รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

ทุนอุดหนุนการวิจัย งบประมาณแผ่นดิน ประจำปี 2555

การประเมินคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ใยแก้วลามิเนตด้วยแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด

Evaluation of reinforced concrete beams strengthened with GFRP laminates by detailed finite element models

โดย

ผศ.ดร. อานนท์ วงษ์แก้ว

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

บทคัดย่อ

การศึกษานี้เป็นการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนอิลิเมนต์ในการวิเคราะห์หาพฤติกรรมการรับโมเมนต์ดัดของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ใยแก้ว โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก และพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ใยแก้ว ที่มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดของคาน และเพื่อเปรียบเทียบค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดที่ได้จากแบบจำลองกับค่าที่คำนวณได้จากสมการ ACI เริ่มจากการพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก (FEMB1) หน้าตัดสี่เหลี่ยมขนาด 15x25 ซม. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์แบบจำลองกับผลการทดสอบตัวอย่างคานในห้องปฏิบัติการ จากนั้นทำการศึกษาเชิงตัวแปรของคานด้วยแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ FEMB2 FEMB3 FEMB4 ผลการวิเคราะห์แบบจำลอง FEMB1 เทียบกับผลการทดสอบคาน พบว่าแบบจำลองมีความถูกต้องแม่นยำสูง สามารถทำนายแรงกระทำที่รอยร้าวแรกของคานและทำนายแรงกระทำสูงสุดของคานได้ค่อนข้างดี มีค่าคาดเคลื่อนจากผลการทดสอบเท่ากับ 18% และ 9% ตามลำดับ ส่วนแบบจำลองคานเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ B1F1 และ B1F2 รับแรงดัดได้มากกว่าแบบจำลองคาน B1 ประมาณ 15% สำหรับการติดแผ่นไฟเบอร์แบบที่ 1 และประมาณ 20% สำหรับการติดแผ่นไฟเบอร์แบบที่ 2

คำสำคัญ: แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์, คานคอนกรีตเสริมเหล็ก, คานคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัย เรื่องการประเมินคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ใยแก้วลามิเนตด้วยแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด ได้รับทุนสนับสนุนโครงการวิจัย ประจำปีงบประมาณ 2555 จาก สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ผู้วิจัยขอขอบคุณมา ณ. ที่นี้

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญรูป

หน้า

หน้า

หน้า

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและแรงจูงใจในการทำงานวิจัย

เนื่องจากโครงสร้างทางวิศวกรรมศาสตร์มีวัตถุประสงค์เพื่อใช้ในการรับแรงประเภทต่างๆ เช่น แรงดึง, แรงดัด, แรงอัด, แรงเฉือน และอื่นๆ โดยผู้ออกแบบส่วนของโครงสร้างนั้นๆ ได้พิจารณาการออกแบบโครงสร้างให้สามารถรับแรงดังกล่าวได้ตามหลักการวิเคราะห์โครงสร้าง และมาตรฐานที่มีอยู่ อย่างไรก็ตาม เมื่อเวลาผ่านไป จุดประสงค์การใช้งานของโครงสร้างนั้นๆ อาจเปลี่ยนไปเช่น ต้องการให้มีความสามารถในการรับกำลังเพิ่มขึ้น เพื่อรองรับการใช้งานที่เพิ่มขึ้นของโครงสร้าง จึงต้องทำการเสริมกำลัง (Strengthening) แทนการทำลายทิ้งแล้วสร้างใหม่ทั้งหมด หรือเมื่อเวลาผ่านไป ความแข็งแรง ความคงทน ตลอดจนความสามารถในการรับน้ำหนักของวัสดุที่ใช้สร้างโครงสร้างนั้นลดลง จึงต้องมีการปรับปรุงกำลังของโครงสร้าง หรือทำการซ่อมแซม (Repairing) โครงสร้างนั้นๆ ให้มีความสามารถในการรับแรงประเภทต่างๆ ตามวัตถุประสงค์ที่ได้ออกแบบไว้ตั้งแต่ต้น

การใช้แผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังกับโครงสร้างทางวิศวกรรมโยธาได้เริ่มต้นขึ้นครั้งแรกในประเทศญี่ปุ่น จากนั้นได้มีการพัฒนาและประยุกต์ใช้แผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังในงานวิศวกรรมโยธาอย่างกว้างขวางทั่วโลก เช่น การเสริมกำลังของเสา คาน ข้อต่อ ในโครงสร้าง สะพาน อาคารสูง อาคารสำนักงานหรือ บ้านพัก เพื่อเพิ่มความสามารถในการยืดหยุ่น (Ductility) ของโครงสร้างเมื่อรับแรงด้านข้าง เช่น แรงลมหรือแรงแผ่นดินไหว เป็นต้น สำหรับประเทศไทย การใช้แผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังกับงานวิศวกรรมโยธายังอยู่ในช่วงเริ่มต้นของการรับเอาเทคโนโลยีมาประยุกต์ใช้งาน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการขาดข้อมูลพื้นฐานและการศึกษาในเชิงทฤษฎีและเชิงประยุกต์ของการใช้แผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังในการเสริมกำลังหรือการซ่อมแซมโครงสร้างคอนกรีตอย่างเพียงพอ นอกจากนี้การเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ยังต้องดำเนินการด้วยผู้เชียวชาญและช่างผู้ชำนาญการ จึงทำให้การนำแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังมาใช้ยังไม่แพร่หลายมากนักสำหรับงานวิศวกรรมโยธาในประเทศ รูปที่ 1.1 แสดงการติดตั้งแผ่นไฟเบอร์ในงานเสริมกำลังและซ่อมแซมโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กต่างๆ

โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก (Reinforced Concrete Structures) ถูกใช้อย่างแพร่หลายในงานก่อสร้างอาคารมาเป็นระยะเวลายาวนานแล้ว ซึ่งองค์ประกอบหลักของอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กได้แก่ พื้น คาน เสา ตอม่อ และฐานรากนั้น มีพฤติกรรมต่างๆ กันเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกการที่สามารถทราบถึง

พฤติกรรมขององค์อาคารเหล่านี้ เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกมีความสำคัญต่อการวิเคราะห์และออกแบบขององค์อาคารในภาพรวมเป็นอย่างมาก โดยปกติแล้วการจะทราบถึงพฤติกรรมคานคอนกรีตเสริมเหล็ก จะกระทำโดยการทดสอบตัวอย่างคานจริงที่หล่อในห้องปฏิบัติการ แบบเท่าของจริงหรือลดขนาดลงตามความเหมาะสมของเครื่องทดสอบ และวัตถุประสงค์ของการทดสอบและทำการทดสอบการโก่งตัว (bending) ของ คานคอนกรีตเสริมเหล็ก ทำการบันทึกค่าการโก่งตัว ค่าน้ำหนักทดสอบ รอยร้าวที่เกิดขึ้นและพฤติกรรมการพังของคานเหล่านั้น อย่างไรก็ตามการทดสอบในห้องปฏิบัติการนั้นทำได้ค่อนข้างยาก สิ้นเปลืองเวลาและงบประมาณในการทดสอบมาก การประยุกต์ใช้วิธีไฟไนอิเลเมนต์ในการวิเคราะห์พฤติกรรมคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ก็เป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่นักวิจัยส่วนใหญ่นิยม และเป็นที่ยอมรับ ทั้งนี้เนื่องจากประหยัดค่าใช้จ่าย และเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์มากกว่าการทดสอบตัวอย่างคานจริงเป็นอย่างมาก

การวิเคราะห์คานคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยวิธีไฟไนอิเลเมนต์ให้ได้ผลใกล้เคียงกับผลการทดสอบตัวอย่างคานในห้องปฏิบัติการจริง เป็นปัญหาที่ยากมาก เนื่องจากคานคอนกรีตเสริมเหล็กนั้น มีพฤติกรรมเป็นแบบ nonhomogenous และ anisotropic ซึ่งพฤติกรรมทั้งสองนี้จำเป็นที่จะต้องคำนึงถึงในการสร้างแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ (Finite Element Model) เพื่อให้ได้แบบจำลองที่มีความถูกต้องสามารถเทียบเคียงผลการวิเคราะห์ได้กับผลการทดสอบจริง ในส่วนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์นั้นเมื่อต้องการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนอิเลเมนต์ก็จะยิ่งเป็นปัญหาที่ซับซ่อนมากขึ้นกว่าเดิมนอกจากนี้การจะศึกษาถึงตัวแปรต่างๆ เช่น กำลังอัดคอนกรีต รายละเอียดเหล็กเสริม จำนวนชั้นของแผ่นไฟเบอร์ที่ใช้ติดคานคอนกรีตเสริมเหล็ก เป็นต้น ที่ส่งผลการทบต่อพฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก และคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์นั้น จำเป็นต้องใช้แบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด โดยใช้ Solid Element และ 3D-Element ชนิดต่างๆ เพื่อให้สามารถศึกษารายละเอียดต่างๆรวมถึงลักษณะการพังของคานคอนกรีตเสริมเหล็กและคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมด้วยแผ่นไฟเบอร์

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะประเมินความสามารถและศึกษาพฤติกรรมการรับแรงและลักษณะการพังของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก และคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ด้วยวิธีไฟไนอิเลเมนต์โดยการสร้างแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด ของโครงสร้างดังกล่าวโดยคำนึงถึงความเป็น nonhomogenous และ anisotropic ของวัสดุคอนกรีต โดยใช้โปรแกรมไฟไนอิเลเมนต์สำเร็จรูป ANSYS จากนั้นจะทำการศึกษาผลของตัวแปรต่างๆ (Parametric Study) ที่มีต่อ

พฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก(ค.ส.ล.) และคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ เพื่อให้เข้าใจและใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงพฤติกรรมคานคอนกรีตเสริมเหล็ก(ค.ส.ล.) เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ เพื่อให้เกิดการใช้แผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังที่เหมาะสม เกิดประโยชน์และประหยัดสูงสุด

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

1) พัฒนาแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด (Detailed Finite Element Model) ที่เหมาะสม เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ ประเมินพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุก และลักษณะการพังของคาน ค.ส.ล.
2) พัฒนาแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด (Detailed Finite Element Model) ที่เหมาะสม เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ ประเมินพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุก และลักษณะการพังของคาน ค.ส.ล. ที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์
3) เสนอพฤติกรรมและแนวทางการปรับปรุงพฤติกรรมคาน ค.ส.ล.ที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ ตลอดจนนำผลที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการเสริมกำลังคาน ค.ส.ล. ด้วยแผ่นไฟเบอร์

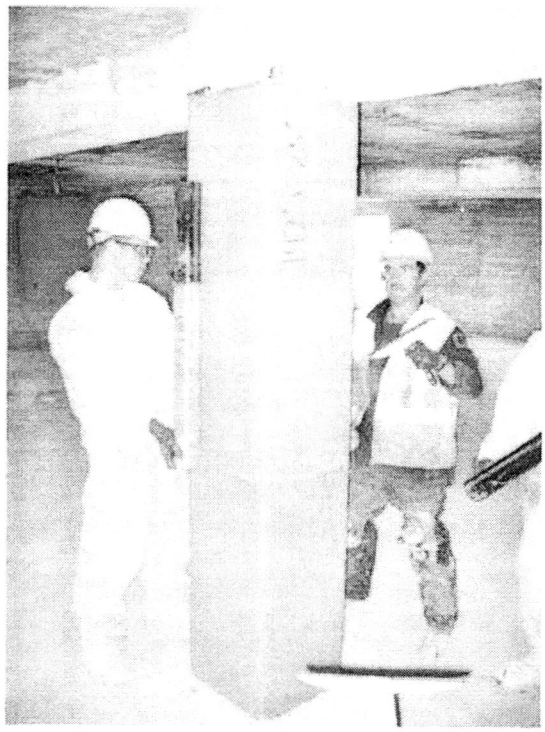
1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

โครงการวิจัยนี้ มุ่งเน้นที่การประเมินพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุก และลักษณะการพังของคาน ค.ส.ล.และคาน ค.ส.ล.เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ ด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด และเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับผลการทดสอบโครงสร้างดังกล่าวในห้องปฏิบัติการ โดยใช้ดัชนีวัดคือ กำลัง, การยืดหยุ่น (Ductility) และลักษณะการพังของชิ้นงาน นอกจากนี้จะทำการศึกษาถึงผลกระทบของตัวแปรต่างๆที่สำคัญต่อพฤติกรรมการรับน้ำหนักบรรทุก และลักษณะการพังของคาน ค.ส.ล.และคาน ค.ส.ล.เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) เป็นการพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ประเภทแสดงรายละเอียด (Detailed Finite Element Model) เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างคาน ค.ส.ล. และคาน ค.ส.ล. ที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ที่เหมาะสมเพื่อใช้ในการวิเคราะห์และประเมินพฤติกรรมการตอบสนองของโครงสร้างประเภทนี้เมื่อน้ำหนักบรรทุก ซึ่งจะเป็นองค์ความรู้ใหม่ และเป็นประโยชน์ต่อการนำไปประยุกต์ใช้กับโครงสร้างคอนกรีตชนิดอื่นๆ

2) ข้อมูลจากการวิเคราะห์เชิงตัวแปร (Parametric Study) ด้วยเทคนิค Finite Element Analysis จะทำให้เข้าใจพฤติกรรมของโครงสร้างประเภทนี้มากขึ้น และจะนำไปสู่การปรับปรุงและพัฒนาโครงสร้างเหล่านี้ ต่อไป



รูปที่ 1.1 การใช้แผ่นไฟเบอร์ในการเสริมกำลังเสาคอนกรีตเสริมเหล็ก

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

วัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังประกอบด้วย ไฟเบอร์ซึ่งแทรกอยู่ในโพลิเมอร์เมทริกซ์ จะแสดงคุณสมบัติหลายอย่างซึ่งสามารถนำมาใช้ในการเสริมกำลังให้กับวัสดุโครงสร้างได้เป็นอย่างดี วัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังจะสามารถรับแรงดึงได้สูงในทิศทางการเรียงตัวของไฟเบอร์ อย่างไรก็ตามวัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังจะไม่แสดงจุดคราก แต่จะแสดงคุณสมบัติยืดหยุ่นจนกระทั่งฉีกขาด วัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังได้รับการพิสูจน์แล้วว่าสามารถทนการกัดกร่อนได้ดีเยี่ยม ดังนั้นเมื่อนำมาใช้กับงานก่อสร้างที่ต้องทนต่อสภาพอากาศที่รุนแรงและเปลี่ยนแปลงสม่ำเสมอ จะสามารถทนทานต่อสภาวะอากาศนั้นได้ดี ซึ่งจะสามารถยืดอายุการใช้งานของโครงสร้างได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งโครงสร้างคอนกรีต จากการศึกษาเบื้องต้น แสดงให้เห็นว่าคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกห่อหุ้มด้วยแผ่นไฟเบอร์จะมีอัตราการเกิดสนิมช้ากว่าคอนกรีตเสริมเหล็กที่ไม่ถูกห่อหุ้มด้วยแผ่นไฟเบอร์เป็นอย่างมาก แต่อย่างไรก็ตาม แผ่นไฟเบอร์ไม่สามารถยับยั้งการเกิดสนิมได้ ในกรณีที่เมื่อโครงสร้างคอนกรีตนั้นเกิดสนิมอยู่ก่อนแล้วค่อยมีการรัดด้วยแผ่นไฟเบอร์ ถึงกระนั้นก็ตาม แผ่นไฟเบอร์ในกรณีหลังนี้สามารถช่วยให้โครงสร้างรักษาความสามารถในการรับกำลังได้ถึง 95% ของโครงสร้างเดิม

คุณสมบัติของโพลิเมอร์เมทริกซ์มีด้วยกัน 2 ประการคือ ช่วยถ่ายแรงระหว่างไฟเบอร์ และช่วยป้องกันไฟเบอร์จากการกัดกร่อนของสภาพแวดล้อม เมื่อแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังถูกนำมาใช้ติดบริเวณภายนอกของคอนกรีต จะสามารถเพิ่มคุณสมบัติการยึดเกาะของคอนกรีตได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งจะทำให้คุณสมบัติเชิงกลของคอนกรีตเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามการเพิ่มคุณสมบัติการยึดเกาะของคอนกรีตนี้ยังขึ้นอยู่กับความสามารถในการประสานระหว่างแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังกับเนื้อคอนกรีต ทั้งนี้การประสานระหว่างแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังกับเนื้อคอนกรีตจำเป็นต้องใช้น้ำยาเชื่อมประสานชนิดพิเศษ เมื่อคุณสมบัติการยึดเกาะของคอนกรีตเพิ่มขึ้นก็จะทำให้คอนกรีตสามารถรับกำลังอัดได้เพิ่มขึ้น ดังนั้นจะเห็นว่าแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังนอกจากจะช่วยในด้านการป้องกันคอนกรีตจากการกัดกร่อนของธรรมชาติแล้ว ยังช่วยเพิ่มความสามารถในการยึดเกาะของคอนกรีตซึ่งทำให้ความสามารถในการรับกำลังของคอนกรีตสูงขึ้นตามไปด้วย

การตอบสนองของวัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังต่อแรงดึงในแนวแกนนั้นจะเป็นแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นกับความเครียดในแนวแกน การตอบสนองของวัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังต่อแรงอัดในแนวแกนจะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของปริมาตรของไฟเบอร์, คุณสมบัติของไฟเบอร์หรือเรซิ่นที่ใช้, และกำลังของพันธะภายในระหว่างไฟเบอร์ การวิบัติของวัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังภายใต้แรงอัดจะเกิดขึ้นเมื่อไฟเบอร์ถูกทำให้เคลื่อนที่

