

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้มีการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีเนื้อหาสรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา
2. การบวกและการลบ
3. การสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
4. ชุดการสอน
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอน
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

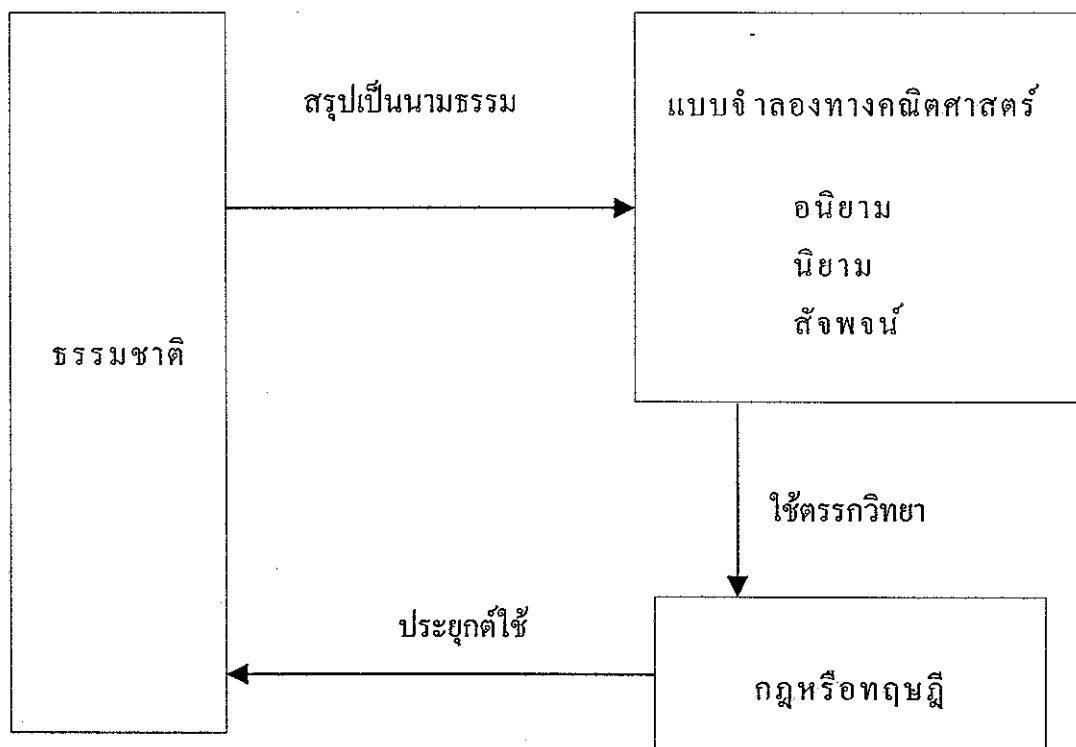
คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

คณิตศาสตร์ เป็นวิชาทักษะที่มีความสำคัญและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของมนุษย์การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้นำความรู้ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ดังนั้นครูผู้สอนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในหลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ

ธรรมชาติของคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมใช้สัญลักษณ์ใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา การสอนคณิตศาสตร์ให้ดี ครูควรรู้จักคณิตศาสตร์ว่ามีลักษณะอย่างไร มีธรรมชาติวิชาอย่างไรถ้าครูผู้สอนสามารถค้นคว้าทำความเข้าใจและนำไปเป็นพื้นฐานในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นผลดี ธรรมชาติของคณิตศาสตร์นั้นมีดังนี้ (ประสิทธิ์ พลศรี พิมพ์. 2534 : 12-13)

1. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดซึ่งเป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกันอันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

2. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีโครงสร้างที่เกิดจากธรรมชาติแล้วนำมาใช้แก้ปัญหาในธรรมชาติ
3. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่แสดงความเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน
4. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์เพื่อสื่อความหมาย



ภาพประกอบ 1 แผนภูมิของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

จากธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม การสอนคณิตศาสตร์จึงให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมายไม่ใช่กระบวนการที่ประกอบด้วยทฤษฎี หลักการ การพิสูจน์ หรือการคิดคำนวณเพื่อตัวของคณิตศาสตร์เอง ดังนั้นจึงควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายของคณิตศาสตร์

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เป็นส่วนหนึ่งของมวลประสบการณ์ที่จัดให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้มีความเข้าใจหลักการและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้จัดให้วิชาคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มทักษะอันเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจ และทักษะคณิตศาสตร์พื้นฐานสามารถนำไป

ใช้ในชีวิตประจำวันตลอดจนเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์และเรียนรู้มวลประสบการณ์ในการดำรงชีวิตต่อไปซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาตามที่หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดจุดประสงค์การเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพจึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีระบบ ชัดเจน และรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียน

คณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

จากจุดประสงค์ของหลักสูตรดังกล่าวจะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มุ่งเน้นให้ผู้เรียนนำความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการฝึกฝนไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้การดำรงชีวิตประจำวันอยู่ในสังคมอย่างมีความสุข ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า “มโนทัศน์” หลักและทักษะในการแก้ปัญหาเป็นผลผลิตเบื้องต้นของการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยของมนุษย์ (Levin and Allen. 1976 : 191)

โครงสร้างหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ได้กำหนดโครงสร้างอันประกอบด้วยพื้นฐานในด้านต่าง ๆ 5 พื้นฐานดังนี้

1. พื้นฐานทางจำนวน เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับ เรื่อง จำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม เป็นต้น
2. พื้นฐานพีชคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับพื้นฐานทางจำนวน เช่น สมการ
3. พื้นฐานการวัด เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องการวัดความยาว การชั่ง การตวง การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทิศ แผนที่ วัน เดือน ปี เป็นต้น
4. พื้นฐานทางเรขาคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องรูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิต
5. พื้นฐานทางสถิติ เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเกี่ยวข้องกับเรื่องการนำเสนอข้อมูล ในรูปแบบภูมิและกราฟ

เนื้อหา เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดเนื้อหาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ประกอบด้วย เนื้อหาและสาระสำคัญ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2534 :14)

1. จำนวนไม่เกิน 1,000 การบอกจำนวนของสิ่งของหรือภาพของสิ่งของการใช้ ตัวเลข ฮินดูอารบิก ตัวเลขไทย และตัวหนังสือ แทนจำนวนหลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย ค่าประจำหลัก และการใช้ 0 เพื่อยึดตำแหน่งของหลัก การกระจายตัวเลขตามค่าประจำหลัก การเปรียบเทียบ จำนวนและการใช้สัญลักษณ์ $= \neq > <$ การเรียงลำดับจำนวนมากจำนวนที่มี คำน้อยไปหา จำนวนที่มีค่ามาก หรือจากจำนวนมากไปหาน้อย

2. การบวกจำนวนซึ่งมีผลบวกไม่เกิน 1,000 การบวกจำนวนสองจำนวนที่ผลบวกไม่เกิน 100 มีการทดหลักหน่วยไปหาหลักสิบตามแนวตั้งและแนวนอน การบวกจำนวนสองจำนวนที่มี ผลบวกไม่เกิน 1,000 มีการทดเพียงหลักเดียว คือ จากหลักหน่วยไปหลักสิบหรือจากหลักสิบไป หลักร้อยตามแนวตั้งและแนวนอน

3. การลบจำนวนซึ่งมีตัวตั้งไม่เกิน 1,000 การลบจำนวนสองจำนวนซึ่งมีตัวตั้งไม่เกิน 100 มีการกระจายจากหลักสิบไปหาหลักหน่วยตามแนวตั้งและแนวนอน การลบจำนวนสองจำนวน ซึ่งตัวตั้งไม่เกิน 1,000 มีการกระจายเพียงหลักเดียวคือจากหลักร้อยไปหลักสิบหรือจากหลักสิบไป หลักหน่วยตามแนวตั้งและแนวนอน ความสัมพันธ์ของการบวกและการลบ โจทย์ปัญหา

4. การนับเพิ่มและการนับลด การนับเพิ่มและการนับลดทีละเท่า ๆ กัน การจัดและ การแบ่งสิ่งของที่ละเท่า ๆ กัน การบวกและการลบทีละเท่า ๆ กัน โจทย์ปัญหา

5. การคูณ ความหมายของการคูณ สัญลักษณ์ $\times$ และการเขียนประโยคสัญลักษณ์ แสดงการคูณ การหาผลคูณของจำนวนที่มีหลักเดียวกับจำนวนที่มีหลักเดียว การหาผลคูณของ จำนวนที่มีหลักเดียวกับจำนวนที่มีสองหลัก การสลับที่ของการคูณ โจทย์ปัญหา

6. การหาร ความหมายของการหาร สัญลักษณ์ $\div$ การเขียนประโยคสัญลักษณ์ของการ หาร การหาผลหารซึ่งตัวหารและผลหารเป็นตัวเลขหลักเดียวและหารลงตัว ความสัมพันธ์ของการ คูณและการหาร การหาผลหารและเศษซึ่งตัวหารและผลหารเป็นเลขหลักเดียวและหารไม่ลงตัว การตรวจคำตอบ โจทย์ปัญหา

7. เศษส่วน การแบ่งของเป็น 2 ส่วน 3 ส่วน 4 ส่วน เท่า ๆ กัน ความหมายของ การเขียนและการอ่านเศษส่วน

8. การวัดความยาว การเปรียบเทียบความยาวความสูงหรือระยะทางที่มีหน่วยเดียวกัน การเปรียบเทียบหน่วยการวัดความยาวระหว่างเซนติเมตรและเมตร การวัดโดยใช้เครื่องมือสำหรับ

วัดความยาวที่เป็นมาตรฐานและใช้หน่วยเป็นเซนติเมตร เมตร การคาดคะเนความยาวและระยะทางสั้น ๆ เป็นเซนติเมตร เมตร โจทย์ปัญหา

9. การชั่ง การชั่งโดยใช้เครื่องชั่งและใช้หน่วยเป็นกรัม กิโลกรัม ชีด การเปรียบเทียบหน่วยน้ำหนักระหว่างกรัมกับกิโลกรัม กรัมกับชีด ชีดกับกิโลกรัม โจทย์ปัญหา

10. การตวง การตวงโดยใช้เครื่องมือตวงและใช้หน่วยเป็นลิตร การเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งของที่ตวงได้หรือความจุของภาชนะ โจทย์ปัญหา

11. เงินและการบันทึกการรับรายจ่าย ลักษณะและค่าของธนบัตรของไทยที่ใช้ในชีวิตประจำวัน การเปรียบเทียบค่าของเงินเหรียญและธนบัตร การอ่านและการเขียนจำนวนเงินเป็น บาท สตางค์ และแบบใช้จุด การใช้เงิน การทอนเงิน โจทย์ปัญหา

12. เวลา การบอกเวลาจากหน้าปัดนาฬิกาเป็นชั่วโมงตรง การเปรียบเทียบวันกับชั่วโมง ชั่วโมงกับนาที การบอกเวลาจากหน้าปัดนาฬิกาเป็นชั่วโมงและนาที เฉพาะ 5 นาที 10 นาที 15 นาที ฯลฯ การบันทึกเวลาจากหน้าปัดนาฬิกา วัน เดือน ปี จากปฏิทิน ที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์หรือกิจกรรมต่าง ๆ โจทย์ปัญหา

13. โจทย์ปัญหาระคน โจทย์ระคนเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร โจทย์ปัญหาระคนเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร

14. รูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิต การจำแนกรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม และรูปวง จำนวนด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม การเขียนรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม การเขียนรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม และวงรีโดยใช้แบบรูป

สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ เรื่อง การบวก ลบ จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 1,000 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2534 : 108)

1. การบวกจำนวนซึ่งมีผลบวกไม่เกิน 1,000

1.1 การบวกจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 100 มีการทดจากหลักหน่วยไปหลักสิบตามแนวตั้งและแนวนอน

1.2 การบวกจำนวนสองจำนวนที่ผลบวกไม่เกิน 1,000 มีการทดเพียงหลักเดียวคือจากหลักหน่วยไปหลักสิบหรือจากหลักสิบไปหลักร้อยตามแนวตั้งและแนวนอน

