

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิด
ทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยง
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชยานนท์ ไชยรักษ์

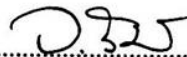
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
มิถุนายน 2563
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ชยานนท์ ไชยรักษ์ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

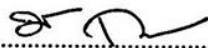


.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

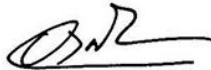


.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร)

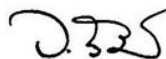
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



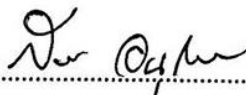
.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)



.....กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)



.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร)



.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา



..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุญา ชีระวิชิตระกุล)

วันที่ 26 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2563

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาพรชานสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุริพร อนุศาสนนันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้ความเมตตากรุณาในการให้คำแนะนำและคำชี้แนะทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ ดร.คงรัฐ นवलเปง คุณครูศศิพร บุรีรักษ์ คุณครูจุลจิรา ปิ่นม้น และคุณครูมะลิดา เมตตาคคุณ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบรวมทั้งให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากท่านผู้อำนวยการอิทธิพล ปากเมือง ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ” ตลอดจนคณะกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ” ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวทุกคนที่ทำให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูแก่แม่ทัพการี บุรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษา และประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

ชยานนท์ ไชยรักษ์

58910464: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: วิธีสอนแนะให้รู้คิด (CGI)/ การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
ชยานนท์ ไชยรักษ์: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION LEARNING ACTIVITIES WITH ADVANCING CHILDREN'S MATHEMATICAL THINKING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND CONNECTION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA VI STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: อพันธุ์ชนิด เจนจิต, กศ.ด., เวชอุทธิ อังกะภักทรขจร, กศ.ด. 231 หน้า, ปี พ.ศ. 2563.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” จำนวน 41 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) จำนวน 10 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .89 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบที แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t - test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

58910464: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

(MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION (CGI)/ ADVANCING
CHILDREN'S MATHEMATICAL THINKING/ MATHEMATICAL
PROBLEM SOLVING ABILITY / MATHEMATICAL CONNECTION
ABILITY

CHAYANON CHAIYARAK: THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED
INSTRUCTION LEARNING ACTIVITIES WITH ADVANCING CHILDREN'S
MATHEMATICAL THINKING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND
CONNECTION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA VI STUDENTS. ADVISORY
COMMITTEE: APUNCHANIT JETJIT, Ed.D., VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN,
Ed.D. 231 P. 2020.

The purposes of this research were: 1) to compare the mathematical problems solving ability of students after learning with activities management using cognitively guided instruction learning activities with advancing children's mathematical thinking with a 70 percent criterion, and 2) to compare mathematical connection ability of students after learning with activities management using cognitively guided instruction learning activities with advancing children's mathematical thinking with a 70 percent criterion. The samples were selected by cluster random sampling technique. They were 41 Mathayomsuksa 6 students in second semester of 2019 school year at BanbungManoon Wittayakarn School. The research instruments used in this research were: 1) ten lesson plans with cognitively guided instruction learning activities with advancing children's mathematical thinking, 2) mathematical problem solving and connection ability test with reliability of 0.89. The data were analyzed by mean, standard deviation, and *t* - test for one sample.

Research results were; 1) the mathematical problem solving ability of mathayomsuksa 6 students after learning with activities management using cognitively guided instruction learning activities with advancing children's mathematical thinking was higher than criterion of 70 percent at the .05 level. 2) the mathematical connection ability of mathayomsuksa 6 students after learning with activities management using cognitively guided instruction learning activities with advancing children's mathematical thinking was higher than criterion of 70 percent at the .05 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	8
สมมติฐานการวิจัย.....	9
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	9
ขอบเขตของการวิจัย.....	9
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	11
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	14
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	16
หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านบึง “มัญญวิทยาคาร”.....	17
การสอนแนะให้รู้คิด (CGI).....	25
การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT).....	32
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทาง การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT).....	41
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	45
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	74

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	87
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	93
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	93
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย.....	94
การกำหนดแบบแผนการทดลอง.....	112
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	113
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	113
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	114
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	118
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	118
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	118
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	142
สรุปผลการวิจัย.....	143
อภิปรายผล.....	143
ข้อเสนอแนะ.....	151
บรรณานุกรม.....	152
ภาคผนวก.....	161
ภาคผนวก ก.....	162
ภาคผนวก ข.....	170
ภาคผนวก ค.....	207
ภาคผนวก ง.....	227
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	231

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2 - 1	20
2 - 2	22
2 - 3	24
2 - 4	68
2 - 5	68
2 - 6	70
2 - 7	71
2 - 8	72
2 - 9	73
2 - 10	83
2 - 11	85
2 - 12	86
2 - 13	86
3 - 1	95
3 - 2	105

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
3 - 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการวิจัย.....	109
3 - 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการวิจัย.....	110
3 - 5 แบบแผนการทดลอง.....	112
4 - 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทาง การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	119
4 - 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทาง การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	132
ค - 1 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	208
ค - 2 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	209
ค - 3 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	210
ค - 4 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของแผน การจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	211
ค - 5 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5.....	212
ค - 6 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6.....	213
ค - 7 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	214
ค - 8 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8.....	215

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ค - 9 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9.....	216
ค - 10 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10.....	217
ค - 11 สรุปผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีการสอนนะ ให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ทั้งหมด 10 แผน.....	218
ค - 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	219
ค - 13 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	220
ค - 14 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ และ S_i^2 ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์รายข้อ.....	221
ค - 15 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ ที่งบบัที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1.....	221
ค - 16 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1	223
ค - 17 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1.....	225

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 - 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	15
2 - 1 แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลวิธีการสอน และความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละองค์ประกอบตามแนวคิดของ Fraivillig.....	36
2 - 2 กิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนา ความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT).....	44
2 - 3 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่เรขาคณิต.....	75
4 - 1 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด.....	120
4 - 2 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน.....	121
4 - 3 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ.....	121
4 - 4 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอน การหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง.....	122
4 - 5 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอน การหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน.....	123
4 - 6 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอน การหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ.....	124
4 - 7 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการ ที่วางไว้ได้ถูกต้อง.....	125
4 - 8 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอน ที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน.....	126
4 - 9 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ไม่ดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอน ที่วางไว้/ ไม่มีร่องรอยในการแก้ปัญหา.....	127

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4 - 10 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์.....	128
4 - 11 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ.....	128
4 - 12 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง.....	134
4 - 13 นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และนำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง.....	135
4 - 14 การตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง.....	136
4 - 15 การตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน และนำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง.....	137
4 - 16 การตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงไม่เหมาะสมหรือไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ.....	139
ง - 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample.....	229
ง - 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample.....	230

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการคิดมีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตในทุกด้าน ช่วยพัฒนา คุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่ช่วยพัฒนากระบวนการคิดของคนให้คิดเป็น คิดอย่างมี เหตุผลมีระบบขั้นตอนในการคิดและยังช่วยสร้างเสริมคุณลักษณะสำคัญที่จำเป็นในการดำรงชีวิต (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ, 2542, หน้า 1) ด้วยความสำคัญดังกล่าว การพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้มี ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์จึงเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการจัดการศึกษาของคนไทย จะเห็นได้จากการกำหนดคุณภาพนักเรียนในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กำหนดให้นักเรียนมีคุณภาพ 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ทางคณิตศาสตร์ ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เพื่อจะนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการดำรงชีวิตและการพัฒนาสังคม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 3 - 6)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องให้มีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมอันพึงประสงค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 3) โดยที่ครูจะต้อง บูรณาการเนื้อหาและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน สำหรับทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นความสามารถของบุคคลในการที่จะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ ให้เกิดประโยชน์ ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงเป็นของคู่กันและเป็นสิ่งจำเป็น สำหรับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง (อัมพร ม้าคอง, 2547, หน้า 10) ซึ่งทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ อื่นๆและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะและกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอน คณิตศาสตร์คือทักษะการแก้ปัญหาเพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา

(NCTM, 1980, pp. 1 - 3) ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 4) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ และสูตรต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา โดยเฉพาะทักษะในการแก้ปัญหาที่มีความสำคัญต่อชีวิต และสามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้ ในการสอนนักเรียนให้รู้จักแก้ปัญหาจะช่วยส่งเสริมให้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอน มีระเบียบ แบบแผน และรู้จักตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง ดังนั้น การส่งเสริมและพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาก็เป็นสิ่งที่ครูควรให้ความสำคัญและทักษะการแก้ปัญหานี้จะส่งผลต่อทักษะอื่น ๆ ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ และความคิดวิจารณ์ญาณ และส่งเสริมกลยุทธ์ต่าง ๆ (Fisher, 1987, pp. 2 - 3) ซึ่งทักษะแก้ปัญหามีความสำคัญยิ่ง และมักรวมกับทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสารและการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาก็มักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 39) นอกจากนี้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการเชื่อมโยงเป็นองค์ประกอบสำคัญที่กำหนดไว้ในเป้าหมายหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (NCTM, 1989, p. 2) โดยที่การเชื่อมโยงเป็นทักษะที่สำคัญอีกทักษะหนึ่งในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และมีความสำคัญต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนได้สร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ต่าง ๆ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (NCTM, 1989, p. 26) ซึ่งสอดคล้องกับ Kennedy and Tips (1994, pp. 194 - 198 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 192 - 193) กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ คือ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม รวมกับเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ซึ่งกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการเชื่อมโยงก็เป็นทักษะหนึ่งที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองทักษะถือว่ามีความสำคัญและมีส่วนเกี่ยวข้องกัน ดังคำกล่าวของ Dossey and other (2002, pp. 81 - 83 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 193 - 194) ที่กล่าวว่า นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงจะให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้คล่องแคล่วขึ้น และช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ยังเป็นเป็นเครื่องมือสำคัญของทั้งนักเรียนและครู (Mousley, 2004, pp. 377 - 384) เพื่อใช้ในการอธิบายความสามารถของนักเรียนในการสร้างความสัมพันธ์ของความรู้จากปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนรู้มาก่อนหน้านี้ และสามารถค้นพบการเชื่อมโยง

ได้อย่างหลากหลาย ประกอบด้วย การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับเนื้อหาภายในวิชาคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 181)

จากความสำคัญของการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า ทั้งสองทักษะมีความเกี่ยวข้องกันนักเรียนต้องสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลายทั้งที่เกิดใกล้ตัวหรือในสังคมภายนอก โดยนักเรียนต้องใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา เริ่มจากต้องคิดให้ได้ว่าคณิตศาสตร์ไปเกี่ยวข้องกับสถานการณ์นั้นอย่างไร และแปลงปัญหาในชีวิตจริงให้อยู่ในรูปแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ได้ผลลัพธ์ จากนั้นจึงตีความและประเมินผลลัพธ์ที่ได้ไปสู่บริบทในชีวิตจริง (สุชาดา ปัทมวิภาต, 2557, หน้า 36) แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนส่วนมากยังด้อยความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาผลคะแนน โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งในทุก ๆ 3 ปี จะมีการดำเนินการสำรวจกับนักเรียนอายุ 15 ปี ทั่วโลกหรือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในประเทศไทยโดยการประเมินผล PISA ได้เน้นให้ความสำคัญกับการอ่านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และการแก้ปัญหา และการตอบคำถาม ในข้อสอบ PISA ผู้เรียนจะต้องเขียนแสดงวิธีแก้ปัญหา ซึ่งการให้คะแนนจะให้ในส่วนของการคำตอบที่ได้และการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหานั้น โดยโจทย์ปัญหาที่ใช้จะสอดคล้องและเชื่อมโยงกับชีวิตจริงมีการใช้สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ในชีวิตจริง เพื่อช่วยในการแก้ปัญหานั้นๆ แต่จากผลการประเมินในปี ค.ศ. 2012 ซึ่งเป็นรอบปีที่มีการเน้นเนื้อหาหลักคือคณิตศาสตร์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยของไทยอยู่ที่ 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) ที่มีคะแนนมาตรฐาน คือ 500 คะแนน (สสวท., 2557, หน้า 40 - 46) จากข้อมูลข้างต้นเป็นตัวบ่งชี้ว่านักเรียนไทยประสบปัญหาด้านการเชื่อมโยง ทางคณิตศาสตร์ และด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่งและประกอบกับผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั่วประเทศอยู่ในระดับที่ต่ำกว่าเกณฑ์ พิจารณาได้จากผลคะแนนการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันการศึกษาระดับชาติ ประจำปีการศึกษา 2558, 2559, 2560, 2561 พบว่า คะแนนทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ย 26.59, 24.88, 24.53 และ 30.72 จากคะแนน 100 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2558) และเมื่อพิจารณาจาก

ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558 และ 2559 ของโรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาคาร” ค่าสถิติระดับโรงเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.1 ซึ่งว่าด้วยการเข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 17.09 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 ซึ่งถือว่าคะแนนที่ได้ต่ำกว่ามาตรฐานอื่น ๆ และประกอบกับผลการทดสอบความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1) พบว่า นักเรียนทำคะแนนได้ต่ำ โดยมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 49.32 คะแนน จากคะแนนเต็ม 300 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2558) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 338) ที่กล่าวว่า ประเทศไทยกำลังประสบปัญหาที่สำคัญในการจัดการศึกษาที่ทำให้ นักเรียน คิดแก้ปัญหาไม่เป็น หรือ ไม่ชอบที่จะคิดวิเคราะห์ การที่นักเรียนขาดทักษะการเชื่อมโยง และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาคาร” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า เนื้อหาเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น เป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนมีปัญหาในการเรียนรู้ เนื่องจาก เนื้อหา มีการใช้สูตรและมีโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน โดยต้องอาศัยความเข้าใจว่าควรใช้วิธีใดในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตีความโจทย์และนำสูตรมาใช้แก้ปัญหาและไม่สามารถนำ สถานการณ์ในชีวิตประจำวันหรือเนื้อหาภายในวิชาคณิตศาสตร์หรือเนื้อหาคณิตศาสตร์กับ ศาสตร์อื่น ๆ มาเชื่อมโยงในเนื้อหาวิชา การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นได้ (ศศิพร บุรีรัมย์, มะลิดา เมตตาคุณ, สัมภาษณ์, 10 พฤศจิกายน 2561) ดังนั้นเพื่อเป็นการแก้ปัญหาดังกล่าวครูจะต้อง หาวิธีการให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้กับชีวิตจริง ในการจัดการเรียนการสอนควรมีโจทย์ปัญหาที่ เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง หรืออาจจะบูรณาการให้นักเรียนแล้วให้นักเรียนคิดว่าจะนำไปใช้กับชีวิตจริง ได้อย่างไร ให้นักเรียนหาตัวอย่างสถานการณ์จำลองมาแก้ปัญหา หรือให้นักเรียนได้พบปัญหา จริง ๆ ก็ได้แล้วคิดว่าจะนำคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาได้อย่างไร และจะต้องมีกิจกรรมที่หลากหลาย เร้าความสนใจทำให้นักเรียนอยากคิด เช่น ฝึกให้คิดสองคน หรือคิดเป็นกลุ่ม เน้นให้คิดเป็น กระบวนการ แล้วจึงให้คิดเดี่ยว (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2549 อ้างถึงใน วัชรวิ กาญจน์เกียรติ, 2554, หน้า 23) และสาเหตุหนึ่งอาจมาจากกระบวนการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ซึ่งการ เรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร โดย วรฉัตร ชุนศรี (2552, หน้า 69) กล่าวโดยสรุปว่า ครูขาดวิธีการสอนที่ถูกต้อง ในห้องเรียนบทบาทของครูมากเกินไป สอนด้วยวิธี เน้นแบบบรรยายให้ นักเรียนฟัง แล้วให้ทำแบบฝึกหัด สอนโดยมุ่งเน้นที่เนื้อหามากกว่า กระบวนการ ทำให้นักเรียน มีส่วนร่วมในการเรียนน้อยจนไม่เกิดการคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง

จากผลการประเมินและปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังคือย ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์

ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำอาจเกิดจากหลายสาเหตุ โดยสาเหตุหนึ่งที่สำคัญ ก็คือ วิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นนามธรรม มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอน มีลักษณะโครงสร้างเป็นเหตุเป็นผล สื่อความหมาย โดยสัญลักษณ์จึงยากต่อการเรียนรู้และทำความเข้าใจหรือนักเรียนไม่เห็นประโยชน์ต่อการเรียน คณิตศาสตร์ที่นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และขาดทักษะในการพัฒนาความคิดมาให้เหตุผลของการแก้ปัญหา (ชมานาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 3-8) และยังมีนักเรียนจำนวนอีกไม่น้อย ยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้ (สสวท., 2555 ก, หน้า 1) และอาจเนื่องมาจากกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผ่านมายังคงยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูเป็นผู้สอนหรือบอกคำตอบเป็นส่วนใหญ่โดยไม่ได้ให้โอกาสส่งเสริมสนับสนุนให้นักเรียนคิดพิจารณาหาข้อมูลอย่างรอบด้านเพื่อหาข้อสรุปของบทเรียนจึงทำให้นักเรียนไม่ได้รับการพัฒนาส่งเสริมด้านการใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้ซึ่งความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่างส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล (Sternberg, 1987, p. 303) และครูควรลดบทบาทจากการเป็นผู้แสดงตัวอย่างให้นักเรียนดูแล้วให้นักเรียนทำตามการเป็นผู้ซักถามปัญหา กระตุ้นให้นักเรียนคิดและเป็นผู้อำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำให้นักเรียนให้คิดลงมือแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2538, หน้า 92)

แนวทางการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่จะต้องอาศัยการสร้างให้นักเรียนเห็นปัญหามีโอกาสเรียนรู้จากการปฏิบัติโดยใช้ข้อมูลจริงเกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลประกอบการอภิปรายด้วยเหตุผลของนักเรียนในการหาข้อสรุปและขยายแนวคิดโดยการระบุนวณโน้มของข้อมูลเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction: CGI) เป็นแนวการสอนที่พัฒนาโดยคาร์เพนเทอร์และคณะในปี ค.ศ. 1980 (Carpenter et al., 2000, p. 1) ซึ่งแนวการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) นี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter et al., 1989, pp. 499 - 531; Fennema et al., 1993, pp. 555 - 583) อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรจจร, 2552 - 2553, หน้า 2) ซึ่งการจัดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) ดังที่ Carpenter et al. (1999, pp. 60 - 85) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของชั้นเรียน CGI ดังนี้ ขั้นครูนำเสนอปัญหา (Poses the problems) ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems) ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions

and strategies) และขึ้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies) ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาความเข้าใจของนักเรียน โดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหาใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอนการจัดการเรียนการสอนและให้ความสำคัญกับการคิดแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูคอยสนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยครูจะใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนนำเสนอความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ประกอบการแก้ปัญหา ก่อให้เกิดการเชื่อมโยงบนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียนให้สัมพันธ์กับกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น (Carpenter et al. 1989, pp. 499 - 531) เห็นได้ว่า การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ไม่ได้มุ่งเน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียวแต่ยังส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดวิเคราะห์กระบวนการที่ได้มาซึ่งคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับ เวชอุทธิ อังกะนัททรขจร (2552 - 2553, หน้า 2) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวทางของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นแนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการคิดของนักเรียน ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และให้เหตุผลได้ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 86) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดนี้จะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในระยะยาวจะสามารถพัฒนาเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบกับในงานวิจัยของ สุรารัตน์ สมรรถการ (2556) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่สูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ใช้การจัดการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิดแล้วส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ เวชอุทธิ อังกะนัททรขจร (2551) ที่ศึกษาวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผล และการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ด้านทักษะการเชื่อมโยงพบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลอง ที่ระดับนัยสำคัญ .01 จากการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนสามารถนำข้อมูลที่กำหนดให้มาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมได้โดยในการเชื่อมโยงมีการใช้ข้อมูลที่กำหนดให้และบอกได้ว่าสถานการณ์ด้านสิ่งแวดล้อมจากข้อมูลที่กำหนดให้เป็นเช่นไร

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นแนวการสอนรูปแบบหนึ่งที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยงความรู้ไปสู่ชีวิตจริง และส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและคอยอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ (Carpenter et al., 1989, pp. 499 - 531) และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรมสูง ซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิด การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Kids, 1973, p. 2) ครูจึงเป็นหัวใจสำคัญในการปฏิรูปการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาการคิด โดยการเปลี่ยนกระบวนการทัศน์จากการเป็นผู้บอก มาเป็นผู้อำนวยความสะดวกจัดเตรียมประสบการณ์เรียนรู้ และเป็นผู้ใช้คำถาม (พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2544, หน้า 82) ดังนั้น การสอนให้นักเรียนรู้จักคิด เป็นการพัฒนาคุณภาพด้านกระบวนการคิดจึงเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญยิ่ง (สิริพร ทิพย์คง, 2545, หน้า 7) ซึ่ง Fraivillig (2001, pp. 454 - 459) ได้เสนอ แนวทางในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนที่มีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้และยังเกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอกลยุทธ์เพื่อการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อเป็นแนวทางให้ครูออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน และได้กำหนดแนวทางในการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Mathematical Thinking: ACT) โดยมีส่วนประกอบ 3 ประการดังนี้

- 1) ล้วงความคิด (Eliciting) โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิดอธิบายวิธีแก้ปัญหา และวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบ
- 2) สนับสนุนความคิด (Supporting) หลังจากการล้วงความคิด และได้คำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน และ
- 3) ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา ซึ่งมีผู้สนใจศึกษาแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น ชูรายา สัตตวิวงศ์ (2555) ได้ศึกษา การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากงานวิจัยของ เบญจมาศ นิยมมาลี (2550) ได้ศึกษา ผลของ

การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวัลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) (Carpenter et al., 1989, pp. 60 - 85) ที่ส่งเสริมความเข้าใจและความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหาที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (Fraivillig, 2001, pp. 454 - 459) ที่ใช้หลักการ การดึงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิด เป็นแนวทางที่จะมาสนับสนุนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนเข้าถึงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ตอบสนองต่อความสามารถและความสนใจที่แตกต่างกัน และสนับสนุนให้เกิดการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สนับสนุนการสืบสอบค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา (Nodha, 2000, pp. 46 - 47) และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิด (ACT) ทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
2. นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้แนวทางในการนำความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
2. ได้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ซึ่งครูหรือผู้สนใจสามารถใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หรือในชั้นอื่น ๆ หรือในเนื้อหาสาระอื่น ๆ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 2 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 56 คน ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารถของนักเรียน

1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน รวมนักเรียน จำนวนทั้งหมด 41 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งนักเรียนทุกห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารถของนักเรียน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค33101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

2.1 การแจกแจงความถี่ของข้อมูล	จำนวน 1 คาบ
2.2 การแจกแจงความถี่ของข้อมูล (ความถี่สะสม)	จำนวน 1 คาบ
2.3 การแจกแจงความถี่ของข้อมูล (ความถี่สัมพัทธ์และความถี่สะสมสัมพัทธ์)	จำนวน 2 คาบ
2.4 เปอร์เซ็นไทล์ (ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่)	จำนวน 1 คาบ
2.5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่)	จำนวน 1 คาบ
2.6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก	จำนวน 1 คาบ
2.7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (ของข้อมูลที่ได้แจกแจงความถี่)	จำนวน 1 คาบ
2.8 มัชฐาน (ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่)	จำนวน 1 คาบ
2.9 ฐานนิยม (ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่)	จำนวน 1 คาบ
2.10 พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่)	จำนวน 2 คาบ
	รวมจำนวน 12 คาบ

3. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

3.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่

3.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

3.2.1 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองทำวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โดยใช้เวลาในการทำวิจัยทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที แบ่งเป็นเวลาในการสอน 12 คาบ และเวลาในการทดสอบ 2 คาบ

นียมศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองจากประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองและผู้อื่นจนได้ข้อสรุป โดยครูจะต้องประเมินกระบวนการคิดของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งมีการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาในรูปแบบต่างๆพร้อมกับเหตุผลที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นครูนำเสนอปัญหา (Poses the problems) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหา ครูควรมีการใช้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่งหรือใช้วิธีการแนะนำแนวทางสำหรับการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพิ่มเติม ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและควรเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems) เป็นขั้นที่ ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาและช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจ และสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา ครูอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

2. การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ผลของการคิด เป็นความสามารถของบุคคลในการทำความเข้าใจรูปแบบ หาคูรวมของปัญหาทั้งการสร้างวิธีการแก้ปัญหาใหม่ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อต้องเผชิญปัญหาคณิตศาสตร์และพยายามทำความเข้าใจปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยหลักและวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าคำตอบหรือผลลัพธ์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 **ขั้นล้วงความคิด (Eliciting)** เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ/ อำนวยความสะดวกโดยทำท่ายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของเขาเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด/ อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นที่การหาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ

2.2 **ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting)** เป็นขั้นตอนที่ส่งเสริม/ สนับสนุนการคิดของนักเรียน ที่ออกมารายงานแสดงความคิดและคนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิดนักเรียนทั้งชั้น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

2.3 **ขั้นขยายความคิด (Extending)** เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยใช้สถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงหรือเชื่อมโยงกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และสอดคล้องแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด ขั้นขยายความคิด และขั้นสนับสนุนความคิด ลงในแต่ละขั้นตอนของวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ครูล้วงความคิดโดยการสนทนาถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน ครูนำเสนอปัญหาสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแล้ว ครูล้วงความคิดด้วยการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา วางแผนหาคำตอบ เพื่อให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้จากคำถามที่ครูกระตุ้น พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ โดยให้ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิมหรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่างๆที่นักเรียนต้องการพร้อมให้คำแนะนำและความช่วยเหลือแก่นักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา ครูล้วงความคิดโดยการสุ่มเลือกนักเรียนเพื่อนำเสนอความคิดและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้มาซึ่งคำตอบ ครูสนับสนุนความคิดเพิ่มเติมในรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้องเพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 อภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา ครูสนับสนุนความคิดและเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปรายโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอธิบายวิธีการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง จากนั้นครูขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่เพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่หรือเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะ/กระบวนการ ประสบการณ์เดิมและวิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการกำหนดวิธีการในการค้นหาคำตอบประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

4.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นวิเคราะห์ปัญหาจำแนกว่าประเด็นปัญหาอยู่ตรงไหน ปัญหากำหนดอะไรมาให้และปัญหาถามหาอะไร

4.2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

4.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.4 ขั้นสรุปผล เป็นขั้นสรุปคำตอบต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

5. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริง

6. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ

7. เกณฑ์ หมายถึงคะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับได้หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่อยู่ในระดับดีขึ้นไปตามที่ กระทรวงศึกษาธิการ (2552 ก, หน้า 14) ได้กำหนดไว้

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาของนักเรียนโดยใช้สถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงหรือเชื่อมโยงกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และสอดแทรกแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวัลลิค ได้แก่ ขั้นล้างความคิด ขยายความคิด และขั้นสนับสนุนความคิด ลงในแต่ละขั้นตอนของวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ทั้ง 4 ขั้นตอน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวเป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือแก้ปัญหาปลายเปิด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม อภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกัน และอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ รวมทั้งให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ด้วยเหตุนี้ การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) น่าจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกรอบแนวคิด ดังแสดงในภาพที่ 1 - 1

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) (Carpenter et al., 1999, pp. 60 - 85) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา (Poses the problems) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ด้านนักเรียนมีความยุ่งยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหา ครูควรมีการใช้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับนักเรียนอีกครึ่งหนึ่งหรือใช้วิธีการแนะแนวทางสำหรับการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพิ่มเติม ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและควรเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems) เป็นขั้นที่ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจปัญหาและช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาเหล่านั้น ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา ครูอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากให้นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างโดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (Fraivillig, 2001, pp. 454 - 459) ซึ่งมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. ขั้นสร้างความคิด (Eliciting) ครูเป็นผู้ชี้แนะ/อำนวยความสะดวกโดยทำท่ายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของเขาเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด/ อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นที่การเอาคำตอบหลายๆคำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่งๆ โดยใช้กลวิธี สันทนากับนักเรียนโดยกล่าวถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน
2. ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม/สนับสนุนการคิดของนักเรียน โดยใช้กลวิธี โดยให้ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และแบ่งให้นักเรียนฝึกคิดเป็นกลุ่มย่อย เพื่อร่วมมือกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหา
3. ขั้นขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย/ปรับเปลี่ยนเพิ่มเติมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ครูสร้างความคิด โดยการใช้คำถามกระตุ้นถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน ครูนำเสนอปัญหาสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแล้ว ครูสร้างความคิดด้วยการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา ร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา วางแผนหาคำตอบ เพื่อให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้จากคำถามที่ครูกระตุ้น พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ โดยให้ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิมหรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่างๆที่นักเรียนต้องการพร้อมให้คำแนะนำ และความช่วยเหลือแก่นักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา ครูสร้างความคิด โดยการสุ่มเลือกนักเรียนเพื่อนำเสนอความคิดและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้มาซึ่งคำตอบ ครูสนับสนุนความคิดเพิ่มเติมในรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้องเพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา ครูสนับสนุนความคิดและเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอธิบายวิธีการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง จากนั้นครูขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่หรือเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 1 - 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ”
 - 1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.3 คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ 5 (ค33101) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1
 - 1.4 โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ 5 (ค33101) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1
2. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
 - 2.1 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด
 - 2.2 หลักการและรูปแบบของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
 - 2.3 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน (CGI)
 - 2.4 บทบาทนักเรียน บทบาทของครู (CGI)
3. การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)
 - 3.1 ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 แนวทางและรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)
5. ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics
 - 5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 ความหมายของการแก้ปัญหามathematics

- 5.3 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.4 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
- 5.5 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี
- 5.6 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 5.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.8 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 5.9 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายและประเภทของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 6.2 ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 6.3 แนวทางพัฒนาของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 6.4 การประเมินของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ”

หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ” จัดทำขึ้นตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อจัดการเรียนการสอนในการพัฒนาเด็กและเยาวชนไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลง และแสวงหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต โดยในหลักสูตรสถานศึกษา ได้แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และได้บรรจุหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ” ซึ่งมีสาระสำคัญ ดังนี้ (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ”, 2561)

1. ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดคุณภาพนักเรียน สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด เพื่อให้ครูและสถานศึกษานำไปใช้เป็นกรอบและทิศทาง ในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาและจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเพื่อพัฒนา นักเรียนให้มีความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพราะ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิต ให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่น ได้อย่างมีความสุข

จากการศึกษาความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า หลักสูตรของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นหลักสูตรที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ครู และสถานศึกษานำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษา และจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ด้านคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้นักเรียน นำประสบการณ์ที่ได้เรียนรู้ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่น ได้อย่างมีความสุข

2. สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระ และมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้เพื่อเป็นเป้าหมายสำคัญ ในการพัฒนานักเรียน ซึ่งมาตรฐานการเรียนรู้จะระบุถึงที่นักเรียนต้องเรียนรู้ ปฏิบัติได้ มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ มีดังต่อไปนี้ (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ”, 2561)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้ จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของ
สิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ
(Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต
(Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
(Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจน
แปลความหมาย และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นใน
การคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ
และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร
การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยง
คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ข้างต้น
สรุปได้ว่า สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย
6 สาระ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และการวิเคราะห์ข้อมูล
และความน่าจะเป็น และประกอบด้วยมาตรฐานการเรียนรู้จำนวน 14 มาตรฐาน ซึ่งการทำวิจัย
ในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ในเนื้อหา เรื่อง

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ประกอบด้วยมาตรฐาน มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติ ในการวิเคราะห์ข้อมูล และสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งมีตัวชี้วัดดังตารางที่ 2 - 1

ตารางที่ 2 - 1 มาตรฐานและตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ ข้อมูล	ค 5.1 ม.4 - 6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล
มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ ข้อมูล	ค 5.1 ม.6/3 เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูล และวัตถุประสงค์
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถ ในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น ๆ	ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ค 6.1 ม.4 - 6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

3. คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ 5 (ค33101) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1

โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” ได้กำหนดคำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ 5 (ค33101) จำนวน 1.0 หน่วยกิต เวลา 40 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้ (หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ”, 2561) ศึกษา ค้นคว้า ฝึกทักษะ/ กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องดังต่อไปนี้

