

ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share
ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ธัญญา แนวคง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2561
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ รัชฎญา แนวคง ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์


..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.คมสัน ศรีไพบูลย์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัดผล)


..... กรรมการ
(ดร.คงรัฐ นवलเปง)


..... กรรมการ
(ดร.คมสัน ศรีไพบูลย์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วรากร ทรัพย์วิระปกรณ์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 19 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2561

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์อย่างยิ่ง จาก ดร.คงรัฐ นวลแบ่ง อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.คมสัน ศรีไพบูลย์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ให้ความเมตตา กรุณา เสียสละเวลาให้แนวคิดที่ถูกต้องในการปรับปรุง แก้ไข ข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่ อย่างยิ่งตลอดมา ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล ประธานและ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วรากร ทรัพย์วิระประภรณ์ กรรมการ ที่กรุณาให้ความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนแก้ไขและวิจารณ์ผลงาน เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ มาณพ ชัยดิเรก ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต นางจรรววรรณ วงศ์คำพันธ์ นางวิษารินทร์ หมั่นรัตน์ และนางสาวนันทพร สังอรดี ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้บริหารและคณะครู โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม ที่ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัยครั้งนี้ และขอขอบคูนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ที่ได้ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพเครื่องมือ และดำเนินการทดลอง จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ขอขอบคูนเพื่อน พี่ ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ที่คอยให้การช่วยเหลือมาโดยตลอดจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

คุณความดีทั้งหลายอันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอบพระคุณเป็นเครื่องบูชาพระคุณของ บิดา มารดา และครูอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัยทั้งในอดีตและปัจจุบัน ทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

ธัญญา แนวดวง

57910137: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย/ เทคนิค Think - Pair - Share/ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ัญญา แนวคง: ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (THE EFFECTS OF INDUCTIVE LEARNING MANAGEMENT AND THINK - PAIR - SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: คงรัฐ นวลเป่ง, กศ.ด., คมสัน ตรีไพบูลย์, กศ.ด. 196 หน้า, ปี พ.ศ. 2561.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งเป็นแผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม จำนวน 18 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share จำนวน 6 แผน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.85 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบที่แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample) ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

57910137: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

(MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: INDUCTIVE LEARNING MANAGEMENT/ THINK - PAIR - SHARE
TECHNIQUE/ MATHEMATICAL CONCEPT/ MATHEMATICAL
REASONING ABILITY

THANYA NAEWDONG: THE EFFECTS OF INDUCTIVE LEARNING
MANAGEMENT AND THINK - PAIR - SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL
CONCEPT AND REASONING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS)
ADVISORY COMMITTEE: KONGRAT NUALPANG, Ed.D., KOMSAN TREEPAIBOON,
Ed.D. 196 P. 2018.

The purposes of this research were to compare the student's mathematical concept and reasoning ability of Mathayomsuksa II students after using the inductive learning management and the think - pair - share technique with 70 percent criterion. The design of research was one - group posttest - only design. The subjects of this study were 18 Mathayomsuksa II students in the first semester of the 2018 academic year at Kroksoomboonwitthayakom School in Prachinburi. They were randomly selected by using cluster random sampling. The instruments used in the study were; 6 lesson plans, mathematical concept test (with reliability of 0.85) and mathematical reasoning ability test (with reliability of 0.89). The data were analyzed by Mean, Standard Deviation and *t*-test for one sample. The findings were as follows:

1. The mathematical concept on congruence of Mathayomsuksa II students after using inductive learning management and think - pair - share technique was statistically higher than the 70 percent criterion at the .05 level.

2. The mathematical reasoning ability of Mathayomsuksa II students after using inductive learning management and think - pair - share technique was statistically higher than the 70 percent criterion at the .05 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	8
สมมติฐานของการวิจัย.....	8
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	9
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	10
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	12
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	13
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระ	14
การเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	
การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย.....	19
การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share.....	29
การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share.....	38
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	41
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	57
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	69
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	74
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	74
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	75

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 75
	การเก็บรวบรวมข้อมูล..... 90
	การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย..... 91
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 95
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 95
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 95
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 105
	สรุปผลการวิจัย..... 105
	อภิปรายผล..... 106
	ข้อเสนอแนะ..... 112
	บรรณานุกรม..... 114
	ภาคผนวก..... 121
	ภาคผนวก ก..... 122
	ภาคผนวก ข..... 128
	ภาคผนวก ค..... 140
	ภาคผนวก ง..... 144
	ภาคผนวก จ..... 147
	ประวัติย่อผู้วิจัย..... 190

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	มาตรฐานและตัวชี้วัดที่ใช้ในงานวิจัย.....	18
2	การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย.....	27
3	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร.....	53
4	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย.....	54
5	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ กระทรวงศึกษาธิการ.....	65
6	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของสสวท.....	66
7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร.....	67
8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของศศิธร แม่นสงวน.....	67
9	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของผู้วิจัย.....	68
10	การวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ.....	76
11	การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุก ประการ.....	82
12	เกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	84
13	การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	86
14	เกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์...	88
15	แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัย.....	90
16	การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน ทุกประการกับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	96
17	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ.....	97
18	การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับ เกณฑ์ร้อยละ 70.....	100

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
19 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	101
20 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต.....	129
21 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม.....	130
22 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน.....	131
23 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบมุม-ด้าน-มุม.....	132
24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบด้าน-ด้าน-ด้าน.....	133
25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบฉาก-ด้าน-ด้าน.....	134
26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think- Pair - Share ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	135
27 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	136
28 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	137
29 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	138
30 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	139

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
31	141
คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2.....	
32	142
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2.....	
33	143
จำนวนนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	
34	143
จำนวนนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1	กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 12
2	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share..... 40
3	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน..... 97
4	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน..... 98
5	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 1..... 99
6	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 2..... 99
7	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน..... 100
8	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน..... 102
9	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน..... 102
10	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 1..... 103
11	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 2..... 103
12	ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน..... 104
13	ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560..... 145
14	ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จากการทำ แบบทดสอบ..... 146
15	ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำ แบบทดสอบ..... 146

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 1) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงมุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยมีการกำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งประกอบด้วย 6 สาระการเรียนรู้ โดยสาระที่หนึ่งถึงสาระที่ห้าเป็นสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) จำนวนและการดำเนินการ 2) การวัด 3) เรขาคณิต 4) พีชคณิต และ 5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 2 - 3) ส่วนสาระที่หก เป็นสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 5 ทักษะ ได้แก่ 1) การแก้ปัญหา 2) การให้เหตุผล 3) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ 4) การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และ 5) มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 2 - 3)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องให้มีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ (ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 15) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าความรู้หรือเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ถูกเน้นมาโดยตลอด ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการที่จะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ จึงเป็นเครื่องมือของผู้เรียนในการทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่ามากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์ และขั้นตอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน (อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 94) ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน คือ ทักษะ

การให้เหตุผล เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะช่วยเข้าใจนามธรรมนั้น (Russell, 1999, p. 1) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody, 1993, p. 59)

ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตประจำวัน ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์ (Baroody, 1993, p. 59; Russell, 1999, p. 1; สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, หน้า 54 - 56; สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555 ค, หน้า 39) อีกทั้งการจัดการเรียนรู้ผ่านกระบวนการให้เหตุผลจะทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ สามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ข้อสรุปหรือสามารถตัดสินใจถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ อีกทั้งการให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนเองอีกด้วย (สสวท., 2547, หน้า 3; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM.], 1991) ดังนั้นผู้สอนควรส่งเสริมการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อที่ผู้เรียนจะได้มีทักษะการให้เหตุผล และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์แล้ว มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่ต้องพัฒนาให้นักเรียนเกิดควบคู่ไปกับทักษะ เพราะทักษะและความรู้เป็นของคู่กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 94) อีกทั้งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ยังเป็นสิ่งที่จำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้จากประสบการณ์ หากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี จะสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในการแสดงเหตุผล หาหลักการ ค้นพบความรู้ใหม่ และมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ดีขึ้น (Cooney, Davis & Henderson, 1975, p. 85; ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 85; สสวท., 2555, หน้า 61; อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 17) ซึ่งการสอนให้นักเรียนได้เข้าใจและเกิดมโนทัศน์ จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาบ่อย นักเรียนจะเข้าใจเนื้อหาในระดับสูงได้ยาก (Kammi & Dominik, 1997; Zazkis & Campbell, 1996) อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 113) ซึ่งนักเรียนที่มีมโนทัศน์ดีจะสามารถเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้ดี