2. การลบจำนวนซึ่งมีตัวตั้งไม่เกิน 1,000

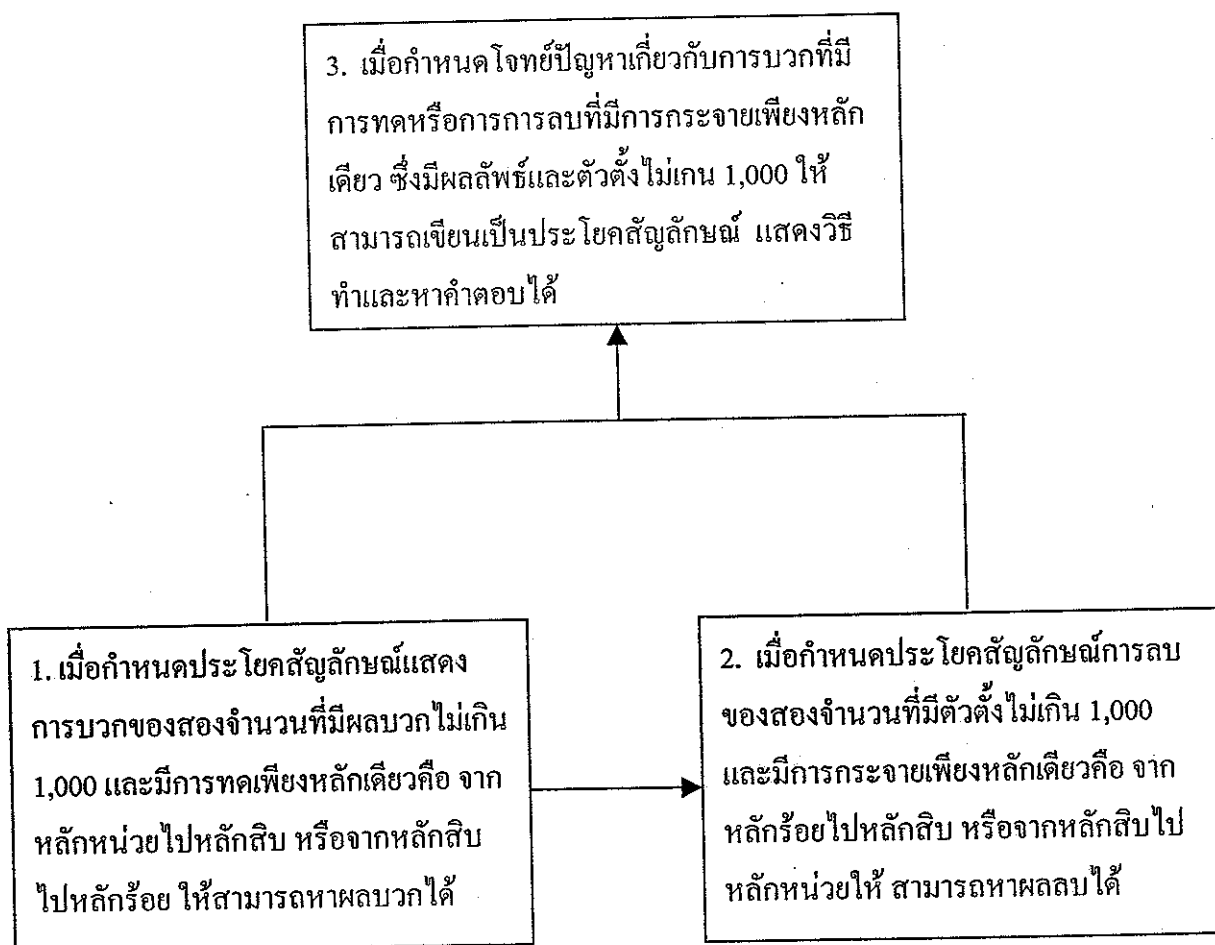
2.1 การลบจำนวนสองจำนวนซึ่งมีตัวตั้งไม่เกิน 100 มีการกระจายจากหลักสิบไปหลักหน่วยตามแนวตั้งและแนวนอน

2.2 การลบจำนวนสองจำนวนซึ่งมีตัวตั้งไม่เกิน 1,000 มีการกระจายเพียงหลักเดียวคือจากหลักร้อยไปหลักสิบหรือจากหลักสิบไปหลักหน่วยตามแนวตั้งและแนวนอน

2.3 ความสัมพันธ์ของการบวกและการลบ

2.4 โจทย์ปัญหา

แผนภูมิการสอน



ภาพประกอบ 2 แผนภูมิการสอน เรื่อง การบวก ลบ จำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 1,000 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2534 : 109)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2534 : 5 - 6) ได้เสนอแนวการจัดการเรียนการสอนยังต้องคำนึงถึงการเรียนรู้ของผู้เรียนการจัดการเรียนการสอนในแต่ละเนื้อหาอาจแสดงเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. ขันทบทวนพื้นฐานความรู้เดิม
2. ขันสอนเนื้อหาใหม่โดยเริ่มจาก
 - 2.1 การใช้ของจริง
 - 2.2 การใช้รูปภาพ
 - 2.3 การใช้สัญลักษณ์
3. ขันสรุปหลักการคิดถัดเป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปหาวิธีการคิดเร็วกว่าปกติ
4. ขันฝึกทักษะการคำนวณเป็นขั้นที่นักเรียนนำสูตร ทฤษฎีหรือกฎที่สรุปมาฝึกทักษะ

การคิดคำนวณ

5. ขันนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน
6. ขันการประเมินผลเป็นการตรวจสอบเพื่อวัดระดับความสามารถของนักเรียนในการที่จะผ่านเกณฑ์หรือไม่ และสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์

การวัดผลและประเมินผล เป็นกระบวนการต่อเนื่อง มีระบบ แบบแผนและต้องกระทำอย่างสม่ำเสมอ การวัดผลและประเมินผลมิได้เป็นเพียงกระบวนการที่ช่วยให้ผู้สอนทราบว่าผู้เรียนสอบได้หรือสอบตก หรือได้กี่เปอร์เซ็นต์ เท่านั้น แต่เป็นกระบวนการที่ควบคู่ไปกับการศึกษาอบรมและพัฒนาความเจริญงอกงามให้เกิดในตัวผู้เรียน การวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาตามระเบียบของกระทรวงศึกษาธิการ กำหนดแนวปฏิบัติไว้ดังนี้ (กัลยา ทองทศ. 2540 : 15 – 16 อ้างอิงจาก ประภาพรณ ทองเลิศ. 2538 : 19)

1. การวัดผลจะวัดตามแบบของการวัดผลตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
2. การวัดผลตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม จะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อมีการวัดผล

อย่างน้อย 3 ระยะ คือ

- 2.1 การวัดผลก่อนเรียนเป็นการวัดเพื่อที่จะดูพฤติกรรมก่อนเรียนของนักเรียน
- 2.2 การวัดผลระหว่างเรียน เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเรียนการสอน หรือในประกาศของกระทรวงศึกษาธิการ เรื่องแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียนของโรงเรียนประถมศึกษาหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการประเมินผลย่อย
- 2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หรือที่เรียกในประกาศกระทรวงศึกษาธิการว่าการประเมินผลรวม ซึ่งมีจุดประสงค์ที่ตรวจสอบผลจากการที่เด็กเรียนไปแล้วระยะหนึ่งว่า ความรู้ที่เด็กได้นั้นยังอยู่ห่างไกลจากเป้าหมายเพียงใด

หลักการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ การประเมินผลในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญต่อการสอนของครู การสอนของครูจะมีประสิทธิภาพดีเพียงใต้นั้นย่อมขึ้นอยู่กับว่าครูได้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถทางการเรียนของนักเรียนอยู่เสมอ ซึ่งเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2537 : 6 - 7) ได้กำหนดวิธีการในการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การตรวจสอบความรู้พื้นฐานและทักษะเบื้องต้นของนักเรียนก่อนที่จะทำการสอนในชั้นสูงต่อไป
 2. การประเมินผลระหว่างเรียนเพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดในแบบ ป. 02 หรือไม่ เพื่อพัฒนาปรับปรุงการเรียนการสอนถ้านักเรียนไม่ผ่าน “เกณฑ์” ต้องทำการสอนซ่อมเสริมให้กับผู้เรียน
 3. การประเมินผลปลายภาคเรียนหรือปลายปีเป็นการสรุปผลเพื่อแจ้งให้ผู้ปกครองทราบผลการเรียน โดยตัวเลขบอกระดับคะแนน
 4. การประเมินเพื่อตัดสินการเรียนจะต้องประเมินเมื่อเรียนครบทุกจุดประสงค์เท่านั้น
- การวัดผลและประเมินผลการเรียนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้นำจุดประสงค์การเรียนรู้กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ตามลักษณะพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย ซึ่งสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์นี้เรียกว่า “ สมรรถภาพ ” สมรรถภาพของกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์มี 8 ข้อ แล้วนำสมรรถภาพมาสร้างเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดไว้ใน ป. 02 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จำนวน 13 ข้อ เพื่อให้ครูสามารถประเมินเพื่อนำผลมาพัฒนาการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่อง ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตาราง 1 แสดงกรอบจุดประสงค์การเรียนรู้ ใน ป. 02 กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์

สมรรถภาพ	จุดประสงค์การเรียนรู้ ชั้น ป.1-2
1. ความรู้ ความเข้าใจ	1. มีความรู้ ความเข้าใจคณิตศาสตร์พื้นฐาน
2. ทักษะการคิดคำนวณ	2. มีทักษะการคิดคำนวณ
3. กระบวนการทางคณิตศาสตร์	3. มีความสามารถในการจำแนก 4. มีความสามารถในการจัดกลุ่ม 5. มีความสามารถในการหาความสัมพันธ์ 6. มีความสามารถสร้างข้อสรุปที่มีเหตุผล
4. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	7. มีความสามารถในการนำเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันมาตั้งเป็นโจทย์ 8. มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
5. เจตคติต่อคณิตศาสตร์	9. มีความตั้งใจเรียนคณิตศาสตร์ 10. มีความกระตือรือร้นที่ทำงานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
6. การนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน	11. มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
7. ใช้คณิตศาสตร์ในวิชาอื่น	12. มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น
8. ทักษะการปฏิบัติ	13. มีทักษะการปฏิบัติกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่าการประเมินผลเป็นการตรวจสอบความรู้พื้นฐานและทักษะเบื้องต้นของนักเรียนก่อนที่จะทำการสอนอีกทั้งช่วยให้ครูสามารถนำผลการประเมินทั้งในระหว่างเรียนและหลังเรียนมาปรับปรุงเทคนิควิธีการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังเพิ่มแรงจูงใจในการเรียนของนักเรียนเมื่อครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนได้ทราบถึงระดับความสามารถของนักเรียนภายหลังการประเมินเพื่อนักเรียนจะได้มีความพยายามและพัฒนาตนเองให้มากยิ่งขึ้น

กระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 12 – 20) ได้ประกาศใช้ระเบียบกระทรวงศึกษาธิการว่าด้วยการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งสามารถสรุปหลักการประเมินผลการเรียนได้ดังนี้

1. ให้โรงเรียนมีหน้าที่ประเมินผล ตัดสิน และอนุมัติผลการเรียนทุกชั้น
 - 1.1 ให้โรงเรียนมีหน้าที่ประเมินผลการเรียนรู้ทุกประเภททั้งการประเมินผลก่อนเรียน การประเมินผลการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ และการประเมินผลการเรียนปลายภาคเรียนหรือปลายปี ทุกกลุ่มประสบการณ์ ทุกชั้นเรียน
 - 1.2 ให้โรงเรียนตัดสินผลการเรียนโดยพิจารณาจากเกณฑ์การตัดสินในเรื่องเวลาเรียน การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ และการประเมินผลการเรียนปลายปี
 - 1.3 อนุมัติผลการเรียนในแต่ละกลุ่มประสบการณ์ อนุมัติการเลื่อนชั้นเรียน และอนุมัติให้ผู้เรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งถือเป็นการจบหลักสูตรด้วย
2. ให้มีการประเมินผลการเรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนและเพื่อตัดสินผลการเรียน
3. ให้หน่วยงานที่ควบคุมดูแลโรงเรียนประถมศึกษาและกรมวิชาการตรวจสอบมาตรฐานการศึกษาของโรงเรียนต่าง ๆ เป็นระยะ ๆ
4. การประเมินผลการเรียนให้แจ้งผลเป็นระดับผลการเรียนใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนดังนี้
 - 4 หมายถึง ผลการเรียนดีมาก
 - 3 หมายถึง ผลการเรียนดี
 - 2 หมายถึง ผลการเรียนปานกลาง
 - 1 หมายถึง ผลการเรียนผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด
 - 0 หมายถึง ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
5. การพิจารณาตัดสินผลการเรียน เพื่อเลื่อนชั้นเรียนให้พิจารณาจากผลการเรียน กลุ่มทักษะ กลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต กลุ่มสร้างเสริมลักษณะนิสัย และกลุ่มงานพื้นฐาน

อาชีพเท่านั้น ส่วนกลุ่มประสบการณ์พิเศษนั้น ให้โรงเรียนแยกประเมินต่างหาก เพื่อศึกษาความก้าวหน้าจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน และไม่นำมาพิจารณาตัดสินผลการเรียน

6. เกณฑ์การตัดสินผลการเรียน นักเรียนที่จะได้เลื่อนชั้นได้จะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

6.1 มีเวลาเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของเวลาเรียนทั้งหมด

6.2 ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้สมุดประจำชั้นไม่น้อยกว่าร้อยละ 60

ของจำนวนจุดประสงค์ในแต่ละกลุ่มประสบการณ์

6.3 เฉพาะชั้นประถมศึกษาปีที่ 2,4 และ 6 การประเมินผลการเรียนปลายปีจะต้องได้ระดับผลการเรียนของแต่ละกลุ่มประสบการณ์ ตั้งแต่ 1 ขึ้นไป

ในเรื่องของการวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เปิดโอกาสให้ผู้บริหารโรงเรียนและครูผู้สอน มีเสรีภาพมากขึ้นเข้าทำนองผู้สอนเป็นผู้สอบ ยกเว้นการวัดผลปลายปีในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การวัดผล มิใช่เพื่อตัดสินได้ดกเพียงอย่างเดียวแต่วัดผลเพื่อปรับปรุงการเรียนของนักเรียนและการสอนของครูอีกด้วย

การบวกและการลบ

ความหมายของการบวก นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของการบวกไว้ดังนี้

การบวก หมายถึงการนำจำนวนสองจำนวนหรือมากกว่ารวมกันเพื่อหาว่าจำนวนทั้งหมดเป็นเท่าไร จำนวนสองจำนวนนี้ ต้องเป็นสมาชิกของเซตแต่ละเซต ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน สัญลักษณ์แสดงการบวกคือ "+" (ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2535 : 48) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ

วรณีย์ โสมประยูร (2537 : 481) กล่าวว่า การบวก หมายถึง การกระทำของจำนวนโดยวิธีการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันนี้เรียกว่าผลรวม หรือผลบวก สัญลักษณ์ที่แสดงการรวมกันเรียกเครื่องหมาย + และนอกจากนี้ (ประยูร อาษานาม. 2537 : 44) ได้ให้ความหมายของการบวกว่า เป็นการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันเรียกว่า ผลบวก สัญลักษณ์ที่แสดงการรวมกันเรียกว่า เครื่องหมาย +

จากความหมายของการบวกข้างต้น สรุปได้ว่าการบวกเป็นการรวมกันของจำนวนสองจำนวน หรือมากกว่ามารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมกันเรียกว่า ผลบวก สัญลักษณ์ที่แสดงการรวมกันเรียกว่า เครื่องหมาย +

สมบัติของการบวก ในระดับชั้นประถมศึกษาสมบัติของจำนวนที่นำมาใช้ในการบวก ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535 : 52-53) ได้สรุปไว้ 3 ประการดังต่อไปนี้

1. สมบัติการสลับที่ของการบวก เมื่อนำจำนวนสองจำนวนมาบวกกันการสลับที่ของจำนวนทั้งสอง ย่อมทำให้ผลบวกไม่เปลี่ยนแปลง เช่น 1 และ 2 เป็นจำนวนนับ หรือศูนย์จะได้ $1 + 2 = 2 + 1$ สมบัตินี้ช่วยให้การบวกเร็วขึ้น

2. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวกในการบวกจำนวนหลายจำนวนจะรวมคู่ใดก่อนก็ได้ผลบวกย่อมไม่เปลี่ยนแปลง เช่น 1, 2, 3, เป็นจำนวนนับหรือศูนย์จะได้ $(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3)$ สมบัตินี้ช่วยให้การคำนวณคำตอบของการบวกได้รวดเร็วขึ้นโดยการนำจำนวนง่าย ๆ มาบวกกันก่อนแล้วจึงบวกกับจำนวนอื่น

3. สมบัติเอกลักษณ์ของการบวกศูนย์เรียกว่า เอกลักษณ์ของการบวกเพราะ 0 เป็นจำนวนที่มีสัญลักษณ์พิเศษ คือทำให้ $1 + 0 = 1$ หรือ $a + 0 = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนนับหรือ 0 ไม่มีจำนวนอื่นใดที่มีสมบัติเช่นเดียวกับ 0

ความหมายของการลบ ประยูร อาษานาม (2537 : 69 - 70) ได้กล่าวถึง ความหมายของการลบ สามารถกระทำได้ 3 วิธีคือ

1. การนำออก ความหมายของการลบในกรณีนี้เป็นการแยกหรือนำสมาชิกบางส่วนออกจากจำนวนทั้งหมด เช่น ชื้อไข่มา 5 ฟอง ทำแตกไปเสีย 3 ฟอง จะเหลือไข่ไปอีก 2 ฟอง ซึ่งแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ $5 - 3 = 2$

2. การเปรียบเทียบ ความหมายของการลบในกรณีนี้เป็นการเปรียบเทียบจำนวนสมาชิกของเซต 2 เซต เช่น ขาวมีดินสอ 5 แท่ง แดงมีดินสอ 3 แท่ง ขาวมีดินสอมากกว่าแดงกี่แท่ง ซึ่งจะหาคำตอบได้จากประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ $5 - 3 = \square$

3. การนับทบ ความหมายของการลบในลักษณะนี้เป็นการเพิ่มจำนวนสมาชิกของเซตให้ครบตามที่ต้องการ เช่น มีก้อนหินอยู่ 3 ก้อน จะต้องหามาอีกกี่ก้อนจึงจะได้ครบ 5 ก้อน ซึ่งจะแทนที่ได้ด้วยประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ $3 + \square = 5$

โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการลบจะเป็นลักษณะใดลักษณะหนึ่งใน 3 กรณีดังกล่าวแล้ว ครูควรสอนให้นักเรียนทั้ง 3 ความหมาย แต่จากการวิจัยของกิบบ์ (Gibb) โดยการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า เด็กเข้าใจความหมายของการลบในเชิงการนำออกได้ง่ายกว่าวิธีอื่น ๆ ส่วนความหมายของการลบในเชิงการเปรียบเทียบจะเป็นเรื่องที่ยากที่สุดของเด็ก นอกจากนั้น การศึกษาของเบอร์นส์ (Burns) ปรากฏว่า ความหมายของการลบในแง่การนำออกจะทำให้เด็กเข้าใจได้ง่ายที่สุด

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535 : 56) ได้กล่าวถึงความหมายของการลบสามารถอธิบายได้ 3 ลักษณะดังนี้

1. การหาว่าเหลือเท่าไร เป็นการหาจำนวนที่เหลือเมื่อนำจำนวนหนึ่งหักออกจากจำนวนหนึ่ง เช่น มะม่วง 5 ผล นำไปเสีย 3 ผล เหลือมะม่วงกี่ผล
2. การหาผลต่าง เป็นการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนว่าต่างกันอยู่เท่าไร หรือมากน้อยกว่ากันเท่าไร เช่น ฉันมีหนังสือ 7 เล่ม เพื่อนมีหนังสือ 10 เล่ม เพื่อนมีหนังสือมากกว่าฉันกี่เล่ม
3. หานำมาเพิ่มอีกเท่าไร เป็นการหาจำนวนที่นำมารวมกับจำนวนที่มีอยู่แล้วจะได้เท่ากับจำนวนที่ต้องการ เช่น คุณแม่ต้องการทอดไข่ดาว 5 ฟอง แต่ทอดได้เพียง 3 ฟอง คุณแม่ต้องทอดเพิ่มอีกอีกกี่ฟอง

จากความหมายของการลบข้างต้น สรุปได้ว่า การลบ หมายถึง การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนว่าตรงกับเท่าใด หรือเป็นการนำจำนวนสองจำนวนออกจากจำนวนหนึ่งแล้วหาจำนวนที่เหลือ จำนวนที่ได้จากการลบเรียกว่า ผลลบ สัญลักษณ์ที่แสดงการลบเรียกว่า เครื่องหมาย -

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535 : 60 - 61) ได้กล่าวไว้ว่า สมบัติของจำนวน 3 ประการที่ใช้ในการบวก ใช้ไม่ได้สำหรับการลบ ดังนี้

1. การลบไม่มีสมบัติการสลับที่คือ $a - b \neq b - a$ เช่น $3 - 2 \neq 2 - 3$

2. การลบไม่มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มคือ $a - (b - c) \neq (a - b) - c$

$$\text{เช่น } 5 - (3 - 2) \neq (5 - 3) - 2$$

$$5 - 1 \neq 2 - 2$$

$$4 \neq 0$$

3. ศูนย์ไม่เป็นเอกลักษณ์ของการลบคือ $a - 0 = a$ แต่ $0 - a \neq a$

$$\text{เช่น } 4 - 0 = 4 \text{ แต่ } 0 - 4 \neq 4$$

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการสอนการบวก และการลบควรเน้นการสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในความหมายการบวกและการลบ โดยสื่อที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม สัญลักษณ์ และจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมและคิดหาเหตุผลมาสรุปด้วยตนเอง และควรมีอุปกรณ์สำหรับนักเรียนได้ใช้ประกอบการฝึกทักษะการคิดคำนวณ เพราะทักษะการคิดคำนวณเรื่องนี้เป็นพื้นฐานของการเรียนทักษะอื่น ๆ

การแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบโดยใช้แผนภาพ

วิลลิส และฟิวสัน (ภาสกร วัชรพงศ์นาวิน. 2543 : 40-47 ; อ้างอิงจาก Willis and Fuson. 1988 : 192-201) ได้ศึกษาการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบโดยนำมาวาดภาพที่มีลักษณะเป็นแผนภาพ (schematic drawings) ซึ่งมีทั้งหมด 4 ลักษณะคือ โจทย์ปัญหาการบวก แบ่งโครงสร้างออกได้ 2 ลักษณะ (1) การรวมเข้าด้วยกัน (put - together) (2) เปลี่ยนแล้วทำให้มีค่ามากขึ้น (change - get - more) และโจทย์ปัญหาการลบ แบ่งโครงสร้างออกได้ 2 ลักษณะ คือ (1) เปลี่ยนแล้วทำให้มีค่าน้อยลง (change - get - less) (2) การเปรียบเทียบ (compare) ดังนี้

โครงสร้างของโจทย์ปัญหาการบวก มี 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาการบวกประเภทการรวมเข้าด้วยกัน ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้

1.1 ส่วนย่อยที่ 1 (missing first part)

1.2 ส่วนย่อยที่ 2 (missing second part)

1.3 ส่วนรวมทั้งหมด (missing all)

แผนภาพประเภทการรวมเข้าด้วยกัน (put - together)

P	P

A

ส่วนประกอบของแผนภาพการรวมเข้าด้วยกัน ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้

ส่วนย่อยที่ 1 missing first part	ส่วนย่อยที่ 2 missing second part
ส่วนรวมทั้งหมด missing all	

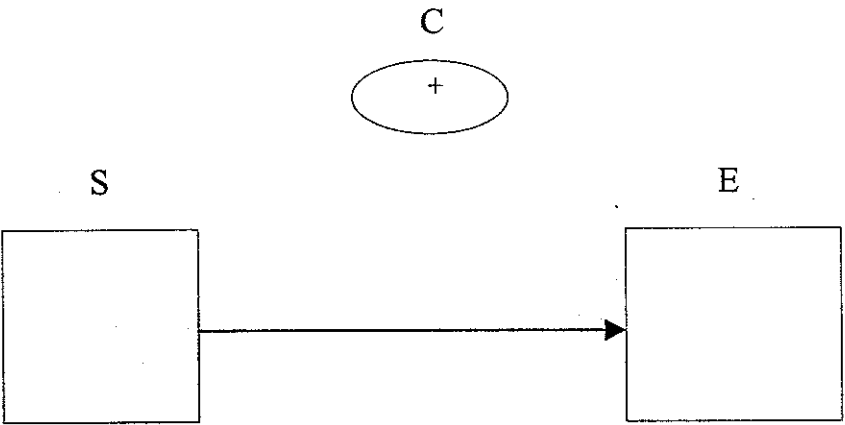
รูปสี่เหลี่ยม เล็ก 2 รูปที่อยู่ข้างบน คือ ส่วนย่อยที่ 1 และส่วนย่อยที่ 2 ของแผนภาพ
รูปสี่เหลี่ยมใหญ่ 1 รูปที่อยู่ข้างล่าง คือ ส่วนรวมทั้งหมดของแผนภาพ เป็นส่วนที่ได้จาก
การรวมส่วนย่อยที่ 1 กับส่วนย่อยที่ 2
ดังนั้น ส่วนย่อยที่ 1 + ส่วนย่อยที่ 2 = ส่วนรวมทั้งหมด

ดังนี้

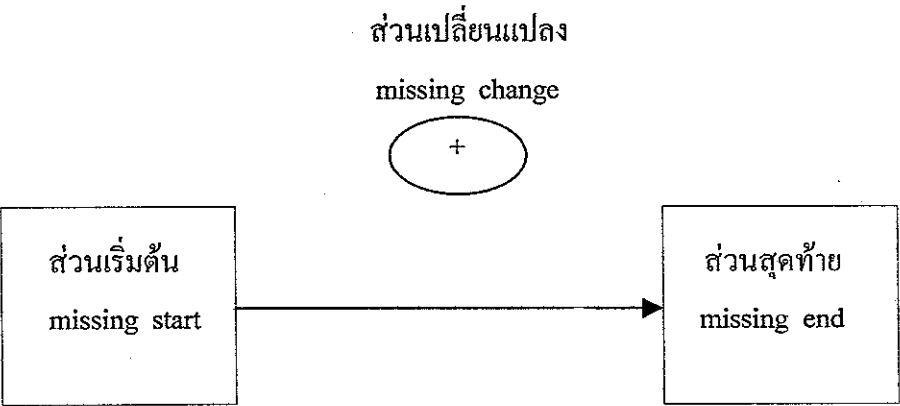
2. โจทย์ปัญหาการบวก ประเภทเปลี่ยนแปลงทำให้มีค่ามากขึ้นประกอบด้วยส่วนต่างๆ

- 2.1 ส่วนเริ่มต้น (missing start)
- 2.2 ส่วนที่เปลี่ยนแปลง (missing change)
- 2.3 ส่วนสุดท้าย (missing end)

แผนภาพเปลี่ยนแปลงแล้วทำให้มีค่ามากขึ้น (change - get - more) เป็นดังนี้



ส่วนประกอบของแผนภาพเปลี่ยนแปลงแล้วทำให้มีค่ามากขึ้น ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้