สถิติและข้อมูล ตัวอย่างของกรณีหรือปัญหาที่ต้องใช้สถิติ ความหมายของสถิติ สถิติกับการตัดสินใจและวางแผน ข้อมูลและการเก็บรวบรวมข้อมูล ความหมายของข้อมูล ประเภทของข้อมูลวิธีเก็บรวบรวมข้อมูล ปัญหาในการใช้ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น การแจกแจงความถี่ของข้อมูล การแจกแจงความถี่สะสม การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ การแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์ การแจกแจงความถี่โดยใช้ กราฟฮิสโทแกรม แผนภาพต้นไม้ การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล เปอร์เซ็นไทล์ การหาเปอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ การวัดค่ากลางของข้อมูล ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ถ่วงน้ำหนัก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว มัชฌิมฐานนิยม ข้อสังเกตและหลักเกณฑ์ที่สำคัญในการใช้ค่ากลางชนิดต่าง ๆ การวัดการกระจายของ ข้อมูล พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูลโดยใช้ความรู้ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการคิด คำถาม การแก้ปัญหา การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความใฝ่เรียนรู้ ความมุ่งมั่นในการทำงาน รู้สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีความซื่อสัตย์สุจริต มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

รหัสตัวชี้วัด

ค 5.1 ม.4 - 6/1

ค 5.1 ม.4 - 6/2, ม.4 - 6/3

ค 6.1 ม.4 - 6/1, ม.4 - 6/2, ม.4 - 6/3, ม.4 - 6/4, ม.4 - 6/5, ม.4 - 6/6

รวมทั้งหมด 9 ตัวชี้วัด

โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ 5 (ค33101) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1

โรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ” ได้กำหนดโครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ 5 (ค33101) จำนวน 1.0 หน่วยกิต เวลา 40 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 2-2 (หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ”, 2561)

ตารางที่ 2 - 2 หน่วยการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ เวลา (ชั่วโมง)
และน้ำหนัก (คะแนน)

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก (คะแนน)
1	สถิติและข้อมูล	- ค 5.3 ม.4 - 6/1	- ความหมายของสถิติ	3	3
		- ค 6.1 ม.4 - 6/1-6	และสถิติกับการตัดสินใจ		
			- ข้อมูลและการเก็บ รวบรวมข้อมูล	4	4
			- ประเภทของข้อมูล วิธีเก็บรวบรวมข้อมูล ปัญหาในการใช้ข้อมูล	4	4
2	การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น	- ค 5.1 ม.4 - 6/2	การแจกแจงความถี่		
		- ค 6.1 ม.4 - 6/1 - 6	ของข้อมูล		
			- การแจกแจงความถี่สะสม	3	4
			- การแจกแจงความถี่ สัมพัทธ์	3	5
		- การแจกแจงความถี่ สะสมสัมพัทธ์	3	5	

ตารางที่ 2 - 2 (ต่อ)

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วย การเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก (คะแนน)
3	การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น (ต่อ)	- ค 5.1 ม.4 - 6/2 - ค 6.1 ม.4 - 6/1 - 6	การวัดตำแหน่งที่ของ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจง ความถี่ - เปอร์เซ็นไทล์ การวัดค่ากลางของข้อมูล - ค่าเฉลี่ยเลขคณิต - ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วง น้ำหนัก - มัชฐาน - ฐานนิยม การวัดการกระจาย ของข้อมูล - พิสัย - ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	2 4 3 2 2 2 3	3 5 3 3 3 3 5
		สอบกลางภาค		1	20
		สอบปลายภาค		1	30
			รวม	40	100

จากการศึกษาโครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์ 5 (ค33101) โรงเรียนบ้านบึง
“มัญญวิทยาการ” ซึ่งประกอบด้วย หน่วยการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้
จำนวนชั่วโมง และน้ำหนักคะแนน ผู้วิจัยได้เลือกใช้นิเวศสาระคณิตศาสตร์ในหน่วยการเรียนรู้
เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น โดยมีหน่วยการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 2 - 3

ตารางที่ 2 - 3 หน่วยการเรียนรู้ มาตรฐาน/ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จำนวนชั่วโมง

ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	- ค 5.1 ม.4 - 6/2 - ค 6.1 ม.4 - 6/1 - 6	การแจกแจงความถี่ของข้อมูล	1
		- การแจกแจงความถี่สะสม - การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ - การแจกแจงความถี่สะสม สัมพัทธ์	
		การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล ที่ไม่ได้แจกแจงความถี่	2
		- เปอร์เซ็นไทล์การวัด ค่ากลางของข้อมูล	1
		- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต - ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก	
		- มัชฌิมฐาน - ฐานนิยม	1
		การวัดการกระจายของข้อมูล	2
		- พิสัย - ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1
			1
			1
			1
			1
			1
		รวม	12

การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

1. ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด

การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) เป็นนวัตกรรมหนึ่ง ที่มุ่งเน้นประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอน เป็นการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนเกี่ยวกับองค์ความรู้และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา (Carpenter et al. 2000, p. 1) การสอนแนะให้รู้คิดมีฐานคิด 2 ประการ คือ ประการที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับการคิดของนักเรียน ในการแก้โจทย์ปัญหาซึ่งมีประโยชน์ต่อครู และประการที่ 2 การเชื่อมโยงความรู้ใหม่ อย่างสมเหตุสมผลกับความรู้เดิมที่มีอยู่

Carpenter et al. (2000, p. 1) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิดเป็นการสอนที่ช่วยพัฒนา การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับความรู้และความเชื่อของครูที่นำมาออกแบบ วิธีการสอนและการฝึกฝนของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาแล้วจึงสะท้อนความคิด ของแต่ละคนออกมาเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดร่วมกันจนได้ข้อสรุป

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 25) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบแนะให้รู้คิดว่า การสอนแนะให้รู้คิด หมายถึง การที่ครูยึดเอาการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นแนวทางในการสอน โดยครูใช้การสังเกต การถาม และการฟังการอธิบายแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียน เป็นแนวทางในการสอนแล้วนำผลที่ได้จากการสังเกต การถาม การฟังดังกล่าวมาประกอบ เป็นข้อมูล ในการตัดสินใจที่อยู่บนความรู้และความเชื่อของตัวเองเพื่อหาวิธีการสอนที่สอดคล้อง กับความสามารถของผู้เรียน

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจรรยา (2555, หน้า 103) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิดเป็นรูปแบบ การสอนที่ให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาและสร้างความรู้ของนักเรียน โดยมีครูเป็น ผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

จากความหมายของการสอนแนะให้รู้คิดดังที่กล่าวมา สรุปได้ว่าการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) เป็นการจัดการเรียนการสอน ที่ขึ้นอยู่กับพื้นฐานการคิด ของนักเรียน ซึ่งเป็นการพัฒนาเกี่ยวกับองค์ความรู้และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา โดยอยู่ บนพื้นฐานที่ว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของนักเรียน และให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวก ในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่างๆที่นำไปสู่คำถามเพื่อการแก้ปัญหา จนกว่าจะได้ข้อสรุป

2. แนวทางและหลักการของการจัดกิจกรรมแบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) เป็นแนวการสอนที่พัฒนาโดยคาร์เพนเทอร์และคณะ ในปี ค.ศ. 1980 (Carpenter et al., 2000, p. 1) ซึ่งแนวการสอนแบบ CGI นี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ และการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter et al., 1989, pp. 499 - 531; Fennema et al., 1993, pp. 555 - 583) ซึ่งการจัดการเรียนการสอนแบบ CGI มีหลักการ ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนโดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหา ใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ
3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์ หรือทักษะ กับความรู้เดิมที่มีอยู่
4. เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ให้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหาที่นั้น ๆ ได้แต่ประเมินด้วยว่า นักเรียนมีวิธีแก้ปัญหอย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน (Carpenter et al., 1989, pp. 499 - 531) Carpenter et al. (2000, p. 1) ได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ไว้อีกว่า

1. เป็นการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. การจัดการเรียนรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน
4. ความรู้และความเชื่อของครูได้รับอิทธิพลมาจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มีหลักการ ดังนี้ (Fennema, Carpenter and Peterson, 1989)

1. การจัดการเรียนการสอนต้องอยู่บนพื้นฐานว่าอะไรที่นักเรียนแต่ละคนควรรู้
2. การจัดการเรียนการสอนควรพิจารณาว่าจะสามารถพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างไร
3. ต้องมีกิจกรรมในใจในการเรียนคณิตศาสตร์รูปแบบของการสอนแนะให้รู้คิด

(Cognitively guided Instruction model)

เวททิธี อังกนะภัทรขจร (2552-2553, หน้า 3) ได้เสนอ หลักการ การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน โดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหาใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ
3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา โททัศน์หรือทักษะ กับความรู้เดิมที่มีอยู่
4. เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ได้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหาที่นั้น ๆ ได้แต่ประเมินด้วยว่านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน

จากแนวทางและหลักการของการจัดกิจกรรมแบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่กล่าวมาสรุปได้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเอง จากประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองและผู้อื่นจนได้ข้อสรุป โดยครูจะต้องประเมินกระบวนการคิดของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งมีการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ พร้อมกับเหตุผลที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา

3. ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI)

การสอนแนะให้รู้จักคิดเป็นการสอนที่มุ่งเน้นให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหของนักเรียนเป็นหลัก ความรู้ของนักเรียนที่ได้มานั้นเป็นผลมาจากกระบวนการคิดแก้ปัญหของนักเรียนเอง ดังนั้นขั้นตอนการสอนจึงให้ความสำคัญไปที่การแก้ปัญหของนักเรียน โดยเน้นให้นักเรียนได้มีเวลาคิดในการแก้ปัญหามากที่สุด รวมทั้งได้มีโอกาสแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเอง

Franke and Weishaupt (1998, pp. 3 - 7) ได้อธิบายถึง ขั้นตอนที่สำคัญได้เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่ นักเรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้นต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน มีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียนลงมือคิดวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยการอาศัยการเชื่อมโยงปัญหาแนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในขั้นนี้ครูคอยสังเกตดูการแก้ปัญหาของนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อสงสัยหรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้นักเรียนการตัดสินใจในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับนักเรียน ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกัน พร้อมกับมีการขยายประเด็นของปัญหาโดยครูหรือนักเรียน และร่วมกันอภิปรายในประเด็นที่ขยายของปัญหา

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่างๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา มีครูเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปร่วมกับนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์หลังสิ้นสุดการสอน พร้อมติดตามการประเมินผล

Carpenter et al. (1999, pp. 60 - 85) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอนในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของชั้นเรียน CGI ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นครูนำเสนอปัญหา (Poses the problems) ขั้นแรกของกิจกรรมในชั้นเรียน CGI นั้น ครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหา ครูควรมีปัญหาที่คล้ายกันให้นักเรียนอีกครั้งหนึ่งหรือใช้วิธีการแนะแนวทางสำหรับการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพิ่มเติม ในการเลือกปัญหาครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและควรเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากมาย ปัญหาที่ครูเลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems) ในขั้นที่ 2 หลังจากครูนำเสนอปัญหาแก่นักเรียนแล้ว ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหา ครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) ในขั้นที่ 3 หลังจากครูนำเสนอปัญหา และให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้วครูจะเลือกถามนักเรียน

เป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงเหตุผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียน
ในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียน
แสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and
strategies) ในขั้นตอนสุดท้ายของชั้นเรียน CGI คือ การอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการ
ในการแก้ปัญหานักเรียน ในขั้นนี้ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการ
ที่ใช้หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกัน
อภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างโดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

เวททิ อังกะภักทรขจร (2551, หน้า 68 - 69) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้
แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย
เกี่ยวกับปัญหา

2. นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ ปัญหาหรือนักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจาก
สถานการณ์/ ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบ โดยในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรม ครูจะเป็น
ผู้อำนวยความสะดวก และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด รวมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียน
เกิดข้อคำถามหรือปัญหา

3. นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ จากนั้นครูและนักเรียน
ทั้งชั้นร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผล
ที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด

4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการนำเสนอ
ของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียนช่วยกัน
ขยายแนวคิดจากข้อมูลเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมและสรุป
เป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

จากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ดังที่กล่าวมาสรุป
ได้ว่าการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ 1.ขั้นนำเสนอปัญหา 2.ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล
3.ขั้นนำเสนอแนวคิดและคำตอบ 4.ขั้นอภิปรายและสรุปผลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้ขั้นตอน
ของการจัดกิจกรรมแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ของ Carpenter et al. (1999, pp. 60 - 85)
เพราะมีการใช้การแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงปัญหากับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันซึ่งมี
ความสอดคล้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย
ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา (Poses the problems) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหา ครูควรมีการใช้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่งหรือใช้วิธีการแนะแนวทางสำหรับการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพิ่มเติม ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและควรเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems) เป็นขั้นที่ ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาและช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจ และสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา ครูอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างโดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

4. บทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

บทบาทครูในชั้นเรียน CGI มีดังนี้ (Carpenter et al., 1999, pp. 60 - 85; NCRMSE, 1992 และ Hanks, 1998)

1. ครูควรใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้
2. ครูควรมีความกระตือรือร้นและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนแต่ละคน
3. ครูควรเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหของนักเรียน
4. ครูควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถ สื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลาย ไม่ว่าเป็นการพูดการเขียนหรือการวาดภาพซึ่งเป็นแนวทางที่ให้นักเรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไรและทำอะไร รวมทั้งครูสามารถ ประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนได้ด้วย

5. ครูควรนำเสนอปัญหา สถานการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนทุกคน และสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

6. ครูควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองแทนที่เป็นแต่ผู้ถ่ายทอดความรู้

7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มและมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในชั้นเรียน

8. ครูควรให้เวลาที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาต่างๆ

9. ครูไม่ควรเตรียมแนวทางการสอนที่ชัดเจนตายตัวหรือใช้สื่ออุปกรณ์

การเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจง แต่ครูควรเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ และปรับกิจกรรมการเรียน สำหรับการประเมินการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) นั้น ครูควรมีการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนบ่อย ๆ และใช้วิธีการที่หลากหลาย ในการประเมิน เช่น ประเมิน โดยการสังเกต การใช้คำถาม การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการฟัง จากการนำเสนอแนวคิดและเหตุผลของนักเรียน เป็นต้น โดยการประเมินนั้นควรทำควบคู่ไปกับการเรียนการสอน (Hanks, 1998)

ดังนั้น เมื่อนำหลักการของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่า ครูคณิตศาสตร์ต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่จะสอนเป็นอย่างดี และ ใช้หลักการแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนเข้าใจ ความคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ การตัดสินใจของครูมีฐานคิดจากความรู้ของครู ที่มีความเข้าใจในความคิดของนักเรียน

จากการศึกษาบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอน โดยการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ครูควรใช้คำถามหรือคอยชี้แนะเมื่อนักเรียน มีข้อสงสัยและเมื่อนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ ควรจะสร้างบรรยากาศและจัด สภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกดีในการเรียน ควรส่งเสริมให้ทำงานเป็นกลุ่มเพื่อให้เกิดการอภิปรายแนวคิดตนเองกับผู้อื่น อีกทั้งต้องเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ในการสอนที่หลากหลาย ไม่เฉพาะเจาะจง เตรียมการสอนอย่างกว้างๆ เพื่อให้สามารถปรับการเรียนการสอนตาม ความต้องการหรือแนวคิดของนักเรียนได้

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ผู้วิจัยได้ให้ความหมาย ของการสอนแนะให้รู้จักว่า การสอนแนะให้รู้จัก (Cognitively Guided Instruction: CGI) เป็นการ จัดการเรียนการสอน ที่ขึ้นอยู่กับพื้นฐานการคิดของนักเรียน ซึ่งเป็นการพัฒนาเกี่ยวกับองค์ความรู้

และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา โดยอยู่บนพื้นฐานที่ว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้
ของนักเรียน และให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครู

เป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้
กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่คำถามเพื่อการแก้ปัญหามากกว่าจะได้ข้อสรุป โดยปรับจากขั้นตอน
ของ Carpenter et al. (1999, pp. 60 - 85) เพราะมีการใช้การแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงปัญหา
กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันซึ่งมีความสอดคล้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา และ
การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นครุณาเสนอปัญหา (Poses the problems)

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems)

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies)

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and
strategies)

การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

1. ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิดของมนุษย์และมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนา
ความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน
สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบาย
และให้ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ดังนี้

Greenwood (1993, pp. 144 - 148) กล่าวว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถ
ของบุคคลในการทำความเข้าใจรูปแบบ หาจุดรวมของปัญหารวมทั้งการสร้างวิธีการแก้ปัญหา
ใหม่ๆ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าคำตอบหรือผลลัพธ์

Duncker (1945, p. 1) กล่าวว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลที่เกิดขึ้นจากการจัดการ
ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับข้อมูลที่ต้องการ

Bransford et al. (1987, p. 206) ได้ให้ความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า
ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อแก้ปัญหาที่เป็นตัวเลข

Mayer & Hegarty (1987, p. 33) กล่าวว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการ
ที่เกิดขึ้นเมื่อผู้แก้ปัญหายามทำความเข้าใจปัญหา วิธีการแก้ปัญหาและทางออกของปัญหานั้น ๆ

Ben - Zeev (1987, p. 60) กล่าวว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นกระบวนการ
ดังนี้

1. ทบทวนปัญหาที่คุ้นเคยหรือที่เคยแก้ได้สำเร็จ
2. รวมปัญหาที่คุ้นเคยกับปัญหาใหม่ที่พบเข้าด้วยกันเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมาย

หรือหาวิธีการแก้ปัญหา

3. หาแหล่งข้อมูลที่เพียงพอของปัญหานั้นๆแม้ว่าจะไม่พบวิธีการที่เหมาะสมที่สุดก็ตาม จากความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลของการคิด เป็นความสามารถของบุคคลในการทำความเข้าใจรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาทั้งการสร้างวิธีการแก้ปัญหามาใหม่ ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อต้องเผชิญปัญหาทางคณิตศาสตร์และพยายามทำความเข้าใจปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยหลักและวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าคำตอบหรือผลลัพธ์

2. ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์

การคิดของมนุษย์เพื่อแก้ปัญหาต่าง ๆ นั้นมีวิธีการคิดแบบต่าง ๆ หลายแบบ เช่น ใช้วิธีการคิดแบบคณิตศาสตร์ ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีความเป็นระบบ และเกี่ยวกับการให้เหตุผล นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายและให้แนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Sternberg (1987, p. 30) กล่าวว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่าง ส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล

Henderson (2002, p. 1) กล่าวถึง ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เราใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ในการประยุกต์เทคนิคที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านมโนทัศน์ และด้านกระบวนการ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

จากความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพราะคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งผู้ที่มีความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อน และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. แนวทางและรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์และเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่องอย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นนักเรียนควรได้รับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับการให้ความรู้ตามเนื้อหา มีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางและรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Fraivillig (2001, pp. 454 - 459) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้ออกมาทำทฤษฎีในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Thinking: ACT) จากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีองค์ประกอบของการจัดกิจกรรม ดังนี้

1. **ขั้นล้วงความคิด (Eliciting)** เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ/ อำนวยความสะดวกโดยทำทฤษฎีให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของเขาเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด/ อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นที่การหาคำตอบหลายๆคำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ โดยใช้กลวิธีดังนี้

- 1.1 สนทนากับนักเรียนโดยกล่าวถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน
- 1.2 ถามคำถามเพื่อกระตุ้นและล้วงคำตอบจากนักเรียนหลาย ๆ คำตอบในปัญหาหนึ่ง ๆ
- 1.3 ให้นักเรียนได้คิดและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน
- 1.4 ให้กำลังใจ สนับสนุน ส่งเสริมนักเรียนให้มีส่วนร่วมในกิจกรรม
- 1.5 ยอมรับคำอธิบาย/ แนวคิดทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียน
- 1.6 ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา
- 1.7 พิจารณาเลือกนักเรียนให้ออกมารายงานแสดงความคิดเพื่อเป็นหัวข้อ

ในการอภิปราย

2. **ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting)** หลังจากการล้วงความคิดและได้คำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม/ สนับสนุนการคิดของนักเรียน ทั้งคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ โดยใช้กลวิธีดังนี้

- 2.1 ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน
- 2.2 ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา

2.3 ครูทบทวน/ อธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนคนอื่น ๆ ที่ไม่ซ้ำกับคนที่ออกมา รายงานแสดงความคิด อย่างซ้ำๆตามลำดับขั้นตอน

2.4 นักเรียนฝึกคิดเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน ที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ซึ่งแต่กลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำจำนวน 1, 2 และ 1 คน ตามลำดับ เพื่อร่วมมือกันอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการหรือคำตอบที่เพื่อนได้รายงาน

2.5 นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกตัวแทนกลุ่ม 1 คน ออกมารายงานผลการคิดจากการอภิปราย/ แก้ปัญหาร่วมกัน

2.6 ครูเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแต่ละวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน บนกระดาน

2.7 นักเรียนอธิบาย คัดแปลงวิธีการแก้ปัญหา คำตอบหรือแนวคิดต่าง ๆ ของเพื่อนเป็นคำพูดของตนเอง แต่ยังคงความหมายเดิม

2.8 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปผลการคิด

2.9 ครูช่วยเหลือ สนับสนุนนักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อนและนักเรียนที่คิดได้ไกล/ ลึกซึ่งกว่าเพื่อน ๆ คนอื่น

3. ขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวัง สำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย/ ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิด ของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.1 รักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน ด้วยการถามคำถาม เพื่อให้ให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหาที่ยากขึ้นจากการปรับ/ ขยายเงื่อนไขปัญหาเดิม หรือ เปลี่ยนปัญหาใหม่

3.2 ครูถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้บรรยาย แสดงความเห็นวิเคราะห์ เปรียบเทียบและสรุปแนวคิดที่ได้จากบทเรียน

3.3 ครูเขียนวิธีการ/ คำตอบทั้งหมดบนกระดานเพื่อสะท้อนความคิดต่อไป

3.4 ส่งเสริมและท้าทายนักเรียนเป็นรายบุคคลให้พยายามหาวิธีการ/ คำตอบอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

3.5 ส่งเสริมการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

3.6 ส่งเสริมให้นักเรียนรักความท้าทาย

การถ่วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิด ทั้ง 3 ประการ ข้างต้น มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันไป แสดงดัง ภาพที่ 2 - 1

Advancing Children's Thinking (ACT)



ภาพที่ 2 - 1 แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลวิธีการสอน และความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละองค์ประกอบตามแนวคิดของ Fraivillig (2001, pp. 454 - 459)

Mason and Stacey (1994, p. 47, p. 131, pp. 146 - 159) ได้เสนอรูปแบบในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การพิจารณากรณีเฉพาะ การสรุปนัยทั่วไป การสร้างข้อความคาดการณ์และการสร้างความน่าเชื่อถือ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่

1. ขั้นเข้าสู่การคิด เป็นระยะการหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามต่าง ๆ เช่น รู้อะไรบ้าง ต้องการอะไร จะนำความรู้ใดมาใช้ได้บ้าง
2. ขั้นดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด เป็นระยะดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้กระบวนการสร้างข้อความคาดการณ์ การคิดหาเหตุผล การตัดสินใจความถูกต้อง และการสร้างความน่าเชื่อถือ
3. ขั้นทบทวนการคิด เป็นระยะที่ต้องตรวจสอบการแก้ปัญหา สะท้อนและขยายความรู้ และประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา

ยีน กูว์รธรรม (2536, หน้า 36) ได้ให้แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การปลูกฝังความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และจินตนาการที่เป็นเหตุผล โดยการฝึกนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกต นำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาอธิบายการเปลี่ยนแปลงของสิ่งต่าง ๆ
2. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาต่างๆ ตรงไปตรงมา และค่อย ๆ ซับซ้อนขึ้นตามลำดับ การแก้ปัญหานั้นไม่จำเป็นต้องเน้นเฉพาะปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว อาจเป็นปัญหาทั่วไปหรือปัญหาในการให้เหตุผล ปัญหาทางตรรกศาสตร์ เหตุผลในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนอาจตัดสินใจไม่ได้ว่าใครถูกหรือผิด แต่ควรพิจารณาถึงเหตุผลสนับสนุน นอกจากนี้ควรฝึกให้นักเรียนมองปัญหาในเชิงที่เป็นระบบมากขึ้น รู้ว่าเมื่อเกิดปัญหาต่าง ๆ ขึ้น แล้วควรจะทำดำเนินการอย่างไร
3. ควรปลูกฝังให้นักเรียนมีความคิดในเชิงตรรกศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีเหตุผลในเชิงของการแก้ปัญหา
4. ด้านการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับนามธรรมค่อนข้างมาก ผู้สอนควรหารูปแบบที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

จากรูปแบบและแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ครูควรคำนึงถึงพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยมุ่งเน้นให้สอดคล้องกับโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนมีบทบาทในการคิดค้นแสวงหาแนวทางในการแก้ปัญหา วางแผนและดำเนินการ ตลอดจนตรวจสอบผลได้ด้วยตนเอง และเป็นกลุ่ม นอกจากนี้ควรส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้แนวทางการพัฒนาความคิด

ทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลติกในการวิจัยครั้งนี้เพราะสามารถนำไปสนับสนุนขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ได้และเน้นความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์คล้ายกัน ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ/ อำนวยความสะดวกโดยทำทนายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของเขาเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด/ อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นที่การหาคำตอบหลายๆคำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ

2. ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) เป็นขั้นตอนที่ส่งเสริม/สนับสนุนการคิดของนักเรียน ที่ออกมารายงานแสดงความคิดและคนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

3. ขั้นขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย/ ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ

4. กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียนได้ หากครูจัดกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของนักเรียน ได้มีนักการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Perkins (1987, pp. 64 - 68) ได้เสนอทฤษฎีความรู้สำหรับการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีปรัชญาการสร้างทฤษฎีนี้ต่างจากทฤษฎีอื่น ๆ กล่าวคือไม่ได้เน้นว่านักเรียนควรจะคิดได้ดี แต่มีแนวคิดว่าจะอะไรที่จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ โดยมีฐานจากหลักปรัชญาและจิตวิทยา โดยกล่าวว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเกิดความรู้จากการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ นั้น ครูต้องออกแบบคำถามเพื่อถามนักเรียนตามลำดับขั้น โดยมีกรอบของคำถาม 4 ข้อ ดังนี้

1. อะไรคือวัตถุประสงค์ (What is its purpose) ซึ่งอาจมีเพียงหนึ่งข้อหรือมากกว่าก็ได้
2. อะไรคือโครงสร้าง (What is its structure) ได้แก่ กฎ สูตร ทฤษฎี ส่วนประกอบอื่นรูปร่าง หรือข้อมูลอื่น ๆ ตัวอย่างคำถามเช่น “ทำไมจึงเลือกใช้สูตร/ กฎข้อนี้”
3. อะไรคือแบบจำลองของกรณีนี้ (What are model case) ได้แก่ ภาพหรือการให้ตัวอย่างคำถาม เช่น “ปัญหาในข้อนี้ นักเรียนคิดถึงอะไร”

4. อะไรคือข้อโต้แย้งเพื่อใช้อธิบายและประเมินเรื่องนี้ (What arguments explain and evaluate the object) ตัวอย่างคำถามเช่น “นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าการแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้ถูกต้อง” “นักเรียนคิดว่าวิธีใดเป็นวิธีแก้ปัญหาที่ดีที่สุด”

นอกจากนี้ Perkins ให้แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ว่า ครูควรให้นักเรียนฝึกตอบคำถามตามขั้นตอนดังกล่าวให้เข้าใจอย่างถ่องแท้

Ben - Zeev (1987, p. 60) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นกระบวนการ ดังนี้

1. ทบทวนปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ได้สำเร็จ
2. รวมปัญหาที่คุ้นเคยกับปัญหาใหม่ที่พบเข้าด้วยกันเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายหรือหาวิธีการแก้ปัญหา
3. หาแหล่งข้อมูลที่เพียงพอของปัญหานั้น ๆ แม้ว่าจะไม่พบวิธีการที่เหมาะสมที่สุดก็ตาม

Schoenfeld (1992, pp. 334 - 370) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยได้เสนอ Schoenfeld's Model of Mathematical Cognition ซึ่งประกอบด้วย

1. พื้นฐานความรู้ ได้แก่ ความรู้เชิงประจักษ์และความรู้เชิงกระบวนการ
2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย
 - 2.1 การวิเคราะห์ปัญหา
 - 2.2 การวางแผนสำรวจเป้าหมายเพื่อหาคำตอบ เช่น หาความสัมพันธ์จากปัญหาที่เคยพบ การขยายปัญหาหรือการพิจารณาปัญหาที่คล้าย ๆ กัน
 - 2.3 การตรวจสอบคำตอบ เช่น การตรวจสอบคำตอบที่เป็นไปได้ทุกกรณี การหาเหตุผลรวมทั้งกระบวนการนำไปใช้
3. การกำกับและควบคุมการคิด เป็นการแสดงออกของการรู้ว่าตนคิดอะไรอยู่ ซึ่งเน้นการควบคุมตนเองด้านความรู้และกระบวนการ
4. ความเชื่อและเจตคติ เป็นแรงในการจูงใจในการกำหนดพฤติกรรมด้านการคิดทางคณิตศาสตร์

จากรูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของ Schoenfeld จะเห็นว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่นำไปใช้แก้ปัญหา

Mason and Stacey (1994, p. 47, 131, 146 - 159) ได้เสนอ กระบวนการสำคัญ ที่ในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การพิจารณากรณีเฉพาะ การสรุปนัยทั่วไป การสร้างข้อความคาดการณ์และการสร้างความน่าเชื่อถือ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่

1. ขั้นเข้าสู่การคิด เป็นระยะการหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามต่าง ๆ เช่น รู้อะไรบ้าง ต้องการอะไร จะนำความรู้ใดมาใช้ได้บ้าง
2. ขั้นดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด เป็นระยะดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้กระบวนการสร้างข้อความคาดการณ์ การคิดหาเหตุผล การตัดสินใจความถูกต้อง และการสร้างความน่าเชื่อถือ
3. ขั้นทบทวนการคิด เป็นระยะที่ต้องตรวจสอบการแก้ปัญหา สะท้อนและขยายความรู้ และประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา

จากความสำคัญของกระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ควรคำนึงพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน และควรฝึกการคิดไปพร้อม ๆ กับการสะท้อนการเรียนรู้จากการคิด เป็นแนวทางที่ช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเชื่อมโยงกับการแก้ปัญหาและการคิดอย่างมีวิจรรณญาณโดยตรง เพื่อจะได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างเต็มความสามารถ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลของการคิด เป็นความสามารถของบุคคลในการทำความเข้าใจรูปแบบ หาจุดรวมของปัญหาทั้งการสร้างวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อต้องเผชิญปัญหาคณิตศาสตร์และพยายามทำความเข้าใจปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยหลักและวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าคำตอบหรือผลลัพธ์ และผู้วิจัยใช้แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Fraivillig (2001, p. 454) เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียนซึ่งมี 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ/ อำนวยความสะดวกโดยท้าทายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของเขาเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิด

ด้วยการพูด/ อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้
จึงเน้นที่การหาคำตอบหลายๆคำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่งๆ

2. **ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting)** หลังจากการล้วงความคิดและได้คำตอบ
หลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม/ สนับสนุนการคิดของนักเรียน
ทั้งคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้น
และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

3. **ขั้นขยายความคิด (Extending)** เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งทีคาดหวัง
สำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย/ ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิด
ของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนา ความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง การเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ในหัวข้อ
ที่ 2 สามารถสรุปความหมายและขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ได้ดังนี้ การสอนแนะให้รู้จักคิด
(CGI) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเอง
จากประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองและผู้อื่นจนได้ข้อสรุป โดยครูจะต้องประเมิน
กระบวนการคิดของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งมีการประเมินกระบวนการแก้ปัญหา
ในรูปแบบต่าง ๆ พร้อมกับเหตุผลที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน
ซึ่งปรากฏแล้วในหน้า 26 - 30 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 **ขั้นครูนำเสนอปัญหา (Poses the problems)** ขั้นแรกของกิจกรรมในชั้นเรียน
CGI นั้น ครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยาก
หรืออุปสรรคในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่งหรือใช้
วิธีการแนะแนวทางสำหรับการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพิ่มเติมในการเลือกปัญหาครูควรเลือกปัญหา
ที่น่าสนใจและควรเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหา
ที่ครูเลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นที่ 2 **ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems)** ในขั้นที่ 2 หลังจาก
ครูนำเสนอปัญหาแก่นักเรียนแล้ว ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาส
ให้นักเรียนแก้ปัญหาในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้
และช่วยแนะนำจนครุมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แล้ว