รวมทั้งสามารถบอกเหตุผลโดยการไข่มโนทัศน์ได้ (Cooney, Davis & Henderson, 1975, p. 85; สสวท., 2555 ค, หน้า 61)

จากการรายงานผลการประเมิน PISA 2012 (Programme for international student assessment 2012) และ PISA 2015 (Programme for international student assessment 2015) พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนเฉลี่ย 427 และ 415 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD (Organization for economic cooperation and development) ที่มีค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ 494 และ 490 คะแนน ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาถึงลงไปพบว่า มีนักเรียนไทยประมาณครึ่งหนึ่งยังรู้คณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานต่ำสุด นั่นจึงแสดงให้เห็นว่านักเรียนของไทยไม่มีความสามารถถึงระดับพื้นฐานที่ควรต้องมี ข้อสอบ PISA เป็นข้อสอบที่มีหลากหลายสถานการณ์ในชีวิตจริงให้นักเรียนอ่าน แต่ละสถานการณ์อาจมีหลายคำถาม และหลากหลายรูปแบบในการตอบคำถาม เช่น เลือกตอบ เขียนตอบสั้น ๆ และเขียนอธิบาย (สสวท., 2557, หน้า 179 - 190; สสวท., 2559, หน้า 14) และการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2554 (Trends in International mathematics and Science Study 2011; TIMSS) ซึ่งมีการประเมินในวิชาคณิตศาสตร์ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครอบคลุมเนื้อหา (Content domain) ได้แก่ จำนวน พีชคณิต เรขาคณิต ข้อมูลและโอกาส และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (Cognitive domain) ได้แก่ ความรู้ การประยุกต์ใช้ความรู้ และการใช้เหตุผล โดยมีแบบทดสอบ จำนวน 217 ข้อ เป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ 99 ข้อ และข้อสอบแบบเลือกตอบ 118 ข้อ ซึ่งผลการประเมินพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ เป็น 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน คือ 500 คะแนน และเมื่อจำแนกตามเนื้อหาวิชาและจำแนกตามพฤติกรรมการเรียนรู้ พบว่า คะแนนเฉลี่ยเรื่องเรขาคณิตเท่ากับ 415 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยด้านการใช้เหตุผลเท่ากับ 429 คะแนน (สสวท., 2557, หน้า 202 จากคะแนน PISA และ TIMSS พบว่านักเรียนไทยยังขาดความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 338) ซึ่งชี้ว่าประเทศไทยกำลังประสบปัญหาที่สำคัญในการจัดการศึกษาที่ทำให้ นักเรียน “คิดแก้ปัญหาไม่เป็น” หรือ “ไม่ชอบที่จะคิดวิเคราะห์” นอกจากนี้ สสวท. (2555, หน้า 1) พบว่า มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังคงมีความสามารถเกี่ยวกับการแสดงหรือการอ้างอิงเหตุผล ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) ซึ่งเป็นการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2556 - 2558 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 25.45 , 29.65 และ 32.40 ตามลำดับ (สถาบันทดสอบ

ทางการศึกษาแห่งชาติ องค์การมหาชน [สทศ.], 2558) ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และจากการศึกษาคะแนนผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในปีการศึกษา 2556-2558 ของโรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม อำเภอศรีมหาโพธิ จังหวัดปราจีนบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 7 ปรากฏว่าผลการประเมินในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 21.80, 23.81 และ 28.07 ตามลำดับ พบว่าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ยังต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับ ประเทศ (โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม, 2559) ซึ่งสอดคล้องกับการรายงานผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ที่ผ่านมามีคะแนนเฉลี่ยรวมเท่ากับ 35.68 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 โดยมีจำนวนนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 คิดเป็นร้อยละ 60.27

เมื่อพิจารณาตามหน่วยการเรียนรู้พบว่า หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ นักเรียนได้คะแนนต่ำที่สุด มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 15.23 (โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม, 2558) ทั้งนี้เนื่องจากเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการนั้น เป็นเนื้อหาที่นักเรียนต้องใช้ ความเข้าใจในการอธิบายสื่อความหมาย และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ แล้วนำไปใช้ในการพิสูจน์ พร้อมทั้งให้เหตุผล ประกอบคำตอบ และจากการสอนในปีการศึกษาที่ผ่านมาพบว่า นักเรียนไม่สามารถแสดงเหตุผล ประกอบคำตอบได้ ไม่สามารถนำความรู้เดิมมาประยุกต์ใช้ได้ เนื่องจากลืมเนื้อหาที่ได้เรียนมาก่อนหน้านี้ เพราะนักเรียนอาศัยเพียงการท่องจำไม่ได้เกิดจากการทำความเข้าใจ สาเหตุอาจเกิดจากนักเรียนไม่เข้าใจทฤษฎีบท บทนิยาม รวมถึงการนำทฤษฎีบทและบทนิยามนั้นมาใช้ในการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ซึ่งการสอนของครูใช้การบรรยาย เน้นให้นักเรียนจำ จึงไม่สามารถนำทฤษฎีบทและบทนิยามเหล่านั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 2) ที่กล่าวว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ทั้งในเรื่องของความรู้พื้นฐาน การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และจากการศึกษางานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2546, หน้า 185) พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ทั้งด้านการตีความจากโจทย์ การใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ การคิดคำนวณ และการตรวจสอบการแก้ปัญหา จากงานวิจัยดังกล่าวจะเห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

จากสภาพปัญหาดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เป็นเพราะการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทั่วไป ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย เน้นให้นักเรียนท่องจำ สูตร บทนิยาม โดยครูเขียนสิ่งที่ต้องการอธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำแล้วให้นักเรียนจดตาม นักเรียนไม่ได้ฝึกการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2546, หน้า 54 - 58) ที่ว่า ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟัง เน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยครูเขียนสิ่งที่ต้องการอธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งนี้นักเรียนได้รับจึงเป็นเพียงความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิด มุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน และการดำเนินการสอนของครูเป็นลักษณะของรูปแบบการสื่อสารทางเดียวไม่ค่อยมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน การโต้ตอบระหว่างครูกับนักเรียนเป็นเพียงการซักถามที่อยู่ในรูปประโยคปิด เช่น ใช่หรือไม่ ถูกต้องหรือไม่ เพียงเท่านั้น ไม่ได้ปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่ยึดสังเกต สำรวจ และตั้งข้อคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง และอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 62) ยังกล่าวอีกว่า การที่นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน หรือขาดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทำให้ไม่สามารถใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาได้ หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่ง คือ การเรียนการสอนส่วนใหญ่เป็นการสอนที่ไม่ได้เน้นการเข้าใจความหมาย แต่เน้นที่ขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาให้สำเร็จ ซึ่งผลที่ตามมาคือนักเรียนจดจำวิธีการแก้ปัญหาโดยขาดความรู้ความเข้าใจอย่างถ่องแท้

แนวทางที่จะพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนฝึกกระบวนการคิด ให้นักเรียนรู้จักคิดได้ด้วยตนเอง และต้องเกิดการพัฒนามโนทัศน์และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดการพัฒนา มโนทัศน์และทักษะการให้เหตุผลจะต้องฝึกให้นักเรียนคิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ครูควรเลือกใช้สื่อ นวัตกรรม ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนารวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการจัดการเรียนรู้ (De Cecco, 1968, pp. 416 - 418; Klausmeier & Ripple, 1971, pp. 422-423; อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 22) ดังนั้นครูจะต้องการจัดการเรียนรู้จะต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการค้นคว้า การสังเกตกรณีตัวอย่าง เปรียบเทียบและวิเคราะห์อันนำมาซึ่งข้อสรุปข้อความด้วยตัวเอง (ชาญชัย อาจินสมาจาร, 2542, หน้า 63) ตลอดจนต้องจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหา ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และพัฒนาไปพร้อม ๆ กัน ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงได้