ไปทางด้านข้างซึ่งปรากฏการณ์นี้ถูกเรียกว่า การโก่งของไฟเบอร์ การตอบสนองของวัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังต่อแรงที่ตั้งฉากกับแรงดึงนั้นจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของไฟเบอร์และเมทริกซ์, แรงกระทำระหว่างไฟเบอร์และเมทริกซ์, และกำลังของพันธะระหว่างไฟเบอร์และเมทริกซ์ โดยทั่วไปแล้วความสามารถในการต้านทานแรงที่ตั้งฉากกับแรงดึงนี้นั้นจะมีค่าน้อย ส่วนความสามารถในการต้านทานแรงเฉือนของวัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังนั้น ไม่สามารถวัดได้โดยตรง โดยส่วนมากแล้วการวิบัติด้วยแรงเฉือนของวัสดุไฟเบอร์เสริมกำลังจะเกิดขึ้นเมื่อวัสดุเมทริกซ์เกิดการเคลื่อนที่ขนานกับไฟเบอร์

จากคุณสมบัติทางกลและเคมีของแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลัง และโพลิเมอร์เมทริกซ์เบื้องต้นจะเห็นว่า วัสดุชนิดนี้สามารถประยุกต์ใช้กับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก เพื่อเสริมกำลังและเพิ่มความยืดหยุ่น รวมทั้งยังสามารถใช้เพื่อทำการซ่อมแซมและบำรุงรักษาโครงสร้างคอนกรีตให้มีอายุการใช้งานมากขึ้น ก่อนจะเกิดสภาวะการเสื่อมสภาพของคอนกรีต ทั้งยังสามารถป้องกันการเกิดสนิมของเหล็กเสริมได้ดี เมื่อโครงสร้างคอนกรีตเหล่านั้นต้องอยู่ในสภาวะทางกายภาพที่รุนแรงเช่น โครงสร้างคอนกรีตที่แช่ในน้ำทะเล หรืออยู่ใกล้ทะเล เป็นต้น

การวิบัติของคานคอนกรีตเสริมเหล็กมีได้ 2 ลักษณะ คือ คอนกรีตที่ถูกอัดแตกหรือระเบิดออกก่อน (crushing failure) ที่ด้านรับแรงอัด โดยเหล็กเสริมที่ถูกดึงยังไม่ถึงจุดครากเรียกว่า การวิบัติแบบแรงอัดเป็นหลัก (compression failure) และการวิบัติของคานอีกรูปแบบหนึ่งคือ การวิบัติที่เกิดจากเหล็กเสริมถูกดึงถึงจุดครากก่อน (yielding failure) ที่ด้านรับแรงดึง แล้วคอนกรีตที่ถูกอัดแตกหรือระเบิดออก เรียกว่าการวิบัติแบบแรงดึงเป็นหลัก (tension failure) หากเหล็กเสริมมีปริมาณไม่มากนัก (moderate reinforcement) โดยที่ปริมาณเหล็กเสริม รับแรงดึงที่ต่ำกว่าอัตราส่วนที่ภาวะสมดุล เรียกว่า under-reinforcement concrete beam เหล็กเสริมในคาน คสล. จะถูกดึงถึงกำลังจุดครากก่อนเสมอ ($\varepsilon_s=\varepsilon_y$) ในขณะที่การกระจายตัวของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตเริ่มที่จะไม่เป็นเส้นตรง โมเมนต์ดัดที่ทำให้เหล็กเสริมในคานเริ่มครากเรียกว่า โมเมนต์ดัดที่จุดคราก (yielding moment) เมื่อน้ำหนักบรรทุกเพิ่มขึ้น จะทำให้โมเมนต์ที่กระทำมีค่าเพิ่มมากขึ้นด้วย ซึ่งจะทำให้เหล็กเสริมยืดตัวมากขึ้นซึ่งในขณะที่แรงดึงในเหล็กเสริมมีค่าคงที่ ($T = A_s f_y$) หมายความว่าระยะของแขนโมเมนต์บนหน้าตัดของคาน คสล. จะมีค่ามากขึ้นเพื่อสามารถต้านทานโมเมนต์ดัดได้มากขึ้นไปอีก และตามหลักการสมดุลของแรง แรงอัดของคอนกรีตต้องมีค่าเท่ากับแรงดึงในเหล็กเสริม แต่พื้นที่รับแรงอัดของคอนกรีตมีน้อยลง จึงทำให้หน่วยแรงอัดของของคอนกรีตมีค่าเพิ่มขึ้นและหน่วยการหดตัวของคอนกรีตมีค่าเพิ่มขึ้น จึงทำให้การกระจายตัวของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตจะไม่เป็นสัดส่วนกับค่าของหน่วยการหดตัว ดังนั้นรายร้าวที่ปรากฏจะกว้างมากขึ้นจนสังเกตเห็นได้ด้วยตาเปล่า และขยับตัวสูงขึ้นทำให้ค่าสตีฟเนส การดัดของคานหรือความแข็งแกร่งของคาน คสล. มีค่าลดน้อยลง คานจึงแอ่นตัวมากขึ้นเป็นลำดับ ซึ่งเป็นสัญญาณเตือนให้ทราบว่าจะเกิดการวิบัติตามมา หากยังบรรทุกน้ำหนักหรือเพิ่มน้ำหนักต่อไปคอนกรีตส่วนที่อยู่

เหนือแนวแกนสะเทินจะถูกอัดและระเบิดออก (crushing) ซึ่งการกระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตก่อนเกิดการวิบัติจะเป็นรูปโค้งพาราโบลา ดังนั้น หากเอาน้ำหนักบรรทุกออกเสียบ้างในตอนนี้ก็จะช่วยไม่ให้คาน คสล. นั้นถึงกับพังลงมาได้ คาน คสล. ที่เสริมเหล็กมากเกินไปหรือให้เหล็กที่มีกำลังจุดครากสูงมาก เรียกว่า over-reinforcement concrete beam คานจะวิบัติโดยคอนกรีตถูกอัดแตกหรือระเบิดก่อน (yielding failure) โดยคอนกรีตมีหน่วยการหดตัวสูงสุดประมาณ 0.003-0.004 มม./มม. ก่อนที่เหล็กเสริมจะเริ่มคราก ซึ่งเป็นการวิบัติแบบฉับพลันทันทีทันใดโดยไม่มีการเตือนล่วงหน้าก่อน จัดว่าอันตรายมากต่อชีวิตและทรัพย์สิน

รูปแบบการวิบัติของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ถูกเสริมกำลังด้วยแผ่น FRP จะมีอยู่ด้วยกันหลายรูปแบบ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยสามารถแบ่งการวิบัติได้เป็น 7 รูปแบบ คือ

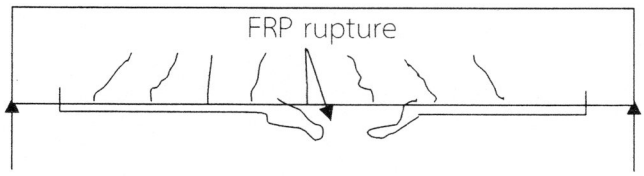
1) การวิบัติจากการขาดของแผ่น FRP เป็นการวิบัติที่เกิดจาก FRP ขาด เกิดจากการที่คอนกรีตเสริมเหล็กมีกำลังรับน้ำหนัก มากกว่ากำลังรับแรงดึงของ FRP จึงทำให้แผ่น FRP เกิดการขาดก่อน
2) การวิบัติจากการบดอัดแตกของคอนกรีต เป็นการวิบัติที่เกิดจากการบดอัดของคอนกรีตด้านที่รับแรงอัด เกิดจากการที่คอนกรีตเสริมเหล็กที่รับแรงอัดไม่มารถรับแรงเนื่องจากน้ำหนักที่กระทำกันคอนกรีตได้ จึงทำให้คอนกรีตเกิดการวิบัติ
3) การวิบัติจากแรงเฉือน แสดงการวิบัติที่เกิดจากแรงเฉือน เกิดจากการที่คอนกรีตเสริมเหล็กไม่มารถรับแรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักที่กระทำกับคอนกรีตได้จึงทำให้คอนกรีตเกิดการวิบัติ
4) การวิบัติจากการหลุดลอกของคอนกรีตหุ้ม เป็นการวิบัติที่เกิดจากการหลุดของคอนกรีตที่หุ้มเหล็กที่ปลายแผ่นไฟเบอร์เมื่อให้น้ำน้ำหนักที่กระทำกับคานคอนกรีตเสริมเหล็กจากนั้นคานเกิดการวิบัติที่ตำแหน่งบริเวณส่วนที่คอนกรีตห่อหุ้มเหล็ก ทำให้ความสามารถในการรับกำลังลดลง
5) การวิบัติจากแผ่นเสริมกำลังที่ปลายคาน เป็นการวิบัติที่เกิดจากการหลุดของแผ่น FRP เมื่อให้น้ำน้ำหนักที่กระทำกับคานคอนกรีตเสริมเหล็กจากนั้นแผ่น FRP ที่ติดอยู่กับคานเกิดการหลุดลอกออก โดยสาเหตุอาจเกิดจากสารที่ใช้ผสานระหว่างแผ่น FRP กับคอนกรีตไม่ดีพอหรืออาจเกิดจากวิธีการติดไม่ถูกต้อง เป็นการหลุดลอกของแผ่นไฟเบอร์ทั้งแผ่น
6) การวิบัติจากรอยร้าวระหว่างแผ่นเสริมกำลังกับตัวคานที่มาจากแรงดัด เป็นการหลุดของ FRP ที่รอยร้าวดัด เมื่อให้น้ำน้ำหนักที่กระทำกับคานคอนกรีตเสริมเหล็กจากนั้นคอนกรีตเกิดการร้าวจึงทำให้แผ่น FRP ที่ติดอยู่เกิดการหลุดลอกออกตรงตำแหน่งที่เกิดรอยร้าว
7) การวิบัติจากรอยร้าวระหว่างแผ่นเสริมกำลังกับตัวคานที่มาจากแรงดัดและแรงเฉือน เป็นการหลุดของรอยร้างทแยง ซึ่งก็เป็นสาเหตุหนึ่งอีกเช่นกันที่อาจเกิดการวิบัติได้

การที่แผ่น FRP หลุดลอกออกนั้น เป็นรูปแบบการวิบัติที่ไม่เป็นที่พึงปรารถนาเป็นอย่างยิ่ง เพราะเป็นการวิบัติแบบเปราะ และสามารถเกิดขึ้นได้หลายรูปแบบ ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้กำลังของ FRP ได้อย่างเต็มประสิทธิภาพในการนำไปใช้งาน การวิบัติเนื่องจากการหลุดลอกของแผ่น FRP มี 2 ลักษณะ

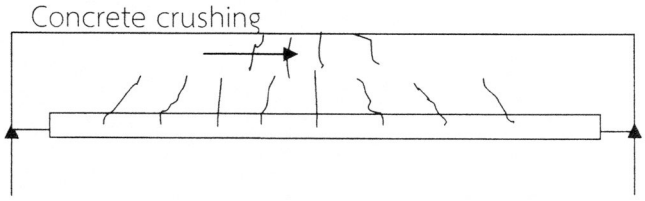
1) การหลุดลอกของคอนกรีตหุ้ม เกิดจากหน่วยแรงเฉือนตามแนวนอน และหน่วยแรงดึงที่ปลายแผ่น FRP ดึงให้คอนกรีตส่วนหุ้มเหล็กหลุดออกมา ดังแสดงในรูปที่ 2.2 การหลุดลอกจะเริ่มเกิดขึ้นที่ปลายแผ่นก่อน แล้วค่อยลามเข้าหาตรงกลางชิ้นส่วน

2) การหลุดลอกของแผ่น FRP เนื่องจากหน่วยแรงเฉือนและหรือ หน่วยแรงดึงในแผ่น FRP ตรงตำแหน่งรอยร้าว (รอยร้าวดัดและรอยร้าวเฉือน) การหลุดลอกเริ่มเกิดขึ้นที่ฐานรอยร้าวก่อน แล้วลามไปปลายแผ่น FRP ดังแสดงในรูปที่ 2.3

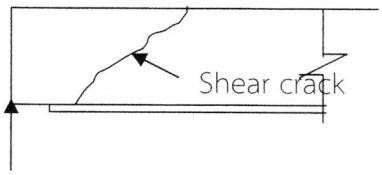
1)



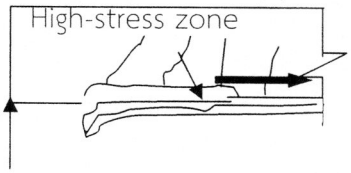
2)



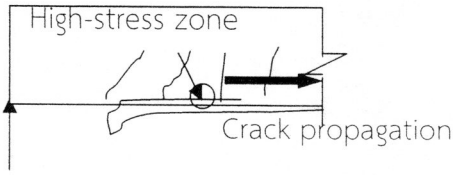
3)



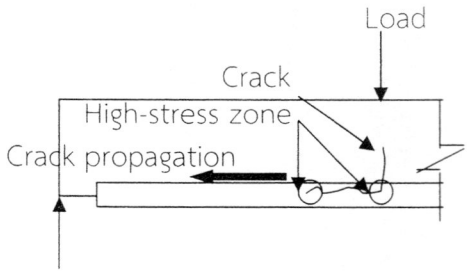
4)



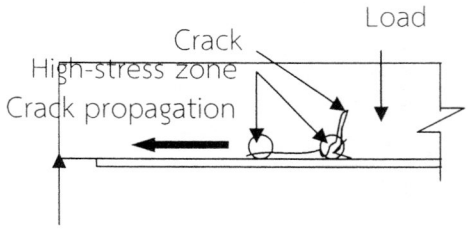
5)



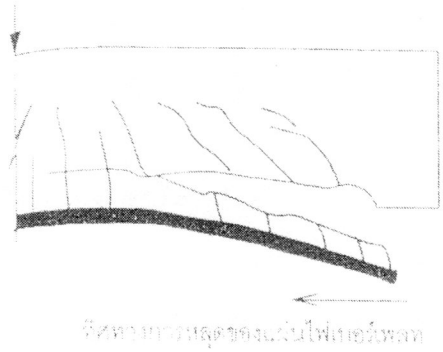
6)



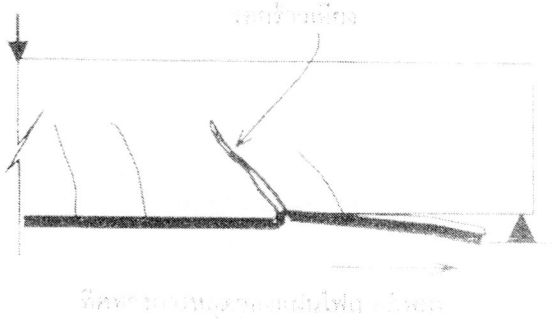
7)



รูปที่ 2.1 ลักษณะการวิบัติของคานคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วย FRP



รูปที่ 2.2 การหลุดลอกของคอนกรีตหุ้ม



รูปที่ 2.3 การหลุดลอกของแผ่น FRP

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ. 2002 ACI (American Concrete Institute) ได้จัดทำ ACI 440.2R-02 Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures [2] ซึ่งนับว่าเป็นความก้าวหน้าครั้งสำคัญสำหรับการทำให้แผ่นไฟเบอร์ FRP ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลายมากขึ้น โดยมีเนื้อหาที่เกี่ยวกับการเสริมกำลังคานละเสาคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมด้วยแผ่นไฟเบอร์ FRP และสมการการออกแบบคานและเสาคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ FRP

Saadatmanesh, Hamid, Ehsani, Mohammad R. [7] การศึกษาความแข็งแรงของคานคอนกรีตเสริมกำลังโดยการติดแผ่นไฟเบอร์ใยแก้ว (GFRP) จากการทำการทดสอบคานรูปสี่เหลี่ยมและคานรูปตัวอักษร T ทำการทดสอบโดยให้เกิดการวิบัติภายใต้แรงในแบบ 4 Point และทำการวัดค่าระหว่าง น้ำหนักบรรทุกกับความเครียดในแผ่นไฟเบอร์, เหล็ก, แรงอัดสูงสุดของคอนกรีต, และน้ำหนักบรรทุกกับระยะโก่งตัว สำหรับบริเวณกึ่งกลางคาน คือ ทำการพล็อตกราฟและทำการเปรียบเทียบเพื่อที่จะทำนายค่า ผลการทดลองสามารถบ่งชี้ได้ว่า การรับแรงดัดของคอนกรีตสามารถเพิ่มขึ้นได้โดยการติดแผ่นไฟเบอร์ นอกจากนั้น Epoxy ที่ใช้ติดสามารถช่วยแก้ไขรอยแตกของคานโดยจะทำให้เกิดรอยร้าวช้าขึ้นและลดความกว้างของรอยร้าวเมื่อน้ำหนักบรรทุกเพิ่มสูงขึ้น

Nouna และคณะ [11] แสดงให้เห็นว่าแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังเป็นอีกวิธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพสูงในการซ่อมแซม คานคอนกรีตเสริมเหล็ก เมื่อคอนกรีตที่ผิวเกิดการหลุดร่อนหรือกะเทาะ โดยกำลังอัดของคานสามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้เมื่อคานได้รับการซ่อมแซม

บุญไชยและคณะ [12] ศึกษาการใช้แผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ซ่อมแซมและเสริมกำลังของโครงสร้างที่รับแรงอัดและแรงดัง โดยศึกษาถึงความแตกต่างและความเหมาะสมของจำนวนแผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ที่จะนำมาใช้เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพและคุ้มค่ามากที่สุด ซึ่งพบว่าการนำไฟเบอร์มาเสริมกำลังจะทำให้คานและเสามีความแข็งแรงมากขึ้น ซึ่งดูได้จากคานมีระยะโก่งตัวลดลงและเสามีค่าหน่วยการยืดตัวน้อยลง แต่กำลังที่เพิ่มขึ้นไม่เป็นปฏิภาคโดยตรงกับจำนวนคาร์บอนไฟเบอร์ที่เพิ่มขึ้น แผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ที่ใช้จะช่วยเพิ่มความแข็งแรงให้แก่คานและเสาที่ทำการเสริมกำลังได้มากกว่าคานและเสาที่ทำการซ่อมแซม

