

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การสร้างชุดการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาดำรงและเอกสารต่าง ๆ ตลอดจนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ โดยเสนอตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
2. การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา
3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. การสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
5. ชุดการสอน
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เป็นส่วนหนึ่งของมวลประสบการณ์ที่จัดให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มีความเข้าใจหลักการและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้จัดให้วิชาคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มทักษะอันเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจ และทักษะคณิตศาสตร์พื้นฐานสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันตลอดจนเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์และเรียนรู้มวลประสบการณ์ในการดำรงชีวิตต่อไปซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

จุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามที่หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)ได้กำหนดจุดประสงค์ การเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียน ได้พัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพจึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีระบบชัดเจน และรัดกุม

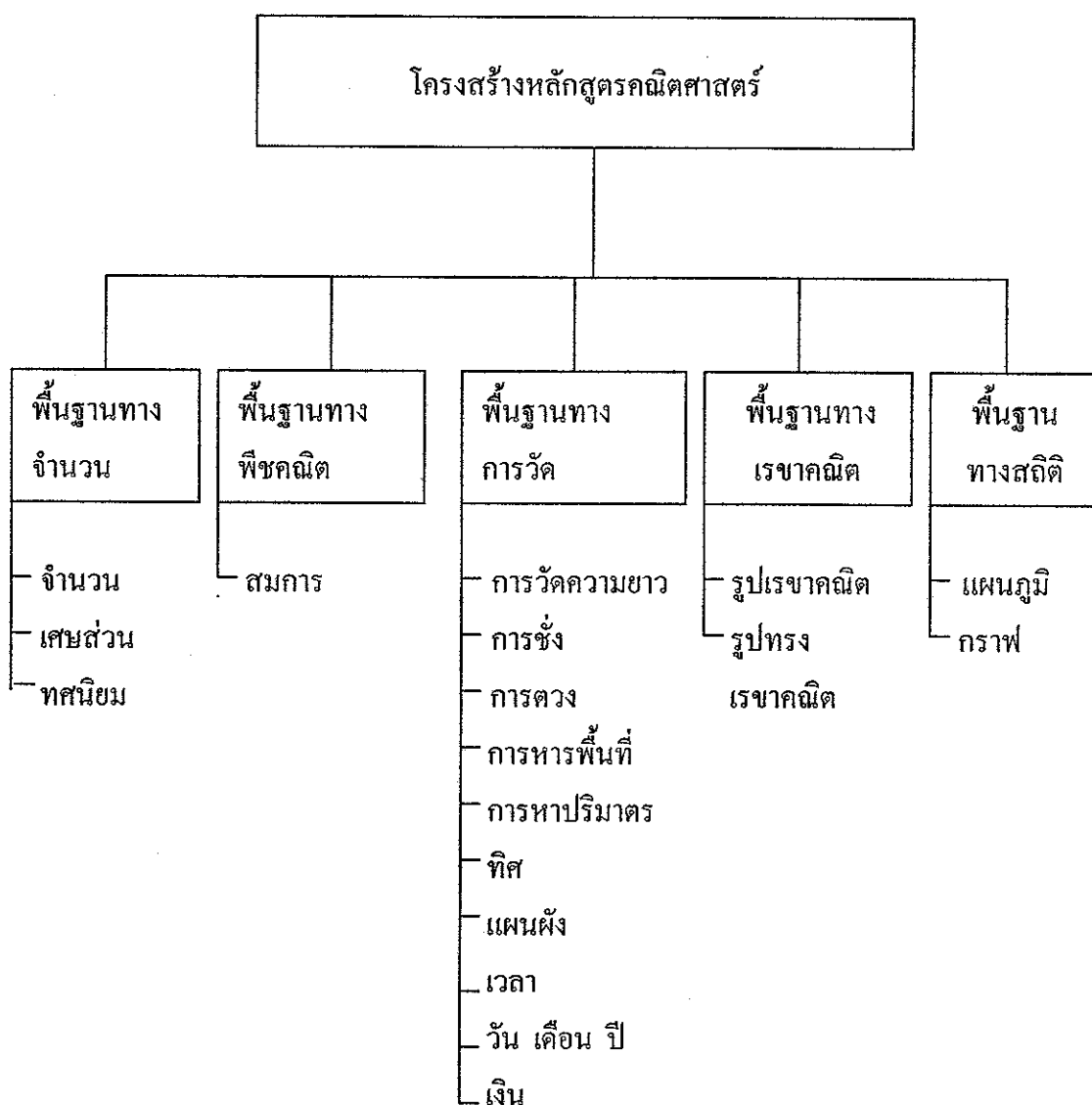
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

4. สามารถนำประสบการณ์ทางความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

จากจุดประสงค์ของหลักสูตรดังกล่าวจะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มุ่งเน้นให้ผู้เรียนนำความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการฝึกฝนไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้การดำรงชีวิตประจำวันอยู่ในสังคมอย่างมีความสุข ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า “มโนทัศน์” หลักและทักษะในการแก้ปัญหาเป็นผลผลิตเบื้องต้นของการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยของมนุษย์ (Levin & Allen, 1976, p. 191)

โครงสร้างหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด มีโครงสร้าง มีความเป็นเหตุเป็นผลต่อกันและเป็นการใช้สัญลักษณ์จากความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์สามารถนำไปวิเคราะห์สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้และปรับปรุงกลวิธีในการสอนสามารถเลือกวัสดุอุปกรณ์ประกอบการสอนได้เหมาะสมกับเนื้อหาตามโครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยพื้นฐานในด้านต่าง ๆ 5 พื้นฐานดังนี้

1. พื้นฐานทางจำนวน เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม เป็นต้น
2. พื้นฐานพีชคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับพื้นฐานทางจำนวน เช่น สมการ
3. พื้นฐานการวัด เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องการวัดความยาว การชั่ง การตวง การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทิศ แผนที่ วัน เดือน ปี เป็นต้น
4. พื้นฐานทางเรขาคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องรูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิต
5. พื้นฐานทางสถิติ เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเกี่ยวข้องกับเรื่องการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบแผนภูมิและกราฟ



ภาพที่ 1 แผนภูมิโครงสร้างหลักสูตรคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2535, หน้า 18)

เนื้อหา หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)ได้กำหนดเนื้อหาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ประกอบด้วยเนื้อหาและสาระสำคัญ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2534, หน้า 14)

จำนวนและตัวเลข จำนวนไม่เกิน 1,000 การบอกจำนวนของสิ่งของหรือภาพของสิ่งของ การใช้ตัวเลขฮินดูอารบิก ตัวเลขไทย และตัวหนังสือ แทนจำนวนหลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย ค่าประจำหลัก และการใช้ 0 เพื่อยึดตำแหน่งของหลักการกระจายตัวเลขตามค่าประจำหลัก การเปรียบเทียบจำนวนและการใช้สัญลักษณ์ $=, \neq, >, <$ การเรียงลำดับจำนวนที่มีค่าน้อยไปหาจำนวนที่มีค่ามาก หรือจากจำนวนมากไปหาน้อย

การบวก การบวกจำนวนซึ่งมีผลบวกไม่เกิน 1,000 การบวกจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 100 มีการทดหลักหน่วยไปหาหลักสิบตามแนวตั้งและแนวนอน การบวกจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 1,000 มีการทดเพียงหลักเดียวคือ จากหลักหน่วยไปหลักสิบหรือจากหลักสิบไปหลักร้อยตามแนวตั้งและแนวนอน

การลบ การลบจำนวนซึ่งมีตัวตั้งไม่เกิน 1,000 การลบจำนวนสองจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100 มีการกระจายจากหลักสิบไปหาหลักหน่วยตามแนวตั้งและแนวนอน การลบจำนวนสองจำนวนที่ตัวตั้งไม่เกิน 1,000 มีการกระจายเพียงหลักเดียวคือจากหลักร้อยไปหลักสิบหรือจากหลักสิบไปหลักหน่วยตามแนวตั้งและแนวนอน ความสัมพันธ์ของการบวกและการลบ โจทย์ปัญหา

