

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษา ค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง
บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีเนื้อหา ดังต่อไปนี้

1. การเรียนและการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.1 ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์
 - 1.2 ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.3 จิตวิทยาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.4 หลักการสอนคณิตศาสตร์
2. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 อุปสรรคของการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.4 การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหของโพลยา
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
5. บทเรียนโปรแกรม
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโปรแกรม
 - 6.1 งานวิจัยภายในประเทศ
 - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

การเรียนและการสอนคณิตศาสตร์

ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ (mathematics) หมายถึง คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ
ตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525 (อุษณีย์ เลื่อนลอย, 2543, หน้า 9) คนทั่วไป
มักจะเข้าใจว่าคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องของตัวเลข เป็นศาสตร์ของการคิดคำนวณและการวัด มีการใช้

สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล เพื่อให้สื่อความหมายและเข้าใจได้ตรงกัน (อุษณีย์ เลื่อนลอย, 2543, หน้า 9 อ้างอิงจาก จีวรธรรม กิรติกร, 2534, หน้า 5)

ในบรรดาศาสตร์ต่าง ๆ ที่มนุษย์ได้คิดค้นขึ้นมา คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญยิ่งศาสตร์หนึ่ง ซึ่งนับวันก็ยิ่งมีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์ยุคปัจจุบันมากยิ่งขึ้นเพราะเทคโนโลยีต่าง ๆ ที่ผลิตขึ้นมาใช้เพื่ออำนวยความสะดวกแก่มนุษย์ในด้านต่าง ๆ นั้นต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้นซึ่งสิ่งที่จะได้รับจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีมากกว่าการคิดเลขเป็น ความคิดเชิงเหตุผล การรู้จักแยกแยะ วิเคราะห์สถานการณ์ และการรู้จักทำงานเป็นขั้นตอนล้วนเป็นทักษะที่ได้รับจากการเรียนและฝึกฝนในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น (จิราภรณ์ ศิริทวี, 2542, หน้า 1) และนอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการปลูกฝัง อบรมใจให้นักเรียนเป็นคนมีนิสัย ละเอียดรอบคอบ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล เป็นคนช่างสังเกต มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆ อย่างมีเหตุผล วิชาคณิตศาสตร์ใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้วิชาต่าง ๆ และเป็นมรดกทางวัฒนธรรมที่สืบทอดกันมาจนถึงปัจจุบัน ดังนั้นการวางรากฐานทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาจึงนับว่ามีความสำคัญ และมีความจำเป็นอย่างมากที่ผู้จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะสามารถนำเอาความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและช่วยให้ดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข

ปัจจุบันคณิตศาสตร์มีบทบาทมากกว่าในอดีต และมีความสำคัญในชีวิตประจำวันมากยิ่งขึ้น ในทุกสาขาวิชา เช่น สาขาวิศวกรรม สาขาวิทยาศาสตร์ สาขาภูมิศาสตร์ ฯลฯ คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่สำคัญอย่างยิ่งในอันที่จะทำให้มนุษย์ได้ดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข ดังนั้นจึงเห็นว่าถ้าระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีการพัฒนากระบวนการเรียนรู้ได้ไม่ถูกต้องก็จะส่งผลถึงมัธยมศึกษาตอนปลายและระดับอุดมศึกษาในที่สุด จุดหมายปลายทางของคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงอยู่ที่การพัฒนาผู้เรียนให้รู้จักคิด รู้จักแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่วัดด้วยเหตุผล สามารถฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผล สามารถแยกแยะและวิเคราะห์สภาพได้ ดังที่ จิราภรณ์ ศิริทวี (2542, หน้า 14) ได้กล่าวถึงลักษณะของคณิตศาสตร์ในปัจจุบันไว้ ดังนี้

1. เน้นความเข้าใจของกระบวนการตัวเลขมากกว่าการท่องจำสูตรทางคณิตศาสตร์
2. เนื้อหาที่จัดให้นักเรียนจะประกอบด้วยโครงสร้างอันต่อเนื่องตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมหาวิทยาลัย เช่น เรขาคณิต และพีชคณิต แต่นำมาจัดบทเรียนให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนแต่ละระดับชั้น
3. จัดลำดับบทเรียนใหม่ เอาบทเรียนประเภทเดียวกันไว้ด้วยกัน เนื่องจากมีเรื่องที่ต้องเรียนมากขึ้นแต่สมองของเด็กมีเท่าเดิมจึงต้องหาวิธีสอนที่จะช่วยทำให้เด็กเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น โดยคำนึงถึงหลักจิตวิทยา

4. จุดเน้นมุ่งทำให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของหลักการทางคณิตศาสตร์และความคิดรวบยอดต่าง ๆ วิธีคิดตามลำดับเหตุผล ตลอดจนความสัมพันธ์ระหว่างเรื่องต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
5. ส่งเสริมและกระตุ้นให้เด็กคิด ค้นคว้าหาหลักการและวิธีทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง
6. บทบาทของครูคือผู้ชี้แนะให้เด็กรู้จักการแยกแยะลำดับขั้นของงาน โดยใช้อุปกรณ์ประกอบการสอน เมื่อเด็กเข้าใจกระบวนการคิดอย่างดีแล้วจึงให้ทำแบบฝึกหัด
7. มีการสอนที่เน้นการสื่อสารด้วยภาษาคณิตศาสตร์ มีการถามตอบเพื่อช่วยผู้เรียนสนใจวิชาคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงเห็นว่าผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรมีความรู้หลักการสอนคณิตศาสตร์ ตลอดจนปรัชญาและจิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้นด้วย

ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์

ปรัชญาการสอนเป็นหลักแห่งความรู้ และความจริงที่จะยึดถือเพื่อเป็นแนวทางในการสอน สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้ยึดปรัชญา experimentalism นั่นคือให้ผู้เรียนได้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง โดยการลงมือกระทำเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้แนะนำส่งเสริม และชี้แจงในสิ่งที่นักเรียนทำไม่ถูกต้องเท่านั้น ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมาย และแนวคิดของปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

วรวิทย์ พาลผ่าย (2541, หน้า 9 อ้างอิงจาก ประยูร อาษานาม, 2525, หน้า 3) ได้กล่าวถึงปรัชญาการสอนทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้จากการค้นพบของนักคณิตศาสตร์ ครูควรวางแนวทางหรือสถานการณ์ที่ชี้แนะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองอีกครั้งหนึ่ง
2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมซึ่งยากแก่การเข้าใจ การเรียนการสอนควรเริ่มจากความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะนำไปสู่นามธรรม
3. การประยุกต์ หรือการนำหลักการคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นสิ่งที่ควรตระหนักถึงเป็นอย่างยิ่ง

นอกจากนี้ ยูพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 39) ได้กล่าวถึงปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. สอนให้นักเรียนคิดเองและค้นพบด้วยตนเองผู้สอนเป็นเพียงผู้ชี้แนะไม่ใช่ผู้บอก
2. สอนโดยยึดโครงสร้าง มีระบบระเบียบ แต่ควรจะใช้วิธีการสอนหลาย ๆ อย่างมีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมตามเนื้อหา
3. ไม่มุ่งสอนแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียวควรจะสอดแทรกความรู้ด้านสิ่งแวดล้อมและด้านคุณธรรม จริยธรรม ฝึกความมีระเบียบวินัยไปในตัว ฝึกความเป็นเหตุเป็นผล

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า ปรัชญาการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญที่ครูผู้สอนควรยึดถือในการสอน และนำไปปฏิบัติต่อการเรียนการสอนเพื่อก่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียนต่อไป

จิตวิทยาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างประสบผลสำเร็งนั้น นอกจากปัจจัยภายนอกตัวผู้เรียนมีผลต่อความสำเร็จแล้ว ยังมีปัจจัยเชิงจิตวิทยาภายในตัวผู้เรียน ที่จะช่วยส่งเสริมให้การเรียนรู้บรรลุจุดหมาย ปัจจัยภายในตัวผู้เรียนที่สำคัญได้แก่ ความพร้อม เจตคติ แรงจูงใจ ความวิตกกังวล

ความแตกต่างระหว่างบุคคล (individual differences) ผู้สอนจะต้องตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนว่ามีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์ ลักษณะนิสัย และสภาพแวดล้อม ตลอดจนพื้นฐานความรู้เดิม การเรียนการสอนในชั้นเรียนซึ่งมีนักเรียนเป็นจำนวนมาก แต่ละคนมีความแตกต่างกันในด้านต่าง ๆ มีปัญหาต่างกันออกไป ครูผู้สอนจะต้องหายุทธวิธีแก้ไขปัญหาดังกล่าว ต้องศึกษานักเรียนแต่ละคนในชั้นเรียนหาจุดเด่น จุดบกพร่องสำรวจความรู้พื้นฐาน วิธีสอนที่ใช้ก็ต้องแตกต่างกันออกไป และสิ่งที่สำคัญที่สุดคือ ครูผู้สอนจะต้องมีความอดทน เสียสละเวลา ใฝ่หาความรู้ สื่อ อุปกรณ์ สร้างบทเรียนโปรแกรมเสริมความรู้สำหรับนักเรียนเก่งถึงอ่อน เพื่อให้ได้มีโอกาสพัฒนาตนเองให้มีความสามารถและมีทักษะเพิ่มขึ้น เพื่อให้ติดตามการเรียนกันได้ทัน เริ่มจากง่ายไปหายาก เป็นรูปธรรม ให้มีกำลังใจในการเรียนรู้ต่อไป

การเรียนการกระทำ (learning by doing) ถ้านักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ทดลองใช้รูปธรรมอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม ได้เห็นข้อเท็จจริง ได้ลงมือกระทำด้วยตนเอง จะทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจ และจดจำได้นาน จะได้ความคิดรวบยอดและเชื่อมโยงไปสู่เรื่องอื่นต่อไปได้ อย่างไรก็ตามเนื้อหาในบางเรื่องก็อาจจะไม่สามารถให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติได้ ผู้สอนจะต้องเลือกวิธีสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา เช่น เรื่องความน่าจะเป็น การเรียงสับเปลี่ยน จัดหมู่ สามารถให้นักเรียนทดลอง ลงมือปฏิบัติได้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนหรือยุ่งยากมากนัก ให้ผู้เรียนได้เห็นจริงจะนำไปสู่ความคิดรวบยอด ในที่สุดก็จะสามารถสรุปเป็นสูตร นำไปใช้แก้ปัญหาลักษณะที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่าได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

การเสริมกำลังใจ (reinforcement) เป็นสิ่งสำคัญมาก ทำให้ผู้เรียนมีกำลังใจ มีความเชื่อมั่น กล้าคิด กล้าตอบ กล้าที่จะลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ความคิดพลาดจะเป็นประสบการณ์ตรงที่จะนำไปสู่การปรับปรุงแก้ไข พัฒนา โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะทาง แต่ในทางตรงข้าม หากผู้เรียนได้รับแต่คำตำหนิ การลงโทษ จะทำให้เกิดความเบื่อหน่าย ท้อแท้ หหมดกำลังใจ วิตกกังวล ไม่กล้าแสดงออก ไม่กล้าคิด ไม่กล้าตอบ กลัวการผิดพลาด (ขมนาม เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 7-8)

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ในการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรมีความรู้ความเข้าใจในหลักการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งได้มีผู้ให้หลักการและแนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ประสิทธิ์ มั่นคง และศักดา บุญโต (2525, หน้า 36-44) ได้จำแนกแนวทางการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. การสอนคณิตศาสตร์ให้เหมือนรูปแบบของศิลปะอย่างหนึ่ง การสอนลักษณะนี้เน้นให้ผู้เรียนซาบซึ้งและสามารถแสดงออกถึงความสามารถในทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมและรัดกุม

2. การสอนคณิตศาสตร์ให้เหมือนกับการเล่นเกมอย่างหนึ่ง การสอนลักษณะนี้ ผู้สอนมุ่งเน้นให้ผู้เรียนรู้จักกฎเกณฑ์ต่าง ๆ คล้ายกับการเล่นเกม แต่ละอย่างจะต้องมีข้อตกลงเบื้องต้น (กติกา) ในการปฏิบัติต่าง ๆ

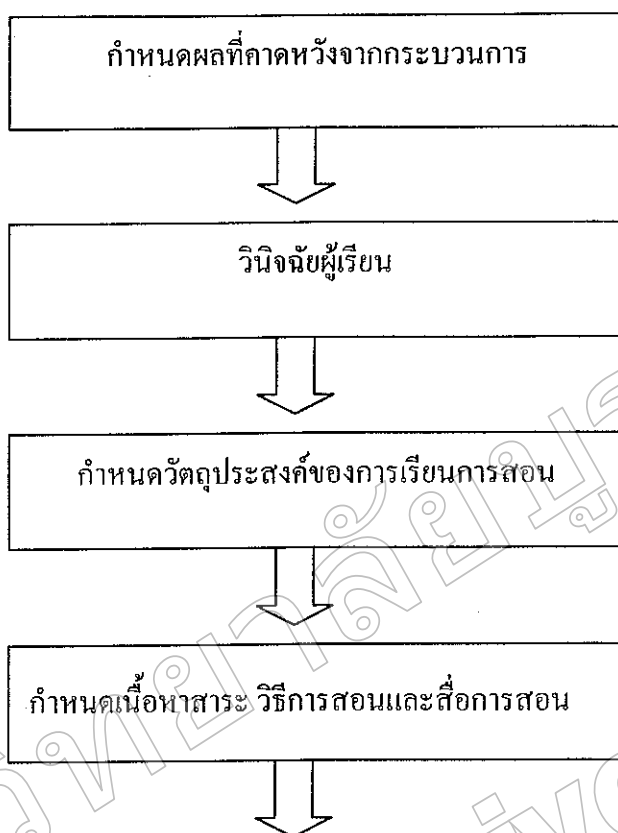
3. การสอนคณิตศาสตร์ให้เหมือนกับเป็นสาขาหนึ่งของวิชาวิทยาศาสตร์ การสอนลักษณะนี้ยึดระเบียบวิธีการทางวิทยาศาสตร์เป็นหลัก โดยมีการตั้งสมมติฐาน ตรวจสอบสมมติฐาน แล้วสรุปเป็นเกณฑ์

4. การสอนคณิตศาสตร์ให้เหมือนกับแนวทางไปสู่เทคโนโลยีต่าง ๆ การสอนลักษณะนี้เป็นการสอนโดยใช้แผนภูมิสายงาน ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้อย่างกว้างขวางทั้งในส่วนของคณิตศาสตร์และในส่วนของการศึกษาด้านต่าง ๆ

โดยปกติแล้วหลักการสอนคณิตศาสตร์จะประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการ และขั้นประเมินผล

1. ขั้นเตรียมการ

ขั้นเตรียมการ หมายถึง ขั้นที่ครูพิจารณากิจกรรมของตนเองว่าก่อนสอนควรจะเตรียมกิจกรรมสำหรับตนเองอย่างไรบ้าง เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ซึ่งในขั้นนี้มีข้อเสนอแนะกิจกรรมสำหรับครูดังแผนผังต่อไปนี้



ภาพที่ 1 ข้อเสนอแนะกิจกรรมสำหรับครู

1.1 กำหนดผลที่คาดหวังจากกระบวนการ หมายถึง การคาดหวังว่าเมื่อสิ้นสุดกระบวนการเรียนการสอนแล้วผู้เรียนจะมีการเปลี่ยนแปลงทางด้านเจตคติและความสามารถในการปฏิบัติในทางที่ดีขึ้นหรือไม่

1.2 วินิจฉัยผู้เรียน หมายถึง การพิจารณาผู้เรียนในด้านต่าง ๆ เช่น คุณสมบัติเฉพาะและพฤติกรรมของผู้เรียน วัยของผู้เรียน

1.3 กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนการสอน หมายถึง การวางจุดประสงค์ได้อย่างเหมาะสมและเฉพาะเจาะจง สามารถทำให้ผลการสอนบรรลุจุดประสงค์ได้จริง

1.4 กำหนดเนื้อหาสาระ วิธีการสอน และสื่อการสอน หมายถึง เลือกเนื้อหาให้เหมาะสมกับผู้เรียน เลือกวิธีการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา รวมทั้งเลือกสื่อการสอนที่คิดว่าจะสามารถหาได้เหมาะสมกับเนื้อหาและวิธีสอนนั้น ๆ

1.5 ประเมินผลลัพธ์ของกระบวนการ หมายถึง การตรวจสอบผลลัพธ์ของกระบวนการว่าเป็นไปตามที่คาดหวังหรือไม่ เพียงใด ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงมากหรือน้อยโดยอาจใช้เครื่องมือหลายแบบ เช่น แบบทดสอบ แบบสอบถาม สัมภาษณ์ และการสังเกต

2. ขั้นตอนดำเนินการ

ขั้นนี้ผู้เรียนและผู้สอนจะต้องเผชิญหน้ากัน ผู้สอนต้องพยายามที่จะให้ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมที่คาดหวังไว้ ดังนั้นตอนนี้จึงเป็นขั้นตอนที่สำคัญมาก หลักที่ควรคำนึงถึงอยู่ตลอดเวลา ก็คือ

2.1 การจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนการสอน สภาพแวดล้อมหรือบรรยากาศ สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นเป็นเรื่องสำคัญมาก เพราะธรรมชาติของวิชาที่ผู้เรียน จำเป็นต้องมีสมาธิในการเรียน ผู้สอนจำเป็นต้องสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้น่าเรียน มีความเป็นกันเองพร้อมที่จะปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ตามแผนของผู้สอน วิธีสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมตาม บุคลิกภาพและความชำนาญในการสอนของตนเอง ซึ่งในเรื่องขอเสนอแนะวิธีการที่คาดว่าจะนำไป ปฏิบัติได้ดังนี้

2.1.1 ใช้หลักมนุษยสัมพันธ์ให้มากที่สุดขณะทำการสอนและช่วงเวลาอื่น ๆ นั้น พยายามสร้างศรัทธาในตัวผู้สอนเพื่อให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อผู้สอน

2.1.2 ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนมากที่สุด เพื่อจัดบรรยากาศ ที่น่าเบื่อหน่าย

2.1.3 ควบคุมชั้นเรียนในสภาพที่อำนวยความสะดวกการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ อยู่เสมอ พยายามไม่ปล่อยให้กิจกรรมการเรียนการสอนออกนอกเกม

2.2 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรยึดหลัก การดำเนินการดังนี้

2.2.1 ให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองให้มากที่สุด โดยผู้สอนเป็นผู้ช่วย เหลือและแนะนำอย่างใกล้ชิด

2.2.2 สังเกตสื่อการสอนที่ใช้ว่าได้ผลเป็นที่น่าพอใจหรือไม่ หากผู้เรียนสับสน เนื่องจากการใช้สื่อนั้นก็ให้เลิกและหาสื่ออื่นแทน

2.2.3 การดำเนินกิจกรรมควรเป็นไปอย่างมีขั้นตอน เช่น มีขั้นตอนความพร้อม ขั้นปฏิบัติการ และขั้นสรุป

2.3 การจัดกิจกรรมอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ควรให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเข้าร่วมกิจกรรม อื่น ๆ เช่น กิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ การจัดนิทรรศการทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้ ซ้อมเสริม เพื่อให้ผู้เรียนเปลี่ยนบรรยากาศจากชั่วโมงการสอนปกติ

3. การประเมินผลความก้าวหน้าของผู้เรียน มุ่งประเมินว่าผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลง พฤติกรรมที่คาดหวังไว้มากน้อยเพียงใด โดยใช้เครื่องมือต่าง ๆ ที่ผู้สอนคิดว่าเหมาะสม

3.1 การประเมินผลการสอน มุ่งประเมินว่าที่ผู้สอนได้จัดระบบการเรียนการสอน ไปนั้นได้ผลหรือไม่ได้ผล มีข้อบกพร่องอย่างไร เพื่อจะหาแนวทางปรับปรุงแก้ไข