การใช้เส้นใยแก้วสังเคราะห์ในการเพิ่มกำลังของส่วนรับแรงอัดของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก [13] งานศึกษานี้มุ่งในการทดสอบหาการเพิ่มขึ้นของกำลังรับแรงอัดของคานในส่วนของ Compression Zone เมื่อทำการเสริมกำลังด้วยด้วยแผ่นวัสดุเส้นใยแก้วสังเคราะห์ โดยทำการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กให้มีลักษณะแบบเหล็กเสริมเกินสภาวะสมดุล (over-reinforcement) ซึ่งทำการหล่อคานคอนกรีตขึ้นมาสองกลุ่ม กลุ่มแรกเป็นคานแม่แบบซึ่งไม่มีการเสริมกำลังด้วยแผ่นวัสดุประกอบเส้นใยแก้วสังเคราะห์และกลุ่มที่สองเป็นคานที่เสริมกำลังด้วยวัสดุประกอบเส้นใยแก้วสังเคราะห์ และนำคานทั้งสองกลุ่มไปทำการ

ทดสอบ เพื่อศึกษาพฤติกรรมของคาน จนคานวิบัติแล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ตาทฤษฎี ผลการทดสอบดังกล่าวพบว่าคานทดสอบที่เสริมกำลังด้วยแผ่นวัสดุประกอบเส้นใยแก้วสังเคราะห์จะเกิดการวิบัติสองลักษณะคือ การวิบัติเนื่องจากการหลุดของแผ่นเส้นใย และการวัติเนื่องจากการแตกออกของคอนกรีตใต้ท้องคานซึ่งการวิบัติทั้งสองลักษณะนั้นเป็นการวิบัติที่แผ่นวัสดุประกอบเส้นใยแก้วสังเคราะห์ยังไม่ได้รับแรงจนถึงจุดประลัย

การใช้แผ่นคาร์บอนไฟเบอร์ในการเพิ่มกำลังของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก [14] งานศึกษานี้ทำการทดสอบหาการเพิ่มขึ้นของกำลังรับแรงดัด และแรงเฉือนของคานคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยคาร์บอนไฟเบอร์ โดยทำการหล่อคานขึ้นมาสงกลุ่ม กลุ่มแรกออกแบบให้เกิดการวิบัติเนื่องจากแรงดัดและกลุ่มที่สองออกแบบให้เกิดการวิบัติเนื่องจากแรงเฉือน จากนั้นนำคานทั้งสองกลุ่มมาทำการเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ทำการกดคานดังกล่าวเพื่อศึกษาพฤติกรรมจนคานวิบัติ แล้วนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลวิเคราะห์ตามทฤษฎีและตามมาตรฐาน ACI

งานเสริมกำลังพื้นสะพาน (Strengthening) โดยการใช้แผ่นเหล็ก (Steel Plates) และ Carbon Fiber [15] เอกสารนี้เสนอการเสริมกำลังของสะพานโดยมีรายละเอียดดังนี้ โดยสะพานอ่างทองมีลักษณะโครงสร้างสะพานแบบ โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก และโครงสร้างคอนกรีตอัดแรง ขนาด (9x8)+(3x40)+(7x10) ยาว 262.00 ม. มีความกว้างผิวจราจร 8.00 ม. และทางเท้ากว้างข้างละ 1.50 ม. ได้เริ่มเปิดใช้งานมาตั้งแต่ปี พ.ศ.2502 ในปัจจุบันปริมาณการจราจรบนสะพานแห่งนี้มีความหนาแน่นมาก และมีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นอีก กรมทางหลวงจึงได้มีโครงการซ่อมบำรุงและขยายช่องจราจร เพื่อรองรับปริมาณการจราจรที่เพิ่มขึ้นโดยแบ่งโครงการก่อสร้างและซ่อมบำรุงออกเป็น 2 ส่วน

1) ในส่วนของงานก่อสร้างสะพานใหม่ต่อเนื่องกับสะพานเดิม เพื่อขยายช่องจราจรเพิ่มจากเดิม 8.00 ม. เป็น 14.00 ม.
2) ในส่วนของสะพานเดิม ได้มีการตรวจสอบ/ประเมินความสามารถในการรับน้ำหนัก บรรทุกได้มากขึ้น โดยเลือกวิธีการเสริมกำลังแบบ Externally Bonded Reinforcement ด้วยการติดตั้ง Steel Plates และ Carbon Fiber ใต้แผ่นพื้น เพื่อช่วยเพิ่มหน้าตัดของเหล็กเสริมในการรับแรงดัดและแรงเฉือนในแผ่นพื้นสะพาน ทั้งยังช่วยลดการแอ่นตัวของพื้นสะพานอีกด้วยในการติดตั้งแผ่นเหล็กจะใช้ Epoxy เป็นตัวประสานกับท้องคานร่วมกับใช้ Chemical Bolt ช่วยในการยึดติดด้วย

พฤติกรรมการหลุดลอกของแผ่นไฟเบอร์ของคาน คสล. [16] งานศึกษานี้ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมกำลังด้วยแผ่นคาร์บอนไฟเบอร์อาจจะวิบัติได้จากการหลุดลอกของเนื้อคอนกรีตหุ้มลอกออกจากคานคอนกรีตเสริมเหล็กก่อนที่กำลังของโครงสร้างจะถึงค่าประลัย ซึ่งการวิบัติในลักษณะนี้ไม่เป็นที่ต้องการ เนื่องจากว่าเป็นการวิบัติแบบเปราะ และยากที่จะทำนายกำลังรับน้ำหนัก

ของโครงสร้างได้อย่างถูกต้อง ซึ่งการวิจัยนี้ได้เสนองานทดลองที่ศึกษาถึงผลของระยะยึดเหนี่ยวระหว่างแผ่นไฟเบอร์กับคาน,การยึดรั้งของแผ่นไฟเบอร์ในแนวดิ่งต่อพฤติกรรมการหลุดลอกของคานที่เสริมกำลังด้วยไฟเบอร์ การทดลองจากงานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าลักษณะการหลุดลอกของแผ่นไฟเบอร์นั้นขึ้นอยู่กับระยะยึดเหนี่ยวระหว่างแผ่นไฟเบอร์กับคาน และสภาวะการยึดรั้งที่ปลายของแผ่นไฟเบอร์ซึ่งในการพยายามที่จะป้องกันการหลุดลอกที่ปลายของแผ่นไฟเบอร์โดยการยึดรั้งปลายของแผ่นไฟเบอร์ในแนวดิ่งนั้นการหลุดลอกของแผ่นไฟเบอร์ที่ฐานร้อยร้าวเอียงก็อาจเกิดขึ้นแทนได้ โดยการยึดรั้งที่ปลายของแผ่นไฟเบอร์นี้ทำได้โดยการพันแผ่นไฟเบอร์ชีทรอบปลายแผ่นไฟเบอร์เพลท เดิมให้เส้นใยของไฟเบอร์ตั้งฉากกับแกนของคานซึ่งการพันในลักษณะนี้จะคล้ายกับการพันเป็นตัวอักษร U จึงเรียกการยึดรั้งในลักษณะนี้ว่า U-wrap แต่จากการทดลองชี้ให้เห็นว่าการยึดรั้งนี้เป็นการยึดรั้งที่ไม่สม่ำเสมอตลอดความกว้างของแผ่นไฟเบอร์เพลทซึ่งควรจะคำนึงถึงเมื่อต้องการออกแบบการเสริมกำลังคานที่มีความกว้างมาก

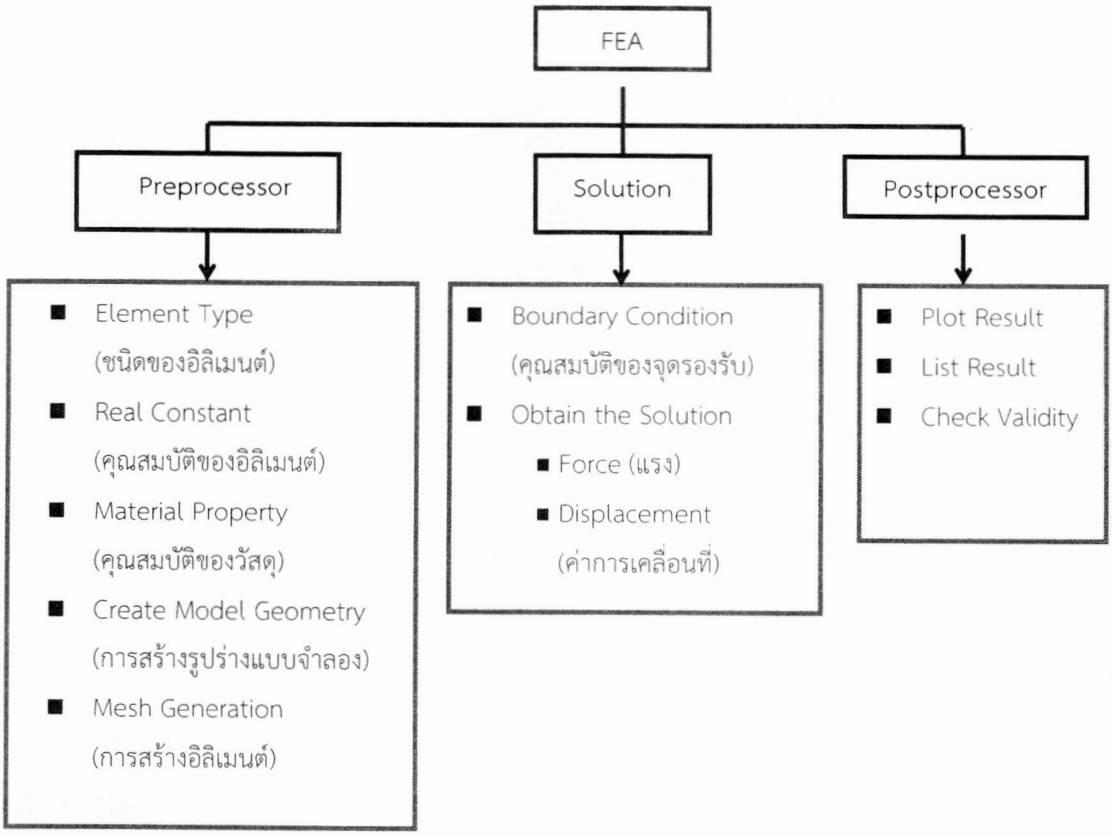
พฤติกรรมการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลังรับแรงดัดของโครงสร้าง คสล. [17] งานวิจัยนี้นำเสนอผลการศึกษาความต้านทานการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลังรับแรงดัดของโครงสร้าง คสล. โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีกลศาสตร์การแตกร้าวของวัสดุเชิงประกอบ(Interfacial fracture mechanics) ซึ่งผลทดสอบและการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกนำมาพิจารณาร่วมกัน โดยทำการทดสอบตัวอย่างคานประกอบ เหล็ก-ไฟเบอร์-คอนกรีต โดยวิธีการดัดสี่จุด เพื่อคำนวณหาอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด และค่าการต้านทานการหลุดลอก พร้อมทั้งใช้ซอฟท์แวร์ ABAQUS วิเคราะห์เปรียบเทียบและหาค่าพารามิเตอร์สำคัญที่ใช้ในการแยกองค์ประกอบ ของความต้านทานการหลุดลอก ซึ่งดำเนินการตามวิธีการขจัดของผิวหน้ารอยแตก พบว่า ตัวอย่างทดสอบมีความต้านทานการหลุดลอกประมาณ 2.108 $MPA\sqrt{m}$ และมีค่ามุมความต้านทานรวมเฉลี่ย 35 องศา

บทที่ 3
การพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีต และคานคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์

3.1 บทนำ

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไฟไนอิลิเมนต์ (Finite Element Analysis) เป็นวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขที่ใช้สำหรับในการแก้ไขปัญหาด้านวิศวกรรมโครงสร้างที่ได้รับความนิยม มีประโยชน์ในการศึกษาพฤติกรรมโครงสร้างที่ประกอบไปด้วยวัสดุหลายชนิดที่แตกต่างกัน โดยไม่ต้องทำการทำการทดสอบตัวอย่างในห้องปฏิบัติการ อย่างไรก็ตามการการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนอิลิเมนต์ต้องอาศัยองค์ความรู้เฉพาะทางซึ่งมีความซับซ้อน สำหรับการทำงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาพฤติกรรมโครงสร้างคานคอนกรีตเสริมเหล็กและคานคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ ด้วยโปรแกรมไฟไนอิลิเมนต์สำเร็จรูป ANSYS ในบทนี้จะนำเสนอขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนอิลิเมนต์ การสร้างแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ชนิดอิลิเมนต์ที่ใช้กับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

กระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนอิลิเมนต์ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ 3 ขั้นตอน คือ 1) กระบวนการขั้นต้น (Pre-processor) เป็นขั้นตอนการสร้างแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ให้มีรูปร่างเหมือนกับรูปร่างโครงสร้าง และกำหนดเงื่อนไขจุดรองรับและขอบเขตต่างๆ จำเป็นต้องเหมือนหรือใกล้เคียงกับปัญหาจริงให้มากที่สุดจึงจะนำไปสู่การจำลองพฤติกรรมโครงสร้างได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด 2) กระบวนการวิเคราะห์ (Solution) ข้อมูลต่างๆ ของในขั้นตอนแรก จะถูกส่งเข้าสู่กระบวนการวิเคราะห์ และ 3) กระบวนการอ่านผลการวิเคราะห์ ผลการวิเคราะห์ที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนที่ 2) จะประกอบด้วยผลเป็นจำนวนมาก ผู้ใช้สามารถสั่งให้โปรแกรมแสดงผลต่างๆเช่น แรง ความเค้น ความเครียด ระยะการเคลื่อนตัว และอื่นๆ บนหน้าจอคอมพิวเตอร์ได้โดยตรง แสดงสรุปได้ตามรูปที่ 3.1

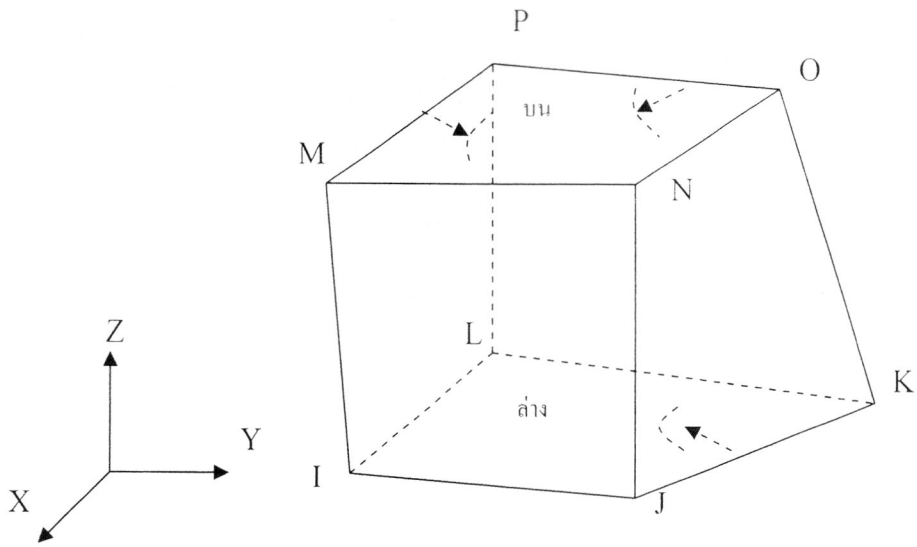


รูปที่ 3.1 แสดงแผนผังสรุปการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนอิลิเมนต์

3.2 ชนิดของชิ้นส่วนย่อยวัสดุ

3.2.1 คอนกรีต

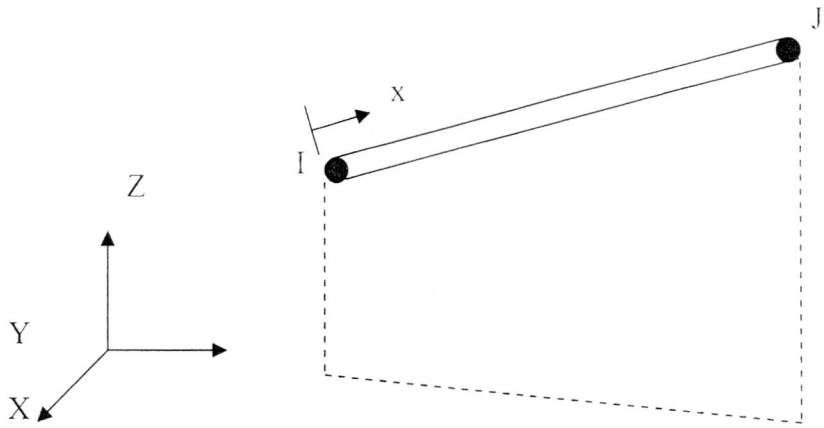
ชนิดของชิ้นส่วนย่อย (Element Type) ที่ใช้สำหรับคอนกรีตคือ ชิ้นส่วนย่อยแบบกล่อง (SOLID65) แสดงไว้ในรูปที่ 3.2 แต่ละชิ้นส่วนย่อย (Element) ของคอนกรีตจะถูกกำหนดขนาดด้วยความกว้าง ยาว และสูง ด้วยคำสั่งที่ใช้ในการสร้างจุดต่อจุด (Node) ทั้งหมด 8 จุด ที่ระบุเป็นตัวเลขทรงสี่เหลี่ยม และอ้างอิงพิกัดของจุดต่อตามแกน X Y และ Z ตามลำดับ แต่ละจุดมีดีกรีความอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับ 3 ดีกรี คือ มีการเคลื่อนที่อิสระ (Translation) ในทิศทางตามแนวแกน X Y และ Z