รูปสี่เหลี่ยมทางซ้ายมือ คือ ส่วนเริ่มต้นของแผนภาพ

รูปวงรีที่อยู่บนลูกศร คือ ส่วนที่เปลี่ยนแปลงของแผนภาพ

รูปสี่เหลี่ยมทางขวามือของลูกศร คือ ส่วนสุดท้ายของแผนภาพ

ดังนั้น ส่วนเริ่มต้น + ส่วนที่เปลี่ยนแปลง = ส่วนสุดท้าย

โครงสร้างของโจทย์ปัญหาการลบ มี 2 ประเภท คือ

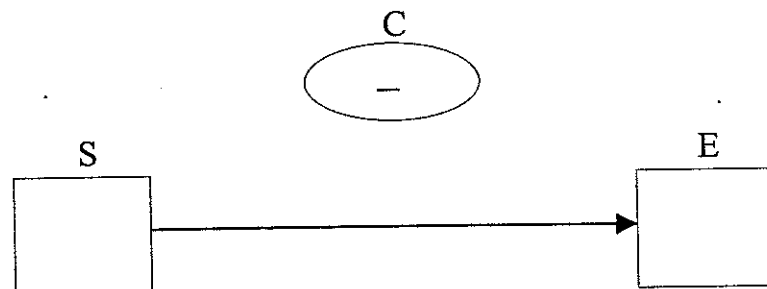
1. โจทย์ปัญหาการลบ ประเภทเปลี่ยนแปลงแล้วทำให้มีค่าน้อยลง ประกอบด้วย
ส่วนต่าง ๆ ดังนี้

1.1 ส่วนเริ่มต้น (missing start)

1.2 ส่วนที่เปลี่ยนแปลง (missing change)

1.3 ส่วนสุดท้าย (missing end)

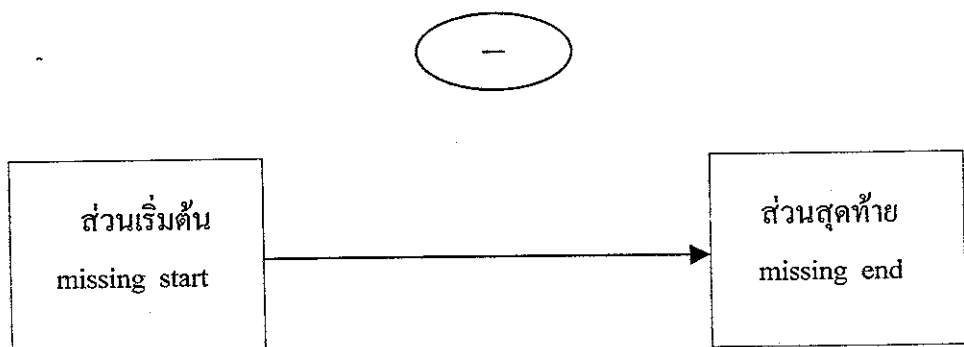
แผนภาพเปลี่ยนแปลงแล้วทำให้มีค่าน้อยลง (change - get - less)



ส่วนประกอบของแผนภาพเปลี่ยนแปลงแล้วทำให้มีค่าน้อยลง ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้

ส่วนเปลี่ยนแปลง

missing change



รูปสี่เหลี่ยมทางซ้ายมือ คือ ส่วนเริ่มต้นของแผนภาพ

รูปวงรีที่อยู่บนลูกศร คือ ส่วนที่เปลี่ยนแปลงของแผนภาพ

รูปสี่เหลี่ยมทางขวามือของลูกศร คือ ส่วนสุดท้ายของแผนภาพ

ดังนั้น ส่วนเริ่มต้น - ส่วนที่เปลี่ยนแปลง = ส่วนสุดท้าย

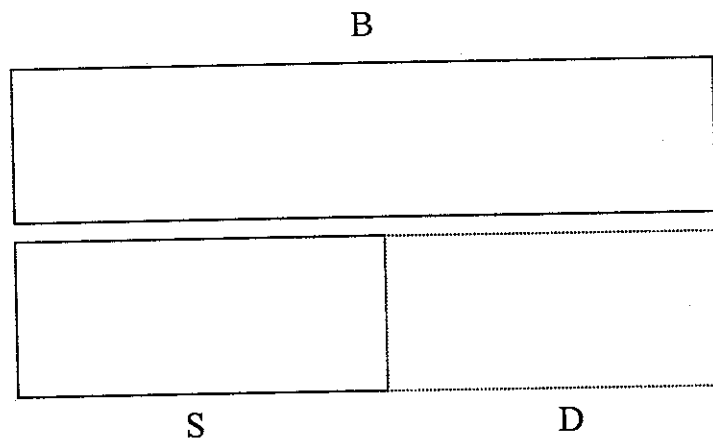
2. โจทย์ปัญหาการลบ ประเภทการเปรียบเทียบ ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้

2.1 ส่วนใหญ่ (missing big)

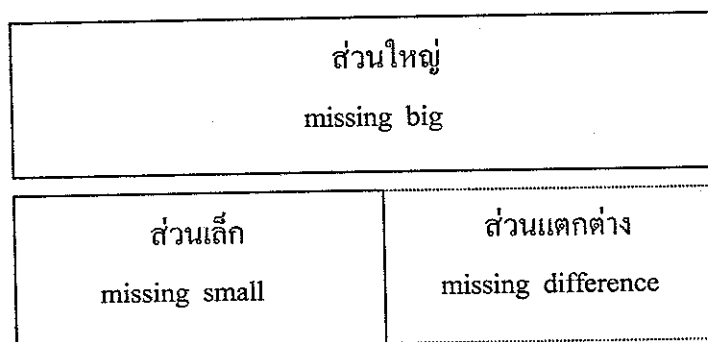
2.2 ส่วนเล็ก (missing small)

2.3 ส่วนที่แตกต่าง (missing difference)

แผนภาพการเปรียบเทียบ (compare)



ส่วนประกอบของแผนภาพการเปรียบเทียบ ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้



161140

๑
372.7
๐437๗
๑

รูปสี่เหลี่ยมใหญ่ด้านบนสุด คือ ส่วนใหญ่ของแผนภาพ

รูปสี่เหลี่ยมเล็กด้านล่างซ้าย คือ ส่วนเล็กของแผนภาพ

รูปสี่เหลี่ยมเล็กด้านล่างขวาที่มีจุดประ คือ ส่วนแตกต่างของแผนภาพ

ดังนั้น ส่วนใหญ่ - ส่วนเล็ก = ส่วนที่แตกต่าง

หรือ ส่วนใหญ่ = ส่วนเล็ก + ส่วนแตกต่าง

ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้แผนภาพ มีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นแนะนำให้รู้จักโครงสร้างของโจทย์ปัญหาแต่ละชนิดพร้อมกับแผนภาพที่ใช้กับโจทย์ปัญหานั้น ๆ ขั้นนี้ เป็นการแนะนำให้นักเรียนรู้จักโครงสร้างของโจทย์ปัญหาแต่ละชนิด พร้อมกับ แผนภาพที่ใช้กับโจทย์ปัญหานั้น ๆ เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนเข้าใจถึงโครงสร้างสถานการณ์ของปัญหา โดยเลือกแผนภาพแต่ละภาพ ว่าสอดคล้องกับโจทย์ปัญหาใด และสามารถนำประโยคโจทย์ปัญหาไปใส่ลงในแผนภาพได้ถูกต้อง
2. นำจำนวนที่อยู่ในโจทย์ไปใส่ลงใน(location) แต่ละที่ของแผนภาพ ขั้นนี้เป็นการฝึกนักเรียนอ่านโจทย์ที่กำหนดให้ทีละ 1 – 2 คน หรืออ่านพร้อมกันหลาย ๆ ครั้ง โดยเน้นให้เห็นส่วนประกอบที่โจทย์ต้องการคำตอบ จากแผนภาพในขั้นที่ 1 และนำจำนวนต่าง ๆ ที่ปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหามาใส่ลงใน(location)แต่ละที่ของแผนภาพ
3. หาทางเลือกในการแก้ปัญหาแล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นนี้เป็นการฝึกทักษะในการตัดสินใจของนักเรียนว่าจะแก้ปัญหาโดยวิธีการบวกหรือการลบนั้นให้สังเกตขนาดของส่วนต่าง ๆ ที่ปรากฏอยู่ในแผนภาพว่า ส่วนใดมีขนาดใหญ่กว่าส่วนใดมีขนาดเล็กกว่าและจะสอดคล้องขนาดของจำนวนด้วยเช่นกัน หลังจากนั้นก็นำจำนวนที่อยู่ในแผนภาพมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องอาศัยความคิดรวบยอดพื้นฐานการบวกและการลบ ดังนี้ โจทย์ปัญหาการบวกประเภทการรวมเข้าด้วยกันและโจทย์ปัญหาการลบประเภทการเปรียบเทียบจะเกี่ยวข้องกับกฎทางคณิตศาสตร์คือส่วนเล็กบวกส่วนเล็กจะได้ส่วนใหญ่ (small + small = big) และส่วนใหญ่ลบด้วยส่วนเล็กจะได้ส่วนเล็ก (big - small = small) สำหรับโจทย์ปัญหาการบวก ประเภทการเปลี่ยนแปลงที่ทำให้มีค่ามากขึ้นและโจทย์ปัญหาการลบประเภทเปลี่ยนแปลงที่ทำให้มีค่าน้อยลงจะเกี่ยวข้องกับกฎทางคณิตศาสตร์คือ ส่วนหนึ่งรวมกับอีกส่วนหนึ่งจะได้ส่วนที่ใหญ่กว่า (some + some more = a large result) และส่วนหนึ่งลบด้วยอีกส่วนหนึ่งจะได้ส่วนที่เล็กกว่า (some - some of them = a smaller result)
4. คิดคำนวณหาคำตอบ ขั้นนี้ เป็นการฝึกทักษะในด้านการคิดคำนวณหาคำตอบของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่หายไปจากประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถหาคำตอบได้หลากหลายวิธี สำหรับคำตอบที่ได้จะสอดคล้องความเป็นจริงและสมเหตุสมผลกัน

5. ตรวจสอบคำตอบ ในขั้นนี้ นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ โดยใช้แผนภาพมาช่วยในการตรวจสอบคำตอบ ถ้าพบว่าถูกต้องแล้ว ครูควรเสริมแรงให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจ

การวิจัยครั้งนี้ในเรื่องของโจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ผู้วิจัยสนใจที่จะสร้างชุดการสอนการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ โดยใช้แผนภาพของวิลลิสและฟิวสันประกอบในชุดการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้โครงสร้างของโจทย์ปัญหาและขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นระบบ และเพิ่มพูนความรู้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลายรูปแบบให้แก่ผู้เรียน

การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

ความหมายของการสอน การสอนเป็นกระบวนการที่ครูจัดขึ้นเพื่อให้ความรู้แก่นักเรียน ซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญมากในการเรียนการสอน การสอนที่ดีและเหมาะสมกับเนื้อหาวิชา ทำให้การเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสอนไว้ดังนี้ การสอน หมายถึง การจุดประกายที่เหมาะสมให้นักเรียนได้ปะทะ เพื่อที่จะให้เกิดการเรียนรู้หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปในทางที่ดีขึ้น (สุพิน บุญชูวงศ์, 2536 : 3) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2537 : 70) ได้กล่าวไว้ว่า การสอน หมายถึงการจัดสิ่งแวดล้อมและกิจกรรมเพื่อให้บรรลุถึงระดับการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ นอกจากนี้ บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 2) ได้กล่าวไว้ว่า การสอน หมายถึง การจัดสิ่งแวดล้อมและกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

สรุปได้ว่าการสอน หมายถึง การจัดกิจกรรมและประสบการณ์ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และพัฒนาการทางด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา

ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเน้นความเข้าใจโครงสร้าง ความสัมพันธ์ของเนื้อหาการเรียนการสอนจะมุ่งให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง การคิดคำนวณจะเน้นกระบวนการขั้นตอนที่สมเหตุสมผลมีความรัดกุมเน้นการนำไปใช้จัดเนื้อหาวิชาให้สัมพันธ์กันและการประยุกต์จะเป็นสิ่งที่ช่วยให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อชีวิตประจำวัน ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องกำหนดความมุ่งหมายไว้อย่างเด่นชัด เพื่อเป็นแนวทางในการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียน ประยูร อาษานาม (2537 : 2) ได้ให้แนวคิดว่าการมุ่งหมายคณิตศาสตร์ควรจะสอดคล้องกับปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ได้จากการค้นพบของนักคณิตศาสตร์ เราควรหาแนวทางหรือสถานการณ์ที่ชี้แนะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรม ซึ่งยากแก่การเข้าใจการเรียนการสอนควรเริ่มจากความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะชักนำไปสู่นามธรรม

3. การประยุกต์หรือการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันเป็นสิ่งที่ควรเน้นเป็นอย่างยิ่ง

ปรัชญาดังกล่าวข้างต้นจะสามารถยึดเป็นแนวทางในการกำหนดความมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในระยะยาวและระยะสั้นหรือทั้งความมุ่งหมายทั่วไปและความมุ่งหมายเฉพาะ

คลาส คราเมอร์ (ประยูร อาษานาม. 2537 : 3 ; อ้างอิงจาก Klass Kramer. 1975 : 5) ได้กล่าวถึงความมุ่งหมายการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างของระบบจำนวนจริง ความรู้เบื้องต้นทางเรขาคณิตและหลักเบื้องต้นของกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. ให้นักเรียนเข้าใจความหมายของศัพท์และสัญลักษณ์เกี่ยวกับปริมาณ กราฟ ตาราง แผนภูมิ รูปทรง และการวัด

3. ให้นักเรียนมีทักษะในการคิดอย่างมีเหตุผลและการสรุปรวบรวมความคิด

4. ให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณอย่างมีเหตุผลด้วยความรวดเร็วและแม่นยำ

5. ให้นักเรียนมีทักษะในการประเมินความถูกต้องของผลการคิดคำนวณ

6. ให้นักเรียนมีทักษะในการประยุกต์หลักการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือสาขาวิชาอื่น ๆ รวมทั้งปัญหาในชีวิตประจำวัน