3.2 การวิเคราะห์ผล เป็นการนำผลความก้าวหน้าของผู้เรียนมาวิเคราะห์เพื่อเป็นผลย้อนกลับในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ยุพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 39-41) ได้กล่าวไว้ดังนี้

1. การสอนจากเนื้อหาง่ายไปสู่ยาก
2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมประกอบได้
3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูทบทวนเรื่องใดก็ควรจะทบทวนให้หมด จัดหรือรวบรวมเหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่
4. เปลี่ยนวิธีสอนที่น่าเบื่อหน่ายซ้ำซากผู้สอนควรสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ
5. ใช้ความสนใจของผู้เรียนเป็นจุดเริ่มต้นเป็นแรงจูงใจที่จะเรียน
6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส สอนอย่าพูดเฉย ๆ โดยไม่เห็นตัวอักษร ไม่เขียนกระดาน เพราะการพูดลอย ๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์
7. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่และควรต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม
8. เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อม ๆ กัน
9. ให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา
10. ไม่ควรเป็นเรื่องที่ยากเกินไป ผู้สอนบางคนชอบใจที่ยาก ๆ เกินหลักสูตร
11. สอนให้ผู้เรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอด (concept) ได้
12. ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้
13. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น
14. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ
15. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติมเพื่อที่จะนำสิ่งแปลก ๆ ใหม่ ๆ มาถ่ายทอดให้ผู้เรียนและผู้สอนควรจะเป็นผู้มีศรัทธาในอาชีพของตนจึงจะทำให้สอนได้ดี

จากที่กล่าวมาพบว่าหลักการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนั้นควรคำนึงถึงผู้เรียน ผู้สอน สื่อการเรียนการสอน ตลอดจนวิธีการสอน ซึ่งหมายถึง กิจกรรมต่าง ๆ กระบวนการสอนต่าง ๆ ที่จะทำให้การเรียนการสอนในแต่ละเนื้อหา มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นที่ครูผู้สอนจะนำมาใช้ เพื่อให้การสอนบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ ครูผู้สอนจึงต้องรู้หลักการสอน ตลอดจนต้องคำนึงถึงหลักการเรียนรู้ต่าง ๆ ตามจิตวิทยาการเรียนรู้ ควรสอดคล้องกับจิตวิทยาการเรียนรู้ไว้ในกิจกรรมต่าง ๆ ตามแต่ละเห็นสมควร

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1. จุดมุ่งหมายของหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้จัดวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในกลุ่มวิชา วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กระทรวงศึกษาธิการ (2533, หน้า 40) ได้มีจุดประสงค์ที่สำคัญต่อการเรียนการสอน ดังนี้

1.1 เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ปรากฏในสิ่งแวดล้อมสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระบบ ชัดเจน และรัดกุม

1.2 เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณ

1.3 เพื่อให้มีทักษะในวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งที่มีต่อชีวิตประจำวัน และที่เป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้

1.4 เพื่อให้สามารถนำความรู้ ความเข้าใจ และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์

2. แนวทางการจัดการเรียนการสอนตามจุดประสงค์ของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ให้บรรลุจุดประสงค์ตามความต้องการของหลักสูตรนั้นถือว่าสำคัญดังนั้นครูผู้สอนควรสร้างสื่อการเรียนการสอนที่ถือว่าเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนที่มีความแตกต่างกันตามศักยภาพ ได้รับความรู้และบรรลุจุดประสงค์ตามที่ตั้งไว้ทุกคน

เนื้อหาและจุดประสงค์วิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พ.ศ. 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดให้ผู้เรียนได้ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยแบ่งเนื้อหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ภาคเรียนในภาคเรียนที่ 1-2 โดยมีเนื้อหาในแต่ละภาคดังต่อไปนี้

ภาคเรียนที่ 1 มีเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 1 เรื่องการเขียนตัวเลขแทนจำนวน

บทที่ 2 เรื่องสมบัติของจำนวนนับ

บทที่ 3 เรื่องทศนิยม

บทที่ 4 เรื่องการวัดและการประมาณ

บทที่ 5 เรื่องเส้นตรงและมุม

บทที่ 6 เรื่องเศษส่วน

ภาคเรียนที่ 2 มีเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 1 เรื่องสมการ

บทที่ 2 เรื่องคู่อันดับและกราฟ

บทที่ 3 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ

บทที่ 4 เรื่องการนำเสนอข้อมูล

บทที่ 5 เรื่องจำนวนเต็มลบ

จากที่กล่าวมาพบว่าเนื้อหาเรื่องสมการ ในวิชาคณิตศาสตร์หัตวิชาว ค 102 อยู่ในภาคเรียนที่ 2 การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำเนื้อหาในส่วนของโจทย์ปัญหาสมการซึ่งอยู่ในบทที่ 1 เรื่องสมการได้นำมาจัดสร้างเป็นบทเรียนโปรแกรม โดยยึดจุดประสงค์การเรียนรู้ในเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มมือครู วิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 102 กระทรวงศึกษาธิการ (2535, หน้า 1) ดังต่อไปนี้คือ

นักเรียนสามารถใช้สมการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

ความคิดรวบยอด การเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาและการแสดงวิธีหาคำตอบของสมการนั้นจะช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

ในการสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นั้นผู้วิจัยได้ยึดเอาจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแยกเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมย่อย ๆ อีก เพื่อให้ตรวจสอบการผ่านจุดประสงค์รายข้อได้ง่ายขึ้นและเป็นการปูเนื้อหาพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดียิ่งขึ้น โดยผู้วิจัยได้ทำการแบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 ตอนและได้กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 เรื่องปัญหาและคำตอบของสมการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. จำแนกประเภทของสมการได้
2. หาคำตอบของสมการอย่างง่ายได้ โดยลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

ตอนที่ 2 เรื่องสมบัติการเท่ากัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันบวกด้วยจำนวนใด ๆ ที่เท่ากัน ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน
2. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันลบด้วยจำนวนใด ๆ ที่เท่ากัน ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน
3. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันคูณด้วยจำนวนใด ๆ ที่เท่ากัน ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน
4. บอกได้ว่าจำนวนที่เท่ากันหารด้วยจำนวนใด ๆ ที่เท่ากัน ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน

ตอนที่ 3 เรื่องการแก้สมการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการบวกให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
2. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการลบให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
3. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการคูณให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
4. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการหารให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
5. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการลบและการคูณให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
6. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการบวกและการคูณให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
7. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการลบและการหารให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
8. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการบวกและการหารให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
9. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการบวก การคูณและการหารให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
10. เมื่อกำหนดสมการซึ่งเกี่ยวกับการลบ การคูณและการหารให้นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

ตอนที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เปลี่ยนประโยคภาษาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
2. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องจำนวนที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณหรือการหารอย่างใดอย่างหนึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้
3. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องจำนวนที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณหรือการหารตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้

ตอนที่ 5 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับจำนวนเงิน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เปลี่ยนประโยคภาษาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนเงินเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
2. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องจำนวนเงินที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณ หรือการหารอย่างใดอย่างหนึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้
3. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องจำนวนเงินที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณ หรือการหารตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้

ตอนที่ 6 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับอายุ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เปลี่ยนประโยคภาษาที่เกี่ยวกับเรื่องอายุเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
2. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องอายุที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณ หรือการหารอย่างใดอย่างหนึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้
3. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องอายุที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณ หรือการหารตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้

ตอนที่ 7 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับเรขาคณิต

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เปลี่ยนประโยคภาษาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
2. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องเรขาคณิตที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณ หรือการหารอย่างใดอย่างหนึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้
3. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาสมการเรื่องเรขาคณิตที่ต้องใช้การบวก การลบ การคูณ หรือการหารตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการและแสดงวิธีทำแล้วหาคำตอบได้

จากจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมทั้ง 7 ตอนที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้นนี้จะเป็นส่วนที่จะทำให้ผู้เรียนได้บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ปลายทางที่กำหนดดังที่กล่าวไว้แล้วข้างต้น

การจัดระบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ชมนาด เชื้อสุวรรณ (2542, หน้า 8-12) ได้กล่าวว่าการเรียนหรือการเรียนรู้ (learning) หมายถึง การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากได้รับประสบการณ์

การสอน (teaching) หมายถึง การจัดสถานการณ์ หรือกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ ซึ่งเป็นผลให้เกิดการเรียนรู้

จากความหมายดังกล่าว การเรียนและการสอนมีความสัมพันธ์กัน การเรียนรู้อาจจะเกิดขึ้นได้โดยไม่ต้องมีการสอนจากผู้อื่น แต่การสอนนั้นมีเป้าหมายอยู่ที่การเรียนรู้

การเรียนการสอนเป็นกระบวนการอย่างหนึ่ง ซึ่งต้องจัดระบบ มีหลักเกณฑ์เป็นขั้นตอน การจัดระบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือการวางแผนพัฒนาขั้นตอนต่าง ๆ ของการเรียนการสอนให้สอดคล้องและดำเนินไปด้วยกัน ตั้งแต่การกำหนดจุดประสงค์การสอน การเลือกกิจกรรม และวิธีการสอน การจัดเตรียมสื่อการเรียนการสอน การสร้างเครื่องมือวัดและประเมินผลการเรียน การพัฒนารูปแบบการสอน และการประเมินเพื่อควบคุมคุณภาพการเรียนการสอน

การจัดระบบการเรียนการสอน ขึ้นอยู่กับปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้

1. คุณลักษณะของครูผู้สอน ได้แก่ ประสบการณ์ในการสอน ความรู้ในเนื้อหาวิชา ความสามารถทางปัญญา รูปแบบการแก้ปัญหาที่ครูใช้ เทคนิคการสอน ตลอดจนบุคลิกภาพของครู

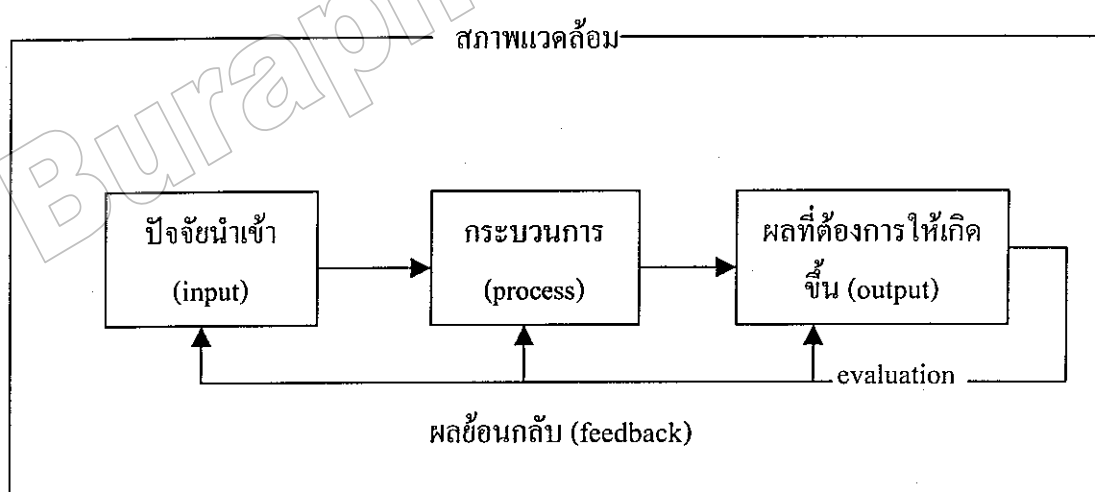
2. คุณลักษณะของผู้เรียน ได้แก่ ความพร้อมทางด้านสติปัญญา ร่างกาย อารมณ์ สังคมความรู้พื้นฐานที่ต้องนำมาใช้ ประสบการณ์เดิม

3. หลักสูตร ได้แก่ โครงสร้างของรายวิชาในหลักสูตรและเนื้อหาสาระของรายวิชา

4. สภาพแวดล้อมของการเรียนการสอน ได้แก่ ขนาดของชั้นเรียน จำนวนนักเรียนในชั้น การจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียน ความแตกต่างระหว่างบุคคลในด้านต่าง ๆ ของนักเรียนในชั้น โครงสร้างการบริหารหลักสูตรและการเรียนการสอนของโรงเรียน การจัดการสอนของโรงเรียน การจัดระบบปัจจัยสนับสนุนการเรียนการสอน

การจัดระบบการเรียนการสอน มีหลายรูปแบบ (model) ดังนี้

แผนภูมิการจัดระบบการเรียนการสอน (system approach)



ภาพที่ 2 แผนภูมิจัดระบบการเรียนการสอน (system approach)

ระบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต่อเนื่อง เช่นเดียวกับระบบอื่น ๆ ประกอบด้วย ปัจจัยนำเข้า กระบวนการ และผลที่ต้องการให้เกิดขึ้น

ปัจจัยนำเข้า (input) คือสิ่งต่าง ๆ ที่ถูกจัดเข้าสู่ระบบ เพื่อให้เกิดการดำเนินการอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น ผู้เรียน ครูผู้สอน ทรัพยากรและข้อมูลอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน จุดประสงค์การสอน สื่อการเรียนการสอน หนังสือเรียน คู่มือครู ตลอดจนงบประมาณที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน

กระบวนการ (process) คือ กระบวนการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนได้เตรียมการ และควบคุมเป็นตัวอย่างเหมาะสม ซึ่งประกอบด้วย กิจกรรม วิธีการ ขั้นตอนต่าง ๆ ที่กระทำต่อปัจจัยนำเข้า เพื่อให้ได้ผลตามต้องการ

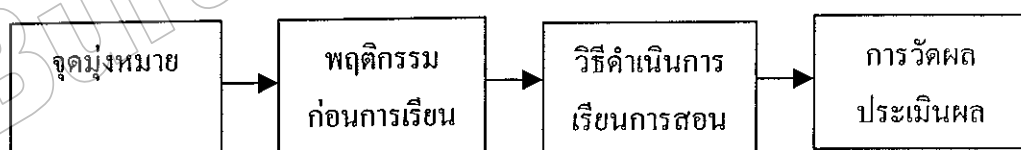
ผลที่ต้องการให้เกิดขึ้น (output) คือ ผลทางความรู้ ทักษะ และเจตคติที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ตามที่กำหนดไว้ในจุดประสงค์การสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงทางด้านความรู้ เจตคติ และความสามารถในการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์

ผลย้อนกลับ (feedback) ในระบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สามารถประเมินผลการเรียนการสอนในแต่ละจุดประสงค์ นำผลจากการประเมินป้อนกลับ เพื่อปรับปรุงระบบการเรียนการสอนในส่วนต่าง ๆ ทั้งปัจจัยนำเข้า กระบวนการ และผลที่ต้องการให้เกิด ให้ระบบการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น เป็นการกำกับและควบคุมให้ระบบดำเนินไปตามจุดประสงค์ของการสอน

1. the Glaser's model

Robert Glaser ได้วิเคราะห์กระบวนการเรียนการสอนไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

แผนภูมิการวิเคราะห์กระบวนการเรียนการสอน



ภาพที่ 3 แผนภูมิการวิเคราะห์กระบวนการเรียนการสอน

1. ขั้นกำหนดจุดมุ่งหมาย เป็นการกำหนดพฤติกรรมปลายทาง (terminal behavior) ว่าผู้เรียนจะต้องมีพฤติกรรมอย่างไร หลังการเรียนการสอนแล้ว เกิดการเรียนรู้อะไรบ้าง ทำอะไรได้บ้างถ้าไม่กำหนดจุดมุ่งหมายไว้ให้ชัดเจนแล้วจะไม่เป็นการทำงานที่มีระบบ

2. ขั้นศึกษาพฤติกรรมก่อนการเรียนรู้ (entering behavior) เมื่อกำหนดจุดมุ่งหมายของการสอนแล้วก่อนจะทำการสอน ครูผู้สอนต้องศึกษาพฤติกรรมก่อนการเรียนรู้ ซึ่งเป็นพฤติกรรม

พื้นฐานหรือประสบการณ์เดิมของผู้เรียน เพราะประสบการณ์เดิม หรือความรู้พื้นฐานจะเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้เรื่องใหม่ที่ครูจะสอน การเรียนรู้จะได้ต่อเนื่องกัน ถ้ายังมีจุดบกพร่อง ครูผู้สอนต้องปรับปรุงแก้ไขให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานที่จะเรียนต่อไปได้

3. ขั้นตอนในการเรียนการสอน (instructional procedure) เน้นในเรื่องการดำเนินการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิควิธีการสอนต่าง ๆ การใช้หลักจิตวิทยาการเรียนรู้ การจูงใจ การเสริมพลัง การคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล วัย ความพร้อม ระดับสติปัญญา ความถนัด ความสนใจ เพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมาย

4. ขั้นตอนวัดผลประเมินผล เป็นขั้นตอนสุดท้ายเพื่อทราบว่าผู้เรียนมีพฤติกรรม เกิดการเรียนรู้ บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้หรือไม่ ถ้าไม่บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ต้องมีการปรับปรุงแก้ไขเป็นการวิเคราะห์ผลย้อนกลับ (feedback) ไปสู่ขั้นตอนต้น ๆ ว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น จะปรับปรุงแก้ไขในส่วนใดได้บ้าง

แนวคิดในการจัดระบบการเรียนการสอนของ ดิก และคาร์เรย์ (Dick & Carey, 1990) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้

1. การวิเคราะห์จุดหมายของหลักสูตรเป็นจุดประสงค์รายวิชา
2. การวิเคราะห์จุดประสงค์รายวิชาเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละบทเรียน
3. การระบุความรู้ความสามารถพื้นฐาน
4. การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนเป็นจุดประสงค์นำทางและจุดประสงค์ปลายทาง
5. การพัฒนาแบบทดสอบอิงจุดประสงค์
6. การพัฒนาวิธีการเรียนและวิธีการสอน
7. การพัฒนาและเลือกสื่อการเรียนการสอน
8. ประเมินส่วนต่าง ๆ ของระบบการเรียนการสอน
9. การปรับปรุงการเรียนการสอน
10. การประเมินผลรวมของระบบการเรียนการสอน

ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน การเตรียมการ การดำเนินการ และการประเมินผล

1. การเตรียมการ สำรวจปัญหาและทรัพยากร กำหนดผลที่คาดหวังจากกระบวนการวินิจฉัยผู้เรียนทั้งด้านความรู้ เจตคติ และทักษะ กำหนดจุดประสงค์การเรียนการสอน กำหนดเนื้อหาสาระ วางแผนการสอน ก่อนที่จะนำเข้าสู่ขั้นตอนการดำเนินการ ผู้สอนจะต้องมีความพร้อมในทุก ๆ ด้าน ต้องเตรียมเนื้อหาให้แม่นยำ เตรียมกิจกรรมหลาย ๆ กิจกรรม เพื่อความยืดหยุ่น

167453

๗
๗/๑๐. ๗/๒
๗ ๘ ๙ ๑๐

สามารถเลือกใช้และปรับให้เข้ากับกลุ่มผู้เรียน เตรียมสื่อการสอนที่จะใช้ เตรียมเครื่องมือประเมินผล ซึ่งทุกอย่างจะต้องสอดคล้องกัน และเป็นไปในทิศทางที่ได้ตั้งจุดประสงค์ไว้

2. การดำเนินการ เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนทำการสอนตามแผนการสอนที่เตรียมมา จะต้องจัดสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมสำหรับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะการศึกษาวิชานี้จะต้องใช้สมาธิเป็นอย่างมาก ผู้สอนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องสร้างบรรยากาศในห้องเรียนเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นกันเอง และพร้อมที่จะปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ใช้หลักมนุษยสัมพันธ์ให้มากที่สุด จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อผู้สอน และวิชาคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน ให้เกิดความสนุกสนาน กระตือรือร้นที่จะเรียน นอกจากนี้แล้ว ครูผู้สอนจะต้องควบคุมชั้นเรียนให้อยู่ในสภาพที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้หลักจิตวิทยาต่าง ๆ เช่น การจูงใจ การเสริมสร้างให้ผู้เรียนมีกำลังใจ มีความภาคภูมิใจ เกิดความสนใจ และมีความสุขในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล จะช่วยให้ผู้สอนควบคุมนักเรียน และจูงใจผู้เรียนได้ง่ายขึ้น การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนควรเป็นไปอย่างมีขั้นตอน มีขั้นนำเพื่อเตรียมความพร้อมของผู้เรียน หรือเพื่อเชื่อมโยงประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ไปสู่ประสบการณ์ที่จะได้รับ มีขั้นดำเนินการเพื่อปฏิบัติกิจกรรมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ และมีขั้นสรุปเพื่อเป็นการเน้นประเด็นสำคัญ หรือมโนคติ (concept) ของบทเรียน