รูปที่ 3.2 ชิ้นส่วนย่อยแบบกล่อง (SOLID65) - 3มิติ ที่ใช้สำหรับคอนกรีต

3.2.2 เหล็กเสริมและเหล็กปลอก

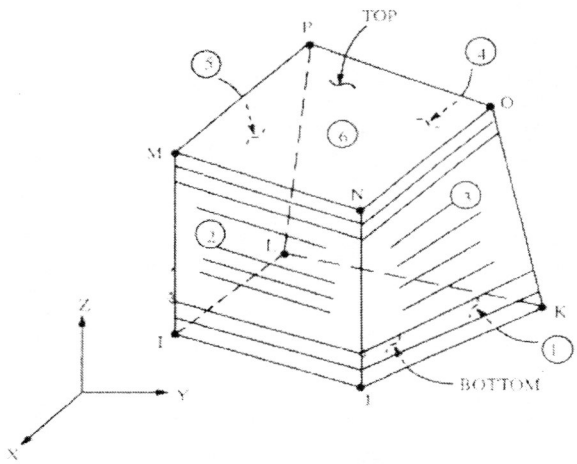
ชนิดของชิ้นส่วนย่อย (Element Type) ที่ใช้สำหรับเหล็กคือ ชิ้นส่วนย่อยแบบแท่ง (LINK8) แต่ละชิ้นส่วนย่อย (Element) ของเหล็กจะใช้ จุดเชื่อมจุด (Node) อ้างอิงพิกัดของจุดต่อตามแกน X Y และ Z ในการสร้างชิ้นส่วนย่อยของเหล็กจะสร้างร่วมกับจุดที่สร้างชิ้นส่วนย่อย (Element) ของคอนกรีต เป็นการใช้จุดร่วมกัน แต่ละจุดมีดีกรีความอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับ 3 ดีกรีคือ มีการเคลื่อนที่อิสระ (Translation) ในทิศทางตามแนวแกน X Y และ Z แสดงดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ชิ้นส่วนย่อยแบบแท่ง (LINK8) - 3มิติ ที่ใช้สำหรับเหล็ก

3.2.3 แผ่นไฟเบอร์เสริมกำลัง

อิลิเมนต์ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองของแผ่นไฟเบอร์นั้นจะใช้ SOLID46 สำหรับการขึ้นอิลิเมนต์ชนิดนี้มีวัสดุความหนาต่างกันขึ้นอยู่กับการกำหนดความหนาของวัสดุ จุดแต่ละจุดของอิลิเมนต์ชนิดนี้สามารถเคลื่อนที่แบบอิสระได้ 3 ทิศทางในแนวแกน x, y และ z ตำแหน่งจุดและทิศทางของแผ่นไฟเบอร์แสดงในรูปที่ 3.4

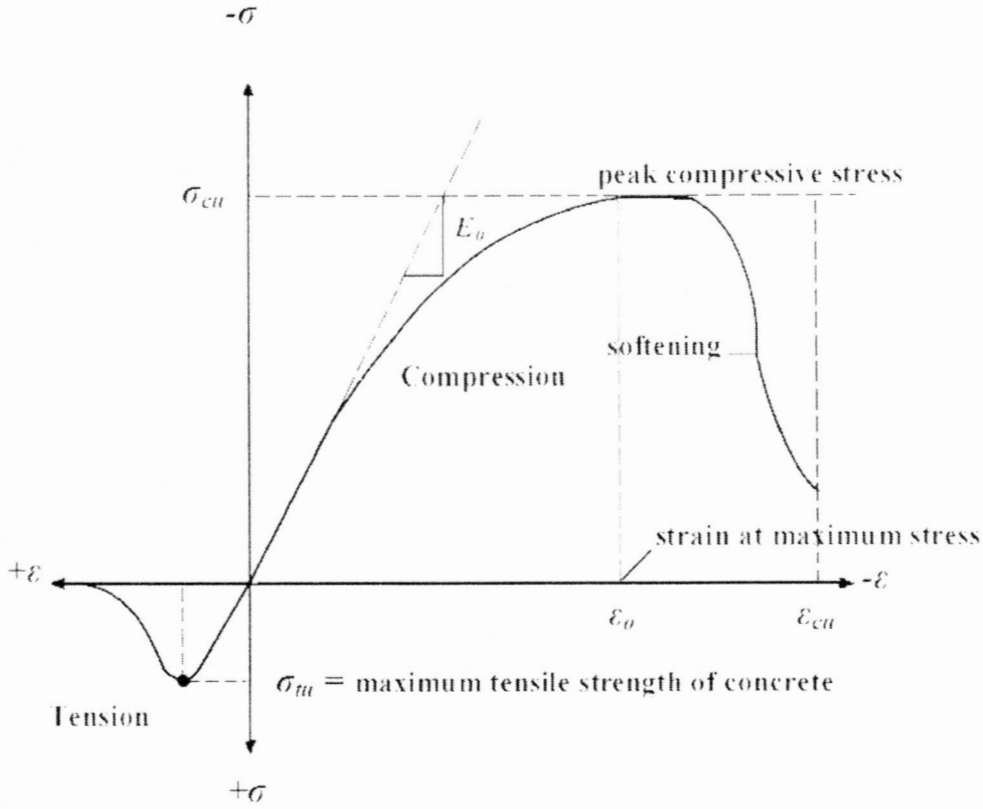


รูปที่ 3.4 อิลิเมนต์ SOLID46 -3 มิติที่ใช้สำหรับแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลัง

3.3 คุณสมบัติของวัสดุ

3.3.1 คอนกรีต

ในการพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ คุณสมบัติของคอนกรีตในการรับแรงอัดเป็นเรื่องยุ่งยากและซับซ้อนอย่างมาก นอกจากนี้ค่าคุณสมบัติของคอนกรีตยังเป็นตัวแปรที่มีความสำคัญและส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมการรับแรงของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ คอนกรีตเป็นวัสดุที่มีคุณสมบัติที่กึ่งเปราะและมีพฤติกรรมที่แตกต่างกัน เมื่อรับแรงอัดและรับแรงดึง ความต้านทานแรงดึงของคอนกรีตปกติจะมีค่าประมาณ 8-15% ของกำลังแรงอัด (Shah, et al. 1995) ค่าหน่วยแรงอัด- ความเครียดอัด (Compressive Stress- Compressive Strain) เป็นปัจจัยสำคัญที่เป็นตัวบ่งบอกถึงความสามารถในการรับแรงอัดของคอนกรีต ดังแสดงในรูปที่ 3.5 ซึ่งแสดงเส้นโค้งความเค้นและความเครียดทั่วไปสำหรับคอนกรีตน้ำหนักปกติ (Bangash 1989)



รูปที่ 3.5 กราฟเส้นโค้งความเค้นและความเครียดทั่วไปสำหรับคอนกรีตที่น้ำหนักปกติ (Bangash 1989)

เมื่อ

E_0 = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

σ_{cu} = กำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต

σ_{tu} = กำลังรับดึงสูงสุดของคอนกรีต

σ = หน่วยแรงอัดของคอนกรีต

ε_0 = ความเครียดอัด ณ จุดสูงสุดของกำลังรับแรงอัดของคอนกรีต

ε = ความเครียดอัดของคอนกรีต

ε_{cu} = ความเครียดอัดสูงสุดของคอนกรีต

ในช่วงการรับแรงอัดของคอนกรีต กราฟเส้นโค้งความเค้นและความเครียดของคอนกรีตจะมีความยืดหยุ่นเชิงเส้นตรงถึงประมาณร้อยละ 30 ของกำลังรับแรงอัดสูงสุด จากนั้นค่าความเค้นและค่าความเครียดของคอนกรีตจะเพิ่มมากขึ้นแบบไม่เป็นเชิงเส้นตรง จนถึงกำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต (σ_{cu}) เส้นโค้งความเค้นของคอนกรีตจะมีค่าลดลง ซึ่งแสดงกำลังรับอัดของคอนกรีตจะลดลงอย่างรวดเร็ว ในขณะที่ความเครียดของคอนกรีตจะค่อยๆ เพิ่มขึ้น ส่วนความเค้นและความเครียดของคอนกรีตเมื่อรับแรงดึง กราฟเส้นโค้งความเค้นและความเครียดของคอนกรีตจะมีความยืดหยุ่นเชิงเส้นตรงถึงความต้านทานแรงดึงสูงสุด หลังจากจุดนี้ คอนกรีตจะเกิดการแตกร้าวและเกิดการพังในที่สุด จนกำลังรับแรงอัดค่อยๆลดลงเป็นศูนย์ (Bangash 1989)

3.3.1.1 การใส่ค่าคุณสมบัติของคอนกรีต

ค่าคุณสมบัติของคอนกรีตที่จำเป็นสำหรับการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์เสา มี ดังต่อไปนี้

1) หน่วยรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต (Uniaxial compressive Strength, f_c') เป็นตัวบ่งชี้ความสามารถการรับแรงอัดของคอนกรีต

2) ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต (Elastic Modulus, E_c) เป็นค่าความชันของเส้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้นกับค่าความเครียดในช่วงยืดหยุ่น

3) ค่ากำลังต้านทานแรงดึงของคอนกรีต (Uniaxial tensile cracking stress, f_r) คอนกรีตมีกำลังต้านทานแรงดึงต่ำมาก เฉลี่ยประมาณ10% ของกำลังต้านทานแรงอัดของคอนกรีตเท่านั้น ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการ ACI-318 ดังนี้

$$f_r = 0.623\sqrt{f_c'} \qquad \text{เมกะปาสคาล (MPa)}$$

กำหนดให้

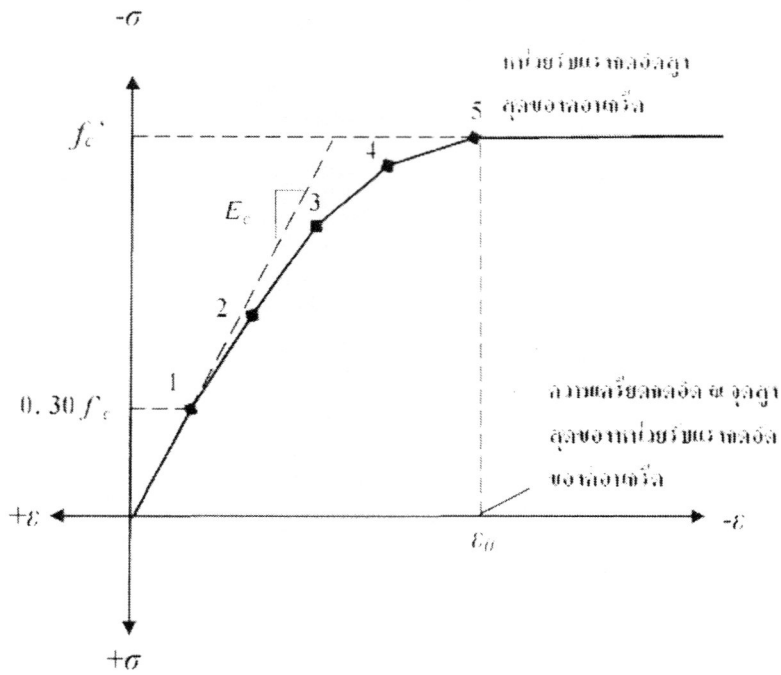
f_r = ค่ากำลังต้านทานแรงดึงของคอนกรีต

f'_c = หน่วยรับแรงอัดสูงสุดคอนกรีต

4) ค่าอัตราส่วนปัวซองส์ของคอนกรีต (Poisson's ratio, ν) เป็นค่าแสดงสัดส่วนระหว่างความเครียดในแนวราบของแท่งคอนกรีตรูปทรงกระบอกต่อด้วยความเครียดในแนวแกนของแท่งคอนกรีตรูปทรงกระบอกรับรับแรงอัด จากการทดสอบ คอนกรีตธรรมดามีค่าอัตราส่วนปัวซองส์ของคอนกรีตอยู่ระหว่าง 0.15-0.25 ในการศึกษานี้ กำหนดค่าค่าอัตราส่วนส่วนปัวซองส์ของคอนกรีตที่ 0.2 ในการใส่ค่าคุณสมบัติคอนกรีตของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์

5) ค่าสัมประสิทธิ์กำลังรับแรงเฉือนของคอนกรีต (Shear transfer coefficient, B_t) ในการใส่ค่าคุณสมบัติสัมประสิทธิ์การพังด้วยแรงเฉือนของคอนกรีตจะแบ่งการใส่ค่าเป็น 2 แบบ คือ การใส่ค่าแรงเฉือนเพื่อให้เกิดการพังของคอนกรีตให้พังแบบราบเรียบ (Shear transfer coefficients for an open crack (smooth crack)) และ การใส่ค่าแรงเฉือนเพื่อให้เกิดการพังของคอนกรีตให้พังแบบรุนแรง (Shear transfer coefficients for a closed crack (rough crack)) ซึ่งเป็นค่าแสดงลักษณะการพังของคอนกรีตด้วยแรงเฉือนโดยในโปรแกรม ANSYS กำหนดค่าตั้งแต่ 0.0 ถึง 1.0 ซึ่งมีความหมาย ดังนี้ เมื่อใส่ค่าเข้าใกล้ 0.0 จะเป็นการพังแบบราบเรียบ (smooth crack) กล่าวคือเป็นการพังของคอนกรีตที่สมบูรณ์ที่มีการถ่ายแรงเฉือนแบบสมบูรณ์ ส่วนใส่ค่าเข้าใกล้ 1.0 เป็นการพังแบบระเบิดรุนแรง (rough crack) กล่าวคือเป็นการพังของคอนกรีตที่ไม่มีการถ่ายแรงเฉือนภายในคอนกรีต

6) ค่าความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดกับความเครียดอัด ของคอนกรีต (Compressive Stress-Compressive Strain) เส้นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัด-ความเครียดอัดของคอนกรีตในการใส่ค่าลงไปในคุณสมบัติคอนกรีตของแบบจำลองเสา สร้างจาก 6 จุดเชื่อมต่อกัน โดยใช้สมการความสัมพันธ์ค่าความเค้นและค่าความเครียดของคอนกรีตตามการศึกษาของ Desayi และ Krishnan (1964) แสดงไว้ในสมการที่ 3.1-3.3 ค่าแรกจะเริ่มที่ศูนย์ของหน่วยแรงอัด-ความเครียดอัดของคอนกรีตแล้วมายังจุดที่ 1 ที่คำนวณจาก $0.3f'_c$ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของหน่วยแรงอัด-ความเครียดอัดของคอนกรีตในช่วงเชิงเส้น และจุดที่ 2 3 4 และจุดที่ 5 เป็นจุดสูงสุดของหน่วยแรงอัดของคอนกรีตพอผ่านจุดที่ 5 ไปคอนกรีตจะเกิดการวิบัติของคอนกรีต แสดงไว้ในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 ลักษณะเส้นโค้งความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัด-ความเครียดอัดของคอนกรีต Desayi และ Krishnan (1964)

$$\sigma_c = \frac{E_c \varepsilon_c}{1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^2} \qquad 3.1$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2 f_c'}{E_c} \qquad 3.2$$

$$E_c = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} \qquad 3.3$$

กำหนดให้

f_c' = กำลังรับแรงอัดสูงสุดของคอนกรีต

E_c = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

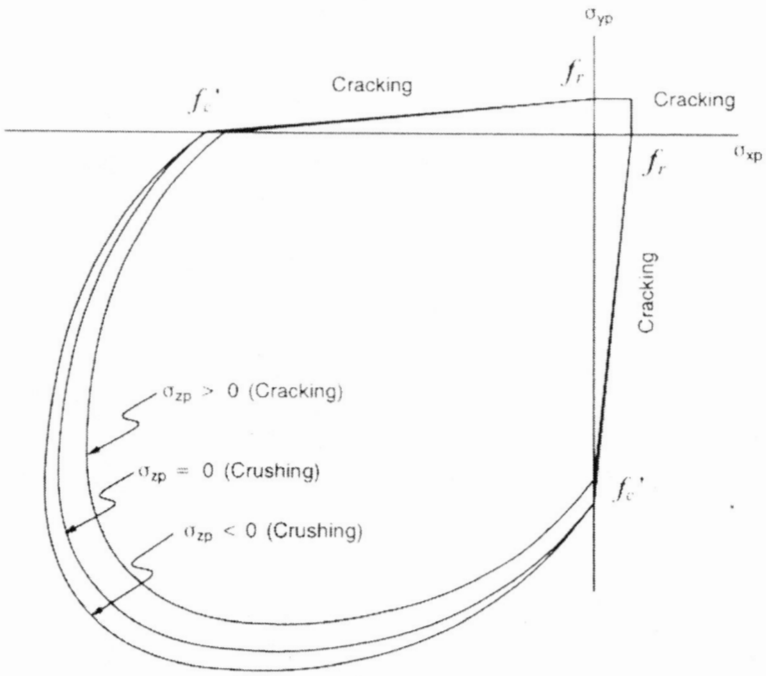
ε_0 = ความเครียดอัด ณ จุดสูงสุดของกำลังรับแรงอัดของคอนกรีต