ศึกษาการจัดการเรียนรู้รูปแบบต่าง ๆ เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ซึ่งการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจรูปแบบหนึ่งที่สอดคล้องกับแนวคิดดังกล่าวข้างต้น คือ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสร้างข้อสรุป หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ครูเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนพิจารณา สังเกต และเปรียบเทียบ ลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกัน เพื่อนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ (Eggen, Kauchak & Harder, 1979, pp. 115 - 128; Sidhu, 1981, pp. 106 - 108; พรพิมล พรพิรชนม์, 2550, หน้า 123; ทิศนา แจมมณี, 2553, หน้า 340; เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรขจร, 2555, หน้า 82) โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมโดยการใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่ นักเรียน พร้อมทั้งอธิบายจุดประสงค์ให้นักเรียนเข้าใจ 2) ขั้นนำเสนอ ตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้พิจารณา 3) ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนสังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่าง เพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างและเตรียมข้อมูลในการสรุป 4) ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมที่ได้จากการสังเกตและเปรียบเทียบมาสร้างเป็นมโนทัศน์ และ 5) ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำมโนทัศน์ที่สรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด โดยผู้เรียน มีการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง (Lardizabal et al., 1970, pp. 29 - 32; Eggen Kauchak & Harder, 1979, pp. 116 - 124; ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ, 2542, หน้า 70; พรพิมล พรพิรชนม์, 2550, หน้า 123 - 124; ฌนัท ธาตุทอง, 2551, หน้า 196) ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดข้อสรุป กฎเกณฑ์ ข้อเท็จจริง ได้ด้วยตนเองจากการสังเกตตัวอย่าง ที่มากพอ และเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะกระบวนการคิด การให้เหตุผลอีกด้วย ซึ่งสอดคล้อง กับงานวิจัยของ ฌญฐิปัญชาน์ พิชญูชมชื่น (2558, หน้า 83 - 84) ผลการศึกษาพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 ดังนั้น การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยน่าจะเป็นรูปแบบหนึ่งที่สามารถช่วยพัฒนา มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูนำเสนอ ตัวอย่างและให้นักเรียนเกิดการเปรียบเทียบ และนำข้อมูลมาสรุปเป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง นอกจากนี้การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยยังมีข้อจำกัดอยู่บางประการ คือ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

เป็นวิธีการสอนที่นักเรียนจะต้องคิดหาคำตอบด้วยตนเอง และใช้กระบวนการคิด หากนักเรียนขาดทักษะพื้นฐานในการคิด อาจไม่เกิดผลตามที่ต้องการ (ทศนา แคมมณี, 2553, หน้า 342) ดังนั้นผู้วิจัยจึงเกิดแนวคิดที่จะนำเทคนิคหรือวิธีการจัดการเรียนรู้รูปแบบอื่นมาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นให้เข้าใจยิ่งขึ้น โดยการนำการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเข้ามาใช้ เนื่องจาก การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกระบวนการที่ส่งเสริมการทำงานร่วมกัน ทำให้รู้จักรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น ร่วมกันคิด นำข้อมูลที่ได้มาพิจารณาร่วมกันเพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือนี้มีเทคนิคที่หลากหลาย ในแต่ละเทคนิคจะมีประสิทธิภาพและความเหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาที่แตกต่างกันออกไป เพราะฉะนั้นในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องเลือกเทคนิคการจัดการเรียนรู้ให้ตรงกับเนื้อหาและธรรมชาติของวิชาที่สอนจึงจะเกิดประสิทธิภาพสูงสุด ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่เริ่มจากตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหา ให้นักเรียนคิดหาแนวคิดหรือคำตอบด้วยตัวเอง จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายแนวคิดหรือคำตอบ เมื่อได้ข้อสรุปนักเรียนเสนอคำตอบต่อเพื่อนหน้าชั้นเรียน (Lyman, 1981, pp. 109 - 110; Millis & Cottell, 1998, pp. 73 - 74; สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และคณะ, 2554, หน้า 26) และเป็นเทคนิคที่นำไปประยุกต์ใช้ได้กับทุกรูปแบบการสอน เนื่องจากเทคนิค Think - Pair - Share มีกระบวนการที่ไม่ซับซ้อน สามารถแทรกกับรูปแบบการสอนอื่นได้ ซึ่งเทคนิคนี้จะทำให้ได้จำนวนกลุ่มมากกว่า เมื่อเทียบกับการเรียนรู้แบบร่วมมือรูปแบบอื่น เทคนิคอื่นที่ศึกษามาจะเป็นการแบ่งกลุ่มตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป แต่จากสภาพบริบทของโรงเรียนกรอกสมบูรณวิทย์วิทยาคม อำเภอศรีมหาโพธิ จังหวัดปราจีนบุรี ที่เป็นโรงเรียนขนาดเล็ก มีจำนวนนักเรียนน้อย ถ้าแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 4 คนก็จะได้จำนวนกลุ่มที่ไม่มาก ซึ่งจะส่งผลให้แนวคิดหรือลักษณะร่วม ที่ได้จากการสังเกต อภิปราย ข้อสรุปต่าง ๆ ไม่มี ความหลากหลายดังนั้นถ้าใช้เป็นคู่แทนจึงจะเหมาะสมกว่าโดยนำเทคนิค Think - Pair - Share ไปแทรกในขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ในขั้นเปรียบเทียบและขั้นสรุป เพื่อส่งเสริมกระบวนการคิดให้กับนักเรียนได้มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของชาญญารณ์ ชัดทา (2558, หน้า 89) พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะนำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมา ร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เพื่อให้นักเรียนมีกระบวนการคิดที่ดีขึ้นจึงใช้กระบวนการกลุ่ม

ในการจัดการเรียนรู้ ให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และหาข้อสรุปด้วยตนเอง ดังนั้น ผู้วิจัยจึงทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงสุด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับ เกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับ เกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียน กรอกสมบูรณวิทยาคม อำเภอศรีมหาโพธิ จังหวัดปราจีนบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 36 คน ซึ่งแต่ละห้องจัดแบบคละความสามารถ

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 จำนวน 18 คน โรงเรียนกรอกสมบูรณวิทยาคม อำเภอศรีมหาโพธิ จังหวัดปราจีนบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

3. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share
ตัวแปรตาม 'ได้แก่'

1. โน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งประกอบด้วย

ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต	จำนวน 2 คาบ
ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	จำนวน 2 คาบ
รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน	จำนวน 2 คาบ
รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม - ด้าน - มุม	จำนวน 2 คาบ
รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน	จำนวน 2 คาบ
รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน	จำนวน 2 คาบ
รวม	จำนวน 12 คาบ

5. ระยะเวลา

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ใช้เวลาในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 12 คาบ และทดสอบหลังเรียนจำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที รวมทั้งสิ้นใช้เวลา 14 คาบ

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. ได้พัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้สนใจในการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่ส่งเสริมมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นียมศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ครูเสนอตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ให้นักเรียนพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบ ลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างและคิดหาแนวคิดหรือลักษณะร่วมด้วยตนเอง พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายแนวคิด หรือลักษณะร่วม และสร้างข้อสรุปของแนวคิดหรือลักษณะร่วมนั้น แล้วนำเสนอข้อสรุปต่อเพื่อนหน้าชั้นเรียน เพื่อนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์ ซึ่งมีขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมโดยการใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่ นักเรียน

1.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนได้พิจารณา

1.3 ขั้นเปรียบเทียบ ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนสังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือคล้ายคลึงกัน เพื่อคิด (Think) หาแนวคิดหรือลักษณะร่วม พร้อมทั้งให้เหตุผล จากนั้นจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนและพิจารณาแนวคิดหรือลักษณะร่วมเพื่อหาข้อสรุปร่วมกัน