3. การประเมินผล ขั้นตอนนี้ครอบคลุมการประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียน ว่าผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เกิดการเรียนรู้ตามที่คาดหวังไว้เพียงใด ประเมินการสอนของครูว่าได้จัดระบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนต่าง ๆ นั้นได้ผลอย่างไร มีข้อบกพร่องตรงไหน ในส่วนใดของระบบ และครอบคลุมถึงการวิเคราะห์ผล เพื่อเป็นผลย้อนกลับในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การจัดระบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ต้องจัดให้เป็นระบบมีหลักเกณฑ์ขั้นตอนต่าง ๆ ที่ชัดเจน ตั้งแต่การกำหนดจุดประสงค์การสอน เลือกกิจกรรมวิธีสอน การจัดเตรียมสื่อ การดำเนินการสร้างเครื่องมือวัดผลและประเมินผล การพัฒนารูปแบบการสอนและการประเมินเพื่อควบคุมคุณภาพการเรียนการสอนและที่สำคัญขึ้นอยู่กับปัจจัยลักษณะของครูผู้สอน ผู้เรียน หลักสูตรและสภาพแวดล้อมของการเรียนการสอน

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกได้ตามประเภทของเนื้อหา ต่อไปนี้

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (word problem) หรือ โจทย์เชิงเรื่องราว (story problem) โจทย์เชิงสนทนา (verbal problem) นั่นคือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายสถานการณ์

ด้วยตัวคำ หรือข้อความและตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณ หรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหามักต้องค้นคว้าจะใช้วิธีการใดแก้โจทย์ปัญหา (Adams, Ellis, & Beeson, 1977, p. 173) นอกจากนี้แล้วยังมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งน่าสนใจ มนุญ อรุณไพโรจน์ (2517, หน้า 17) และ สุนนมาศ สันโคย (2520, หน้า 5) ได้ให้ความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า โจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ประกอบด้วยภาษาตัวเลข และคำบริบทต่าง ๆ ซึ่งผู้ที่แก้โจทย์ปัญหามักจะต้องใช้ทักษะ การตีความหมายโจทย์มาเป็นสัญลักษณ์เสียก่อน และจะต้องคิดและตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการอะไรทางคณิตศาสตร์มาดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบ

จากความหมายที่กล่าวมา จึงพอจะสรุปได้ว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยข้อความปริมาณซึ่งผู้แก้ปัญหามักจะต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ความหมายก่อนด้วยข้อความปริมาณ

อุปสรรคของการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนส่วนใหญ่มักพบว่าการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาเป็นเรื่องที่สอนให้นักเรียนเข้าใจได้ยาก นักเรียนสามารถทำ แต่โจทย์ปัญหาที่คล้ายกับโจทย์ที่ครูเคยสอนไว้ แต่ถ้าโจทย์พลิกแพลงไปจากนั้นจะทำได้ แล้วในที่สุดครูก็บอกวิธีทำให้ผลที่ได้รับคือ เด็กคิดไม่เป็นแก้ปัญหามไม่ได้ ต้องคอยครูตลอดไป บุญศรี บุลม (2540, หน้า 18-19 อ้างอิงจาก พรทิพย์ ยาวะประภาส, 2534, หน้า 53-54) และ บรูคเนอร์ และกรอสนิคเกิล (Brucekner & Grossnickle, 1974, p. 452) สาเหตุที่นักเรียนมีทักษะมีความสามารถไม่เพียงพอต่อการแก้โจทย์ปัญหาได้นั้น เนื่องจากขาดสมรรถภาพทางอุปสรรคของการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนส่วนใหญ่มักพบว่าการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาเป็นเรื่องที่สอนให้นักเรียนเข้าใจได้ยาก สาเหตุเนื่องจากขาดสมรรถภาพทางด้านทักษะ ประชुर อาษานาม (2528, หน้า 42-50) พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษ์พลเดช (2512, หน้า 104) ได้กล่าวโดยสรุปไว้ว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนขาดสมรรถภาพทางด้านทักษะเพราะเหตุดังนี้

1. ครูผู้สอนเน้นในทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการหรือกระบวนการในการแก้โจทย์
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ เช่น ไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการทราบอะไร ไม่สามารถจดจำและจัดระบบสิ่งที่เขาได้อ่านมา และไม่สามารถอ่านเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา
3. เวลาในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาไม่เหมาะสม
4. ภาษาและคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหาไม่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดเชิงวิเคราะห์ หรือไม่เหมาะสมกับวัย และระดับสติปัญญาของเด็ก

5. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน

6. นักเรียนไม่รู้จักรากการคาดเดาคำตอบ หรือประมาณคำตอบ

7. นักเรียนขาดความเข้าใจในเรื่องกระบวนการ และวิธีการเป็นผลทำให้หาคำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม

8. นักเรียนขาดความสามารถในการคิดคำนวณ ขาดทักษะในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหาร

9. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องกฎเกณฑ์ และสูตร

10. นักเรียนขาดการคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อที่จะบรรลุสิ่งที่โจทย์ต้องการ

11. นักเรียนใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาผิด เพราะไม่ได้นำเอาทฤษฎีหรือความรู้ที่เรียนไปแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหา

12. นักเรียนขาดความตั้งใจในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งเกิดจากบทเรียนไม่มีลักษณะช่วยความสนใจ ของนักเรียน

13. นักเรียนมีความสะเพร่า นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด คิดปัญหาโจทย์ผิด ตลอดจนการคิดคำนวณผิด

14. นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณวิเคราะห์และมีการเรียนรู้

15. นักเรียนมีระดับสติปัญญาดำเนินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา

16. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

จากอุปสรรคและสาเหตุที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า การที่นักเรียนต้องประสบปัญหาไม่สามารถจะทำโจทย์ปัญหา ได้เนื่องจากนักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ถูกต้อง และเพียงพอ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของการวิเคราะห์ความหมายโจทย์

ทฤษฎีเกี่ยวกับจิตวิทยาและพัฒนาการของเด็กในด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับนามธรรมเป็นส่วนมากดังนั้นในการสอน ครูมีความรู้ความเข้าใจถึงพัฒนาการของผู้เรียน เพื่อจะได้นำไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างเหมาะสมกับวัยนักเรียน อย่างเช่น สร้างบทเรียนโปรแกรม เพื่อช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการทางสติปัญญาได้ตามความเหมาะสมแต่ละรายบุคคล (สำราญ แทนเกษม, 2530, หน้า 68 อ้างอิงจาก Piaget, 1954) ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนออกเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1. sensorimotor stage อายุแรกเกิด-2 ปี เป็นวัยที่เรียนรู้ได้ดีจากการสัมผัสและการเคลื่อนไหว ยังไม่สามารถสร้างความคิดรวบยอดได้ การคิดหาเหตุผลจะมีลักษณะที่คิดจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม

2. pre-concrete operational stage อายุ 2-6 ปี เด็กเริ่มมีการคิดหาเหตุผล แต่มีอย่างจำกัด เป็นวัยที่เรียนภาษาพูดได้ดีและเข้าใจเครื่องหมาย ทำทางที่สื่อความหมายของผู้ที่เกี่ยวข้องกับตน รู้จักคำถามอย่างง่าย แต่ไม่สามารถที่จะใช้วิธีการสนทนาโต้ตอบ การถามคำถามหรือปัญหา ยังมีน้อย

3. concrete operational stage อายุ 6-12 ปี เป็นวัยที่เรียนรู้กิจกรรมการกระทำด้วยมือและการปฏิบัติได้ดี เริ่มเข้าใจที่จะหาเหตุผลได้แย่ง

4. formal operational stage อายุ 12-15 ปี เป็นวัยที่เรียนรู้และคิดในเชิงนามธรรมแบบผู้ใหญ่ได้ดี รู้จักทบทวนโต้แย้งเกี่ยวกับความคิดเห็นได้อย่างกว้างขวางขึ้น มีการวางแผนคิดค้นหาทางประสานงาน แนวความคิดในการเรียนการทำงาน และกิจกรรมทั้งปวง

จากทฤษฎีทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) สามารถนำไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยจัดให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้กระทำด้วยตนเอง โดยใช้อุปกรณ์การสอนที่เป็นรูปธรรมมากที่สุด จะทำให้เด็กมีความเข้าใจแจ่มชัดยิ่งขึ้น อีกประการหนึ่งที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จนั้น ผู้สอนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีการสอน ซึ่งเรื่องนี้ โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2525, หน้า 22-23) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์สำคัญ ๆ ไว้ 3 ทฤษฎีใหญ่ ๆ คือ

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (drill theory) เน้นในการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกว่านักเรียนจะเกิดความเคยชินต่อวิชานั้น ๆ การฝึกฝนมีความจำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาทักษะแต่ยังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการ คือ

- 1.1 เป็นทฤษฎีที่นักเรียนจะต้องจำ กฎเกณฑ์ สูตร ซึ่งยากสำหรับนักเรียน
- 1.2 นักเรียนไม่อาจจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วได้ทั้งหมด
- 1.3 นักเรียนขาดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบาก สับสนในการคิดคำนวณ แก้ปัญหา และลืมสิ่งที่เรียนได้ง่าย

2. ทฤษฎีการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (incidental learning theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่านักเรียนจะเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีเมื่อเกิดความต้องการหรืออยากรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้นซึ่งในทางปฏิบัติแล้วเหตุการณ์จะเกิดขึ้นได้ไม่บ่อยนัก ดังนั้นทฤษฎีนี้ใช้ได้เป็นครั้งคราวเมื่อมีเหตุการณ์ที่เหมาะสมและเป็นที่น่าสนใจของนักเรียนเท่านั้น

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (meaning theory) เน้นการคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคมของนักเรียน เป็นหัวใจสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และมีความเชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้และเข้าใจสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อนักเรียนเอง และเป็นเรื่องที่น่าสนใจที่นักเรียนได้พบได้เห็นในสังคมประจำวันจากการศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ปรากฏว่าทฤษฎีแห่งความหมาย (meaning theory) นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด

ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ ครูมีความจำเป็นจะต้องมีความรู้ความเข้าใจจิตวิทยาเกี่ยวกับตัวเด็ก เพื่อนำมาใช้ในการเรียนการสอน สุรัชชัย ขวัญเมือง (2522, หน้า 32-33) ได้เสนอแนะจิตวิทยาที่ใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน
2. สอนจากสิ่งที่เด็กมีประสบการณ์ หรือได้พบเห็นอยู่เสมอ
3. สอนให้เด็กเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนรวม และส่วนย่อยกับส่วนใหญ่

4. สอนจากง่ายไปหายาก
5. ให้นักเรียนเข้าใจในหลักการและรู้วิธีที่จะใช้หลักการ
6. ให้เด็กได้ฝึกหัดทำซ้ำ ๆ
7. ต้องให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม
8. ควรให้กำลังใจแก่เด็ก
9. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

รูปแบบของโจทย์ปัญหา แอชลอค และคณะ (Ashlock et al., 1983, p. 239) ได้แบ่ง

รูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือหรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (standard textbook or translation problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว ไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก
2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (process problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่าง ๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ปัญหาประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้น คือ

- 2.1 ความเข้าใจปัญหา
- 2.2 การพัฒนาและการหากลวิธีในการแก้ปัญหา
- 2.3 การประเมินการแก้ปัญห

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535, หน้า 57) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ชนิด

ได้แก่

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ได้แก่ โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือเรียนโดยทั่วไป เป็นโจทย์ที่นำความรู้เกี่ยวกับวิธีคิดคำนวณที่เรียนมาแล้ว เพื่อใช้หาคำตอบของสถานการณ์เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน จึงอาจกล่าวได้ว่า โจทย์ปัญหานี้มีมุ่งขยายประสบการณ์ด้านการคิดคำนวณมากกว่าการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง

2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นโจทย์ปัญหามุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบมากกว่าตัวคำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณ หาร มาใช้ แต่ใช้กระบวนการคิดอื่น ๆ โจทย์ปัญหานี้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี และยังส่งเสริมวิธีคิดอย่างหลากหลาย อย่างสร้างสรรค์ และสร้างความรู้สึกล้าหาญอีกด้วย

องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สิ่งที่ปัญหาสำคัญสำหรับนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คือ นักเรียนไม่รู้ว่าควรจะเริ่มค้นแก้ปัญหาอย่างไรนั้น อันเนื่องมาจากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหา

1. องค์ประกอบที่จะช่วยให้ นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาได้นั้น นักเรียนควรมีความรู้ความสามารถดังนี้ (Heimer & Truebood, 1977, pp. 31-32 ; Zalewski, 1978, p. 2804-A)

- 1.1 ความรู้ในคำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์
- 1.2 ความเข้าใจในการอ่าน การตีความกราฟและตาราง
- 1.3 ความสามารถในการคิดคำนวณ
- 1.4 ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
- 1.5 ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
- 1.6 ความสามารถในการคาดคะเนคำตอบอย่างมีเหตุผล
- 1.7 ความสามารถในการคาดคะเนคำตอบอย่างมีเหตุผล
- 1.8 ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
- 1.9 ความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ไปเป็นประโยคสัญลักษณ์
- 1.10 ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ซึ่งองค์ประกอบต่าง ๆ ข้างต้น มีความคล้ายคลึงกับแนวคิดของ สุวรร กาญจนมบุตร (2535, หน้า 3) ที่ว่าด้วยเทคนิคการสอนแก้โจทย์ปัญหาที่ครูจะต้องฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการดำเนินต่อไปนี้

1. ภาษา ได้แก่

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ไม่ว่าอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง

1.2 ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถแบ่งจัดข้อความของโจทย์ได้ว่า ตอนใดเป็นข้อความของสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3 รู้จักใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนารมณ์ของโจทย์ปัญหา ฉะนั้นผู้สอนจำเป็นต้องอธิบายความหมายของคำต่าง ๆ ให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจน ตลอดเวลาที่สอนคำใหม่ และทบทวนความหมายของคำที่เรียนไปแล้วเสมอ

2. ความเข้าใจ ได้แก่

2.1 ทักษะการจับใจความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาหลายๆ ครั้ง แล้วสามารถจับใจความได้ว่าเรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรบ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2.2 ทักษะการตีความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถตีความ และแปลความหมายได้ เช่น แปลความในโจทย์มาเป็นสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ และการหารได้

2.3 ทักษะการแปลความ กล่าวคือ จากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความจากโจทย์ปัญหานั้น สามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

3. การคิดคำนวณ ได้แก่

3.1 ทักษะการบวกจำนวน

3.2 ทักษะการลบจำนวน

3.3 ทักษะการคูณจำนวน

3.4 ทักษะการหารจำนวน

3.5 ทักษะการยกกำลัง

3.6 ทักษะการแก้สมการ

ซึ่งนักเรียนต้องมีทักษะต่างๆ ดังกล่าวมาเป็นอย่างดี กล่าวคือ สามารถบอกจำนวนได้ถูกต้อง ลบจำนวนได้แม่นยำ และการคูณ หาร ยกกำลัง จำนวนต่างๆ ได้รวดเร็ว

4. การย่อความและสรุปความได้ครบถ้วนชัดเจน กล่าวคือ ขึ้นแสดงวิธีทำ นักเรียนจำเป็นต้องฝึกทักษะต่อไปนี้คือ

4.1 ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความได้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง เช่น น้องสาวมีอายุ 5 ขวบ พี่สาวมีอายุมากกว่าน้อง 2 ขวบ นักเรียนต้องฝึกสรุปความใหม่ให้ได้ว่า พี่สาวมีอายุ $5 + 2 = 7$ ขวบได้ทันที และสามารถเขียนได้ครบทุกบรรทัดอย่างชัดเจน รัดกุม และสื่อความหมายแก่ผู้ตรวจสอบการแสดงวิธีทำนั้น

4.3 ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

4.3.1 ฟังก์ชันตามตัวอย่าง

4.3.2 ฟังก์ชันจากการแปลความ

4.3.3 ฟังก์ชันจากหนังสือเรียน

จากองค์ประกอบที่กล่าวมาสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีนั้น จะต้องมียุทธวิธีประกอบสำคัญในด้านความสามารถในการอ่าน การคิดคำนวณ การคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ตลอดจนการมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วย

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ในการฝึกแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างเป็นไปตามขั้นตอน จะทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ และมีโอกาสถูกต้องมากยิ่งขึ้น บุญศรี บุญม (2541, หน้า 30 อ้างอิงจาก Smith, 1963, p. 8) ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอนอ่านคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา เมื่อต้องการให้นักเรียนแก้ปัญหานั้นโดยเฉพาะต้องทำตามลำดับขั้นดังนี้

1. อ่านปัญหาอย่างละเอียด และพยายามทำความเข้าใจกับปัญหา
2. อ่านประโยคคำถามหรือโจทย์อีกครั้งหนึ่ง
3. อ่านประโยคและตอบคำถามดูเองว่าโจทย์ให้อะไรบ้าง
4. ตัดสินใจวิธีการเข้ามาในการแก้ปัญห
5. คาดคะเนคำตอบ โดยการกะประมาณ จากคำหรือประโยคที่บอกเล่า

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ทั่วไปดังกล่าวสอดคล้องกับข้อสรุปจากการสัมมนาวิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (Krulik, 1977, pp. 649-652) การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีนั้นจะต้องเป็นไปตามลำดับขั้นดังนี้

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเริ่มเขียนรูป (model) หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบ ด้วยวิธีการคิดย้อนกลับว่า เราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลาย ๆ ข้อ เพื่อหาทางทดสอบสมมติฐานนั้น ๆ

3. วิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน
4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่า สิ่งที่ค้นพบนั้นเป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงใด

สรุปแล้วขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามข้อสรุปจากการสัมมนาดังกล่าวจะเริ่มด้วยการทำความเข้าใจโจทย์ พิจารณาหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ ทดลองแก้ปัญหากจากสมมติฐาน และตรวจสอบผลลัพธ์ในขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นวิธีการที่ใกล้เคียงกับวิธีการทางวิทยาศาสตร์ (scientific method)

นอกจากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น บุญศรี บุญม (2541, หน้า 30 อ้างอิงจาก Banks, 1959, pp. 373-377) ได้เสนอ วิธีการปรับปรุงความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 วิธี ได้แก่

1. วิธีการวิเคราะห์ (the analysis method) เป็นวิธีที่นิยมสอนกันอย่างแพร่หลายตามหนังสือคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้
 - ขั้นที่ 1 โจทย์ให้อะไรบ้าง
 - ขั้นที่ 2 โจทย์ต้องการให้อะไร
 - ขั้นที่ 3 พิจารณาความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณ ระหว่างสิ่งที่โจทย์ให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และพิจารณาว่าจะใช้วิธีใดแก้ปัญหา
 - ขั้นที่ 4 ประมาณคำตอบ
 - ขั้นที่ 5 ดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบ
 - ขั้นที่ 6 ตรวจสอบคำตอบ