7. ให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

8. ให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นการให้เหตุผล

จากความมุ่งหมายในการสอนคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ว่า ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มีทักษะในการคิดคำนวณ และเน้นให้ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้มีอิทธิพลต่อการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เน้นผลผลิต กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาจำเป็นต้องสอดคล้องกับจิตวิทยาการเรียนรู้ของเด็ก เพื่อให้เด็กเรียนรู้ได้มากที่สุด

ทฤษฎีการเรียนรู้ของพียาเจต์ พียาเจต์ (Piaget) ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาเป็น 4 ขั้น (บุญทัน อยู่ชมบุญ. 2529 : 26 – 32 ; อ้างอิงจาก Piaget. 1952)

1. ระยะการใช้วัยรับรู้ (sensory motor stage) อายุ 0-2 ปี เป็นวัยที่จะเรียนรู้จากการสัมผัสและการเคลื่อนไหวด้านภาษา เริ่มหัดพูดเป็นคำ เริ่มใช้ท่าทางช่วย ยังคิดหรือจินตนาการไม่เป็น การมองและคิดยังมีเพียงด้านเดียว คิดแบบตรงไปตรงมาคิดย้อนกลับหรือคิดอ้อมค้อมไม่ได้

2. ระยะเริ่มต้นกระบวนการคิด (preoperation stage) อายุ 2 - 7 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ขึ้นอยู่กับรับรู้เป็นส่วนใหญ่ไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลและมีความคิดรวบยอดได้อย่างลึกซึ้ง แต่เป็นวัยที่จะเรียนรู้ทางภาษาเป็นไปอย่างรวดเร็ว พูดเป็นเรื่องเป็นราวได้ เป็นวัยช่างพูดเลียนแบบลองผิดลองถูกตามที่เห็นเท่านั้น สนใจสิ่งลึกลับแปลก ๆ เริ่มเชื่อโดยไม่มีเหตุผล

3. ระยะกระบวนการคิดในเรื่องรูปธรรม (concrete operation stage) อายุ 7-11 ปี เป็นวัยที่เริ่มมีความคิดที่มีเหตุผลแต่เป็นความคิดที่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์เฉพาะหน้าและสิ่งที่เป็นรูปธรรม ยังไม่เข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม เรียนรู้ด้วยการกระทำได้ดีที่สุดหรือวัยช่างทำ สามารถแบ่งประเภทสิ่งของได้ จัดเรียงลำดับได้ สร้างเกณฑ์ในการแบ่งได้โดยได้เห็นของจริงที่มีตัวตน สามารถมองเห็นทีละหลายมิติได้และสามารถคิดย้อนกลับได้

4. ระยะกระบวนการคิดที่เป็นแบบแผน (formal operation stage) อายุ 12 ปีเป็นวัยที่เรียนรู้และคิดในเชิงนามธรรมได้ดีหรือวัยช่างคิด สามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่โดยจะระลึกถึงสิ่งที่ไม่มีความเห็นหรือนามธรรม นั่นคือการคิดแบบตั้งสมมติฐาน รู้จักทบทวนได้ แยกกับความคิดเห็นได้อย่างกว้างขวาง มีการวางแผนวิธีการแก้ปัญหาทุกอย่างที่จะเป็นไปได้จากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของพียาเจต์ (Piaget) บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529 : 30) ได้สรุปขั้นตอนการใช้ความคิดด้วยรูปธรรม (concrete operational stage) ไว้ว่าช่วงอายุ 7-11 ปี ซึ่งเทียบกับชั้น ป.1 – 6 เด็กวัยนี้เริ่มมีความคิดที่มีเหตุผลแต่เป็นความคิดที่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์เฉพาะหน้าและสิ่งที่เป็นรูปธรรม เรียนรู้ด้วยการกระทำ ลักษณะสำคัญของขั้นนี้คือ

1. เด็กสามารถคิดหาเหตุผลได้จากวัตถุสิ่งของที่เป็นรูปธรรม
2. สามารถแก้ปัญหาได้จากสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม
3. สามารถแบ่งประเภทสิ่งของได้จัดเรียงลำดับได้สร้างเกณฑ์ในการแบ่งได้โดยต้องเห็นของจริงที่มีตัวตนได้
4. สามารถเคลื่อนไหวได้คล่องแคล่ว
5. สามารถมองทีละหลายมิติได้คิดและเห็นคุณสมบัติของวัตถุสิ่งของได้หลาย ๆ ด้านสามารถคิดย้อนกลับได้
6. มีความคิดความเข้าใจในการสร้างสมมติฐานยาก ๆ ได้

การค้นพบที่สำคัญอีกประการหนึ่งของพือาเจต์ ที่มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มาก คือ การค้นพบที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ การมีประสบการณ์ตรงหรือการได้ปฏิบัติจริง กับการสร้างความรู้สึกรู้ของเด็ก พือาเจต์ แยกความรู้เป็น 3 ประเภทคือ (ลาวัลย์ พลกล้า. 2523 : 160)

1. ความรู้กายภาพ เป็นผลมาจากการกระทำของเด็กต่อสิ่งที่เด็กได้เล่นสัมผัสจับต้อง ทดลองชิม พิสูจน์กลิ่น เป็นความรู้ประเภทค้นพบซึ่งได้มาจากประสบการณ์ที่เด็กสร้างขึ้นเอง
2. ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และการใช้เหตุผล เป็นผลมาจากการกระทำของเด็กโดยใช้วัตถุต่าง ๆ เป็นสื่อกลางการที่เด็กได้สำรวจหรือกระทำในรูปแบบต่าง ๆ จากวัตถุเด็กจะดึงความเข้าใจไม่ใช่ว่าจากวัตถุแต่จากการกระทำ ความรู้ชนิดนี้จะเกิดขึ้นเมื่อมีการกระทำหลาย ๆ อย่างที่พร้อมกัน หรือประสานสัมพันธ์กันอย่างดี มิใช่เกิดจากการกระทำเพียงครั้งเดียว

3. ความรู้เกี่ยวกับสังคม เกิดจากประสบการณ์ทางด้านสังคมของเด็ก การเรียนรู้ภาษา ค่านิยม จริยธรรม เป็นตัวอย่างของความรู้ที่เด็กสร้างขึ้นจากการมีส่วนร่วมในสังคม

โดยสรุปจากทฤษฎีของพือาเจต์ แสดงให้เห็นว่า

1. มโนคติทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นด้วยตัวของเด็กเอง จากการกระทำตามธรรมชาติโดยมีวัตถุประสงค์เป็นสื่อ
2. เด็กสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังจากทีเด็กสามารถเข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย
3. เด็กควรจะได้เข้าใจมโนคติต่าง ๆ ในลักษณะที่เป็นรูปธรรมก่อนจะได้เรียนหรือใช้มโนคติเหล่านั้นอย่างนามธรรม

ทฤษฎีของบรูเนอร์ บรูเนอร์เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันที่มีชื่อเสียงทฤษฎีหรือแนวคิดของบรูเนอร์ มีอิทธิพลต่อการจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มากเขาสนับสนุนการเรียนด้วยการค้นพบ และมีความเชื่อว่า

1. กระบวนการแก้ปัญหา ควรเป็นผลสำคัญของการศึกษามากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง
2. การที่เด็กจะเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เขาควรจะได้ร่วมในกระบวนการค้นพบหรือกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง การจดจำข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์มีความจำเป็นในบางกรณีเท่านั้น เช่น การที่สิ่งเหล่านั้นจำเป็นต้องใช้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
3. การที่เด็กได้จับต้องสิ่งของในสิ่งแวดล้อมเป็นสิ่งจำเป็นต่อการสร้างมโนคติ หรือการพัฒนาความคิดตามลำดับขั้น

ระดับการเรียนรู้ตามทฤษฎีของบรูเนอร์มี 3 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ขั้นปฏิบัติด้วยวัตถุของจริง (enactive) ขั้นนี้เป็นแรกเริ่มของการสร้างมโนคติเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนเด็กควรจะโต้เถียง ได้สัมผัสวัตถุของจริงเพื่อให้เกิดจินตนาการนำไปสู่ความเข้าใจมโนคติ

ระดับที่ 2 ขั้นใช้ภาพในในแทนวัตถุ (iconic) ขั้นนี้เป็นขั้นที่เด็กค่อย ๆ สร้างภาพของการใช้วัตถุจริงแทนสัญลักษณ์ที่เขาเห็น

ระดับที่ 3 ขั้นใช้สัญลักษณ์ (symbolic) ในขั้นนี้เด็กจะสามารถใช้สัญลักษณ์แทนของจริงและจินตนาการภาพของจริง

ระดับขั้นการเรียนรู้ทั้ง 3 ระดับนี้มีประโยชน์โดยตรงต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่นามธรรม ซึ่งทฤษฎีของบรูเนอร์มีลักษณะที่เน้นตัวนักเรียนเช่นเดียวกับ皮อาเจต์ เขาเสนอวิธีการเรียนรู้ด้วยการค้นพบที่ครูให้คำแนะนำน้อยที่สุดให้นักเรียนทดลองด้วยตนเองมากที่สุด

สรุปได้ว่าทฤษฎีของบรูเนอร์มีลักษณะที่เน้นตัวนักเรียนเช่นเดียวกับ皮อาเจต์ เขาเสนอวิธีการเรียนรู้ด้วยการค้นพบที่ครูให้คำแนะนำน้อยที่สุดให้นักเรียนทดลองด้วยตนเองมากที่สุด

ทฤษฎีของกานเย กานเยเชื่อว่าผลิตผลปลายทางหรือหรือสิ่งที่นักเรียนรู้ซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการเรียนมีความสำคัญ เด็กอาจจะเรียนรู้โดยกระบวนการใด ๆ ก็ได้ รวมทั้งการเรียนรู้โดยการค้นพบเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ต้องการ เขาเรียกผลการเรียนรู้ปลายทางว่า สมรรถภาพ (capability) ซึ่งเป็นผลการเรียนเนื้อหาต่าง ๆ การเรียนเพื่อให้เกิดสมรรถภาพที่ปรารถนา ครูต้องจัดประสบการณ์เรียนการสอนอย่างเหมาะสม

วิธีการของกานเยเริ่มจากครูกำหนดหัวข้อที่จะเรียนหรือสมรรถภาพที่ต้องการแล้วสิ่งแรกที่ครูต้องทำคือ การวิเคราะห์งานว่าประกอบด้วยอะไรบ้าง การวิเคราะห์นี้จะมี 2 องค์ประกอบได้แก่

1. ตัวแปรในการสอน หมายถึงหน้าที่หรือองค์ประกอบที่ครูจะต้องทำเพื่อเสนอเนื้อหาใหม่หรือหลักการแก่นักเรียน ได้แก่การให้คำจำกัดความของสมรรถภาพที่ต้องการ การเตรียมการ การแนะนำ การคิด
2. ลำดับเนื้อเรื่อง ได้แก่ การจัดลำดับเนื้อหาเพื่อพิจารณาว่าจะสอนเนื้อหาใดก่อนและหลัง การวิเคราะห์เช่นนี้จะทำให้มองเห็นความสัมพันธ์หรือโครงสร้างของสมรรถภาพที่ต้องการว่าจะต้องประกอบด้วยเนื้อหาย่อยอะไรบ้าง และมีลำดับอย่างไร เนื้อหาใดจำเป็นต้องเรียนรู้ก่อนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาขั้นต่อไป

การนำเด็กไปสู่สมรรถภาพที่ต้องการอาจจะมีหลายขั้นตอนขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน การพิจารณาว่าจะเริ่มที่ขั้นตอนใดก็ขึ้นอยู่กับนักเรียนซึ่งมีพื้นฐานต่างกัน และใช้วิธี

การแก้ปัญหาต่าง ๆ กัน เด็กบางคนสามารถเรียนโดยการค้นพบ เด็กบางคนจะต้องใช้วิธีการที่มีโครงสร้างและแนวทางที่ชัดเจน กานเย เชื่อว่าวิธีการใด ๆ มิใช่เรื่องสำคัญตราบเท่าที่สามารถนำเด็กเข้าสู่สมรรถภาพที่ต้องการได้ หน้าที่ครูก็คือนำเด็กเข้าสู่ลำดับขั้นงานที่เหมาะสมและต้องแน่ใจว่าเด็กมีสมรรถภาพที่ต้องการ โดยกานเยได้เสนอการเรียนรู้ทักษะเชาว์ปัญญา 9 ขั้น

ขั้นที่ 1 การสร้างความสนใจ คือ การทำให้นักเรียนเกิดความสนใจในบทเรียนซึ่งเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากสิ่งยั่วยุภายนอกตัวผู้เรียน และแรงจูงใจที่เกิดจากภายในตัวผู้เรียนเองอาจใช้วิธีการสนทนา ชักถาม ทายปัญหา สาธิต หรือใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ

ขั้นที่ 2 ขั้นแจ้งจุดประสงค์ของบทเรียนคือ การให้นักเรียนทราบถึงผลการเรียนบทเรียนนั้นโดยเฉพาะเจาะจงลงไป ทำให้นักเรียนมองเห็นประโยชน์ของบทเรียนและยังได้ทราบแนวทางการจัดกิจกรรมอีกด้วย