σ_c = หน่วยแรงอัดของคอนกรีต

ε_c = ความเครียดอัดของคอนกรีต

7) เกณฑ์การพังของคอนกรีต

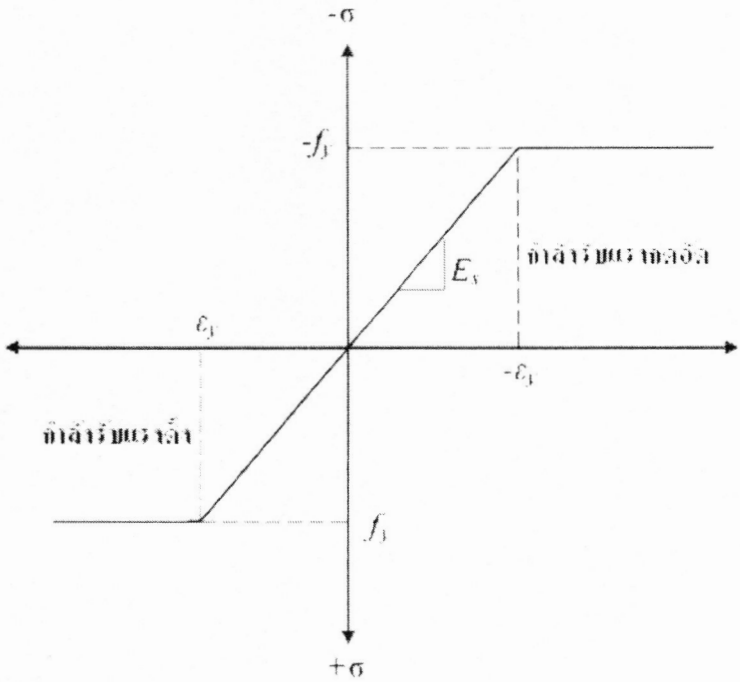
ชิ้นส่วนย่อยแบบกล่อง (SOLID 65) เมื่อนำมาสร้างแบบจำลองของวัสดุคอนกรีตนั้นต้องทำการกำหนดลักษณะการพังของคอนกรีตด้วย ซึ่งลักษระการพังของคอนกรีตมี 2 แบบ คือ ฉีกขาด (cracking) หรือแตกหัก (crushing) ด้วยแรงอัดเมื่อคอนกรีตได้รับในแนวแกน เกณฑ์การพังของคอนกรีตเนื่องจากหน่วยแรงอัดของคอนกรีต สามารถคำนวณได้ (William และ Warnke 1975) ลักษณะการพังของคอนกรีตที่เป็นแบบสามมิติที่แสดงดังรูป 3.7 มีความสำคัญในการกระจายตัวของหน่วยแรงอัดในทิศทางแนวแกน x และ y โดยอธิบายแนวแกนด้วยสัญลักษณ์ σ_{xp} และ σ_{yp} ตามลำดับในเนื้อวัสดุที่เป็นคอนกรีต การแตกร้าวจะเกิดขึ้นเมื่อมีการกระจายตัวของหน่วยแรงดึง ในทิศทางเดียวกันกับการพังที่เกิดขึ้นที่ผิวหน้าของคอนกรีต หลังจากที่เกิดการแตกร้าวของเนื้อวัสดุที่เป็นคอนกรีตแล้ว ความยืดหยุ่นของเนื้อวัสดุที่เป็นคอนกรีต จะกำหนดเป็นศูนย์ในทิศทางขนานกับทิศทางของหน่วยแรงดึง การเกิดการแตกร้าวจะเกิดขึ้นเมื่อหน่วยแรงอัดกระจายตัวและจะเกิดการพังที่ผิวด้านนอกของคอนกรีต ในการศึกษาครั้งนี้ การใส่ค่าควบคุมการพังของคอนกรีตสำหรับชิ้นส่วนย่อย (Element) ของคอนกรีต (Concrete controlled the failure of the concrete element) โดยเปิดค่า การพังแบบฉีกขาด (Cracking) และปิดค่าการพังแบบแตกหัก (Crushing)



รูปที่ 3.7 ลักษณะการพังของคอนกรีตที่เป็นแบบสามมิติ (William และ Warnke 1975)

3.3.2 เหล็กเสริม

เหล็กเสริมที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คอนกรีตเสริมเหล็กเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ขึ้นอยู่กับการเลือกใช้ชนิดของเหล็กเสริม การใส่ค่าความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของเหล็กเสริมเป็นแบบอิลาสติก-พลาสติกโดยสมบูรณ์ (โดยละทิ้งพฤติกรรมการแข็งตัวเพิ่ม) ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น กับ ความเครียด ของเหล็กเสริม

กำหนดให้

σ = ความเค้นของเหล็กเสริม

ε = ความเครียดของเหล็กเสริม

E_s = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม

f_y = ความเค้นที่จุกครากของเหล็กเสริม

ε_y = ความเครียดที่จุดครากของเหล็กเสริม

3.3.2.1 การใส่ค่าคุณสมบัติของเหล็กเสริม ในการวิเคราะห์ไฟไนอิลิเมนต์ ประกอบด้วย

- ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก (Elastic Modulus, E_s)
- ค่าอัตราส่วนปัวซองส์ (Poisson's ratio, ν) ของเหล็กเสริม
- ขนาดพื้นที่หน้าตัดของเหล็ก (A_s)
- กำลังรับแรงดึงที่จุกคราก (Yield Strength)

- กำลังรับแรงดึงที่จุดสูงสุด (Ultimate Tensile Strength)
- ค่าความเค้น-ความเครียดดึง (Stress-Strain Curve) ของเหล็กเสริม

3.3.3 แผ่นไฟเบอร์

แผ่นไฟเบอร์เป็นวัสดุที่ประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 2 ส่วน ซึ่งองค์ประกอบนี้ไม่ได้ผสมรวมกันเป็นเนื้อเดียวกัน องค์ประกอบหนึ่งคือเส้นใยคาร์บอนหรือเส้นใยแก้วซึ่งแข็งแรงและแกร่งกว่าจะถูกเสริมอยู่ในองค์ประกอบที่สองคือโพลิเมอร์อย่างต่อเนื่องที่เรียกว่าเมทริกซ์

ข้อมูลที่จำเป็นสำหรับแผ่นไฟเบอร์ ในรูปแบบอิลิเมนต์ มีดังนี้

- จำนวนชั้น
- ความหนาของแต่ละชั้น
- การกำหนดทิศทางของแผ่นไฟเบอร์สำหรับแต่ละชั้น
- โมดูลัสยืดหยุ่นของแผ่นไฟเบอร์ทั้ง 3 ทิศทาง (E_x , E_y และ E_z)
- โมดูลัสเฉือน (Shear modulus) จากแผ่นไฟเบอร์สำหรับทั้ง 3 ระนาบ (G_{xy} , G_{xz} และ G_{xz})
- อัตราส่วนปัวซองส์ของทั้ง 3 ระนาบ (ν_{xy} , ν_{yz} และ ν_{yz})

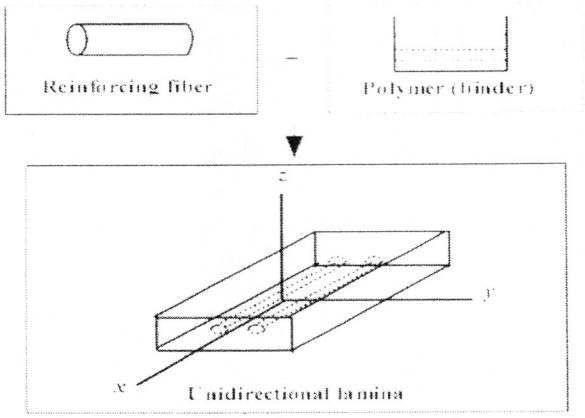
หมายเหตุ ระบบพิกัดเฉพาะที่สำหรับแผ่นไฟเบอร์ในแต่ละชั้น มีการกำหนดทิศทางในแนวแกน x เป็นทิศทางเดียวกับทิศทางของเส้นใย ในขณะที่แนวแกน y และแนวแกน z มีทิศทางตั้งฉากกับแนวแกน x คุณสมบัติของ Isotropic materials เช่นโมดูลัสยืดหยุ่น (elastic modulus) และอัตราส่วนปัวซองส์เหมือนกันในทุกทิศทาง กรณีนี้ไม่ใช้กับ orthotropic materials พิเศษที่จำเป็นในการกำหนดคุณสมบัติในทิศทางต่างๆ ตัวอย่างเช่น $E_x \neq E_y$ และ $\nu_{xy} \neq \nu_{yz}$ โดย E_x เป็นโมดูลัสยืดหยุ่นในทิศทางเส้นใย และ E_y เป็นโมดูลัสยืดหยุ่นในทิศทางตั้งฉากกับในแนวแกน y ใช้อัตราส่วนปัวซองส์สำหรับวัสดุ orthotropic materials เป็นสาเหตุทำให้เกิดความสับสน ดังนั้นข้อมูลของ orthotropic material data ปรากฏใน ν_{yz} หรือรูปแบบปัวซองส์จากโปรแกรม ANSYS อัตราส่วนปัวซองส์ที่สำคัญคือ อัตราส่วนของความเครียดในทิศทาง y ความเครียดที่ตั้งฉากกับทิศทาง x เมื่อความเครียดถูกดึงไปใช้เป็นในทิศทาง x ปริมาณ ν_{yx} ใช้ในการแทนอัตราส่วนว่า minor Poisson's ratio และมีขนาดเล็กกว่า ν_{xy} ขณะที่มีขนาดใหญ่กว่า E_y สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ν_{xy} และ ν_{yx}

$$\nu_{yx} = \frac{E_y}{E_x}\nu_{xy}$$

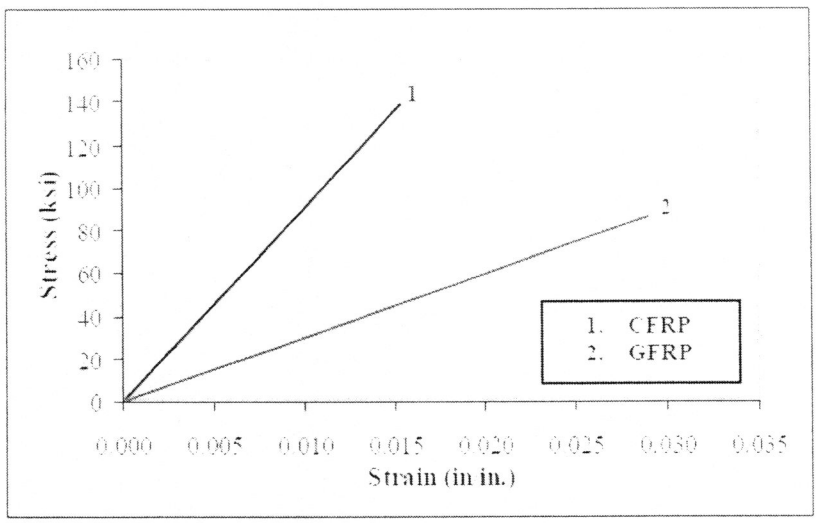
ν_{yx} = อัตราส่วนย่อยของปัวซองส์ (Minor Poisson's ratio)

E_x = โมดูลัสยืดหยุ่นในทิศทาง x ทิศทางเส้นใย (Elastic modulus in the x direction, fiber direction)

E_y = โมดูลัสยืดหยุ่นในทิศทาง y (Elastic modulus in the y direction)



รูปที่ 3.9 แผนภาพชิ้นส่วนแผ่นไฟเบอร์



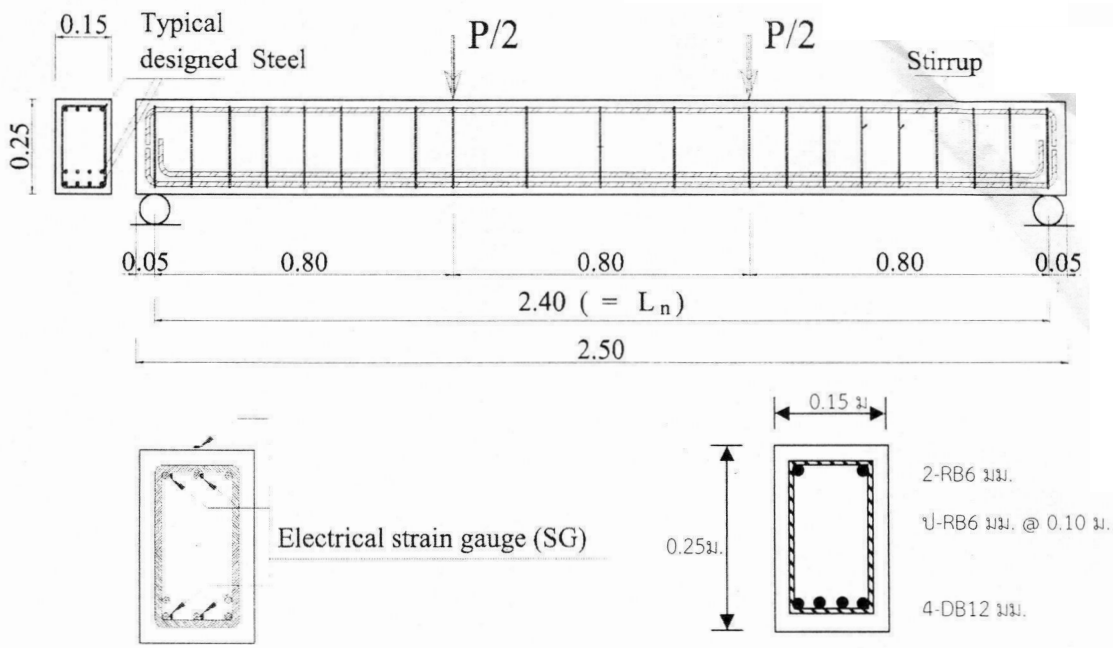
รูปที่ 3.10 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดสำหรับแผ่นไฟเบอร์ในทิศทางของเส้นใย

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีต และคานคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์

4.1 การสร้างแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก (FEMB1)

แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็กที่พัฒนาขึ้นจะถูกตรวจสอบความถูกต้อง โดยใช้ข้อมูลจากผลการทดสอบคานคอนกรีตเสริมเหล็กในห้องปฏิบัติการ [18] นำมาเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ที่ได้จากแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ รูปที่ 4.1 แสดงรายละเอียดการทดสอบคาน ขนาดหน้าตัด รายละเอียดการเสริมเหล็ก และตำแหน่งการติดแผ่นวัดการยืด-หด (Electrical Strain Gauges) ของคานคอนกรีตเสริมเหล็กในห้องปฏิบัติการ (B1) โดยคาน B1 มีขนาดหน้าตัด 0.15 เมตร x 0.25 เมตร มีความยาวทั้งหมด 2.50 เมตร และมีระยะวัดระหว่างตำแหน่งจุดรองรับทั้งสองข้างเท่ากับ 2.40 เมตร เนื่องจากคุณสมบัติสมมาตรของหน้าตัดและลักษณะการให้แรงกระทำ แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้นจะมีขนาดเพียงหนึ่งในสี่ของคานทดสอบ B1 ทั้งนี้เพื่อลดระยะเวลาในการวิเคราะห์ และการใช้ทรัพยากรของคอมพิวเตอร์ รูปที่ 4.2 แสดงขนาดและวิธีการสร้างแบบจำลองคานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาดหนึ่งในสี่ของคานทดสอบ ส่วนรูปที่ 4.3 แสดงแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริม (FEMB1) ขนาดหนึ่งในสี่ของคานทดสอบ โดยคอนกรีตนั้นถูกสร้างโดยใช้อิลิเมนต์ชนิด SOLID65 ส่วนเหล็กเสริมและเหล็กปลอกใช้อิลิเมนต์ชนิด LINK8 และสำหรับการศึกษานี้จะทำการสมมุติการยึดเหนี่ยวระหว่างเหล็กกับคอนกรีตเป็นแบบยึดแน่นสมบูรณ์ โดยจะทำการเชื่อมจุด (node) ของเหล็ก และจุด (node) ของคอนกรีตที่ตำแหน่งเดียวกันให้มีดีกรีของความอิสระเท่ากัน ทั้งนี้ในการกำหนดตำแหน่งจุดของเหล็กและจุดของคานให้ตรงกันพอดี เพื่อลดปัญหาการวิเคราะห์ของโปรแกรม

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าคุณสมบัติคอนกรีตและเหล็กเสริมที่ใช้กับคานคอนกรีตเสริมเหล็ก B1 เป็นค่ากำลังอัดสูงสุดของคอนกรีตที่อายุ 28 วัน ค่ากำลังดึงของเหล็กเสริมที่จุดคราก และค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 12 มิลลิเมตร (DB12) และ 6 มิลลิเมตร (RB6) และตารางที่ 4.2 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้กับแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก (FEMB1) โดยค่า f_c', f_y, E_s นั้นใช้ค่าที่ได้จากผลการทดสอบวัสดุในห้องปฏิบัติการ ส่วนค่า E_c ของคอนกรีตคำนวณจากสมการ $4733\sqrt{f_c'}$ ค่า f_r คำนวณจากสมการ $0.623\sqrt{f_c'}$ และค่า ν ถูกสมมุติเท่ากับ 0.2 และ 0.3 สำหรับคอนกรีตและเหล็กเสริมตามลำดับ ส่วนค่า β_t สมมุติเท่ากับ 0.3 และ 0.9 สำหรับคอนกรีตที่พังแบบราบเรียบและรุนแรง



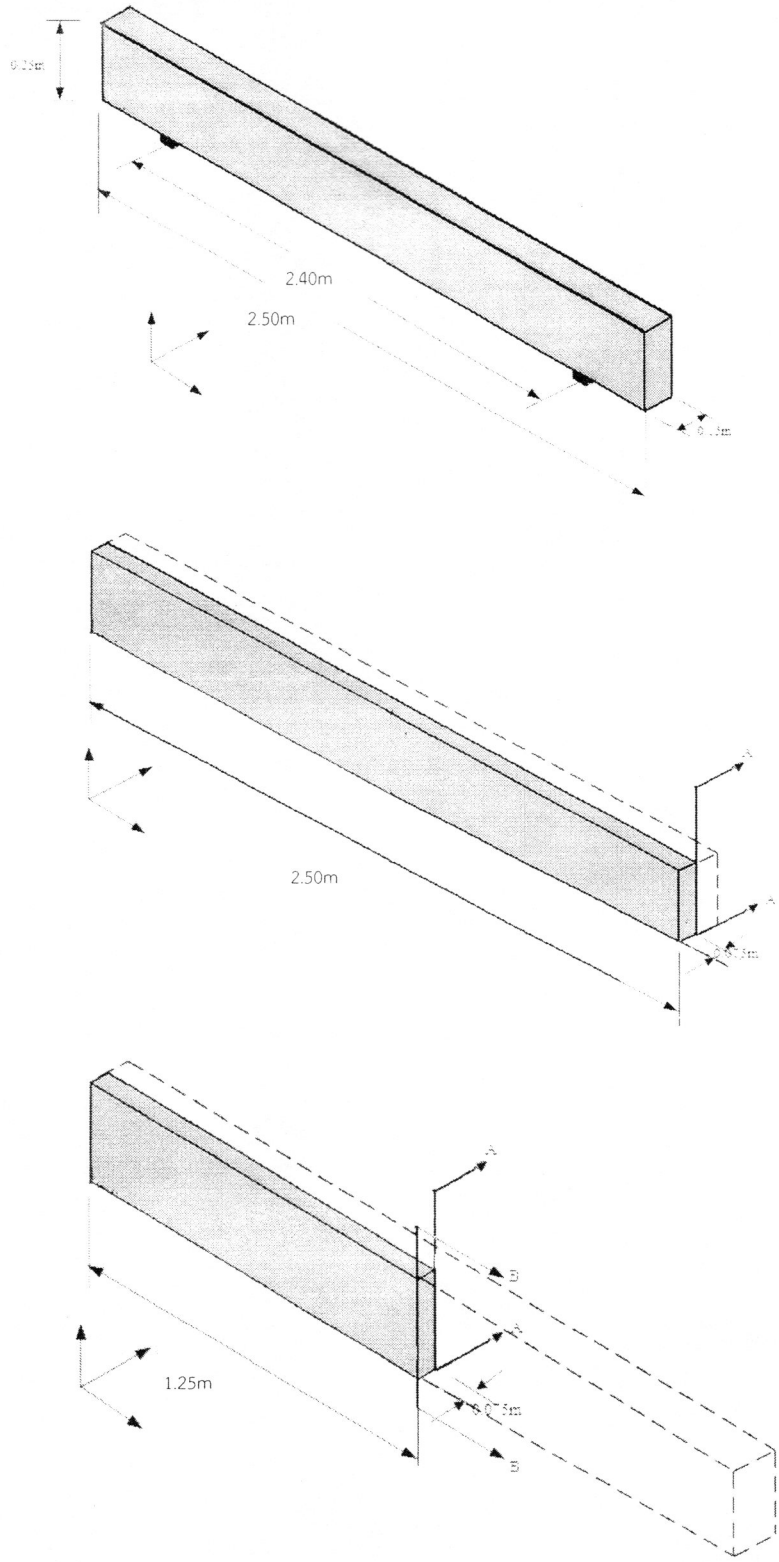
รูปที่ 4.1 รายละเอียดการทดสอบคาน ขนาดหน้าตัด รายละเอียดการเสริมเหล็ก และตำแหน่งการติดแผ่นวัดการยืด-หด (Electrical Strain Gauges) ของคานในห้องปฏิบัติการ (B1) [18]

