไม่ได้



ส่วนที่ 1.2

คราวนี้น้องๆช่วยกันดูสมการต่อไปนี้ค่ะ
ว่าเป็นไปตามสมบัติการหารทุกข้อหรือไม่



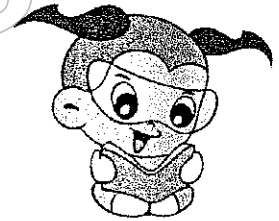
1. ถ้า $12 = 4 + 8$ ดังนั้น $\frac{12}{4} = \frac{4+8}{4}$
2. ถ้า $6+7 = 13$ ดังนั้น $\frac{6+7}{a} = \frac{13}{a}$ (a แทนจำนวนใดๆที่ไม่เท่ากับศูนย์)
3. ถ้า $a = b$ ดังนั้น $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (a, b และ c แทนจำนวนใดๆโดยที่ c ไม่เท่ากับศูนย์)

แต่ละตรวจทานดูแล้วเป็นไปตามสมบัติการหารทั้ง 3 ข้อ
โดยพิจารณาดังนี้

ข้อที่ 1. นำ 4 หารทั้ง 2 ข้างของสมการ
จะได้ $\frac{12}{4} = \frac{4+8}{4}$
 $3 = 3$

ข้อที่ 2. นำ a หารทั้ง 2 ข้างของสมการ
จะได้ $\frac{6+7}{a} = \frac{13}{a}$
 $\frac{13}{a} = \frac{13}{a}$

ข้อที่ 3. นำ c หารทั้ง 2 ข้างของสมการ
จะได้ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$



ทบทวนอีกครั้ง



ถ้ามีจำนวน 2 จำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์มาหารแต่ละข้างจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลหารจะเท่ากัน เรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการหาร เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ โดยที่ $c \neq 0$



ส่วนที่ 2

คำสั่ง จงเติมคำตอบลงในช่อง



เพื่อนๆช่วยกันเติมจำนวนที่ขาดหายไปสิครับ
อย่าลืมสมบัติการหารนะครับ.....ขอให้ทุกคน
ตอบได้ทุกข้อโดยตอบในกระดาษคำตอบหน้า 31

ตัวอย่าง ถ้า $k = 16$

ดังนั้น

$$\frac{k}{8} = \frac{16}{8}$$

หารด้วย 8 ทั้ง 2 ข้าง

1. ถ้า $m = 6$

ดังนั้น

$$\frac{\boxed{}}{3} = \frac{6}{3}$$

2. ถ้า $8 = y$

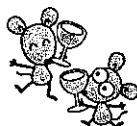
ดังนั้น

$$\frac{8}{4} = \frac{\boxed{}}{4}$$

3. ถ้า $y = 4$

ดังนั้น

$$\frac{\boxed{}}{2} = \frac{4}{2}$$



ตรวจเลขในภาคผนวกหน้า 40

ส่วนที่ 2.1

เอาละและจะนำสมบัติการหารมาใช้หาคำตอบ
และจะพยายามให้ถูกทุกข้อเลยครับผม
ตอบลงในกระดาษคำตอบหน้า 31



คำชี้แจง จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง ให้ถูกต้อง

1. ให้ $a = 10$ แล้ว $\frac{a}{2} = \square$

2. ให้ $b = 18$ แล้ว $\frac{b}{9} = \square$

3. ให้ $y = 42$ แล้ว $\square = \frac{42}{6}$

4. ให้ $y = 18$ แล้ว $\frac{y}{6} = \square$

5. ให้ $z = 4$ แล้ว $\square = \frac{4}{2}$

น้องๆ ค่ะความพยายามอยู่ที่ไหน ความสำเร็จอยู่ที่นั่น
ตั้งใจหน่อยนะคะน้อง เพราะตอนนี้เราได้ทบทวนเรื่อง
สมบัติความเท่ากันครบทุกข้อแล้วนะค่ะ



ตรวจเฉลยในภาคผนวกหน้า 41

ส่วนที่ 2.2



เฮ้.....ในที่สุดเราก็รู้จักสมบัติการเท่ากันครบทั้ง 4 ข้อแล้ว
ถูกเลขขอเชิญเพื่อนพ้องมาทบทวนก่อนด้วยการแบ่งเค้กก่อนนี้
ให้ทุกคนได้รับประทานกันเพราะที่แพร่สัญญาไว้คราวที่แล้ว
ว่าใครทำถูกหมดจะได้ทานเค้กก่อนนี้ยังโงะเพื่อนๆจำได้ไหม

ทานขนมอิ่มกันแล้ว....
ที่จะชวนน้องๆมาช่วยกัน
สรุปสมบัติการเท่ากัน
ก่อนนะกะ

สรุปได้ดังต่อไปนี้

ข้อ 1

สมบัติการบวก

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$, (a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)

ข้อ 2

สมบัติการลบ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a - c = b - c$, (a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)

ข้อ 3

สมบัติการคูณ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$, (a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)

ข้อ 4

สมบัติการหาร

ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ โดยที่ $c \neq 0$ (a, b และ c แทนจำนวนใดๆ)

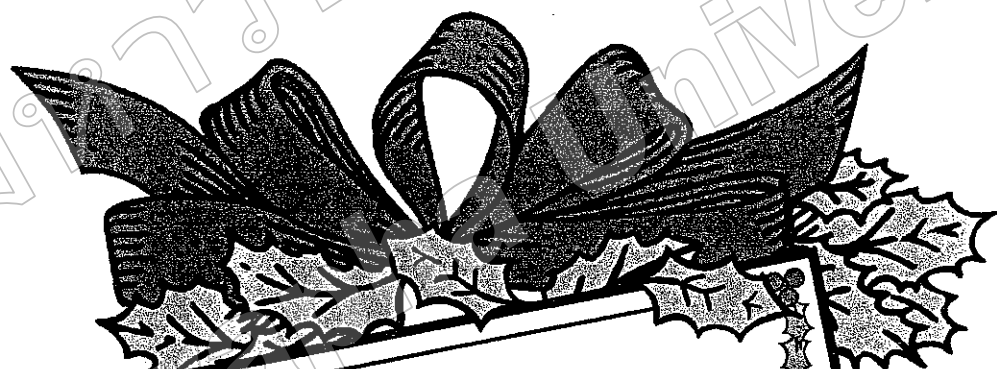
อืมจังเลย....ขอพักซักครูแล้วเดี๋ยวเรากลับดูกันต่อ
นะเพื่อนๆครอก ฟีๆๆๆ....



ส่วนที่ 2.3



พี่แพรของแสดงความยินดีกับน้องๆ ที่ได้เรียนจบตอนที่ 2
ถ้าน้องๆ ยังเหนื่อยอยู่พี่แพรให้น้องๆ พักผ่อนซักครู
น้องๆ คนไหนหายเหนื่อยแล้วเตรียมตัวไปศึกษาตอนที่ 3
กันได้เลยค่ะ



พบพวกเรา จุก แกละ เปียและ โกะ ได้ในตอน
ที่ 3 เรื่อง การแก้สมการ เดี่ยวเจอกันนะครับ
ตอนนี้พวกเราลาไปก่อนนะครับ....สวัสดีครับ...