สิ่งที่สำคัญที่สุดที่จะทำให้การแก้ปัญหาดำเร็จก็คือ ความสามารถในการแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และการบ่งชี้ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ให้มา กับข้อมูลที่โจทย์ต้องการ ดังนั้นขั้นที่ 3 จึงเป็นขั้นตอนที่จำเป็นอย่างยิ่ง
2. วิธีอุปมาอุปมัย (the method of analogies) เป็นวิธีที่ยึดหลักการอุปมาอุปมัย หรือการเปรียบเทียบ โดยพยายามแปลโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปที่เข้าใจง่ายหรือคุ้นเคย เช่น การสมมติตัวเลขใหม่ที่ย่อย ๆ เข้ามาแทนที่ตัวเลขที่ค่อนข้างสลับซับซ้อน เช่น เศษส่วน ทศนิยม วิธีนี้จะทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถขยายความเข้าใจจากสิ่งที่คุ้นเคยไปสู่สิ่งที่ไม่คุ้นเคย
3. วิธีการหาความสัมพันธ์เชิงพึ่งพา (the method of dependence) เป็นวิธีที่ยึดหลักความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน หรือความเชื่อมโยงของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาโดยมุ่งจากคำตอบที่ต้องการจะหาว่าขึ้นกับตัวแปรหรือข้อมูลอะไรบ้าง เป็นลำดับขั้นตามหลักเหตุผล ซึ่งจะทำให้ผู้แก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากในการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลและช่วยบ่งชี้ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา
4. วิธีการใช้กราฟหรือรูปภาพ (the graphic method) เป็นวิธีที่เหมาะสมมากสำหรับบางปัญหาที่วิธีอื่นไม่สามารถใช้ได้เหมาะสมวิธีนี้ประกอบด้วยการใช้กราฟ รูปภาพหรือแผนผัง เพื่อแสดงถึงสภาพปัญหาซึ่งจะทำให้ค้นพบความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณได้ชัดเจนและแจ่มชัด แต่อย่างไรก็ตามการใช้วิธีนี้จะประสบผลสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจความสัมพันธ์ของเนื้อหาวิชา จึงจะวาดรูปได้ถูกต้องกับข้อเท็จจริงที่โจทย์ระบุ

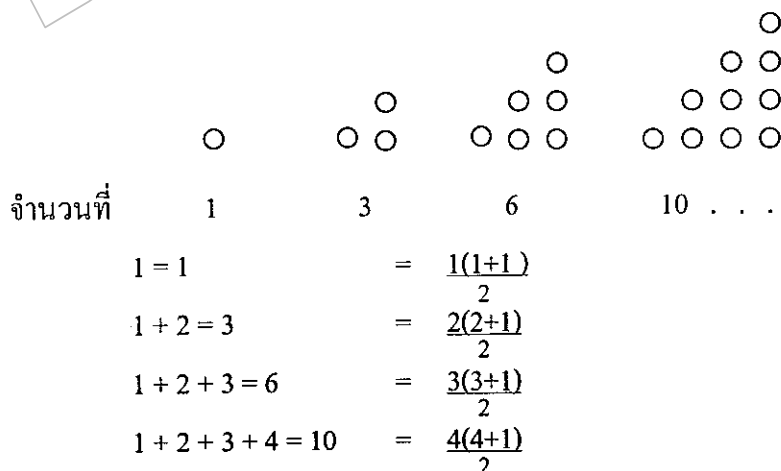
นอกจากนี้ สมเดช บุญประจักษ์ (2543, หน้า 5-22) พบว่าการแก้โจทย์ปัญหาที่ดี นักเรียนจะต้องรู้จักการใช้ยุทธศาสตร์ในการแก้ปัญหา (problem solving strategies) มีรายละเอียดดังนี้

การใช้ยุทธศาสตร์ในการแก้ปัญหา (problem solving strategies) เมื่อพบปัญหา บุคคลต้องสืบค้นข้อมูลในสถานการณ์ และเลือกวิธีการหรือยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ นักแก้ปัญหาที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี เช่น

1. การหารูปแบบ
2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ
3. สร้างรูปแบบ
4. สร้างตารางหรือกราฟ
5. การคาดและตรวจสอบ
6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้
10. แบ่งเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา

จากที่กล่าวมาเป็นยุทธศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหามีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การหารูปแบบ การหารูปแบบเป็นยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องวิเคราะห์ และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง จะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหที่ใช้ยุทธวิธีการหารูปแบบนิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต เช่น การหารูปทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (triangular numbers)

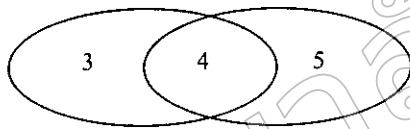


จำนวนจุดในรูปสามเหลี่ยมเป็นผลรวมของจำนวนเต็มบวกที่เรียงกัน โดยเรียนจาก 1 ข้อสรุปของทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยมที่พบจากจำนวนจุดอยู่ในรูป $\frac{n(n-1)}{2}$ เมื่อ n เป็นจำนวนที่ n ของจำนวนสามเหลี่ยม

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้ความเห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ เช่น

2.1 กำหนดปัญหา “ครูมานะต้องการจัดเด็กนักเรียน 12 คน ทำกิจกรรม 2 อย่าง โดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกจำนวน 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่าง” เขียนแผนภาพแทนสถานการณ์ปัญหาข้างต้นได้ดังนี้

กิจกรรมแรก กิจกรรมที่สอง



จากแผนภาพ จะได้ว่า

กิจกรรมแรกมีนักเรียน 7 คน

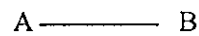
กิจกรรมที่สองมีนักเรียน 9 คน

จะเห็นได้ว่า เมื่อแทนปัญหาด้วยแผนภาพ แล้วทำให้ตอบคำถามปัญหาได้ง่ายขึ้น

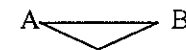
2.2 เมื่อกำหนดปัญหา “ในงานสังสรรค์เพื่อนสนิทกลุ่มหนึ่งจำนวน 8 คน เมื่อมาถึงงานทุกคนจะแสดงการทักทายกันโดยวิธีการจับมือคนละครั้ง เมื่อมาครบและทักทายครบทุกคนแล้วจะมีการจับมือคนละครั้ง

ในจำนวน 8 คนนี้ ให้เป็น A, B, C, D, E, F, G และ H ถ้าให้ส่วนของเส้นตรงแทนจำนวนการจับมือกัน จะได้ว่า

มา 2 คนจะมีการจับมือกัน 1 ครั้ง เขียนแผนภาพได้เป็น



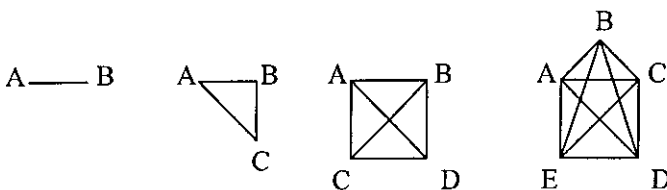
มา 3 คนจะมีการจับมือกัน 3 ครั้ง เขียนแผนภาพได้เป็น



มา 4 คนจะมีการจับมือกัน 6 ครั้ง เขียนแผนภาพได้เป็น



พิจารณาจากแผนภาพแสดงการจับมือกัน



สร้างตารางวิเคราะห์ปัญหาได้ดังนี้
ตารางแสดงข้อมูลของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ด้านยาว (หน่วย)	ด้านกว้าง (หน่วย)	ความยาวรอบรูป (หน่วย)	พื้นที่ (ตารางหน่วย)
1	1	4	1
2	1	6	2
3	1	8	3
2	2	8	4
3	2	10	6
4	2	12	8
3	3	12	9
4	3	14	12
5	3	16	15
6	3	18	18 *
7	3	20	21
8	3	22	24
4	4	16	16 *
5	4	18	20

จำนวนที่แสดงความยาวรอบรูปและจำนวนที่แสดงพื้นที่เท่ากัน
ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งสอง คือ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาว 6 หน่วย
ด้านกว้าง 3 หน่วย และอีกรูปหนึ่งมีด้านยาว 4 หน่วย ด้านกว้าง 4 หน่วย

4.2 เมื่อกำหนดปัญหา "เดชา จริยา กล้าหาญ และสาริน เป็นครูสอนใน
โรงเรียนแห่งหนึ่ง ประชุมแผนการสอนได้ข้อสรุปว่าคนหนึ่งสอนศิลปปะคนหนึ่งสอนคณิตศาสตร์
คนหนึ่งสอนภาษาอังกฤษ และอีกคนหนึ่งสอนวิทยาศาสตร์" มีข้อมูลเกี่ยวกับคนทั้งสี่ดังนี้

- 4.2.1 ไม่มีครูสตรีที่สอนคณิตศาสตร์
- 4.2.2 น้องชายของเดชาสอนภาษาอังกฤษ
- 4.2.3 สารินสอนวิทยาศาสตร์

อยากทราบว่า แต่ละคนสอนวิชาอะไรบ้าง

สามารถใช้ตารางช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาได้ดังนี้

วิชาที่สอบ	ศิลปะ	คณิตศาสตร์	ภาษาอังกฤษ	วิทยาศาสตร์
เดชา	×	/	×	×
จริยา	/	×	×	×
กล้าหาญ	×	×	/	×
สาริน	×	×	×	/

สรุปได้ว่า เดชา สอนคณิตศาสตร์

จริยา สอนศิลปะ

กล้าหาญ สอนภาษาอังกฤษ

และสาริน สอนวิทยาศาสตร์

5. การเดาและตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เดาใหม่ และตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้ คำตอบของปัญหา การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล โดยอาศัยข้อมูลที่มีอยู่ประกอบการเดา การเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่ถ้าเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนอาจใช้เวลามากกว่าวิธีอื่น ๆ

6. แจกกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มิมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกกรณี เช่น

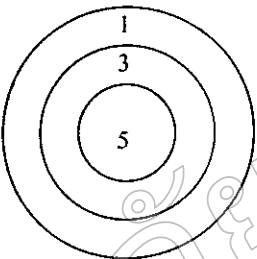
6.1 เมื่อกำหนดปัญหา “ต้องการใช้ปุ๋ย 17 กิโลกรัม ที่บรรจุในถุง 3 กิโลกรัม และ 5 กิโลกรัม โดยถุงที่บรรจุ 3 กิโลกรัม ราคา 4.50 บาท ถุงที่บรรจุ 5 กิโลกรัม ราคา 6.50 บาท อยากทราบว่า จะต้องซื้อปุ๋ยทั้ง 2 ขนาดอย่างละกี่ถุงจึงจะจ่ายเงินน้อยที่สุด”

สร้างตารางเพื่อแจกกรณีที่เป็นไปได้ ดังนี้

จำนวน 5 กก.	ราคา	จำนวน 3 กก.	ราคา	นน.รวม	ราคารวม
4	26.00			20	26
3	19.50	1	4.50	18	24.00**
2	13.00	3	13.50	19	26.50
1	6.50	4	18.00	17	24.50
		6	27.00	18	27.00

จากตารางสรุปได้ว่า ควรจะซื้อปุ๋ยขนาด 5 กิโลกรัม จำนวน 3 ถุง ขนาด 3 กิโลกรัม จำนวน 1 ถุง ซึ่งรวมทั้งหมดได้ 18 กิโลกรัม มากกว่าที่ต้องการ แต่จ่ายเงินน้อยกว่าจำนวนที่ต้องการจริงคือ 17 กิโลกรัม ซึ่งต้องจ่ายเงิน 24.50 บาท

6.2 เมื่อกำหนดปัญหา เกมปาเป้าที่มีคะแนนบนเป้าดังแสดงในรูปจงหาคะแนนรวมที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการปาเป้า 3 ครั้ง



ผลคะแนนที่เป็นไปได้มีดังนี้

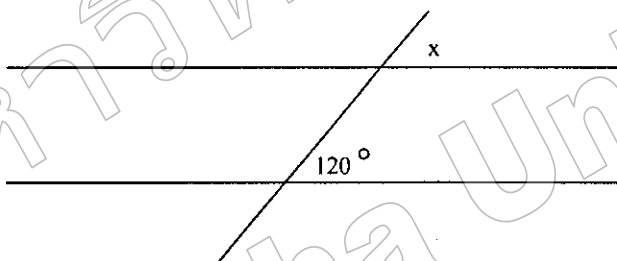
5	3	1	คะแนน
3	0	0	15
2	1	0	13
2	0	1	11
1	2	0	11
1	1	1	9
1	0	2	7
0	3	0	9
0	2	1	7
0	1	2	5
0	0	3	3

จะเห็นว่ามีกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด 10 กรณี แต่มีคะแนนรวมที่แตกต่างกันเพียง 7 กรณี

7. เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์และเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “ระยะทางการบินจากซานฟรานซิสโก ถึงลอสแอนเจลิส 347 ไมล์ จากลอสแอนเจลิส ถึงเอลปาโซ 710 ไมล์ จากเอลปาโซถึงฮูสตัน 676 ไมล์ และจากฮูสตัน ถึงนิวยอร์ก 318 ไมล์ ระยะทางในการบินจากซานฟรานซิสโก ถึงนิวยอร์ก โดยเดินทางตามเส้นทางข้างต้นเป็นเท่าไร”

เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้เป็น $347 + 710 + 676 + 318 = \square$

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีเริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุโดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหาคำตอบกับข้อมูลที่กำหนด การดำเนินการย้อนกลับใช้ได้กับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต “จงพิสูจน์ว่า มุม x มีขนาด 60 องศา”



คำตอบที่กำหนดคือ $x = 60^\circ$ นักเรียนต้องแสดงว่าได้คำตอบดังกล่าว

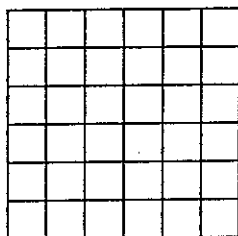
8.1 จงเติมตัวเลขโดดลงใน [] ซึ่งทำให้สถานการณ์ต่อไปนี้เป็นจริง

$$\begin{array}{r}
 \text{A B} \\
 5 \overline{) [] [] [] []} \\
 \underline{[] 6 []} \\
 [] [] [] \\
 \underline{4 \ 3 \ 2}
 \end{array}$$

ค่าของ $A + B$ เท่ากับเท่าไร

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อยๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อยๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เช่น

9.1 จากรูปที่กำหนดมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดแตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป



จากปัญหาข้างต้น ถ้าหากใช้วิธีการนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าหากใช้วิธีการนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คงจะนับได้ไม่ครบถ้วนเกิดความสับสนและผิดพลาดได้ง่าย การแก้ปัญหานี้อาจแบ่งนับจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ขนาดน้อยๆ ก่อน เช่น เริ่มนับจากรูปขนาด

1x1 ขนาด 2x2 ขนาด 3x3 แล้วสังเกตความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้น หรือหาข้อสรุปแล้ว

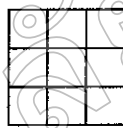
ให้ข้อสรุปนั้นไปใช้แก้ปัญหาหรือหาคำตอบ ดังนี้



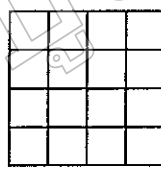
ขนาด 1 x 1



2 x 2



3 x 3



4 x 4

การหาจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แตกต่างกันทั้งหมด สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ขนาด



1x1

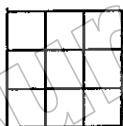
มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป ขนาด 1 x 1



2x2

มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 5 รูป ขนาด 1 x 1 จำนวน 4 รูป หรือ 2^2

ขนาด 2 x 2 จำนวน 1 รูป หรือ 1^2

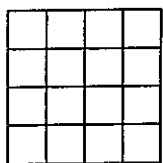


3x3

มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 14 รูป ขนาด 1 x 1 จำนวน 9 รูป หรือ 3^2

ขนาด 2 x 2 จำนวน 4 รูป หรือ 2^2

ขนาด 3 x 3 จำนวน 1 รูป หรือ 1^2



4x4

มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 30 รูป ขนาด 1 x 1 จำนวน 16 รูป หรือ 4^2

ขนาด 2 x 2 จำนวน 9 รูป หรือ 3^2

ขนาด 3 x 3 จำนวน 4 รูป หรือ 2^2

ขนาด 4 x 4 จำนวน 1 รูป หรือ 1^2

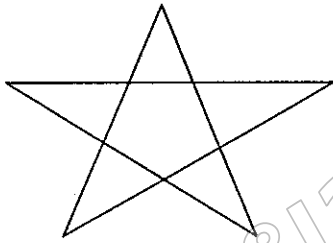
หรือจำนวนรูปสี่เหลี่ยมสามารถหาได้จาก $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$ รูป

ดังนั้น จากรูปที่กำหนดจะมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แตกต่างกันทั้งหมด

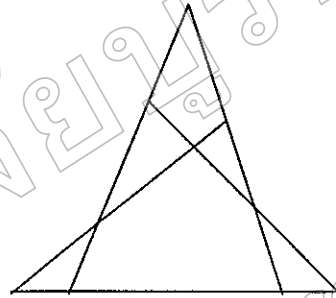
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 91 \text{ รูป}$$

9.2 เมื่อกำหนดปัญหา "ชาวสวนผู้หนึ่งต้องการปลูกไม้ผล 10 ต้น เป็น 5 แถว และแต่ละแถวต้องมีไม้ผล 4 ต้น เขาจะปลูกไม้ผลได้อย่างไร"

ถ้าคิดตามแบบที่คุ้นเคย 5 แถว ๆ ละ 4 ต้น ก็ต้องใช้ต้นไม้ 20 ต้น แต่ปัญหานี้มีต้นไม้เพียง 10 ต้นเท่านั้น ในการแก้ปัญหานี้นักเรียนต้องคิดหาวิธีแก้ปัญหที่ต่างไปจากเดิม ซึ่งจะได้คำตอบดังนี้



หรือ



นอกจากนี้ แฮทฟิลด์, เอ็ดเวิร์ดส์, และบิลเทอร์ (Hatfield, Edwards, & Bilter, 1993, pp. 55-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาลักษณะเดียวกับของแคนเนดี้ แต่ได้เพิ่มยุทธวิธีอื่นๆ อีก เช่น

การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก

การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ

การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น

การเขียนแผนผังขั้นตอนการดำเนินงาน

การที่จะแก้ปัญหานั้น ยุทธวิธีนั้นมีความสำคัญ ยุทธวิธีนั้นมีหลากหลาย การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหา นอกจากจะส่งผลให้แก้ปัญหได้แล้ว ยังอาจมีผลต่อวิธีการแก้ปัญหาก็ง่ายและสั้นอีกด้วย

ตัวอย่างการแก้ปัญหโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนของโพลยา

ปัญหา "ผลบวกของจำนวนที่ 100 จำนวนแรกมีค่าเท่าไร"

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ผลบวกของจำนวนที่ N จำนวนความหมายดังนี้

1 + 3 มีจำนวนที่ 2 จำนวน

1 + 3 + 5 มีจำนวนที่ 3 จำนวน

1 + 3 + 5 + 7 มีจำนวนที่ 4 จำนวน

2. ขั้นตอนวางแผนการแก้ปัญหา

จะหาผลบวกของจำนวนที่ 100 จำนวนแรก

พิจารณาจาก $1 + 3 = 4$ มีจำนวนที่ 2 จำนวน

$1 + 3 + 5 = 9$ มีจำนวนที่ 3 จำนวน

$1 + 3 + 5 + 7 = 16$ มีจำนวนที่ 4 จำนวน

3. ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหา

จะเห็นว่า ผลบวกของจำนวนที่ 2 จำนวน คือ $4 = 2^2$

ผลบวกของจำนวนที่ 3 จำนวน คือ $9 = 3^2$

ผลบวกของจำนวนที่ 4 จำนวน คือ $16 = 4^2$

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนที่ 100 จำนวน คือ $10,000 = 100^2$

นั่นคือ ผลบวกของจำนวนที่ 100 จำนวน คือ 10,000

4. ขั้นตอนตรวจสอบผล

ตรวจสอบ $100 \times 100 = 100^2$
 $= 10,000$

จากที่กล่าวมาทั้งหมดเป็นยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้เกิดการพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ของผู้เรียนแต่ละคนให้ดียิ่งขึ้น