ตารางที่ 4.1 ค่าคุณสมบัติคอนกรีตและเหล็กเสริมของคานคอนกรีตเสริมเหล็กทดสอบในห้องปฏิบัติการ (B1)

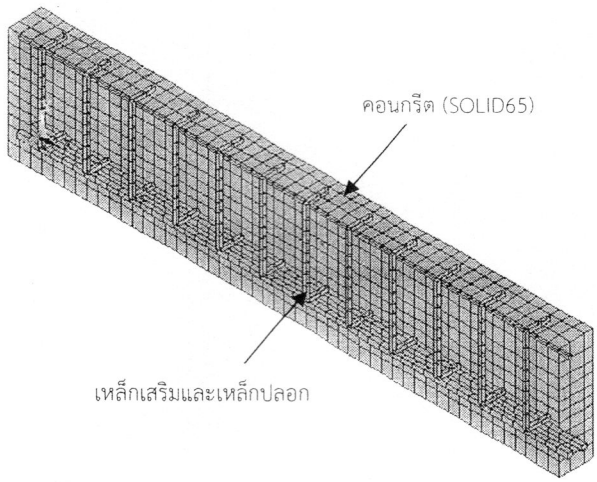
คาน	$f_c^{'}$ (คอนกรีต) MPa	f_y / E_s (DB12) MPa	f_y / E_s (RB6) MPa
B1	42	462/217,367	419/219,437

ตารางที่ 4.2 ค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้กับแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก (FEMB1)

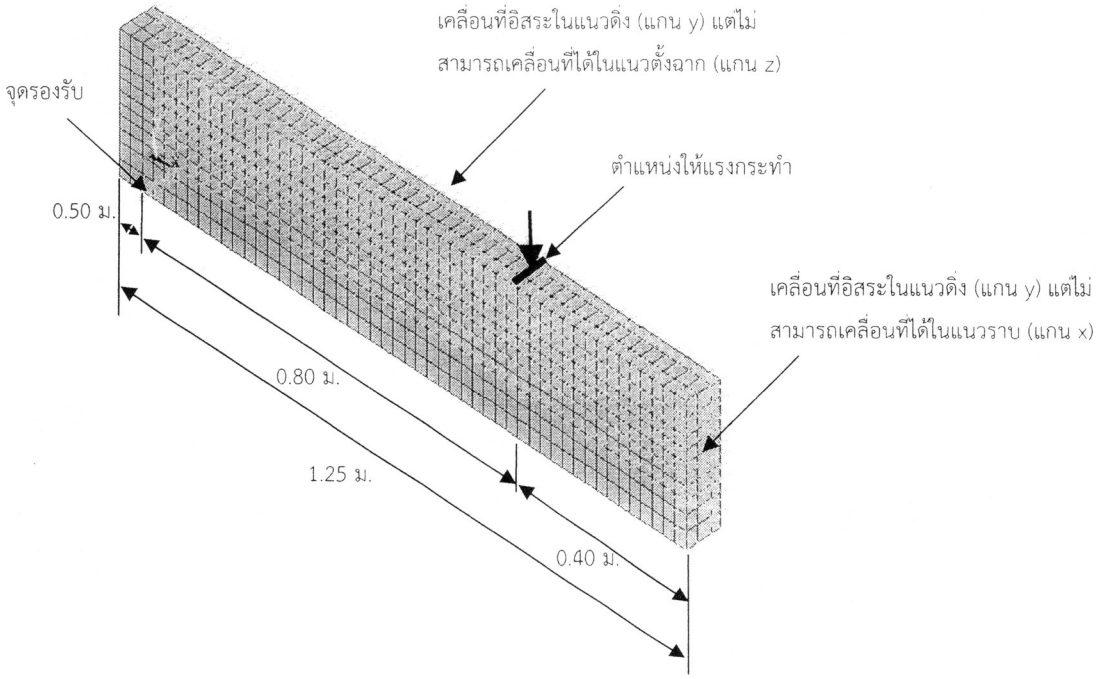
คาน FEMB1	f_y MPa	E_s MPa	$f_c^{'}$ MPa	E_c MPa	f_r MPa	ν	β_t	
							ราบเรียบ	รุนแรง
คอนกรีต	-	-	42	30,609.8	4.04	0.2	0.3	0.9
DB12	462	217.367	-	-	-	0.3	-	-
RB6	419	219,437	-	-	-	0.3	-	-



รูปที่ 4.2 ขนาดและวิธีการสร้างแบบจำลองคานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาดหนึ่งในสี่ของคานทดสอบ



รูปที่ 4.3 แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริม (FEMB1)



รูปที่ 4.4 การจำลองคุณสมบัติสมมาตร จุดรองรับ และการใส่แรง ของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คาน FEMB1

รูปที่ 4.4 แสดงการจำลองคุณสมบัติสมมาตร จุดรองรับ และการใส่แรง ของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คาน FEMB1 ที่พัฒนาขึ้น มีการใส่แรงกระทำที่ตำแหน่ง 0.80 เมตร จากจุดรองรับ ซึ่งเป็นตำแหน่งเดียวกับตำแหน่งการให้แรงกระทำในการทดสอบคาน B1 ให้ห้องปฏิบัติการ เพื่อทำการจำลองคุณสมบัติสมมาตรดังได้กล่าวไปแล้วข้างต้น ที่กึ่งกลางความยาวคานเท่ากับ 1.25 เมตร จากปลายคาน จุด (node) ทั้งหมดบนระนาบนี้ทั้งระนาบจะเคลื่อนที่ลงได้อิสระในแนวดิ่ง (แกน y) แต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวราบ (แกน x) แสดงดังในรูป และที่ระนาบครึ่งหนึ่งของหน้าตัดตลอดความยาวคาน แสดงดังรูปตัด จุด (node) ที่อยู่บนระนาบนี้ทั้งหมดจะเคลื่อนที่อิสระในแนวดิ่ง (แกน y) แต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวตั้งฉาก (แกน z) ที่ตำแหน่งจุดรองรับคานทดสอบจุด (node) บริเวณนี้จะจำลองการเคลื่อนที่แบบลูกกลิ้ง (Roller) โดยเคลื่อนที่ได้อิสระในแนวราบ (แกน x) แต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวตั้งฉากกับแนวราบที่เหลืออีก 2 แนว (แกน y และ z) การวิเคราะห์แบบจำลอง FEMB1 จะใช้การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear) และเพื่อให้แบบจำลองสามารถวิเคราะห์ได้ผลลู่เข้าหาคำตอบ (Convergence) สิ่งที่สำคัญที่จำเป็นต้องทำการปรับค่าคือ การกำหนดค่าการต้านทานผลการลู่เข้า (Convergence Tolerance) โดยทำการเพิ่มค่าจากค่ากำหนดมาตรฐานของโปรกแกรมอีก 5 เท่า เพื่อทำให้โปรแกรมสามารถวิเคราะห์ผลได้

4.2 ผลการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ FEMB1

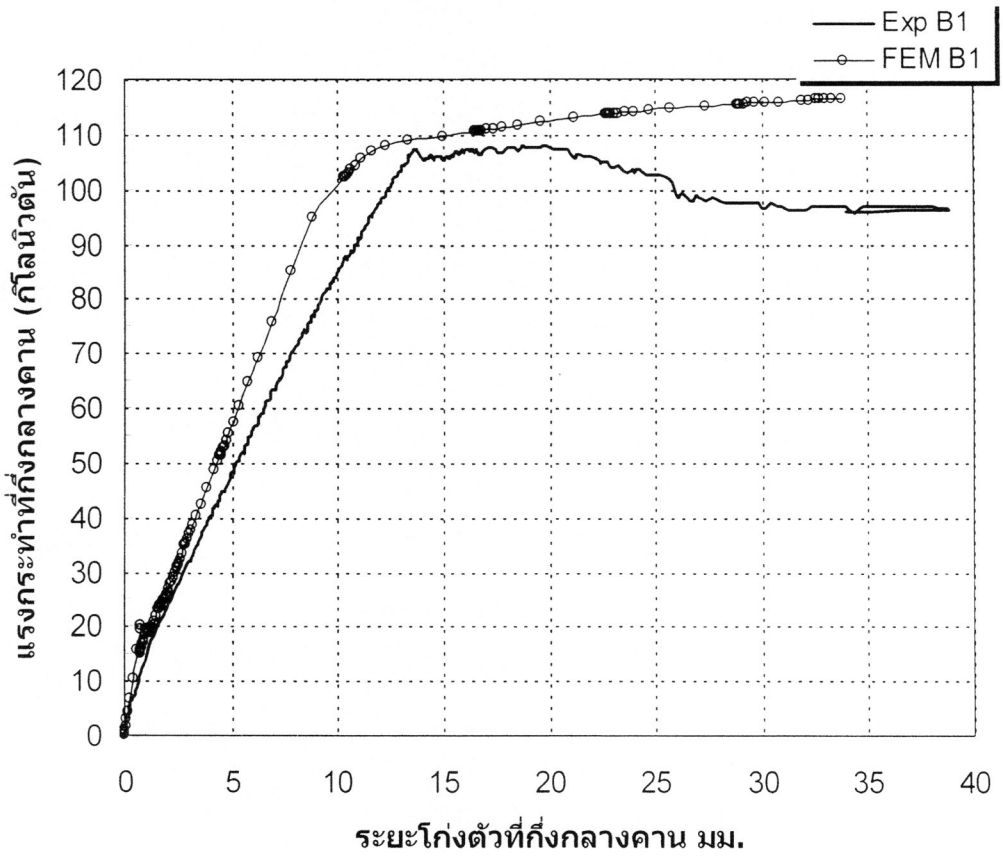
ผลการวิเคราะห์แบบจำลอง FEMB1 เปรียบเทียบกับผลการทดสอบคาน B1 นำเสนอด้วยกราฟแรงกระทำที่กึ่งกลางคานและระยะการโก่งตัวที่กึ่งกลางคาน โดยค่าแรงกระทำที่กึ่งกลางคานที่ได้จากแบบจำลองคำนวณจากการนำค่าแรงปฏิกิริยาที่ได้จากแบบจำลองคูณด้วย 4 เพื่อให้เทียบผลได้กับการทดสอบคาน นอกจากนี้จะทำการเทียบค่าความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริม และค่าความเครียดที่เกิดขึ้นที่ผิวคอนกรีตเมื่อคานมีค่าการโก่งตัวที่กึ่งกลางคานเพิ่มขึ้น โดยนำเสนอเป็นสัดส่วนกับความเครียดที่จุดครากของเหล็กเสริมที่ได้จากการทดสอบและค่าความเครียดใช้งานของคอนกรีต (0.003) ค่าความเครียดต่างๆดังกล่าวข้างต้นที่ได้จากแบบจำลองจะนำค่าที่เกิดขึ้น ณ ตำแหน่งเดียวกันกับตำแหน่งที่ติดแผ่นวัดการยืด–หด (Strain Gauge) ในคานทดสอบแสดงตำแหน่งตามรูปที่ 4.1

รูปที่ 4.5 แสดงผลการเปรียบเทียบแรงกระทำและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลาง (1.20 ม.) วัดจากจุดรองรับของคาน โดยผลการทดสอบแสดงด้วยกราฟเส้นทึบ และผลการวิเคราะห์แบบจำลองแสดงด้วยเส้นทึบวงกลม จากรูปพบว่า คานทดสอบ (Exp B1) มีรอยร้าวแรกที่แรงกระทำประมาณ 16 กิโลนิวตัน ส่วนแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ (FEMB1) แสดงรอยร้าวแรกที่แรงเท่ากับ 19 กิโลนิวตัน คาน Exp B1 สามารถรับแรงกระทำได้สูงสุดเท่ากับ 107 กิโลนิวตัน ส่วนแบบจำลอง FEMB1 รับแรงได้สูงสุดเท่ากับ 117 กิโลนิวตัน เมื่อเปรียบเทียบผลพบว่า แบบจำลอง FEMB1 ให้ค่าสูงกว่าผลการทดสอบประมาณ 9%

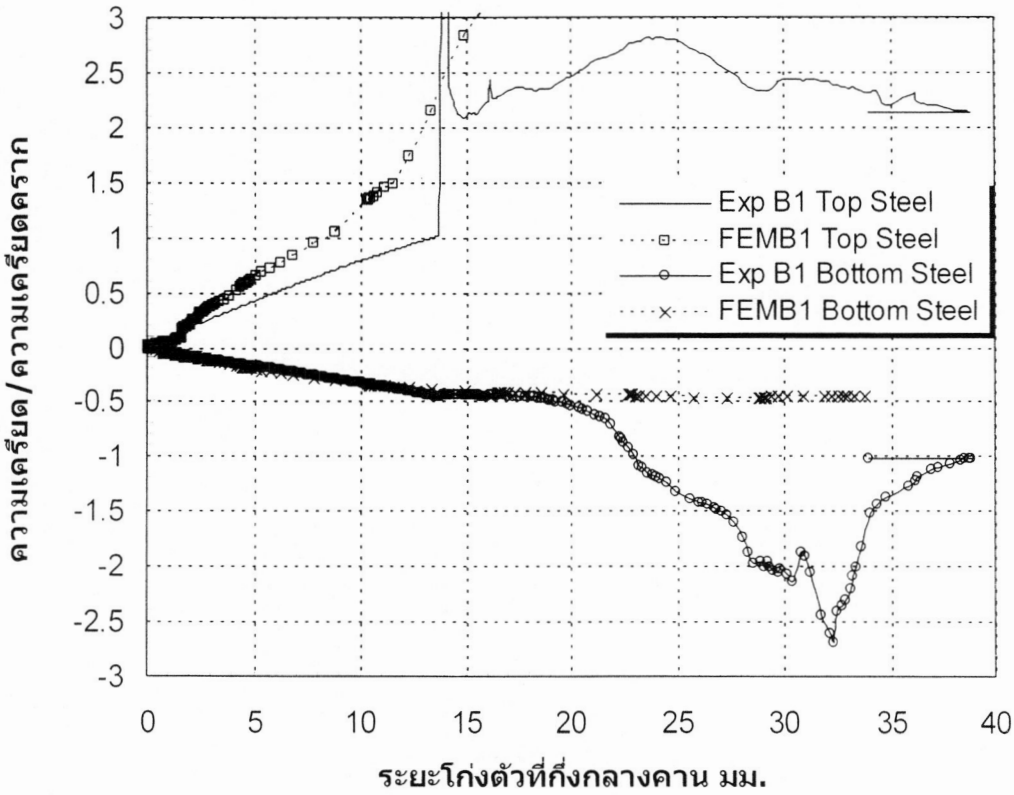
และเมื่อเทียบค่าความชันของเส้นกราฟทั้งสองในช่วงแรงบริการ (Service Load) พบว่า แบบจำลองมีค่ามากกว่า แสดงว่าแบบจำลองมีค่าความแข็ง (Stiffness) มากกว่าคานทดสอบ เมื่อพิจารณาร่วมกับรูปที่ 4.6 ซึ่งแสดงค่าความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมบน-ล่าง และผิวคานคอนกรีต พบว่าเหล็กล่างในคาน B1 ถึงจุดครากที่ระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานประมาณ 14 มิลลิเมตร และที่ตำแหน่งนี้ เมื่อพิจารณาในรูปที่ 4.5 พบว่า แรงกระทำมีค่าเท่ากับ 107 กิโลนิวตัน ซึ่งเป็นตำแหน่งที่คานแสดงพฤติกรรมถึงจุดครากเช่นกัน และเมื่อพิจารณาแบบจำลอง FEMB1 จะพบพฤติกรรมในลักษณะเช่นเดียวกัน กล่าวคือ จากกราฟแสดงความเครียดของเหล็กล่าง (FEMB1) เหล็กล่างจะครากที่ระยะโก่งตัวประมาณ 9 มิลลิเมตร และเมื่อพิจารณาแรงกระทำในรูปที่ 4.5 พบว่าเป็นตำแหน่งที่แบบจำลอง FEMB1 แสดงพฤติกรรมถึงจุดครากของคาน ส่วนค่าความเครียดของเหล็กบนพบว่า ค่าที่ได้จากผลการทดสอบและแบบจำลองมีค่าใกล้เคียงกันมากจนถึงระยะโก่งตัวประมาณ 20 มิลลิเมตร จากนั้นค่าความเครียดในเหล็กบนจากผลการทดสอบจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และเหล็กบนถึงจุดครากที่ระยะโก่งตัวประมาณ 23.5 มิลลิเมตร ซึ่งเมื่อพิจารณาแรงกระทำจากรูปที่ 4.5 ที่ระยะโก่งตัว 23.5 มิลลิเมตร พบว่า เป็นตำแหน่งที่แรงกระทำลดลงอย่างมีนัยสำคัญ แสดงให้เห็นว่าที่ตำแหน่งนี้คานเริ่มแสดงพฤติกรรมการพังแบบสมบูรณ์