การนับเพิ่มและการนับลด การนับเพิ่มและการนับลดทีละเท่า ๆ กัน การจัดและการแบ่งสิ่งของทีละเท่า ๆ กัน การบวกและการลบทีละเท่า ๆ กัน โจทย์ปัญหา

การคูณ ความหมายของการคูณ สัญลักษณ์ $\times$ และการเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงการคูณ การหาผลคูณของจำนวนที่มีหลักเดียวกับจำนวนที่มีหลักเดียว การหาผลคูณของจำนวนที่มีหลักเดียวกับจำนวนที่มีสองหลัก การสลับที่ของการคูณ โจทย์ปัญหา

การหาร ความหมายของการหาร สัญลักษณ์ $\div$ การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของการหาร การหาผลหารซึ่งตัวหารและผลหารเป็นตัวเลขหลักเดียวและหารลงตัว ความสัมพันธ์ของการคูณและการหาร การหาผลหารและเศษซึ่งตัวหารและผลหารเป็นเลขหลักเดียวและหารไม่ลงตัว การตรวจคำตอบ โจทย์ปัญหา

เศษส่วน การแบ่งของเป็น 2 ส่วน 3 ส่วน 4 ส่วน เท่า ๆ กัน ความหมายของ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ การเขียนและการอ่านเศษส่วน

2 3 4

การวัดความยาว การเปรียบเทียบความยาวความสูงหรือระยะทางที่มีหน่วยเดียวกัน การเปรียบเทียบหน่วยการวัดความยาวระหว่างเซนติเมตรและเมตร การวัดโดยใช้เครื่องมือสำหรับ

วัดความยาวที่เป็นมาตรฐานและใช้หน่วยเป็นเซนติเมตร เมตร การคาดคะเนความยาวและระยะทางสั้น ๆ เป็นเซนติเมตร เมตร โจทย์ปัญหา

การชั่ง การชั่งโดยใช้เครื่องชั่งและใช้หน่วยเป็นกรัม กิโลกรัม ชีด การเปรียบเทียบน้ำหนักกระหว่างกรัมกับกิโลกรัม กรัมกับชีด ชีดกับกิโลกรัม การเปรียบเทียบน้ำหนักสิ่งของต่างๆ การคณน้ำหนักเป็นกิโลกรัม โจทย์ปัญหา

การตวง การตวงโดยใช้เครื่องมือตวงและใช้หน่วยเป็นลิตร การเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งของที่ตวงได้หรือความจุของภาชนะ โจทย์ปัญหา

เงินและการบันทึกการรับรายจ่าย ลักษณะและค่าของธนบัตรของไทยที่ใช้ในชีวิตประจำวัน การเปรียบเทียบค่าของเงินเหรียญและธนบัตร การอ่านและการเขียนจำนวนเงินเป็น บาท สตางค์ และแบบใช้จุด การใช้เงิน การทอนเงิน โจทย์ปัญหา

เวลา การบอกเวลาจากหน้าปัดนาฬิกาเป็นชั่วโมงตรง การเปรียบเทียบ วันกับชั่วโมง ชั่วโมงกับนาที การบอกเวลาจากหน้าปัดนาฬิกาเป็นชั่วโมงและนาที เฉพาะ 5 นาที 10 นาที 15 นาที ฯลฯ การบันทึกเวลาจากหน้าปัดนาฬิกา วัน เดือน ปี จากปฏิทินที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์หรือกิจกรรมต่างๆ โจทย์ปัญหา

โจทย์ปัญหาระคน โจทย์ระคนเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร โจทย์ปัญหาระคนเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร

รูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิต การจำแนกรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม และรูปวงรี จำนวนด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม การเขียนรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม การเขียนรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม และวงรีโดยใช้แบบรูป การจำแนกทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก และทรงกลม การจำแนกระหว่างรูปสี่เหลี่ยมกับทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปวงกลมกับทรงกลม

การจัดการเรียนการสอน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2535, หน้า 5-7) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังนี้

1. ขั้นทบทวนพื้นฐานความรู้เดิม
2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่โดยเริ่มจาก
 - 2.1 การใช้ของจริง
 - 2.2 การใช้รูปภาพ
 - 2.3 การใช้สัญลักษณ์
3. ขั้นสรุปหลักการคิดลัดเป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปหาวิธีการคิดเร็วกว่าปกติ

4. ขั้นฝึกทักษะการคำนวณเป็นขั้นที่นักเรียนนำสูตร ทฤษฎีหรือกฎที่สรุปมาฝึกทักษะการคิดคำนวณ

5. ขั้นนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

6. ขั้นการประเมินผล เป็นการตรวจสอบเพื่อวัดระดับความสามารถของนักเรียนในการที่จะผ่านเกณฑ์หรือไม่ และสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์

ลำดับขั้นตอนในการสอนดังกล่าวนี้เป็นเพียงหลักกว้าง ๆ สำหรับครูจะได้นำไปเป็นแนวทางในการพิจารณาวางแผนการสอนซึ่งครูอาจจะพิจารณาเพิ่มเติมขั้นตอนปลีกย่อยที่เห็นว่าสมควรและทำให้การเรียนการสอนได้ผลดี เช่น อาจเพิ่มเติมกิจกรรมเพื่อให้เกิดความคงทนในการจำสิ่งที่ได้เรียนไปแล้วด้วยวิธีการต่าง ๆ

อนึ่งวิชาคณิตศาสตร์นับเป็นวิชาหนึ่งที่ต้องมีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่บ่อย ๆ จึงขอกล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีขั้นตอนใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจให้ถ่องแท้

1.1 นำโจทย์มาสร้างสถานการณ์ให้นักเรียนได้ตระหนักว่าปัญหานี้อาจเกิดขึ้นในการดำรงชีวิต

1.2 อภิปรายโจทย์ปัญหาเพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจโจทย์ปัญหา

เมื่อเข้าใจโจทย์แล้วรวบรวมแนวคิดที่ได้ว่าในการหาคำตอบจะต้องรู้สิ่งต่อไปนี้ (สิ่งที่โจทย์ให้มา) (สิ่งที่โจทย์ต้องการหา)

2. หาวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

2.1 ให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้อุปกรณ์ของจริง ใช้การเขียนภาพ ใช้การเขียนตาราง เขียนรายที่สำคัญจากปัญหา ติดตามเหตุผล

2.2 ให้นักเรียนพิจารณาว่าควรเลือกใช้วิธีการใดจะสะดวกกว่ากัน

2.3 สรุปขั้นตอนการหาคำตอบ

2.4 เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3. ลงมือแก้ปัญหาดตามวิธีที่คิดไว้

3.1 ให้นักเรียนลงมือหาคำตอบตามประโยคสัญลักษณ์ อาจให้เขียนแสดงวิธีทำโดยทำตามขั้นตอนที่คิดไว้

3.2 ครูคอยให้กำลังใจนักเรียนในการปฏิบัติข้างต้น เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อหน่ายแต่พอใจในการปฏิบัติ

3.3 ครูคอยให้คำปรึกษาถ้านักเรียนมีปัญหา เมื่อได้คำตอบควรพิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบ ถ้าพบว่าไม่น่าเป็นไปได้ ก็ให้พิจารณาหาข้อบกพร่องและหาวิธีแก้ไข

4. ตรวจสอบคำตอบ

4.1 ให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ ถ้าพบว่าถูกต้องควรเสริมแรงให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจ

การวัดผลและประเมินผล เป็นกระบวนการต่อเนื่อง มีระบบ แบบแผนและต้องกระทำอย่างสม่ำเสมอ การวัดผลและประเมินผลมิได้เป็นเพียงกระบวนการที่ช่วยให้ผู้สอนทราบว่าผู้เรียนสอบได้หรือสอบตกหรือได้กี่เปอร์เซ็นต์ เท่านั้นแต่เป็นกระบวนการที่ควบคู่ไปกับการศึกษาอบรมและพัฒนาความเจริญงอกงามให้เกิดในตัวผู้เรียน การวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาตามระเบียบของกระทรวงศึกษาธิการกำหนดแนวปฏิบัติไว้ดังนี้