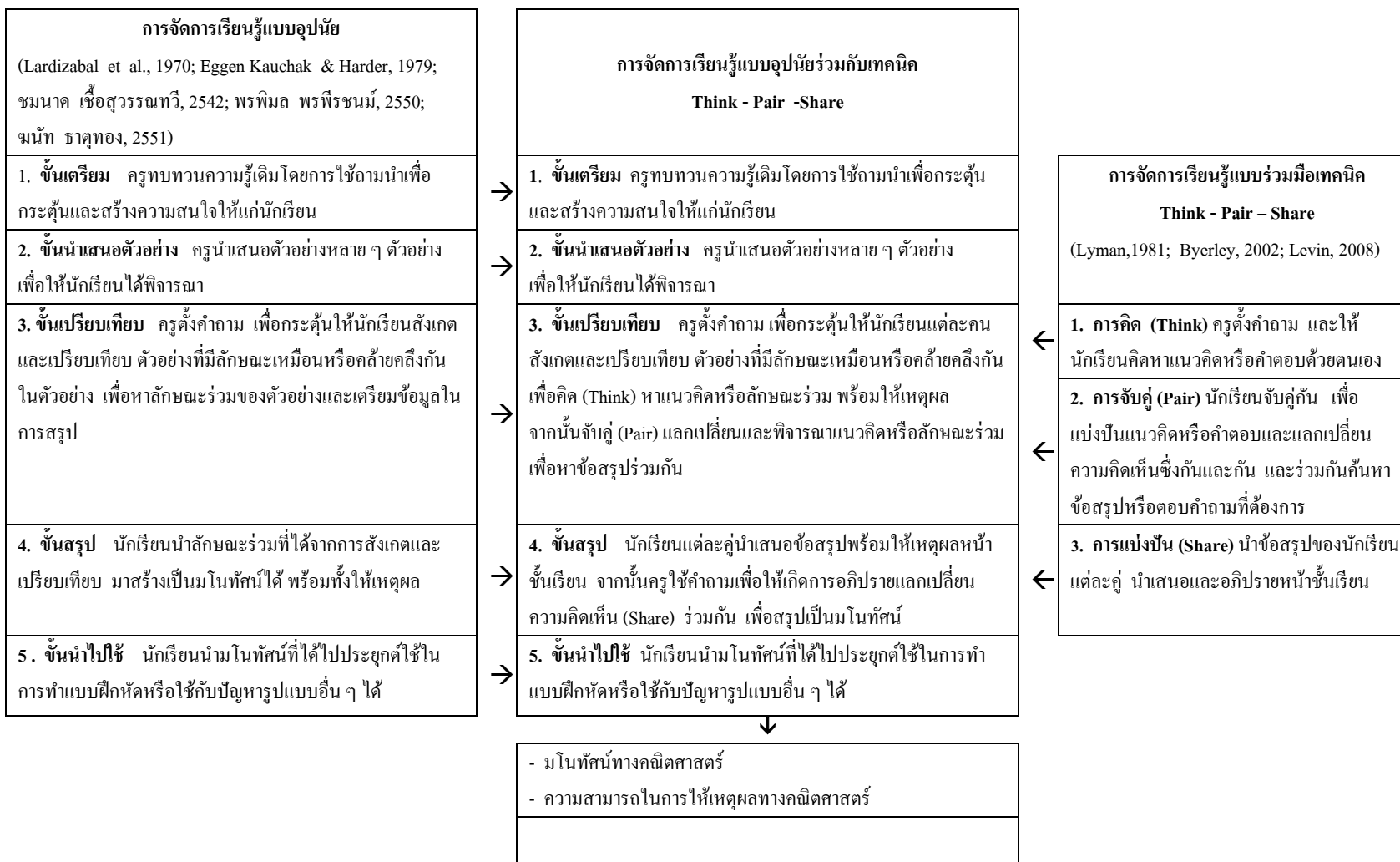
1.4 ขั้นสรุป นักเรียนแต่ละคู่ นำเสนอข้อสรุปพร้อมให้เหตุผลหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share) ร่วมกัน เพื่อสรุปเป็นมโนทัศน์

1.5 ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือใช้กับปัญหารูปแบบอื่นๆ ได้

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลในการอธิบายสื่อความหมาย และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายแนวคิด โดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ในระดับดี ตามกระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 22)



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 คุณภาพผู้เรียน
 - 1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
2. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.1 ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.2 จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.3 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
3. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share
 - 3.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.2 เทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 3.3 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share
 - 3.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share
 - 3.5 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share
4. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share
 - 4.1 การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 4.2 การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share
 - 4.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share

5. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.3 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.4 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.4.1 แนวทางในการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.4.2 เกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 5.5 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.4.1 แนวทางในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.4.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นเพื่อให้สถานศึกษาได้นำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางและจัดการเรียนการสอน อีกทั้งมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดยังช่วยให้เกิดความชัดเจนเรื่องการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ซึ่งครอบคลุมนักเรียนทุกกลุ่มเป้าหมายในการศึกษาระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ข, หน้า 1 - 10)

คุณภาพผู้เรียน

เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนจะต้องมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 5)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้
3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้
5. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้
7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้
8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ
9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจ

สถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากคุณภาพผู้เรียนที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะมุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและสามารถนำสมบัตินั้นไปใช้ในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลัก และมาตรฐานการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552 ก, หน้า 2 - 3) ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

(Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่กล่าวมาข้างต้น สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยครั้งนี้ คือ สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 มาตรฐานและตัวชี้วัดที่ใช้ในงานวิจัย

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา	ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา
ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จากคุณภาพผู้เรียน สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ซึ่งสอดคล้องกับ สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา ตัวชี้วัด ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถ ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้
 Eggen, Kauchak and Harder (1979, pp. 115 - 128) ได้ให้ความหมายไว้ว่า
 การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีสอนที่ครูจะเป็นผู้บรรยายข้อมูลต่างๆแล้วให้ผู้เรียนซักถาม
 และสังเกตลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูลเหล่านั้นเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลข้อมูลอื่น ๆ ซึ่งจะ
 นำไปสรุปเป็นมโนทัศน์

Sidhu (1981, pp. 106 - 108) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
 เป็นการสอนที่เป็นการมองจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมและจากตัวอย่างไปสู่
 กฎเกณฑ์ทั่วไป เป็นวิธีการที่จะสร้างกฎเกณฑ์โดยการนำตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมเข้ามาช่วย
 วิธีการนี้เป็นพื้นฐานของการหาเหตุผลจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวมซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่จะหา
 ข้อเท็จจริงทั่วไป โดยจะแสดงให้เห็นว่าถ้ามันเป็นจริงในกรณีเฉพาะแต่ละกรณีและมีการให้
 เหตุผลที่พอเพียงในแต่ละกรณีมันก็จะมีความจริงในทุก ๆ กรณี สูตรหรือหลักการทั่วไป
 จะต้องผ่านกระบวนการให้เหตุผลและแก้ปัญหาซึ่งจะทำให้เกิดความมั่นใจแล้ว หลังจาก
 ยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมจนเกิดความเข้าใจแล้วนักเรียนก็สามารถที่จะประสบความสำเร็จใน
 การหากฎเกณฑ์โดยทั่วไปได้

พรพิมล พรพิรชนม์ (2550, หน้า 123) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบ
 อุปนัย เป็นวิธีจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เริ่มจากการศึกษารายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์ หรือ
 ส่วนรวม เป็นการสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยให้
 ผู้เรียนทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบแล้วพิจารณาค้นหาองค์ประกอบที่เหมือนกันหรือ
 คล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

ทิสนา แจมมณี (2553, หน้า 340) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
 เป็นกระบวนการสอนที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด
 โดยการนำตัวอย่าง/ ข้อมูล/ ความคิด/ เหตุการณ์/ สถานการณ์/ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ/ แนวคิด
 ที่ต้องการให้แก่ผู้เรียนมาให้ผู้เรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการ/ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา
 เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 82) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้
 แบบอุปนัย เป็นการสอนที่ผู้สอนจะยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนเห็นรูปแบบ

โดยผู้เรียนจะต้องใช้การสังเกตเพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุป

จากความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ครูเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนพิจารณา สังเกต และเปรียบเทียบ ลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกัน พร้อมทั้งแสดงเหตุผล ประกอบ เพื่อนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์ได้

จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้ Eggen, Kauchak and Harder (1979, pp. 115 - 128) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยดังนี้

1. เป็นการช่วยให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองอย่างลึกซึ้งและละเอียด
2. ในระหว่างขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจะได้สร้างองค์ความรู้และเข้าใจด้วยตนเอง
3. ช่วยให้นักเรียนเพิ่มทักษะการเรียนรู้และความมั่นใจในการคิดอย่างสมเหตุสมผลต่อสิ่งแวดล้อมของการดำเนินชีวิตได้ต่อไป

ชาญชัย อัจฉินสมาจาร (2547, หน้า 63) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยดังนี้

1. เพื่อช่วยนักเรียนให้ค้นพบกฎหรือความจริงที่สำคัญสำหรับตัวนักเรียนเอง โดยผ่านทาง การสังเกตอย่างรอบคอบในตัวอย่างจำเพาะอย่างเพียงพอซึ่งจะสนับสนุนเป็นกฎเกณฑ์
2. เพื่อทำให้ความหมาย การอธิบาย และความสัมพันธ์ของแนวความคิดมีความแจ่มชัดต่อนักเรียน

3. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ดำเนินการสืบค้นด้วยตนเองโดยไม่ต้องพึ่งพาครู

พรพิมล พรพิรชนม์ (2550, หน้า 123) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า ให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจอย่างมีความหมายและสร้างความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างชัดเจน ตลอดจนกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักทำการศึกษา ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

ทศนา เขมมณี (2551, หน้า 340) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า เป็นวิธีการที่มุ่งช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ/แนวคิดหรือข้อความรู้ต่าง ๆ อย่างเข้าใจ

วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์ (2551, หน้า 91) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์ ข้อสรุปที่สำคัญโดยอาศัยการสังเกตด้วยตนเอง
2. เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจ รู้ที่มาของกฎเกณฑ์ ข้อสรุปและรู้จักสัมพันธ์ความคิดต่าง ๆ

เข้าด้วยกันแล้วโยงไปถึงสิ่งที่ต้องการพบ

3. เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าคิดพิจารณาและไตร่ตรองด้วยตนเอง

เวชฤทธิ์ อังกะภทขจร (2555, หน้า 83) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่มี

จำนวนมากเพียงพอ

2. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้มีการเชื่อมโยงความคิดและเกิดความเข้าใจที่แท้จริง
 3. เพื่อช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดไตร่ตรองด้วยเหตุผล และหาข้อสรุปด้วยตนเอง
- จากจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่กล่าวไว้ข้างต้นผู้วิจัยได้สรุปไว้ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ ค้นพบกฎเกณฑ์ ข้อเท็จจริงหรือหลักการ

ที่สำคัญได้ด้วยตนเองจากการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอ

2. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจความหมาย ความสัมพันธ์ของแนวคิดอย่างชัดเจน
3. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้มีการเชื่อมโยงความคิด รู้จักไตร่ตรองด้วยเหตุผล และ

หาข้อสรุปด้วยตนเอง

ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้ Sidhu (1981, pp. 106 - 108) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยช่วยทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งมี

การยกตัวอย่างง่าย ๆ ทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์และที่มาของสูตรได้ง่าย

2. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการที่มีหลักการและเหตุผล ดังนั้นจึงเหมาะสม

สำหรับวิชาคณิตศาสตร์

3. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในการค้นหา
สูตร
4. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นพื้นฐานของการสังเกต การคิดและการทดลองอย่าง
แท้จริง
5. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการควบคุมการเรียนรู้โดยการท่องจำและช่วยลด
การบ้านของนักเรียน
6. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยให้อิสระในการสงสัยและจะช่วยให้เกิดความเข้าใจซึ่ง
เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมสำหรับนักเรียน

พรพิมล พรพิรชนม์ (2550, หน้า 124) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้
แบบอุปนัยดังนี้

1. เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างชัดเจนและจำได้นาน
2. ฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ ตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์
3. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและรู้จักวิธีการทำงานที่ถูกต้องสามารถนำไป
ประยุกต์ใช้ได้ต่อไป

วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์ (2551, หน้า 92) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบ
อุปนัยดังนี้

1. ทำให้นักเรียนเป็นคนช่างคิด ช่างสังเกต
2. นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เรียนได้ดีและจำได้นาน
3. ทำให้นักเรียนคิดหาเหตุผลไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ
4. นักเรียนมีความมั่นใจ รู้จักคิดค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองไม่คอยแต่คำบอกเล่าของ

ผู้อื่น

5. นักเรียนสามารถนำกระบวนการสอนไปใช้ให้เป็นประโยชน์ต่อการเรียนได้ด้วย

ตนเอง

ทศนา แคมมณี (2556, หน้า 342) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
ดังนี้

1. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองจึงทำให้เกิด
ความเข้าใจและจดจำได้ดี
2. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์อันเป็น
เครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้

3. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้ (ได้แก่ หลักการ/แนวคิด ฯลฯ) และกระบวนการ (ได้แก่ กระบวนการคิด) ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

จากประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า

1. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ ตามหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล
2. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง มีความเข้าใจอย่างถ่องแท้ และจดจำได้นาน
3. เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถนำกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา และประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

นอกจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยจะมีประโยชน์มากมายแล้ว ก็ยังมีข้อจำกัดอยู่บางประการ คือ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการวิธีการสอนที่ใช้เวลาค่อนข้างมาก และเป็นวิธีการสอนที่นักเรียนจะต้องคิดหาคำตอบด้วยตนเอง หากขาดทักษะพื้นฐานในการคิด และการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม อาจไม่เกิดผลตามที่ต้องการ (ทิสนา แคมมณี, 2553, หน้า 342)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมีลำดับขั้นตอนแตกต่างไปจากวิธีการสอนแบบอื่น ๆ ได้มีผู้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

Lardizabal et al. (1970, pp. 29 - 32) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยดังนี้

1. ขั้นเตรียมการขั้นตอนนี้ประกอบด้วย
 - 1.1 กระบวนการของการทำความเข้าใจ
 - 1.2 การสร้างแรงจูงใจ
 - 1.3 การชี้แจงจุดประสงค์

การทำความเข้าใจในขั้นพื้นฐานอาจจะต้องมีการทบทวนข้อเท็จจริงเก่า ๆ หรือบทเรียนเดิม ๆ ซึ่งความรู้เดิมนั้นอาจจะเป็นประโยชน์ในการสร้างความรู้ใหม่หรือไม่ก็อาจจะนำข้อมูลเดิมมาทำความเข้าใจให้ถูกต้องก่อนที่จะเริ่มต้นบทเรียนใหม่แรงจูงใจจะเป็นตัวจูงใจเป้าหมายไปสู่ผลสัมฤทธิ์และกำหนดทิศทางของกิจกรรมเพื่อนำไปสู่ผลสำเร็จ สำหรับการชี้แจงจุดประสงค์ทำได้ง่าย ๆ โดยการแจ้งเป้าหมายให้ชัดเจนในชั้นเรียนนั่นเอง

2. ขั้นการนำเสนอหรือขั้นสอน

ในสถานการณ์หรือตัวอย่างที่จะนำมาเสนอในชั้นเรียนควรมีจำนวนตัวอย่างที่เพียงพอในการที่จะนำมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่ว ๆ ไปได้ ซึ่งควรมีมากกว่า 2 - 3 ตัวอย่างขึ้นไป

3. ขั้นการเปรียบเทียบและรวบรวม

ในขั้นตอนนี้ตัวอย่างแต่ละตัวอย่างจะนำส่วนที่เหมือนหรือคล้ายคลึงกันมาเป็นข้อสรุป แต่ละตัวอย่างควรที่จะตรวจสอบอย่างละเอียด ซึ่งเป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้เปรียบเทียบตัวอย่างเพื่อจะนำไปสรุป แต่บางครั้งครูรีบร้อนข้ามขั้นตอนนี้ไป ซึ่งมันอาจจะเร็วเกินไปสำหรับการทำความเข้าใจเมื่อเทียบกับระดับสติปัญญาของเด็ก

4. ขั้นสรุป

ข้อเท็จจริงที่เหมือนกันจะนำมาสรุปเป็นข้อสรุปทั่วไป กฎ บทนิยาม หลักการหรือสูตรความสามารถของนักเรียนในการที่จะสรุปสูตรด้วยตัวของพวกเขาเองถือเป็นความสำเร็จในบทเรียนนั้น ๆ ผลสำเร็จของวิธีการสอนแบบอุปนัยขึ้นอยู่กับการจัดการบทเรียนอย่างเป็นระบบ ซึ่งส่วนนี้จะเป็นความรับผิดชอบของครูผู้สอน

5. ขั้นการประยุกต์ใช้

ในขั้นตอนนี้จะเป็นการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎหรือข้อสรุปที่ได้ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในรูปแบบอื่น ๆ ได้

Eggen, Kauchak and Harder (1979, pp. 116 - 124) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ขั้นวางแผน ขั้นนี้เป็นขั้นตอนของการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนหรือกำหนดแนวทางในการเรียน ตลอดจนถึงการจัดเตรียมตัวอย่างและอุปกรณ์ที่จะใช้ในการเรียนการสอน
2. ขั้นดำเนินการสอน ขั้นดำเนินการสอนนี้ยังได้แบ่งกระบวนการสอนและการจัดกิจกรรมการสอนออกเป็น 3 ขั้นตอนตามลำดับดังนี้