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหา ครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) ในขั้นที่ 3 หลังจากครูนำเสนอปัญหา และให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้วครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies) ในขั้นตอนสุดท้ายของชั้นเรียน CGI คือ การอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหานักเรียน ในขั้นนี้ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างโดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ในหัวข้อที่ 3 สามารถสรุปความหมายและขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ ดังนี้

การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งผู้ที่มีความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ซึ่งปรากฏแล้วในหน้า 38 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ/ อำนวยความสะดวกโดยท้าทายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของเขาเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด/ อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นที่การหาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ

2. ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) หลังจากการล้วงความคิดและได้คำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม/สนับสนุนการคิดของนักเรียน ทั้งคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

3. ขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งทีคาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) พบว่า การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองจากประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองและผู้อื่นจนได้ข้อสรุป โดยครูจะต้องประเมินกระบวนการคิดของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งมีการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ พร้อมกับเหตุผลที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ในส่วนของแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และสามารถแก้ปัญหาด้วยตัวเองได้ โดยที่ครูใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่น่าสนใจที่เกี่ยวข้องหรือเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันหรือเชื่อมโยงกับเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียนเป็นเครื่องมือให้นักเรียนสร้างความรู้

จากการศึกษารูปแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำแนวคิดรูปแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ของ Carpenter et al. (1999, pp. 60 - 85) และแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ (Fraivillig, 1999, p. 154) มาสังเคราะห์เป็นกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ดังภาพที่ 2 - 2

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) (Carpenter et al., 1999, pp. 60 - 85) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา (Poses the problems) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหา ครูควรมีการใช้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่งหรือใช้วิธีการแนะแนวทางสำหรับการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพิ่มเติม ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและควรเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems) เป็นขั้นที่ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาและช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาเหล่านั้น ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา ครูอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies) เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากให้นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (Fraivillig, 2001, pp. 454 - 459) ซึ่งมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. ขั้นสร้างความคิด (Eliciting) ครูเป็นผู้ชี้แนะ/อำนวยความสะดวกโดยทำท่ายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของเขาเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด/ อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นที่การเอาคำตอบหลายๆคำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่งๆ โดยใช้กลวิธี สันทนากับนักเรียน โดยกล่าวถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน
2. ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม/สนับสนุนการคิดของนักเรียน โดยใช้กลวิธี โดยให้ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และแบ่งให้นักเรียนฝึกคิดเป็นกลุ่มย่อย เพื่อร่วมมือกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหา
3. ขั้นขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย/ปรับเปลี่ยนปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ครูสร้างความคิดโดยการใช้คำถามกระตุ้นถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน ครูนำเสนอปัญหาสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแล้ว ครูสร้างความคิดด้วยการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา ร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา วางแผนหาคำตอบ เพื่อให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้จากคำถามที่ครูกระตุ้น พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ โดยให้ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิมหรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่างๆ ที่นักเรียนต้องการพร้อมให้คำแนะนำ และความช่วยเหลือแก่นักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา ครูสร้างความคิดโดยการสุ่มเลือกนักเรียนเพื่อนำเสนอความคิดและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้มาซึ่งคำตอบ ครูสนับสนุนความคิดเพิ่มเติมในรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้องเพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา ครูสนับสนุนความคิดและเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอธิบายวิธีการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง จากนั้นครูขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่หรือเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

ภาพที่ 2 - 2 กิจกรรมการเรียนรู้ โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

จากภาพที่ 2 - 2 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ครูล้วงความคิดโดยการสนทนากล่าวถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน ครูนำเสนอปัญหาสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแล้ว ครูล้วงความคิดด้วยการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา วางแผนหาคำตอบ เพื่อให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้จากคำถามที่ครูกระตุ้น พร้อมทั้งครูสนับสนุนความคิดเพื่อหาวิธีการที่ได้คำตอบ โดยให้ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้เดิมหรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และสนับสนุนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการพร้อมให้คำแนะนำและความช่วยเหลือแก่นักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา ครูล้วงความคิดโดยการสุ่มเลือกนักเรียนเพื่อนำเสนอความคิดและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้มาซึ่งคำตอบ ครูสนับสนุนความคิดเพิ่มเติมในรายละเอียดในบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้องเพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 อภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา ครูสนับสนุนความคิดและเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปรายโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอธิบายวิธีการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง จากนั้นครูขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข หรือเปลี่ยนปัญหาใหม่เพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่หรือเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นทักษะพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหาและกระบวนการ มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายคลึงกันไว้ดังนี้

Bruckner (1957, p. 301) กล่าวถึง ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อวานนี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้

Anderson and Pingry (1973, p. 288) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้ดั้นั้น ต้องมีวิธีการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผนและการตัดสินใจประกอบกันไป ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้

Adams (1977, p. 176) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง ปัญหาที่เป็นภาษา (Word problem) ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด (Verbal problem) ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่ แบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจทำเท่ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ในตัวปัญหานั้นจะไม่ระบุวิธีการหรือแนวทางการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องลงมือค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหาจึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 16) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้หาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลายอย่างมาประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา บางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบางคนแต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลอื่น

ยุพิน พิพิธกุล (2542, หน้า 5) กล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือเป็นปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

จากความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้ตอบ

ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์มาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ๆ

2. ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่มีความซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเองในการแก้ปัญหา มีนักการศึกษา หลายคนได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็น ที่คล้ายคลึงกัน ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่ต้องการการคิด สังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมา เพื่อหาทางออก ซึ่งเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้พื้นฐานหรือความรู้เดิม ทักษะและความเข้าใจ ในการแก้ปัญหา/ สถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย กระบวนการดังกล่าวเริ่มต้นด้วยการเผชิญปัญหา และหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์ในสิ่งที่เขาได้เรียนมาและนำไปประยุกต์ใช้ ในสถานการณ์ใหม่

Bell (1978, p. 310) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้หาคำตอบพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหา

Polya (1957, p. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาแนวทางที่จะหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา หรือสิ่งที่ยุ่งยากออกไป เป็นการหาวิธีการที่ต้องการความสำเร็จ ในการแก้ไขกับอุปสรรคที่ต้องเผชิญเพื่อที่จะให้ได้ข้อสรุปและคำตอบที่มีความชัดเจน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 18) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีอยู่ผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) การแก้ปัญหาเป็นการดำเนินการ โดยใช้กระบวนการ ที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็น ความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหาและกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์ และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิค ต่าง ๆ ประกอบ

จากความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังกล่าวมา สรุปได้ว่า การแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาคำตอบของปัญหา หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะ/ กระบวนการ ประสบการณ์เดิม และวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาช่วยในการกำหนดวิธีการในการค้นหาคำตอบ

3. ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้
Soden (1994, p. 27) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นทักษะการคิด เช่นเดียวกับการเรียนรู้ที่เป็นทักษะทางด้านความคิดด้วยเช่นกัน ผู้เรียนจะต้องรู้วิธีการที่จะกระทำกับข้อมูลใหม่ ๆ ที่ได้มาเพื่อแก้ปัญหา และบุคคลที่จะเป็นผู้เรียนรู้ได้ค่านั้น จะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดด้วย

OECD (2003; Steen, 2001 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 12) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

สศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 167) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากที่นักศึกษาค้นคว้าได้อธิบายเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการนำความรู้ กระบวนการแก้ปัญหา และประสบการณ์มาใช้ในการสร้างและประเมินคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีปัญหาที่หลากหลายรูปแบบตามเนื้อหาวิชา มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์แตกต่างกันไป ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

Polya (1957, pp. 154 - 156) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติก็ได้ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวนเป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ ซึ่งเงื่อนไขที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ในบางปัญหาอาจไม่ได้ระบุอย่างชัดเจน ในตัวปัญหาผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเองมากำหนดเงื่อนไขนี้ การแยกส่วนสำคัญของปัญหาออกเป็น 3 ส่วน ดังกล่าวนี้อาจช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหาประเภทนี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

Krulik and Reys (1980, p. 24) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่หาส่วนที่ขาดหายไป
5. ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์

Charles et al. (1987, pp. 11 - 13) กล่าวถึง ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ครูควรสอนให้กับนักเรียน ได้แก่

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาที่ให้ผู้แก้ปัญหาต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้แก้ปัญหาค้นตอนเดียว คือ การเลือกวิธีดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน ปัญหาประเภทนี้ต่างจากปัญหาค้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาค้นตอนเดียว คือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกดำเนินการได้ทันที แต่ต้องใช้กระบวนการต่างๆช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น การแบ่งปัญหาค้นออกเป็นปัญหาย่อย ๆ การเขียนแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาค้นประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาค้นได้หลายแบบ

4. ปัญหาการประยุกต์ บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาค้นที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่โจทย์กำหนดและไม่ได้กำหนดให้ การจัดกระทำกับข้อมูล เป็นปัญหาที่ จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Baroody (1993, p. 56) ได้แบ่ง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาและทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือ เรียนทั่วไป

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามองจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่เป็นปัญหากำหนดให้ มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

Reys and others (2004, p. 16) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเรื่องราวที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว

2. ปัญหาไม่ธรรมดาหรือปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามองจะต้องประมวลความรู้ความสามารถ และประสบการณ์หลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538, หน้า 53) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนักผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามองจะต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผล และแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

จากประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา สรุปได้ว่าประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับเป้าหมายและจุดประสงค์ของการนำไปใช้ โดยส่วนใหญ่แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ได้แก่ ปัญหาให้ค้นหาและปัญหาให้พิสูจน์
 2. พิจารณาจากความซับซ้อนของปัญหา ได้แก่ ปัญหาธรรมดาและปัญหาไม่ธรรมดา
- ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้ ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติก็ได้ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน เป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขที่เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

5. ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

ในการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียน นอกจากครูต้องทราบประเภทของคำถามที่ใช้ในการเรียนการสอนแล้ว ครูจำเป็นต้องทราบเกี่ยวกับลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี เพื่อจะได้นำไปเลือกใช้อย่างถูกต้องและเหมาะสม โดยมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ ดังนี้

Clyde (1967, p. 108) กล่าวถึง ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นต้น

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหา มีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วไป

Thiessen et al. (1989, p. 38) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็น ปัญหาที่ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ น่าสนใจ ให้ความบันเทิงและเป็นปัญหาที่หลากหลาย เช่น ปัญหาปริศนาหรือเกมต่าง ๆ

Krulik and Rudnick (1993, pp. 10 - 20) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็น ทักษะพื้นฐานของการศึกษาคณิตศาสตร์ จึงเป็นเหตุผลเบื้องต้นที่ต้องบรรจุไว้ในหลักสูตร วิชาคณิตศาสตร์ การที่จะสอนทักษะดังกล่าวให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ครูจึงต้องมีความรู้เกี่ยวกับ ลักษณะของปัญหาที่ดีเสียก่อนเพราะการสอนการแก้ปัญหาต้องอาศัยปัญหาที่ดี ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียน และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักเรียน
2. ต้องใช้ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการสังเกต
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์กัน
4. เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในทศน์ทางคณิตศาสตร์และการนำทักษะ

ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

5. เป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการทางคณิตศาสตร์และการสรุปนัยทั่วไปทางคณิตศาสตร์
6. มีวิธีการหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี และมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2538, หน้า 90) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าสิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่ง ในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหา ที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ และกล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ทำทลายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไป อาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ทำทาย แต่ถ้ายากเกินไป นักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็น สถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน
 4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

กรมวิชาการ (2544, หน้า 18) ระบุถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง เข้าใจง่าย
 2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด และท้าทายความสามารถของนักเรียน

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับวัยของนักเรียน

5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไตอะแกรม หรือแผนภูมิ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, หน้า 79) ระบุไว้ โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้

3. ข้อมูลมีความทันสมัย และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

จากลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ปัญหาที่ดีนั้นควรมีลักษณะเป็นปัญหาที่ท้าทาย ได้รับความสนใจต่อนักเรียน ใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายเหมาะสมกับวัยและความรู้พื้นฐานของนักเรียน มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ นำไปสู่ความเข้าใจ และการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

6. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น ผู้แก้ปัญหามust ใช้กระบวนการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1957, pp. 5 - 40) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจ คำ ประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษา หรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณา โดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิด ผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ/ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้ จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้เป็นขั้นที่ ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ ตามวิธีการทางคณิตศาสตร์
4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบ ความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

Helton (1958, p. 203) กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. อ่าน โจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการอะไร และต้องให้หาตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียว หรือมากกว่านั้น
2. กำหนดสัญลักษณ์แทนตัวไม่ทราบค่า
3. หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับโจทย์
4. เขียนสมการ
5. แก้สมการ
6. สรุปคำตอบและให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย บอกคุณภาพ
7. ตรวจสอบคำตอบ

Krulik (1977, pp. 650 - 651) ได้สรุปกระบวนการในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้ได้ผลดีควรเป็นไปตามขั้นตอน ดังนี้

1. อ่านและทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเขียนรูปหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอก และข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบ ด้วยการคิดย้อนกลับว่าเราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลาย ๆ ข้อ เพื่อหาทางทดสอบสมมติฐานนั้น ๆ

3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. ตรวจสอบผลลัพธ์

Krulik and Reys (1980, pp. 280 - 281) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และโจทย์ถามหาอะไร
2. วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่

Bell (1981, pp. 308 - 323) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. เสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาอีกครั้งในรูปแบบที่แสดงการแก้ปัญหา
3. ตั้งสมมติฐาน และเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่เป็นไปได้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 5 - 6) เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบข้อเท็จจริง และการประเมินผล การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา
2. ขั้นสำรวจและวางแผน เป็นการวางแผนเพื่อหาคำตอบ โดยการจัดลำดับข้อมูลข่าวสาร พิจารณาถึงความเพียงพอของข้อมูล จัดข้อมูลในรูปตาราง การสร้างข้อสรุป สร้างรูปแบบ
3. ขั้นคัดเลือกยุทธวิธี เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน โดยการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา
4. ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ เพื่อหาคำตอบ เช่น ใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณ
5. ขั้นการสะท้อนและการขยายผล โดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ได้ ตอบคำถามของโจทย์ครบถ้วนหรือไม่ และคำตอบที่ได้อธิบายเหตุผลอย่างเพียงพอหรือไม่

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547, หน้า 17) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหานั้น ๆ โดยพิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการเพื่อหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ซึ่งอาจจะต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

สสวท. (2555 ก, หน้า 103) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ 1) ปัญหาถามว่าอย่างไร 2) ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และ 3) มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาในการทดลอง ขั้นตอนนี้ก็จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วยการสร้างข้อความคาดการณ์ การออกแบบการทดลองเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหามาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยนักเรียนจะต้องมองย้อนกลับไปที่กระบวนการทำงานเพื่อตรวจสอบว่ามีข้อบกพร่องในส่วนใด เช่น ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่ถูกต้องหรือมีการคำนวณผิดพลาด

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหา ทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลของการแก้ปัญหา การตัดสินใจและการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับ

ไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีแก้ปัญหาแบบอื่นหรือไม่เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไป

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีลักษณะและขั้นตอนใกล้เคียงกัน ซึ่งนักวิชาการแต่ละท่านได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกไป หากพิจารณาโดยรวม กระบวนการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์นั้น จะประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya (1957, pp. 5 - 40) ซึ่งมีความสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพราะเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการใช้กระบวนการแก้ปัญหา และขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาที่มีความสอดคล้องกับขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้คิด และผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการแก้ปัญหของ Polya (1957, pp. 5 - 40) มาปรับปรุงให้เข้ากับเนื้อหาที่ใช้สอน คือ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น โดยปรับปรุงในขั้นตอนที่ 4 คือ ขั้นตอนตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ซึ่งปรับปรุงเป็นการสรุปผล ซึ่งให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่สอน เพราะธรรมชาติของเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น นั้นส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจสอบผลหรือมองย้อนกลับได้ ซึ่งสามารถสรุปได้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ต้องวิเคราะห์โจทย์ว่าประเด็นปัญหาอยู่ตรงไหน โจทย์กำหนดอะไรมาให้และ โจทย์ถามหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่จะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมามากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์
4. ขั้นสรุปผล เป็นขั้นสรุปคำตอบต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ
7. **ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**
 สิ่งที่มีความสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัจจัยที่จะทำให้การแก้ปัญหามีประสพผลสำเร็จ ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Clyde (1967, p. 112) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์และความสามารถในการอ่านของนักเรียน

Henny (1971, pp. 223 - 224) ได้ศึกษา ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการปัญหา คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

NCTM (1991, p. 57) ระบุถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟังนักเรียน ต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์นิยาม มโนคติและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าควรจะทำอะไร และอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึก การนำมาเชื่อมโยง กับปัญหาที่เผชิญอยู่
2. ทักษะในการแก้ปัญหานั้น เมื่อนักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาย่อยๆ ย่อมมีโอกาสที่จะพบ ปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึง หรือแตกต่างกัน การเผชิญกับ ปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการส่งเสริมประสบการณ์ในการแก้ปัญห ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม
3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล เมื่อทำความเข้าใจ กับปัญหา และวางแผนการปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติตาม แผนที่ตั้งไว้ ซึ่งบางปัญหา ต้องใช้การคิดคำนวณ บางปัญหาต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล นักเรียนต้องมีความเข้าใจ ในกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในระดับของตน
4. แรงจูงใจ ในการแก้ปัญหานั้นนักเรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่หรือที่ไม่เคยพบเจอมาก่อน ปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะหาคำตอบให้ได้ จึงจำเป็นที่นักเรียนต้องมีแรงจูงใจที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงจูงใจนี้มาจากความสนใจ เจตคติ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งแรงจูงใจนี้ นักเรียน ต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน

5. ความยืดหยุ่น การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี นักเรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบ การแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการแก้ปัญหา โดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมี ความรู้พื้นฐานที่เพียงพอ สามารถนำมาใช้ได้เหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหาระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาดี จะมีความสามารถในการแก้ปัญหา ได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

7. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ให้โอกาสแสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่า นักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงแบบปล่อยปละละเลย หรือเข้มงวดเกินไป

8. วิธีสอนของครู การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับการคิดของนักเรียน ย่อมส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่า แบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ครูแต่เพียงฝ่ายเดียว นอกจากนี้การจัดสภาพแวดล้อม ก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของนักเรียน เช่นกัน

Cruikshank and Sheffield (2000, p. 40) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์
3. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของตนเอง
4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
5. ความสามารถทางสมองของนักเรียน

กรมวิชาการ (2544, หน้า 106 - 107) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง
4. การเริ่มต้นแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน
5. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ

6. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาดังต่าง ๆ

7. ประสิทธิภาพในการแก้ปัญหานักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากหลาย ซึ่งคล้ายกับการที่จะเป็นนักศิลปะที่เก่งนักเรียนกอล์ฟฝีมือเยี่ยมก็ต้องฝึกฝนฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ

จากที่กล่าวมา สรุปปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน
2. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล
3. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
4. วิธีสอนของครู

8. แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหานั้นในห้องเรียน โดยทั่วไปมักเริ่มต้นที่ปัญหาที่กำหนดให้และดำเนินการแก้ปัญหานั้น ๆ นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Bitter (1990, pp. 43 - 44) เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหาซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน
3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งไม่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาและต้องใช้ข้อมูลอื่นใดบ้างในการแก้ปัญหานั้น ๆ
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหามีอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหาข้อนั้นใหม่ และหากจำเป็นจริง ๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหามาก ๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาคำซ้ำซากและไม่ทำลายความสามารถ
6. ควรให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาย่อย ๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหามาก ๆ ข้อ โดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อเป็นการฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหามาก ๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะใช้แก้ปัญหานั้นได้

8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในข้อนั้น ๆ
9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่
10. ควรใช้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหาและวิธีการ

ดำเนินการแก้ปัญหา

11. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบ และทดสอบคำตอบเพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991, p. 57) เสนอแนวทางการจัดสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกรักของนักเรียน

2. ใช้เวลาสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมการทำงานเป็นรายบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา
5. ให้นักเรียนให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2536, หน้า 165 - 167) ได้กล่าวถึง หน้าที่ของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ซึ่งเป็น โจทย์ปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้

2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา
3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิด

รวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ

4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับ ทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ
7. แนะนำให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาโดยการวาดรูปหรือแผนภาพ
8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับ โจทย์

ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีของตนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538, หน้า 6 - 66) ได้เสนอวิธีการสอนของครูโดยพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ โพลยา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจมีการฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของ โจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้มีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่า ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้การกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ หาคำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ ๆ เพราะจะทำให้สามารถจัดหาปัญหาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ

2.4 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา แต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผนควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหาที่นั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดง การแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา ด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 64) กล่าวว่าไว้โดยสรุปได้ว่า เป้าหมายของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหาวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินแก้ปัญหา และตรวจสอบผลโดยฝึกตามขั้นตอน ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างละเอียด แล้วทำความเข้าใจ จำแนกสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็น ส่วน ๆ โดยมุ่งให้นักเรียนสามารถตอบคำถาม ต่อไปนี้ โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ต่อไปจึงให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจเอาเอง

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงหรือมองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ให้นักเรียนบอกความหมายอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล และแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพ ตาราง หรือเทคนิคอื่น ๆ เพื่อสร้างความกระฉับกระเฉง และเห็นเป็นรูปธรรม แล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหา ให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์ หากเข้าใจโจทย์ปัญหาดีแล้ว

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ฝึกให้นักเรียนรู้จักประมาณคำตอบ โดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล ฝึกให้นักเรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับคำตอบที่ประมาณในใจ ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางที่ควรนำมาจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ปัญหาที่ครูนำมาใช้ในชั้นเรียน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น การรอและให้เวลานักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู ซึ่งล้วนมีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

9. การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนจะสามารถทราบว่ามีนักเรียนมีความสามารถ และประสบความสำเร็จมากน้อยเพียงใด จำเป็นต้องอาศัยการวัดและประเมินผลเป็นเครื่องมือบ่งชี้ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จาก สสวท. (2555 ข, หน้า 30 - 83) สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น จะต้องครอบคลุมพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น

- ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

- สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้
- ดำเนินการวางแผน และลงมือแก้ปัญหา
- ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ
- ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา
- ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา
- ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 100 - 101) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ควรทำการประเมินอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง วิธีการประเมินอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหาของนักเรียน เป็นรายบุคคลเป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ยังสามารถใช้วิธีการอื่นได้อีก เช่น การฟังนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกันเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา

การวิเคราะห์จากแบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการ
แก้ปัญหาของผู้เรียน การบ้านอนุทิน แบบประเมินการแก้ปัญหา เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ คือ การประเมิน โดยดูจากพฤติกรรมการแสดงออกของผู้เรียนในขั้นตอนของ
การแก้ปัญหา ซึ่งการประเมินนั้นควรเป็นระบบและต่อเนื่อง โดยการให้เด็กทำแบบทดสอบ
ที่หลากหลาย เพื่อสามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิด และทำให้ทราบว่านักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้
เพราะเหตุใด โดยการทำแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำและควรมีลักษณะเป็นปัญหาในสถานการณ์
ชีวิตประจำวัน การสังเกต การถามคำถาม และใช้การประเมินตนเอง ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้
เลือกใช้ข้อสอบแบบอัตนัย เพราะ เป็นข้อสอบแบบเขียนอธิบาย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดง
วิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนคำตอบ นักเรียนอาจใช้วิธีการที่หลากหลาย หรือเลือกใช้
วิธีใดวิธีหนึ่ง หรือหลายวิธีประกอบกันในการแก้ปัญหา เป็นข้อสอบที่วัดผลและประเมินผลได้
ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์ วิธีการคิด และการวางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ตลอดจนการใช้ทักษะ
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้การวัดผลประเมินผลด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียน
อธิบายสามารถตรวจให้คะแนนอย่างเป็นปรนัยได้โดยการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่มี
ความชัดเจนและครอบคลุมประเด็นต่าง ๆ อย่างครบถ้วน (สสวท., 2555 ข, หน้า 55) ซึ่งเกณฑ์
ที่นิยมใช้ในการประเมินการเรียนการสอนคือ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ผู้วิจัยนำเสนอ ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรให้คะแนนตาม
ความสามารถของนักเรียนในทุกขั้นตอน ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหามีจำเป็นต้องให้นักเรียน
แสดงขั้นตอนของการคิดคำนวณ ดังนั้นการให้คะแนนตามความสามารถจึงต้องให้คะแนน
ในทุกขั้นตอน เนื่องจากการที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แม้จะได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง นักเรียน
ก็ควรได้คะแนนตามความถูกต้องลดหลั่นกันตามความเหมาะสม ในการประเมินความสามารถ
ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นต้องอาศัยเกณฑ์เป็นตัวจำแนกผลการประเมิน เกณฑ์การประเมิน
ที่นิยมใช้สำหรับการประเมินการเรียนการสอนคือ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ซึ่งนำเสนอ ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน
สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงาน ได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตรา
ของครู โดยเกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำใ้บรรลุ
จุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้นๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริคก็คือ
การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ เพราะเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์
และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่น ได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม นับเป็นเกณฑ์

การให้คะแนนที่ง่ายต่อการใช้และอธิบายแก่ผู้อื่นให้เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง (Goodrich, 1997, pp. 14 - 17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 184)

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกไว้ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 184-185) ได้ให้ความหมายของรูบริกไว้ว่า รูบริกคือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนจากระดับที่ยอดเยียมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา ซึ่งครูสามารถออกแบบให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเองได้ โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบและวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

สสวท. (2555 ก, หน้า 168 - 170) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้านๆ และอาจสรุปผลรวมคะแนนทุกด้านได้ด้วย

ในการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักจะนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้านแล้วนำผลของการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

ก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) การให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการให้คะแนนแบบรูปรีคที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้างๆ และอาจมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้กับวิธีการประเมินอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้คะแนนแบบรูปรีคมี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการกำหนดระดับคะแนนในภาพรวม ซึ่งจะบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่แยกเป็นด้าน ๆ

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน โดยพิจารณาตามส่วนต่างๆของสิ่งที่ต้องการประเมิน ซึ่งในแต่ละส่วนต้องบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมตามหัวข้อขององค์ประกอบนั้น ๆ ให้ชัดเจนด้วย

2. เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Charle et al. (1987) ได้แบ่งสัดส่วนของการให้คะแนนออกเป็น 3 ส่วน คือ ความเข้าใจในการแก้ปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งสามารถวิเคราะห์สัดส่วน และสร้างเป็นเกณฑ์การให้คะแนนได้ดังนี้

ตารางที่ 2 - 4 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Charles

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนนที่ได้
ความเข้าใจ ในการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไรเลย	0
	แปลความหมายผิดทั้งหมด	1
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนมาก	2
	แปลความหมายผิดเป็นส่วนน้อย	3
	แปลความหมายได้ถูกต้องสมบูรณ์	4
วิธีการแก้ปัญหา	ไม่แสดงอะไรเลย	0
	วางแผนการทำงานไม่ถูกต้อง	1
	แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนน้อย	2
	แก้ปัญหาถูกต้องเป็นส่วนใหญ่	3
	วางแผนเหมาะสมมีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง	4
ผลลัพธ์ที่ได้	ไม่แสดงอะไร	0
	เขียนผิด คำนวณผิด	1
	คำตอบถูกต้อง	2

Reys et al. (1992, p. 313) ได้กำหนด Rubric ของความสามารถในการแก้ปัญหา โดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0 - 2 คะแนน ตามรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 2 - 5 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบของ Reys

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนน ที่ได้
ความเข้าใจ ในปัญหา	- ไม่เข้าใจในปัญหาเลย	0
	- เข้าใจในปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน	1
	- เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์	2

ตารางที่ 2 - 5 (ต่อ)

ส่วนที่พิจารณา	พฤติกรรมที่แสดง	คะแนน ที่ได้
การวาง แก้ปัญหา	- ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด	0
	- วางแผนถูกต้องบางส่วน	1
	- วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	2
คำตอบ	- ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนใดที่วางแผนไม่เหมาะสม	0
	- คัดลอกผิดพลาด จำนวนผิด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหา ที่มีหลายคำตอบ	1
	- ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูกต้อง	2

กรมวิชาการ (2544, หน้า 113 - 120) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถ
ในการแก้ปัญหาแบบวิเคราะห์ ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา
2. คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาถูกต้อง
 - 1 คะแนน สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง
 - 0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย
2. การเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา
 - 2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยชน์สัญลักษณ์
ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
 - 1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยชน์สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
ไม่ถูกต้อง
 - 0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา
 - 2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
 - 1 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
 - 0 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การตอบ

2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน สำหรับการตอบที่มาสมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด

0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218 - 220) ได้เสนอ ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้าน
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. การทำความเข้าใจปัญหา
2. การวางแผนในการแก้ปัญหา
3. การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้

ตารางที่ 2 - 6 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218 - 220)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	4	สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาในแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหา
	0	สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาผิด
การวางแผนในการแก้ปัญหา	4	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
	2	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหบางส่วนได้ถูกต้อง
	0	สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาหรือวางแผนไม่เหมาะสม
การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้	3	สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับการดำเนินการตามแผนถูกต้องแต่คำตอบผิด
	1	สำหรับการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิด
	0	ไม่ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลอกโจทย์มาคิดผิดหรือมีบางส่วนของคำตอบถูก)

สสวท. (2546, หน้า 104 - 105) ได้นำเสนอ ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบบริบท
แบบวิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2 - 7

ตารางที่ 2 - 7 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาได้น้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีแก้ปัญหาได้ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบ ที่ถูกต้องแต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง เป็นบางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

สสวท. (2546, หน้า 123) ได้นำเสนอ ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2 - 8

ตารางที่ 2 - 8 เกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ระดับคุณภาพ	ความสามารถในการแก้ปัญหา
4 (ดีมาก)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 (ดี)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จแต่นำอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 (พอใช้)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จแต่นำอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้บางส่วน
1 (ต้องปรับปรุง)	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วนเริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุดอธิบายต่อไม่ได้แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 (ไม่พยายาม)	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

จากการศึกษาเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูควรกำหนดรายการในการประเมินและกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีความเหมาะสม รวมทั้งมีหลักฐานให้นักเรียนได้แสดง ความสามารถในการแก้ปัญหา เพื่อสามารถตรวจสอบวิธีการและคำตอบได้ รวมทั้งสามารถปรับปรุง แก้ไขเพิ่มเติมได้

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนแบบต่างๆ หลายแบบ ผู้วิจัยเลือกเกณฑ์แบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) มาใช้เป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เนื่องจากต้องการความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละชั้นตอนว่ามีคุณภาพอย่างไร ซึ่งปรับมาจากเกณฑ์ของกรมวิชาการ (2544, หน้า 113 - 120) และสสวท. (2546, หน้า 104 - 105) ดังตารางที่ 2 - 9

ตารางที่ 2 - 9 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
แบบแยกองค์ประกอบของผู้วิจัย

รายการประเมิน	ระดับ คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. การทำความเข้าใจ ปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
2. การวางแผน แก้ปัญหา	2	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง
	1	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
3. การดำเนินการ แก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้ถูกต้อง
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ไม่ดำเนินการแก้ปัญหตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้/ ไม่มีร่องรอยในการแก้ปัญหา
4. การสรุปผล	1	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	- สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการสรุปคำตอบ

ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงเป็นทักษะกระบวนการที่มีกำหนดไว้ในสาระที่ 6 ของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 200 - 205) ซึ่งนักเรียนควรจะได้เรียนรู้ฝึกทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนเพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง และยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้

1. ความหมายและประเภทของเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

Dossey et al. (2002, pp. 81 - 83 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 193 - 194) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นได้ ในขณะที่เรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้อีกส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้ การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น นอกจากการใช้เครื่องมืออื่น ๆ ช่วยในการแก้ปัญหาหรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงเพื่อให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ และจัดการเรียนการสอนตามลำดับเนื้อหาที่เรียนก่อนจะสามารถเป็นพื้นฐานความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในระดับต่อไปการแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์

สสวท. (2551, หน้า 192) ได้เสนอถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น โดยการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ อาจจำแนกตามลักษณะการเชื่อมโยงได้เป็น 2 แบบ ดังนี้