1. การวัดผลจะวัดตามแบบของการวัดผลตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
2. การวัดผลตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม จะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อมีการวัดผลอย่างน้อย 3 ระยะ คือ

2.1 การวัดผลก่อนเรียน เป็นการวัดเพื่อที่จะดูพฤติกรรมก่อนเรียนของนักเรียน

2.2 การวัดผลระหว่างเรียน เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเรียนการสอนหรือในประกาศของกระทรวงศึกษาธิการเรื่อง แนวปฏิบัติเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียนของโรงเรียนประถมศึกษาหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการประเมินผลย่อย

2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หรือที่เรียกในประกาศกระทรวงศึกษาธิการว่า การประเมินผลรวม ซึ่งมีจุดประสงค์ที่ตรวจสอบผลจากการที่เด็กเรียนไปแล้วระยะหนึ่งว่า ความรู้ที่เด็กได้นั้นยังอยู่ห่างไกลจากเป้าหมายเพียงใด

หลักการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ การประเมินผลในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญต่อการสอนของครู การสอนของครูจะมีประสิทธิภาพดีเพียงใดนั้นย่อมขึ้นอยู่กับว่าครูได้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถทางการเรียนของนักเรียนอยู่เสมอ ซึ่งเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2535, หน้า 6-7) ได้กำหนดวิธีการในการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การตรวจสอบความรู้พื้นฐาน และทักษะเบื้องต้นของนักเรียนก่อนที่จะทำการสอนในชั้นสูงต่อไป

2. การประเมินผลระหว่างเรียนเพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดในแบบ ป. 02 หรือไม่ เพื่อพัฒนาปรับปรุงการเรียน การสอน ถ้านักเรียนไม่ผ่าน “ เกณฑ์ ” ต้องทำการสอนซ่อมเสริมให้กับผู้เรียน

3. การประเมินผลปลายภาคเรียนหรือปลายปีเป็นการสรุปผลเพื่อแจ้งให้ผู้ปกครองทราบผลการเรียน โดยตัวเลขบอกระดับคะแนน

4. การประเมินเพื่อตัดสินการเรียนรู้จะต้องประเมินเมื่อเรียนครบทุกจุดประสงค์เท่านั้น

การวัดผลและประเมินผลการเรียนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ได้นำจุดประสงค์การเรียนรู้กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ตามลักษณะพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย ซึ่งสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์นี้เรียกว่า “ สมรรถภาพ ” สมรรถภาพของกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์มี 8 ข้อ แล้วนำสมรรถภาพมาสร้างเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดไว้ใน ป. 02 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จำนวน 13 ข้อ เพื่อให้ครูสามารถประเมินเพื่อนำผลมาพัฒนาการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่อง ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตารางที่ 1 แสดงกรอบจุดประสงค์การเรียนรู้ ใน ป. 02 กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์

สมรรถภาพ	จุดประสงค์การเรียนรู้ ชั้น ป.1-2
1. ความรู้ ความเข้าใจ	1. มีความรู้ ความเข้าใจคณิตศาสตร์พื้นฐาน
2. ทักษะการคิดคำนวณ	2. มีทักษะการคิดคำนวณ
3. กระบวนการทางคณิตศาสตร์	3. มีความสามารถในการจำแนก 4. มีความสามารถในการจัดกลุ่ม 5. มีความสามารถในการหาความสัมพันธ์ 6. มีความสามารถสร้างข้อสรุปที่มีเหตุผล
4. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	7. มีความสามารถในการนำเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันมาตั้งเป็นโจทย์ 8. มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
5. เจตคติต่อคณิตศาสตร์	9. มีความตั้งใจเรียนคณิตศาสตร์ 10. มีความกระตือรือร้นที่ทำงานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
6. การนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน	11. มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่าง คณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
7. ใช้คณิตศาสตร์ในวิชาอื่น	12. มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น
8. ทักษะการปฏิบัติ	13. มีทักษะการปฏิบัติกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่าการประเมินผลเป็นการตรวจสอบความรู้พื้นฐานและทักษะเบื้องต้นของนักเรียนก่อนที่จะทำการสอนอีกทั้งช่วยให้ครูสามารถนำผลการประเมินทั้งในระหว่างเรียนและหลังเรียนมาปรับปรุงเทคนิควิธีการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังเพิ่มแรงจูงใจในการเรียนของนักเรียนเมื่อครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนได้ทราบถึงระดับความสามารถของนักเรียนภายหลังการประเมินเพื่อให้นักเรียนจะได้มีความพยายามและพัฒนาตนเองให้มากยิ่งขึ้น

กระทรวงศึกษาธิการ (2534, หน้า 12 – 20) ได้ประกาศใช้ระเบียบกระทรวงศึกษาธิการ ว่าด้วยการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งสามารถสรุปหลักการประเมินผลการเรียนได้ดังนี้

1. ให้โรงเรียนมีหน้าที่ประเมินผล ตัดสิน และอนุมัติผลการเรียนทุกชั้น
 - 1.1 ให้โรงเรียนมีหน้าที่ประเมินผลการเรียนรู้ทุกประเภททั้งการประเมินผลก่อนเรียน การประเมินผลการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ และการประเมินผลการเรียนปลายภาคเรียนหรือ ปลายปีทุกกลุ่มประสบการณ์ทุกชั้นเรียน
 - 1.2 ให้โรงเรียนตัดสินผลการเรียน โดยพิจารณาจากเกณฑ์การตัดสินในเรื่อง เวลา เรียนการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้และการประเมินผลการเรียนปลายปี
 - 1.3 อนุมัติผลการเรียนในแต่ละกลุ่มประสบการณ์ อนุมัติการเลื่อนชั้นเรียน และ อนุมัติให้ผู้เรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งถือเป็นการจบหลักสูตรด้วย
2. ให้มีการประเมินผลการเรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนและเพื่อตัดสินผลการเรียน
3. ให้หน่วยงานที่ควบคุมดูแลโรงเรียนประถมศึกษาและกรมวิชาการตรวจสอบ มาตรฐานการศึกษาของโรงเรียนต่าง ๆ เป็นระยะ ๆ
4. การประเมินผลการเรียน ให้แจ้งผลเป็นระดับผลการเรียนใช้ตัวเลขแสดงระดับ ผลการเรียนดังนี้
 - 4 หมายถึง ผลการเรียนดีมาก
 - 3 หมายถึง ผลการเรียนดี
 - 2 หมายถึง ผลการเรียนปานกลาง
 - 1 หมายถึง ผลการเรียนผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด
 - 0 หมายถึง ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

5. การพิจารณาตัดสินผลการเรียนเพื่อเลื่อนชั้นเรียนให้พิจารณาจากผลการเรียนกลุ่มทักษะ กลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต กลุ่มสร้างเสริมลักษณะนิสัย และกลุ่มงานพื้นฐานอาชีพเท่านั้น ส่วนกลุ่มประสบการณ์พิเศษนั้น ให้โรงเรียนแยกประเมินต่างหาก เพื่อศึกษาความก้าวหน้าจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน และไม่นำมาพิจารณาตัดสินผลการเรียน

6. เกณฑ์การตัดสินผลการเรียน นักเรียนที่จะได้เลื่อนชั้นได้จะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

6.1 มีเวลาเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของเวลาเรียนทั้งหมด

6.2 ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้สมุดประจำชั้นไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนจุดประสงค์ในแต่ละกลุ่มประสบการณ์

6.3 เฉพาะชั้นประถมศึกษาปีที่ 2, 4 และ 6 การประเมินผลการเรียนปลายปีจะต้องได้ระดับผลการเรียนของแต่ละกลุ่มประสบการณ์ ตั้งแต่ 1 ขึ้นไป