2.1 ขั้นเสนอตัวอย่าง ครูเสนอตัวอย่างที่หนึ่งให้นักเรียนดูพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างที่แสดงให้ดูเมื่อนักเรียนได้สังเกตพบลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างแล้ว ครูจะแสดงตัวอย่างที่สองพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติที่สอง และเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่ง ว่ามีสิ่งใดเหมือนกันบ้าง เมื่อนักเรียนค้นพบลักษณะที่เหมือนกันแล้ว ครูแสดงตัวอย่างที่สามที่สี่ต่อไปเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่งและสอง จนนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้

2.2 ขั้นสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะนำเอาลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์ด้วยตัวของตนเอง

2.3 ขั้นเสริมตัวอย่าง ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการสร้างมโนทัศน์ ครูอาจแสดงตัวอย่างอีกสองหรือสามตัวอย่างเพื่อฝึกหัดจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมทั้งให้เหตุผลในการจัดไว้ด้วย

3. ขั้นประเมินผล ในขั้นนี้ครูอาจจะให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ได้รับความสนใจให้อยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง

2. ขั้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอน ดำเนินการเป็นขั้นตอน ครูควรยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

3. ขั้นสรุป นำผลจากการอธิบาย หรือตัวอย่างหลายๆตัวอย่างในขั้นสอนมาช่วยกันสรุป ตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร

4. ขั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนสรุปได้ ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ครูสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้อย่างถูกต้องหรือไม่

พรพิมล พรพิรชนม์ (2550, หน้า 123 - 124) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมตัวผู้เรียนด้วยการทบทวนความรู้เดิม กำหนดจุดมุ่งหมายและอธิบายความมุ่งหมายของการเรียนให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างชัดเจน

2. ขั้นสอนหรือขั้นแสดง เป็นการเสนอตัวอย่างหรือกรณีต่าง ๆ ให้ผู้เรียนได้พิจารณา เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบ สรุปกฎเกณฑ์ได้ การเสนอตัวอย่างควรเสนอหลาย ๆ อย่างให้มากพอที่ผู้เรียนจะสามารถสรุปกฎเกณฑ์ได้ ไม่ควรเสนอเพียงตัวอย่างเดียว

3. ขั้นเปรียบเทียบและรวบรวม เป็นขั้นหาลักษณะประกอบรวม โดยให้ผู้เรียนพิจารณาความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง เพื่อเตรียมสรุปกฎเกณฑ์ ในขั้นนี้ผู้สอนไม่ควรเร่งเร้าผู้เรียนจนเกินไป

4. ขั้นสรุป เป็นการนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่าง โดยนำมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หลักการ หรือสูตร ด้วยตัวผู้เรียนเอง

5. ชื่อนำไปใช้ เป็นขั้นทดสอบความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปที่ได้
 ทามาแล้วว่าจะสามารถที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ ได้หรือไม่

ฉันทิ ธาตุทอง (2551, หน้า 196) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. ขั้นเตรียม

- 1.1 เตรียมตัวนักเรียน
- 1.2 ทบทวนความรู้เดิม
- 1.3 สร้างพื้นฐานความรู้

2. ขั้นเสนอตัวอย่าง

- 2.1 นำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ แนวคิด
- 2.2 ให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติ

3. ขั้นเปรียบเทียบ

- 3.1 นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์
- 3.2 ผู้สอนตั้งคำถาม เพื่อกระตุ้นนักเรียน
- 3.3 เปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่างขององค์ประกอบ

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ ที่ได้มาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์

นิยาม ความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

5. ชื่อนำไปใช้

- 5.1 ผู้สอนเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายให้นักเรียน
 ฝึก
- 5.2 ใช้ประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน
- 5.3 นำไปใช้ในสถานการณ์จริง
- 5.4 แลกเปลี่ยน เรียนรู้ซึ่งกันและกัน

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยดังที่มิ้นกวิชาการได้กล่าวไว้ข้างต้น
 ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

Lardizabal et al. (1970)	Eggen, Kauchak and Harder (1979)	ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542)	พรพิมล พรพิรชนม์ (2550)	มนัท ธาคูทอง (2551)	ผู้วิจัย
1. ชั้นเตรียมการ - ครูทบทวนความรู้เดิมของ ผู้เรียนเพื่อจะสร้างความรู้ใหม่ เชิงจุดประสงค์การเรียนรู้	1. ชั้นวางแผน - ครูกำหนดแนวทางการ เรียนที่จะทำให้นักเรียน เกิดความเข้าใจและนำไปสู่ การสรุปมโนทัศน์	1. ชั้นเตรียม - ครูเร้าให้นักเรียนเกิด ความสนใจที่จะเรียนรู้	1. ชั้นเตรียม - ครูทบทวนความรู้เดิม กำหนดจุดมุ่งหมายและอธิบาย ความมุ่งหมายของ การเรียน ให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างชัดเจน	1. ชั้นเตรียม - ครูทบทวนความรู้เดิมหรือสร้าง พื้นฐานความรู้ให้นักเรียน	1. ชั้นเตรียม - ครูทบทวนความรู้เดิมโดย การใช้ถามนำเพื่อกระตุ้นและ สร้างความสนใจให้แก่ นักเรียน
2. ชั้นการนำเสนอ - ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่คล้ายคลึงกัน เพื่อ ให้นักเรียนนำตัวอย่างมาสรุปเป็น กฎเกณฑ์	2. ชั้นดำเนินการสอน 2.1 ชั้นเสนอตัวอย่าง - ครูเสนอตัวอย่างที่เหมือน หรือคล้ายคลึงกัน	2. ชั้นสอน - ครูนำเสนอตัวอย่าง เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป	2. ชั้นสอนหรือชั้นแสดง - ครูเสนอตัวอย่างหรือกรณี ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้พิจารณา เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบ สรุปกฎเกณฑ์ได้	2. ชั้นเสนอตัวอย่าง - ครูนำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ ต่าง ๆ ให้นักเรียน สังเกตลักษณะและคุณสมบัติ	2. ชั้นนำเสนอตัวอย่าง - ครูนำเสนอตัวอย่าง หลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนได้พิจารณา
3. ชั้นการเปรียบเทียบและ รวบรวม - นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่าง หลาย ๆ ตัวอย่างที่มีลักษณะ เหมือนหรือคล้ายคลึงกัน เพื่อนำไปสรุป	- นักเรียนสังเกตลักษณะ และคุณสมบัติของตัวอย่าง หลาย ๆ ตัวอย่างจนสามารถ สร้างมโนทัศน์ได้		3. ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม - นักเรียนพิจารณา ความคล้ายคลึงกันหรือ ความแตกต่างกันของตัวอย่าง เพื่อเตรียมสรุป	3. ชั้นเปรียบเทียบ - ครูตั้งคำถาม เพื่อกระตุ้นให้ นักเรียนสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบความคล้ายคลึง กันขององค์ประกอบใน ตัวอย่าง เพื่อให้มองเห็นความสัมพันธ์ รายละเอียดที่เหมือนกัน หรือ ต่างกัน	3. ชั้นเปรียบเทียบ - ครูตั้งคำถาม เพื่อกระตุ้นให้ นักเรียนสังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือ คล้ายคลึงกันในตัวอย่าง เพื่อหา ลักษณะร่วมของตัวอย่างและ เตรียมข้อมูลในการสรุป