สรุปได้ว่าการแก้โจทย์ปัญหาสิ่งที่สำคัญและจำเป็นที่จะต้องมีการแก้โจทย์ปัญหา คือ การมีความรู้ ความเข้าใจ เกี่ยวกับเนื้อหาและมีการนำเทคนิคต่าง ๆ มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ดังนั้น ครูผู้สอนจึงมีบทบาทสำคัญในการสอนให้เด็กมีความรู้ ความเข้าใจ ตลอดจนการนำไปใช้ หากครูไม่มีความเข้าใจในกระบวนการที่เป็นระบบ จะทำให้เกิดความสับสน ไม่สามารถสังเกตความแตกต่างของขั้นตอนในการทำโจทย์ปัญหาแต่ละวิธีได้ นักเรียนจึงไม่อาจแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังนั้น วิธีสอนและสื่อการเรียนการสอน ตลอดจนเทคนิคต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาจึงมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหของโพลยา

การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา เป็นแนวการสอนให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยการอาศัยลำดับการแก้ปัญหของโพลยา 4 ขั้นตอน ในการที่นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้นั้น เป็นเพราะขาดความรู้ในการวิเคราะห์มาใช้ในการที่นักเรียนจะเอาความรู้ในขั้นการวิเคราะห์มาใช้นั้น จะต้องนำเอาทักษะอื่น ๆ มาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา อาทิ องค์ประกอบเกี่ยวกับภาษา, ความเข้าใจ องค์ประกอบการคิดคำนวณ การแสดงวิธีทำ องค์ประกอบในการฝึกทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา

ในขั้นที่ 1-4 จะเป็นขั้นตอนที่อาศัยที่ทักษะการแปลความหมายโจทย์ ตีความหมายโจทย์ออกมาในรูปของสัญลักษณ์รูปภาพเพื่อเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางสมการ และการแก้สมการจะพบได้ว่าทักษะการแปลความหมายโจทย์มีความสำคัญอย่างยิ่งในขบวนการแก้ปัญหา ซึ่งด้านนักเรียนมีข้อบกพร่องในทักษะทางด้านนี้ จะมีผลทำให้นักเรียนมองเห็นการแก้ปัญหามีลักษณะยุ่งยาก จุดใหญ่สำคัญของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คือ ทำอย่างไรจึงเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือสมการได้อย่างถูกต้อง และจากผลการวิจัยของ คลากสัน (Clarkson, 1979, p. 410-A) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปล ความหมายโจทย์มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา และพบว่าทักษะการแปลความหมายโจทย์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญประการหนึ่งของการแก้ปัญหา แก้วตา คณะวรรณ (2524, หน้า 118-119) เสนอแนะขั้นตอนการสอนทักษะไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ทักษะที่จะสอนนั้นว่ามีอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 วัสดุภาพเหตุการณ์ก่อนสอนในด้านความพร้อม และพื้นฐานที่จะเรียนจะได้

ทราบว่าจะควรเริ่มตรงใด

ขั้นที่ 3 จัดโปรแกรมฝึกบอย ๆ ตามลำดับจากทักษะย่อยพื้นฐานไปสู่ทักษะรวม

ขั้นที่ 4 อธิบายให้ตัวอย่างเพื่อให้เข้าใจ และปฏิบัติได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 จัดสภาพการสอนให้การเรียนทักษะนั้นได้ผล เช่น การต่อเนื่องของการให้เวลา

ฝึกฝนพอสมควร และให้ผู้ฝึกได้รับทราบผลความก้าวหน้าในการฝึกฝนของตนเองตลอดเวลา

รูปแบบของวิธีการสอน การแก้โจทย์ปัญหาสมการตามลำดับขั้นตอนของโพลยา

(สมเดช บุญประจักษ์, 2543, หน้า 5-22 อ้างอิงจาก Ploya, 1975) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

เป็นการสำรวจว่าในปัญหาหรือวลีหรือประโยคย่อย ๆ อะไรบ้าง มีความหมายอย่างไร แล้วจำแนกเป็นส่วน ๆ ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้ อะไรคือสิ่งที่ต้องการหา อะไรคือข้อมูลที่กำหนด มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

เป็นขั้นการวิเคราะห์รายละเอียดและหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดกับสิ่งที่ไม่รู้ โดยใช้บทนิยาม สมบัติและทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาก่อนหน้านี้ การพิจารณาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ เพื่อช่วยให้ได้ข้อสรุปที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบได้ เช่น การวาดรูป ประกอบ การสร้างตารางวิเคราะห์ การแยกสถานการณ์หรือเงื่อนไขเป็นส่วนย่อย ๆ หรืออื่น ๆ

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นของการปฏิบัติการแก้ปัญหาคตามแผนที่กำหนดไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

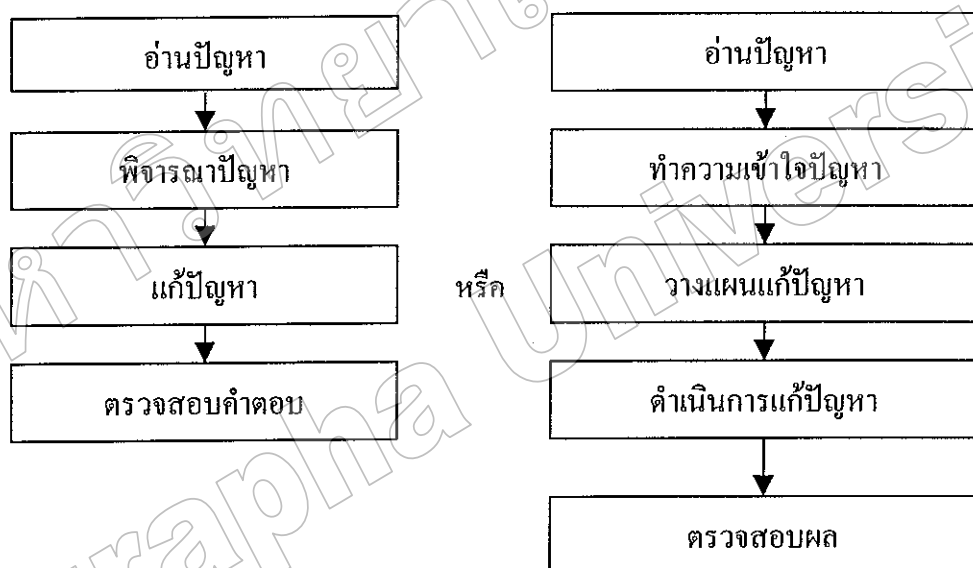
ขั้นตอนที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ

ในขั้นการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้องเหมาะสมแล้ว อาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการแล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนคือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา และขั้นตรวจสอบผล คนส่วนใหญ่มักจะมองว่าเป็นขั้นตอนที่เรียงลำดับเป็นแนวเส้นตรง ดังแผนภูมิต่อไปนี้

แผนภูมิแสดงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา



ภาพที่ 4 แผนภูมิแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหของโพลยา

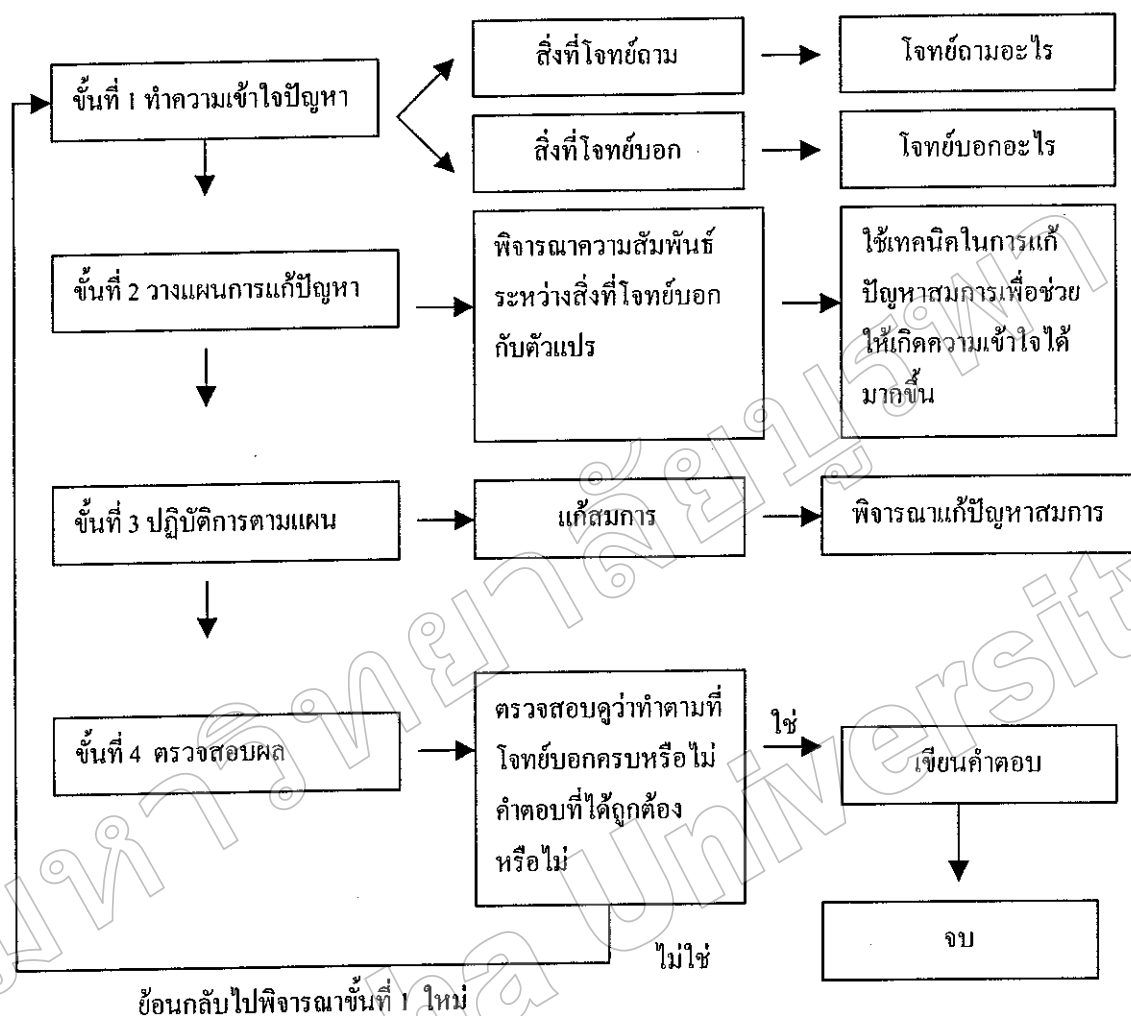
รูปแบบดังกล่าวมักเข้าใจกันว่ากระบวนการแก้ปัญหของโพลยาเป็นชุดของขั้นตอนการแก้ปัญา ซึ่งต้องดำเนินการไปที่ละขั้นตามลำดับ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ซึ่งแนวทางเช่นนี้จะทำให้เข้าใจว่า

1. การแก้ปัญหเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหเป็นชุดของขั้นตอนที่ต้องทำทีละขั้น ห้ามข้ามขั้น
3. การแก้ปัญหเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและทำซ้ำ ๆ
4. เป็นกระบวนการที่เน้นการได้คำตอบ

ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาสมการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา โดยนำเสนอในรูปของบทเรียนโปรแกรม มีแนวปฏิบัติตามขั้นตอน ดังนี้

1. กรูบทบทวนความรู้พื้นฐานและทักษะที่จำเป็นที่จะนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ
2. ครูแนะนำชี้แจงการแก้โจทย์ปัญหาสมการ โดยใช้ขั้นตอน 4 ขั้นตอนของโพลยาในการแก้โจทย์ปัญหาสมการตามลำดับขั้น
3. ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาสมการ โดยใช้ขั้นตอนของโพลยาจากบทเรียนโปรแกรมที่ได้สร้างขึ้นตามลำดับขั้นตอน
4. ให้นักเรียนศึกษาโจทย์ปัญหาสมการชนิดต่าง ๆ ในแต่ละเรื่องแล้วให้นักเรียนตอบคำถามให้ได้โดยแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาได้อย่างถูกต้องโดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้
 - 4.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ให้นักเรียนตอบให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ถามอะไร
 - 4.2 ขั้นการวางแผน ให้นักเรียนนำเทคนิค (ยุทธวิธี) เช่น การวาดภาพ การแทนค่าด้วยตัวแปร ฯลฯ เพื่อนำมาช่วยในการมองโจทย์ปัญหาให้เป็นรูปธรรมขึ้น โจทย์ปัญหาสมการบางข้อก็ไม่สามารถวาดภาพได้ก็ให้ข้ามไป และต้องพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้กับค่าของตัวแปรว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไรด้วย
 - 4.3 ดำเนินการตามแผน แก้สมการด้วยวิธีใด (ใช้สมบัติการเท่ากันข้อใดบ้าง)
 - 4.4 ตรวจสอบผล (ผลย้อนกลับ) ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้องให้ย้อนกลับไปทำในขั้นตอนที่ 1 ใหม่ ดังแผนภูมิลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการของโพลยาในภาพที่ 5 ดังต่อไปนี้

แผนภูมิแสดงลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการของโพลยาในบทเรียน โปรแกรม



ภาพที่ 5 แผนภูมิแสดงลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการของโพลยาในบทเรียน โปรแกรม

5. ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการ หาคำตอบด้วยตนเอง โดยใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการของโพลยา

6. สามารถตรวจสอบคำตอบด้วยตนเองได้

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมในบทเรียน โปรแกรม พร้อมตรวจสอบเฉลยได้ด้วยตนเองในกรอบถัดไปของบทเรียน โปรแกรม

8. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบท้ายเรื่องของโจทย์ปัญหาสมการ โดยนักเรียนสามารถตรวจสอบคะแนนได้ด้วยตนเองถ้าพบว่าคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์นักเรียนสามารถเริ่มต้นศึกษาในกรอบแรกของแต่ละเรื่องได้ใหม่ จนกว่าผลคะแนนจะผ่านเกณฑ์ บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในเนื้อหาแต่ละตอนตามที่กำหนดไว้

ดังนั้นสิ่งที่สำคัญในการวิเคราะห์การแก้โจทย์ปัญหาสมการของโพลยาที่มีผลต่อความสำเร็จของนักเรียนก็คือนักเรียนจะต้องเข้าใจขั้นตอนของโพลยาแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดและชัดเจน

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการที่ใช้การแก้ปัญหของโพลยา

โจทย์ปัญหา รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มุมที่โตที่สุด มีขนาดเป็น 9 เท่าของมุมที่เล็กที่สุด ส่วนอีกมุมที่เหลือมีขนาดเท่ากับผลต่างของสองมุมแรก จงหาขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนี้

แนวคิดในการใช้หลักการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

- สิ่งที่กำหนดให้
1. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมที่โตที่สุด มีขนาดเป็น 9 เท่าของมุมที่เล็กที่สุด
 2. มุมที่เหลือมีขนาดเท่ากับผลต่างของสองมุมแรก

สิ่งที่ต้องการหา 1. ขนาดของมุมแต่ละมุมมีขนาดเท่าไร

ขั้นที่ 2 วางแผน

ใช้ยุทธวิธีวาดภาพ และการแทนค่าด้วยตัวแปร



สมมติให้มุมที่เล็กที่สุดมีขนาด x องศา

มุมที่โตสุดเป็น 9 เท่าของมุมเล็กสุด

จะได้มุมขนาด $9x$ องศา

มุมที่เหลือ เท่ากับผลต่างของสองมุมแรก

จะได้มุมขนาด $9x - x = 8x$ องศา

จากนิยาม มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180 องศา

ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ว่า $x + 8x + 9x = 180$ องศา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ให้แสดงวิธีการแก้สมการและหาคำตอบ (โดยใช้สมบัติการเท่ากัน)

$$\text{จากสมการ} \quad x + 8x + 9x = 180$$

$$18x = 180$$

$$x = \frac{180}{18}$$

$$x = 10$$

ดังนั้นมุมเล็กที่สุดมีขนาด 10 องศา, มุมโตสุดมีขนาด 90 องศาและมุมที่เหลือมีขนาด 80

องศา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ(ย้อนกลับ)

วิธีแรก คำตอบที่ได้ถูกต้อง เพราะมุมเล็กที่สุด มีขนาด 10 องศา

มุมโตสุดมีขนาด 9 เท่าของมุมเล็กสุด มีขนาด $9(10) = 90$ องศา

ดังนั้นมุมที่เหลือมีขนาด เท่ากับผลต่างของสองมุมแรก $= 90 - 10 = 80$ องศา

วิธีที่สอง แทนค่าตัวแปรลงในสมการ ดังนี้

$$x + 8x + 9x = 180$$

$$\text{แทนค่าตัวแปรด้วย } 10 \text{ จะได้ } 10 + 8(10) + 9(10) = 180$$

$$180 = 180$$

จากตัวอย่างที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาสมการที่กล่าวมา สรุปได้ว่าในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนของโพลยานั้นมีความสำคัญทุกขั้นตอน โดยเฉพาะขั้นตอนที่ 4 เป็นขั้นตอนในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา นั้น ถือว่าเป็นขั้นตอนที่มีประโยชน์มาก เมื่อเราได้คิดและแสดงวิธีแก้ปัญหาแต่ละขั้น โดยละเอียดแล้ว เราสมควรตรวจสอบกระบวนการที่สมบูรณ์ เพราะจะช่วยให้เราเข้าใจปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาโดยส่วนรวมทำให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ขั้นตอนนี้จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ถ้ามีข้อบกพร่องตรงส่วนใดเราอาจพบและแก้ไข หรือแม้กระทั่งอาจเกิดความคิดที่จะคิดแปลงวิธีแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือชัดเจนยิ่งขึ้น รวมทั้งอาจเกิดความคิดที่จะแก้ปัญหาเดิมซึ่งคิดแปลงข้อมูลไปบ้างอันนำไปสู่การแก้ปัญหาใหม่ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้นำขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยามาใช้ในการสร้างบทเรียนโปรแกรม เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะจนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถด้านสติปัญญา (cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิลสัน (Wilson, 1971, pp. 645-696) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (computation) เป็นความสามารถในการระลึกได้ ถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว การวิเคราะห์พฤติกรรมมี 3 ด้าน คือ

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม

1.3 ความสามารถเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ

2. ความเข้าใจ (comprehensive) เป็นความสามารถในการแปลความหมาย และขยายความในปัญหาใหม่ ๆ โดยนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแสดงพฤติกรรมมี 6 ขั้น คือ

- 2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด
- 2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิง
- 2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
- 2.4 ความสามารถในการแปลส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง

- 2.5 ความสามารถในการใช้หลักของเหตุและผล
- 2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ (application) เป็นความสามารถในการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎี ที่เรียนรู้อยู่แล้ว ไปแก้ปัญหาคือใหม่ที่เกิดขึ้นเป็นผลสำเร็จ การวัดพฤติกรรมมี 4 ขั้น คือ

- 3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน
- 3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ
- 3.3 ความสามารถในการระลึกได้ซึ่งรูปแบบความสอดคล้อง และลักษณะสมมาตรของปัญหา

4. การวิเคราะห์ (analysis) เป็นความสามารถในการพิจารณาส่วนสำคัญหาความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญ และหาหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งการที่บุคคลมีความสามารถ ดังกล่าวมาแล้ว จะสามารถทำให้บุคคลนั้นสามารถแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน ได้พฤติกรรมนี้เป็นจุดมุ่งหมายสูงสุดของการเรียนคณิตศาสตร์ การวัดพฤติกรรมมี 5 ขั้น คือ

- 4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา
- 4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์
- 4.3 ความสามารถในการแสดงการพิสูจน์
- 4.4 ความสามารถในการวิจารณ์ การพิสูจน์
- 4.5 ความสามารถในการกำหนดและหาความเที่ยงตรงในการสรุป

ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2531, หน้า 146-147) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นชุดของข้อคำถามที่สร้างอย่างมีระบบเพื่อใช้วัดพฤติกรรมของนักเรียน อาจจะวัดทางด้านสมอง (cognitive domain) ทางด้านอารมณ์ (affective domain) และทางด้านของพฤติกรรม