ในเรื่องของการวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เปิดโอกาสให้ผู้บริหารโรงเรียนและครูผู้สอน มีเสรีภาพมากขึ้นเข้าทำนองผู้สอนเป็นผู้สอบ ยกเว้นการวัดผลปลายปีในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การวัดผล มิใช่เพื่อตัดสินได้ตกเพียงอย่างเดียวแต่วัดผลเพื่อปรับปรุงการเรียนของนักเรียน และการสอนของครูอีกด้วย

การประเมินผลในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญต่อการสอนของครู การสอนของครูจะมีประสิทธิภาพเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับว่าครูได้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถทางการเรียนของนักเรียนหรือไม่ ฉะนั้นครูผู้สอนจึงต้องมีการประเมินความสามารถของนักเรียนอยู่เสมอซึ่งเกี่ยวข้องการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ ของสถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2535, หน้า 9) ได้กำหนดวิธีการในการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การตรวจสอบความรู้พื้นฐานและทักษะเบื้องต้นของนักเรียนก่อนที่จะทำการสอนในชั้นสูงขึ้นไปส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ให้วัดความพร้อมของเด็ก

2. การประเมินผลระหว่างเรียน เพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดในแบบ ป.02 หรือไม่ เพื่อพัฒนาปรับปรุงการเรียนการสอนถ้านักเรียนไม่ผ่าน “เกณฑ์” ต้องสอนซ่อมเสริมให้

3. การประเมินผลปลายภาคเรียนหรือปลายปี เป็นการสรุปผลเพื่อแจ้งให้ผู้ปกครองทราบผลการเรียน โค้ดตัวเลขบอกระดับคะแนน

4. การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียน จะต้องประเมินเมื่อเรียนครบทุกจุดประสงค์แล้วเท่านั้น

นอกจากนี้ (ประภาพรรณ ทองเลิศ, 2538 หน้า 22) ยังได้กล่าวถึงในเรื่องการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดีกว่าเมื่อครูจะประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การประเมินผลคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมส่วนหนึ่งของการสอนที่จะเกิดขึ้นได้ทุกขั้นตอนของการเรียนการสอน ทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน
 2. การประเมินผลคณิตศาสตร์ ไม่ควรประเมินเฉพาะความรู้ทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว ควรประเมินครอบคลุมไปถึงเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย
 3. วิธีการประเมินผลคณิตศาสตร์มีหลายวิธีด้วยกัน จะใช้วิธีใดขึ้นอยู่กับผลที่ต้องการทราบและเป็นวิธีที่สอดคล้องกับความสนใจและความสามารถของนักเรียน แหล่งวิชาในโรงเรียน และชุมชนด้วย
 4. การประเมินผลมีวัตถุประสงค์จะตรวจสอบว่า นักเรียนมีความก้าวหน้าในการเรียนคณิตศาสตร์ดังจุดประสงค์ที่ตั้งไว้เพียงใด ดังนั้นการประเมินผลคณิตศาสตร์จึงตั้งอยู่กับจุดประสงค์ที่เด่นชัด
 5. ในการประเมินผลคณิตศาสตร์ ครูควรตั้งคำถามไว้ในใจเสมอว่านักเรียนต้องแสดงพฤติกรรมชนิดใดจึงจะถือว่าเป็นความสำเร็จ หรือ ความล้มเหลวในการเรียนรู้ พฤติกรรมที่ว่านั้นต้องเกิดขึ้นในสภาพการณ์อย่างไรและที่ไหน และสามารถบันทึกพฤติกรรมได้โดยวิธีใด
- จากศึกษาสรุปได้ว่า การวัดผลและการประเมินผลคณิตศาสตร์ เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่จะทำการประเมินเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน โดยตรวจสอบความรู้พื้นฐาน ตรวจสอบความสามารถตามจุดประสงค์ ตรวจสอบผลการเรียนของผู้เรียน รวมทั้งทำการประเมินผลเพื่อตัดสินผลการเรียน โดยรวบรวมจุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดคะแนนและสร้างข้อสอบวัดผลและประเมินผลการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ เสนอผลการสอนและระดับผลการเรียน

การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

ความหมายของการสอน การสอนเป็นกระบวนการที่ครูจัดขึ้นเพื่อให้ความรู้แก่นักเรียน ซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญมากในการเรียนการสอน การสอนที่ดีและเหมาะสมกับเนื้อหาวิชาจะทำให้การเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสอนไว้ดังนี้ การสอน หมายถึง การจุดประกายการที่ที่เหมาะสมให้นักเรียนได้ปะทะเพื่อที่จะให้เกิดการเรียนรู้หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปในทางที่ดีขึ้น (สุพิน บุญชูวงศ์, 2536 หน้า 3) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525, หน้า 70) ได้กล่าวไว้ว่า การสอน หมายถึง การจัดสิ่งแวดล้อมและกิจกรรมเพื่อให้บรรลุถึงระดับการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ นอกจากนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2537, หน้า 2) ได้กล่าวไว้ว่า การสอน หมายถึง การจัดสิ่งแวดล้อมและ กิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

สรุปได้ว่า การสอน หมายถึง การจัดกิจกรรมและประสบการณ์ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้ ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และพัฒนาการทางด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา

ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเน้นความเข้าใจ โครงสร้าง ความสัมพันธ์ของเนื้อหาการเรียนการสอนจะมุ่งให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง การคิดคำนวณจะเน้นกระบวนการขั้นตอนที่สมเหตุสมผลมีความรัดกุมเน้นการนำไปใช้จัดเนื้อหา วิชาให้สัมพันธ์กันและการประยุกต์จะเป็นสิ่งที่ช่วยให้การเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อชีวิต ประจำวัน ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องกำหนดความมุ่งหมายไว้อย่างเด่นชัดเพื่อ เป็นแนวทางในการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียน ประยูร อาษานาม (2537, หน้า 2) ได้ให้แนวคิด ว่าความมุ่งหมายคณิตศาสตร์ควรจะสอดคล้องกับปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ได้จากการค้นพบของนักคณิตศาสตร์เราควร หาแนวทางหรือสถานการณ์ที่ชี้แนะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเอง
2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรม ซึ่งยากแก่การเข้าใจการเรียนการสอนควร เริ่มจากความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะชักนำไปสู่นามธรรม
3. การประยุกต์หรือการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันเป็นสิ่งที่ควร เน้นเป็นอย่างยิ่ง

ปรัชญาดังกล่าวข้างต้นสามารถยึดเป็นแนวทางในการกำหนดความมุ่งหมายของการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ทั้งในระยะยาวและระยะสั้นหรือทั้งความมุ่งหมายทั่วไปและความมุ่งหมาย เฉพาะ

กลาซ คราเมอร์ (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 3 อ้างอิงจาก Klass Kramer, 1975, p. 5) ได้กล่าวถึงความมุ่งหมายการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างของระบบจำนวนจริง ความรู้เบื้องต้นทางเรขาคณิต และ หลักเบื้องต้นของกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. ให้นักเรียนเข้าใจความหมายของศัพท์และสัญลักษณ์เกี่ยวกับปริมาณ กราฟ ตาราง แผนภูมิ รูปทรง และการวัด
3. ให้นักเรียนมีทักษะในการคิดอย่างมีเหตุผลและการสรุปรวบรวมความคิด
4. ให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณอย่างมีเหตุผลด้วยความรวดเร็วและแม่นยำ
5. ให้นักเรียนมีทักษะในการประเมินความถูกต้องของผลการคิดคำนวณ
6. ให้นักเรียนมีทักษะในการประยุกต์หลักการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ หรือสาขาวิชาอื่น ๆ รวมทั้งปัญหาในชีวิตประจำวัน

7. ให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

8. ให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นการให้เหตุผล

จากความมุ่งหมายในการสอนคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ว่า ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มีทักษะในการคิดคำนวณ และเน้นให้ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้มีอิทธิพลต่อการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นผลผลิต กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาจำเป็นต้องสอดคล้องกับจิตวิทยาการเรียนรู้ของเด็ก เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ได้มากที่สุด