รูปที่ 4.7 แสดงค่าความเครียดที่เกิดขึ้นในผิวบนคอนกรีต จากรูปพบว่าค่าที่ได้จากผลทดสอบและแบบจำลองมีค่าใกล้เคียงกันจนถึงระยะโก่งตัวของคานที่ประมาณ 7 มิลลิเมตร จากนั้นค่าความเครียดบนผิวคอนกรีตของคาน Exp B1 จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และหลุดจากผิวเมื่อระยะโก่งตัวประมาณ 19 มิลลิเมตร ส่วนค่าความเครียดของผิวคอนกรีตด้านบนของแบบจำลองจะมีความชันลดลงเกือบคงที่

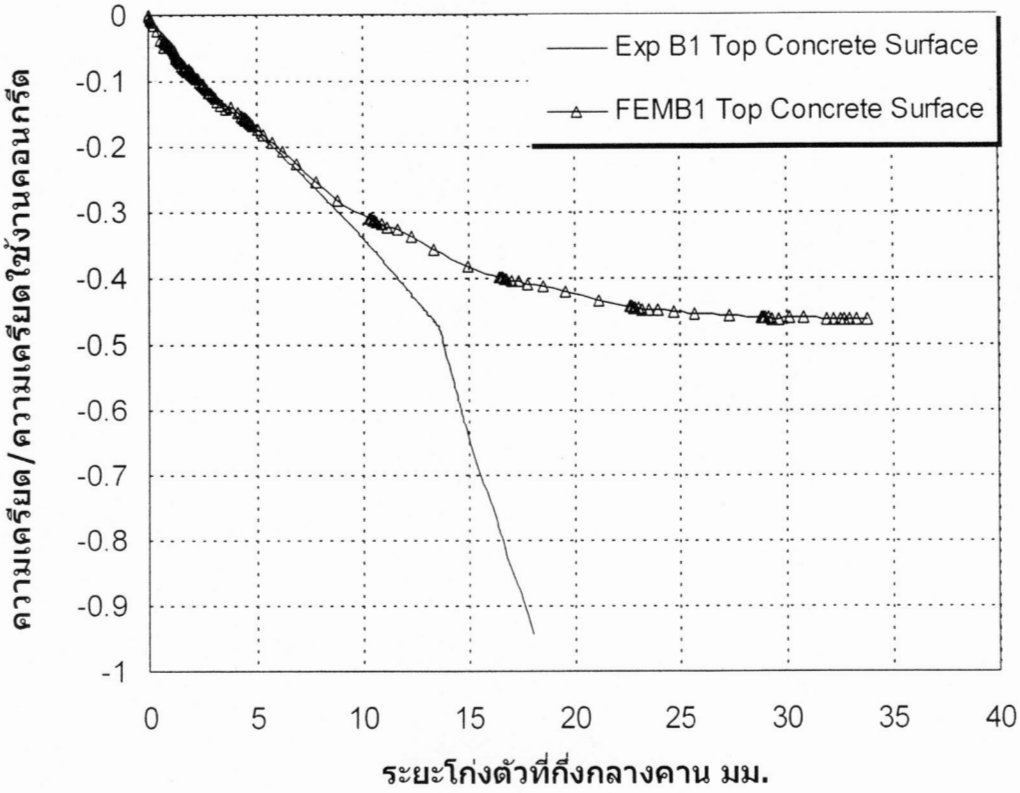
ผลจากการศึกษาในส่วนนี้ สามารถสรุปได้ว่า ถึงแม้ว่าแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก (FEMB1) จะให้ค่าแรงกระทำสูงกว่าผลการทดสอบเล็กน้อย แต่แบบจำลองก็สามารถทำนายแรงกระทำที่สภาวะคราก ได้แม่นยำอยู่ในเกณฑ์ดีมาก นอกจากนี้แบบจำลอง FEMB1 ยังสามารถจำลองพฤติกรรมการพังของคานได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบ ดังนั้นสามารถนำแบบจำลองนี้ไปทำการศึกษาพฤติกรรมคานคอนกรีตเสริมเหล็กเชิงตัวแปรซึ่งจะกล่าวในส่วนต่อไปได้



รูปที่ 4.5 กราฟเปรียบเทียบแรงกระทำที่กึ่งกลางคานและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานของคานคอนกรีตเสริมเหล็กและแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์

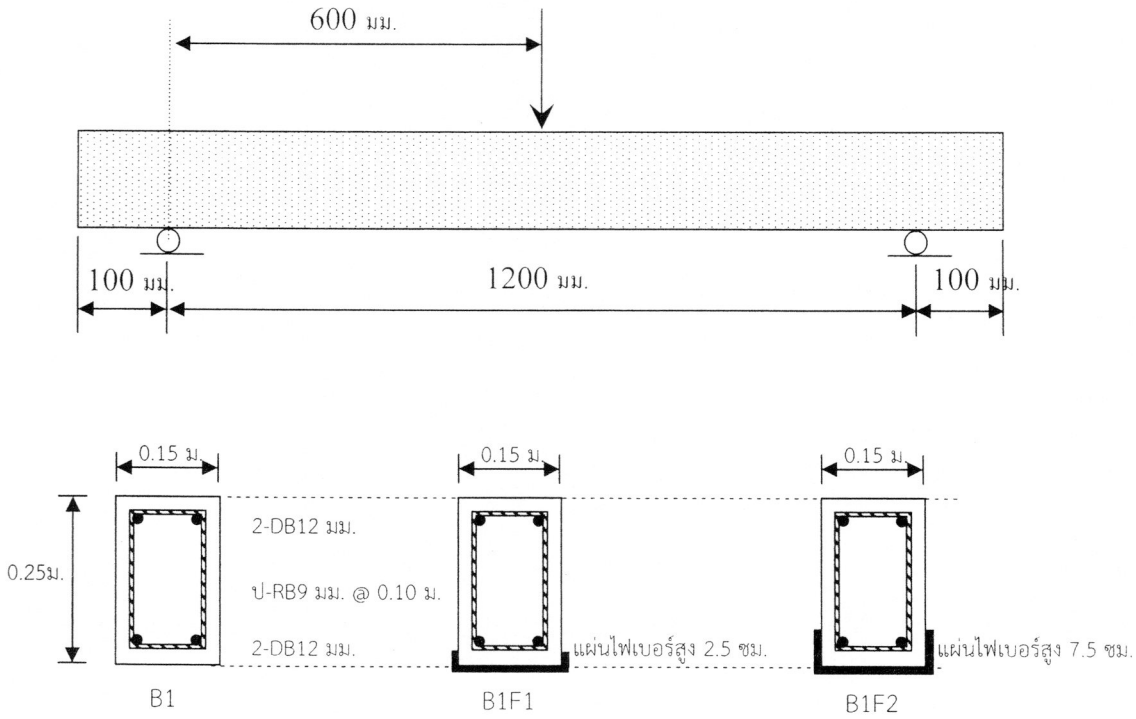


รูปที่ 4.6 กราฟเปรียบเทียบความเครียด/ความเครียดครากและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานของเหล็กเสริมหลักในคานคอนกรีตเสริมเหล็กและแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์



รูปที่ 4.7 กราฟเปรียบเทียบความเครียด/ความเครียดใช้งานคอนกรีตและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานของผิวบนคานคอนกรีตเสริมเหล็กและแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์

4.3 การศึกษาพฤติกรรมคานคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ด้วยแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ (B1 B1F1 และ B1F2)



รูปที่ 4.8 ขนาดหน้าตัดและรายละเอียดการเสริมเหล็กของแบบจำลองไนอิลิเมนต์ B1 B1F1 และ B1F2

ตารางที่ 4.3 ค่าพารามิเตอร์คอนกรีตและเหล็กเสริมที่ใช้กับแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คาน B1 B1F1 และ B1F2

B1 B1F1 B1F2	f_y MPa	E_s Mpa	f_c' Mpa	E_c Mpa	f_r Mpa	v	β_t	
							ราบเรียบ	รุนแรง
คอนกรีต	-	-	33.4	27,569.26	3.65	0.2	0.3	0.9
DB16	392	215,457	-	-	-	0.3	-	-
DB12	392	215,457	-	-	-	0.3	-	-
RB9	419	219,437	-	-	-	0.3	-	-

ตารางที่ 4.4 ค่าพารามิเตอร์แผ่นไฟเบอร์ที่ใช้กับแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานB1F1 และ B1F2

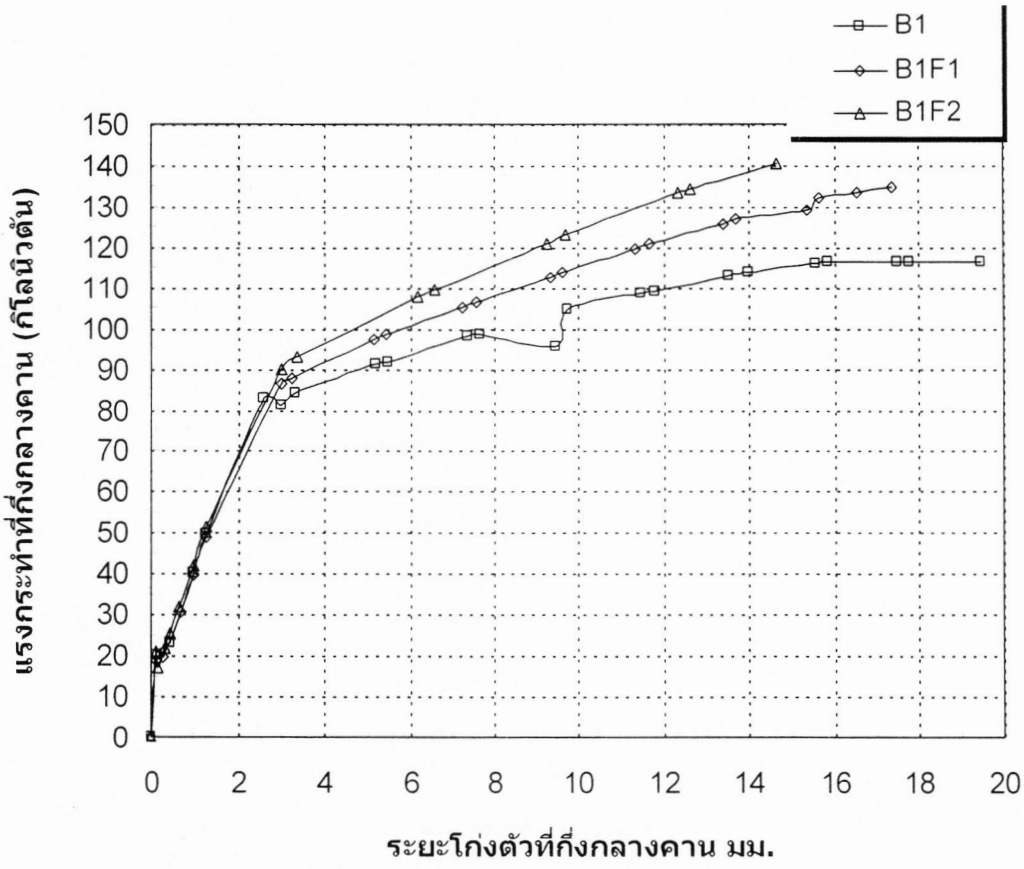
B1F1 B1F2	f_f MPa	E_f Mpa	ν	ความหนาแผ่นไฟเบอร์ มม.
แผ่นไฟเบอร์	2,250	72,581	0.2	0.17

นำแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ที่พัฒนาขึ้นมาทำการศึกษาพฤติกรรมการรับแรงและลักษณะการพังเชิงตัวแปร โดยทำการสร้างแบบจำลองคานคอนกรีตเสริมเหล็กขึ้น 3 แบบจำลอง (B1, B1F1 และ B1F2) ซึ่งแบบจำลองทั้งสามนี้มีหน้าตัด รายละเอียดการเสริมเหล็ก รูปแบบการติดแผ่นไฟเบอร์ ความยาวคาน ตำแหน่งจุดรองรับ และการใส่แรงกระทำ แสดงดังรูปที่ 4.8 คุณสมบัติคอนกรีต เหล็กเสริม และแผ่นไฟเบอร์สำหรับแบบจำลองทั้งสามแสดงไว้ในตารางที่ 4.3 และ 4.4 การสร้างแบบจำลองจะทำเพียงหนึ่งในสี่ของแบบจำลองเต็มโดยอาศัยคุณสมบัติสมมาตรของหน้าตัดและการใส่แรงจากการศึกษาก่อนหน้านี้ ได้นำมาใช้ในกับแบบจำลองทั้งสามนี้ด้วย

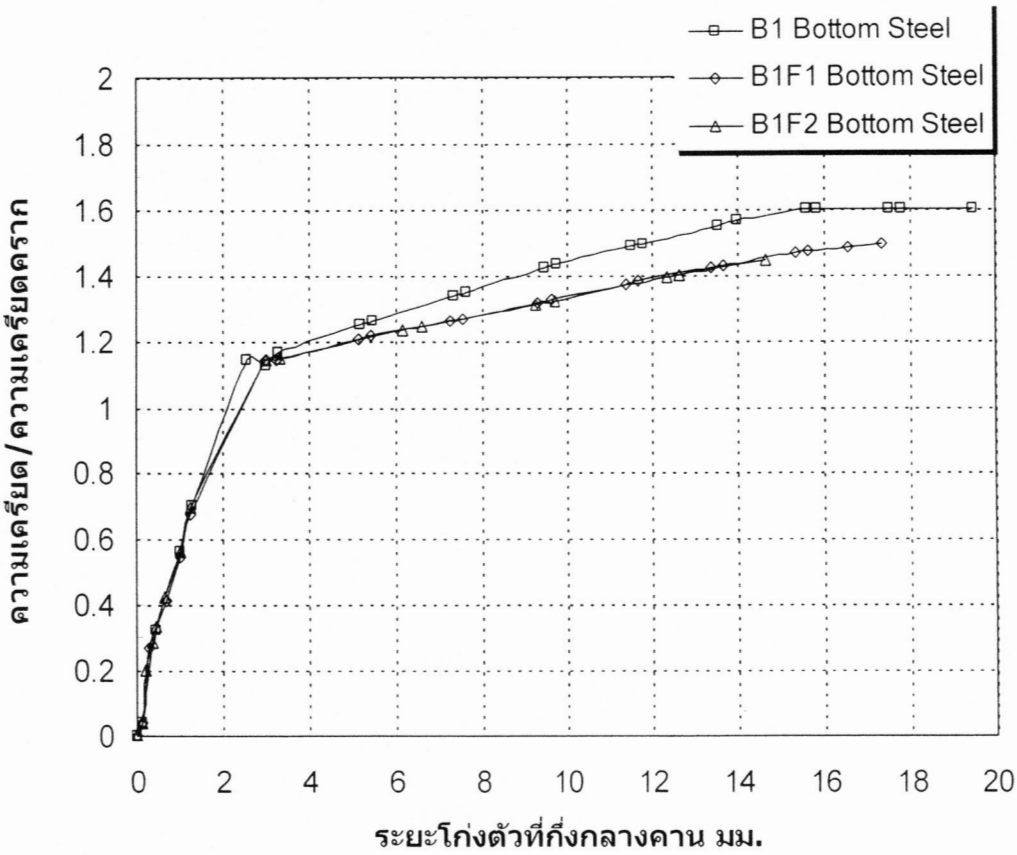
ผลการวิเคราะห์แบบจำลองทั้งสาม แสดงไว้ในรูปที่ 4.9 จากรูปพบว่าผลการวิเคราะห์สอดคล้องกับการคำนวณจากสมการ ACI 318 [1] คาน B1 มีค่าแรงกระทำสูงสุดเท่ากับ 117 กิโลนิวตัน แบบจำลองคาน B1F1 สามารถรับแรงกระทำสูงสุดได้เท่ากับ 135 กิโลนิวตัน และแบบจำลองคาน B1F2 รับแรงกระทำสูงสุดได้เท่ากับ 140 กิโลนิวตัน เมื่อเปรียบเทียบกราฟทั้งสามเส้นพบว่า แบบจำลองคาน B1 B1F1 และ B1F2 ถึงจุดครากที่ระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานใกล้เคียงกันที่ประมาณ 3.0 มิลลิเมตร นอกจากนี้ค่าความชันของกราฟของคานทั้งสามตัวมีค่าเท่ากัน กล่าวคือการติดแผ่นไฟเบอร์ไม่สามารถเพิ่มค่าความแกร่งของคานได้ รูปที่ 4.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดของเหล็กล่างและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคาน จากกราฟพบว่าเหล็กล่างของคาน B1 เริ่มครากเมื่อระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานเท่ากับ 2.0 มิลลิเมตร เมื่อพิจารณารวมกับกราฟในรูปที่ 4.9 เหล็กล่างของคาน B1 เริ่มครากที่แรงกระทำเท่ากับ 70 กิโลนิวตัน ส่วนเหล็กล่างของคาน B1F1 และ B1F2 ถึงจุดครากที่ระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานใกล้เคียงกันที่ประมาณ 2.4 มิลลิเมตร เหล็กล่างของคาน B1F1 เริ่มครากที่แรงกระทำเท่ากับ 75 กิโลนิวตัน และเหล็กล่างของคาน B1F2 เริ่มครากที่แรงกระทำเท่ากับ 80 กิโลนิวตัน รูปที่ 4.11 แสดงกราฟความเครียดที่เกิดขึ้นบนผิวแผ่นไฟเบอร์กับระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานของแบบจำลองทั้งสาม จากรูปพบว่าค่าความเครียดบนผิวแผ่นไฟเบอร์มีลักษณะเดียวกันคือ ค่อยๆ เพิ่มขึ้นเมื่อระยะโก่งตัวของคานเพิ่มขึ้นจนถึงระยะโก่งตัวประมาณ 1.5 มิลลิเมตร จากนั้นพบว่าค่าความเครียดบนผิวแผ่นไฟเบอร์ของคาน B1F1 เพิ่มขึ้นในสัดส่วนที่มากกว่าคาน B1F2 ความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กบนแสดงไว้ในรูปที่ 4.12 ในช่วงการเริ่มโก่งตัวของคานจนถึงระยะการโก่งตัวเท่ากับ 1.5 มิลลิเมตร ค่าความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กบนของทั้ง