ไหวทางร่างกาย (psychomotor domain) ก็ได้ ถ้าใช้ทดสอบกับเด็กมาก ๆ มักใช้แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยคือ ใช้คำถามสั้น ๆ และมีตัวให้เลือกตอบแบบทดสอบปรนัยนี้สามารถวัดได้ครอบคลุมเนื้อหา และพฤติกรรม เป็นการวัดความรู้ของนักเรียนที่เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติจริงแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดข้อคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งจะเป็นข้อคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียนว่านักเรียนได้มีความรู้มากแค่ไหน บทพร่องตรงไหนจะได้สอนซ่อมเสริม หรือวัดดูความพร้อมที่จะขึ้นบทเรียนใหม่ ๆ ตามที่ครูปรารถนา

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขา หรือครูผู้สอนวิชานั้น แต่ต้องผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติ (norm) ของแบบทดสอบนั้น ข้อสอบมาตรฐานนอกจากจะมีคุณภาพสูงแล้ว ยังมีมาตรฐานในด้านการสอนอีกด้วย คือว่าไม่ว่าโรงเรียนใดหรือหน่วยราชการใดนำไปใช้ดำเนินการสอนจะเป็นแบบเดียวกันและสามารถแปลผลคะแนนได้อีกด้วย

แบบทดสอบทั้ง 2 แบบนี้มีวิธีการในการสร้างคำถามที่เหมือนกันคือจะเป็นการวัดครอบคลุมเนื้อหาและพฤติกรรมที่ได้สอนไปแล้ว การวัดผลทางด้านสติปัญญาเราวัดได้จากพฤติกรรมดังต่อไปนี้

1. วัดด้านความรู้ความจำ (knowledge)
2. วัดด้านความเข้าใจ (comprehension)
3. วัดด้านการนำไปใช้ (application)
4. วัดด้านการวิเคราะห์ (analysis)
5. วัดด้านการสังเคราะห์ (synthesis)
6. วัดด้านการประเมินค่า (evaluation)

สรุปได้ว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียนในสิ่งที่เรียนไปแล้วว่า ได้บรรลุตามจุดประสงค์ของครูที่ตั้งไว้หรือไม่เพื่อจะได้มีการปรับปรุงในด้านการเรียนการสอนของครูเพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนจนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ในข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ได้จึงจะถือว่าประสบผลสำเร็จในการเรียน

บทเรียนโปรแกรม

บทเรียนโปรแกรมเป็นสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่ง ซึ่งถือว่าเป็นสื่อการเรียนการสอนประเภทสิ่งพิมพ์ ที่มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

เป็รื่อง กุมุท (2519, หน้า 2) ได้ให้ความหมายว่า บทเรียนโปรแกรมไว้ว่าเป็นการสอนที่จัดลำดับประสบการณ์ที่จัดวางไว้ สำหรับนำผู้เรียนไปสู่ความสามารถ โดยอาศัยหลักความสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการสนองตอบ

ธีระชัย ปุณณโชติ (2532, หน้า 7) ได้ให้ความหมายว่า บทเรียนโปรแกรมหรือการสอนแบบโปรแกรม (programmed instruction) หมายถึง การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมที่จัดทำขึ้นโดยอาศัยจิตวิทยาให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจในการเรียนรู้โดยการเสนอความรู้ให้ผู้เรียนเป็นขั้น ๆ ในแต่ละขั้นจะมีคำถามให้ผู้เรียนตอบ พร้อมทั้งบอกให้ทราบว่าคำตอบของผู้เรียนนั้นถูกหรือผิดแต่ละลำดับขั้น เรียกว่า กรอบ (frame) ความรู้ที่เสนอเป็นขั้น ๆ นั้นจะเริ่มจากความรู้ที่ง่าย ๆ และต่อไปจะเริ่มความยากขึ้นเรื่อย ๆ แต่ไม่ก้าวเร็วเกินไปจนผู้เรียนตามไม่ทัน ผู้เรียนจะเรียนได้เร็วเท่าที่สติปัญญาของเขาอำนวย

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2536, หน้า 724) ได้กล่าวถึงการสอนแบบโปรแกรมว่าเป็นการสอนที่วางโปรแกรมไว้ล่วงหน้า ที่จะให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ด้วยการลงมือประกอบกิจกรรมอย่างกระฉับกระเฉง ทราบข้อดีทันท่วงที มีความภาคภูมิใจในความสำเร็จและไ้รู้ครวญตามทีละน้อยอย่างกระฉับกระเฉง และก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจ และความสะดวกของแต่ละคน

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง (2536, หน้า 21) ได้สรุปความหมายของบทเรียนโปรแกรมไว้ว่า บทเรียนโปรแกรมเป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยตนเอง และก้าวขึ้นไปตามความสามารถของตน เนื้อหาจะถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ และเป็นขั้น ๆ จากง่ายไปสู่ยาก กรอบที่เขียนต่อเนื่องกันนั้นจะต้องคำนึงถึงวิธีการสอนที่จะให้นักเรียนได้ค้นพบคำตอบด้วยตนเอง แต่ละกรอบจะมีคำตอบ และเฉลยไว้เมื่อจบบทเรียนแล้ว นักเรียนจะได้รับความรู้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

อนันต์ เดชขุนทด (2539, หน้า 13 อ้างอิงจาก Good, 1973, p. 306) ได้ให้ความหมายว่า บทเรียนแบบโปรแกรมหมายถึง บทเรียนที่นำมาใช้ในรูปแบบของสมุดแบบฝึกหัด ตำราเรียน เครื่องกลหรือเครื่องประดิษฐ์ทางอิเล็กทรอนิกส์ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้บรรลุระดับของการกระทำที่ระบุไว้โดย

1. เนื้อหาของบทเรียนแบบโปรแกรมถูกจัดออกเป็นขั้นตอนเล็ก ๆ
2. ในแต่ละลำดับขั้นของบทเรียนแบบโปรแกรมจะมีคำถามอยู่หนึ่งคำถามหรือมากกว่านั้นและจัดกระทำให้ผู้เรียนได้รับความรู้ ในทันทีทันใด แม้ว่าจะตอบคำถามถูกหรือผิดก็ตาม
3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนก้าวไปตามความสามารถของตนเองไม่ว่าจะเรียนแบบเอกัตบุคคลหรือเรียนเป็นกลุ่ม

กล่าวโดยสรุปได้ว่าบทเรียนแบบโปรแกรมเป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนไปตามความสามารถของตนโดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ มีคำถามท้าทายให้ผู้เรียนคิดแล้วตอบ และมีคำเฉลยให้ทราบผลทันทีว่าตอบผิดหรือถูก เนื้อหาแต่ละตอนจะเรียงลำดับขั้นตอนจากง่ายไปหายาก ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองตามความสามารถของแต่ละบุคคล

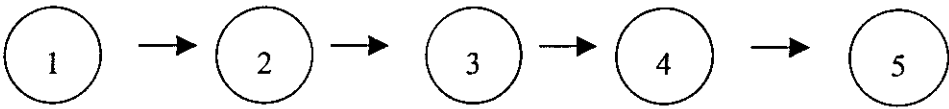
ประเภทของบทเรียนโปรแกรม จากการได้ศึกษาพบว่ามื่อนักการศึกษาได้แบ่งประเภทของบทเรียนโปรแกรมไว้แตกต่างกัน แต่ในที่นี้จะขอแบ่งตามวิธีการเรียนรู้เป็นหลัก ชีรชัย ปุรุณโชติ (2532, หน้า 11-12) ได้แบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

- 1. บทเรียนแบบเส้นตรง
- 2. บทเรียนแบบแตกกิ่งหรือแบบสาขา
- 3. บทเรียนแบบไม่แยกกรอบ

บทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรง (linear programming) บทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรง เป็นบทเรียนที่เสนอเนื้อหาทีละน้อยบรรจุลงในกรอบหรือเฟรมต่อเนื่องกันตามลำดับ จากกรอบที่หนึ่ง กรอบที่สอง ไปจนถึงกรอบสุดท้ายตามลำดับ โดยเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก สิ่งทีเรียนจากหน่วยย่อยหรือกรอบแรก ๆ จะเป็นพื้นฐานสำหรับกรอบถัด ๆ ไป การแบ่งบทเรียนออกเป็นหน่วยย่อยหรือกรอบก็เพื่อหลีกเลี่ยงการผิดพลาดในการเรียนของนักเรียน ในแต่ละกรอบจะมีเนื้อหา คำถามให้ตอบ และมีที่ว่างให้ตอบ โดยอาจจะอยู่ในกรอบเดียวกันหรือคนละกรอบก็ได้ ส่วนเฉลยคำตอบนั้นอาจจะอยู่ในกรอบถัดไปหรืออยู่ในกรอบเดียวกันก็ได้ แต่มักจะอยู่ในที่ว่างด้านขวาหรือซ้ายของหน้ากระดาษ

ผู้เรียนจะต้องเรียนตามลำดับทีละกรอบต่อเนื่องกันไปตั้งแต่กรอบแรกจนถึงกรอบสุดท้ายโดยไม่ข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งเลย ทุกคนจะต้องเรียนตามลำดับเช่นนี้เหมือนกันหมดไม่ว่าจะมีสติปัญญาแตกต่างกันหรือไม่ก็ตาม แต่คนที่เก่งสมารถที่จะใช้เวลาในการเรียนน้อยกว่าคนที่เรียนอ่อนกว่าได้

แผนผังแสดงบทเรียน โปรแกรมแบบเส้นตรงมีดังนี้

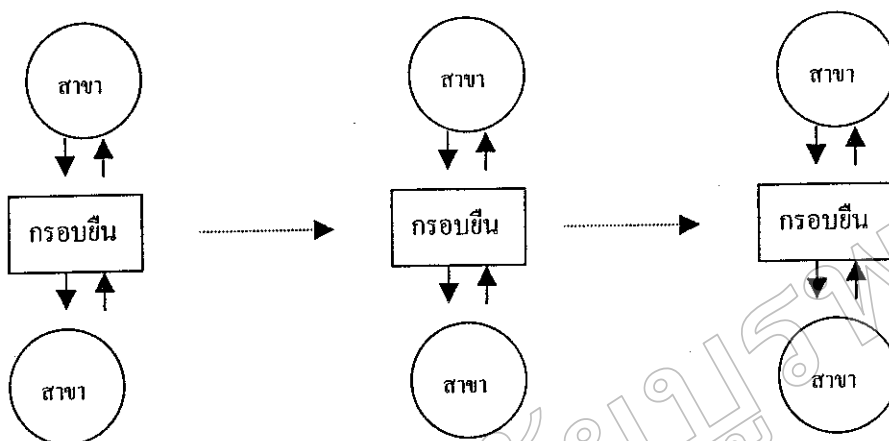


ภาพที่ 6 แผนผังแสดงบทเรียน โปรแกรมแบบเส้นตรง

บทเรียนโปรแกรมแบบแตกกิ่ง (branching programming) "บทเรียนแบบโปรแกรมแบบแตกกิ่ง" คือวิธีการเขียนบทเรียนแบบสลับลำดับ ซึ่งแตกต่างกับวิธีการเขียนบทเรียนแบบโปรแกรมเส้นตรงที่เขียนบทเรียนแบบเรียงลำดับการเขียนบทเรียน บทเรียนโปรแกรมแบบแตกกิ่งนี้จะมีการเรียงลำดับข้อความย่อย โดยอาศัยคำตอบของผู้เรียนเป็นเกณฑ์ ถ้าผู้เรียนตอบคำถามของข้อความย่อย ๆ ที่เป็นหลักของบทเรียนได้ถูกต้อง ผู้เรียนก็จะได้รับคำสั่งให้ข้ามหน่วยย่อยได้จำนวนหนึ่ง แต่ถ้าผู้เรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง ผู้เรียนก็จะได้รับคำสั่งให้ข้ามหน่วยย่อยได้จำนวนหนึ่ง แต่ถ้าผู้เรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องก็อาจได้รับคำสั่งให้เรียนข้อความย่อยต่างๆ เพิ่มเติมก่อนที่จะก้าวหน้าต่อไป การเรียนจากบทเรียนโปรแกรมชนิดนี้ ผู้เรียนจะต้องพยายามทำตามคำสั่งที่ปรากฏในแต่ละกรอบ การเรียนจะไม่ดำเนินไปตามลำดับตั้งแต่กรอบแรกจนถึงกรอบสุดท้าย ผู้เรียนอาจจะต้องย้อนกลับไปกลับมาในหน้าต่าง ๆ ซึ่งขึ้นอยู่กับความสามารถในการให้คำตอบที่ถูกต้องของผู้เรียนเป็นสำคัญ

ลักษณะของบทเรียนโปรแกรมแบบแตกกิ่งประกอบด้วยกรอบหลักซึ่งผู้เรียนทุกคนจะต้องเรียน ซึ่งเรียกว่า "กรอบขึ้น" กรอบขึ้นนี้เป็นกรอบที่เป็นลำดับที่แท้จริงของบทเรียน ถ้าผู้เรียนตอบถูกต้อง ผู้เรียนก็จะเรียนตามกรอบขึ้นเหล่านี้ไปโดยตลอด ในแต่ละกรอบจะบรรจุเนื้อหาที่เป็นหลักของเรื่องที่จะสอนอย่างสั้น ๆ ประมาณ 1-2 ย่อหน้า แล้วติดตามด้วยปัญหาหรือคำถามให้ผู้เรียนตอบแต่ลักษณะของคำถามเป็นแบบให้เลือกตอบแบบ 2 หรือ 3 ตัวเลือก ในแต่ละเลือกจะระบุหน้ากำกับไว้ให้ผู้เรียนพลิกไปถ้าผู้เรียนเลือกตัวเลือกเหล่านั้น ในกรอบขึ้นแต่ละกรอบจะมีกรอบขึ้นเหล่านี้ไปโดยตลอด ในแต่ละกรอบขึ้นจะบรรจุเนื้อหาที่เป็นหลักของเรื่องที่จะสอนอย่างสั้น ๆ ประมาณ 1-2 ย่อหน้า แล้วติดตามด้วยปัญหาหรือคำถามให้ผู้เรียนตอบแต่ลักษณะของคำถามเป็นแบบให้เลือกตอบแบบ 2 หรือ 3 ตัวเลือก ในแต่ละตัวเลือกจะระบุหน้ากำกับไว้ให้ผู้เรียนพลิกไปถ้าผู้เรียนเลือกตัวเลือกเหล่านั้น ในกรอบขึ้นแต่ละกรอบจะมี "กรอบสาขา" หนึ่งหรือสองกรอบ แต่ละกรอบสาขามีไว้สำหรับผู้เรียนที่เลือกคำตอบไม่ถูกเพื่อสอนหรือให้คำแนะนำเสียก่อน แล้วค่อยให้ผู้เรียนกลับไปยังกรอบขึ้นเดิมอีกครั้ง

แผนผังแสดงบทเรียน โปรแกรมแบบแตกกิ่ง มีลักษณะดังนี้



ภาพที่ 7 แผนผังแสดงบทเรียน โปรแกรมแบบแตกกิ่ง

บทเรียนโปรแกรมแบบแตกกิ่งนี้ให้ความสำคัญของความแตกต่างทางสติปัญญาของผู้เรียนแต่ละคน ดังนั้นการให้ผู้เรียนตอบสนองในบทเรียนจึงใช้คำถามแบบเลือกตอบ จากการเลือกคำตอบของผู้เรียนจะทำให้แต่ละคนก้าวหน้าไปในลักษณะที่แตกต่างกัน ผู้เรียนที่ตอบคำถามถูกต้อง เนื่องจากมีความเข้าใจในเนื้อหา นั้น ๆ แล้วก็ข้ามกรอบปัญหาบางกรอบที่ไม่จำเป็นสำหรับเขาไปได้ ทำให้ทวนเวลาในการเรียน ส่วนผู้ที่ตอบไม่ถูกซึ่งแสดงให้เห็นว่าเขายังไม่เข้าใจบทเรียนในกรอบใดกรอบหนึ่ง บทเรียนโปรแกรมชนิดนี้ก็จะกำหนดให้เขาไปสู่กรอบที่จัดไว้เพื่อแนะนำหรือชี้แจงว่าเหตุใดเขาจึงตอบผิด แล้วจึงกำหนดให้เขากลับมาตอบปัญหาในกรอบเดิมให้ถูกต้องเสียก่อนที่จะก้าวไปสู่กรอบหลัก หรือกรอบขึ้นอื่น ๆ ต่อไป

บทเรียนโปรแกรมแบบไม่แยกกรอบ บทเรียนโปรแกรมแบบไม่แยกกรอบเป็นบทเรียนที่เสนอเนื้อหาทีละน้อยตามลำดับขั้น มีคำถามและมีเฉลย หรือแนวในการตอบคำถามไว้ให้ตรวจสอบทันที แต่ไม่เสนอเนื้อหาในลักษณะของกรอบ แต่เสนอเนื้อหาเป็นลำดับต่อเนื่องกันเช่นเดียวกับการเขียนบทความหรือตำรา แตกต่างกันแต่เพียงว่าบทเรียนประเภทนี้จะต้องมีคำตอบหรือแนวคำตอบไว้ในผู้เรียนเพื่อเป็นข้อมูลป้อนกลับแก่ผู้เรียนว่า คำตอบของตนถูกหรือผิด ซึ่งเป็นการให้การเสริมแรงแก่ผู้เรียนตอบถูกต้อง

ผู้สนใจอาจศึกษาตัวอย่างการเขียนบทเรียน โปรแกรมแบบนี้ได้จากรูปแบบการเขียนเอกสารการสอนชุดวิชาต่าง ๆ ของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาราช ซึ่งมีลักษณะเป็นบทเรียนโปรแกรมแบบไม่แยกกรอบ และเสนอบทเรียนตามหัวข้อต่าง ๆ ดังนี้

1. ชื่อหน่วยการเรียนรู้
2. ชื่อหัวเรื่อง

3. แนวคิด หรือแนวคิดหลัก (concept)
4. วัตถุประสงค์
5. เนื้อหา
6. กิจกรรม หรือคำถาม
7. แนวตอบ

จิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโปรแกรม ในการสร้างบทเรียนโปรแกรมนั้น (ประกาศิต คำภูแสน, 2532, หน้า 30 อ้างอิงจาก บุญเกิด ศวรหาเวช, 2524, หน้า 30) ได้กล่าวถึงการนำเอาทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ของธอร์นไดค์ (Thorndike) มาใช้เป็นพื้นฐานในการสร้างบทเรียน โปรแกรม ดังนี้

1. กฎแห่งผล (law of effect) กฎนี้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ทั้งสองสิ่งนี้จะเชื่อมโยงกันได้ ถ้าสามารถสร้างสภาพความพึงพอใจให้แก่ผู้เรียนได้ซึ่งอาจจะได้จากการเสริมแรง เช่น การรู้ว่าคุณเองตอบคำถามได้ถูกต้อง หรือการให้รางวัล เป็นต้น
2. กฎแห่งการฝึกหัด (law of exercise) การที่ผู้เรียนได้กระทำซ้ำ หรือทำบ่อยครั้งจะเป็นการช่วยเสริมสร้างให้เกิดการเรียนรู้ที่มั่นคงขึ้น ฉะนั้นการเรียนรู้จะเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใดจึงขึ้นอยู่กับทำให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกหัดในเรื่องที่เรียนนั้นตามความเหมาะสมหรือไม่
3. กฎแห่งความพร้อม (law of readiness) เมื่อร่างกายพร้อมที่จะทำแล้ว ถ้ามีโอกาสที่จะทำย่อมเป็นที่พึงพอใจ แต่ถ้าไม่มีโอกาสที่จะกระทำย่อมไม่พอใจ และในทางตรงกันข้าม ถ้าร่างกายไม่พร้อมที่จะกระทำ แต่ถูกบังคับให้ต้องกระทำ ก็เกิดความไม่พอใจเช่นกัน