ทฤษฎีการเรียนรู้ของพียาเจต์ พียาเจต์ ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาเป็น 4 ขั้น (บุญทัน อยู่ชมบุญ, 2529, หน้า 26-32 อ้างอิงจาก Piaget, 1952)

1. ระยะการใช้อวัยวะรับรู้ (sensory motor stage) อายุ 0-2 ปี เป็นวัยที่จะเรียนรู้จากการสัมผัสและการเคลื่อนไหว ด้านภาษา เริ่มหัดพูดเป็นคำ เริ่มใช้ท่าทางช่วย ยังคิดหรือจินตนาการไม่เป็น การมองและคิดยังมีเพียงด้านเดียว คิดแบบตรงไปตรงมา คิดย้อนกลับหรือคิดย้อนกลับไม่ได้

2. ระยะเริ่มต้นกระบวนการคิด (preoperation stage) อายุ 2 - 7 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ขึ้นอยู่กับความรู้เป็นส่วนใหญ่ไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลและมีความคิดรวบยอดได้อย่างลึกซึ้ง แต่เป็นวัยที่จะเรียนรู้ทางภาษาเป็นไปอย่างรวดเร็ว พูดเป็นเรื่องเป็นราวได้ เป็นวัยช่างพูดเลียนแบบลองผิดลองถูกตามที่เห็นเท่านั้น สนใจสิ่งลึกลับแปลก ๆ เริ่มเชื่อโดยไม่มีเหตุผล

3. ระยะกระบวนการคิดในเรื่องรูปธรรม (concrete operation stage) อายุ 7-11 ปี เป็นวัยที่เริ่มมีความคิดที่มีเหตุผลแต่เป็นความคิดที่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์เฉพาะหน้าและสิ่งที่เป็นรูปธรรม ยังไม่เข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม เรียนรู้ด้วยการกระทำได้ดีที่สุดหรือวัยช่างทำ สามารถแบ่งประเภทสิ่งของได้ จัดเรียงลำดับได้ สร้างเกณฑ์ในการแบ่งได้โดยได้เห็นของจริงที่มีตัวตน สามารถมองเห็นที่ละหลายมิติได้และสามารถคิดย้อนกลับได้

4. ระยะกระบวนการคิดที่เป็นแบบแผน (formal operation stage) อายุ 12 ปี เป็นวัยที่เรียนรู้และคิดในเชิงนามธรรมได้ดี หรือวัยช่างคิดสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่โดยจะระลึกถึงสิ่งที่ไม่มีความจริงหรือนามธรรม นั่นคือการคิดแบบตั้งสมมติฐาน รู้จักทบทวนได้แย่ง

กับความคิดเห็นได้อย่างกว้างขวาง มีการวางแผนวิธีการแก้ปัญหาทุกอย่างที่จะเป็นไปได้จากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของพียาเจต์ (Piaget) บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 30) ได้สรุปขั้นตอนการใช้ความคิดด้วยรูปธรรม (concrete operational stage) ไว้ว่าช่วงอายุ 7-11 ปี ซึ่งเทียบกับชั้น ป.1-6 เด็กวัยนี้เริ่มมีความคิดที่มีเหตุผลแต่เป็นความคิดที่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์เฉพาะหน้าและสิ่งที่เป็นรูปธรรม เรียนรู้ด้วยการกระทำ ลักษณะสำคัญของขั้นนี้คือ

1. เด็กสามารถคิดหาเหตุผลได้จากวัตถุสิ่งของที่เป็นรูปธรรม
2. สามารถแก้ปัญหาได้จากสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม
3. สามารถแบ่งประเภทสิ่งของได้จัดเรียงลำดับได้สร้างเกณฑ์ในการแบ่งได้โดยไม่ต้องเห็นของจริงที่มีตัวตนได้
4. สามารถเลื่อนไหวได้คล่องแคล่ว
5. สามารถมองที่ละหลายมิติได้คิดและเห็นคุณสมบัติของวัตถุสิ่งของได้หลาย ๆ ด้านสามารถคิดย้อนกลับได้
6. มีความคิดความเข้าใจในการสร้างสมมติฐานยาก ๆ ได้

การค้นพบที่สำคัญอีกประการหนึ่งของ เพียเจต์ ที่มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากคือการค้นพบที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์การมีประสบการณ์ตรงหรือการได้ปฏิบัติจริงกับการสร้างความรู้สึกรู้ของเด็ก เพียเจต์ แยกความรู้เป็น 3 ประเภทคือ (ลาวัลย์ พลกล้า, 2539, หน้า 160)

1. ความรู้กายภาพ เป็นผลมาจากการกระทำของเด็กต่อสิ่งที่เด็กได้เล่นสัมผัสจับต้อง ทดลองชิม พิสูจน์กลิ่น เป็นความรู้ประเภทค้นพบซึ่งได้มาจากประสบการณ์ที่เด็กสร้างขึ้นเอง
2. ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และการใช้เหตุผล เป็นผลมาจากการกระทำของเด็กโดยใช้วัตถุต่าง ๆ เป็นสื่อกลาง การที่เด็กได้สำรวจหรือกระทำในรูปแบบต่าง ๆ จากวัตถุเด็กจะถึงความเข้าใจไม่ใช่จากวัตถุแต่จากการกระทำ ความรู้ชนิดนี้จะเกิดขึ้นเมื่อมีการกระทำหลาย ๆ อย่างที่พร้อมกันหรือประสานสัมพันธ์กันอย่างดี มิใช่เกิดจากการกระทำเพียงครั้งเดียว

3. ความรู้เกี่ยวกับสังคม เกิดจากประสบการณ์ทางด้านสังคมของเด็ก การเรียนรู้ภาษาค่านิยม จริยธรรม เป็นตัวอย่างของความรู้ที่เด็กสร้างขึ้นจากการมีส่วนร่วมในสังคม

โดยสรุปจากทฤษฎีของ เพียเจต์ แสดงให้เห็นว่า

1. มโนคติทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นด้วยตัวของเด็กเองจากการกระทำตามธรรมชาติโดยมีวัตถุประสงค์เป็นสื่อ
2. เด็กสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่ได้เด็กสามารถเข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย

3. เด็กควรจะได้เข้าใจมโนคติต่าง ๆ ในลักษณะที่เป็นรูปธรรมก่อนจะได้เรียนหรือใช้มโนคติเหล่านั้นอย่างนามธรรม

ทฤษฎีของบรูเนอร์ (ชัยวัฒน์ จันทรกุล, 2544, หน้า 12 อ้างอิงจาก Bruner, 1966) บรูเนอร์เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันที่มีชื่อเสียงทฤษฎีหรือแนวคิดของบรูเนอร์ มีอิทธิพลต่อการจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มาก เขาสนับสนุนการเรียนรู้ด้วยการค้นพบและมีความเชื่อว่า

1. กระบวนการแก้ปัญหา ควรเป็นผลสำคัญของการศึกษามากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง

2. การที่เด็กจะเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เขาควรจะได้ร่วมในกระบวนการค้นพบ หรือกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง การจดจำข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์มีความจำเป็นในบางกรณีเท่านั้น เช่น การที่สิ่งเหล่านั้นจำเป็นต้องใช้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

3. การที่เด็กได้จับต้องสิ่งของในสิ่งแวดล้อมเป็นสิ่งจำเป็นต่อการสร้างมโนคติ หรือการพัฒนาความคิดตามลำดับขั้น

ระดับการเรียนรู้ตามทฤษฎีของบรูเนอร์มี 3 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ขั้นปฏิบัติด้วยวัตถุของจริง (enactive) ขั้นนี้เป็นแรกเริ่มของการสร้างมโนคติเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนเด็กควรจะได้เล่น ได้สัมผัสวัตถุของจริงเพื่อให้เกิดจินตนาการนำไปสู่ความเข้าใจมโนคติ

