

บทที่ 5

อภิปรายและสรุปผล

จากการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้น ที่มีรูปแบบของสมการเฉพาะ คือ สมการเคดีวีปรับปรุง และสมการเคดีวีประกอบ ซึ่งมุ่งเน้นการหาผลเฉลยโดยใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่มีรูปแบบทั่วไป และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสมการที่มีค่าของสัมประสิทธิ์เฉพาะแยกตามกรณี ทำให้เราได้ผลเฉลยในรูปแบบต่าง ๆ ทั้งที่เป็นผลเฉลยจริง ผลเฉลยเชิงซ้อน และผลเฉลยทำนาย สำหรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เป็นจำนวนจริงสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ ดังนี้

สรุปและอภิปรายผลการวิเคราะห์

1. การหาผลเฉลยโดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์

จากวิธีการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้น โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์นั้นนับว่าเป็นวิธีที่ไม่ซับซ้อน และไม่สิ้นเปลืองแรงงานในการคำนวณค่าตัวแปรต่าง ๆ ทั้งยังได้ผลเฉลยที่แน่นอน แตกต่างจากบางวิธีที่สามารถใช้หาผลเฉลยได้ เริ่มต้นการเลือกตัวแปรอิสระใหม่ วิธีนี้เราจะกำหนดเพียงแบบเดียวเท่านั้น อีกทั้งเมื่อหาผลเฉลยได้แล้วเราสามารถแทนค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ลงในรูปแบบของคำตอบได้อย่างชัดเจน ซึ่งวิธีอื่นบางวิธีนั้นอาจจะต้องเลือกตัวแปรอิสระใหม่หลายกรณี และเมื่อได้คำตอบแล้วจะต้องกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ใหม่อีกครั้งด้วย ดังนั้นวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ นับว่าเป็นวิธีที่สามารถหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ และไม่เปลืองแรงงานในการคำนวณ

2. ผลเฉลยของสมการเคดีวีประกอบ

โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ เราสามารถหาผลเฉลยของสมการเคดีวีประกอบ ที่มีรูปแบบเป็น

$$u_t + puu_x + qu^2u_x + ru_{xx} = 0$$

ทำให้ได้ผลเฉลยใหม่ ทั้งที่เป็นผลเฉลยจริง และผลเฉลยทำนาย ดังนี้

2.1 ผลเฉลยจริง สำหรับค่าพารามิเตอร์ $q, r < 0$ หรือ $q, r > 0$

เมื่อ p เป็นจำนวนจริงใดๆ

2.2 ผลเฉลยทำนาย สำหรับค่าพารามิเตอร์ $q > 0$ และ $r < 0$ หรือ $q < 0$ และ $r > 0$ โดยที่ p เป็นจำนวนจริงใด ๆ

3. ผลเฉลยของสมการเคดีวีประกอบ

โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ เราสามารถหาผลเฉลยของสมการเคดีวีปรับปรุง ที่มีรูปแบบเป็น

$$u_t + qu^2u_x + ru_{xxx} = 0$$

3.1 ผลเฉลยจริง เมื่อ $q > 0$ และ $r > 0$ หรือ เมื่อ $q < 0$ และ $r < 0$

3.2 ผลเฉลยเชิงซ้อน เมื่อ $q > 0$ และ $r < 0$ หรือ เมื่อ $q < 0$ และ $r > 0$

ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทำการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้นที่มีรูปแบบเฉพาะ คือ สมการเคดีวีประกอบ และสมการเคดีวีปรับปรุง โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ แต่โดยทั่วไปยังมีปัญหาที่มีรูปแบบเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้นในลักษณะอื่น ๆ ที่ยังไม่ถูกพิจารณาเพื่อหาผลเฉลยที่มีรูปแบบทั่วไป ซึ่งเป็นพื้นฐานในการนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีรูปแบบเฉพาะ อาทิ สมการไซน์-กอร์ดอน สมการโคไซน์-กอร์ดอน จึงควรอย่างยิ่งที่จะทำการศึกษา กับปัญหารูปแบบอื่น ๆ ต่อไป