นอกจากนี้ (ประกาศิต คำภูแสน, 2532, หน้า 31-32 อ้างอิงจาก สมโภชน์ เอี่ยมสุภาษิต, 2524, หน้า 25-29) ได้กล่าวถึงหลักการของสกินเนอร์ (Skinner) ที่นำมาใช้ประโยชน์ในการสร้างบทเรียนโปรแกรมไว้ พอสรุปได้ดังนี้

1. ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการกระทำ (operant conditioning) เน้นถึงความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมที่เกิดขึ้นกับผลกรรมที่เกิดขึ้น ซึ่งสืบเนื่องมาจากสิ่งเร้า เช่น เมื่อนักเรียนศึกษาบทเรียนด้วยความตั้งใจจนเกิดความเข้าใจในบทเรียน แล้วจะสามารถตอบคำถามได้อย่างถูกต้องจนได้รับคำชมเชยอยู่เสมอ ดังนั้น ในการศึกษาบทเรียนทุกครั้ง นักเรียนจะตั้งใจเรียนเพื่อให้ตอบคำถามได้ถูกต้องและได้รับคำชมเชยอีก เป็นต้น
2. การเสริมแรง (reinforcement) การกระทำใด ๆ ถ้าได้รับการเสริมแรงจะมีแนวโน้มให้เกิดการกระทำนั้นอีก ซึ่งถ้าผลจากการกระทำนั้นทำให้ผู้เรียนเกิดความพึงพอใจเรียกว่า ตัวเสริมแรงทางบวก (positive reinforcer) ส่วนผลจากการกระทำที่ทำให้ผู้เรียนไม่พึงพอใจเรียกว่า ตัวเสริมแรงทางลบ (negative reinforcer)

3. การเสริมแรงทันทีทันใด (immediately of reinforcement) หมายถึง การที่อินทรีย์ได้รับสิ่งที่พึงพอใจหลังจากแสดงพฤติกรรมนั้นแล้วทันที เช่น นักเรียนสามารถทราบคำตอบที่ถูกต้องทันที หลังจากลงมือเขียนคำตอบลงในช่องคำตอบเสร็จสิ้นแล้ว เป็นต้น

4. สามารถแยกแยะสภาพของสิ่งเร้าได้ (stimulus discrimination) โดยการที่นักเรียนรู้ว่าในสภาพการณ์แบบใดจะได้รับการตอบสนองอย่างไร ซึ่งสภาพของสิ่งเร้าจะทำหน้าที่เป็นตัวสัญญาณบอกให้นักเรียนรู้ว่า ควรจะแสดงพฤติกรรมอย่างไรออกมา เช่น นักเรียนจะเขียนคำตอบลงในช่องคำตอบเมื่อแน่ใจว่าได้ไตร่ตรองอย่างรอบคอบแล้ว เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและจะได้รับคำชมเชย เป็นต้น

5. การหยุดยั้ง (extinction) หมายถึง การหยุดให้การเสริมแรงต่อพฤติกรรมที่เคยได้รับการเสริมแรงอยู่แล้ว เช่น เมื่อนักเรียนมีความตั้งใจในการเรียนจากบทเรียนโปรแกรมอยู่เสมอจะสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องทุกครั้ง ซึ่งได้รับการเสริมแรงทางบวก ทำให้มีความภาคภูมิใจและตั้งใจที่จะศึกษาบทเรียนต่อไป แต่ถ้าปรากฏว่า บทเรียนตอนใดที่ผู้สร้างบทเรียนขาดความต่อเนื่องหรือยากจนเกินไป ทั้งนี้เพราะตอบคำถามได้ไม่ถูกต้องและไม่ได้รับคำชมเชยอีก เป็นต้น

6. การแต่งพฤติกรรม (shaping) เป็นการเสริมสร้างพฤติกรรมใหม่ โดยใช้วิธีการเสริมแรงต่อพฤติกรรมที่คาดคะเนว่าจะนำไปสู่พฤติกรรมที่ต้องการ (successive approximation) ได้ เช่น ถ้าต้องการให้นักเรียนกระทำการกิจกรรมในบทเรียนได้ถูกต้องเกินร้อยละ 80 ของกิจกรรมทั้งหมด ทุกขั้นตอนของการเสนอบทเรียนที่สำคัญๆ และคาดคะเนว่าจะนำนักเรียนไปสู่พฤติกรรมที่ต้องการ จะต้องให้การเสริมแรงทุกครั้ง ซึ่งได้แก่ คำชมเชย หรือความภาคภูมิใจที่เกิดขึ้นจากการตอบคำถามที่ถูกต้อง เป็นต้น

หลักการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม หลักการสร้างบทเรียนโปรแกรม ชีร์ชัย ปุณฺณโชติ (2532, หน้า 25-26) มีดังต่อไปนี้

1. คำนึงถึงตัวผู้เรียน ได้แก่ อายุ พื้นฐานความรู้หรือประสบการณ์เดิม ทักษะความสามารถในการเรียน และความต้องการของผู้เรียน
2. คำนึงถึงผลที่ต้องการ หรือวัตถุประสงค์ของบทเรียนว่าต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อะไร
3. คำนึงถึงแบบของบทเรียนว่าจะเสนอในรูปแบบใด คือแบบเส้นตรง หรือแบบสาขา หรือแบบไม่แยกกรอบ เพื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาวิชา ผู้เรียน และวัตถุประสงค์ เช่น เนื้อหาเป็นประเภทความรู้ ความจำ หรือความคิดเห็น ผู้เรียนเป็นนักเรียนเก่งหรืออ่อน ฯลฯ
4. ไม่มีการจำกัดเวลาของผู้เรียน การเรียนจะดำเนินไปตามอัตราความสามารถของแต่ละบุคคล โดยไม่ต้องคำนึงถึงการทำเสร็จก่อนหรือเสร็จหลังผู้อื่น

5. เนื้อหาวิชาจะต้องจัดแบ่งเป็นหัวข้อเรื่องใหญ่ ๆ ก่อนแล้วแบ่งเป็นหัวเรื่องย่อย ๆ เขียนเนื้อหาเป็นหน่วยย่อยเล็ก ๆ แต่ละหน่วยย่อยจะต้องทำให้เกิดความรู้ความเข้าใจหน่วยย่อยถัดไป เพื่อให้การเรียนรู้ดำเนินไปที่ละน้อย ๆ ทีละขั้น พยายามอย่าให้มีการกระโดดข้ามลำดับของเนื้อเรื่อง จัดลำดับเรียงจากเนื้อหาง่าย ๆ ไปหาเนื้อหายากขึ้นตามลำดับ

6. ให้มีเนื้อหาและคำอธิบายที่ดึงดูดความสนใจของผู้เรียน

7. เนื้อหาของแต่ละกรอบควรเขียนด้วยภาษาที่ชัดเจน ถูกต้องตามหลักภาษา และเหมาะสมกับเนื้อหาความรู้ และอายุของผู้เรียน เนื้อเรื่องถูกต้องตามหลักภาษาวิชา และมีความต่อเนื่องกันในแต่ละกรอบ

8. แต่ละกรอบจะต้องนำเสนอเนื้อหาเฉพาะเรื่องอย่างชัดเจนและมีคำถามหรือคำสั่งให้ผู้เรียนตอบสนองต่อเรื่องนั้นโดยตรง และไม่ควรมีความรู้ใหม่เกินกว่า 1 อย่าง

9. ให้มีการย้ำทบทวน และทดสอบตนเอง

10. จะต้องให้ผู้เรียนรู้ผลของคำตอบว่าถูกหรือผิดทันที เพื่อช่วยการเรียนรู้ให้ดียิ่งขึ้น และเป็นการให้การเสริมแรงในทันทีด้วย

11. มีการชี้แนะคู่กัน กับการตอบสนอง

12. ลดการชี้แนะ และการนำทางออกไปทีละน้อย จนกว่าจะหมดโดยสิ้นเชิง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถตอบสนองด้วยตนเองได้อย่างถูกต้องในที่สุด

13. มีการทดลองหาประสิทธิภาพของบทเรียน เพื่อให้เกิดความมั่นใจว่าบทเรียนช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้มากที่สุด

ขั้นตอนการสร้างบทเรียนโปรแกรม ในการสร้างบทเรียนโปรแกรม ประกาศิต คำภูแสน (2532, หน้า 37-38 อ้างอิงจาก วาสนา ชาวหา, 2525, หน้า 135) มีขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ขั้ววางแผนทางวิชาการ ซึ่งประกอบด้วย

1.1 การกำหนดเนื้อเรื่อง ขอบเขตของเรื่อง และระดับชั้น เพื่อจะได้ดำเนินเรื่องให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนได้ถูกต้อง

1.2 การตั้งจุดมุ่งหมาย เพื่อเป็นแนวทางในการเขียนบทเรียนให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ซึ่งแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 จุดมุ่งหมายทั่วไป (general objectives) เป็นจุดมุ่งหมายกว้าง ๆ ของวิชาที่จะเขียนบทเรียนโปรแกรม

1.2.2 จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม (behavioral objectives) สิ่งสำคัญมาก เพราะจะทำให้ผู้เขียนดำเนินเรื่องได้ตรงตามความต้องการ ซึ่งจุดมุ่งหมายชนิดนี้จะกระจำชัดที่สุด ซึ่งทุกคนสามารถเข้าใจตรงกัน และผู้วัดสามารถวัดในสิ่งที่ต้องการที่จะวัดได้

1.3 การวิเคราะห์เนื้อหา เป็นการแตกย่อยเนื้อหาให้ละเอียดและเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก โดยระวางการข้ามขั้นตอนที่ควรจะได้กล่าวถึง และความสับสนในการเรียงลำดับเนื้อหาสิ่งใดควรกล่าวถึงก่อน สิ่งใดควรกล่าวถึงในตอนหลัง การกระทำในขั้นนี้เรียกว่า "การวิเคราะห์ภารกิจ" (task analysis) ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมาก เพราะจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ดีตลอดบทเรียน

1.4 การสร้างแบบทดสอบ เพื่อนำไปใช้ทดสอบก่อนเรียน (pre-test) และหลังจากได้เรียนบทเรียนโปรแกรมแล้ว (pro-test) ซึ่งเป็นเครื่องชี้ให้เห็นว่าบทเรียนโปรแกรมนั้นใช้ได้หรือไม่ แบบทดสอบที่สร้างขึ้น ควรให้ครอบคลุมเนื้อหา และวัดได้ครบตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่ตั้งไว้ และต้องเป็นแบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่นได้ (reliability) แบบทดสอบที่ใช้ก่อนเรียนและหลังเรียนบทเรียนโปรแกรมนี้นี้ ควรจะเป็นฉบับเดียวกัน หรือถ้าเป็นคนละฉบับก็ต้องเป็นแบบทดสอบที่วัดในเนื้อหาเดิม และตรงตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม เพียงแต่ข้อความ หรือวิธีการพลิกแพลงต่างออกไป

2. ขั้นตอนการเขียน (development stage) ในการเขียนบทเรียนแบบโปรแกรมนั้น ประกอบด้วยหน่วยย่อย ๆ ซึ่งเรียกว่ากรอบ (frame) ซึ่งบทเรียนโปรแกรมจะเริ่มต้นด้วยกรอบนำเข้าสู่บทเรียนหรือกรอบเริ่มต้น (set frame) แล้วตามด้วยกรอบฝึก (practice frame) เพื่อใช้สอนแต่ละเรื่องย่อยที่เรียกว่าจุดสอน กรอบเริ่มต้นและกรอบฝึกเหล่านี้รวมเรียกว่ากรอบสอน ในกรอบสอนนี้จะป้อนความรู้ให้เรียนเพียงกรอบละเล็กละน้อย จนคาดว่าผู้เรียนเข้าใจดีแล้วในเรื่องย่อยหรือจุดสอนนั้นในกรอบสุดท้ายของเรื่องย่อย หรือจุดสอนหนึ่ง ๆ จะมีกรอบสอบ (criterion frame) เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนเข้าใจถูกต้องตามที่สอนหรือยัง แล้วจึงจะต่อไปยังกรอบสอนและกรอบฝึกในจุดสอนต่อไป และทำการตรวจสอบอีกครั้งโดยใช้กรอบสอบ (criterion frame) เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนเข้าใจถูกต้องตามที่สอนหรือยัง แล้วจึงจะต่อไปยังกรอบสอน และกรอบฝึกในจุดสอนต่อไป และทำการตรวจสอบอีกครั้งโดยใช้กรอบสอบ (criterion frame) เป็นเช่นนี้เรื่อยไปจนจบบทเรียน ซึ่งกรอบสอน นี้ก็คือ คำถามที่ตั้งขึ้นตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม ที่ตั้งใจไว้ในขั้นวางแผนทางวิชาการ

3. ขั้นนำออกทดลอง (try out) ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (one to one) และปรับปรุงแก้ไข ทดลองกับนักเรียน 1 คน ที่มีผลการเรียนอ่อนกว่าปานกลางเล็กน้อย ก่อนที่นักเรียนจะได้เรียนบทเรียนโปรแกรมนี้ควรให้ทำแบบทดสอบก่อนเรียนก่อน จากนั้นให้นักเรียนได้เรียนบทเรียนไปที่ละกรอบอย่างค่อยเป็นค่อยไป ขณะเดียวกันผู้สร้างบทเรียนจะต้องคอยสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียน และจดบันทึกไว้ บางครั้งต้องมีการอภิปรายกับนักเรียนเกี่ยวกับบทเรียนในกรอบใดกรอบหนึ่งเพื่อความเข้าใจที่ถูกต้อง สิ่งเหล่านี้ครูจะต้องจดบันทึกไว้อย่างละเอียด ความร่วมมืออย่างดีของผู้เรียน

จะเกิดจากการที่ผู้เรียนเข้าใจว่าตนกับผู้สร้างบทเรียนมีส่วนช่วยกันขัดเกลาบทเรียนเพื่อให้ใช้กับผู้เรียนได้เหมาะสมเมื่อนักเรียนจบบทเรียนแล้วก็ให้ทำแบบทดสอบหลังเรียนอีกหนึ่ง แล้วปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองในครั้งที่สองต่อไป

ระยะที่ 2 การทดลองเป็นกลุ่ม และปรับปรุงแก้ไข (group tryout and revision)

นักเรียนที่จะนำมาทดลองในระยะนี้ควรเป็นนักเรียนเก่ง อ่อน คละกัน จำนวน 5-10 คน ก่อนจะทำ การทดลองควรสร้างความเข้าใจกับนักเรียนเสียก่อน เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจว่าตนเป็นที่ปรึกษา และให้ความช่วยเหลือในการแก้ไขปรับปรุงบทเรียนให้ดีขึ้นแก่ผู้เรียนบทเรียน จากนั้นก็ทดสอบ ก่อนเรียนกับนักเรียนทั้งกลุ่ม เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนที่ได้หลังจากการทดสอบหลังเรียน เพื่อจะได้ทราบว่านักเรียนเรียนรู้เพิ่มขึ้นมากน้อยเพียงใด เมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบแล้วก็ให้เริ่ม เรียนบทเรียนได้ ผู้สร้างจะต้องบันทึกเวลาเริ่มเรียนไว้เพื่อจะหาเวลาเฉลี่ยในการเรียนบทเรียน โปรแกรม หลังจากเรียนบทเรียนจบ ก็ให้ทำแบบทดสอบหลังเรียน ผลการทดสอบครั้งหลังจะเป็น เครื่องชี้ว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้ตรงตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่เพียงใด จากนั้นผู้เขียนควร ชักถามถึงปัญหาต่าง ๆ ที่นักเรียนได้พบจากการเรียนบทเรียน แล้วนำไปพิจารณาเพื่อการปรับปรุง แก้ไขอีกครั้งหนึ่ง การทดลองในระยะนี้ไม่มีการติดต่อเป็นส่วนตัวระหว่างผู้เรียนกับผู้สร้าง บทเรียน ดังการทดลองในระยะแรก

ระยะที่ 3 การทดลองภาคสนาม หรือทดลองกับห้องเรียนจริง และปรับปรุงแก้ไข (field tryout and revision) ถึงแม้จะได้แก้ไขปรับปรุงบทเรียน โปรแกรมถึงสองครั้งแล้วก็ตาม แต่ก็ ยังไม่ได้้นำบทเรียนไปใช้กับสภาพของห้องเรียนจริง หรือใช้กับจำนวนนักเรียนผู้เรียนมาก ๆ ก็ตาม ก็ยังคงกล่าวไม่ได้ว่าบทเรียน โปรแกรมนี้มีผลน่าเชื่อถือได้ ซึ่งจะต้องนำไปทดลองใช้กับนักเรียนทั้ง ชั้นในสภาพห้องเรียนจริง ในการทดลองนี้ผู้เรียนจะได้รับการทดสอบก่อนและหลังเรียนเช่นเดียว กับระยะแรก ๆ เพื่อต้องการทราบว่าบทเรียนได้รับความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายเพียงใด หลังจาก ทดสอบหลังเรียนแล้ว ผู้สร้างควรชักถามถึงปัญหาต่าง ๆ กับนักเรียนแล้วจดบันทึกไว้ เพื่อ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องอีกเป็นครั้งสุดท้าย จนแน่ใจว่าเหมาะสมที่จะนำไปใช้แพร่หลาย ได้ นั่นคือ ผลการทดลองเป็นไปตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ก็เชื่อได้ว่าบทเรียน โปรแกรมใช้ได้ผล แน่นนอน จึงจะนำไปใช้ในขั้นที่ 4 ต่อไป

4. ขั้นใช้ผลิตผล (implementation) เป็นขั้นที่นำบทเรียน โปรแกรมที่ได้ผ่านการทดลอง ทั้ง 3 ระยะแล้วอย่างได้ผล โดยนำมาใช้กับนักเรียนที่อยู่ในสภาพชั้นเรียนทั่วไป และเป็นไปอย่าง แพร่หลาย ซึ่งผู้สร้างจะต้องคอยติดตามผลการใช้บทเรียน โปรแกรมอยู่เสมอ เพื่อเป็นแนวทางใน การปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น

การทดลองใช้และการหาประสิทธิภาพของบทเรียนโปรแกรม บทเรียนโปรแกรมเมื่อเขียนเสร็จแล้ว จะต้องนำไปทดลองใช้เพื่อแก้ไขปรับปรุง และหาประสิทธิภาพของบทเรียนต่อไป ในการทดลองใช้บทเรียนโปรแกรมนี้ ชีรชัย ปุณณโชติ (2532, หน้า 25-26) ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การทดลองกับนักเรียน 1 คน หรือการทดลองหนึ่งต่อหนึ่ง (one to one testing) มีวิธีการดังนี้

เลือกนักเรียนที่ค่อนข้างอ่อนมา 1 คนให้อ่านบทเรียนและตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรมที่สร้างขึ้น ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนยังไม่มีคำตอบเฉลยไว้ ให้ผู้เรียนตอบคำถามดัง ๆ ผู้เขียนบทเรียน จะบันทึกคำตอบแต่ละกรอบหรือแต่ละข้อไว้ ถ้าคำถามใดผู้เรียนตอบผิดหรือตอบไม่ได้ก็จะมีการอภิปรายกันให้ผู้เรียนทราบเหตุผลว่าทำไมตนจึงตอบไม่ถูก ไม่ได้ ในขณะเดียวกัน ผู้เขียนบทเรียนก็จะนำข้อมูลเหล่านี้ไปใช้ประกอบในการแก้ไขบทเรียนก่อนที่จะนำไปทดลองกับกลุ่มเล็กในขั้นที่สองต่อไป เหตุผลที่ใช้นักเรียนค่อนข้างอ่อน เพื่อจะได้แน่ใจว่าบทเรียนที่สร้างขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่ควรจะเรียนได้ เพราะได้ทำการทดลองใช้กับนักเรียนอ่อนได้ผลมาแล้ว