ระดับที่ 2 ขั้นใช้ภาพในในแทนวัตถุ (iconic) ขั้นนี้เป็นขั้นที่เด็กค่อย ๆ สร้างภาพของการใช้วัตถุจริงแทนสัญลักษณ์ที่เขาเห็น

ระดับที่ 3 ขั้นใช้สัญลักษณ์ (symbolic) ในขั้นนี้เด็กจะสามารถใช้สัญลักษณ์แทนของจริงและจินตนาการภาพของจริง

ระดับขั้นการเรียนรู้ทั้ง 3 ระดับนี้มีประโยชน์โดยตรงต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์จากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่นามธรรม ซึ่งทฤษฎีของบรูเนอร์มีลักษณะที่เน้นตัวนักเรียนเช่นเดียวกับพือาเจต์ เขาเสนอวิธีการเรียนรู้ด้วยการค้นพบที่ครูให้คำแนะนำน้อยที่สุดให้นักเรียนทดลองด้วยตนเองมากที่สุด

สรุปได้ว่าทฤษฎีของบรูเนอร์มีลักษณะที่เน้นตัวนักเรียนเช่นเดียวกับพือาเจต์ เขาเสนอวิธีการเรียนรู้ด้วยการค้นพบที่ครูให้คำแนะนำน้อยที่สุดให้นักเรียนทดลองด้วยตนเองมากที่สุด

ทฤษฎีของกานเย กานเยเชื่อว่าผลิตผลปลายทางหรือสิ่งที่นักเรียนรู้ซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการเรียนมีความสำคัญ เด็กอาจจะเรียนรู้โดยกระบวนการใด ๆ ก็ได้ รวมทั้งการเรียนรู้โดยการค้นพบเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ต้องการ เขาเรียกผลการเรียนรู้ปลายทางว่าสมรรถภาพ

(capability) ซึ่งเป็นผลการเรียนเนื้อหาต่าง ๆ การเรียนเพื่อให้เกิดสมรรถภาพที่ปรารถนาครูต้องจัดประสบการณ์เรียนการสอนอย่างเหมาะสม

วิธีการของกานเย้นั้นเริ่มจากครูกำหนดหัวข้อที่จะเรียนหรือสมรรถภาพที่ต้องการแล้ว สิ่งแรกที่ครูต้องทำคือ การวิเคราะห์งานว่าประกอบด้วยอะไรบ้าง การวิเคราะห์นั้นจะมีองค์ประกอบ ได้แก่

1. ตัวแปรในการสอน หมายถึงหน้าที่หรือองค์ประกอบที่ครูจะต้องทำเพื่อเสนอเนื้อหาใหม่หรือหลักการแก่นักเรียนได้แก่ การให้คำจำกัดความของสมรรถภาพที่ต้องการ การเตรียมการ การแนะนำ การคิด

2. ลำดับเนื้อหาเรื่อง ได้แก่ การจัดลำดับเนื้อหาเพื่อพิจารณาว่าจะสอนเนื้อใดก่อนและหลัง การวิเคราะห์เช่นนี้จะทำให้มองเห็นความสัมพันธ์หรือโครงสร้างของสมรรถภาพที่ต้องการว่าจะต้องประกอบด้วยเนื้อหาย่อยอะไรบ้าง และมีลำดับอย่างไร เนื้อหาใดจำเป็นต้องเรียนรู้ก่อนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาขั้นต่อไป

การนำเด็กไปสู่สมรรถภาพที่ต้องการอาจจะมีหลายขั้นตอนขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน การพิจารณาว่าจะเริ่มที่ขั้นตอนใดก็ขึ้นอยู่กับนักเรียนซึ่งมีพื้นฐานต่างกัน และใช้วิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ กัน เด็กบางคนสามารถเรียนโดยการค้นพบ เด็กบางคนจะต้องใช้วิธีการที่มีโครงสร้างและแนวทางที่ชัดเจน กานเย เชื่อว่าวิธีการใด ๆ มิใช่เรื่องสำคัญคราบท่าที่สามารถนำเด็กเข้าสู่สมรรถภาพที่ต้องการได้หน้าที่ครูก็คือ นำเด็กเข้าสู่ลำดับขั้นงานที่เหมาะสมและต้องแน่ใจว่าเด็กมีสมรรถภาพที่ต้องการ โดยกานเยได้เสนอการเรียนรู้ทักษะเขาว่าปัญญา 9 ขั้น

(ชัยวัฒน์ จันทรกุล, 2544, หน้า 13 อ้างอิงจาก Gagne, 1977) ดังนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างความสนใจ คือ การทำให้นักเรียนเกิดความสนใจในบทเรียนซึ่งเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากสิ่งยั่วยุภายนอกตัวผู้เรียน และแรงจูงใจที่เกิดจากภายในตัวผู้เรียนเองอาจใช้วิธีการสนทนา ซักถาม ทายปัญหา สาธิต หรือใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ

ขั้นที่ 2 ขึ้นแจ้งจุดประสงค์ของบทเรียนคือ การทำให้นักเรียนทราบถึงผลการเรียนบทเรียนนั้นโดยเฉพาะเจาะจงลงไปทำให้นักเรียนมองเห็นประโยชน์ของบทเรียนและยังได้ทราบแนวทางการจัดกิจกรรมอีกด้วย

ขั้นที่ 3 ทบทวนประสบการณ์เดิม เป็นกระบวนการต่อเนื่องเมื่อเรียนรู้สิ่งใหม่ก็ต้องอาศัยความรู้เก่าเป็นพื้นฐานที่จะนำไปสู่การเรียนรู้นั้นอาจใช้วิธีการซักถาม สนทนาหรือทำให้นักเรียนปฏิบัติใหม่

161227

372.7
W 4240
o

ขั้นที่ 4 เสนอบทเรียนใหม่โดยใช้วัสดุอุปกรณ์กระตุ้น เป็นการเริ่มกิจกรรมของบทเรียนใหม่ โดยใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ประกอบการพูด ชักถาม ให้ตัวอย่าง หรือเป็นการจัดให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยยึดจุดประสงค์นำทางเป็นหลักในการจัดกิจกรรม เพื่อนำไปสู่จุดหมายปลายทาง

ขั้นที่ 5 ขั้นให้แนวการเรียนรู้ เป็นการสนับสนุนการเรียนรู้ภายใน เป็นการทำให้สิ่งเร้ามีความหมาย ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้ตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม ในการสอนสิ่งที่เร้าเป็นนามธรรมโดยให้สัมพันธ์กับความรู้เดิมเป็นการนำทางหรือให้แนวทางไปคิดเอง

ขั้นที่ 6 ขั้นปฏิบัติ เป็นการให้นักเรียนได้แสดงพฤติกรรมตามจุดประสงค์ กิจกรรมของนักเรียนอาจเป็นการจัดทำหรือปฏิบัติจริง ผลของกิจกรรมนั้นเป็นพฤติกรรมที่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน

ขั้นที่ 7 การให้ข้อมูลป้อนกลับ เป็นการแสดงให้นักเรียนเห็นว่าผลการปฏิบัติกิจกรรมหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกนั้นได้ผลสำเร็จหรือมีปัญหาอย่างไรหรือไม่

ขั้นที่ 8 การประเมินผลการปฏิบัติ เป็นขั้นประเมินพฤติกรรม คือ การวัดและประเมินพฤติกรรม คือ การวัดและประเมินว่าพฤติกรรมหรือผลงานที่นักเรียนทำนั้นได้ผลตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนั้นเพียงใด

ขั้นที่ 9 ส่งเสริมความแม่นยำและการถ่ายโอนการเรียนรู้ เป็นการสรุปบทวนการเรียนรู้ที่ผ่านมาให้นักเรียนมีพฤติกรรมหรือการเรียนรู้ที่ฝังแน่นขึ้น อาจยกสถานการณ์อื่นให้เด็กได้ใช้การเรียนรู้ที่ได้จากขั้นต่าง ๆ ไปใช้ กิจกรรมในขั้นนี้อาจเป็นแบบฝึกหัดเสริมการทำงานเพิ่มเติมหรือการให้ทำกิจกรรมเพิ่มพูน รวมทั้งอาจเป็นการให้ที่บ้านด้วย