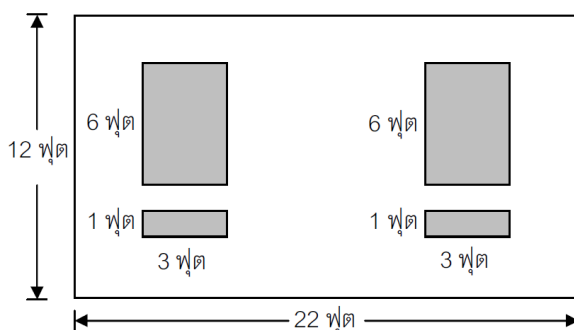
1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ/กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกะทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับนักเรียนมากยิ่งขึ้น

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การนำความรู้และทักษะ/กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้

ศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ พันธุกรรมศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

Dossey et al. (2002, pp. 81 - 83) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นได้ในขณะเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้อีกส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว โดยที่นักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงได้อย่างหลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่าการเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น นอกจากการใช้เครื่องมืออื่น ๆ ช่วยในการแก้ปัญหาหรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงเพื่อให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการแล้ว ยังมีการแยกคณิตศาสตร์ออกเป็นวิชาย่อย ๆ เช่น เรียนเนื้อหาท่อนพีชคณิตแล้วเรียนพีชคณิตและเรขาคณิตต่อมาตามลำดับ ทำให้นักเรียนรู้สึกว่แต่ละวิชาไม่สัมพันธ์กัน ทั้ง ๆ ที่วิชาที่เรียนก่อนจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในระดับต่อไป การแยกเนื้อหาออกจากกัน ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนมีพื้นฐานที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับเป็นตัวอย่างที่ดีของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงหลายเนื้อหาเข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงเป็นสิ่งสำคัญในการคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลขโดดถึง 3 ตัว เช่น 8×172 ทำให้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$ นอกจากนี้สมบัติการแจกแจงยังช่วยนักเรียนในการหาพื้นที่แรงแง ดังภาพที่ 2 - 3 ซึ่งสมบัติการแจกแจงไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบ และแทนค่าในประโยคพีชคณิตเท่านั้น แต่ยังสามารถนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูง ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



พื้นที่คือ $(22)(12) - 2[(3)(6) + (3)(1)]$

ภาพที่ 2 - 3 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรงแง

นักเรียนต้องรู้จักและเริ่มการสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน สามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสองเพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับนักเรียนโดยการให้งานที่ครูออกแบบขึ้นงานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนัชชี (Fibonacci sequence) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อสำรวจต่อไปนำไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนทอง สี่เหลี่ยมมุมฉากทอง และประยุกต์เข้ากับงานศิลปะโลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

Kennedy and Tipps (1994, pp. 194 - 198) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผังสัญลักษณ์ และภาษารูปแบบการแสดงมโนทัศน์และความเข้าใจเนื้อหาต่าง ๆ ให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความเป็นจริง การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอน ควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรม แล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ กราฟ และสัญลักษณ์ต่างๆ ตัวอย่างเช่น ในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “ลูกกอล์ฟ” กับเศษส่วน นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันด้วยปัญหา “ลูกกอล์ฟ” การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ กับชีวิตจริงเกิดได้อย่างมากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานกิจกรรมเกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่างๆ บางทีอาจเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนและสามารถทำเป็นโครงการรายบุคคลหรือกลุ่มเล็กๆ หรือบางทีจะทำในช่วงเวลาที่เหมาะสม ตัวอย่างต่อไปนี้ แสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่างๆ และสังครรอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ทำร่วมกันทั้งชั้นรายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

1.1 การโคจรของดวงจันทร์

1.2 การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และความดันอากาศ

1.3 การส่งมนุษย์ไปยังดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์

1.4 การกำหนดมาตราส่วน

1.5 การสร้างระบบโซลาร์เซลล์

2. คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา

2.1 นาฬิกาและนาฬิกาทราย

2.2 การสร้างพีระมิดในประเทศอียิปต์

2.3 การออกแบบพรมและตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตรและทรงลูกบาศก์

ของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐอเมริกา

2.4 การเปรียบเทียบภูมิประเทศ ตำแหน่งที่ราบสูง ที่ราบต่ำ ภูมิประเทศที่สูงที่สุด และที่ลึกที่สุดใต้ทะเล

3. คณิตศาสตร์และสุขภาพ

3.1 การเรียนรู้เกี่ยวกับระดับโคเลสเตอรอลเพื่อสุขภาพ

3.2 การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปตารางและกราฟ

3.3 การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์

การวัดระดับคอเลสเตอรอล

4. คณิตศาสตร์และศิลปะ

4.1 การวัดรอบขอบกระดาษเพื่อตัดขอบผนัง

4.2 การกำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉาก

4.3 การวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ

4.4 การอ่านและทำตามคำแนะนำจากการประดิษฐ์ Origami ของชาวญี่ปุ่น

5. คณิตศาสตร์และการอ่านและศิลปะทางภาษา

5.1 การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ

5.2 อ่านรายงานการวิจัยและงานเขียนทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง

5.3 เลขวิทยา (Numerology) และตัวเลขที่งดงาม

5.4 การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทางโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ Wheel of Fortune)

6. คณิตศาสตร์และการศึกษาทางกายภาพ

6.1 นับจำนวนไม้เลื้อยที่ขึ้นตามเชือก

6.2 แบบแผนพื้นที่ในการเล่น

6.3 การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่ในการเล่น การจับเวลาในการแข่งขัน

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลาย ๆ ด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือสถานีรถไฟ และสนามบิน ล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่กำลังมีปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงาน ได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตในปัจจุบัน ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน

NCTM (1991, p. 102) ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงว่า การเชื่อมโยงคือการผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งจะมีการเชื่อมโยงที่สำคัญ 2 ชนิด คือ

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กัน ทำให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขา ขึ้นไป ภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคมศาสตร์ กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้หรือความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547, หน้า 50 - 51) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นไปได้หลายรูปแบบดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับการสร้างสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ต้องเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ใน 2 ประเด็น คือ รูปสามเหลี่ยมเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ ความกว้างคูณความยาวดังนั้น สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมคือ $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$

2. การเชื่อมโยงระหว่างเรื่องต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ เช่น การลบเป็นการดำเนินการตรงข้ามของการบวก การคูณเป็นการบวกซ้ำ ๆ การคูณและการหารเป็นการดำเนินการตรงกันข้าม ร้อยละสัมพันธ์กับเศษส่วน การวัดสัมพันธ์กับเรขาคณิต

3. การเชื่อมโยงแบบจำลองหลาย ๆ แบบสู่ความคิดรวบยอดเดียวกัน เช่น การให้นักเรียนสร้างหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐานตามความต้องการของตนเองก็จะได้หน่วยที่

ไม่เป็นมาตรฐานหลายๆ ลักษณะ แต่ทุกหน่วยนำไปสู่ความคิดรวบยอดเดียวกันว่าเป็นหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐาน

4. การเชื่อมโยงความคิดรวบยอดไปสู่วิธีคิดคำนวณ เช่น ในการเรียนรู้เรื่องหน่วยการวัดเด็กต้องเกิดความคิดรวบยอดว่าจำนวนต่าง ๆ จะมาบวกกลับกันได้ต้องมีหน่วยการวัดเดียวกัน ดังนั้น ถ้าหากจำนวนเหล่านั้นมีหน่วยต่างกันจึงต้องมีการเปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกันก่อน

5. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการกำหนดเป็นหน่วยการเรียนรู้เป็นวิถีทางหนึ่งที่สนับสนุนส่งเสริมการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน การกำหนดหน่วยการเรียนรู้เปิดโอกาสให้เด็กได้ศึกษา สำรวจ สืบค้น เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ที่ตนสนใจ ได้มีโอกาสแสดงความคิดริเริ่ม ได้สร้างสรรค์สิ่งต่าง ๆ ในขณะเดียวกันยังคงเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย หน่วยการเรียนรู้อาจเป็นหน่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เอง หรือเป็นหน่วยการเรียนรู้กลางที่คณิตศาสตร์เรียนรู้ร่วมกับวิชาอื่น ๆ ก็ได้

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 60 - 63) ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมให้นักเรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาสาระองค์ความรู้ หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องเส้นจำนวน ระบบพิกัดฉาก คู่ลำดับ กราฟ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

2. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่น การเชื่อมโยงความรู้เรื่องสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ กับนาโนเทคโนโลยี และการแบ่งตัวของแบคทีเรีย

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงความรู้หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสอธิบายว่าการเดินทางลัดเป็นการเดินทางในระยะที่สั้นกว่าการเดินทางปกติ

จากความหมายของการเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หมายถึงความสามารถในการผสมผสานนำความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรืออธิบายข้อสรุปการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นประเภท ได้แก่

- 1) การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ 2) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ
- 3) การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

2. ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้มีผู้กล่าวไว้ดังนี้ กรมวิชาการ (2545, หน้า 203) ระบุว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คือ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องเซตในการให้คำจำกัดความบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามลำดับในรูปของฟังก์ชัน นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก่อสัจความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 60 - 63) กล่าวถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นความสามารถดังต่อไปนี้

- เชื่อมโยงและสัมพันธ์ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ
- ใช้คณิตศาสตร์ในสาขาวิชาอื่น เช่น ศิลปะ ดนตรี จิตวิทยา วิทยาศาสตร์ ธุรกิจ และในชีวิตประจำวัน
- เชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาหรือหัวข้อคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย รวมถึงการใช้งานของเนื้อหาหรือหัวข้อเหล่านั้น และมองเห็นคณิตศาสตร์เป็นภาพรวมของการบูรณาการ
- วิเคราะห์ปัญหาและอธิบายผลโดยใช้กราฟ ตัวเลข วัตถุ ภาษา แบบจำลอง และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์อื่น และความคิดในศาสตร์อื่น
- เชื่อมโยงวิธีการที่แตกต่างกันที่ใช้ในการแสดงมโนทัศน์เดียวกัน และที่ใช้ในการนำเสนออย่างเดียวกัน
- เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสังคมและวัฒนธรรมของตนเอง
- ใช้และเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ และระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

จากการศึกษาความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า

ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เป็นความสามารถในการนำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ หรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำแนวคิดเรื่องการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มาใช้ คือ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือกับชีวิตจริง เนื่องจาก เนื้อหา เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น เป็นเนื้อหาที่มีโจทย์เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง และใช้เนื้อหา คณิตศาสตร์เรื่องอื่นมาช่วยในการแก้ปัญหาทำให้สามารถกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้จริง

3. แนวทางพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญ สำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง สำหรับแนวทาง พัฒนาการความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้มีผู้กล่าวไว้ดังนี้

NCTM (2000, pp. 247 - 277) กล่าวถึง การพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ว่า นักเรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทั้งใน โรงเรียน และในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องค้นคว้าร่วมมือกับครูในวิชาอื่น เพื่อสำรวจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน การรวม คณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งให้สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมาย ที่สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้เข้าใจ มันได้ ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา การอภิปราย และแบบจำลองข้อเท็จจริง ในโลก และการสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอ ปัญหาช่วยให้มองเห็นสิ่งต่าง ๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้น ทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและหาคำตอบได้ ถ้านักเรียนเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนปรับเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบ ที่หลากหลายขึ้น และตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่แตกต่างกัน

การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างได้หลายแนวทางเมื่อนักเรียน ศึกษาหัวข้อหนึ่งสามารถนำไปประยุกต์ในหัวข้ออื่นได้ โดยการเชื่อมโยงปรากฏออกมาขณะ นักเรียนทำคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

- ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่สามารถช่วยให้เข้าใจในการดำเนินการของเศษส่วน การนำเสนอ ข้อมูล การแก้ปัญหาสัดส่วน การหาตัวประกอบ และความน่าจะเป็น
- บทเรียนเรื่องการวัดต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างสูตรและแก้ปัญหา โดยใช้แนวคิด ทางเรขาคณิต การวัด และพีชคณิต

นักเรียนจะได้แนวคิดใหม่ ๆ กระบวนการ และทักษะจากการแก้ปัญหา แล้วสามารถรวบรวมแนวคิดและความคิดรวบยอดเพื่อส่งเสริมความเชื่อมั่นของนักเรียนในความคิดของเขาเอง เนื้อหาส่งเสริมทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการเชื่อมโยง แต่ครูจะต้องหาโอกาสในการช่วยเหลือนักเรียนให้สร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องเป็นปัญหาที่เน้นให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เอาใจใส่ต่อการตระหนักรู้ และการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อจะค่อยๆ ซึมซาบเข้าไปในตัวนักเรียน ซึ่งคาดหมายว่าแนวคิดที่พวกเขาจะได้เรียนรู้ เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาและค้นคว้า โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ

กรมวิชาการ (2545) ระบุว่า องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผลในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้นครูอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 101 - 102) กล่าวถึง การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงอาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันและระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกันดังตัวอย่างของกิจกรรมเพื่อฝึกการเชื่อมโยงต่อไปนี้

ในหมู่บ้านของท่านมีการประชุมเพื่อแสดงความคิดเห็นว่าควรจะเสนอทางราชการให้จัดตั้งจุดตรวจในหมู่บ้านหรือไม่ ในการประชุมมีบางกลุ่มที่เชื่อว่า การมีจุดตรวจของตำรวจ

อยู่ใกล้หมู่บ้านจะช่วยลดปัญหาอาชญากรรม ในขณะที่บางกลุ่มเชื่อว่าความใกล้/ไกล จากจุดตรวจไม่ใช่ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อการเกิดอาชญากรรม ที่ประชุมจึงได้ขอข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมในปีที่ผ่านมาจากสถานีตำรวจท้องที่ โดยได้ข้อมูล ดังตารางที่ 2 – 10

ตารางที่ 2 - 10 ความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรม

จำนวนกิโลเมตรที่จุดเกิดเหตุห่างจากจุดตรวจ	จำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตร
1 - 5	13
6 - 10	14
มากกว่า 10	16

1. ไกลจากจุดตรวจ กับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตรอย่างไร เพราะเหตุใด
 2. มีบางคนในที่ประชุมพยายามใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้เพื่อให้ข้อสรุปเชื่อถือได้มากขึ้น ท่านจะช่วยคนเหล่านั้นได้อย่างไร
- การทำกิจกรรมในลักษณะนี้ ช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับปัญหาในชีวิตประจำวันและเชื่อมโยงระหว่างความรู้คณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพื่อจะตัดสินใจแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม การเชื่อมโยงในปัญหานี้ นักเรียนจะต้องคิดว่าจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์อะไรที่ตนมีอยู่ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูล เนื่องจากข้อมูลในตัวอย่างนี้แตกต่างจากข้อมูลประเภทเดียวกันที่เคยพบในหนังสือเรียนหรือที่ครูสมมติขึ้น นักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ เพื่อจะได้อธิบายข้อมูลอย่างเป็นเหตุเป็นผล และได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ
- จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้ว่าแนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้น ครูอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ให้นักเรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้นเพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

ครูอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อครูและนักเรียนให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุป

4. การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Cooney (1999, pp. 12 - 13 อ้างถึงใน พร่อมพรรณ อุคมสิน, 2544, หน้า 147 - 148)

กล่าวถึง การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ควรให้นักเรียนมีความสามารถ ดังนี้

1. สามารถเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ
2. สามารถเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง การมีความรู้และความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างซาบซึ้งนั้นต้องประกอบด้วย การมีความรู้

ในเนื้อหาและการนำความรู้ไปใช้ได้ ดังนั้นการบูรณาการแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ หรือระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 181) กล่าวถึง การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มี 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงหรือแสดงความสัมพันธ์กันของเนื้อหา สารระ องค์ความรู้ หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เป็นการแสดงความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ในเรื่องเดียวกันหรือเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน
3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งใกล้ตัวหรือสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คือ การมีความรู้ในเนื้อหาและการนำความรู้ไปใช้ในการบูรณาการแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ หรือระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2546, หน้า 75) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังตารางที่ 2 - 11

ตารางที่ 2 - 11 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ
(2546, หน้า 75)

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ สาระอื่น ๆ ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องและเหมาะสม
3 (ดี)	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ สาระอื่น ๆ ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาหรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 (พอใช้)	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 (ต้องปรับปรุง)	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่นใด

สสวท. (2555 ข, หน้า 93 - 94) ได้นำเสนอ ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยยกตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม ดังตารางที่ 2 - 12

ตารางที่ 2 - 12 เกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ข, หน้า 93 - 94)

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงได้อย่างเหมาะสม
2 (พอใช้)	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงได้ในบางส่วน
1 (ต้องปรับปรุง)	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงไม่เหมาะสม หรือไม่มีการเชื่อมโยงความรู้

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนแบบต่าง ๆ หลายแบบ ผู้วิจัยเลือกเกณฑ์แบบองค์รวม (Holistic scoring) มาใช้เป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เนื่องจากต้องการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งปรับมาจากเกณฑ์ของ กรมวิชาการ (2546, หน้า 75) และ สสวท. (2555 ข, หน้า 93 - 94) ดังตารางที่ 2 - 13

ตารางที่ 2 - 13 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
4	นำความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสมและนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง
3	นำความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสมแต่นำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง

ตารางที่ 2 - 13 (ต่อ)

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
2	นำความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้บางส่วนและนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง
1	นำความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้บางส่วนแต่นำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง
0	นำความรู้ หลักการ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ไม่เหมาะสมหรือไม่มีร่องรอยในการหาข้อสรุป

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัย ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรม การเรียนการสอน โดยการสอนแนะให้รู้คิดหรือแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอ ดังต่อไปนี้

1. งานวิจัยต่างประเทศ

Battiste (1981, pp. 3065 - A) ได้ศึกษา ความสัมพันธ์ระหว่างการสอนทักษะการคิด โดยตรงกับพัฒนาการทางสติปัญญา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่มีผลการเรียนสูงแบ่งเป็น กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นักเรียนทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบการคิดเชิงตรรกศาสตร์ ซึ่งจำแนกเป็น 4 ระดับ พัฒนาการทางสติปัญญา กลุ่มทดลองได้รับการสอนทักษะการให้เหตุผล โดยโปรแกรมการพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงอุปมานและอนุมาน ใช้เวลา 12 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีพัฒนาการทางสติปัญญาสูงกว่ากลุ่มควบคุม นักเรียนหญิงมีทักษะ การคิดเชิงตรรกศาสตร์ต่ำกว่านักเรียนชาย และพบว่า ทักษะการคิดมีความสัมพันธ์กับพัฒนา การทางสติปัญญา

Carpenter et al. (1988) ได้ศึกษา ผลของการใช้ความรู้เกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการสอนในห้องเรียน ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงทดลอง โดยนำผลจากการวิจัยในชั้นเรียนเกี่ยวกับการปรับปรุงการสอนของครูและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเป็นครูที่สอนนักเรียนเกรด 1 จำนวนกลุ่มละ 20 คนซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย โดยใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้ทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง การบวกและการลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูที่สอนนักเรียนกลุ่มทดลองสอนโดยกระตุ้นให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายและฟังคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา คำตอบของนักเรียนมากกว่าครูที่สอนนักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยครูที่สอนนักเรียนกลุ่มทดลองมีความเชื่อว่าการสอนนักเรียนควรอยู่บนพื้นฐานความรู้ที่นักเรียนมีอยู่มากกว่าครูที่สอนนักเรียนกลุ่มควบคุม

Carpenter et al. (1989) ได้ศึกษาผลการใช้แนวการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คน ถูกเลือกอย่างสุ่มจากแต่ละชั้นเรียนเพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายในการวิเคราะห์ผลจากแนวการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) และครูอีก 20 คน ที่เหลือใช้การสอนแบบปกติ การประเมินผลวัดจากความสามารถ ในการคำนวณและการแก้ปัญหาผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) มีคะแนนความสามารถทางการบวกและการลบ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของแบบทดสอบ ITBS สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เท่ากับ 8.6 คะแนน ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติเท่ากับ 7.8 คะแนน นักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เท่ากับ 5.61 คะแนน ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติเท่ากับ 5.38 คะแนน

Fraivillig (2001) ได้ศึกษา การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Thinking: ACT) ซึ่งประกอบด้วย 1) ชั้นล้างความคิด เป็นการตั้ง/ล้างคำตอบ หรือวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนออกมา 2) ชั้นสนับสนุนความคิดเป็นการสนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ 3) ชั้นขยายความคิดเป็นการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า แนวทางการจัดกิจกรรมดังกล่าวสามารถดึง/ล้างความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ความคิด

ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งผลการศึกษาดังกล่าว สามารถที่จะนำไปใช้ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา การสอนของครู และนำไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบหลักสูตรคณิตศาสตร์ได้

Kamii (2003) ได้ปรับเปลี่ยนกระดานเกมเพื่อส่งเสริมความคิดทางคณิตศาสตร์ในเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนระดับอนุบาลในประเทศญี่ปุ่น จำนวน 12 กลุ่ม เพื่อพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียน โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้แนะนำการเล่นและนำเสนอสิ่งที่นักเรียนแสดงออกมาขณะเล่นเกม ผลการวิจัยพบว่า การปรับเปลี่ยนกระดานเกมช่วยกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการคิดให้สูงขึ้น

Fast (2005) ได้ทำวิจัยเรื่อง การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในซิมบับเวที่ใช้การสอนแนะให้รู้คิด ในการวิจัยนี้ศึกษาในบริบทของประเทศซิมบับเว ซึ่งเป็นประเทศกำลังพัฒนา มีวัฒนธรรมและการศึกษาแตกต่างจากประเทศสหรัฐอเมริกาการวิจัยในครั้งนี้ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 2 จำนวน 35 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มดังกล่าวได้รับการสอนแนะให้รู้คิด และให้แก้โจทย์ปัญหา จำนวน 14 ข้อ ผลการประเมินพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังอยู่ในระดับที่ต้องใช้แบบจำลองช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหาของพวกเขาแต่ถ้าโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นการใช้แบบจำลองไม่มีผลช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหา ฟาสท์แนะนำว่าการใช้การสอนแนะให้รู้คิด มีผลดีและเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในซิมบับเว

2. งานวิจัยในประเทศ

กิ่งแก้ว เลิศเจตนาธรรมณ์ (2540) ได้ศึกษา ผลการใช้แบบรูปการสอน โดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสำราญ - ประภาศรี อำเภอกุงศรี จังหวัดกาฬสินธุ์ ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบเฉพาะเจาะจง แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ได้กลุ่มทดลอง 16 คน กลุ่มควบคุม 17 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้แบบรูปการสอน โดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบรูปการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอน โดยวิธีสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เบญจมาศ นิยมมาลี (2550) ได้ศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหา

คณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดร้อยละ 50 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ ฟรายวัลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2551) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 45 คน การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยและพัฒนาเพื่อหาประสิทธิภาพของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การทดลองแบบกลุ่มเดียว และมีการทดสอบก่อนและหลังเรียน ผลการทดลองพบว่า 1) ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 2) ด้านทักษะการให้เหตุผล พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 3) ด้านทักษะการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 4) ด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 5) ด้านสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม ภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

ชัยวัฒน์ อุยปาอาจ (2551) ได้ทำการวิจัย เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แนวการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ และศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ นักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่า

นักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้จักในการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และหลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้ เหตุผลเชิงสัจส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผล เชิงสัจส่วน รวมทั้งศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน โดยใช้แผน จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนแนะให้รู้จัก ซึ่งเน้นการคิดแก้ปัญหาด้วยตัวเองเปิดโอกาส ให้มีการแสดงความคิดเห็น อภิปราย รวมทั้งแสดงผลยืนยันคำตอบของสถานการณ์ ปัญหาที่กำหนดให้ ประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนประเมินจากการทำ ใบกิจกรรมและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน รวมทั้งใช้การสังเกตพฤติกรรม และการสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวน มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วน มีพฤติกรรมที่แสดง ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัจส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

ชูรายา สัตติวงศ์ (2555) ได้ศึกษา การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการ รูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริม ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 2 ดำเนินการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยการวิเคราะห์และสังเคราะห์ ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้องนำข้อมูลที่ได้จากการศึกษามาสร้างกระบวนการจัดการเรียนรู้แล้ว นำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเดชะปัตตนิยานุกูล จังหวัดปัตตานี จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 82 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 43 คน และ กลุ่มควบคุม 39 คน ระยะเวลาในการทดลอง 5 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แบบวัด ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสถิติที่ ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้ 1) กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1.1)การแสดง ความคิดจากประเด็นปัญหา 1.2) การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา 1.3)การอภิปรายแลกเปลี่ยน ความคิด และ 1.4) การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด 2) ผลการทดลองใช้กระบวนการ จัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น มีดังนี้ 2.1)ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถ

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2.2)ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2.3)ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2.4)นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการการคิดวิเคราะห์ในทางที่ดีขึ้น สามารถคิดวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ภัทรอร อริยชนพงศ์ (2558) ได้ทำการวิจัย ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติเอง เพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดคำนวณ เป็นต้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น รวมทั้งนักเรียน มีทักษะต่าง ๆ ทางด้านคณิตศาสตร์สูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การกำหนดแบบแผนการทดลอง
4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ซึ่งในแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค33101) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 56 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 จำนวน 41 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น จำนวน 10 แผน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 1 ฉบับ โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบฉบับเดียวกัน มีจำนวน 6 ข้อ แต่ละข้อมี 2 ข้อย่อย โดยข้อย่อยที่ 1 วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และข้อย่อยที่ 2 วัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรายละเอียดในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) มีรายละเอียดการสร้างและหาคุณภาพดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาตำรา เอกสาร วารสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา

1.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น จากตำราและเอกสารต่าง ๆ

1.4 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จักร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ แสดงดังตารางที่ 3 - 1

ตารางที่ 3 - 1 ตารางวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1	ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนสามารถ 1. อธิบายความหมายของการแจกแจงความถี่ของข้อมูลได้ 2. แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง การแจกแจงความถี่ของข้อมูลได้ 3. นำความรู้เรื่องการแจกแจงความถี่ของข้อมูลมาเชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้	- การแจกแจง ความถี่ของ ข้อมูล	1
	ค 5.1 ม.6/3 เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์			
	ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม			
	ค 6.1 ม.4-6/4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ			
2	ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล	1. อธิบายความหมายการแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูลได้ 2. แก้ปัญหาการแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูลได้	- การแจกแจง ความถี่สะสม	1
	ค 5.1 ม.6/3 เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์			
	ค 6.1 ม.4 - 6/2			

ตารางที่ 3 - 1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
	<p>ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>ค 6.1 ม.4 - 6/4</p> <p>เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ</p>	<p>3. นำความรู้เรื่องการสร้างตารางแจกแจงความถี่สะสมของข้อมูลมาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้</p>		
3	<p>ค 5.1 ม.6/2</p> <p>หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล</p> <p>ค 5.1 ม.6/3</p> <p>เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลและวัตถุประสงค์</p> <p>ค 6.1 ม.4 - 6/2</p> <p>ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>ค 6.1 ม.4 - 6/4</p> <p>เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ</p>	<p>เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนสามารถ</p> <p>1. อธิบายความหมายการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์และสะสมสัมพัทธ์ของข้อมูลได้</p> <p>2. นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์และความถี่สะสมสัมพัทธ์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</p> <p>3. นำความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์และความถี่สะสมสัมพัทธ์มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้</p>	<p>- การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์</p> <p>- การแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์</p>	2
การแจกแจงความถี่ของข้อมูล (การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์ การแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์)				

ตารางที่ 3 - 1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
4	ค 5.1 ม.6/2 เปอร์เซ็นต์ (เปอร์เซ็นต์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่) หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ของข้อมูล ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ค 6.1 ม.4 - 6/4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ	1. หาเปอร์เซ็นต์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้ 2. แก้ปัญหาเรื่องเปอร์เซ็นต์ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ 3. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงความถี่มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้	- เปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่	1
5	ค 5.1 ม.6/2 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนสามารถ 1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้ 2. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	- การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่	1

ตารางที่ 3 - 1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
	ค 6.1 ม.4 - 6/4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ	3. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้		
6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก	ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล	1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้ 2. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ถ่วงน้ำหนัก	1
	ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	3. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักมาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้		
	ค 6.1 ม.4 - 6/4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ			

ตารางที่ 3 - 1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
7	<p>ค 5.1 ม.6/2</p> <p>การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่</p> <p>หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล</p> <p>ค 6.1 ม.4 - 6/2</p> <p>ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>ค 6.1 ม.4 - 6/4</p> <p>เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ</p>	<p>เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ได้ 2. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 3. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ 	<p>- การหาค่าเฉลี่ย</p> <p>เลขคณิตของข้อมูลที่มี</p> <p>การแจกแจง</p> <p>ความถี่</p>	1
8	<p>ค 5.1 ม.6/2</p> <p>มัธยฐานของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่</p> <p>หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล</p> <p>ค 6.1 ม.4 - 6/2</p> <p>ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. หามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ 2. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ 	<p>- มัธยฐานของข้อมูลที่ไม่แจกแจง</p> <p>ความถี่</p>	1

ตารางที่ 3 - 1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
9 ฐานนิยมของข้อมูลที่ ไม่แจกแจงความถี่	ค 6.1 ม.4 - 6/4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ	3. นำความรู้เรื่องมัธยฐานของข้อมูล ที่ไม่แจกแจงความถี่มาเชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในชีวิตจริงได้		
	ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนสามารถ 1. หาฐานนิยมของข้อมูลที่ ไม่แจกแจง ความถี่ได้ 2. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การหา ฐานนิยมของข้อมูลที่ ไม่แจกแจง ความถี่ได้	- ฐานนิยมของ ข้อมูลที่ ไม่แจกแจง ความถี่	1
	ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	3. นำความรู้เรื่องหาฐานนิยมของ ข้อมูลที่ ไม่แจกแจงความถี่ มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือ สถานการณ์ในชีวิตจริงได้		
	ค 6.1 ม.4 - 6/4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ			

ตารางที่ 3 - 1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
10 พิสัยและส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานของข้อมูล ที่ไม่ได้แจกแจงความถี่	ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ค 6.1 ม.4 - 6/4 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ	1. หาพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้ 2. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพิสัย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้ 3. นำความรู้เรื่องพิสัย และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล ที่ไม่ได้แจกแจงความถี่มาเชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในชีวิตจริงได้	- พิสัย - ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานของ ข้อมูลที่ไม่ได้ แจกแจงความถี่	2
	รวม			12

1.5 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น จำนวน 10 แผน (คาบละ 50 นาที) ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ (ด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์) กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้ และบันทึกหลังการสอน ซึ่งในขั้นการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบ และวิธีแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผล การเรียนรู้ รวมถึงความถูกต้องของภาษา และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ข้อเสนอแนะ และนำมาปรับปรุงแก้ไข

1.7 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เช่น 1) ควรใช้ภาษาที่ชัดเจน ไม่กำกวม 2) ควรระบุค่าชี้แจงในใบงานให้ชัดเจน เพื่อให้ให้นักเรียนสามารถทำใบงานได้ และเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจพิจารณาความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบไปด้วยผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล การเรียนรู้ รวมถึงความถูกต้องของภาษา และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่าตามวิธีการของลิเคอร์ท (Likert) ซึ่งมี 5 ระดับ คือ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 73)

- 5 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
- 1 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

และทำการวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) แล้วทำการเทียบกับเกณฑ์ ดังนี้

เกณฑ์การประเมินเฉลี่ย (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 99-100)

4.51 - 5.00 หมายถึง คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

3.51 - 4.50 หมายถึง คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก

2.51 - 3.50 หมายถึง คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

1.51 - 2.50 หมายถึง คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

1.00 - 1.50 หมายถึง คุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

ซึ่งผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โดยวิธีการสอนและให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

ทั้ง 10 แผน มีค่าความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด โดยมี $\bar{X} = 4.78$ และ $S = 0.32$ (ดังตารางที่

ค - 10 ในภาคผนวก ค)

1.8 ทำการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและข้อควรปรับปรุงแก้ไข ดังนี้ 1) ควรเพิ่มเติมคำถามเพื่อใช้ในการกระตุ้นนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ 2) เพิ่มโจทย์ที่เป็นสถานการณ์ให้มากขึ้น 3) ปรับปรุงคำถามนำเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การสรุปประเด็นคำตอบให้ชัดเจน

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่แก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้

(Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/2 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อหาข้อบกพร่องของแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า ขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับวิธีการเขียนแสดงคำตอบที่เป็นขั้นตอนและการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนในแต่ละกลุ่มจึงใช้เวลามากในการทำความเข้าใจปัญหาและนักเรียนบางคนในกลุ่มไม่ให้ความร่วมมือในแก้ปัญหาไม่มีการพูดคุยอภิปรายกันภายในกลุ่ม การทำใบงานในช่วงแรกนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถเขียนอธิบายหรือแสดงวิธีตามขั้นตอนแก้ปัญหาได้ ครูได้แก้ปัญหาโดยการอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาละเอียดอีกครั้งและมีการสังเกตพฤติกรรมนักเรียนที่ไม่ให้ความร่วมมือ เพื่อทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา

1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนและให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับ

แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่แก้ไขแล้วไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหา เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบ อัตนัย จำนวน 6 ข้อ 1 ฉบับ โดยมีรายละเอียดการสร้างและหาคุณภาพ ดังต่อไปนี้

2.1 ศึกษาหลักการ เทคนิค และวิธีการสร้างแบบทดสอบ การวัดและประเมินผล การเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหา และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ” กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างรายวิชา และคำอธิบายรายวิชา

2.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น จากตำรา และเอกสารต่าง ๆ

2.4 สร้างตารางวิเคราะห์ความสอดคล้องของสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จำนวน 12 ข้อ โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 3 - 2

ตารางที่ 3 - 2 การวิเคราะห์ความสอดคล้องของ สารระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และ จำนวนข้อสอบ ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

ตัวชี้วัด			จำนวนข้อสอบที่ออก	จำนวนข้อสอบที่ต้องการ
มาตรฐาน ค 5.1				
เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล	สารระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้		
ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล	- การแจกแจง ความถี่ของ ข้อมูล - การแจกแจง ความถี่สะสม - การแจกแจง ความถี่สัมพัทธ์ - การแจกแจง ความถี่สะสม สัมพัทธ์	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหา มาให้นักเรียนสามารถ 1. แก้ปัญหาการแจกแจงความถี่ ของข้อมูลได้ 2. นำความรู้เรื่องการแจกแจง ความถี่ของข้อมูลมาเชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหา วิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในชีวิตจริงได้	2	1
ค 5.1 ม.6/3 เลือกใช้ค่ากลาง ที่เหมาะสมกับข้อมูล และวัตถุประสงค์	- การหาค่าเฉลี่ย เลขคณิตของ ข้อมูลที่มี การแจกแจง ความถี่	3. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 4. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้ กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้		
ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล	- เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล ที่ไม่ได้แจกแจง ความถี่	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหา มาให้นักเรียนสามารถ 1. แก้ปัญหาเรื่องเปอร์เซ็นต์ไทล์ของ ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ได้ 2. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจง ความถี่มาเชื่อมโยงหรือ ประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในชีวิตจริงได้	2	1

ตารางที่ 3 - 2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด				
มาตรฐาน ค 5.1			จำนวน	จำนวน
เข้าใจและใช้วิธีการ	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบ	ข้อสอบ
ทางสถิติในการ			ที่ออก	ที่ต้องการ
วิเคราะห์ข้อมูล				
ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล	- การหาค่าเฉลี่ย เลขคณิตของ ข้อมูลที่ไม่ได้ แจกแจงความถี่	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหา มาให้นักเรียนสามารถ 1. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจง ความถี่ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 2. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจง ความถี่มาเชื่อมโยงหรือ ประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในชีวิตจริงได้	2	1
ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูล	- ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ถ่วงน้ำหนัก	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหามาให้ นักเรียนสามารถ 1. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลข คณิตถ่วงน้ำหนักไปใช้ ในการแก้ปัญหาได้ 2. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลข คณิตถ่วงน้ำหนักมาเชื่อมโยง หรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในชีวิตจริงได้	2	1

ตารางที่ 3 - 2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด			จำนวน	จำนวน
มาตรฐาน ค 5.1	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบ	ข้อสอบ
เข้าใจและใช้วิธีการ			ที่ออก	ที่ต้องการ
ทางสถิติในการ				
วิเคราะห์ข้อมูล				
ค 5.1 ม.6/2	- มัธยฐานของ	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหามาให้	2	1
หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ข้อมูลที่ไม่	นักเรียนสามารถ		
มัธยฐาน	แจกแจงความถี่	1. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้		
ฐานนิยม		การหามัธยฐานของข้อมูล		
ส่วนเบี่ยงเบน	- ฐานนิยมของ	ที่ไม่แจกแจงความถี่ได้		
มาตรฐาน และ	ข้อมูลที่ไม่	2. นำความรู้เรื่องมัธยฐานของ		
เปอร์เซ็นต์	แจกแจงความถี่	ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่		
ของข้อมูล		มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้		
		กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์		
		หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้		
		3. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การหา		
		ฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจง		
		ความถี่ได้		
		4. นำความรู้เรื่องหาฐานนิยมของ		
		ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่		
		มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับ		
		เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือ		
		สถานการณ์ในชีวิตจริงได้		

ตารางที่ 3 - 2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด			จำนวน	จำนวน
มาตรฐาน ค 5.1	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบที่ออก	ข้อสอบที่ต้องการ
เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล				
ค 5.1 ม.6/2	- พิสัย	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนสามารถ	2	1
หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต	- ส่วนเบี่ยงเบน	นักเรียนสามารถ		
มัธยฐาน รฐานนิยม	มาตรฐานของ	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพิสัย		
ส่วนเบี่ยงเบน	ข้อมูลที่ไม่ได้	และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ		
มาตรฐาน และ	แจกแจงความถี่	ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้		
เปอร์เซ็นต์ไทล์		2. นำความรู้เรื่องพิสัย และ		
ของข้อมูล		ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ		
		ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่		
		มาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับ		
		เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์		
		หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้		
		รวม	12	6

2.5 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาสอดคล้องกับสาระเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้

2.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-3 และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3 - 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย

รายการประเมิน	ระดับ คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. การทำความเข้าใจ ปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ
2. การวางแผน แก้ปัญหา	2	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
	1	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องบางส่วน
	0	- เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ
3. การดำเนินการ แก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้อย่างถูกต้อง
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้อย่างถูกต้องบางส่วน
	0	- ไม่ดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้/ ไม่มีร่องรอยในการแก้ปัญหา
4. การสรุปผล	1	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	- สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการสรุปคำตอบ

ตารางที่ 3 - 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
4	นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง
3	นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสมแต่นำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง
2	นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง
1	นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วนแต่นำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง
0	นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงไม่เหมาะสมหรือไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจพิจารณาความถูกต้องและความชัดเจนของภาษา

2.8 ปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ โดยผู้วิจัยได้ปรับเกณฑ์การให้คะแนนให้ชัดเจน และครบถ้วน และเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน

เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ของแบบทดสอบ ความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษาของแบบทดสอบ และให้ข้อเสนอแนะสำหรับปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบให้ดีขึ้น โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence: IOC) มีเกณฑ์การให้คะแนนเป็น ดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, หน้า 248-250)

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อนั้น
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบวัดตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อนั้น
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดไม่ตรงกับจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อนั้น

โดยพิจารณาค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 เป็นต้นไป และจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน พบว่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบมีค่าระหว่าง 0.80 - 1.00 ทุกข้อผ่านเกณฑ์มีความตรงตามเนื้อหา (ดังตารางที่ ค - 2 ในภาคผนวก ค)

2.9 ทำการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้ 1) ปรับคำถามให้มีความชัดเจน และกระชับ 2) ปรับข้อที่วัดความสามารถเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ให้ชัดเจน 3) ปรับโจทย์ให้เป็นสถานการณ์ปัญหามากขึ้น

จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/2 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกันกับกลุ่มที่นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ไปใช้

2.11 นำผลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 3 - 3 และ 3 - 4 และวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) จากนั้นทำการเลือกแบบทดสอบจำนวน 6 ข้อ จากทั้งหมด 12 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20 - 0.80

และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และครอบคลุมจุดประสงค์ ซึ่งจากการคัดเลือกข้อสอบ พบว่า แบบทดสอบมีค่าความยากง่าย 0.55 - 0.75 ค่าอำนาจจำแนก 0.31 - 0.69 และครอบคลุมจุดประสงค์ (ดังตารางที่ ค - 11 ในภาคผนวก ค)

2.12 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่า ตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 161) ซึ่งจากการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ เท่ากับ 0.89 (ดังตารางที่ 8 ค-11 ในภาคผนวก ค)

2.13 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการหาคุณภาพแล้ว ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การกำหนดแบบแผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi - experimental design) แบบกลุ่มเดียว คือ กลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่มที่ได้มาจากการสุ่มแล้วทดสอบหลังเรียน จากนั้น นำคะแนนหลังการทดลองมาเปรียบเทียบกับค่าเฉลี่ยกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าสถิติ t - test for one sample จึงเลือกใช้แบบแผน ในการวิจัยเป็น (One - group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2554, หน้า 207) โดยมีแบบแผนการทดลองดังตารางที่ 3 - 5

ตารางที่ 3 - 5 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	การทดสอบหลังเรียน
E	X	O

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

O แทน คะแนนสอบหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี และดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

1.2 ผู้วิจัยทำการติดต่อบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อขอความอนุเคราะห์กับทางโรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” ในการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ในการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยทำการชี้แจงจุดประสงค์และบทบาทหน้าที่ของนักเรียนสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เพื่อให้ นักเรียนสามารถปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งหมด 12 คาบ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

2.3 หลังจากดำเนินการสอนจนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.4 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้เพื่อการประเมินผลที่ได้จากการทดลอง และนำผลการทดสอบไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มาทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ค่าสถิติทดสอบ t - test for one sample

2. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ค่าสถิติทดสอบ t - test for one sample

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนจากการตอบคำถาม และแนวทางในการแก้ปัญหาที่นักเรียนตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนน แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

2. ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนแล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

3. ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ โดยวิเคราะห์จากพฤติกรรมการตอบคำถาม

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

สถิติพื้นฐาน

สถิติพื้นฐานที่ถูกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง (Sample mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2552, หน้า 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x$ แทน ผลรวมของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คำนวณได้จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2552, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

X แทน ข้อมูลหรือคะแนนแต่ละตัว

n แทน จำนวนข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ ได้แก่

1. หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2. การหาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์รายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซ็นของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 162 - 163)

$$P = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	P	แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มต่ำ
	n_t	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	x_{\max}	แทน คะแนนสูงสุด
	x_{\min}	แทน คะแนนต่ำสุด

3. การหาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์รายข้อ ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซ็น ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น $f(x)$ ในกลุ่มต่ำ
	n	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	x_{\max}	แทน คะแนนสูงสุด
	x_{\min}	แทน คะแนนต่ำสุด

4. การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2}$$

- เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
 S_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่อง การวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติทดสอบสมมติฐาน คือ t - test for one sample ซึ่งมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2552, หน้า 134)

$$t = \frac{\frac{\bar{x} - \mu}{S}}{\sqrt{n}} ; df = n - 1$$

- เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
 S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

t	แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
\bar{X}	แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ	แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
S	แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
n	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
p	แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
*	แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยทำการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 4 - 1

ตารางที่ 4 - 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	μ 70% ร้อยละ 70	\bar{X} (ร้อยละ)	<i>S</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
ความสามารถ ในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	41	42	29.40	33.512 (79.79)	4.342	6.064*	0.00

* $p < .05$

จากตารางที่ 4 - 1 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เท่ากับ 33.512 จากคะแนนเต็ม 42 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.79 ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (29.40 คะแนน) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

นอกจากการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังกล่าว ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) โดยจำแนกตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นสรุปผล โดยมีผลการศึกษา ดังนี้

ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) นักเรียนต้องระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วนเพื่อใช้ในการวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ตามระดับคะแนน ดังนี้

ตัวอย่าง โจทย์ที่ใช้ในการวิจัย ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องใช้ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์, ฟิสิกส์, และวิชาเคมี โดยสมจริงได้ผลการเรียนทั้ง 3 วิชา ดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	ผลการเรียน
คณิตศาสตร์	1.5	4
ฟิสิกส์	1.5	2
เคมี	2	2

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด
สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วน (2 คะแนน)

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา 3 วิชา คณิตศาสตร์, ฟิสิกส์, เคมี
คณิต ฟิสิกส์ เคมี

จำนวนหน่วยกิต 1.5 1.5 2

ผลคูณเฉลี่ย 4 2 2

สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ภาพที่ 4 - 1 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องทั้งหมด

จากภาพที่ 4 - 1 พบว่า นักเรียนสามารถเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วน คือ ผลการเรียนทั้ง 3 วิชาของสมจริง จำนวนหน่วยกิตของแต่ละวิชา และสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องทั้งหมด คือ ผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาของสมจริง

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน (1 คะแนน)

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ 1. ในหน่วยที่สามนักเรียนได้ผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา คือ ๘๖.๖๖
 2. จำนวนคะแนน 3. วิชา คณิตศาสตร์ 4. วิชาวิทยาศาสตร์ 2. วิชา คณิตศาสตร์ 2

สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ ... นักเรียนจะได้ผลเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา เป็นเท่าใด

ภาพที่ 4 - 2 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 4 - 2 จะเห็นว่า นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องเพราะนักเรียนเขียนคำตอบว่า โจทย์กำหนดคะแนนทั้ง 3 วิชามาให้ ซึ่งโจทย์ได้กำหนดผลการเรียนและหน่วยกิตของแต่ละวิชามาให้ แต่นักเรียนมีการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วน คือ โจทย์ต้องการทราบผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ (0 คะแนน)

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ... ผลรวมวิชา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และ คณิตศาสตร์
 คณิตศาสตร์ และ คณิตศาสตร์

สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ ... ผลรวมวิชา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และ คณิตศาสตร์

ภาพที่ 4 - 3 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ

จากภาพที่ 4 - 3 จะเห็นว่า นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหา ไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ เพราะโจทย์ไม่ได้กำหนด ผลการเรียนรู้เฉลี่ยของ วิชาคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ และเคมี แต่โจทย์กำหนดผลการเรียนของวิชาคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ และเคมี และจำนวนหน่วยกิตของแต่ละวิชา และนักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง เพราะ โจทย์ต้องการทราบผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์และเคมี ไม่ได้ต้องการทราบ ผลการเรียนรู้เฉลี่ยของแต่ละวิชา

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

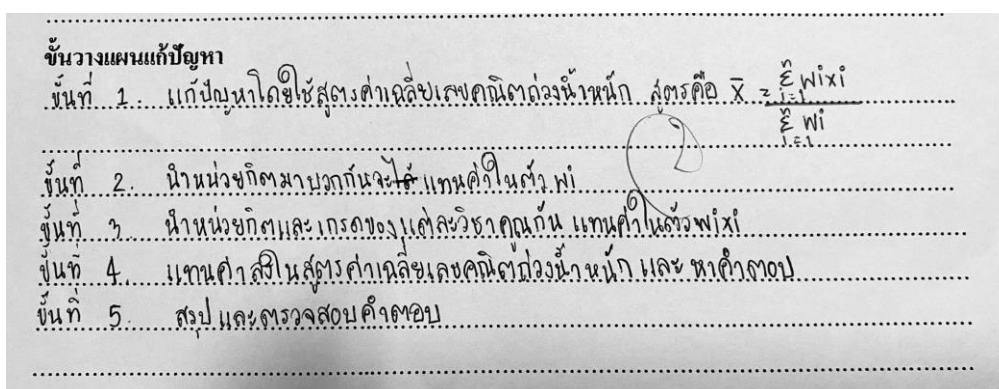
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหาของ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) นักเรียนต้องสามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอน การหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียน ในขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ตามระดับคะแนน ดังนี้

ตัวอย่าง โจทย์ที่ใช้ในการวิจัย ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องใช้ผลการเรียน เฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ และวิชาเคมี โดยสมจริงได้ผลการเรียนทั้ง 3 วิชา ดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	ผลการเรียน
คณิตศาสตร์	1.5	4
ฟิสิกส์	1.5	2
เคมี	2	2

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง (2 คะแนน)



ภาพที่ 4 - 4 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

จากภาพที่ 4 - 4 จะเห็นว่า การวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนมีการเขียนเป็นขั้นตอน มีการอ่านศึกษาข้อมูลจากโจทย์ มีการเขียนสูตรของการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้ถูกต้อง และการวางแผนลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องชัดเจน

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน (1 คะแนน)

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. อัตราส่วนของผลการเรียนเฉลี่ย 3. วิชา

2. หาค่าของผลการเรียนเฉลี่ยโดยใช้สูตร $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$

3. สูตร

4. แทนค่าในสูตร

5. แทนค่าในสูตร

ภาพที่ 4 - 5 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 4 - 5 พบว่า การวางแผนแก้ปัญหาของนักเรียน มีการเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบโดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน เพราะเขียนลำดับขั้นตอนในการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง เช่น การตีตารางของผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา เนื่องจากโจทย์กำหนดผลการเรียนของแต่ละวิชาไม่ใช่ผลการเรียนเฉลี่ย และการเขียนสูตรของการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักของนักเรียนไม่ถูกต้อง

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่เขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ (0 คะแนน)

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$



ภาพที่ 4 - 6 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ โดยใช้เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง/ ไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ

จากภาพที่ 4 - 6 พบว่า การวางแผนแก้ปัญหของนักเรียน ไม่มีการเขียนอธิบายลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ และการเขียนสูตรของการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักของนักเรียน ไม่ถูกต้อง

ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการดำเนินการตามแผนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) นักเรียนต้องดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ตามระดับคะแนนเป็นดังนี้

ตัวอย่าง โจทย์ที่ใช้ในการวิจัย ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องใช้ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ และวิชาเคมี โดยสมจริงได้ผลการเรียนทั้ง 3 วิชา ดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	ผลการเรียน
คณิตศาสตร์	1.5	4
ฟิสิกส์	1.5	2
เคมี	2	2

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้ถูกต้อง (2 คะแนน)

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

วิชา	เวลา	เกรด	$n_i x_i$
คณิตศาสตร์	1.5	A ✓	b
ฟิสิกส์	1.5	B ✓	3
เคมี	2	B ✓	4
$\sum_{i=1}^n n_i = 1.5 + 1.5 + 2 = 5$			$\sum_{i=1}^n n_i x_i = b + 3 + 4 = 13$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i}{\sum_{i=1}^n n_i}$$

$$= \frac{13}{5}$$

$$= 2.6$$

เกรดเฉลี่ยของนักเรียน 2.6

ภาพที่ 4-7 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้ถูกต้อง

จากภาพที่ 4-7 พบว่า ในขั้นตอนการแก้ปัญหานักเรียนนั้นได้นำข้อมูลจากชั้นวางแผนแก้ปัญหามาใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาคือเป็นการแก้ปัญหาคือเป็นขั้นตอนชัดเจน มีการเขียนตารางเพื่อหาค่า $(n_i x_i)$ และใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้ถูกต้อง และมีการแทนค่าและหาคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน (1 คะแนน)

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	ผลการเรียน	นหรี
คณิตศาสตร์	1.5	4	5.6
ฟิสิกส์	1.5	2	3
เคมี	2	3	4
$\sum_{i=1}^3 w_i = 1.5 + 1.5 + 2$	$= 5$	$\sum_{i=1}^3 w_i x_i = 6 \cdot 4 + 3 + 4$	$= 11.3$
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$			
$\sum_{i=1}^3 w_i$	$= 5$		
$= \frac{11.3}{5}$			
$= 2.26$			
\therefore ผลรวมค่าเฉลี่ย			

ภาพที่ 4 - 8 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 4 - 8 พบว่า ในขั้นตอนการแก้ปัญหา นักเรียนมีการแก้ปัญหตามทีวางแผนแก้ปัญหาไว้ได้ถูกต้องบางส่วน นักเรียนมีการหาผลรวมของจำนวนหน่วยกิตได้ถูกต้อง หาผลรวมของจำนวนหน่วยกิตคูณกับผลการเรียน ($w_i x_i$) ได้ถูกต้อง แต่นักเรียนเขียนสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้ถูกต้องบางส่วนเนื่องจากเขียนสูตรไม่ครบถ้วน เพราะสูตรการหาค่าเฉลี่ย

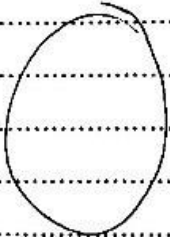
เลขคณิตถ่วงน้ำหนักคือ
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$
 และมีการแทนค่าหาคำตอบในสมการไม่ถูกต้อง คือ $\frac{13}{5} = 2.6$

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ไม่ดำเนินการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนที่วางไว้/ ไม่มีร่องรอยในการแก้ปัญห (0 คะแนน)

ชั้นดำเนินการแก้ปัญห

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1.5 + 1.5 + 2 = 5$$

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 5 + 3 + 4 = 12$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{12}{5} = 2.4$$


ภาพที่ 4-9 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่ไม่ดำเนินการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนที่วางไว้/ ไม่มีร่องรอยในการแก้ปัญห

จากภาพที่ 4-9 พบว่า ในชั้นดำเนินการแก้ปัญห นักเรียนไม่ดำเนินการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนที่วางไว้/ ไม่มีร่องรอยในการแก้ปัญห จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนวิธีดำเนินการแก้ปัญห ของนักเรียน คือ นักเรียนมีการเขียน แสดงกระบวนการดำเนินการแก้ปัญหไม่เป็นขั้นตอน ไม่มีการเขียนตารางในการดำเนินการแก้ปัญห และไม่มีการเขียนหรือแสดงการหาค่าที่มาของผลรวมของจำนวนหน่วยกิตคูณกับผลการเรียน ($w_i x_i$) และคำตอบที่ได้จากการแทนค่าจากสมการไม่ถูกต้อง เพราะ ผลรวมของจำนวนหน่วยกิตคูณกับผลการเรียนมีค่าเท่ากับ 13 ไม่ใช่ 12 และคำตอบ คือ 2.6 ไม่ใช่ 2.4

ขั้นสรุปผล

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นการสรุปและตรวจสอบคำตอบ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) นักเรียนสามารถสรุปคำตอบที่ได้ และตรวจคำตอบว่า ถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งมีตัวอย่างผลงานของนักเรียนในขั้นสรุป ตามระดับคะแนน ดังนี้

ตัวอย่าง โจทย์ที่ใช้ในการวิจัย ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องใช้ผลการเรียน เฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ และวิชาเคมี โดยสมจริงได้ผลการเรียนทั้ง 3 วิชาดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	ผลการเรียน
คณิตศาสตร์	1.5	4
ฟิสิกส์	1.5	2
เคมี	2	2

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ (1คะแนน)

ขั้นสรุปผล

การตอบคำถามคณิตศาสตร์ในภาพที่ 4-10 วิชาของสมจริงเท่ากัน 2.6

ภาพที่ 4 - 10 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์

จากภาพที่ 4 - 10 พบว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ ถูกต้องสมบูรณ์ คือ ผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาของสมจริงเท่ากับ 2.6

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ (0 คะแนน)

ขั้นสรุปผล

ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยในภาพที่ 4-11 วิชาของสมจริงเท่ากัน 2.6

ภาพที่ 4 - 11 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ

จากภาพที่ 4 - 11 พบว่า นักเรียนมีการเขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง เพราะ ผลการเรียนรู้เฉลี่ยทั้ง 3 วิชาของสมจริง เท่ากับ 2.6 ไม่ใช่ 2.5 ตามที่นักเรียนตอบ

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 - 10 โดยผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงแรกวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 - 3 ช่วงที่สองวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 - 7 และช่วงที่สามวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 - 10 ผลการวิเคราะห์พบว่า

ขั้นการนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดของนักเรียน โดยการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนพร้อมทั้งนำเสนอปัญหา แต่มีนักเรียนบางกลุ่มยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์จึงไม่สามารถอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบได้ ครูจึงใช้วิธีสนับสนุนความคิดโดยการใช้คำถามกระตุ้นความคิดเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ในช่วงแรก (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 - 3) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นการจัดการเรียนรู้เรื่อง การแจกแจงความถี่ของข้อมูล การแจกแจงความถี่สะสม การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์การแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์ การแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟ แผนภาพต้นไม้ ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดของนักเรียน โคนการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนพร้อมทั้งนำเสนอปัญหา แต่มีนักเรียนบางกลุ่มยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์จึงไม่สามารถอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบได้ ครูจึงใช้วิธีสนับสนุนความคิดโดยการใช้คำถามกระตุ้นความคิดเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากครูนำเสนอปัญหาด้วยการสังวความคิดของนักเรียนโดยกล่าวถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน พร้อมยกตัวอย่างกับสถานการณ์ในชีวิตจริงและครูสนับสนุนความคิดของนักเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอ เนื่องจากเป็นขั้นตอนการเขียนแสดงวิธีหาคำตอบที่มีขั้นตอนชัดเจน ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจ ดังนั้นในช่วงแรกครูได้ให้ความรู้เพิ่มเติมกับนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเสนอปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ขึ้นดำเนินการแก้ปัญหา และขึ้นสรุปผล ครูสิ่งแวดล้อมโดยใช้คำถามกระตุ้น พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและสามารถทำ ใบกิจกรรมได้ หลังจากที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาแล้ว นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาวิธีแก้ปัญหา และวางแผนหาคำตอบ ส่วนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 - 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนขั้นตอนและวางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปผลได้

ขั้นที่ 3 ขึ้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา จากนั้นครูสุ่มเลือกนักเรียนมานำเสนอความคิดเห็นและวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเองบนกระดาน โดยครูสนับสนุนความคิดใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดการอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอ ซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และสรุปผลได้ เนื่องจากยังไม่คุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูจึงใช้คำถามกระตุ้น พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ เพื่อให้นักเรียนสามารถทำ ใบกิจกรรมได้ ส่วนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 - 3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปผลได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 4 ขึ้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการสรุปเชื่อมโยงความคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นที่ได้จากการแก้ปัญหากลุ่มตนเอง พบว่าวิธีการแก้ปัญหของนักเรียน แต่ละกลุ่มมีความคล้ายคลึงกัน แต่จะมีบางกลุ่มที่แตกต่างจากกลุ่มอื่น และมีบางกลุ่มสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ครูจึงใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันและร่วมกันอธิบายวิธีแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนสรุปแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และมีบางกลุ่มที่ไม่สามารถนำความรู้เชื่อมโยงในปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ได้

ช่วงที่สอง (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 - 7) เป็นการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เปอร์เซ็นต์ไทล์ (เปอร์เซ็นต์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่) การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ได้แจกแจงความถี่ ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขึ้นการนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และทบทวนความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิมของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิมมาเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้ใหม่ได้ ทำให้นักเรียนเข้าใจในปัญหาที่ครูนำเสนอได้มากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขึ้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาด้วยการสิ่งแวดล้อมของนักเรียนโดยกล่าวถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน พร้อมยกตัวอย่างกับ

สถานการณ์ในชีวิตจริงและครูสนับสนุนความคิดของนักเรียนซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ สามารถเขียน
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปผลได้อย่างถูกต้อง
แต่มักเรียนบางกลุ่มยังต้องอาศัยการช่วยเหลือ และให้ข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา จากนั้นครูสุ่มเลือกนักเรียนมานำเสนอความคิด
คิดเห็นและวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเองบนกระดาน และครูสนับสนุนความคิดเพิ่มเติม
รายละเอียดในบางประเด็น ซึ่งนักเรียนในแต่ละกลุ่มให้ความร่วมมือและมีความเข้าใจ
ในการนำเสนอความคิดและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้น
ให้เกิดการสรุปเชื่อมโยงความคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอความคิดที่ได้จาก
การแก้ปัญหากลุ่มตนเอง พบว่าวิธีการแก้ปัญหของนักเรียน แต่ละกลุ่มมีความคล้ายคลึงกัน
และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้เชื่อมโยงในปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ได้

ช่วงที่สาม (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 - 10) เป็นการจัดการเรียนรู้ เรื่อง มัชฌิม
ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ ฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ พิสัยและส่วนเบี่ยงเบน
มาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ใน
ชีวิตประจำวัน และทบทวนความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิมของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่
สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิมมาเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้ใหม่ได้ ทำให้นักเรียนเข้าใจ
ในปัญหาที่ครูนำเสนอได้มากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากครูนำเสนอปัญหาด้วยการสังเคราะห์ความคิด
ของนักเรียน โดยกล่าวถึงสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน พร้อมยกตัวอย่างกับ
สถานการณ์ในชีวิตจริงและครูสนับสนุนความคิดของนักเรียนซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ สามารถเขียน
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปผลได้อย่างถูกต้อง
และนักเรียนทุกกลุ่มให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา จากนั้นครูสุ่มเลือกนักเรียนมานำเสนอความคิด
คิดเห็นและวิธีการแก้ปัญหากลุ่มของตนเองบนกระดาน ซึ่งนักเรียนในแต่ละกลุ่มให้ความร่วมมือ
และมีความเข้าใจในการนำเสนอความคิดและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้น
ให้เกิดการสรุปเชื่อมโยงความคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน หลังจากที่นักเรียนนำเสนอความคิดที่ได้จาก
การแก้ปัญหากลุ่มตนเอง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี และสะท้อนกลับ

แนวคิดของเพื่อนกลุ่มอื่น และร่วมกันสรุปบทเรียน และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้เชื่อมโยงในปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ได้เป็นอย่างดี

ในขั้นที่ 4 ขึ้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ของทุก ๆ แผนการจัดการเรียนรู้ ครูปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือเปลี่ยนปัญหา เพื่อให้ให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ได้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ในการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผู้วิจัยทำการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4 - 2

ตารางที่ 4 - 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	μ 70% ร้อยละ 70	\bar{X} (ร้อยละ)	S	t	p
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์	41	24	16.80	18.122 (75.50)	2.713	3.120*	0.0015

* $p < .05$

จากตารางที่ 4 - 2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เท่ากับ 18.122

จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.50 ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (คะแนน 16.80) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

นอกจากการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังกล่าว ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ตามระดับคะแนน ดังนี้

ตัวอย่าง โจทย์ที่ใช้ในการวิจัย ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องใช้ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ และวิชาเคมี โดยสมจริงได้ผลการเรียนทั้ง 3 วิชา ดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	ผลการเรียน
คณิตศาสตร์	1.5	4
ฟิสิกส์	1.5	2
เคมี	2	2

สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด (ผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา เท่ากับ 2.6)

สถานการณ์ปัญหา 4.2 มหาวิทยาลัยได้กำหนดเงื่อนไขในการเข้าศึกษาต่อโดยกำหนดไว้ว่า ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์, ฟิสิกส์ และเคมี จะต้องได้ 3.00 ขึ้นไป สมจริงจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ ถ้าสมจริงไม่ผ่านเงื่อนไขทางโรงเรียนให้สมจริงสามารถเรียนซ่อมเสริมเพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 รายวิชา สมจริงจะเลือกเรียนซ่อมเสริมวิชาใด และวิชาที่สมจริงเรียนเพิ่มจะต้องได้ผลการเรียนเท่าใดเพื่อให้ได้ตรงตามเงื่อนไขที่มหาวิทยาลัยกำหนด

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง (4 คะแนน)

4.2 มหาวิทยาลัยได้กำหนดเงื่อนไขในการเข้าศึกษาต่อโดยกำหนดไว้ว่า ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์, ฟิสิกส์ และวิชาเคมี จะต้องได้ 3.00 ขึ้นไป สมจริงจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ ถ้าสมจริงไม่ผ่านเงื่อนไขทางโรงเรียนให้สมจริงสามารถเรียนซ่อมเสริมเพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 วิชา สมจริง จะเลือกเรียนซ่อมเสริมวิชาใด และวิชาที่สมจริงเรียนเพิ่มจะต้องได้ผลการเรียนเท่าใดเพื่อให้ได้ตรงตาม เงื่อนไขของมหาวิทยาลัยกำหนด

1) สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดไว้หรือไม่
- ไม่ได้ ✓

2) สมจริงเลือกวิชาเพื่อเพิ่มเกรด
- ฟิสิกส์ ✓

3) วิชาที่สมจริงเลือกเพิ่มเกรดจะได้ผลการเรียนเท่าใดจึงทำให้ได้ตรงตามเงื่อนไข
✓ ผลเรียนที่ขอลืมกำหนด

วิชา	จำนวนกิต	ผลการเรียน	$w_i x_i$
คณิต	1.5	4	6
ฟิสิกส์	1.5	x	$1.5x$ ✓
เคมี	9	4	4
	$\sum w_i = 5$		$\sum w_i x_i = 10 + 1.5x$

โดยกำหนด $\bar{x} = 3.00$ ขึ้นไป

ผลการคำนวณ $\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$

$$3.00 \neq \frac{10 + 1.5x}{5}$$

$$3(5) = 10 + 1.5x$$

$$15 = 10 + 1.5x$$

$$15 - 10 = 1.5x$$

$$5 = 1.5x$$

$$\frac{5}{1.5} = x$$

$$x = 3.33$$

∴ สมจริงได้เพิ่มเกรดข้อได้ผลการเรียน 3.33 เพื่อให้ได้ตรงตามเงื่อนไขของมหาวิทยาลัย ✓