ขั้นที่ 3 ทบทวนประสบการณ์เดิม เป็นกระบวนการต่อเนื่องเมื่อเรียนรู้สิ่งใหม่ก็ต้องอาศัยความรู้เก่าเป็นพื้นฐานที่จะนำไปสู่การเรียนรู้นั้น อาจใช้วิธีการชักถาม สนทนา หรือให้นักเรียนปฏิบัติใหม่

ขั้นที่ 4 เสนอบทเรียนใหม่โดยใช้วัสดุอุปกรณ์กระตุ้น เป็นการเริ่มกิจกรรมของบทเรียนใหม่ โดยใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ประกอบการพูด ชักถาม ให้ตัวอย่าง หรือเป็นการจัดให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยยึดจุดประสงค์นำทางเป็นหลักในการจัดกิจกรรม เพื่อนำไปสู่จุดหมายปลายทาง

ขั้นที่ 5 ขั้นให้แนวการเรียนรู้ เป็นการสนับสนุนการเรียนรู้ภายใน เป็นการทำให้สิ่งเร้ามีความหมาย ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้ตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม ในการสอนสิ่งที่เป็นนามธรรมโดยให้สัมพันธ์กับความรู้เดิมเป็นการนำทางหรือให้แนวทางไปคิดเอง

ขั้นที่ 6 ขั้นปฏิบัติ เป็นการให้นักเรียนได้แสดงพฤติกรรมตามจุดประสงค์ กิจกรรมของนักเรียนอาจเป็นการจัดทำหรือปฏิบัติจริง ผลของกิจกรรมนั้นเป็นพฤติกรรมที่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน

ขั้นที่ 7 การให้ข้อมูลป้อนกลับ เป็นการแสดงให้นักเรียนเห็นว่าผลการปฏิบัติกิจกรรมหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกนั้นได้ผลสำเร็จหรือมีปัญหาอย่างไรหรือไม่

ขั้นที่ 8 การประเมินผลการปฏิบัติ เป็นขั้นประเมินพฤติกรรม คือ การวัดและประเมินว่าพฤติกรรมหรือผลงานที่นักเรียนทำนั้นได้ผลตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนั้นเพียงใด

ขั้นที่ 9 ส่งเสริมความแม่นยำและการถ่ายโอนการเรียนรู้ เป็นการสรุปทบทวนการเรียนรู้ที่ผ่านมาให้นักเรียนมีพฤติกรรมหรือการเรียนรู้ที่ฝังแน่นขึ้น อาจยกสถานการณ์อื่นให้เด็กได้ใช้การ

เรียนรู้ที่ได้จากชั้นต่าง ๆ ไปใช้ กิจกรรมในชั้นนี้อาจเป็นแบบฝึกหัดเสริมการทำงานเพิ่มเติมหรือ การให้ทำกิจกรรมเพิ่มพูน รวมทั้งอาจเป็นการให้การบ้านด้วย

เหตุการณ์การสอน 9 เหตุการณ์ ถือเสมือนว่าเป็นการวางแผนการสอนซึ่งเป็นการจัด สถานการณ์ภายนอกเพื่อสนับสนุนให้เกิดสมรรถภาพนั้น ๆ มากที่สุด โดยเริ่มตั้งแต่การสร้าง ความสนใจเรื่อยไปจนถึงเหตุการณ์สุดท้าย ซึ่งเหตุการณ์การสอนที่กำหนดไว้ไม่จำเป็นต้องดำเนินการ เรียงลำดับตั้งแต่เหตุการณ์แรกจนถึงเหตุการณ์สุดท้าย

ทฤษฎีของสกินเนอร์ สกินเนอร์เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันที่อยู่ในกลุ่มทฤษฎีการวาง เลื่อนไขหรือทฤษฎีสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ทฤษฎีนี้กล่าวว่าอินทรีย์ทั้งหลายมีแนวโน้มที่จะกระทำ กิจกรรมต่อเนื่องกันถ้าได้รับสิ่งเร้าที่พึงพอใจ (รางวัล) และจะถดถอยถ้าผลที่ได้รับไม่น่า พพอใจ หรือได้รับสิ่งเร้าที่ไม่พอใจ (การลงโทษ)

ตามทฤษฎีของสกินเนอร์การเรียนรู้เปรียบเสมือนการเดินขึ้นบันไดคือต้องดำเนินไปที่ละ ขั้นตามลำดับ เนื้อหาที่จะสอนถูกแบ่งเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วดำเนินการสอนเนื้อหาย่อย ๆ เรียงไปตาม ลำดับจากแนวคิดนี้ทำให้เกิดการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมในบทเรียนมีคำถามให้ผู้เรียนคิด และตอบคำถามเมื่อนักเรียนตอบถูกจะเรียนรู้เนื้อหาย่อยอื่นต่อไปคำถามจะไม่ยากเพราะเป็นคำถาม จากเรื่องราวความรู้ที่ให้อ่าน ๆ เมื่อเด็กตอบปัญหาแต่ละข้อเด็กจะรู้ว่าตนเองตอบถูกหรือไม่ การตอบถูกเป็นแรงจูงใจให้ตอบคำถามข้อต่อไปและเรียนเนื้อหาต่อไป สกินเนอร์ได้เรียกร้อง ให้ครูใช้บทเรียนโปรแกรมและสร้างบทเรียนโปรแกรมเพื่อใช้ประกอบการสอน

ทฤษฎีของสกินเนอร์และกานเยมีส่วนร่วมกัน คือ การวิเคราะห์เนื้อหาออกมาเป็นส่วน ย่อย ๆ นักเรียนจะต้องเข้าใจเนื้อหาต้น ๆ อย่างแตกฉานก่อนที่จะก้าวไปเรียนเนื้อหาที่สลับซับซ้อน ขึ้นแนวคิดนี้เป็นรากฐานสำคัญอย่างหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนและมีอิทธิพลต่อการจัดการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ

ทฤษฎีของออสซูเบล เป็นทฤษฎีที่เน้นความสำคัญของการเรียนรู้อย่างมีความเข้าใจและ มีความหมาย ออสซูเบล ได้กล่าวว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ถ้าในการเรียนรู้ใหม่นั้นผู้เรียนเคยมี พื้นฐานเชื่อมโยงเข้ากับความรู้ใหม่ได้ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้สิ่งใหม่นั้นมีความหมาย ดังนั้นในการ สอนความคิดรวบยอด (concept) ใดที่ใหม่จะเป็นสิ่งที่มีความหมายกับเด็กถ้าเด็กสามารถเชื่อมโยง ได้กับประสบการณ์เดิม และในขณะเดียวกันถ้าเชื่อมโยงได้กับความคิดอื่น ๆ ในขณะที่ยังเรียนสิ่งใหม่ สิ่งต่าง ๆ มีความหมายเมื่อสัมพันธ์กับผู้เรียนก่อนที่ครูจะสอนสิ่งใดให้กับนักเรียนต้องดูว่านักเรียน มีความรู้เดิมพอที่จะเข้าใจสิ่งใหม่หรือยัง ถ้ายังมีไม่พอจะต้องจัดประสบการณ์ให้

นอกจากนี้ออสซูเบลยังได้เน้นความสำคัญของครูว่า ครูมีหน้าที่ที่จะจัดเรียบเรียงความรู้ อย่างเป็นระบบและเหมาะสม จะต้องสอนความคิดรวบยอดใหม่ที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้ จัดลำดับ

ความยากง่ายของความรู้ที่เหมาะสม รวมทั้งการจัดการเรียนเด็กอายุต่ำกว่า 12 ปี ต้องเรียนรู้จากของจริง การทดลองหรือการปฏิบัติจะช่วยให้เด็กเข้าใจสิ่งที่เรียนได้อย่างชัดเจน ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนในระดับประถมศึกษา อุปกรณ์จึงเป็นส่วนสำคัญอย่างยิ่ง (สุรางค์ โค้วตระกูล 2537 : 155 – 157 ; อ้างอิงจาก Ausubel. 1936)

การนำทฤษฎีไปปฏิบัติในการจัดกิจกรรมการสอน แนวคิดจากทฤษฎีการเรียนรู้ดังกล่าวมาแล้วเมื่อนำมาสังเคราะห์กันเข้าเป็นหลักการในการจัดการเรียนการสอนได้ ดังนี้

หลักการเกี่ยวกับนักเรียน

1. การจัดกิจกรรมต้องให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของนักเรียนควรจัดเพื่อส่งเสริมให้เกิดความพร้อมในการเรียนเนื้อหาที่สูงขึ้น
2. ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมให้มากที่สุดด้วยตนเองเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดความสามารถอย่างเต็มที่
3. ให้นักเรียนได้เรียนหรือปฏิบัติตามระดับความสามารถด้วยอัตราเร็วของแต่ละคน ส่งเสริมการพัฒนาตนเองหรือแข่งขันกับตนเอง
4. ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมทั้งแบบรายบุคคลและเป็นแบบกลุ่มย่อยการทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยจะฝึกปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนจะได้เรียนรู้จากกันและกัน และเป็นการฝึกการทำงานร่วมกัน
5. ให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น ความคิดสร้างสรรค์ หรือแสดงความสามารถพิเศษในด้านต่าง ๆ
6. ให้นักเรียนได้ใช้เวลาทั้งหมดในชั่วโมงเรียนอย่างมีคุณค่า ต้องจัดเตรียมกิจกรรมไว้สำหรับนักเรียนที่ทำงานเร็วให้ทำเป็นพิเศษ

หลักการเกี่ยวกับการสอน

1. การจัดกิจกรรมจะต้องเริ่มจากการเตรียมความพร้อมในด้านพื้นฐานความรู้เดิมไปสู่การเสนอเนื้อหาใหม่
2. การจัดกิจกรรมการสอนควรเริ่มจากการเล่นอย่างอิสระ การแสวงหาข้อมูลอย่างอิสระ แล้วเพิ่มความเป็นระบบเป็นเค้าโครงตามแผนการ
3. การจัดกิจกรรมการสอนจะต้องเริ่มจากกิจกรรมที่เป็นรูปธรรมสู่ กึ่งรูปธรรม และนามธรรมตามลำดับ การใช้สัญลักษณ์ควรกระทำหลังจากที่นักเรียนได้มีโอกาสเห็นรูปธรรมได้สัมผัสกับวัตถุของจริงแล้ว
4. กิจกรรมทุกรูปแบบต้องผ่านการวางแผนและมีวัตถุประสงค์ที่แน่นอนว่าจะดำเนินการไปสู่การเรียนรู้เรื่องใด

5. จัดกิจกรรมหลาย ๆ รูปแบบเพื่อสนองความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน
6. ควรให้มีกิจกรรมที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ อย่างเพื่อนำไปสู่การค้นพบการหาข้อสรุปหรือการสร้างความเข้าใจเพื่อให้เกิดมโนคติที่ต้องการ
7. ต้องจัดหาวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ให้พร้อมและพอเพียงสำหรับนักเรียน วัสดุอุปกรณ์ที่จะใช้ในการสอนต้องมีการวางแผนการใช้ว่าจะใช้เพื่อสอนเนื้อหาใดให้นักเรียนค้นพบอะไรมีมโนคติเรื่องใด
8. มีความยากง่ายเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นกิจกรรมที่ยากหรือซับซ้อนจนเกินไปจะทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสประสบความสำเร็จทำให้ท้อถอยและถ่างง่ายเกินไปก็จะไม่ท้าทายให้เด็กใช้ความคิด
9. การเสนอเนื้อหาที่ยากและซับซ้อน ต้องวิเคราะห์ให้เป็นเนื้อหาย่อย ๆ และจัดกิจกรรมเพื่อเนื้อหาย่อย ๆ เหล่านั้น
10. ให้กิจกรรมการสอนมีความเชื่อมโยงเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเพื่อให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อผู้เรียน
11. ให้มีกิจกรรมที่ส่งเสริมหรือฝึกทักษะที่จำเป็นในแต่ละบทเรียน
12. คำนึงถึงเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม
13. ก่อนที่จะเปลี่ยนหัวข้อ จะต้องมีการประเมินว่าเด็กมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องเก่าเพียงพอหรือไม่ ทั้งนี้เพราะความรู้พื้นฐานมีความสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนเรื่องต่อไปที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน
14. การให้รางวัลหรือการลงโทษควรทำทันทีเมื่อพฤติกรรมเกิดขึ้นหรือสิ้นสุดใหม่ ๆ การลงโทษไม่ควรมีถ้าไม่จำเป็น เพราะเป็นสิ่งบั่นทอนกำลังใจและทำลายความเชื่อมั่นในตัวเองของเด็ก
15. ให้ทราบเป้าหมายของการทำกิจกรรมแต่ละอย่างรวมทั้งเหตุผล
วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งความคิดโดยเนื้อหาสาระและลักษณะของวิชาจะส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดและสามารถคิดได้หลาย ๆ วิธี มีวิธีมีกระบวนการและรูปแบบแห่งการคิดอย่างมีระบบจนเกิดการคิดเป็นและคิดเร็ว ฉะนั้นผู้สอนจะต้องมีศิลปะที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดและรู้วิธีคิดที่ดีและมีประสิทธิภาพตามลักษณะของเนื้อหาสาระที่เรียน สุวรร กาญจนมยุร (2533 : 1-3) กล่าวว่า การคิดคณิตศาสตร์นั้นมีความเข้มข้นในการคิดหลายระดับ ผู้เรียนอาจเริ่มต้นคิดจากสิ่งต่าง ๆ ที่เห็นได้เป็นรูปธรรมแล้วนำไปสู่การคิดที่เป็นนามธรรมได้ ระดับความเข้มแห่งการคิดอาจแบ่งได้ดังนี้