เหตุการณ์การสอน 9 เหตุการณ์ ถือเสมือนว่าเป็นการวางแผนการสอนซึ่งเป็นการจัดสถานการณ์ภายนอกเพื่อสนับสนุนให้เกิดสมรรถภาพนั้น ๆ มากที่สุดโดยเริ่มตั้งแต่การสร้างควมสนใจเรื่อยไปจนถึงเหตุการณ์สุดท้าย ซึ่งเหตุการณ์การสอนที่กำหนดไว้ไม่จำเป็นต้องดำเนินการเรียงลำดับตั้งแต่เหตุการณ์แรกจนถึงเหตุการณ์สุดท้าย

ทฤษฎีของสกินเนอร์ (ชัยวัฒน์ จันทรวงศ์, 2544, หน้า 15 อ้างอิงจาก Skinner, 1930) สกินเนอร์เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันที่อยู่ในกลุ่มทฤษฎีการวางเงื่อนไขหรือทฤษฎีสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ทฤษฎีนี้กล่าวว่าอินทรีย์ทั้งหลายมีแนวโน้มที่จะกระทำกิจกรรมต่อเนื่องกัน ถ้าได้รับสิ่งเร้าที่พึงพอใจ (รางวัล) และจะถดถอยถ้าผลที่ได้รับไม่น่าพอใจ หรือได้รับสิ่งเร้าที่ไม่พอใจ (การลงโทษ)

ตามทฤษฎีของสกินเนอร์ การเรียนรู้เปรียบเสมือนการเดินขึ้นบันได คือต้องดำเนินไปที่ละขั้นตามลำดับ เนื้อหาที่จะสอนถูกแบ่งเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วดำเนินการสอนเนื้อหาย่อย ๆ เรียงไปตามลำดับจากแนวคิดนี้ทำให้เกิดการสอนโดยใช้บทเรียน โปรแกรมในบทเรียนมีคำถามให้

ผู้เรียนคิดและตอบคำถาม เมื่อนักเรียนตอบถูกจะเรียนรู้เนื้อหาข้อต่อไป คำถามจะไม่ใช่เพราะเป็นคำถามจากเรื่องราวความรู้ที่ให้ไว้สั้นๆ เมื่อเด็กตอบปัญหาแต่ละข้อเด็กจะรู้ว่าตนเองตอบถูกหรือไม่ การตอบถูกเป็นแรงจูงใจให้ตอบคำถามข้อต่อไปและเรียนเนื้อหาข้อต่อไปสกินเนอร์ได้เรียกร้องให้ครูใช้บทเรียนโปรแกรมและสร้างบทเรียน โปรแกรมเพื่อใช้ประกอบการสอน

ทฤษฎีของสกินเนอร์และกานเย มีส่วนร่วมกันคือการวิเคราะห์เนื้อหาออกมาเป็นส่วนย่อยๆ นักเรียนจะต้องเข้าใจเนื้อหาต้นๆอย่างแตกฉานก่อนที่จะก้าวไปเรียนเนื้อหาที่สลับซับซ้อนขึ้น แนวคิดนี้เป็นรากฐานสำคัญอย่างหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนและมีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ

ทฤษฎีของออสซูเบล เป็นทฤษฎีที่เน้นความสำคัญของการเรียนรู้ที่มีความเข้าใจและมีความหมาย ออสซูเบล ได้กล่าวว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ถ้าในการเรียนรู้ใหม่นั้นผู้เรียนเคยมีพื้นฐานเชื่อมโยงเข้ากับความรู้ใหม่ได้ ทำให้การเรียนรู้สิ่งใหม่นั้นมีความหมาย ดังนั้นในการสอนความคิดรวบยอด (concept) ใดที่ใหม่จะเป็นสิ่งที่มีความหมายกับเด็กถ้าเด็กสามารถเชื่อมโยงได้กับประสบการณ์เดิม และในขณะเดียวกันถ้าเชื่อมโยงได้กับความคิดอื่น ๆ ในขณะที่เรียนสิ่งใหม่สิ่งต่าง ๆ จะมีความหมายเมื่อสัมพันธ์กับผู้เรียน ก่อนที่ครูจะสอนสิ่งใดให้กับนักเรียนต้องดูว่านักเรียนมีความรู้เดิมพอที่จะเข้าใจสิ่งใหม่หรือยัง ถ้ายังมีไม่พอจะต้องจัดประสบการณ์ให้

นอกจากนี้ออสซูเบลยังได้เน้นความสำคัญของครูว่า ครูมีหน้าที่ที่จะจัดเรียบเรียงความรู้อย่างเป็นระบบและเหมาะสม จะต้องสอนความคิดรวบยอดใหม่ที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้ จัดลำดับความยากง่ายของความรู้ที่เหมาะสม รวมทั้งการจัดการเรียนเด็กอายุต่ำกว่า 12 ปี ต้องเรียนรู้จากของจริง การทดลองหรือการปฏิบัติจะช่วยให้เด็กเข้าใจสิ่งที่เรียนได้อย่างชัดเจน ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนในระดับประถมศึกษา อุปกรณ์จึงเป็นส่วนสำคัญอย่างยิ่ง (ชัยวัฒน์ จันทรรณู, 2544, หน้า 15 – 16 อ้างอิงจาก Ausubel, 1936)

การนำทฤษฎีไปปฏิบัติในการจัดกิจกรรมการสอน แนวคิดจากทฤษฎีการเรียนรู้ดังกล่าวมาแล้ว เมื่อนำมาสังเคราะห์กันเข้าเป็นหลักการในการจัดการเรียนการสอนได้ ดังนี้

หลักการเกี่ยวกับนักเรียน

1. การจัดกิจกรรมต้องให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของนักเรียนควรจัดเพื่อส่งเสริมให้เกิดความพร้อมในการเรียนเนื้อหาที่สูงขึ้น
2. ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมให้มากที่สุดด้วยตนเองเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดความสามารถอย่างเต็มที่
3. ให้นักเรียนได้เรียนหรือปฏิบัติตามระดับความสามารถด้วยอัตราเร็วของแต่ละคน ส่งเสริมการพัฒนาตนเองหรือแข่งขันกับตนเอง

4. ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมทั้งแบบรายบุคคลและเป็นแบบกลุ่มย่อย การทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยจะฝึกปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนจะได้เรียนรู้จากกันและกัน และเป็นการฝึกการทำงานร่วมกัน

5. ให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น ความคิดสร้างสรรค์ หรือแสดงความสามารถพิเศษในด้านต่าง ๆ

6. ให้นักเรียนได้ใช้เวลาทั้งหมดในชั่วโมงเรียนอย่างมีคุณค่า ต้องจัดเตรียมกิจกรรมไว้สำหรับนักเรียนที่ทำงานเร็วให้ทำเป็นพิเศษ

หลักการเกี่ยวกับการสอน

1. การจัดกิจกรรมจะต้องเริ่มจากการเตรียมความพร้อมในด้านพื้นฐานความรู้เดิมไปสู่การเสนอเนื้อหาใหม่

2. การจัดกิจกรรมการสอนควรเริ่มจากการเล่นอย่างอิสระ การแสวงหาข้อมูลอย่างอิสระ แล้วเพิ่มความเป็นระบบเป็นเค้าโครงตามแผนการ

3. การจัดกิจกรรมการสอนจะต้องเริ่มจากกิจกรรมที่เป็นรูปธรรมสู่กึ่งรูปธรรมและนามธรรมตามลำดับ การใช้สัญลักษณ์ควรกระทำหลังจากที่นักเรียนได้มีโอกาสเห็นรูปธรรมได้สัมผัสกับวัตถุของจริงแล้ว

4. กิจกรรมทุกรูปแบบต้องผ่านการวางแผน และมีวัตถุประสงค์ที่แน่นอนว่าจะดำเนินการไปสู่การเรียนรู้เรื่องใด