ภาพที่ 4 - 12 ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง

จากภาพที่ 4 - 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหา โดยเริ่มจากการเชื่อมโยงความรู้ที่นักเรียนมีกับสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนได้นำคำตอบจากข้อที่ 4.1 มาเชื่อมโยงในการหาคำตอบของข้อที่ 4.2 จากนั้นนำความรู้เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักและการแก้สมการมาใช้ในการแก้ปัญหาคำตอบ และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องจะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างสมบูรณ์นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสม แต่นำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง (3 คะแนน)

ข้อ ๓. สมจริงไม่สามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยเนื่องจากเกรดเฉลี่ยของสมจริงได้แค่ ๒.๕ แต่มหาวิทยาลัยกำหนดเงื่อนไขการเข้าศึกษาโดยที่เกรดเฉลี่ยจะต้องได้ ๓.๐๐ ขึ้นไป

๑. สมจริงจะต้องเลือกสอบมหาวิทยาลัยใด
 ๒. วิชาใดที่สมจริงจะต้องได้ 3

หาเกรดเฉลี่ยของสมจริงที่เลือกสอบมหาวิทยาลัย

จากสูตร $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

$$f_i x_i = 1.5 \times 4 + 1.5 \times x + 2 \times 2$$

$$= 6 + 1.5x + 4$$

$$= 1.5x + 10$$

$$f_i = 1.5 + 1.5 + 2 = 5$$

$$\bar{x} = 3$$

แทนค่า $3 = \frac{1.5x + 10}{5}$

$$5 \times 3 = 1.5x + 10$$

$$15 = 1.5x + 10$$

$$15 - 10 = 1.5x$$

$$5 = 1.5x$$

$$\frac{5}{1.5} = x$$

$$x = 3.1$$

วิชาที่ศึกษาของสมจริง = 3.1

ภาพที่ 4 - 13 นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และนำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง

จากภาพที่ 4 - 13 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหา โดยเริ่มจากการเชื่อมโยงความรู้ที่นักเรียนมีกับสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนได้นำคำตอบจากข้อที่ 4.1 มาเชื่อมโยงในการหาคำตอบของข้อที่ 4.2 จากนั้นนำความรู้เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักและการแก้สมการมาใช้ในการแก้ปัญหาคำตอบ แต่นำไปสู่คำตอบที่ไม่ถูกต้องเนื่องจากนักเรียนได้คำนวณหาคำตอบจากการหารในขั้นสุดท้ายผิด เพราะ $\frac{5}{1.5} = 3.33$ จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างสมบูรณ์ แต่นำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง (2 คะแนน)

4.2 มหาวิทยาลัยได้กำหนดเงื่อนไขในการเข้าศึกษาต่อ โดยกำหนดไว้ว่า ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์, ฟิสิกส์ และวิชาเคมี จะต้องได้ 3.00 ขึ้นไป สมจริงจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ ถ้าสมจริงไม่ผ่านเงื่อนไขทางโรงเรียนให้สมจริงสามารถเรียนซ่อมเสริมเพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 รายวิชา สมจริงจะเลือกเรียนซ่อมเสริมวิชาใด และวิชาที่สมจริงเรียนเพิ่มจะต้องได้ผลการเรียนเท่าใดเพื่อให้ได้ตรงตามเงื่อนไขของมหาวิทยาลัยกำหนด

สมจริงไม่สามาถสอบเข้าได้เกรดไม่ถึงที่โรงเรียนกำหนด สมจริงต้องเพิ่มเกรดเพื่อเพิ่มเกรดเพิ่ม

วิชา	หน่วยกิต	ผลกาาปงน	$\sum w_i x_i$
คณิตศาตร์	1.5	4	6
ฟิสิกส์	1.5	2	3
เคมี	2	X	2X

$\sum_{i=1}^n w_i = 1.5 + 1.5 + 2 = 5$
 $\sum_{i=1}^n w_i x_i = 6 + 3 + 2x$

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{9 + 2x}{5}$

$\frac{9 + 2x}{5} = 3.00 \times 5 = 15$

$9 + 2x = 15$

$2x = 15 - 9 = 6$

$x = \frac{6}{2} = 3$

∴ วิชาที่สมจริงไปเรียนเพิ่มจะได้ผลกาาปงน 3 ซึ่งสามาถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้

ภาพที่ 4 - 14 การตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง

จากภาพที่ 4 - 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากการเชื่อมโยงความรู้ที่นักเรียนมีกับสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนได้นำคำตอบจากข้อที่ 4.1 มาเชื่อมโยงในการหาคำตอบของข้อที่ 4.2 บางส่วนจากนั้นนำความรู้เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักและการแก้สมการเชื่อมโยงใช้ในการหาคำตอบแต่คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง เนื่องจากผลการเรียนเฉลี่ยที่ต้องนำมาแทนคือ 3.00 ไม่ใช่ 2.6 แต่คำตอบที่นักเรียนหาได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะตอนคิดหาคำตอบนักเรียนแทนเกรดเฉลี่ยด้วย 3.00 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถนำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน และนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน แต่นำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง (1 คะแนน)

4.2 มหาวิทยาลัยได้กำหนดเงื่อนไขในการเข้าศึกษาต่อโดยกำหนดไว้ว่า ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์, ฟิสิกส์ และวิชาเคมี จะต้องได้ 3.00 ขึ้นไป สมจริงจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ ถ้าสมจริงไม่ผ่านเงื่อนไขทางโรงเรียนให้สมจริงสามารถเรียนซ่อมเสริมเพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 รายวิชา สมจริงจะเลือกเรียนซ่อมเสริมวิชาใด และวิชาที่สมจริงเรียนเพิ่มจะต้องได้ผลการเรียนเท่าใดเพื่อให้ได้ตรงตามเงื่อนไขของมหาวิทยาลัยกำหนด

วิชา	จำนวนกิต	ผลการเรียน	$\sum p_i x_i$
คณิตศาสตร์	1.5	4	4
ฟิสิกส์	1.5	2	3
เคมี	2	X	2X
	$\sum p_i = 1.5 + 1.5 + 2$		$\sum p_i x_i = 4 + 3 + 2X$
	$= 5$		$= 7 + 2X$

$$\bar{x} = \frac{\sum p_i x_i}{\sum p_i}$$

$$3.00 = \frac{7 + 2X}{5}$$

$$15 = 7 + 2X$$

$$15 - 7 = 2X$$

$$8 = 2X$$

$$X = \frac{8}{2}$$

$$= 4$$

ภาพที่ 4-15 การตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วน และนำไปสู่ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง

จากภาพที่ 4 - 15 แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากการเชื่อมโยงความรู้ที่นักเรียนมีกับสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้บางส่วน นักเรียนไม่มีการเขียนแสดงว่านักเรียนจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ และไม่มีการเขียนว่าจะเลือกเรียนซ่อมเสริมในรายวิชาใด ซึ่งนักเรียนไม่มีการนำคำตอบจากข้อที่ 4.1 มาเชื่อมโยงในการหาคำตอบของข้อที่ 4.2 และนักเรียนนำความรู้เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักและการแก้สมการเชื่อมโยงใช้ในการหาคำตอบแต่คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง เพราะ ในตารางช่องหน่วยกิตคูณกับผลการเรียน (w, x_i) ของวิชาคณิตศาสตร์จะเห็นว่า 1.5×4 มีค่าเท่ากับ 6 ไม่ใช่ 4 ทำให้ในการแทนค่าสมการในการหาคำตอบตอนนั้นผิด คือ $x = \frac{8}{2} = 4$ แต่ที่ถูกต้อง คือ $x = \frac{6}{2} = 3$ จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถนำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ถูกต้องบางส่วนแต่นำไปสู่อุปสรรคที่ไม่ถูกต้อง

ตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงไม่เหมาะสมหรือไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ (0 คะแนน)

4.2 มหาวิทยาลัยได้กำหนดเงื่อนไขในการเข้าศึกษาต่อ โดยกำหนดไว้ว่า ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์, ฟิสิกส์ และวิชาเคมี จะต้องได้ 3.00 ขึ้นไป สมจริงจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ ถ้าสมจริง ไม่ผ่านเงื่อนไขทาง โรงเรียนให้สมจริงสามารถเรียนซ่อมเสริมเพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 รายวิชา สมจริง จะเลือกเรียนซ่อมเสริมวิชาใด และวิชาที่สมจริงเรียนเพิ่มจะต้องได้ผลการเรียนเท่าใดเพื่อให้ได้ตรงตาม เงื่อนไขของมหาวิทยาลัยกำหนด

$$F = \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

วิชา	น้ำหนัก	เวลาเรียน	$x_i \times w_i$
คณิตศาสตร์	1.5	4	4.5
ฟิสิกส์	1.5	2	2.5
เคมี	2	x	2x
$\sum w_i = 2 + 1.5$			$\sum w_i x_i = 4.5 + 2.5 + 2x$
$1.5 + 1.5 + 2$			$2x + 7$
$C = 3.00 \times 5 = 15$			

$$x \sum w_i x_i = 3.00 = \frac{2x + 7}{5}$$

$$2x = 3.00 \times 5 - 2x + 7$$

$$12 - 7 = 2x$$

$$5 = 2x$$

$$x = \frac{5}{2}$$

x เท่ากับ 2.5

ภาพที่ 4 - 16 การตอบคำถามของนักเรียนที่นำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ ในชีวิตจริงไม่เหมาะสมหรือไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ

จากภาพที่ 4 - 16 แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่มีการเชื่อมโยงความรู้ที่นักเรียนมีกับสถานการณ์ในโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ นักเรียนไม่มีการเขียนแสดงว่านักเรียนจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ และไม่มีการเขียนว่าจะเลือกเรียนซ่อมเสริมในรายวิชาใด ซึ่งนักเรียนไม่มีการนำคำตอบจากข้อที่ 4.1 มาเชื่อมโยงในการหาคำตอบของข้อที่ 4.2 และนักเรียนนำความรู้เรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก และการแก้สมการเชื่อมโยงใช้ในการหาคำตอบ แต่คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง เพราะ ในตารางช่องหน่วยกิตคูณกับผลการเรียน ($w_i x_i$) ของวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาฟิสิกส์ นักเรียนมีการคำนวณผิดพลาดให้สมการที่จะนำไปแทนค่าหาคำตอบผิด และในขั้นแก้สมการหาคำตอบนักเรียนได้มีการแก้สมการผิด จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงไม่เหมาะสมหรือไม่มีร่องรอยในการหาคำตอบ

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 - 10 ในส่วนของความสามารถในการเชื่อมโยงในขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยได้สนับสนุนให้เกิดการเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริง ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชี้นำเสนอปัญหา ล้วงความคิดโดยการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง และสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดเชื่อมโยงความรู้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเพื่อมาช่วยในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือและสนใจในสถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมหรือระลึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหา ล้วงความคิด โดยการใช้คำถามกระตุ้นเพื่อนำไปสู่การวิเคราะห์ปัญหา เพื่อหาวิธีแก้ปัญหา ส่งผลให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดภายในกลุ่ม และครูสนับสนุนความคิดเพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงหรือความรู้เดิมเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา ในส่วนนี้ส่งผลให้นักเรียนสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูได้สุ่มนักเรียนมานำเสนอถึงแนวทางการแก้ปัญหา และอธิบายวิธีการแก้ปัญหาที่ได้มาซึ่งคำตอบ ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แนวคิดการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม ทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้และวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มทำให้พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพิ่มมากขึ้น

และครูสนับสนุนความคิดในรายละเอียดบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ ในขั้นนี้ พบว่านักเรียนให้ความสนใจเป็นอย่างมาก เนื่องจากวิธีการแก้ปัญหาของบางกลุ่มไม่เหมือนกัน

ขั้นที่ 4 ขึ้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด ครูนักเรียนมีการร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนมากให้ความสนใจและให้การร่วมมือในการอภิปรายได้เป็นอย่างดี และครูขยายความคิดโดยการปรับเปลี่ยนปัญหาใหม่เพื่อให้นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่โดยทำเป็นใบงานด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อีกครั้งในกระบวนการที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

ในท้ายแผนการจัดการเรียนรู้แผนที่ 1 - 10 ครูได้ปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือเปลี่ยนปัญหาเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ได้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหามathematics เพื่อใช้ในการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้มาเชื่อมโยงเพื่อไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ เพราะเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แต่ก็ยังมีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมมาช่วยในการแก้ปัญหาได้ โดยผู้วิจัยต้องให้ความช่วยเหลือโดยการใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนระลึบทบทวนถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับใบงานได้ดี

ในการจัดการเรียนรู้ในแผนที่ 8 - 10 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเชื่อมโยงความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงเข้ากับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้อย่างถูกต้อง ผู้วิจัยลดความช่วยเหลือในการใช้คำถามกระตุ้น และยังพบว่านักเรียนมากกว่าครึ่งสามารถนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงใหม่ได้ แต่ยังคงพบข้อผิดพลาดเล็กน้อย เช่น การคิดคำนวณเลขที่ผิดพลาด หรือการลืมนสูตรที่ใช้ในการหาคำตอบ เป็นต้นจากการตรวจใบงานในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้พบว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ค33202) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 56 คน และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 จำนวน 41 คน ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ค33202) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

- 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 (ค33202) เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น จำนวน 10 แผน ซึ่งมีค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้เฉลี่ยเท่ากับ 4.53 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.26
- 2) แบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง .80 - 1.00 มีความยากง่าย (P) ตั้งแต่ .52 - .75 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .31 - .79 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .89 ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ทั้งหมด 12 คาบ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 หลังจากดำเนินการสอนจนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ได้ดำเนินการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน

ที่กำหนดไว้ เพื่อการประเมินผลที่ได้จากการทดลอง และนำผลการทดสอบไปวิเคราะห์ข้อมูล ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน ซึ่งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบที่สำหรับกลุ่มตัวอย่างเดียว (t - test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ซึ่งในแต่ละขั้นตอนนักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ซึ่งกระบวนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นกระบวนการสอน ที่เน้นการทำ ความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทาง ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องและเหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละบุคคลโดยมีผู้สอน เป็นผู้สนับสนุน และอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่คำถาม เพื่อการแก้ปัญหา เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (เวชฤทธิ์

อังกฤษทริซจร, 2552 - 2553, หน้า 2) และประกอบกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย โดยเน้นการคิดของนักเรียน นักเรียนได้ใช้ความคิดอยู่ตลอดเวลาและนำแนวคิดที่ได้ไปใช้ในกระบวนการแก้ปัญหา และสังเกตได้จากการทดสอบ โดยใช้ใบงานทุกครั้งที่ทำกรทดสอบนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยที่สูงขึ้น และพบว่า ในการใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ในช่วงแรก โดยเฉพาะในแผนที่ 1 และ 2 นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้ที่ต้องมีการนำเสนอความคิดและอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ในชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิด การเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหตามกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยใช้ ผู้วิจัยต้องให้ความช่วยเหลือเพื่อให้นักเรียนได้มีความเข้าใจในปัญหา ร่วมกันวิเคราะห์ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา การสรุปผล และเมื่อนักเรียนเริ่มมีการพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ลดการใช้คำถามกระตุ้นในการช่วยเหลือลง และพบว่า นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง เขียนแสดงการแก้ปัญหตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทั้งนี้ผลที่เกิดขึ้นอาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหาโดยเป็นกระบวนการสอนที่เน้นการทำ ความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในแต่ละคน เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างที่สอดคล้องและเหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละบุคคล โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวย ความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่คำถามเพื่อการแก้ปัญหา เพราะการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (เวชฤทธิ์ อังกฤษทริซจร, 2552-2553, หน้า 2)

ในส่วนของแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย โดยเน้นการคิดของนักเรียน นักเรียนได้ใช้ความคิดอยู่ตลอดเวลาและนำแนวคิดที่ได้ไปใช้ในกระบวนการแก้ปัญหา ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งในชั้นล้าวงความคิด ขึ้นสนับสนุนความคิด และชั้นขยายความคิด

ชั้นล้าวงความคิด เป็นชั้นที่ครูล้าวงความคิดเพื่อให้นักเรียนเกิดการอธิบายและวิเคราะห์วิธีการแก้ปัญหาหรือคำตอบของนักเรียนออกมา โดยมีการใช้ถามคำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนมีโอกาอธิบาย วิเคราะห์การหาคำตอบ/แก้วิธีแก้ปัญหด้วยตัวของนักเรียนเอง จึงเป็นชั้นที่นักเรียนมีโอกาเสนอความคิดของตนเอง ซึ่งการตอบคำถามเป็นการให้โอกาสนักเรียนลือสารคำตอบ

ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจ (สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 16) พร้อมทั้งครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฟัง และทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหา/คำตอบของเพื่อน ซึ่งเป็นการช่วยกระตุ้นให้นักเรียนทั้งชั้น ได้แบ่งปันความคิดของตนเองและเพื่อน โดยอาจมีทั้งคำตอบที่ถูกและผิด และในขั้นนี้หากนักเรียน ตอบผิดนักเรียนจะได้ทราบว่าคุณสมบัติของคนที่คืออะไร

ขั้นสนับสนุนความคิด เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้พื้นฐาน ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหารวมถึงทบทวนปัญหาที่นักเรียนมีลักษณะคล้ายกัน ทั้งยังมีโอกาส ได้นำเสนอผลการคิดจากการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม นักเรียนได้ฝึกอธิบายคำตอบ/ วิธีการ ของเพื่อนเป็นคำพูดของตนเองซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Lynn (1993, pp. 169 - 170) ที่พบว่า องค์ประกอบหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี คือ ความช่วยเหลือร่วมมือกัน ในกลุ่มย่อย

ขั้นขยายความคิด การล้างความคิดและสนับสนุนความคิดเพียงสองขั้นตอน ยังไม่สามารถพัฒนาให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดี ในขั้นนี้จึงเป็นขั้นที่เน้นให้ผู้เรียนใช้แนวคิด หรือความรู้ความเข้าใจที่พัฒนาขึ้นใหม่นำมาใช้ในสถานการณ์ต่างๆทั้งที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคยจาก การปรับ/ ขยายปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ การสรุปแนวคิดที่ได้จากบทเรียน พร้อมทั้ง หาคำตอบ/ แนวคิดอื่น ๆ ซึ่งเป็นขั้นที่เน้นการปรับเงื่อนไขปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 ขั้นตอน ล้วนแล้วแต่เป็นกระบวนการของ การส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนสอดคล้องกับแนวคิดของ Greenwood (1993, pp. 144 - 148) สรุปได้ว่า ความสามารถ ด้านความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นได้ โดยเน้นการตัดสินใจ การปรับ/ เปลี่ยนสถานการณ์ปัญหาด้วยการกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่และยังสอดคล้อง กับแนวคิดของ Perkins (1987, p. 62) ที่ว่า การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเกิด ความรู้จากการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ นั้น เป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียนได้และครูต้อง ออกแบบคำถามหรือใช้วิธีการสอนเพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการสอนเนื้อหา

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยมี เป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และสามารถแก้ปัญหา ด้วยตัวเองได้โดยที่ครูใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่น่าสนใจที่เกี่ยวข้องหรือเชื่อมโยงกับ ชีวิตประจำวันหรือเชื่อมโยงกับเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียนเป็นเครื่องมือให้นักเรียนสร้าง ความรู้ โดยให้นักเรียนคิดและแสดงความคิดจากประเด็นปัญหาและครูใช้คำถามกระตุ้น และหาวิธี ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์และสะท้อนความคิดของวิธีแก้ปัญหา

ที่แตกต่างกัน และสามารถอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับ Carpenter et al. (2000, p. 1) ได้กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นการสอนที่ช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับความรู้และความเชื่อของครูที่นำมาออกแบบวิธีการสอนและการฝึกฝนของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาแล้วจึงสะท้อนความคิดของแต่ละคนออกมาเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดร่วมกันจนได้ข้อสรุป ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 ขั้นครุณาเสนอปัญหา (Poses the problems)

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems)

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) ใน

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies)

จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) ในการจัดการเรียนรู้สามารถส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดีทำให้มีนักการศึกษาหลายท่านได้นำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแบบแนะให้รู้คิดไปใช้ในการจัดการเรียนรู้และการวิจัยทางคณิตศาสตร์ ดังที่ภัทรอร อริชชนพงศ์ (2558) ที่ทำการวิจัยผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสุชาติธรรม สมรรถการ (2556) ที่ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าวิธีการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถทำให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับ

แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์จึงเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่นำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา เป็นขั้นที่ครูสิ่งแวดล้อมความคิดโดยกล่าวถึงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้ระลึบทบทวนถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน เช่น ถ้าต้องการนำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในห้องมาจัดเรียงข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบนักเรียนคิดว่าควรทำอย่างไรและนักเรียนจะใช้วิธีใดในการนำเสนอข้อมูล ซึ่งการใช้คำถามดังกล่าวจะกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ระลึบทบทวนถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเพื่อใช้เป็นแนวทางในการวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 71 - 78) ที่กล่าวว่า สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาได้ และอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหามุ่งเน้นที่การวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหาโดยเฉพาะอย่างยิ่งการวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้ผู้เรียนเห็นแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มและให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยการนำข้อมูลที่ได้จากขั้นหนึ่งมาเชื่อมโยงเพื่อหาแนวคิดในการแก้ปัญหของสถานการณ์ปัญหาคำหนดให้ โดยมีครูสิ่งแวดล้อมความคิดและสนับสนุนส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้และเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมในวิชาคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่พบในสถานการณ์ปัญหาโดยการใช้คำถามกระตุ้น เช่น จากตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา กำหนดอะไรมาให้บ้าง และต้องการทราบอะไร จากสถานการณ์ปัญหานักเรียนคิดว่าข้อมูลใดในโจทย์เป็นประโยชน์ต่อการหาคำตอบ ให้นักเรียนนึกถึงความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรือจะต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้างและความรู้ที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ และครูให้เวลานักเรียนในการพิจารณาและหาแนวทางในการแก้ปัญหาและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับ สื่อ อุปกรณ์ต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2536, หน้า 157-159) ที่กล่าวว่าผู้สอนควรให้อิสระในการคิดแก่ผู้เรียนและกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดว่าจะใช้ทักษะและหลักการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ และสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีการของผู้เรียนเองแล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูสุ่มเลือกนักเรียนมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาเพื่อให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเข้าใจ โดยครูสิ่งแวดล้อมความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้นำเสนอและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาและแลกเปลี่ยนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดองค์ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น จากวิธีการแก้ปัญหากลุ่มนี้นักเรียนคิดว่า

เป็นวิธีการที่ถูกต้องหรือไม่ มีวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นหรือไม่และครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับเวชฤทธิ์ อังคนะภักทรจรรยา (2555, หน้า 69) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดของตนเอง และมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดของตนกับเพื่อนและกับผู้สอน และสิริพร ทิพย์คง (2559, หน้า 1-15) ที่กล่าวว่า การอภิปรายร่วมกันในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกันทำให้ผู้เรียนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์ได้ทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟังตลอดจนทักษะการคิดซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่ามีวิธีใดบ้างที่สามารถนำมาดำเนินการแก้ปัญหาได้ และวิธีใดเป็นการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด เช่น วิธีการแก้ปัญหของแต่ละกลุ่มมีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และครูขยายความคิดโดยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 48) ที่กล่าวว่าผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหาในประเด็นต่าง ๆ เช่น ความเหมาะสมและประสิทธิภาพของวิธีหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนเลือกใช้ ความถูกต้อง หรือ ความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือคำตอบที่ได้ ความสอดคล้องระหว่างการแก้ปัญหากับเงื่อนไขของปัญหา การประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหจะช่วยให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหของตนเอง ซึ่งจะเป็นบทเรียนสำหรับการแก้ปัญหาในอนาคต

2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGO) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้หลักการหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์เชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงและเกิดการอภิปรายเปลี่ยนแนวคิดร่วมกันในชั้นเรียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา เป็นขั้นที่ครูตั้งคำถามโดยกล่าวถึงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน โดยมีการใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียน

เชื่อมโยงความรู้เดิมกับสถานการณ์ในชีวิตจริงและให้ผู้เรียนได้ระลึกทบทวนถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน การใช้คำถามกระตุ้นสามารถทำให้นักเรียนสงสัยและอยากทราบประเด็นของปัญหา ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมเพื่อมาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัจจุบันได้ ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2556, หน้า 13) ที่กล่าวว่าการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงอาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งนักเรียนต้องอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมเข้ามาช่วยในการเชื่อมโยงสถานการณ์ และ เวชฤทธิ์ อังกะนัทธขจร (2555, หน้า 124) กล่าวว่าผู้สอนควรเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายนอกและภายในวิชาคณิตศาสตร์และผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้วเพื่อนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มและให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยการนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่หนึ่งมาเชื่อมโยงเพื่อหาแนวคิดในการแก้ปัญหของสถานการณ์ปัญหากำหนดให้ โดยมีครูล้างความคิดและสนับสนุนส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้และเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมในวิชาคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่พบในสถานการณ์ปัญหาโดยการใช้คำถามกระตุ้น เช่น ให้นักเรียนนึกถึงความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรือจะต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้างและความรู้ที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกะนัทธขจร (2554, หน้า 58 - 59) ที่กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และในสถานการณ์จริงที่พวกเขาสนใจ เนื่องจาก การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงเข้ากับ ความเป็นส่วนตัวของพวกเขาผู้เรียนจะชอบแก้ปัญหาและสนุกกับการเรียนรู้ และได้ทำงานอย่างมีความหมาย อีกทั้งปัญหาที่สมควรเป็นปัญหาเปิดเพื่อให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้ และควรส่งเสริมให้ผู้เรียนนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อฝึกให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงโดยทำควบคู่กับการสอนเนื้อหาปกติ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูสุ่มเลือกนักเรียนมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาเพื่อให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเข้าใจ และครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เพื่อนำมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ซึ่งสอดคล้องกับกิจกรรมที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกะนัทธขจร (2554, หน้า 58 - 59) คือ ผู้สอนควรกระตุ้นให้เกิด การเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว

เพื่อนำไปสู่การพัฒนา ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองโดยการใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย เช่น “แนวคิดเหล่านี้สัมพันธ์กันอย่างไร” “มีความคิดแตกต่างจากนี้หรือไม่” “คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้หรือไม่” ส่งเสริมให้ผู้เรียนหาข้อมูลนอกห้องเรียนเป็นการช่วยให้พวกเขาเชื่อมโยงความรู้กับชีวิตจริง เป็นการเพิ่มความสามารถของนักเรียนให้เชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาอื่น ๆ และชีวิตจริง

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด เป็นขั้นที่ครูและผู้เรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยครูสนับสนุนความคิดโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และครูขยายความคิดโดยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาใหม่หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ และครูได้ให้นักเรียนทำใบงานที่กำหนดสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงเพื่อหาคำตอบซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ เวชฤทธิ์ อังคะนภัทธจร (2555, หน้า 124) กล่าวว่า ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อฝึกให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) สามารถส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุภารัตน์ สมรรถการ (2555) ได้ศึกษา ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งการวิจัยมีวัตถุประสงค์ 1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) 2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ผลการวิจัยพบว่า 1.ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2. ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 16.37 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.85

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูควรให้เวลานักเรียนในชั้นการเรียนรู้ด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มมีเวลาในการพูดคุย แลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาซึ่งกันและกัน
2. ครูควรให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่มีสามารถนำความรู้มาเชื่อมโยงเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้
3. ครูควรสังเกตพฤติกรรมที่มีส่วนร่วมภายในกลุ่มว่านักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนอยากที่จะเรียนรู้ และมีโอกาสได้แสดงแนวคิดของตนเอง

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ไปปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น เช่น การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นต้น
2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ในเนื้อหาอื่น ๆ เช่น ความน่าจะเป็น อัตราส่วนตรีโกณมิติ การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นต้น
3. ควรมีการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหามathematics และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอื่น ๆ ดังที่ ชูรายา สัสดีวงศ์ ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: *คุรุสภาลาดพร้าว*.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: *องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์*.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). *เอกสารประกอบหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: *องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์*.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: *โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย*.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ก). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: *โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย*.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ข). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: *โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด*.
- กิ่งแก้ว เลิศเจตนาธรรม. (2540). *ผลการใช้แบบรูปการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการประถมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ขวัญ เพี้ยซ้าย. (2553). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญาโทการศึกษาดุสิตบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: *ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*.

- ชัยวัฒน์ อ้อยป่าอาจ. (2551). *ผลของการใช้แนวการสอนให้รู้จักในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชานนท์ จันทรา. (2555). *การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: อาร์แอนด์เอ็นปริ้นท์.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2552). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย ฉบับปรับปรุง (พิมพ์ครั้งที่ 11)*. กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์ โพรเกรสซิฟ.
- ชูรายา สัตติวงศ์. (2555). *การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวความคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). *ในการจัดการเรียนรู้แบบเน้นประสบการณ์เพื่อพัฒนาทักษะการคิดรวบยอด*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาประถมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. เอกสารประกอบการประชุมเชิงปฏิบัติการ.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยสำหรับครู*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- เบญจมาศ นิมมาลี. (2550). *ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวัลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, ภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

- ปรีชา เน่าเวียนผล. (2556). หน่วยที่ 9 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ใน *ประมวลสาระชุดวิชา สาระตะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เฉชะคุปต์. (2544). *การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ แนวคิด วิธี และ เทคนิคการสอน*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- ภัทรอร อริชชนพงศ์. (2558). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชา การสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- มะลิดา เมตตาคณ. (2561, 10 พฤศจิกายน). ครูชำนาญการ โรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ” อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
- ยี่น ภู่วรรณ. (2536). *เอกสารประกอบการสัมมนาวิชาการระดับชาติ: เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ สมัยใหม่จะช่วยการศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ได้อย่างไร*. กรุงเทพฯ: ม.ป.ท.. เอกสารประกอบการสัมมนาวิชาการระดับชาติ.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542, กุมภาพันธ์ - เมษายน). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 42(485), 5 - 11.
- โรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ”. (2561). *หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ”: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. ชลบุรี: โรงเรียนบ้านบึง “มัญญูวิทยาการ”.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วรรณ ขุนศรี. (2552). การสอนภาษาไทยเด็ก. *วารสารวิชาการ*, 12 (กรกฎาคม - กันยายน), 60 - 75.
- วัชร กาญจน์กิริติ. (2554). *การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. เพชรบุรี: สาขาวิชาคณิตศาสตร์ และคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี.
- เวชฤทธิ์ อังคะนภัทรขจร. (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง โดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล กับสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต, คณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2552 - 2553, ตุลาคม - มกราคม). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI): รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *วารสารศึกษาศาสตร์*, 21(1), 2 - 4.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา. เอกสารคำสอน รายวิชา 410541.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2555). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศศิพร นูริรักษ์. (2561, 10 พฤศจิกายน). ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ” อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2558). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (O - NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558*. เข้าถึงได้จาก <http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2557). *ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ บทสรุปเพื่อการบริหาร*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: 3 คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: 3 - คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. วิทยานิพนธ์การศึกษาคุญภูปัจฉิม, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550, กุมภาพันธ์ - เมษายน). การแก้ปัญหา (Problem solving). *วารสารคณิตศาสตร์*, (51), 71 - 73.
- สมศักดิ์ โสภณพินิจ. (2547). *ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน)*. *วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ*, 14 - 25.
- สิริพร ทิพย์คง. (2536). *การแก้ปัญหาเอกสารคำสอนวิชา 158522: ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544, พฤศจิกายน - มกราคม). ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, (44), 15 - 16.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2559, พฤษภาคม - สิงหาคม). การอภิปรายในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 61(689), 1 - 15.
- สุชาดา ปัทมวิภาค. (2557). การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015. *นิตยสาร สสวท.*, 42(188), 35 - 39.
- สุรารัตน์ สมรรถการ. (2556). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2554). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อัมพร ม้าคอง. (2556). *หน่วยที่ 10 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ประมวลสาระชุดวิชา สาระตละและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). *คณิตศาสตร์ การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ.