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Lardizabal et al. (1970)	Eggen, Kauchak and Harder (1979)	ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542)	พรพิมล พรพิรชนม์ (2550)	มนัท ธาคูทอง (2551)	ผู้วิจัย
4. ชั้นสรุป - นักเรียนนำข้อเท็จจริงที่ เหมือนกันจะนำมาสรุปเป็น ข้อสรุปทั่วไป กฎ บทนิยาม หลักการหรือสูตร ด้วยตัว นักเรียนเอง	2. ชั้นดำเนินการสอน 2.2 ชั้นสรุป - นักเรียนนำเอา ลักษณะร่วมของแต่ละ ตัวอย่างมาสรุปเป็น ความหมายของมโนทัศน์ได้ 2.3 ชั้นเสริมตัวอย่าง - ครูยกตัวอย่างเพิ่ม 2 - 3 ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้ ฝึกการจัดกลุ่มตัวอย่าง พร้อมทั้งให้เหตุผลใน การจัด	3. ชั้นสรุป - นักเรียนนำตัวอย่าง หลาย ๆ ตัวอย่างในชั้น สอนมาช่วยกันสรุป ตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร	4. ชั้นสรุป - นักเรียนนำลักษณะต่าง ๆ ที่ได้จากตัวอย่าง มาสรุปเป็น กฎเกณฑ์ นิยาม หลักการ	4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ - นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ ด้วยตัวนักเรียนเอง	4. ชั้นสรุป - นักเรียนนำลักษณะร่วมที่ได้ จากการสังเกตและเปรียบเทียบ มาสร้างเป็นมโนทัศน์ พร้อมทั้ง ให้เหตุผล
5. ชั้นการประยุกต์ใช้ - ครูให้นักเรียนทดสอบความ เข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎ หรือข้อสรุป และสามารถนำไป ประยุกต์ใช้กับปัญหาใน รูปแบบอื่น ๆ ได้ หรือไม่	3. ชั้นประเมินผล - นักเรียนทำแบบทดสอบ เพื่อประเมินว่านักเรียน บรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้ง ไว้หรือไม่	4. ชั้นนำไปใช้ - นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนสรุป ได้ ไปใช้ในการทำ แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง	5. ชั้นนำไปใช้ - นักเรียนนำกฎเกณฑ์หรือ ข้อสรุปที่ได้ไปใช้ในการ การแก้ปัญหาได้	5. ชั้นนำไปใช้ - นักเรียนนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ ใน การแก้ปัญหาคือทำแบบฝึกหัด ได้	5. ชั้นนำไปใช้ - นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไป ประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัด หรือใช้กับปัญหารูปแบบอื่น ๆ ได้

จากตารางที่ 2 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ไว้ 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมโดยใช้ถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้นักเรียน พร้อมทั้งอธิบายจุดประสงค์ให้นักเรียนเข้าใจ
2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้พิจารณา
3. ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและเปรียบเทียบตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่าง เพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างและเตรียมข้อมูลในการสรุป
4. ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมที่ได้จากการสังเกตและเปรียบเทียบมาสร้างเป็นมโนทัศน์พร้อมทั้งให้เหตุผล
5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือใช้กับปัญหารูปแบบอื่น ๆ ได้

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share

ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ไว้ดังนี้

Artzt and Newman (1990, pp. 448 - 449) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า เป็นแนวทางที่เกี่ยวกับการที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาพร้อมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบผลสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่า เขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย สมาชิกทุกคนต้องพูดอธิบายแนวคิดกัน และช่วยเหลือไม่ใช่เป็นแหล่งความรู้ที่คอยป้อนนักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน ตัวนักเรียนเองจะเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกันในกระบวนการเรียนรู้

Slavin (1995, pp. 2 - 7) ได้ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นวิธีสอนที่นำไปประยุกต์ใช้ได้หลายวิชาและหลายระดับชั้น โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยโดยทั่วไปมีสมาชิก 4 คน ที่มีความสามารถแตกต่างกันเป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 4 คน และอ่อน 1 คน

นักเรียนในกลุ่มที่ต้องเรียนและรับผิดชอบงานกลุ่มร่วมกัน นักเรียนจะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อเพื่อนสมาชิกในกลุ่มทุกคนประสบผลสำเร็จบรรลุเป้าหมายร่วมกัน จึงทำให้นักเรียนช่วยเหลือพึ่งพากัน และสมาชิกในกลุ่มจะได้รับรางวัลร่วมกัน เมื่อกลุ่มทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้

กรมวิชาการ (2544, หน้า 4) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย เสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกัน โดยในกลุ่มประกอบด้วย สมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือพึ่งพากันและกัน และมีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตนและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด ซึ่งการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความหมายตรงกันข้ามกับการเรียนที่เน้นการแข่งขัน และการเรียนตามลำพัง

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545, หน้า 174) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า เป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อันเน้นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนให้แก่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ และกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ ความสามารถแตกต่างกัน โดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้ และในความสำเร็จของกลุ่ม ทั้งโดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่อ่อนกว่า สมาชิกในกลุ่มไม่เพียงแต่รับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเท่านั้น แต่จะต้องร่วมรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ความสำเร็จของแต่ละคนคือความสำเร็จของกลุ่ม

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 102) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือว่าเป็นวิธีให้นักเรียนทำงานด้วยกันในกลุ่มย่อยได้เรียนรู้และรับผิดชอบต่อแทนร่วมกัน โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมีจุดมุ่งหมายเพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทุกระดับความสามารถ ส่งเสริมการช่วยเหลือร่วมมือระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน และนักเรียนได้รับประสบการณ์เป็นผู้ชนะและมีความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมืออาศัยแนวคิดที่ว่า เด็กอ่อนได้เรียนรู้และปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนที่เก่งกว่า ในขณะที่เด็กเก่งได้เรียนรู้ถึงความอดทนและเข้าใจแตกต่างระหว่างบุคคล โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงที่ต้องการความร่วมมือกันทำงานไปสู่ความหมายเดียวกัน มากกว่าการแข่งขัน ซึ่งการแข่งขันจะทำให้นักเรียนอ่อนหมดกำลังใจ

จากความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อันให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็น

กลุ่มเล็ก ๆ เพื่อบรรลุเป้าหมายเดียวกัน โดยเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน แก้ปัญหาร่วมกัน

เทคนิคของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

มีสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติและนักการศึกษาได้เสนอเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ไว้ดังนี้

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2544, หน้า 106 - 128) ได้เสนอเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ไว้ดังนี้

1. ร่วมหัวร่วมคิด (Number heads) เป็นรูปแบบของกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่ม โดยแบ่งกลุ่มจำนวน 4 - 6 คน แบบคละความสามารถ
2. คู่คิดคู่สร้าง (Think - Pair - Share) เป็นรูปแบบของกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่ม โดยเริ่มจากการจับคู่กันคิด แล้วนำความคิดของทั้งคู่มาอภิปรายในกลุ่ม เพื่อให้ได้ความคิดของกลุ่ม
3. คิดคู่สลับคู่คิด (Think - Pair - Square) เป็นวิธีการที่ให้สมาชิกในกลุ่มมีโอกาสจับคู่ร่วมกันคิด อภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ และประสบการณ์ในประเด็นที่ศึกษาอย่างทั่วถึง
4. เล่าเรื่องรอบวง (Round robin) เป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้สมาชิกทุกคนเล่าประสบการณ์ความรู้ในประเด็นที่ศึกษาโดยใช้เวลาที่เท่ากัน
5. อัสวิน โต๊ะกลม (Round table) เป็นวิธีการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้สมาชิกแต่ละคนหมุนเวียน หรือสลับกันเขียนประเด็นที่ศึกษาหนึ่งคำตอบลงบนแบบบันทึกตามลำดับที่ละคน
6. จุดรวมในความต่าง (Compare and contrast) เป็นวิธีการที่ใช้ฝึกทักษะการจำแนก โดยให้สมาชิกในกลุ่มร่วมกันศึกษาวิเคราะห์หาความเหมือนและความแตกต่างจากประเด็นที่ศึกษาอย่างน้อย 2 ประเด็น โดยบันทึกผลการวิเคราะห์ลงในแผนภูมิความสัมพันธ์ (Venn diagram)
7. ร่วมเรียน - ร่วมรู้ (Learning Together: LT) เป็นวิธีการที่เหมาะสมกับเนื้อหา กิจกรรมการเรียนที่มีลำดับขั้นตอนแน่นอน ผู้เรียนทำงานร่วมกันภายในกลุ่ม โดยแบ่งหน้าที่รับผิดชอบอย่างเด่นชัด เพื่อให้ได้มาซึ่งผลงานกลุ่ม
8. สืบค้นเป็นกลุ่ม (Group Investigation: GI) เป็นวิธีการที่เน้นการศึกษาค้นคว้า และสืบเสาะหาความรู้ในเรื่องที่สนใจร่วมกัน โดยใช้กระบวนการกลุ่ม ผู้เรียนเป็นผู้กำหนดสิ่งที่จะเรียน และร่วมกันวางแผนจัดกระบวนการเรียน
9. สืบเสาะ/ ค้นหา/ มาร่วมกลุ่ม (Co - op Co - op) เป็นวิธีการที่เน้นการศึกษาค้นคว้า สืบเสาะหาความรู้ โดยมีผู้เรียนควบคุมตนเองในการเลือกหน่วยการเรียนหน่วยใหญ่ และผู้เรียนต้อง