ระดับที่ 1 สามารถคิดได้จากสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม

ระดับที่ 2 สามารถคิดได้จากสื่อการเรียนการสอนที่เป็นกึ่งรูปธรรม

ระดับที่ 3 สามารถคิดได้จากสื่อการเรียนการสอนที่เป็นเพียงวิธีการ

ระดับที่ 4 สามารถคิดได้โดยไม่ต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอน ซึ่งเรียกว่าคิดได้ใน

ลักษณะนามธรรม

ระดับที่ 5 สามารถคิดได้รวดเร็วและแม่นยำและสามารถแก้ปัญหาได้

ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งออกได้ 3 ลักษณะคือ

1. การเรียนการสอนที่ใช้สื่อเป็นรูปธรรม ได้แก่ ของจริง
2. การเรียนการสอนที่ใช้สื่อเป็นกึ่งรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพหรือสัญลักษณ์
3. การเรียนการสอนที่ใช้สื่อเป็นเพียงวิธีการ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งความคิด ธรรมชาติของคณิตศาสตร์จึงมีส่วนหนึ่งที่เป็นกระบวนการของเหตุและผลการแสดงเหตุและผลเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่นำข้อความหรือปรากฏการณ์ที่เป็นเหตุนำมาแจกแจงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องกันเพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่หรือปรากฏการณ์ใหม่ เรียกว่าผลสรุปหรือผล โดยกระบวนการของเหตุและผลทางคณิตศาสตร์ตามแนวการใช้หลักสูตรประถมศึกษา พ.ศ. 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) (กรมวิชาการ. 2541 : 121-122) มีรูปแบบดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการของเหตุและผลซึ่งส่วนที่เป็นเหตุประกอบด้วยเหตุหลายอันซึ่งอิสระจากกัน และในที่สุดก็รวมตัวกันมาเป็นผลสรุปอยู่ในรูปของการวางนัยทั่วไป
2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (deductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลซึ่งเริ่มต้นด้วยเหตุใหญ่และติดตามด้วยเหตุย่อย เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยก็จะมีผลบังคับให้เกิดผลสรุป ดังเช่น การให้เหตุใหญ่เป็นแม่บทซึ่งเป็นเงื่อนไขในวงกว้างเรียกว่าการวางนัยทั่วไป และเมื่อยอมรับว่าเป็นเหตุใหญ่และเหตุย่อยเป็นจริงผลจะต้องเป็นจริงด้วย
3. เหตุผลเชิงสัญชาตญาณ (intuitive reasoning) หรือปัญหาสำนึกเป็นสิ่งที่ผุดขึ้นมาจากจิตได้สำนึกขึ้นมาในวงของจิตสำนึก ทำให้จิตสำนึกเข้าใจว่าต้องมีความจริงใหม่เกิดขึ้น (แต่มิได้อยู่ในรูปของสัญชาตญาณตามธรรมชาติ)

บทบาทของเหตุและผลแต่ละแบบ

1. เหตุผลเชิงอุปนัย เป็นตัวการสรุปปรากฏการณ์หรือข้อคิดเห็นให้อยู่ในรูปหมวดหมู่เป็นลักษณะการวางนัยทั่วไปเพื่อสร้างนิยามหรือสังพจน์
2. เหตุผลเชิงนิรนัย เป็นตัวการที่นำนิยามและสังพจน์ต่าง ๆ ไปสู่ทฤษฎีใหม่

3. เหตุผลเชิงสหัชญาณ เป็นตัวการช่วยให้เกิดความกะเนเพื่อให้ได้ข้อความคาดคะเน ซึ่งอาจจะเป็นทฤษฎีในทีหลัง

แนวการนำกระบวนการ การอุปนัยไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ ในส่วนรูปแบบการสอนทักษะการคิดคำนวณ เป็นกระบวนการที่เริ่มจากการสร้างความเข้าใจ ในความคิดรวบยอดของคำและนิยามแล้วจึงสรุปเป็นกฎหรือหลักการ โดยวิธีการสร้างรูปแบบย่อย ๆ ให้สังเกตหลาย ๆ รูปแบบ หาข้อแตกต่างและความสัมพันธ์ของรูปแบบเหล่านั้นเพื่อสรุปเป็นกฎหรือ หลักการ ซึ่งเรียกการสรุปโดยใช้วิธีนี้ว่า วิธีอุปนัย เป็นการฝึกใช้กฎหรือหลักการให้ชำนาญ ซึ่งเรียกว่า เกิดทักษะการคิดคำนวณ

วิธีสอนแบบอุปนัยหรืออุปมาน (inductive method) เป็นการสอนที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนเห็นรูปแบบโดยใช้การสังเกตเห็นรูปแบบทั่วไปแล้วสรุปเป็นกฎหรือวิธีการ จุดมุ่งหมายของการสอนนี้เพื่อมุ่งให้นักเรียนฝึกสังเกต ค้นพบกฎเกณฑ์ หรือความจริง และ หัดสรุปด้วยตนเอง มีขั้นตอนการสอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูทบทวนซักถามบทเรียนพื้นฐาน
2. ขั้นเสนอ ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ แบบให้เหมาะสม
3. ขั้นเปรียบเทียบ ให้นักเรียนสังเกตพิจารณาตัวอย่าง
4. ขั้นกำหนดนัยทั่วไป ให้นักเรียนสามารถสรุป กฎ สูตร นิยามได้ด้วยตนเอง
5. ขั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนสามารถนำกฎ สูตร ทฤษฎีไปใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวัน หรือแก้ปัญหาโจทย์โดยการทำแบบฝึกหัดได้

วิธีสอนแบบนิรนัยหรืออนุมาน (deductive method) เป็นการสอนที่เริ่มจากกฎหรือหลักการต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนหาหลักฐานเหตุมายืนยัน เป็นการฝึกหัดให้นักเรียนมีเหตุผล มีขั้นตอนการสอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม เตรียมบทเรียน เตรียมการสอน
2. ขั้นสอน นำกฎเกณฑ์ หลักการ นิยาม ทฤษฎี ทำการทดลอง หรือพิสูจน์ให้เห็นจริง นักเรียนลงมือปฏิบัติทำการทดลองพิสูจน์ด้วยตนเอง
3. ขั้นสรุป นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์ ทฤษฎีที่ครูอธิบายนั้นว่าเป็นความจริงและข้อสรุปนั้นถูกต้อง
4. ขั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์ ทฤษฎีไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด

การสอนแบบปฏิบัติการ เป็นวิธีสอนที่พัฒนามาจากความคิดและผลงานของนักการศึกษาในอดีต เช่น เปสตาลอสซี (Pestalozzi) มอนเตสซอรี (Montessori) ดีนส์ (Dienes) และ

ควิวี่ (Dewey) ซึ่งมีความเชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้จากการปฏิบัติจริง การสอนแบบปฏิบัติการ เป็นวิธีสอนที่ฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา (ลาวัลย์ พลกล้า. 2523 : 1-2)

สื่อการเรียนการสอนวิธีสอนแบบปฏิบัติการ ต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอนเป็นหลัก ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 6) ได้กล่าวถึงสื่อการเรียนการสอนที่จะนำมาใช้ ได้แก่

1. บทเรียนปฏิบัติการ (laboratory lesson) เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากที่ได้ทำจริง ๆ ตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์นักเรียนทำตามข้อปฏิบัติ ทำการทดลองบันทึกข้อมูล และสรุปหลักเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้นด้วยตนเอง บทเรียนนี้ประกอบด้วยหัวเรื่อง ระดับชั้น จุดประสงค์ในการเรียนรู้ อุปกรณ์ที่ใช้ การจัดกลุ่ม การปฏิบัติการ กระจายคำตอบ หรือการสรุปผลการปฏิบัติการ

1. บทเรียนกิจกรรม (activity lesson) เป็นบทเรียนที่บอกให้นักเรียนทำกิจกรรมต่างๆ ตามข้อปฏิบัติโดยมีข้อเสนอแนะหรือแนวความคิดเพื่อช่วยให้นักเรียนตอบคำถามหรือหาข้อสรุปได้ บทเรียนกิจกรรมนี้ประกอบด้วยหัวเรื่อง ระดับชั้น จุดประสงค์การเรียนรู้ อุปกรณ์ที่ใช้การจัดกลุ่ม กิจกรรม กระจายคำตอบหรือการสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรม

2. บทเรียนโปรแกรม (programmed text) เป็นสื่อที่ให้นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามแนวความคิดของนักจิตวิทยากลุ่มสิ่งเร้าและตอบสนอง (stimulus-response) นักเรียนจะได้เรียนรู้หรือซ้ำขึ้นอยู่กับความแตกต่างระหว่างบุคคล บทเรียนจะถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ เป็นตอน ๆ เป็นกรอบ (frame) ตามลำดับเนื้อหาแต่ละกรอบจะมีเนื้อหาการใช้คำถามแล้วให้นักเรียนตอบ นักเรียนจะทราบผลได้ทันทีจากเฉลยในกรอบหรือหน้าถัดไป หากตอบถูกนักเรียนจะเกิดกำลังใจในการเรียนต่อไป หากตอบผิดก็จะแก้ไขได้ทันที

3. บัตรงาน (work card, work sheet) เป็นสื่อที่ใช้ฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการคิดคำนวณ เป็นการนำความรู้จากข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎีต่าง ๆ ไปใช้หลังจากนักเรียนได้เรียนเนื้อหาเหล่านั้น ๆ จนเข้าใจแล้ว ในบัตรงานจะระบุนายการดังต่อไปนี้

3.1 เนื้อหา สูตร ข้อเท็จจริงที่จะนำไปใช้

3.2 ตัวอย่าง

3.3 โจทย์ที่จะให้นักเรียนทำ

4. บัตรปัญหา (problem card) เป็นสื่อที่ใช้ฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา โจทย์ปัญหาอาจจะมีลักษณะต่าง ๆ กัน เช่น

4.1 ปัญหาเกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่นักเรียนเรียน

4.2 ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในหลักสูตร แต่อาศัยความรู้คณิตศาสตร์

บางเรื่องเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา

4.3 ปัญหาที่ต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา

6. เกม (game) เป็นสื่อที่ใช้สร้างความสนใจของนักเรียนและยังช่วยในการฝึกทักษะในการคิดคำนวณและฝึกความสามารถในการคิดหาความเกี่ยวข้องของข้อมูลและรูปแบบต่าง ๆ เกมแต่ละเกมจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า ฝึกเนื้อหาหรือความสามารถอะไร

การสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการมีขั้นตอนการสอน ดังนี้

1. ขั้นนำ มีการแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ ซึ่งแจ้งการปฏิบัติกิจกรรมจากนั้นจะทบทวนความรู้เดิมเพื่อเชื่อมโยงความรู้ที่เรียนมาแล้วกับความรู้ใหม่ให้เป็นเรื่องเดียวกันช่วยให้นักเรียนเข้าใจเรื่องใหม่ดียิ่งขึ้น
2. ขั้นปฏิบัติการ เป็นขั้นการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง สังเกตผลการปฏิบัติ ค้นคว้า รวบรวมข้อมูล หาข้อสรุปด้วยตนเอง นักเรียนเห็นผลและความก้าวหน้าของตนเองโดยมีครูคอยกำกับและแนะนำปฏิบัติกิจกรรมนั้น ๆ บนพื้นฐานการใช้สื่อการสอนที่เป็นรูปธรรม นามธรรม ตามลำดับ จากนั้นจะมีการฝึกทักษะจากการทำใบตรวจงาน และบัตรเนื้อหาซึ่งเป็นการนำความรู้จากข้อเท็จจริง สูตร หรือกฎทฤษฎีต่าง ๆ มาใช้เพื่อให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหา ยิ่งขึ้นและสามารถนำไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
3. ขั้นสรุป ในขั้นนี้จะเป็นการอภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกันจนได้ข้อสรุปพร้อมกับจดบันทึก
4. ขั้นการประเมินผล ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนว่ามีความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนหรือไม่โดยสังเกตจากการร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรม การตรวจใบตรวจงาน บัตรเนื้อหา และการตอบคำถามด้วยปากเปล่า

วิธีสอนแบบค้นพบ

1. วิธีสอนโดยการค้นพบด้วยตนเอง หมายถึง การที่นักเรียนคิดค้นวิธีการหาคำตอบในสิ่งที่ตนอยากรับหรือตรวจสอบสมมติฐานที่ตนคิดไว้ด้วยตนเอง เป็นการสอนแบบปลายเปิดคือ นักเรียนตั้งคำถามที่ตนอยากรู้ซึ่งก็จัดเป็นคำถามที่มีความหมายแก่ตนเองแล้วพยายามหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่ครูจัดให้โดยปราศจากความรู้สึกว่าถูกบังคับให้เรียน ดังนั้น ครูจึงน่าจะหาโอกาสจัดประสบการณ์ให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเองบ้าง เช่น การจัดวางอุปกรณ์คณิตศาสตร์ไว้ให้ได้เล่นในเวลาว่าง
2. วิธีสอนโดยการค้นพบด้วยตนเองภายใต้คำแนะนำ หมายถึง การที่ครูตั้งปัญหาแล้วนักเรียนแสวงหาวิธีการเพื่อหาคำตอบของปัญหาภายใต้คำแนะนำของครู วิธีสอนแบบนี้ครูจัดเตรียมสภาพการณ์หรือข้อมูลต่าง ๆ ไว้ให้พร้อมเพื่อให้นักเรียนเห็นทางแก้ปัญหาเป็นการหาคำตอบหรือหาข้อสรุปจากส่วนย่อย ๆ ซึ่งอยู่ในรูปของการคิดแบบอุปนัยโดยมีขั้นตอนการสอนดังนี้