5. จัดกิจกรรมหลาย ๆ รูปแบบเพื่อสนองความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน

6. ควรให้มีกิจกรรมที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ อย่างเพื่อนำไปสู่การค้นพบการหาข้อสรุป หรือการสร้างความเข้าใจเพื่อให้เกิดมโนคติที่ต้องการ

7. ต้องจัดหาวัสดุอุปกรณ์ต่างๆ ให้พร้อมและพอเพียงสำหรับนักเรียนวัสดุอุปกรณ์ที่จะใช้ในการสอนต้องมีการวางแผนการใช้ว่าจะใช้เพื่อสอนเนื้อหาใดให้นักเรียนค้นพบอะไร มีมโนคติเรื่องใด

8. มีความยากง่ายเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นกิจกรรมที่ยากหรือซับซ้อนจนเกินไป ทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสประสบความสำเร็จจะทำให้ท้อถอยและถ่างายเกินไป ก็จะไม่ท้าทายให้เด็กใช้ความคิด

9. การเสนอเนื้อหาที่ยากและซับซ้อน ต้องวิเคราะห์ให้เป็นเนื้อหาย่อย ๆ และจัดกิจกรรมเพื่อเนื้อหาย่อย ๆ เหล่านั้น

10. ให้กิจกรรมการสอนมีความเชื่อมโยงเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเพื่อให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อผู้เรียน

11. ให้มีกิจกรรมที่ส่งเสริมหรือฝึกทักษะที่จำเป็นในแต่ละบทเรียน

12. คำนึงถึงเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม

13. ก่อนที่จะเปลี่ยนหัวข้อ จะต้องมีการประเมินว่าเด็กมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องเก่าเพียงพอหรือไม่ ทั้งนี้เพราะความรู้พื้นฐานมีความสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนเรื่องต่อไปที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน

14. การให้รางวัลหรือการลงโทษควรทำทันทีเมื่อพฤติกรรมเกิดขึ้นหรือสิ้นสุดใหม่ ๆ การลงโทษไม่ควรมีถ้าไม่จำเป็น เพราะเป็นสิ่งที่บั่นทอนกำลังใจและทำลายความเชื่อมั่นในตัวเองของเด็ก

15. ให้ทราบเป้าหมายของการทำกิจกรรมแต่ละอย่างรวมทั้งเหตุผล

วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งความคิดโดยเนื้อหาสาระและลักษณะของวิชาจะส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดและสามารถคิดได้หลาย ๆ วิธี มีวิธีมีกระบวนการและรูปแบบแห่งการคิดอย่างมีระบบจนเกิดการคิดเป็นและคิดเร็ว ฉะนั้นผู้สอนจะต้องมีศิลปะที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดและรู้วิธีคิดที่ดีและมีประสิทธิภาพตามลักษณะของเนื้อหาสาระที่เรียน สุวรร กาญจนมยุร (2531, หน้า 1-3) กล่าวว่า การคิดคณิตศาสตร์นั้นมีความเข้มข้นในการคิดหลายระดับ ผู้เรียนอาจเริ่มต้นคิดจากสิ่งต่างๆ ที่เห็นได้เป็นรูปธรรมแล้วนำไปสู่การคิดที่เป็นนามธรรมได้ระดับความเข้มแห่งการคิดอาจแบ่งได้ดังนี้

ระดับที่ 1 สามารถคิดได้จากสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม

ระดับที่ 2 สามารถคิดได้จากสื่อการเรียนการสอนที่เป็นกึ่งรูปธรรม

ระดับที่ 3 สามารถคิดได้จากสื่อการเรียนการสอนที่เป็นเพียงวิธีการ

ระดับที่ 4 สามารถคิดได้โดยไม่ต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอน ซึ่งเรียกว่าคิดได้ในลักษณะนามธรรม

ระดับที่ 5 สามารถคิดได้รวดเร็วและแม่นยำและสามารถแก้ปัญหาได้

ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งออกได้ 3 ลักษณะ คือ

1. การเรียนการสอนที่ใช้สื่อเป็นรูปธรรม ได้แก่ ของจริง

2. การเรียนการสอนที่ใช้สื่อเป็นกึ่งรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพหรือสัญลักษณ์

3. การเรียนการสอนที่ใช้สื่อเป็นเพียงวิธีการ

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งความคิด ธรรมชาติของคณิตศาสตร์จึงมีส่วนหนึ่งที่เป็นกระบวนการของเหตุ และผลการแสดงเหตุและผลเป็นกระบวนการ

เรียนการสอนที่นำข้อความหรือ ปรากฏการณ์ที่เป็นเหตุนำมาแจกแจงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องกันเพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่หรือปรากฏการณ์ใหม่ เรียกว่าผลสรุปหรือผล โดยกระบวนการของเหตุและผลทางคณิตศาสตร์ตามแนวการใช้หลักสูตรประณตศึกษา พ.ศ. 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) (กระทรวงศึกษาธิการ, 2536, หน้า 121-122) มีรูปแบบดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการของเหตุและผลซึ่งส่วนที่เป็นเหตุประกอบด้วยเหตุหลายอันซึ่งอิสระจากกัน และในที่สุดก็รวมตัวกันมาเป็นผลสรุปอยู่ในรูปของการวางนัยทั่วไป

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (deductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลซึ่งเริ่มต้นด้วยเหตุใหญ่และติดตามด้วยเหตุย่อย เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยก็จะมีผลบังคับให้เกิดผลสรุปดังเช่น การให้เหตุใหญ่เป็นแม่บทซึ่งเป็นเงื่อนไขในวงกว้าง เรียกว่าการวางนัยทั่วไป และเมื่อยอมรับว่าเป็นเหตุใหญ่และเหตุย่อยเป็นจริงผลจะต้องเป็นจริงด้วย

3. เหตุผลเชิงสหัชญาณ (intuitive reasoning) หรือปัญหาสำนึกเป็นสิ่งที่ผุดขึ้นมาจากจิตได้สำนึกขึ้นมาในวงของจิตสำนึก ทำให้จิตสำนึกเข้าใจว่าต้องมีความจริงใหม่เกิดขึ้น (แต่ไม่ได้อยู่ในรูปของสัญชาตญาณตามธรรมชาติ)

บทบาทของเหตุและผลแต่ละแบบ

1. เหตุผลเชิงอุปนัย เป็นตัวการสรุปปรากฏการณ์หรือข้อคิดเห็นให้อยู่ในรูปหมวดหมู่เป็นลักษณะการวางนัยทั่วไปเพื่อสร้างนิยามหรือสังพจน์

2. เหตุผลเชิงนิรนัย เป็นตัวการที่นำนิยามและสังพจน์ต่าง ๆ ไปสู่ทฤษฎีใหม่

3. เหตุผลเชิงสหัชญาณ เป็นตัวการช่วยให้เกิดความกะเนเพื่อให้ได้ข้อความคาดคะเนซึ่งอาจจะเป็นทฤษฎีในภายหลัง

เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์ให้ได้ผล มีเทคนิควิธีการต่าง ๆ ดังนี้

วิธีสอนแบบอุปนัยหรืออุปมาน (inductive method) เป็นการสอนที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนเห็นรูปแบบโดยใช้การสังเกตเห็นรูปแบบทั่วไปแล้วสรุปเป็นกฎหรือวิธีการจุดมุ่งหมายของการสอนนี้เพื่อมุ่งให้นักเรียนฝึกสังเกต ค้นพบกฎเกณฑ์ หรือความจริงและหัดสรุปด้วยตนเอง มีขั้นตอนการสอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูทบทวนซักถามบทเรียนพื้นฐาน
2. ขั้นเสนอ ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ แบบให้เหมาะสม
3. ขั้นเปรียบเทียบ ให้นักเรียนสังเกตพิจารณาตัวอย่าง
4. ขั้นกำหนดนัยทั่วไป ให้นักเรียนสามารถสรุป กฎ สูตร นิยามได้ด้วยตนเอง