- อัมพร ม้าคนอง. (2547). *ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. เอกสารการสอน.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Adams, S. (1977). *Teaching Mathematics*. New York: Harper & Row Publishers.
- Anderson, K., B., & Pingry, R., E. (1973). *Problem solving in mathematics: Its theory and practice*. Washington, D. C: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K - 8: helping children think mathematically*. New York: Macmillan Publishing.
- Battiste, E. C. (1981). The relationship between direct Instruction in thinking skills and growth in cognitive development. *Dissertation Abstracts International*, 42(7), 3065 - A.
- Bell, F. H. (1981). *Teaching and learning Mathematics (in secondary schools)*. Dubuque, Iowa: Wm.C. Brown.
- Ben - Zeev Talia. (1987). *When erroneous Mathematical thinking is just as "correct": the oxymoron of the rational errors*. In Sternberg R. J. and Baron J. B. (ed), *Teaching Thinking Skills: Theory & Practice*, pp. 31 - 33. New York: W.IT Freeman and Company.
- Bitter, G. G. (1990). *Mathematics methods for the elementary and middle school: A comprehensive approach*. Boston: Allyn and Bacon.
- Bransford, J. D. et al. (1987). *Fostering Mathematical thinking in middle school students: Lesson from research*. In Sternberg R. J., and Baron J. B. (eds.), *Teaching thinking Skills: Theory & Practice*, p. 206. New York: W.IT Freeman and Company.
- Bruckner, L. J. (1957). *Developing Mathematics understanding in the upper grad*. Philadelphia The John C Winston.

- Carpenter T. P., et al. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 499 – 531.
- Carpenter, T. P. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carpenter, T. P. et al. (2000). *Cognitively guided instruction: A research-based teacher professional development program for elementary school mathematics*. National center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and science.
- Charle, S., et al. (1987). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: NCTM.
- Clyde, C. G. (1967). *Teaching mathematics in the elementary school*. New York: Ronald Press.
- Cruikshank, D. E., and Sheffield, L. J. (2000). *Teaching and learning elementary and middle school mathematics*. United States of America: John Wiley & Sons.
- Duncker, K. (1945). *On problem solving*. Psychological Monographs, 58, (Whole No 270)
- Fennema, E. et al. (1993). Using children's knowledge in instruction. *American Educational Research Journal*, 27(4), 555 - 583.
- Fisher, R. (1987). *Problem solving in primary school*. Great Britain: Basil Blackwell.
- Fraivillig, J. (2001). Strategies for advancing children's mathematical thinking. *Teaching Children Mathematics*, 8, 454 - 459.
- Fraivillig, J. L., Murphy, A.; & Karen, C. F. (1999). *Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 148 - 170.
- Franke, M., & Weishaupt, L. (1998). *Using children's thinking to teach Mathematics*. UCLA Urban Education Studies Center, Connections, pp. 3 - 7.
- Greenwood, J. J. (1993). On the nature of teaching and assessing mathematics power and mathematics thinking. *Arithmetic Teacher*, 41(3): 144 - 152.
- Hank, J. E. (1998). *Native american pedagogy and cognitive based Mathematics Instruction*. NY: Garland Press.
- Helton, F. F. (1958). *Introduction Mathematics*. New York: John Wiley & Sons.

- Henderson, P. B. (2002). *Materials development in support of mathematical thinking*. Indiana: Department of Computer Science and Software Engineering Bulter University.
- Henny, M. (1971). Improving mathematics verbal problem solving ability through reading instruction. *The Arithmetic Teacher*, (18), 223 - 224.
- Kamii, C. (2003). *Modifying a board game to foster kindergartners' logic mathematical thinking*. Dissertation Abstracts International.
- Kennedy, L. M., & Tipp, S. (1994). *Guiding children's learning of mathematics* (5th ed.). Belmont, California: Wadsworth Publishing,.
- Krulik, S. (1977). Problem, Problem solving and strategy games. *The Mathematics Teachers*, (7), 650 - 651.
- Krulik, S., & Reys, R. E. (1980). *Problem solving in school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Krulik, S., & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Needham Heights, Mass: Allyn and Bacon.
- Lynn, C. H. (1993). Some factor that impede or enhance performance in mathematical problem solving. *Journal Research of Mathematics Education*, (7), 167 - 169.
- Mason, J., & Stacey, K. (1994). *Thinking Mathematically*. Revised ed. London: Addison Wesley.
- Mayer, E. R., & Hegarty, M. (1987). *The process of understanding mathematical problems*. In Sternberg, R. J., and Baron, J. B. (eds.), *Teaching Thinking Skills: Theory & Practice*, pp. 31 - 33. New York: W.IT Freeman and Company.
- Mousley, J., (2004). An aspect of mathematics with understanding: the notion of conected know. *Proceding of the 28th Conference of the International*, 3, 377 - 384.
- National Center for Research in Mathematics and Science Education. (1992). Cognitively guided instruction. *NCRMSE Research Review*, 1(2).
- National Council of Teacher of Mathematics. (1980). *An agenda for action recommendations of school mathematics*. Dale Seymour.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National council of teacher of mathematics.

- National Council of Teacher of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. VA: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in japanese mathematics classroom. In T. Nakahara, & M. Koyama (Eds.), *Pro - ceedings 24th of the conference of the International group for the psychology of mathematics education, 1*, 39 - 53.
- Perkins, D. N. (1987). *Knowledge as Design: Teaching Thinking Trough Content*. In Sternberg, R. J., & Baron, J. B. (ed), *Teaching Thinking Skills: Theory & Practice*, pp. 62 - 68. New York: W.IT Freeman and Company.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. New York: Doubleday and Company.
- Reys, R. E., et al. (1992). *Helping children learn mathematics*. Boston: Allyn and Bacon.
- Reys, R. E., et al. (2004). *Helping children learn mathematics* (7th ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Schoenfeld, A. H. (1992.) *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in Mathematics*. In D.A. Grouws (ed), *Handbook of research on mathematics teachingand learning*. New York: MacMillan.
- Soden, R. (1994). *Teaching problem solving in vocational education*. London and New York: Routledge.
- Sternberg, R. J., & Baron, J. B. (eds). (1987). *Teaching thinking skills: Theory & Practice*. New York: W.IT Freeman and Company.
- Tan, O. S. (2000). *Thinking skills, creativity and problem - based learning*. Retrieved from www.eng.tp.edu.sg/pbl_tanoonseng.pdf
- Thiessen, D., et al. (1989). *Elementary mathematics method* (3rd ed.). New York: Macmillan Publishing.
- Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics*. In *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Bloom, Benjamin S. (pp. 643 - 649). New York: McGraw - Hill, Inc.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.คงรัฐ นวลแบ่ง
 อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ
 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
 ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
 มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นางศศิพร บุรีรัมย์
 ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ”
4. นางจุลจิรา ปิ่นมัน
 ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนบ้านบึง “อุตสาหกรรมนุเคราะห์”
5. นางสาวมะลิดา เมตตาคุณ
 ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนบ้านบึง “มนูญวิทยาการ”

(สำเนา)



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๑.๑๓๖๒ วันที่ ๒๖ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๒
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร.คงรัฐ นวลแปง

ด้วยนายชยานนท์ ไชยรักษ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในกรณีนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
 รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)



ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว. ๑๐ ๕๑๗

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๒ พฤษภาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอบขออนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางศศิพร บุรีรักษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายชยานนท์ ไชยรักษ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐ ๓๘๓๙ ๓๔๘๖, ๐ ๓๘๑๐ ๒๐๖๙

โทรสาร ๐ ๓๘๓๙ ๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๘๔๓๕๕๖๖

(สำเนา)



ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว. ๑๐๘๗

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลพทบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๓

๒๒ พฤษภาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางจุลจิรา ปิ่นมัน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

ด้วยนายชยานนท์ ไชยวัชช์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ สิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐ ๓๘๓๙ ๓๔๘๖, ๐ ๓๘๑๐ ๒๐๖๙

โทรสาร ๐ ๓๘๓๙ ๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๘๔๓๕๕๖๖

(สำเนา)



ที่ ศธ ๖๒๑๘/ว. ๑๐ ๕๑๗

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๓๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๓

๒๒ พฤษภาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวมะลิตา เมตตาคุณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

ด้วยนายชยานนท์ ไชยรักษ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ์ ทิรวัสส์ดี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐ ๓๘๓๙ ๓๔๘๖, ๐ ๓๘๓๐ ๒๐๖๙

โทรสาร ๐ ๓๘๓๙ ๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๘๔๓๕๕๖๖

(สำเนา)



ที่ อว ๘๑๑๘/ ๐๒๖๘

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลพท.บางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ กรกฎาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านบึง "มนูญวิทยาการ"

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายชยานนท์ ไชยรักษ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา การสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดย วิธีสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการ แก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖" ในความ ควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการมีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกใน การเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖/๒ โรงเรียนบ้านบึง "มนูญวิทยาการ" โดยผู้วิจัย จะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๒ กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๖๒ - ๗ สิงหาคม พ.ศ. ๒๕๖๒ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพา เรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ สิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๖-๘๔๓๕๕๖๖

(สำเนา)

ที่ อว ๘๑๑๘/๐๒๖๘



คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ กรกฎาคม ๒๕๖๒

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านบึง "มบุญวิทยาคาร"
สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายชยานนท์ ไชยรักษ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยวิธีสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖/๑ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๓ สิงหาคม พ.ศ.๒๕๖๒ ถึงวันที่ ๓๐ สิงหาคม พ.ศ.๒๕๖๒ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ สิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙, ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

โทรผู้วิจัย ๐๘๗-๙๙๔๔๔๘๘๙

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI)
ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT)
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์ 6 รหัสวิชา ค 33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 เวลา 50 นาที

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์นำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 5.1 ม.6/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์

มฐ. ค 6.1 ม.6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มฐ. ค 6.1 ม.6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มฐ. ค 6.1 ม.6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

3. สาระสำคัญ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก เป็นการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตชนิดหนึ่ง ซึ่งค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักนี้ใช้ในกรณีข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน เช่น การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบหลายครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งให้น้ำหนักความสำคัญของการสอบไม่เท่ากัน เราจึงไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้ เพราะ จะทำให้ค่าเฉลี่ยที่ได้คลาดเคลื่อนไปจากที่ควรจะเป็นจริง

4. สาระการเรียนรู้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักนี้ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละตัวมีความสำคัญไม่เท่ากันซึ่งมีวิธีการหา ดังนี้

X_1 มีน้ำหนักเท่ากับ W_1

X_2 มีน้ำหนักเท่ากับ W_2

X_3 มีน้ำหนักเท่ากับ W_3

⋮

X_n มีน้ำหนักเท่ากับ W_n

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w}$$

แล้วจะได้

5. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

5.1 อธิบายการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้

5.2 หาคำตอบโดยใช้การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้

ด้านทักษะกระบวนการ เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาให้นักเรียนสามารถ

5.3 แก้ไขปัญหาโดยใช้การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

5.4 มุ่งมั่นในการทำงาน

5.5 มีวินัย

6. ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา

1. ครูตั้งความคิดนักเรียน โดยการสนทนากับนักเรียนว่า ในการเรียนต่อระดับอุดมศึกษา จำเป็นต้องมีการสอบแข่งขันเข้าเรียน เงื่อนไขในการสอบเข้านั้นนักเรียนต้องมีเกรดเฉลี่ยที่ดี ในห้องเรียนนี้มีนักเรียนคนใดเคยคำนวณเกรดเฉลี่ยของตนเองบ้างไหม

- นักเรียนทราบหรือไม่ว่ามีการคำนวณเกรดเฉลี่ยอย่างไร

- นักเรียนสามารถคำนวณเกรดเฉลี่ยเป็นหรือไม่

2. ครูสนับสนุนความคิดของนักเรียน โดยการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยครูสอบถามนักเรียนที่เป็นตัวอย่าง 5 คน เพื่อสอบถามคะแนนรายวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียน 5 คนนี้ จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้ นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมเข้าสู่ ความรู้ใหม่ ดังนี้

- จากคะแนนของนักเรียนทั้ง 5 คน สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้อย่างไร
- มีวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้อย่างไร
- โจทย์ถามหาสิ่งใด และข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการดำเนินการ

แก้ปัญหาหรือไม่หรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติม

3. ครูสนับสนุนความคิดของนักเรียนเพิ่มเติม โดยยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา บนกระดานว่า

- ถ้าครูซื้อส้ม 2 กิโลกรัม กิโลกรัมละ 20 บาท จะเป็นเงินทั้งหมดกี่บาท
- ถ้าครูซื้อเงาะ 5 กิโลกรัม กิโลกรัมละ 10 บาท จะเป็นเงินทั้งหมดกี่บาท
- ราคาแต่ละกิโลกรัมของผลไม้แต่ละชนิดต่างกันหรือไม่
- น้ำหนักของผลไม้แต่ละชนิดมีผลต่อการหาค่าเฉลี่ยหรือไม่
- มีผลไม้ 2 ชนิด ราคาแตกต่างกันและจำนวนการซื้อต่างกัน นักเรียนคิดว่า

จะสามารถหาราคาเฉลี่ยของผลไม้ทั้งสองชนิดได้อย่างไร

- จากสถานการณ์ที่ 1 กับสถานการณ์ที่ 2 นักเรียนคิดว่ามีความเหมือนหรือแตกต่างกัน อย่างไร

4. ครูนำเสนอปัญหาโดยการแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เกรดเฉลี่ยของชั้น ชั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 4 - 5 คน หลังจากนำเสนอปัญหาแล้วครูสิ่งแวดล้อม ด้วยการ ให้นักเรียนพิจารณาคำถามในสถานการณ์ในชั้นนำเสนอปัญหา ครูสิ่งแวดล้อม ของนักเรียนในการหาแนวทางแก้ปัญหา

- จากตัวอย่างข้างต้น โจทย์ กำหนดอะไรมาให้บ้าง และต้องการทราบอะไร
- จากสถานการณ์ปัญหานักเรียนคิดว่าข้อมูลใดในโจทย์ที่เป็นประโยชน์ต่อ

การหาคำตอบ

- จากสถานการณ์ปัญหานักเรียนคิดว่าข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นต้องนำมาใช้

ในการหาคำตอบ

- หน่วยกิตที่กำหนดมีผลต่อการคิดเกรดเฉลี่ยหรือไม่
- ในการหาคำตอบนักเรียนยังต้องการข้อมูลเพิ่มเติมอีกหรือไม่

- ให้นักเรียนนึกถึงความรู้ที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาหรือจะต้องเชื่อมโยงความรู้เรื่องใดบ้าง และความรู้ที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่

- จากสถานการณ์เกรดเฉลี่ยและราคาเฉลี่ยของผลไม้ข้างต้น นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้มาแก้ปัญหาได้หรือไม่

- ให้นักเรียนหาแนวทางหรือแนวทางในการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ และต้องการข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

2. ครูให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาแนวทางการแก้ปัญหา และลงมือหาคำตอบ พร้อมทั้งสนับสนุนความคิดของนักเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด

- จากการทบทวนเรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและการหาว่าครูซื้อผลไม้โดยเฉลี่ย กิโลกรัมละกี่บาท นักเรียนสามารถนำความรู้เดิม มาหาค่าเฉลี่ยในใบกิจกรรมที่ 1 ได้หรือไม่

- จากสถานการณ์ที่ 1 นักเรียนจะเห็นว่าคะแนนแต่ละวิชามีหน่วยกิตที่แตกต่างกัน นักเรียนจะนำหน่วยกิตของแต่ละวิชามาใช้ในการคิดหรือไม่

- นักเรียนจะเห็นว่าข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน ถ้าจะใช้วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตธรรมดา จะทำให้ค่าเฉลี่ยที่ได้คลาดเคลื่อนไปจากที่ควรจะเป็นจริง

- น้ำหนักของแต่ละวิชาที่กำหนดให้มีผลต่อการคิดคำนวณหรือไม่

- ถ้านำมาคิดคำนวณนักเรียนควรทำอย่างไร

- ข้อมูลที่ครูให้มีความเพียงพอหรือไม่ที่จะให้นักเรียนหาคำตอบ นักเรียนต้องการข้อมูลส่วนใดเพิ่มเติมหรือไม่

- ครูเดินดูการทำกิจกรรมของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา ให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ ให้ความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่เป็นประโยชน์แก่นักเรียนแต่ละกลุ่มพร้อมให้คำแนะนำในการเขียนขั้นตอนของวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำผลจากการปฏิบัติกิจกรรมที่ได้จากขั้นวิเคราะห์ปัญหา และแก้ปัญหา มาจัดลำดับและเขียนเสนอให้เป็นลำดับขั้นตอนเพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ และง่ายต่อการสื่อสารกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน

2. ครูล้างความคิดโดยการให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอความคิดจากปัญหามาเสนอความคิดจากวิธีการแก้ปัญหาและวิธีการได้คำตอบของกลุ่มตนเอง ให้ครูและเพื่อน ฟัง และนักเรียนในห้องร่วมกันอภิปรายคำตอบว่าเหมาะสมและเป็นไปได้หรือไม่

- เหตุใดจึงเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหานี้

- มีวิธีการแก้ปัญห่อื่นอีกหรือไม่

- วิธีการแก้ปัญหาที่กลุ่มของนักเรียนเลือกใช้เหมาะสมกว่าวิธีการแก้ปัญหาคืออย่างไร

- จากวิธีการแก้ปัญหาทั้งหมด นักเรียนคิดว่าวิธีการใดเหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้มากที่สุด

- สถานการณ์ปัญหามีประเด็นที่สำคัญใดบ้าง ที่ผู้เรียนต้องทราบเพื่อใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหานี้

3. ครูสนับสนุนความคิดของนักเรียน โดยการ เชื่อมโยงวิธีคิดของนักเรียนเข้าสู่เนื้อหาเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ดังนี้

- นักเรียนจะเห็นว่าข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญเท่ากันหรือไม่ ถ้าจะใช้วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตธรรมดา จะทำให้ค่าเฉลี่ยที่ได้คลาดเคลื่อนไปจากที่ควรจะเป็นจริงหรือไม่อย่างไร

- นักเรียนคิดว่าน้ำหนักของแต่ละวิชามีผลต่อเกรดเฉลี่ยหรือไม่

- จากสถานการณ์ตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่า หน่วยกิตกับน้ำหนัก

และเกรดกับราคาต่อกิโลกรัม มีความสอดคล้องกันหรือไม่

- ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละตัวมีความสำคัญไม่เท่ากันเราจะมีวิธีกำหนดการหา ดังนี้

ถ้า X_1 มีน้ำหนักเท่ากับ W_1

X_2 มีน้ำหนักเท่ากับ W_2

X_3 มีน้ำหนักเท่ากับ W_3

⋮

X_n มีน้ำหนักเท่ากับ W_n

4. จากนั้นครูเชื่อมโยงเข้าสู่สถานการณ์ปัญหาที่ 2 เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก และให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้จากสถานการณ์ปัญหาที่ 1 เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีคิดของแต่ละกลุ่ม

2. ครูสนับสนุนความคิด โดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอธิบายคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

- ให้นักเรียนสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหา เพื่อสรุปองค์ความรู้ในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

3. ครูให้นักเรียนเขียนข้อสรุปจากการรายงานของแต่ละกลุ่ม เพื่อนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

4. ครูสรุปขั้นตอน เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

- การหาค่าเฉลี่ยชนิดนี้ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละค่ามีความสำคัญไม่เท่ากัน เช่น การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ 4 วิชา ที่แต่ละวิชาใช้เวลาเรียนในแต่ละสัปดาห์ไม่เท่ากัน หรือการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาสินค้าชนิดเดียวกันแต่น้ำหนักหรือราคาขายต่างกัน ถ้าจะใช้วิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตธรรมดา คือ ไม่ถ่วงน้ำหนักจะทำให้ค่าเฉลี่ยที่ได้คลาดเคลื่อนไปจากที่ควรจะเป็นจริง ซึ่งอาจจะน้อยกว่าหรือมากกว่าที่ควรจะเป็นจริงได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับน้ำหนักของข้อมูลแต่ละค่าที่นำมาใช้เป็นสำคัญ การหาค่าเฉลี่ยชนิดนี้เรียกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักนี้ใช้ในกรณีที่ข้อมูลแต่ละตัว มีความสำคัญไม่เท่ากันซึ่งมีวิธีการหาดังนี้

ถ้า X_1 มีน้ำหนักเท่ากับ W_1

X_2 มีน้ำหนักเท่ากับ W_2

X_3 มีน้ำหนักเท่ากับ W_3

⋮

X_n มีน้ำหนักเท่ากับ W_n

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

แล้วจะได้

5. ครูขยายความคิดด้วยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขเดิม หรือเปลี่ยนปัญหา เพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือเชื่อมโยงในความรู้ใช้ในเนื้อหาวิชาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง และให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น

7. สื่อการเรียนรู้ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้

7.1 ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เกรดเฉลี่ยของฉัน

7.2 ใบงานที่ 1 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน

8. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือการวัด	แหล่งข้อมูล	เกณฑ์
ด้านความรู้				
1. อธิบายการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้	- การสอบถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- ข้อคำถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- นักเรียน	- นักเรียนสามารถตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 70
ด้านทักษะกระบวนการ				
2. หาคำตอบโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้	- การสอบถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- ข้อคำถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- นักเรียน	- นักเรียนสามารถตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 70
3. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	- การสอบถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- ข้อคำถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- นักเรียน	- นักเรียนสามารถตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 70
4. นำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักมาเชื่อมโยงหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้	- การสอบถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- ข้อคำถามในชั้นเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1 - ใบงานที่ 1	- นักเรียน	- นักเรียนสามารถตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 70
ด้านคุณลักษณะ				
4. มุ่งมั่นในการทำงาน	- การสังเกตพฤติกรรม	- แบบสังเกตพฤติกรรม	- นักเรียน	- นักเรียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป
5. มีวินัย	- การสังเกตพฤติกรรม	- แบบสังเกตพฤติกรรม	- นักเรียน	- นักเรียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป

ลงชื่อ.....

(นายชยานนท์ ไชยรักษ์)

บันทึกหลังการสอน

1. ผลการจัดการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้

นักเรียนร้อยละ 70 สามารถอธิบายความหมายและหาคำตอบของค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้แต่มีนักเรียนส่วนน้อยที่ไม่สามารถอธิบายความหมายหรือหาคำตอบของค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้เนื่องจากนักเรียนยังอาจจะยังไม่สามารถเข้าใจและและวิธีการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก หรือไม่กล้าแสดงความคิดเห็นของตนเองกับเพื่อนในกลุ่ม

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการ

นักเรียนร้อยละ 70 สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนักได้ และสามารถเชื่อมโยงทางหรือประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

นักเรียนร้อยละ 90 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน และมีวินัย

2. ปัญหาต่าง ๆ ที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

นักเรียนบางคนไม่มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม และไม่กระตือรือร้นที่จะทำกิจกรรม และบางส่วนยังไม่เข้าใจการใช้กระบวนการในการแก้ปัญหา และนักเรียนใช้เวลานานในการทำความเข้าใจปัญหา

3. ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไขในการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป

ครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม โดยการใช้คำถามกระตุ้น และให้เวลานักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากขึ้น

ลงชื่อ.....

(นายชยานนท์ ไชยรักษ์)

ครูผู้สอน

แบบสังเกตพฤติกรรม (รายห้อง)

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์ 6 รหัสวิชา ค 33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

วันที่.....

คำชี้แจง กรุณาใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับพฤติกรรมของนักเรียน โดยระดับของพฤติกรรมนักเรียน แบ่งเป็น 5 ระดับ ดังนี้

5 = พฤติกรรมอยู่ในระดับดีมาก

4 = พฤติกรรมอยู่ในระดับดี

3 = พฤติกรรมอยู่ในระดับปานกลาง

2 = พฤติกรรมอยู่ในระดับน้อย

1 = พฤติกรรมอยู่ในระดับควรปรับปรุง

รายการประเมิน	ระดับพฤติกรรม				
	5	4	3	2	1
ความมุ่งมั่นในการทำงาน 1. มีการจดบันทึกระหว่างเรียน 2. ตั้งใจทำงานที่ได้รับมอบหมาย 3. ทำงานที่ได้รับมอบหมายเสร็จตามกำหนด					
รวม					
สรุปผลการประเมิน					
ความมีวินัย 1. แต่งกายเรียบร้อย 2. มีความตรงต่อเวลา 3. มีการเตรียมความพร้อมที่จะเรียน					
รวม					
สรุปผลการประเมิน					

เกณฑ์การประเมิน

พิจารณาจากพฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียน ไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของนักเรียน
ทั้งห้อง โดยแยกพิจารณาแต่ละด้าน

คะแนน 3 - 5 หมายถึงมีผลการประเมินพฤติกรรมในระดับควรปรับปรุง

คะแนน 6 - 7 หมายถึงมีผลการประเมินพฤติกรรมในระดับพอใช้

คะแนน 8 - 9 หมายถึงมีผลการประเมินพฤติกรรมในระดับปานกลาง

คะแนน 10 - 12 หมายถึงมีผลการประเมินพฤติกรรมในระดับดี

คะแนน 13 - 15 หมายถึงมีผลการประเมินพฤติกรรมในระดับดีมาก

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายชยานนท์ ไชยรักษ์)

ใบกิจกรรมที่ 1
เรื่อง เกรดเฉลี่ยของฉัน

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่กำหนดอย่างละเอียด

กลุ่ม

1. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
2. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
3. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
4. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น
5. ชื่อ..... เลขที่ ชั้น

สถานการณ์ปัญหาที่ 1

ในการสอบเก็บคะแนนปลายภาคเรียนของโรงเรียนเรียนยิ่งเรียนยิ่งดี ปรากฏว่า นายสมชายได้เกรดทั้ง 4 วิชา ดังนี้ วิชาภาษาไทย ได้เกรด 2 วิชาคณิตศาสตร์ ได้เกรด 3 วิชาฟิสิกส์ ได้เกรด 2 ทางโรงเรียนแจ้งว่าถ้านายสมชายได้เกรดเฉลี่ย 3.00 ขึ้นไปจะได้รับทุน นายสมชาย จะได้เกรดเฉลี่ยเป็นเท่าใด

รายวิชา	เกรด	หน่วยกิต
ภาษาไทย	2	2
คณิตศาสตร์	3	3
ฟิสิกส์	2	3

คำถาม

1.1 นายสมชายจะได้เกรดเฉลี่ยเป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปผล

.....

1.2 นายสมชายจะได้รับทุนการศึกษาหรือไม่ ถ้านายสมชายไม่ได้รับทุนการศึกษา
ทางโรงเรียนให้โอกาสเรียนแก้ตัว เพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 วิชา นายสมชายจะเลือกเรียนแก้ตัววิชาใด
และจะต้องได้เกรดเท่าใดเพื่อที่จะทำให้ได้รับทุนการศึกษา

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ปัญหาที่ 2

จากสถานการณ์ปัญหาที่ 1 ถ้านายสมชายได้เกรดวิชาภาษาไทย เพิ่มจากเกรด 2 เป็นเกรด 4 นายสมชายจะมีผลการเรียนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็นเท่าใดและจะได้รับทุนการศึกษาหรือไม่

รายวิชา	เกรด	หน่วยกิต
ภาษาไทย	4	2
คณิตศาสตร์	3	3
ฟิสิกส์	2	3

คำถาม

2.1 นายสมชายจะมีผลการเรียนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็นเท่าใดและจะได้รับทุนการศึกษาหรือไม่
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง เกรดเฉลี่ยของฉัน

สถานการณ์ปัญหาที่ 1

ในการสอบเก็บคะแนนปลายภาคเรียนของโรงเรียนเรียนยิ่งเรียนยิ่งดี ปรากฏว่า นายสมชาย ได้เกรดทั้ง 4 วิชา ดังนี้ วิชาภาษาไทย ได้เกรด 2 วิชาคณิตศาสตร์ ได้เกรด 3 วิชาฟิสิกส์ ได้เกรด 2 ทางโรงเรียนแจ้งว่าถ้านายสมชาย ได้เกรดเฉลี่ย 3.00 ขึ้นไปจะได้รับทุน นายสมชาย จะได้เกรดเฉลี่ยเป็นเท่าใด

รายวิชา	เกรด	น้ำหนักที่กำหนด
ภาษาไทย	2	2
คณิตศาสตร์	3	3
ฟิสิกส์	2	3

คำถาม

1.1 นายสมชายจะได้เกรดเฉลี่ยเป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

- เกรดทั้ง 3 วิชา คือ ภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์
- หน่วยกิตของในแต่ละวิชาที่กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ

- สมชายจะได้เกรดเฉลี่ยเท่าใด

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. กำหนดให้เกรด แทน x_i และ น้ำหนัก แทน w_i

2. ดำเนินการหา $x_i w_i$

3. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i x_i$

4. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

5. แทนค่าในสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก
ขั้นตอนการแก้ปัญหา

รายวิชา	เกรด (x_i)	หน่วยกิตที่กำหนด (w_i)	$x_i w_i$
ภาษาไทย	2	2	4
คณิตศาสตร์	3	3	9
ฟิสิกส์	2	3	6
		$\sum_{i=1}^n w_i = 8$	$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 19$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

จะได้ $\bar{X} = \frac{19}{8} = 2.37$

ขั้นสรุปผล

สมชายจะได้เกรดเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา เท่ากับ 2.37

1.2 นายสมชายจะได้รับทุนการศึกษาหรือไม่ ถ้านายสมชายไม่ได้รับทุนการศึกษาทางโรงเรียนให้โอกาสเรียนแก้ตัว เพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 วิชา นายสมชายจะเลือกเรียนแก้ตัววิชาใด และจะต้องได้เกรดเท่าใดเพื่อที่จะทำให้ได้รับทุนการศึกษา

นายสมชายไม่ได้รับทุนเพราะเกรดเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาไม่ถึง 3.00

จะเลือกเรียนแก้ตัวในวิชาฟิสิกส์

รายวิชา	เกรด (x_i)	น้ำหนักที่กำหนด (w_i)	$x_i w_i$
ภาษาไทย	2	2	4
คณิตศาสตร์	3	3	9
ฟิสิกส์	x	3	3x
		$\sum_{i=1}^n w_i = 8$	$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 13 + 3x$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\text{จะได้ } 3.00 = \frac{13 + 3x}{8}$$

$$\text{จะได้ } 24 = 13 + 3x$$

$$\text{จะได้ } 11 = 3x$$

$$\text{จะได้ } x = 3.66$$

เพราะฉะนั้นนายสมชายจะต้องได้เกรดวิชาฟิสิกส์ เกรด 4 นายสมชายจึงจะ
ได้รับทุนการศึกษา

สถานการณ์ปัญหาที่ 2

จากสถานการณ์ปัญหาที่ 1 ถ้านายสมชายได้เกรดวิชาภาษาไทย เพิ่มจากเกรด 2 เป็นเกรด 4

รายวิชา	เกรด	น้ำหนักที่กำหนด
ภาษาไทย	2	2
คณิตศาสตร์	3	3
ฟิสิกส์	2	3

คำถาม

2.1 นายสมชายจะมีผลการเรียนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็นเท่าใดและจะได้รับทุนการศึกษาหรือไม่
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

- เกรดทั้ง 3 วิชา คือ ภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์
- เกรดวิชาภาษาไทยที่เพิ่มขึ้น จากเกรด 2 เป็น เกรด 4
- หน่วยกิตของทีแต่ละวิชาที่กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ

- สมชายจะได้เกรดเฉลี่ยเท่าใด

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. กำหนดให้เกรด แทน x_i และ น้ำหนัก แทน w_i
2. ดำเนินการหา x_i, w_i

3. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i x_i$

4. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i$

5. แทนค่าในสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

รายวิชา	เกรด (x_i)	น้ำหนักที่กำหนด (w_i)	$x_i w_i$
ภาษาไทย	4	2	8
คณิตศาสตร์	3	3	9
ฟิสิกส์	2	3	6
		$\sum_{i=1}^n w_i = 8$	$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 23$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

จะได้ $\bar{X} = \frac{23}{8} = 2.87$

ขั้นสรุปผล

นายสมชายจะมีผลการเรียนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นจาก 2.37 เป็น 2.87 นายสมชายไม่ได้รับทุนการศึกษา

2.2 ถ้าเพิ่มหน่วยกิตของวิชาภาษาไทยเป็นจาก 2 หน่วยเป็น 3 หน่วย นายสมชายจะต้องได้เกรดวิชาภาษาไทยเท่าใดถึงจะได้รับทุนการศึกษา

รายวิชา	เกรด (x_i)	น้ำหนักที่กำหนด (w_i)	$x_i w_i$
ภาษาไทย	x	3	3x
คณิตศาสตร์	3	3	9
ฟิสิกส์	2	3	6
		$\sum_{i=1}^n w_i = 9$	$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 15 + 3x$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

จะได้ $3.00 = \frac{15 + 3x}{9}$

จะได้ $27 = 15 + 3x$

จะได้ $12 = 3x$

จะได้ $x = 4$

เพราะฉะนั้น ถ้าเพิ่มหน่วยกิตของวิชาภาษาไทยเป็นจาก 2 หน่วยเป็น 3 หน่วย นายสมชายจะต้องได้เกรดวิชาภาษาไทย เกรด 4 ถึงจะได้รับทุนการศึกษา

ใบงานที่ 1
เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแนวคิดในการแสดงหาคำตอบ

1. สมศรีซื้อเงาะ 5 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 15 บาท มังคุด 6 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 20 บาท ฝรั่ง 9 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 25 บาท สมศรีซื้อผลไม้โดยเฉลี่ย กิโลกรัมละกี่บาท

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา.....