2.1 ขั้นเสนอปัญหา หมายถึง การกำหนดขอบเขตของปัญหาว่าเรื่องที่ต้องการจะศึกษาคืออะไร

2.2 ขั้นรวบรวมข้อมูล ในขั้นนี้ครูจัดประสบการณ์ให้กับนักเรียนจากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่กึ่งรูปธรรมและไปสู่นามธรรมในที่สุด

2.3 ขั้นหาลักษณะร่วมของข้อมูล ครูมีบทบาทเป็นผู้คอยช่วยเหลือแนะนำให้นักเรียนหาลักษณะร่วมของข้อมูล ก่อนการยอมรับลักษณะร่วมใด ๆ ควรต้องมีการตรวจสอบลักษณะร่วมนั้นด้วยว่าสามารถนำไปใช้อธิบายเรื่องอื่นในลักษณะเดียวกันได้หรือไม่ ถ้าใช้ได้จึงยอมรับลักษณะร่วมนั้น ถ้าใช้ไม่ได้ต้องการลักษณะร่วมใหม่

การค้นพบด้วยตนเองภายใต้การแนะนำของครู เป็นวิธีสอนที่นักเรียนมีส่วนร่วมโดยครูควรพยายามตั้งโจทย์ปัญหาที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียนพร้อมทั้งจัดประสบการณ์ เพื่อเอื้อให้นักเรียนค้นพบคำตอบ การให้คำแนะนำช่วยเหลือมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความสามารถของนักเรียน วิธีสอนแบบนี้ นักเรียนจะได้รับการพัฒนาความคิดจึงเหมาะสมในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดหรือเข้าใจหลักการ (ประยูร อาษานาม. 2537 : 18 – 20)

การเรียนการสอนตามทฤษฎีกลุ่มสัมพันธ์ ทฤษฎีกลุ่มสัมพันธ์ คือ หลักการศึกษาที่เน้นหรือให้ความสนใจเป็นพิเศษในเรื่องของพฤติกรรมมนุษย์ที่มีผลต่อกัน และทั้งนี้โดยยึดหลักบางประการดังนี้ (ทิสนา แชนณี. 2522 : 199)

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ควรเป็นไปอย่างมีชีวิตชีวาดังนั้นผู้เรียนจึงควรมีบทบาทรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ของตน

2. การเรียนรู้เกิดได้จากแหล่งต่าง ๆ กันมิใช่จากแหล่งใดแหล่งหนึ่งเพียงแหล่งเดียว ประสบการณ์ ความรู้สึกนึกคิดของแต่ละบุคคลถือว่าเป็นแหล่งการเรียนรู้ที่สำคัญ

3. การเรียนรู้ที่ดีจะต้องเป็นการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากความเข้าใจจึงจะช่วยให้ผู้เรียนจดจำและสามารถใช้การเรียนรู้นั้นให้เป็นประโยชน์ได้ การเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นผู้ค้นพบด้วยตนเองนั้นมีส่วนช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจลึกซึ้งและจดจำได้ดี

4. การเรียนกระบวนการเรียนรู้นั้นมีความสำคัญ หากผู้เรียนเข้าใจและมีทักษะในเรื่องนี้แล้วจะสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้และคำตอบต่าง ๆ ที่ตนต้องการ

5. การเรียนรู้ที่มีความหมายแก่ผู้เรียนคือ การเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ได้

การจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีกลุ่มสัมพันธ์ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ คือ การปูพื้นฐานผู้เรียนให้มีความพร้อมในการเรียนหรือการสร้างบรรยากาศให้เหมาะสมและเอื้อต่อการเรียนรู้

2. ขั้นกิจกรรม คือ การให้ผู้เรียนลงมือทำอะไรอย่างใดอย่างหนึ่งเป็นการให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติตามกิจกรรมที่เตรียมไว้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ตรงที่จะสามารถนำมาอภิปรายและวิเคราะห์ได้ในภายหลัง

3. ขั้นอภิปรายวิเคราะห์ คือการให้ผู้เรียนได้มีโอกาสได้แสดงความรู้สึกรู้สึกความคิดเห็นหลังจากที่ได้ทำกิจกรรมเสร็จไปแล้ว ให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์พฤติกรรมต่าง ๆ และอภิปรายร่วมกันจนเกิดการเรียนตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

4. ขั้นประยุกต์ใช้และสรุป หลังจากที่ได้ผู้เรียนได้อภิปรายกันจนเกิดความเข้าใจตามที่ต้องการแล้ว ครูจะต้องช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดต่อไปถึงการนำเอาการเรียนรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตจริงเสร็จแล้ว ครูและผู้เรียนจึงช่วยกันสรุปถึงการเรียนรู้ทั้งหมดที่เกิดขึ้น

จากเอกสารข้างต้นจะเห็นว่า วิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรมและเป็นวิชาทักษะ ดังนั้น การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา นักเรียนส่วนใหญ่จะมีพัฒนาการทางสติปัญญาตามทฤษฎีของพียาเจต์ อยู่ในขั้นการคิดอย่างมีเหตุผลเชิงรูปธรรม (concrete operational period) จึงจำเป็นต้องอาศัยทฤษฎีการเรียนรู้เทคนิคการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะที่หลากหลายเพื่อมุ่งให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมโดยมุ่งเน้นการสอนให้นักเรียนรู้จักคิดและรู้จักปฏิบัติเกี่ยวกับกระบวนการมากกว่าเน้นการคำนวณและการจำ

ชุดการสอน

ความหมายของชุดการสอน ชุดการสอนเป็นนวัตกรรมที่มีคุณค่าสามารถพัฒนาการเรียนการสอนของนักเรียนได้อย่างมีคุณภาพในปัจจุบันชุดการสอนเป็นที่รู้จักและได้รับความสนใจจากผู้รับผิดชอบการจัดการศึกษา ได้มีการส่งเสริมให้ครูมีความรู้ความสามารถในการผลิต และใช้ชุดการสอนในการจัดการเรียนการสอน สำหรับความหมายของชุดการสอนมีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

พรเพ็ญ เตชะพิทักษ์ธรรม (2536 : 9) ได้กล่าวถึงชุดการสอนว่า ชุดการสอน คือ สื่อประสมที่จัดได้อย่างเป็นระบบเป็นเครื่องช่วยถ่ายทอดความรู้และประสบการณ์แก่ผู้เรียนช่วยให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเป้าหมายและเสริมสร้างคุณภาพการศึกษาให้สูงขึ้น พร้อมทั้งตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล ชุดการสอนประกอบด้วยคู่มือครู คู่มือนักเรียน เนื้อหา กิจกรรม สื่อประสมและเครื่องมือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ชุดการสอนนิยมจัดได้เป็นกล่องหรือซองที่ครูสามารถนำไปใช้ได้ทันที

ชลียา ลิ้มปิยากร (2536 : 210) ได้ให้ความหมายของชุดการสอนว่าเป็นระบบการผลิต และใช้สื่อการสอนอย่างเป็นระบบ โดยให้สอดคล้องกับวิชาหน่วยงานและหัวเรื่องนั้น เพื่อช่วยให้ เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ

วรรณิ สุทธิขาว (2535 : 33) ได้สรุปความหมายของชุดการสอนว่าชุดการสอนหรือ ชุดการเรียน หมายถึง ชุดประสบการณ์ที่มีความสมบูรณ์เป็นกรณีเอาสื่อประสมมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามความประสงค์อันเป็นการเสริมสร้างประสิทธิภาพการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้น

คารินทร์ ศรีวัฒนา (2535 : 10) ได้ให้ความหมายของชุดการสอนไว้ว่าชุดการสอนหมายถึง ชุดประสบการณ์ที่ดีการนำระบบสื่อการสอนที่ได้จากระบบการผลิต และการทำสื่อการสอน กับเนื้อหาวิชาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและประสบการณ์ต่าง ๆ มาใช้ในการเรียนการสอนเพื่อให้ ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ หรือกล่าวได้ว่าชุดการสอน คือ กล่องหรือซอง จึงบรรจุสื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ พร้อมทั้งคำแนะนำในการทำกิจกรรม ตามขั้นตอนที่เหมาะสมมีรูปแบบและระบบการผลิตที่แตกต่างกันไปตามวัตถุประสงค์ของผู้ผลิต เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตามความสนใจ ความสามารถของตนเอง และอำนวยความสะดวกให้แก่ครู ผู้สอนเป็นอย่างดี ทำให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ

ธีระ ผดุงศักดิ์ชัยกุล (2535 : 15) ได้กล่าวถึงชุดการสอนว่าเป็นนวัตกรรมทางการศึกษา อย่างหนึ่ง ที่รู้จักทำได้ทำเอาสื่อประสมมาช่วยในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพ โดยมีการวางแผนการผลิตอย่างเป็นระบบในการสร้างชุดการสอน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537 : 115) ได้กล่าวว่า ชุดการสอนช่วยให้ผู้สอนถ่ายทอดเนื้อหา และประสบการณ์ที่สลับซับซ้อน และมีลักษณะเป็นนามธรรมสูง ซึ่งผู้สอนไม่สามารถถ่ายทอด ด้วยการบรรยายได้ดี ช่วยเร้าความสนใจของนักเรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษา เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนในการเรียนด้วยตนเอง ช่วยเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ รับผิดชอบ และได้ฝึกทักษะในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งตรงกับความต้องการของผู้วิจัยที่ต้องการ สร้างชุดการสอน เพื่อนำไปพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

จากความความหมายดังกล่าวพอสรุปได้ว่า ชุดการเรียนการสอน เป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่ง ที่มีลักษณะเป็นสื่อประสม (multi media) ซึ่งครูนำมาใช้เป็นเครื่องมือ และเครื่องมือในการสอนหรือผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเอง หรือทั้งผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน เพื่อให้ ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตามจุดมุ่งหมาย ในการเรียนการสอนตั้งไว้ในวิชาหนึ่ง ๆ

ประเภทของชุดการสอน

ประเภทชุดการสอน ชลียา ลิ้มปิยากร (2536 : 210 – 219) ได้จำแนกชุดการสอนออกเป็น

4 ประเภท คือ

1. ชุดการสอนแบบบรรยาย เป็นชุดการสอนที่ผู้สอนใช้ประกอบคำบรรยาย ซึ่งประกอบด้วยคู่มือครู เนื้อหา สื่อประสม และการประเมินผล ผู้สอนต้องวางแผนในการผลิตอย่างเป็นระบบ เพื่อให้ได้ชุดการสอนที่สามารถประกอบการสอน ได้อย่างมีประสิทธิภาพและข้อมูลต่าง ๆ ในชุดการสอนต้องชัดเจนพอที่ผู้สอนคนอื่น ๆ สามารถนำไปใช้ประกอบการสอนได้ สื่อประสมอาจเป็นได้ตั้งแต่บัตรคำ ภาพนิ่ง แผ่นโปร่งใส ตลอดจนถึงภาพยนตร์ เทปบันทึกภาพ หรือรายการวิทยุและโทรทัศน์

ส่วนประกอบของชุดการสอนแบบบรรยายมีดังนี้

1. คู่มือครู ภายในประกอบด้วยข้อมูลต่าง ๆ ที่ผู้สอนจะใช้เป็นแนวทางในการใช้ชุดการสอนนั้น ๆ ภายในประกอบด้วยรายละเอียด ดังนี้

1.1 คำนำ เป็นส่วนที่บอกให้ทราบถึงเรื่องที่จะสอน วิชาระดับชั้น หนังสือที่ใช้อ่านประกอบ ซึ่งจะช่วยให้ผู้สอนรู้แนวทางในการสอน

1.2 คำชี้แจงในการใช้ชุดการสอน เป็นส่วนที่จะให้ทราบถึงวิธีการใช้ชุดการสอนนั้น ๆ

1.3 สิ่งที่ผู้สอนจะต้องเตรียม สื่อการสอนบางชนิดอาจจะไม่สะดวกที่จะเตรียมไว้ในชุดการสอน เช่น กระดาษแผ่น แผ่นป้ายสำลี ของจริงบางอย่างที่เก็บไว้นานไม่ดี เช่น ของจริงที่มีชีวิตหรือพืชต่าง ๆ ผู้สอนควรศึกษาและจัดเตรียมไว้เป็นคราว ๆ ไป

1.4 เนื้อหาละเอียด เป็นส่วนที่จะเขียนเนื้อหาทั้งหมดของชุดการสอนนั้นอย่างละเอียด

1.5 บันทึกการสอน เป็นส่วนหนึ่งที่บอกรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ๆ เช่น จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม วิธีสอน การประเมินผล

1.6 แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทั้งก่อนและหลังเรียนเพื่อประเมินการเรียนในเรื่องนั้น ๆ

1.7 เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน เพื่อใช้เฉลยแบบทดสอบ หลังจากการประเมินผลแล้ว

2. สื่อประสม เช่น บัตรภาพนิ่ง แผ่นภูมิ ใสไลด์ แผ่นโปร่งใส เทปเสียง เกมประกอบการเรียน

2. ชุดการสอนแบบกลุ่มย่อย เป็นชุดการสอนสำหรับผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อย โดยจะแบ่งเนื้อหาของเรื่องออกเป็นตอนย่อย ๆ 3 – 5 ตอน และผลิตชุดการสอนของแต่ละตอนแยกไว้