สามแบบจำลองมีค่าใกล้เคียงกันมาก แต่เมื่อระยะการโก่งตัวเพิ่มมากขึ้น พบว่าความเครียดในเหล็กบนของคาน B1F1 มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับแบบจำลองคาน B1F2 จากการวิเคราะห์รูป 4.9-4.14 แสดงให้เห็นว่าการติดแผ่นไฟเบอร์แบบที่ 2 มีประสิทธิภาพมากกว่าการติดแผ่นไฟเบอร์แบบที่ 1

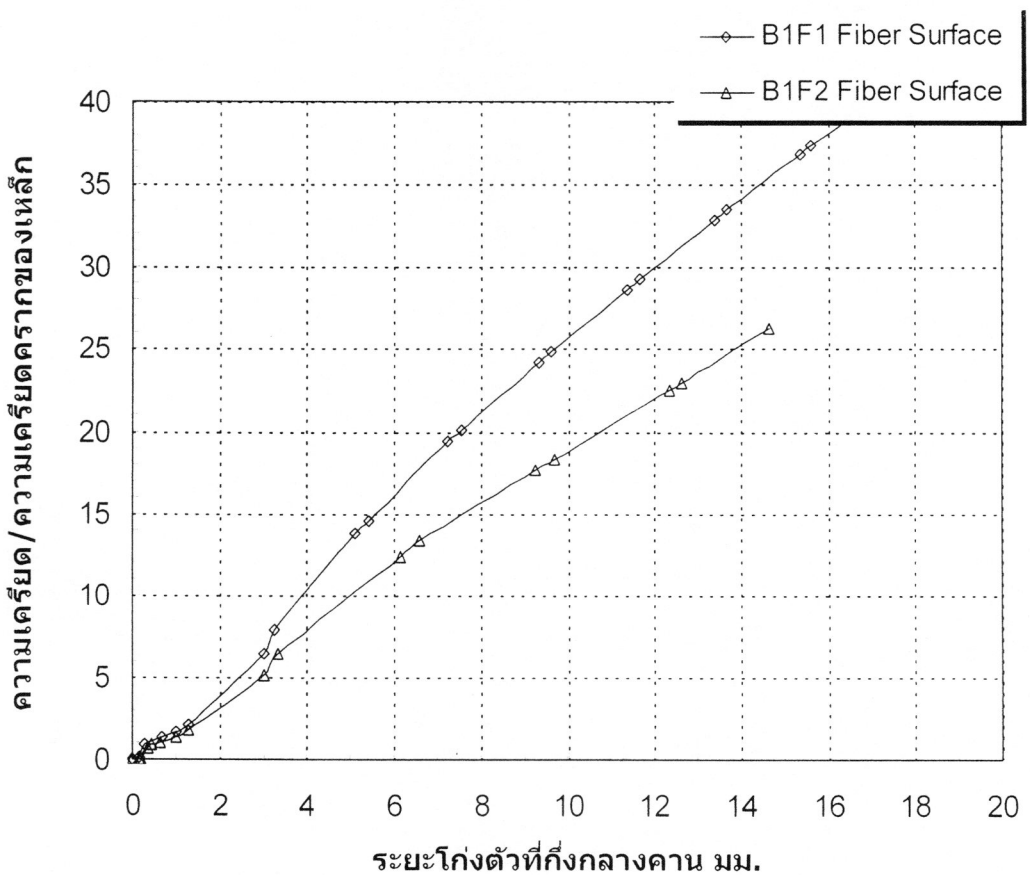
รูปที่ 4.13 แสดงตำแหน่งความเค้นหลักสูงสุดและต่ำสุดบนคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ส่วนรูปที่ 4.14 แสดงการกระจายตัวของความเค้นหลักเกิดขึ้นในแผ่นไฟเบอร์ จากรูปพบว่าแผ่นไฟเบอร์ของคาน B1F2 มีการกระจายตัวของความเค้นหลักมากกว่า คาน B1F1



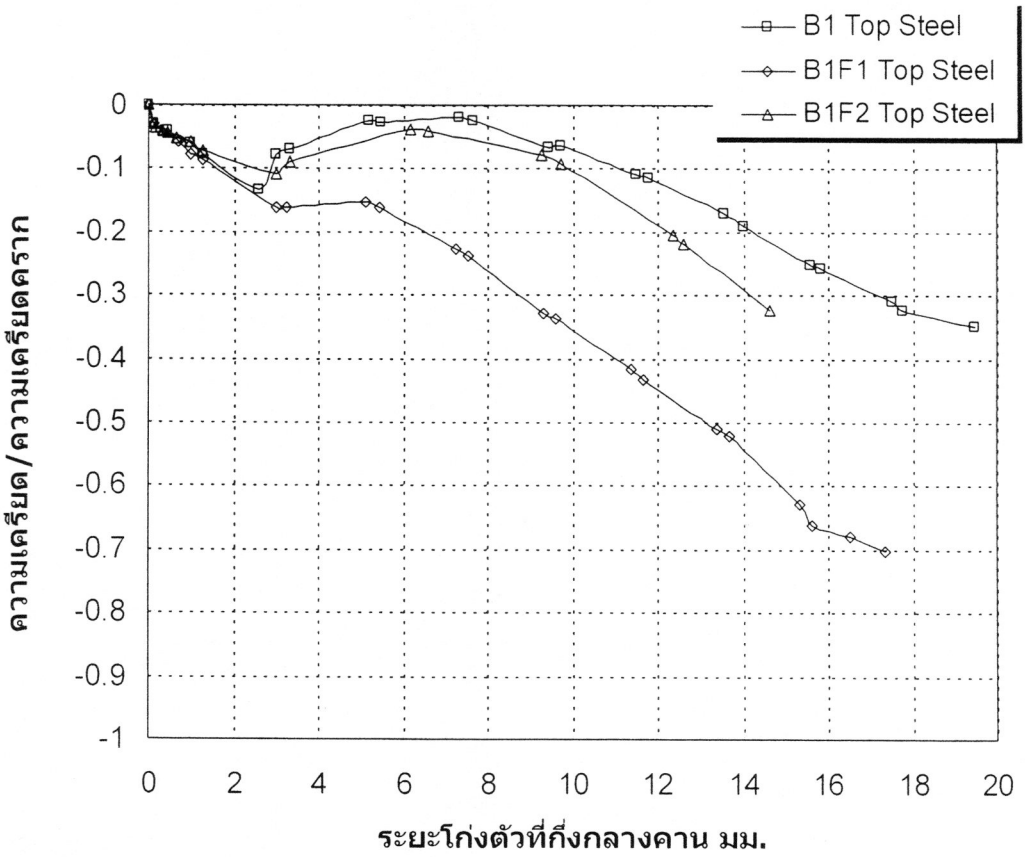
รูปที่ 4.9 กราฟเปรียบเทียบแรงกระทำที่กึ่งกลางคานและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ B1 B1F1 และ B1F2



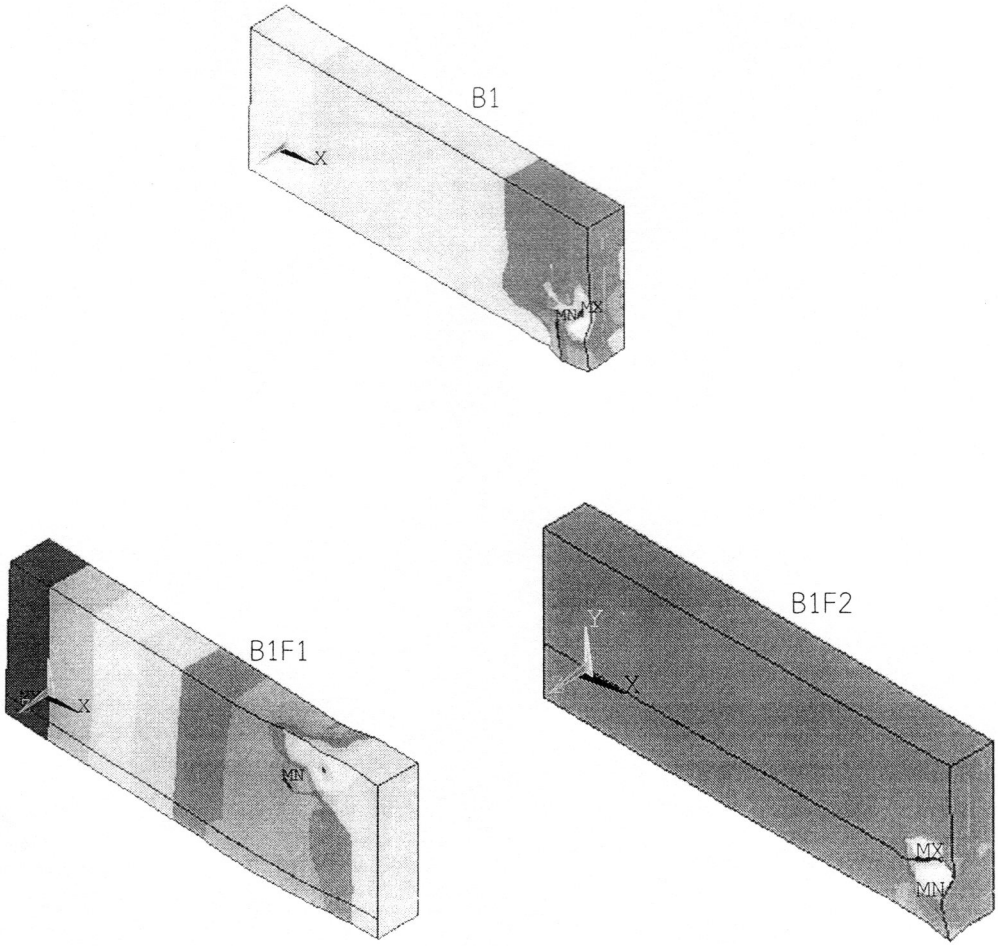
รูปที่ 4.10 กราฟเปรียบเทียบความเครียด/ความเครียดครากและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานบนผิวเหล็กเสริมล่างของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ B1 B1F1 และ B1F2



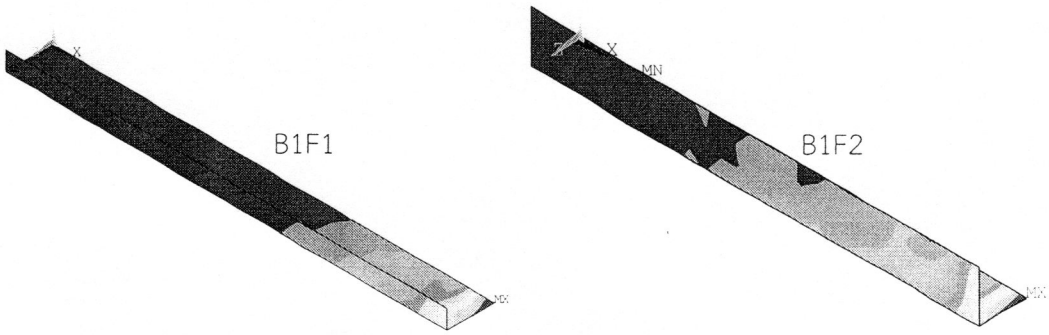
รูปที่ 4.11 กราฟเปรียบเทียบความเครียด/ความเครียดครากของเหล็กและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานบนผิวแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ B1F1 และ B1F2



รูปที่ 4.12 กราฟเปรียบเทียบความเครียด/ความเครียดครากและระยะโก่งตัวที่กึ่งกลางคานบนผิวเหล็กเสริมบนของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ B1 B1F1 และ B1F2



รูปที่ 4.13 การกระจายตัวของความเค้นหลักในคอนกรีตของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ B1 B1F1 และ B1F2



รูปที่ 4.14 การกระจายตัวของความเค้นหลักในแผ่นไฟเบอร์เสริมกำลังของแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ B1F1 และ B1F2

บทที่ 5
สรุปผลการศึกษา

งานศึกษานี้ทำการพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก เพื่อใช้ในการศึกษาพฤติกรรมการรับแรงของคาน เริ่มจากการวิเคราะห์แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก FEMB1 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์แบบจำลองกับผลการทดสอบตัวอย่างในห้องปฏิบัติการ จากนั้นทำการศึกษาเชิงตัวแปรของคานด้วยแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์ FEMB2 FEMB3 FEMB4 จากนั้นทำการศึกษาพฤติกรรมการรับแรงของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ โดยการนำแบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์จากการศึกษาในส่วนแรกมาทำการเสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ และทำการเปรียบเทียบพฤติกรรมของคานที่ติดแผ่นไฟเบอร์ใน 2 ลักษณะกับคานที่ไม่ได้เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ ซึ่งสามารถสรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

1) แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก FEMB1 สามารถทำนายแรงกระทำที่รอยร้าวแรกของคานได้ค่อนข้างดีมีค่าคาดเคลื่อนจากผลการทดสอบเท่ากับ 18%

2) แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็ก FEMB1 สามารถทำนายแรงกระทำสูงสุดของคานได้ดีมีค่าคาดเคลื่อนจากผลการทดสอบเท่ากับ 9%

3) แบบจำลองไฟไนอิลิเมนต์คานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมกำลังโดยการติดแผ่นไฟเบอร์ทั้งสองลักษณะสามารถเพิ่มกำลังรับแรงดัดของคานคอนกรีตเสริมเหล็กได้ประมาณ 15% สำหรับการติดแบบที่ 1 และประมาณ 20% สำหรับการติดแบบที่ 2

4) ในด้านการรับแรงดัด การติดแผ่นไฟเบอร์แบบที่ 2 มีประสิทธิภาพมากกว่าแบบที่ 1

เอกสารอ้างอิง

[1] ACI 318-99, American Concrete Institute, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete," American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 1999.

[2] ACI 440.2R-02, American Concrete Institute, "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures," American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2000

[3] ANSYS, ANSYS User's Manual Revision 9, ANSYS, Inc., Canonsburg, Pennsylvania, 2009.

[4] Balakrishnan, S., and Murray, D.W., "Concrete Constitutive Model for NLFE Analysis of Structures," Journal of Structural Engineering, ASCE, 114(7), 1449-1466, 1988.

[5] Desayi, P. and Krishnan, S., "Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete," Journal of the American Concrete Institute, 61, pp. 345-350, March 1964.

[6] Gere, J. M. and Timoshenko, S. P., Mechanics of Materials, PWS Publishing Company, Boston, Massachusetts, 1997.

[7] Hamid, S., Mohammad, R., E., "RC Beams Strengthened with GFRP Plates. I: Experimental Study", J. of Structural Engineering, ASCE, 1991, 117(11), pp 3417-3433

[8] Jame G. MacGregor, and James K. Wight, "Reinforced Concrete Mechanics & Design", 4th Edition, Prentice Hall, New Jersey, 2005

[9] Kachlakev, D.I. and Miller, T., "Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures Strengthened with FRP Laminates, Final Report, SP316, Oregon Department of Transportation, Salem, Oregon, May 2001.

[10] Nilson, A. H., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method," Journal of the American Concrete Institute, 65(9), pp. 757-766, 1968.

[11] Nouna, G., Chaudhary, Zia-UL-Hasan, "Reinforced concrete repairs in beams.", Construction and Building Materials, 1999, V.13, pp 195-212

[12] บุญไชย สถิตมั่นในธรรม, " พฤติกรรมของส่วนของโครงสร้างรับแรงดัดและแรงอัดเมื่อซ่อมแซมหรือเสริมกำลังด้วยแผ่นคาร์บอนไฟเบอร์", โครงงานทางวิศวกรรมโยธา, ๒๕๔๓, หน้า ๓๑-๓๖, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์

[13] บุญไชย สถิตมั่นในธรรม, "พฤติกรรมการวิบัติของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมกำลังด้วยพลาสติกเส้นใยคาร์บอน", เอกสารประกอบการอบรมเรื่องการซ่อมแซมบูรณะโครงสร้างโดยใช้เทคโนโลยีวัสดุ FRP, 2547 ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์

[14] อมร พิมานมาศ, "หลักการออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็กเสริมกำลังด้วย FRP", เอกสารประกอบการอบรมเรื่องการซ่อมแซมบูรณะโครงสร้างโดยใช้เทคโนโลยีวัสดุ FRP, 2547, สถาบันเทคโนโลยีนานาชาติสิรินธร มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

[15] จิตพันธ์ ประกอบพร. งานเสริมกำลังพื้นสะพาน โดยการใช้แผ่นเหล็กและแผ่นคาร์บอน การสัมมนาวิศวกรรมการทาง ครั้งที่ 2. 2546

[16] ไพรัช บุญนาค, "พฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมด้วยแผ่นเส้นใยคาร์บอน", วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์อุตสาหกรรมมหาบัณฑิต, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2548

[17] ไพโรจน์ เริงสุทธิ์ และ พิสณฑ์ อุดมวรรัตน์ "พฤติกรรมการหลุดลอกของแผ่นใยสังเคราะห์ที่ใช้เสริมกำลังรับแรงดัดของโครงสร้าง คสล.", การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้ง ที่ 11, 2549

[18] ชลวิชช์ สุชาฎา, กำลังรับแรงดัดและต้นทุนของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก ลวดเหล็กกล้า และลวดเหล็กกล้าตีเกลียวที่กำลังรับแรงอัดของคอนกรีตต่างๆ, วิทยานิพนธ์, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา, คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา, 2554

[19] อานนท์ วงษ์แก้ว และ คณะ (2552), "การพัฒนาแบบจำลองไฟไนอิเลเมนต์ของคานคอนกรีตเสริม", โครงงานทางวิศวกรรมโยธา, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา, คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา

[20] กรีติ กงแก้ว และ วิศิษฐ์ บุญครอบ, การศึกษาเสาคอนกรีตเสริมเหล็กที่เสริมกำลังด้วยแผ่นไฟเบอร์ใยแก้วด้วยวิธีไฟไนอิลิเมนต์, โครงงานชั้นปี 4, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา, คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา, 2553