.....

ขั้นสรุปผล.....

.....

2. ผลการเรียนวิชาต่างๆ ของสายใจ เป็นดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	เกรด
ภาษาไทย	2	2.5
ภาษาอังกฤษ	2	3
วิทยาศาสตร์	2	x

2.1 ถ้าเกรดเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาของสายใจเท่ากับ 2.5 สายใจจะได้เกรดวิชาวิทยาศาสตร์
เป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา.....

.....
ขั้นสรุปผล.....

2.2 ถ้าสายใจต้องการเข้าเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ โดยมีเงื่อนไขจะต้อง
ได้ผลการเรียนเฉลี่ยรวม 3.00 ขึ้นไป สายใจต้องได้เกรดวิชาวิทยาศาสตร์เท่าใด ผลการเรียนเฉลี่ย
ถึงจะเท่ากับ 3.00

.....
.....
.....
.....

เฉลยใบงานที่ 1
เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแนวคิดในการแสดงหาคำตอบ

1. สมศรีซื้อเงาะ 5 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 15 บาท มังคุด 6 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 20 บาท ฝรั่ง 9 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 25 บาท สมศรีซื้อผลไม้โดยเฉลี่ย กิโลกรัมละกี่บาท

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ราคาของ เงาะ มังคุด ฝรั่ง และจำนวน กิโลกรัมของผลไม้ที่แพรวซื้อ

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แพรวซื้อผลไม้โดยเฉลี่ย กิโลกรัมละเท่าใด

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. ให้จำนวนที่ซื้อผลไม้ แทนด้วย w_i
2. ให้ราคาของผลไม้ แทนด้วย x_i
3. ดำเนินการหา $x_i w_i$

4. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i x_i$

5. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

6. ใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\bar{X} = \frac{5(15) + 6(20) + 9(25)}{5 + 6 + 9}$$

จะได้

$$\bar{X} = \frac{75 + 120 + 125}{20}$$

$$\bar{X} = \frac{320}{20}$$

แพรวจะซื้อผลไม้เฉลี่ยราคา กิโลกรัมละ $\bar{X} = 16$

ขั้นสรุปผล

ดังนั้นแพรวจะซื้อผลไม้เฉลี่ยราคา กิโลกรัมละ 16 บาท

2. ผลการเรียนวิชาต่างๆ ของสายใจ เป็นดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	เกรด
ภาษาไทย	2	2.5
ภาษาอังกฤษ	2	3
วิทยาศาสตร์	2	x

2.1 ถ้าเกรดเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาของสายใจเท่ากับ 2.5 สายใจจะได้เกรดวิชาวิทยาศาสตร์เป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

- ผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา คือ วิชาภาษาไทย ได้เกรด 2.5 วิชาภาษาอังกฤษ ได้เกรด 3

และวิชาวิทยาศาสตร์ได้เกรด x

- น้ำหนักของวิชาทั้ง 3 วิชา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ

- ผลการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของสายใจ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. แทนเกรดวิชาวิทยาศาสตร์เป็น x

2. กำหนดให้เกรด แทน x_i และ น้ำหนัก แทน w_i

3. ดำเนินการหา x_i, w_i

4. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i x_i$

5. ดำเนินการหา $\sum_{i=1}^n w_i$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

6. แทนค่าในสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	เกรด	$x_i w_i$
ภาษาไทย	2	2.5	5
ภาษาอังกฤษ	2	3	6
วิทยาศาสตร์	2	x	2x
	$\sum_{i=1}^n w_i = 6$		$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 2x + 11$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\text{จะได้ } 2.5 = \frac{2x + 11}{6}$$

$$\text{จะได้ } x = 2$$

ขั้นสรุปผล

สายใจจะได้เกรดวิชาวิทยาศาสตร์เท่ากับ 2

2.2 ถ้าสายใจต้องการเข้าเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ โดยมีเงื่อนไขจะต้องได้ผลการเรียนเฉลี่ยรวม 3.00 ขึ้นไป สายใจต้องได้เกรดวิชาวิทยาศาสตร์เท่าใด ผลการเรียนเฉลี่ยถึงจะเท่ากับ 3.00

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	เกรด	$x_i w_i$
ภาษาไทย	2	2.5	5
ภาษาอังกฤษ	2	3	6
วิทยาศาสตร์	2	x	2x
	$\sum_{i=1}^n w_i = 6$		$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 2x + 11$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\text{จะได้ } 3.00 = \frac{2x + 11}{6}$$

$$\text{จะได้ } 18 = 2x + 11$$

$$\text{จะได้ } 7 = 2x$$

$$\text{จะได้ } x = 3.5$$

สายใจต้องได้เกรดวิชาวิทยาศาสตร์ 3.5 ขึ้นไป จึงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 3.00

ชื่อ สกุล ชั้น เลขที่

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

- คำชี้แจง**
- แบบทดสอบฉบับนี้ สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้ละเอียด

- ค่าใช้จ่ายต่อวันของนักเรียนชั้น ม.4 โรงเรียนสายหยุดเป็นดังนี้

ค่าใช้จ่าย	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	รวม
จำนวนคน	x	3	2	y	2	20

- ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าใช้จ่ายของนักเรียนเท่ากับ 28.50 จงหาค่า x, y

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 28.50 และ ตารางแจกแจงความถี่ของข้อมูลชุดนี้

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ หาค่า x, y

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- จากโจทย์เราต้องการหา ความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ 16 - 20 และ ชั้นที่ 31 - 35
- ใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลแจกแจงความถี่

$$\bar{x} = a + I \left(\frac{\sum_{i=1}^N fidi}{N} \right)$$

คือ

- กำหนดชั้นที่ค่า d = 0
- หาค่าจุดกึ่งกลางและความกว้างของอันตรภาคชั้น

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

สร้างตารางแจกแจงความถี่เพื่อหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ค่าใช้จ่าย	จำนวนคน (f_i)	d_i	$f_i d_i$
16-20	x	-3	-3x
21-25	3	-2	-6
26-30	2	-1	-2
31-35	y	0	0
36-40	2	1	2
	20		$\sum_{i=1}^5 f_i d_i = -3x - 6$

กำหนดให้อันตรภาคชั้นที่ 31-35 มีค่า $d = 0$

หาจุดกึ่งกลางของชั้นที่ 31 - 35 = $\frac{31+35}{2} = 33$

ความกว้างของอันตรภาคชั้น = 5

$$\bar{x} = a + I \left(\frac{\sum_{i=1}^N f_i d_i}{N} \right)$$

จากสูตร

$$\text{จะได้ } 28.50 = 33 + 5 \left(\frac{-3x - 6}{20} \right)$$

$$-\frac{4.5}{5} = \left(\frac{-3x - 6}{20} \right)$$

$$-0.9 \times 20 = -3x - 6$$

$$-18 + 6 = -3x$$

$$x = -4$$

จาก $x = 4$ จะหาค่า y ได้จาก $4 + 3 + 2 + y + 2 = 20$

ดังนั้น $x = 4, y = 9$

ขั้นสรุปผล

ดังนั้นความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ 16 - 20 = 4 และชั้น 31 - 35 = 9

1.2 มีนักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายต่อวันในช่วง 16 - 35 บาท มีจำนวนคิดเป็นร้อยละเท่าใด
ของนักเรียนกลุ่มนี้

ค่าใช้จ่าย	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	รวม
จำนวนคน	4	3	2	9	2	20

จากตารางแจกแจงความถี่ในข้อที่ 1.1 นักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายต่อวันในช่วง 16 - 35 บาท
มีทั้งหมด $4 + 3 + 2 + 9 = 18$ คน จากนักเรียนทั้งหมด 20 คน

$$\text{จะคิดเป็นจำนวนร้อยละ} \quad \frac{18 \times 100}{20} = 90$$

ดังนั้นมีนักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายต่อวันในช่วง 16-35 บาท มีจำนวนคิดเป็นร้อยละ 90

2. ณ โรงเรียนแห่งหนึ่ง ในการสอบเก็บคะแนนวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 6 ครั้ง สมศักดิ์สอบ
5 ครั้งแรกได้คะแนน $x, 87, 65, 73, 82$ คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ถ้าคะแนนเฉลี่ย
ของการสอบทั้ง 5 ครั้งเท่ากับ 76

2.1 จงหาคะแนนสอบของครั้งที่ 1

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสมศักดิ์
5 ครั้ง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 76 และคะแนนสอบในแต่ละครั้งของสมศักดิ์ $x, 87, 65, 73, 82$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสมศักดิ์ครั้งที่ 1

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. จากคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสมศักดิ์ 5 ครั้ง $x, 87, 65, 73, 82$ เราไม่ทราบ
คะแนนสอบครั้งแรกของสมศักดิ์

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

2. ใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ

$$76 = \frac{x + 87 + 65 + 73 + 82}{5}$$

3. จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 76 หมายถึง

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

$$\text{จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 76 หมายถึง} \quad 76 = \frac{x + 87 + 65 + 73 + 82}{5}$$

หาค่าตัวแปร x โดยการแก้สมการ $380 = x + 87 + 65 + 73 + 82$

$$380 = x + 307$$

$$x = 73$$

คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสมศักดิ์ครั้งที่ 1 เท่ากับ 73 คะแนน

ขั้นสรุปผล

ดังนั้นคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสมศักดิ์ครั้งที่ 1 เท่ากับ 73 คะแนน

2.2 ถ้ากำหนดให้ เกรด 4 วิชาคณิตศาสตร์ต้องได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ 80 คะแนน ขึ้นไปในการสอบครั้งที่ 6 ของสมศักดิ์ สมศักดิ์จะต้องสอบได้คะแนนเท่าใด จึงจะได้เกรด 4 วิชาคณิตศาสตร์

จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ 5 ครั้ง สมศักดิ์ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 76 คะแนน

ในการสอบครั้งที่ 6 ของสมศักดิ์จะต้องได้คะแนนเท่าไร จึงได้คะแนนเฉลี่ยทั้ง 6 ครั้ง เท่ากับ 80 คะแนน

$$\text{ใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$\text{จะได้ } 80 = \frac{73 + 87 + 65 + 73 + 82 + x}{6}$$

$$\text{จะได้ } 480 = 380 + x$$

$$\text{จะได้ } x = 100$$

ดังนั้นสมศักดิ์จะต้องสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนครั้งที่ 6 เท่ากับ 100 คะแนน จึงจะได้เกรด 4

3. ในการแข่งขันตอบปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในงานเด็กศิรีตำบล มีนักเรียนเข้าร่วมการแข่งขันจำนวน 27 ทีม โดยผลการแข่งขันเป็นดังนี้

ตำแหน่ง	คะแนน	ตำแหน่ง	คะแนน	ตำแหน่ง	คะแนน
1	55	10	72	19	80
2	60	11	72	20	80
3	60	12	74	21	82
4	65	13	74	22	83

ตำแหน่ง	คะแนน	ตำแหน่ง	คะแนน	ตำแหน่ง	คะแนน
5	68	14	75	23	85
6	68	15	75	24	90
7	69	16	77	25	92
8	70	17	77	26	95
9	70	18	78	27	96

3.1 ทีมที่ได้คะแนนสูงกว่าประมาณครึ่งหนึ่งของทีมทั้งหมดได้คะแนนต่ำกว่า
จะได้รับเหรียญรางวัล อยากทราบว่าทีมที่ได้เหรียญรางวัลมีทั้งหมดกี่ทีม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ นักเรียนเข้าร่วมการแข่งขันจำนวนทั้งหมด 27 ทีม,
ตำแหน่งและคะแนนเรียงจากมากไปหาน้อย

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ ทีมที่ได้คะแนนสูงกว่าประมาณครึ่งหนึ่งของทีมทั้งหมดได้
คะแนนต่ำกว่า, อยากทราบว่าทีมที่ได้เหรียญรางวัลมีทั้งหมดกี่ทีม

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. ทีมที่ได้คะแนนสูงกว่าประมาณครึ่งหนึ่งของทีมทั้งหมดได้คะแนนต่ำกว่าคือ P_{50}
2. เรียงคะแนนจากน้อยไปหามาก
3. หาดำแหน่ง P_n โดยใช้สูตร $P_n = \frac{r(N+1)}{100}$
4. นำตำแหน่ง P_n ที่หาได้ไปหาคำตอบ

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

$$\text{จากสูตรหา } P_n = \frac{r(N+1)}{100}$$

$$\text{จะได้ } P_{50} = \frac{50(27+1)}{100}$$

$$\text{จะได้ } P_{50} = 14$$

$$\text{ดังนั้น } P_{50} = 14$$

ตำแหน่งที่ 14 มีค่าเท่ากับ 75 คะแนน

โจทย์ต้องการทราบว่าทีมที่ได้คะแนนสูงกว่า 75 คะแนน มี 12 ทีม

ขั้นสรุปผล

ดังนั้นทีมที่ได้เหรียญรางวัลมีทั้งหมด 12 ทีม

3.2 ทีมโรงเรียนคนดีได้คะแนน 90 คะแนน จะได้รับรางวัลประเภทใด โดยกำหนดอัตราส่วนจำนวน เหรียญทอง:เหรียญเงิน:เหรียญทองแดง เท่ากับ $1 : 2 : 3$ และทีมที่ได้คะแนนต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50 จะได้รับเกียรติบัตรชมเชย อยากทราบว่าทีมโรงเรียนคนดี จะได้รับเหรียญประเภทใด

จากข้อที่ 3.1 ทีมที่ได้เหรียญรางวัลมีทั้งหมด 12 ทีม

อัตราส่วนเหรียญรางวัล เหรียญทอง:เหรียญเงิน:เหรียญทองแดง เท่ากับ $1 : 2 : 3$

จากทีมมีทั้งหมด 12 ทีมจะได้เหรียญทอง:เหรียญเงิน:เหรียญทองแดง มีอัตราส่วน ดังนี้ $1 : 2 : 3 = 6$

$$1 \times 2 : 2 \times 2 : 3 \times 2 = 6 \times 2$$

$$2 : 4 : 6$$

ดังนั้นจะมีทีมที่ได้ เหรียญทอง 2 เหรียญ เหรียญเงิน 4 เหรียญ เหรียญทองแดง 6 เหรียญ

ดังนั้นทีมโรงเรียนคนดีได้คะแนน 90 คะแนน ทีมโรงเรียนคนดีจะได้รับเหรียญเงิน

4. ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องใช้ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์, ฟิสิกส์, และวิชาเคมี โดยสมจริงได้ผลการเรียนทั้ง 3 วิชา ดังนี้

วิชา	จำนวนหน่วยกิต	ผลการเรียน
คณิตศาสตร์	1.5	4
ฟิสิกส์	1.5	2
เคมี	2	2

4.1 สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชาทั้ง 3 วิชา คือคณิตศาสตร์, ฟิสิกส์, และวิชาเคมี, หน่วยกิตทั้ง 3 วิชา คือคณิตศาสตร์, ฟิสิกส์, และวิชาเคมี

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ สมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเป็นเท่าใด

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

1. ใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

2. ให้จำนวนหน่วยกิตแทนด้วย w_i และผลการเรียนแทนด้วย x_i

3. สร้างตารางเพิ่มเพื่อหา $w_i x_i$
4. แทนค่าตามสูตรเพื่อหาผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

วิชา	จำนวนหน่วยกิต (w_i)	ผลการเรียน (x_i)	$w_i x_i$
คณิตศาสตร์	1.5	4	6
ฟิสิกส์	1.5	2	3
เคมี	2	2	4
	$\sum_{i=1}^n w_i = 5$		$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 13$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

จะได้ $\bar{X} = \frac{13}{5} = 2.6$

ผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา เท่ากับ 2.6

ขั้นสรุปผล

ดังนั้นสมจริงจะมีผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชา เท่ากับ 2.6

4.2 มหาวิทยาลัยได้กำหนดเงื่อนไขในการเข้าศึกษาต่อโดยกำหนดไว้ว่า ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์, ฟิสิกส์ และเคมี จะต้องได้ 3.00 ขึ้นไป สมจริงจะสามารถสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้หรือไม่ ถ้าสมจริงไม่ผ่านเงื่อนไขทางโรงเรียนให้สมจริงสามารถเรียนซ่อมเสริมเพื่อเพิ่มเกรดได้ 1 รายวิชา สมจริงจะเลือกเรียนซ่อมเสริมวิชาใด และวิชาที่สมจริงเรียนเพิ่มจะต้องได้ผลการเรียนเท่าใดเพื่อให้ได้ตรงตามเงื่อนไขที่มหาวิทยาลัยกำหนด

จากผลการเรียนเฉลี่ยในข้อ 4.1 สมจริงไม่สามารถเข้ามหาวิทยาลัยได้ เพราะผลการเรียนเฉลี่ยไม่ถึง

จากมหาวิทยาลัยได้กำหนดเงื่อนไขในการเข้าศึกษาต่อโดยกำหนดไว้ว่า ผลการเรียนเฉลี่ยของวิชา คณิตศาสตร์, ฟิสิกส์ และเคมี จะต้องได้ 3.00 แต่สมจริงได้ผลการเรียนเฉลี่ย 2.6

สมจริงจะเรียนซ่อมเสริมวิชา เคมี

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก
ให้ผลการเรียนเฉลี่ยทั้ง 3 วิชาเท่ากับ 3.00

วิชา	จำนวนหน่วยกิต (w_i)	ผลการเรียน (x_i)	$w_i x_i$
คณิตศาสตร์	1.5	4	6
ฟิสิกส์	1.5	2	3
เคมี	2	x	2x
	$\sum_{i=1}^n w_i = 5$		$\sum_{i=1}^n w_i x_i = 2x + 9$

จะได้ $3 = \frac{2x + 9}{5}$

จะได้ $x = 3$

ดังนั้น จากผลการเรียนเฉลี่ยในข้อ 4.1 สมจริงไม่สามารถเข้ามหาวิทยาลัยได้
เพราะผลการเรียนเฉลี่ยไม่ถึง

สมจริงจะเรียนซ่อมเสริมวิชา เคมี

สมจริงจะต้องได้เกรดวิชาเคมี 3.00 ขึ้นไปเพื่อจะผ่านเงื่อนไขในการเข้ามหาวิทยาลัย

5. คะแนนชุดหนึ่งเรียงตามลำดับค่าได้ดังนี้ 1, 1, 4, 4, 6, 8, y, 10, 10 มีค่าฐานนิยมค่าเดียว
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 6 แล้ว

5.1 มัชฐานของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับเท่าไร

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนชุดนี้ เท่ากับ 6 และ ฐานนิยม
ของคะแนนมีค่าเดียว

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ มัชฐานของคะแนนชุดนี้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากโจทย์เราต้องการหา ค่า y

ใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6 หมายถึง
$$6 = \frac{1+1+4+4+6+8+y+10+10}{9}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เป็นข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงความถี่ สามารถหาค่ามัธยฐานได้ดังนี้

1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

2. ค่ามัธยฐานจะอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2}$

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จากค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6 หมายถึง
$$6 = \frac{1+1+4+4+6+8+y+10+10}{9}$$

หาค่าตัวแปร x โดยการแก้สมการ
$$6 = \frac{y+44}{9}$$

$$54 = y + 44$$

จะได้ $y = 10$

หาค่ามัธยฐานได้ดังนี้

1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก 1, 1, 4, 4, 6, 8, 10, 10, 10

2. ค่ามัธยฐานจะอยู่ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$

จะได้มัธยฐานที่อยู่ตำแหน่งที่ 5 มีค่าเท่ากับ 5

ขั้นสรุปผล

ดังนั้นมัธยฐานของคะแนนชุดนี้ เท่ากับ 5

5.2 จากคะแนนชุดหนึ่งเรียงตามลำดับค่าได้ดังนี้ 1, 1, 4, 4, 6, 8, y , 10, 10

นักเรียนสามารถหาค่าฐานนิยมได้โดยไม่ต้องทราบค่าเฉลี่ยเลขคณิต และมัธยฐานได้หรือไม่

ได้ เพราะ เราสามารถหาได้โดยสังเกตจากความถี่ของข้อมูล ถ้าค่าของข้อมูลใดที่มีความถี่มากที่สุดค่านั้นคือฐานนิยม จากโจทย์กำหนดว่า 1 และ 4 เป็นฐานนิยมไม่ได้ เพราะมีค่าฐานนิยมค่าเดียว

ดังนั้นฐานนิยมมีค่าเท่ากับ 10

6. แพร อ้อด และออมสิน ต่างชั่งน้ำหนักแล้วนำผลมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ เท่ากับ 50 กิโลกรัม และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับศูนย์ ถ้านำน้ำหนักตัวของปรินเตอร์ มาคำนวณด้วยปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคนทั้งสี่เป็น 45 กิโลกรัม

6.1 จงหาพิสัยของข้อมูลชุดนี้

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ น้ำหนักเฉลี่ยของ แพร อ้อด และออมสิน เท่ากับ 50 กิโลกรัม, ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0, น้ำหนักเฉลี่ยของ แพร ออโต้ ออมสิน และปรินเตอร์ เท่ากับ 45 กิโลกรัม

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ หาพิสัยของข้อมูลชุดนี้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

1. ใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับศูนย์ หมายความว่า ค่า $x_i = 50$ ทุกจำนวน
3. สูตรการหาพิสัยคือ $X_{\max} - X_{\min}$

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จากน้ำหนักเฉลี่ยของ แพร อ้อด และออมสิน เท่ากับ 50 กิโลกรัม และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของน้ำหนัก แพร อ้อด และออมสิน เท่ากับ 0

ดังนั้น น้ำหนักของน้ำหนัก แพร อ้อด และออมสิน เท่ากับ 50 กิโลกรัม ให้น้ำหนักของปรินเตอร์ เท่ากับ x กิโลกรัม

จากสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจะได้ $\frac{50+50+50+x}{4} = 45$

$$\frac{150+x}{4} = 45$$

$$150+x = 180$$

$$x = 30$$

ดังนั้นจะได้ น้ำหนักของ แพร ออโต้ ออมสิน และปรินเตอร์ เท่ากับ 30, 50, 50, 50 กิโลกรัม

จากสูตรการหาพิสัยคือ $X_{\max} - X_{\min}$

$$X_{\max} = 50, X_{\min} = 30$$

ดังนั้น พิสัยของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ $50 - 30 = 20$

ขั้นสรุปผล

ดังนั้นพิสัยของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 20

6.2 ถ้าน้ำหนักตัวของปรีนเตอร์มาคำนวณด้วย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้จะเปลี่ยนหรือไม่และ จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของคนทั้งสี่นี้

น้ำหนักของแพร ออโต้ ออมสิน และปรีนเตอร์ เท่ากับ 30, 50, 50, 50 กิโลกรัม

น้ำหนักเฉลี่ยของ แพร ออโต้ ออมสิน และปรีนเตอร์ เท่ากับ 45 กิโลกรัม

$$\text{จากสูตรการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}}$$

$$\text{จะได้ } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (30 - 45)^2 + (50 - 45)^2 + (50 - 45)^2 + (50 - 45)^2}{4}}$$

$$s = \sqrt{\frac{225 + 25 + 25 + 25}{4}}$$

$$s = \sqrt{\frac{300}{4}}$$

$$s = \sqrt{75}$$

ดังนั้นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของคนทั้งสี่นี้ เท่ากับ $\sqrt{75}$

ภาคผนวก ก

- ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น
- ค่า x และ x^2 ในการหาความแปรปรวนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ใน การหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient)
- ค่า S_i^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1

ตารางที่ ค - 1 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.78	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 1 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.78, S = 0.33$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมินอยู่ใน
ระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 2 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.78	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 2 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.78, S = 0.33$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมินอยู่ใน
ระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 3 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.78	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 3 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.78, S = 0.33$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมินอยู่ใน
ระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 4 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	4	5	4	5	4.40	0.55	มาก
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	4	5	5	5	5.00	0.55	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.81	0.29	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-4 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{X} = 4.81, S = 0.29$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมินอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 5 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	4	5	4	5	4.40	0.55	มาก
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.76	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 5 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
($\bar{X} = 4.76, S = 0.33$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมิน
อยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 6 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.80	0.32	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-6 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
($\bar{X} = 4.80, S = 0.32$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมินอยู่ใน
ระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 7 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.78	0.36	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 7 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
($\bar{X} = 4.78, S = 0.36$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมินอยู่ใน
ระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 8 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	4	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	4	5	4	5	4.40	0.55	มาก
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.76	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-8 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.76, S = 0.33$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อ พบว่า ทุกรายการประเมินอยู่ในระดับ
เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 9 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	4	5	4	5	4.40	0.55	มาก
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.76	0.33	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 9 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.76$, $S = 0.33$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ใน
ระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 10 ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของการประเมินความเหมาะสมของ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	ระดับความ เหมาะสม
	จำนวน 5 คน							
	1	2	3	4	5			
มาตรฐานเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีแก้ปัญหา	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุปแนวคิด	4	5	5	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.80	0.29	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 10 ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด
($\bar{X} = 4.80, S = 0.29$) และเมื่อพิจารณาความเหมาะสมรายข้อพบว่าทุกรายการประเมินอยู่ใน
ระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ ค - 11 สรุปผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ทั้งหมด 10 แผน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	\bar{X}	S	ระดับความเหมาะสม
1	4.78	0.33	มากที่สุด
2	4.78	0.33	มากที่สุด
3	4.78	0.33	มากที่สุด
4	4.81	0.29	มากที่สุด
5	4.76	0.33	มากที่สุด
6	4.80	0.32	มากที่สุด
7	4.78	0.32	มากที่สุด
8	4.76	0.33	มากที่สุด
9	4.76	0.33	มากที่สุด
10	4.80	0.29	มากที่สุด
เฉลี่ย	4.78	0.32	มากที่สุด

จากตารางที่ ค - 11 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โดยวิธีการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) มีค่าเฉลี่ยเหมาะสม อยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.78, S = 0.32$)

ตารางที่ ค - 12 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	+0	+1	+1	+1	+1	4	0.80	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
4	+0	+1	+1	+1	+1	4	0.80	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
7	+1	+0	+1	+1	+1	4	0.80	ใช้ได้
8	+1	+0	+1	+1	+1	4	0.80	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1.00	ใช้ได้

จากตารางแสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 12 ข้อ ในแต่ละข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ระหว่าง .80 - 1.00 จากการแปลผลพบว่าข้อสอบทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้

ตารางที่ ค - 13 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.66	0.63	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.73	0.38	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.68	0.64	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.55	0.66	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.56	0.31	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
6	0.56	0.63	ใช้ได้	คัดเลือก
7	0.64	0.53	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.75	0.63	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.56	0.69	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.68	0.57	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
11	0.68	0.64	ใช้ได้	คัดเลือก
12	0.64	0.53	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางแสดงค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง .55 - .75 และมีค่าอำนาจจำแนกในช่วง .31 - .69

เลือกข้อสอบข้อที่ 1, 3, 4, 7, 9 และ 11 ที่มีค่าความยากง่าย .66, .68, .55, .64, .56, .68 และค่าอำนาจจำแนก .63, .64, .66, .53, .69, .64 ตามลำดับ ซึ่งมีค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนกมากกว่า .20 จากนั้นคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก

ตารางที่ ค - 14 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ และ S_i^2 ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์รายข้อ

ข้อที่	$\sum x$	$\sum x^2$	S_i^2
1	135	1205	4.12
2	123	997	3.21
3	117	927	4.46
4	120	968	4.25
5	127	1085	4.80
6	128	1074	3.12
			$\sum S_i^2 = 23.96$

ตารางที่ ค - 15 ค่า $\sum x$, $\sum x^2$ ทั้งฉบับที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1

นักเรียนคนที่	X	X^2
1	65	4225
2	61	3721
3	61	3721
4	57	3249
5	56	3136
6	53	2809
7	51	2601
8	49	2401
9	47	2209
10	45	2025
11	41	1681
12	39	1521

ตารางที่ ค - 15 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	X	X^2
13	38	1444
14	35	1225
15	31	961
16	21	441
$\sum x = 750$		$\sum x^2 = 37370$

ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

$$S_i^2 = \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}$$

$$S_i^2 = \frac{16(37370) - (750)^2}{16 \cdot 15}$$

$$S_i^2 = \frac{597920 - 562500}{240}$$

$$S_i^2 = \frac{35420}{240}$$

$$S_i^2 = 147.58$$

ค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right)$$

$$\alpha = \frac{16}{15} \left(1 - \frac{23.96}{147.58} \right)$$

$$\alpha = 0.89$$

ตารางที่ ค - 16 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 42 คะแนน)	X^2
1	34	1156
2	36	1296
3	40	1600
4	40	1600
5	34	1156
6	40	1600
7	30	900
8	36	1296
9	34	1156
10	36	1296
11	30	900
12	32	1024
13	22	484
14	30	900
15	32	1024
16	41	1681
17	33	1089
18	36	1296
19	34	1156
20	35	1225
21	34	1156
22	28	784

ตารางที่ ค - 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 42 คะแนน)	X^2
23	34	1156
24	31	961
25	32	1024
26	36	1296
27	30	900
28	24	576
29	35	1225
30	30	900
31	31	961
32	35	1225
33	22	484
34	34	1156
35	36	1296
36	38	1444
37	34	1156
38	38	1444
39	36	1296
40	34	1156
41	37	1369
รวม	1374	46800
คะแนนเฉลี่ย	33.51	
ร้อยละ	79.79	

ตารางที่ ค - 17 คะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)	X^2
1	19	361
2	16	256
3	20	400
4	21	441
5	16	256
6	21	441
7	18	324
8	21	441
9	20	400
10	15	225
11	15	225
12	18	324
13	14	196
14	18	324
15	15	225
16	19	361
17	19	361
18	21	441
19	20	400
20	23	529
21	22	484
22	16	256

ตารางที่ ค - 17 (ต่อ)

คนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (X) (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)	X^2
23	19	361
24	16	256
25	15	225
26	22	484
27	22	484
28	15	225
29	20	400
30	16	256
31	18	324
32	18	324
33	12	144
34	14	196
35	14	196
36	20	400
37	21	441
38	20	400
39	18	324
40	18	324
41	18	324
รวม	743	13759
คะแนนเฉลี่ย	18.12	
ร้อยละ	75.5	

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย
- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (29.4 คะแนน) โดยใช้สูตร t -test for one sample ดังนี้

$$t = \frac{\frac{\bar{x} - \mu}{S}}{\sqrt{n}} ; df = n-1$$

$$t = \frac{\frac{33.512 - 29.40}{4.342}}{\sqrt{41}} ; df = 41 - 1$$

$$t = \frac{4.112}{0.678} ; df = 40$$

$$t = 6.064 ; df = 40$$

ดังนั้น $t = 6.064 ; df = 40$

ค่าวิกฤตจากการเปิดตาราง t เท่ากับ 1.6839 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05, $df = 40$ จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่า t จากการเปิดตาราง ($6.064 > 1.6839$) สรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

2. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ (ACT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 (16.8 คะแนน) โดยใช้สูตร t -test for one sample ดังนี้

$$t = \frac{\frac{\bar{x} - \mu}{S}}{\sqrt{n}} ; df = n-1$$

$$t = \frac{\frac{18.121 - 16.80}{2.712}}{\sqrt{41}} ; df = 41-1$$

$$t = \frac{1.321}{0.423} ; df = 40$$

$$t = 3.120 ; df = 40$$

ดังนั้น $t = 3.120; df = 40$

ค่าวิกฤตจากการเปิดตาราง t เท่ากับ 1.6839 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05, $df = 40$ จะเห็นว่าค่า t ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่า t จากการเปิดตาราง ($3.120 > 1.6839$) สรุปได้ว่า ค่าเฉลี่ยความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ดังภาพที่ ง - 1

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	41	33.5122	4.34236	.67816

One-Sample Test						
	Test Value = 29.40					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	6.064	40	.000	4.11220	2.7416	5.4828

ภาพที่ ง - 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample ดังภาพที่ ง - 2

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00002	41	18.1220	2.71289	.42368

One-Sample Test						
	Test Value = 16.80					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00002	3.120	40	.003	1.32195	.4657	2.1782

ภาพที่ ง - 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test
for one sample