ขั้นที่สอง การทดลองกับกลุ่มเล็ก มีวิธีการดังต่อไปนี้

เลือกนักเรียนที่มีผลการเรียนปานกลางในวิชาเดียวกับบทเรียนโปรแกรมที่สร้างขึ้น จำนวน 10 คน มาอธิบายให้เข้าใจวัตถุประสงค์ของการทดลองบทเรียนว่าไม่ใช่เป็นการทดสอบ แต่เป็นเพียงการทดลองบทเรียนเท่านั้น แล้วให้นักเรียนทั้ง 10 คน ทำแบบทดสอบก่อนเรียน (pre-test) ที่เตรียมไว้ เพื่อดูพื้นฐานเดิมของผู้เรียนในบทเรียนนั้นเสียก่อนแล้วจึงให้เรียนบทเรียนโปรแกรม (ซึ่งมีเฉลยคำตอบสำหรับให้ตรวจสอบด้วยตนเองพร้อม) โดยไม่มีการติดต่อเป็นส่วนตัวระหว่างนักเรียนกับผู้เขียน ถ้าผู้เรียนพบข้อบกพร่องของบทเรียนก็ให้ทำเครื่องหมายไว้สำหรับอภิปรายกับผู้เขียนในภายหลัง เมื่อผู้เรียนเรียนจนจบบทเรียนแล้ว ก็ให้ทำแบบทดสอบฉบับเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน ทั้งนี้เพื่อดูความก้าวหน้าหลังจากเรียนบทเรียนไปแล้วการทดลองขั้นนี้ควรบันทึกเวลาที่ผู้เรียนใช้ในการศึกษาบทเรียนไว้ด้วย เพื่อจะได้ทราบเวลาที่เหมาะสมการนำบทเรียนไปใช้จริง

ข้อมูลที่ต้องการทราบในการทดลองกลุ่มเล็ก 10 คน นี้ได้แก่

1. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้ง 10 คน ในการสามารถตอบคำถามในบทเรียนได้ถูกต้อง ซึ่งควรจะได้เกณฑ์มาตรฐานคือ 90 %
2. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียน 10 คน ในการทำแบบทดสอบหลังเรียน ซึ่งควรจะได้ตามเกณฑ์มาตรฐานคือ 90 %
3. คะแนนความก้าวหน้าในการเรียนบทเรียนโปรแกรม หาได้โดยนำคะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบก่อนเรียนไปหักออกจากคะแนนเฉลี่ยของการทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อจะได้ทราบว่า เมื่อนักเรียนเรียนบทเรียนไปแล้วมีความรู้เพิ่มขึ้นหรือไม่

เมื่อทดลองขั้นกลุ่มเล็กเสร็จแล้ว นำบทเรียนปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง โดยอาศัยข้อมูล
ที่นักเรียนบันทึกข้อบกพร่องหรือข้อสงสัยไว้ และอภิปรายร่วมกับนักเรียน การแก้ไขอาจแก้ภาษา
ถ้อยคำ ปรับปรุงคำถามหรือคำอธิบาย การเพิ่มกรอบบางกรอบเพื่อให้บทเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น
การรวมบางกรอบเข้าด้วยกัน ฯลฯ

ขั้นที่สาม การทดลองภาคสนาม มีวิธีการดังนี้

ดำเนินการทดลองบทเรียนกับผู้เรียน 100 คน ในสภาพเหมือนในชั้นเรียนจริง ๆ วิธี
ดำเนินการในขั้นนี้ก็เหมือนกับวิธีการทดลองในขั้นที่สอง หรือการทดลองกับกลุ่มเล็กทุกอย่าง
ต่างกันที่จุดประสงค์ของการทำบทเรียนซึ่งการทดลองในสองครั้งแรกที่ผ่านมาถือว่าเป็นการ
กระทำเพื่อหาข้อบกพร่องที่ควรแก้ไข นักเรียนเปรียบเสมือนที่ปรึกษา และบทเรียนที่ใช้เรียนก็เป็น
เพียงการยกร่าง เมื่อผ่านการทดลองกับกลุ่มเล็ก 10 คนแล้ว จึงจะถือว่าเป็นบทเรียนฉบับจริง
การทดลองภาคสนามก็เป็นการทดลองโดยสมมุติว่าเป็นการนำไปใช้จริง

ก่อนเริ่มบทเรียนควรแนะนำนักเรียนให้เข้าใจวิธีการเรียนเสียก่อนและให้ทำแบบทดสอบ
ก่อนเรียนก่อนที่จะลงมือเรียนเสียก่อนด้วย และเมื่อทำบทเรียนเสร็จแล้วก็ต้องมีการทดสอบหลัง
เรียนอีกครั้ง

**ประโยชน์และข้อจำกัดของบทเรียนโปรแกรม นิพนธ์ สุขปริดี (2525) บุญเกื้อ ควรรหาเวช
(2530) และ ชีระชัย ปุณณโชติ (2537) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของบทเรียนโปรแกรม ดังนี้**

1. ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนด้วยตนเองไปตามอัตราความสามารถของแต่ละบุคคลคล้อย
กับผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนกับครูแบบตัวต่อตัว
2. สามารถสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เป็นอย่างดี ผู้เรียนที่มีความเฉลียวฉลาด
อาจเรียนไปได้เร็วกว่าให้เรียนไป ส่วนบางคนเรียนช้ากว่าก็ค่อย ๆ เรียนไปได้
3. ช่วยแบ่งเบาภาระแก่ครูในการสอนข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทำให้ครูมีเวลาเตรียมบทเรียน
อื่นๆ ต่อไป
4. อาจจะช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครู โดยการช่วยลดอัตราการสอนและเพิ่มชั่วโมง
เรียนตามลำพังของนักเรียน
5. ช่วยแนะนำครูที่หาวิธีที่ดีไม่ได้ ทำให้สอนดีขึ้น
6. ช่วยแก้การซ้ำซ้อนของหลักสูตร ทุนแรงกาย เวลา และทรัพยากร
7. ช่วยลดความน่าเบื่อของการเรียนจากครู ลดการสอนทบทวนซ้ำซากทำให้ครูมีเวลา
ศึกษาปัญหาของนักเรียนแต่ละคน หรือกลุ่มย่อยที่มีปัญหาอย่างเดียวกัน
8. ช่วยลดภาระของครูในการตรวจแก้การบ้านของนักเรียน
9. ช่วยให้รู้จุดที่นักเรียนรู้สึกว่ายาก ถ้ารู้สึกละเอียดตรงไหนยากนักเรียนก็มีโอกาสอ่าน
ทบทวนได้หลายเที่ยว เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักศึกษาค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติม

10. ช่วยลดปัญหาเรื่องระเบียบวินัย ฝึกนิสัยรับผิดชอบให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน และช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการอ่านให้ดียิ่งขึ้น

11. ช่วยในการสอนซ่อมเสริม

12. นักเรียนที่ขาดเรียนก็มีโอกาสช่วยตนเองให้ตามผู้อื่นทันได้ เพราะผู้เรียนสามารถศึกษาบทเรียน เวลาใดก็ได้ ตามความพอใจของผู้เรียน หรือแม้แต่ที่บ้านนักเรียนก็สามารถทำได้

13. ผู้เรียนเรียนด้วยความมั่นใจและเชื่อมั่นในตนเอง ถ้าตอบคำถามผิดก็ไม่อายผู้เรียนด้วยกัน

14. ผู้เรียนได้เรียนรู้เป็นขั้นตอนทีละน้อย สะดวกต่อการเรียนและความเข้าใจ และได้ทราบผลการเรียนรู้ทุกขั้นตอน ทำให้เกิดแรงจูงใจที่ได้รับประสบการณ์แห่งความสำเร็จ

15. เป็นการแก้วิธีการศึกษาในปัจจุบันที่นิยมทำงานเป็นกลุ่ม และสนใจเนื้อหาวิชาน้อยไป

บทเรียนโปรแกรมถึงแม้จะมีประโยชน์แต่ในขณะเดียวกันก็ยังคงมีข้อจำกัดบางประการอยู่ สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526) รุ่งทิวา จักรกร (2527) บุญเกื้อ ควรหาเวช (2530) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดดังต่อไปนี้

1. ไม่ส่งเสริมให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพราะทำไปตามหัวข้อที่เรียบเรียงไว้

2. ไม่เกิดทักษะในการเขียนหนังสือ เพราะเขียนเฉพาะคำตอบเท่านั้น

3. ขาดการติดต่อสังคมซึ่งกันและกัน

4. เด็กเรียนได้รวดเร็วจริง แต่ลืมง่าย

5. ใช้แทนครูทุกอย่างไม่ได้ เป็นแต่เพียงช่วยครูเท่านั้น

6. ใช้สอนทุกวิชาไม่ได้ เหมาะสำหรับวิชาที่มีคำตอบถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

7. ครูอาจไม่รับผิดชอบและละเลยเด็ก

8. นักเรียนบางคนอาจเบื่อหน่าย เนื่องจากต้องทำซ้ำเมื่อทำผิด

9. บทเรียนโปรแกรมแบบแตกกิ่ง เขียนให้ดีกว่าก่อนข้างยาก

10. นักเรียนขาดความซื่อสัตย์ต่อตนเอง ไม่ทำตามคำแนะนำของบทเรียนโปรแกรม

11. ตัวบทเรียนโปรแกรมไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร เช่น มีเนื้อหาไม่ครบรูปแบบ

ไม่น่าสนใจ

12. ผู้ใช้บทเรียนไม่เข้าใจ หรือไม่ศึกษาขั้นตอนการใช้ ตลอดจนไม่ปฏิบัติตามลำดับขั้นตอนของวิธีการใช้บทเรียน

จากที่กล่าวมาจะพบว่าบทเรียนโปรแกรมมีทั้งประโยชน์และข้อบกพร่อง ซึ่งผู้ใช้บทเรียนโปรแกรมจะได้ผลก็ต้องศึกษาวิธีการให้เข้าใจเสียก่อนนำบทเรียนโปรแกรมมาใช้ในการกระบวนการเรียนการสอน

การประเมินผลการเรียนรู้ การประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศซึ่งแสดงถึงพัฒนาการและความก้าวหน้าในการเรียนรู้ ด้านต่าง ๆ คือ

1. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิตพีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและค่าน่าจะเป็น รวมทั้งการนำความรู้ดังกล่าวไปประยุกต์
2. ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ข้อมูลสารสนเทศเหล่านี้ส่งเสริมให้ผู้สอนและผู้เรียนทราบจุดเด่น จุดด้อย ด้านการสอน และการเรียนรู้ และเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนาตน (กรมวิชาการ, 2544, หน้า 205-209)

หลักการของการประเมินผลการเรียนรู้ ชีคหลักการสำคัญ ดังนี้

1. การประเมินผลต้องกระทำต่อเนื่อง และควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน
2. การประเมินผลต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายการเรียนรู้
3. การประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา
4. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องนำไปสู่ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนรอบด้าน
5. การประเมินผลการเรียนรู้ต้องเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน

การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการประเมินตนเอง ด้วยการสร้างงานหรือกิจกรรม การเรียนรู้ที่ส่งเสริมบรรยากาศให้เกิดการไตร่ตรองถึงความสำเร็จหรือความล้มเหลวในการทำงานของตนได้อย่างอิสระ เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการปรับปรุง และพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโปรแกรม

งานวิจัยภายในประเทศ

งานวิจัยในประเทศได้มีการศึกษาเกี่ยวกับบทเรียนโปรแกรมมานานพอสมควร และนิยมทำกันในหลายสาขาวิชา โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ นิยมทำกันทุกระดับชั้น และมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

พิทักษ์ แสงพล (2530, บทคัดย่อ) ได้พัฒนาบทเรียนโปรแกรมที่ใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์ ในวิชาคณิตศาสตร์ ค 102 เรื่อง "ร้อยละ" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยปรากฏว่าได้บทเรียน

โปรแกรมที่ใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์ที่นักเรียนสามารถนำไปศึกษาด้วยตนเองได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนเพิ่มเติมโดยใช้บทเรียนโปรแกรมที่ใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์สูงกว่าก่อนทำการเรียนเพิ่มเติมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1 และมีความคิดเห็นที่ดีต่อการเรียนเพิ่มเติมโดยใช้บทเรียนโปรแกรมที่ใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์ สำหรับกลุ่มควบคุมที่ทำการทบทวนเองตามปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังทำการทดลองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภักดิ์ วิชวธีรานนท์ (2530, บทคัดย่อ) ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มที่ใช้บทเรียนโปรแกรมเทปโทรทัศน์กับกลุ่มที่สอนโดยครู ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ใช้บทเรียนโปรแกรมเทปโทรทัศน์สูงกว่ากลุ่มที่สอนโดยครูอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ได้ตั้งไว้

ณัฐ จันเข้ม (2530, บทคัดย่อ) ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องปริมาตรและพื้นผิว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรงกับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและพื้นผิวทั้ง 2 วิธี ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

พรพรรณ พันธินากุล (2531, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ฟังก์ชัน" โดยใช้บทเรียนโปรแกรมและการใช้แผ่นโปร่งใสประกอบเทปเสียง โรงเรียนสตรีราชินูทิศ จังหวัดอุดรธานี ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันระหว่างการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการใช้แผ่นใสโปร่งแสงประกอบเทปเสียงไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทวีศักดิ์ นามศรี (2532, บทคัดย่อ) ได้สร้างบทเรียนโปรแกรมประกอบรูปภาพและวัสดุลายเส้น เรื่อง "บทประยุกต์" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมสูงกว่าการเรียนโดยวิธีสอนปกติ

ประกาศิต คำภูแสน (2532, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง "บทประยุกต์" เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80 / 80 ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 81.99 / 99.29 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้

เบญญา ทองเต็ม (2533, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "สมการกำลังสอง" โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจะนะวิทยา จังหวัดสงขลา ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทวี กุลแก้ว (2534, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ใช้บทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรงของโครงการอาร์ ไอ ที ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานประถมศึกษาจังหวัดอุดรธานี การวิจัยที่มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนในด้านการวางแผนดำเนินงาน การเตรียมบุคลากร หลักสูตร การจัดการเรียนการสอน การนิเทศการสอน การสอนซ่อมเสริม และการจัดบรรยากาศในชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า ด้านการวางแผนดำเนินงานผู้บริหารโรงเรียนส่วนใหญ่มีการวางแผนดำเนินการจัดการเรียนการสอน โดยผู้บริหารและคณะครูร่วมกันวางแผนด้านการเตรียมบุคลากร ผู้บริหารโรงเรียนมีการเตรียมบุคลากร โดยส่งเข้ารับการอบรมที่สำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ ด้านหลักสูตร ผู้บริหารโรงเรียนส่วนใหญ่มีการปรับหลักสูตรให้เหมาะสมกับสภาพท้องถิ่น และมีการประชาสัมพันธ์ให้ผู้ปกครองเข้าใจ ด้านการเรียนการสอนครูผู้สอนส่วนใหญ่มีการจัดทำบันทึกการสอน และสอนตามที่กำหนดไว้ในแบบเรียนสำเร็จรูปให้นักเรียน 2 คน ต่อ 1 เล่ม ด้านนิเทศ การสอน ครูผู้สอนส่วนใหญ่ได้รับการนิเทศการสอน จากศึกษานิเทศก์อำเภอ จำนวน 1-2 ครั้งต่อภาคเรียน

ด้านการสอนซ่อมเสริมครูผู้สอนส่วนใหญ่มีการสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนที่เรียนช้า โดยจัดสอนหลังเลิกเรียนตอนเย็น และด้านการจัดบรรยากาศในห้องเรียนครูผู้สอนส่วนใหญ่มีการจัดป้ายนิเทศในห้องเรียน

จากผลการวิจัยเกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมในวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทย พบสรุปได้ว่า ส่วนใหญ่บทเรียน โปรแกรมช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้น และเมื่อเปรียบเทียบกับการสอนปกติแล้ว นักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่าหรือไม่แตกต่างกัน นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้เร็วและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แสดงว่าบทเรียนโปรแกรมเหมาะที่จะนำมาใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

งานวิจัยต่างประเทศ

การวิจัยเกี่ยวกับบทเรียน โปรแกรมในต่างประเทศนั้นมีนักศึกษานิยมทำการศึกษาในหลายสาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมวิทยา ภาษาอังกฤษ และภาษาต่างประเทศอื่น ๆ เป็นต้น โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ มีผู้สร้างบทเรียน โปรแกรมไว้มากกว่าวิชาอื่น ๆ จากการสำรวจของ C. P. I (The Committee of Programmed Instruction of Harvard University) พบว่า ช่วงปี ค.ศ. 1961-1962 โรงเรียนในประเทศสหรัฐอเมริกาใช้บทเรียน โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ มากกว่า 61 % ของการใช้บทเรียนโปรแกรมทั้งหมด สาเหตุที่มีผู้นิยมใช้บทเรียน โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์มาก เกลเซอร์ (Glaser, 1965, pp. 372-375) เป็นเพราะวิชาคณิตศาสตร์มีเนื้อหาเป็นเหตุผลซึ่งกันและกันจึงสะดวกที่จะเขียนเป็นบทเรียน โปรแกรมคำตอบก็เป็นคำตอบเฉพาะ ไม่ทำให้

ผู้เรียนไขว้เขวไปทางอื่นได้ สกินเนอร์ (Skinner) ซึ่งเป็นผู้ได้รับการยกย่องว่าเป็นผู้ทำให้การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเป็นที่น่าสนใจและแพร่หลาย ก็เลือกสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ในการทดลองครั้งแรกเช่นกัน

ตัวอย่างของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโปรแกรมในต่างประเทศ มีดังต่อไปนี้

คอลลาแกน (Collagan, 1969, p. 1070-A) ได้สร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้สอนนักศึกษาปีที่ 1 ระดับมหาวิทยาลัยเปรียบเทียบกับการสอนปกติ ผลการวิจัย พบว่ากลุ่มที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนจากการสอนตามปกติ ทั้งยังช่วยประหยัดเวลาในการเรียนรู้ด้วย

เกรทซิงเจอร์ (Grestsinger, 1968, pp. 87-90) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเลขเศษส่วนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลการเรียนจากการสอนทั้งสองแบบแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมประหยัดกว่ามาก

บีทตี (Beatee, 1970, p. 3343-A) ได้เปรียบเทียบการสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับฝึกหัดครู ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมได้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา กล่าวคือนอกจากมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าแล้ว ยังช่วยสร้างทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

ไวท์ (White, 1970, p. 3373-A) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่มีพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์อ่อนมาตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติของครูในกลุ่มตัวอย่าง ผลปรากฏว่ากลุ่มที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนจากการสอนปกติของครูอย่างมีนัยสำคัญ

โรเบิร์ตสัน (Robertson, 1976, p. 5112-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้บทเรียนโปรแกรมเป็นรายบุคคล กลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยใช้ตำราเรียน ใช้เวลาในการทดลอง 4 เดือน ผลปรากฏว่าคะแนนของกลุ่มที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมสูงกว่ากลุ่มที่เรียนจากตำราเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

อัลฮาร์ธี (Alharthi, 1991, p. 1366-A) ได้ศึกษาผลจากการใช้บทเรียนโปรแกรมวิชาภูมิศาสตร์ กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำในโรงเรียนระดับปานกลาง ประเทศซาอุดีอาระเบีย พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมที่เรียนด้วยตนเอง นักเรียนที่เรียนบทเรียนโปรแกรมโดยมีครูคอยช่วยเหลือ นักเรียนที่เรียนบทเรียนโปรแกรมก่อนการสอนปกติ นักเรียนที่เรียนบทเรียนโปรแกรมหลังการสอนปกติสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ นอกจากนี้ยังพบว่า บทเรียนโปรแกรมมีส่วนช่วยให้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำเรียนได้ดีขึ้น และมีทัศนคติที่ดีต่อบทเรียนโปรแกรมมากขึ้น

จากการศึกษาผลงานวิจัยเกี่ยวกับบทเรียน โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ ดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปประเด็นสำคัญของการวิจัยได้ว่า การสอนโดยใช้บทเรียน โปรแกรมเป็นที่นิยมทั้งใน และนอกประเทศ และผลการใช้บทเรียน โปรแกรมสามารถช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนดีขึ้นและยังสามารถพัฒนาการเรียนรู้ได้ตามศักยภาพของแต่ละบุคคล

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University