แบ่งเนื้อหาเป็นหัวข้อย่อย ๆ กันเองในกลุ่ม

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 180 - 181) ได้เสนอเทคนิคการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ดังนี้

1. การเล่าเรื่องรอบวง (Roundrobin) เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนในกลุ่มเล่าประสบการณ์ ความรู้สิ่งที่คุณได้ศึกษาค้นคว้าหาความรู้มาเล่าให้เพื่อน ๆ ในกลุ่มฟัง ซึ่งการเล่าเรื่องรอบวงนี้จะช่วยพัฒนาทักษะการสื่อความหมายของนักเรียน

2. มุมสนทนา (Corners) จะเริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มไปนั่งตามจุดต่าง ๆ หรือมุมต่าง ๆ ของห้องเรียน แล้วนักเรียนช่วยกันคิดหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาต่าง ๆ

3. คู่ตรวจสอบ (Pair check) เป็นการแบ่งสมาชิกในกลุ่มที่มี 4 คนเป็นคู่ ๆ ในแต่ละคู่ให้คนหนึ่งทำหน้าที่เสนอแนะวิธีการแก้ปัญหาและอีกคนหนึ่งทำหน้าที่ในการแก้โจทย์ปัญหา เมื่อทำเสร็จข้อที่ 1 ก็จะทำข้อที่ 2 โดยสลับหน้าที่กัน เมื่อทำเสร็จข้อที่ 2 ก็จะให้ทั้งสองอภิปรายร่วมกัน โดยการนำคำตอบของกลุ่มมาตรวจสอบกับคำตอบของคู่อื่นในกลุ่มว่าใครทำถูกต้องและมีเหตุผลว่าอย่างไรในการทำเช่นนั้น

4. คู่คิด (Think - Pair - Share) ครูให้โจทย์ปัญหาให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนคิดได้แล้ว นำคำตอบนั้นมาอภิปรายกับเพื่อนที่นั่งติดกัน เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของตนถูกต้องก็จะนำมาเสนอให้เพื่อนฟังทั้งชั้น

5. กลุ่มร่วมมือ (Co - op Co - op) สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มย่อยจะได้รับมอบหมายให้ศึกษาเนื้อหาหรือทำกิจกรรมที่ต่างกัน ทำงานเสร็จแล้วจึงนำผลงานมารวมกันเป็นงานกลุ่มเพื่อนให้ได้ผลงานที่มีคุณภาพ สมาชิกควรอ่านทบทวนและตรวจแก้ไขภาษา แล้วนำผลงานกลุ่มมาเสนอต่อชั้นเรียนและทุกกลุ่มช่วยกันประเมินผลงานนั้น

ทิสนา เขมมณี (2550, หน้า 64 - 65) ได้เสนอเทคนิคที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

1. เทคนิคการต่อเรื่องราว (Jigsaw) เป็นเทคนิคที่ใช้ในการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้มีการร่วมมือระหว่างสมาชิกในกลุ่มและมีการถ่ายทอดความรู้กันระหว่างกลุ่ม

2. เทคนิคการจัดทีมแข่งขัน (TGT: Team Games Tournament) เหมาะสำหรับการเรียนการสอนที่ต้องการให้กลุ่มผู้เรียนได้ศึกษาประเด็น หรือปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวซึ่งเป็นคำตอบที่ชัดเจน เช่น คณิตศาสตร์ การใช้ภาษา สังคมศึกษา เป็นต้น

3. เทคนิคแบ่งปันความสำเร็จ (STAD: Student Teams Achievement Division) เป็นการร่วมมือกันระหว่างสมาชิกในกลุ่ม โดยทุกคนจะต้องพัฒนาความรู้ของตนเองในเรื่องผู้สอน

กำหนดซึ่งจะมีการช่วยเหลือทบทวนความรู้ให้แก่กัน มีการทดสอบเป็นรายบุคคลแทนการแข่งขัน และรวมคะแนนเป็นกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนมากที่สุดจะเป็นฝ่ายชนะ เหมาะสำหรับการเรียน การสอนในบทเรียนที่มีเนื้อหาไม่ยากเกินไป

4. เทคนิคกลุ่มสืบค้น (GI: Group Investigation) เป็นเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่จัด ผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเพื่อเตรียมทำงานหรือทำโครงการที่ผู้มอบหมายมอบหมายให้ เทคนิคนี้เหมาะ สำหรับฝึกผู้เรียนรู้จักสืบค้นความรู้หรือวางแผนสืบสวนเพื่อแก้ปัญหาหรือหาคำตอบในประเด็นที่ สนใจ ดังนั้นก่อนการดำเนินการดำเนินกิจกรรมทุกครั้งผู้สอนควรฝึกทักษะการสื่อสาร ทักษะ การคิด ตลอดจนทักษะทางสังคมให้แก่ผู้เรียนก่อน

5. เทคนิคคู่คิด (Think - Pair - Share) เป็นเทคนิคที่ผู้สอนใช้คู่กับวิธีสอนแบบอื่น เรียกว่าเทคนิคคู่คิด เป็นเทคนิคที่ผู้สอนตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหาให้แก่ผู้เรียน ซึ่งอาจจะเป็น ใบงานหรือแบบฝึกหัดก็ได้ และให้ผู้เรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนก่อน แล้วจับคู่กับเพื่อน อภิปรายคำตอบ เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของตนถูกต้องแล้วจึงนำคำตอบไปอธิบายให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง

6. เทคนิคเพื่อนคู่คิด 4 สหาย (Think - Pair - Square) เป็นเทคนิคที่ผู้สอนตอบคำถาม หรือกำหนดปัญหาให้แก่ผู้เรียน ซึ่งผู้สอนอาจทำเป็นใบงานหรือแบบฝึกหัดก็ได้ ให้ผู้เรียนแต่ละคน ตอบคำถามหรือตอบปัญหาด้วยตนเองก่อนแล้วจับคู่กับเพื่อน นำคำตอบไปผลัดกันอธิบายคำตอบ ด้วยความมั่นใจ

7. เทคนิคคู่ตรวจสอบ (Pairs check) เป็นเทคนิคที่ผู้สอนตอบคำถามหรือกำหนดปัญหา (โจทย์) ให้กับผู้เรียน โดยจัดทำเป็นใบงานหรือแบบฝึกหัดที่มีคำตอบหรือโจทย์หลายข้อจำนวนข้อ จะเป็นจำนวนคู่ ผู้เรียนจะจับคู่กันเมื่อได้รับ โจทย์หรือปัญหาจากผู้สอน คนหนึ่งจะทำหน้าที่ตอบ คำถามหรือแก้ปัญหาโจทย์ครบ 2 ข้อ แล้วให้สมาชิกทั้งคู่ (ซึ่งจัดในกลุ่มเดียวกัน) เปรียบเทียบ คำตอบซึ่งกันและกันเหมาะสมกับใบงานหรือแบบฝึกหัดที่ไม่ยากและไม่ซับซ้อน

8. เทคนิคการสัมภาษณ์ 3 ขั้นตอน (Three - Step interview) เป็นเทคนิคที่ฝึกให้ผู้เรียน แต่ละคนได้มีประสบการณ์ในการสัมภาษณ์บุคคลและเก็บใจความสำคัญ หรืออาจจะเป็นการสรุป ความคิดรวบยอดในเรื่องที่เรียน

9. เทคนิคร่วมกันคิด (Numbered heads together) เหมาะสมกับการทบทวนความรู้หรือ ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ ผู้สอนใช้คำถามถามผู้เรียนและให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดหา คำตอบ แล้วผู้สอนสุ่มเรียกสมาชิกคนหนึ่งของกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งออกมาตอบคำถาม

10. เทคนิคเล่าเรื่องรอบวง (Round robin) เป็นเทคนิคที่สมาชิกทุกคนในกลุ่มได้ผลัดกัน เล่าประสบการณ์ ความรู้ที่ตนเองได้ศึกษาตลอดจนสิ่งที่ตนประทับใจให้แก่เพื่อน ๆ ในกลุ่มฟัง

ทีละคน หรืออาจจะเป็นเรื่องสมาชิกในกลุ่มต้องการจะเสนอแนะแสดงความคิดเห็น แนะนำตนเอง พูดถึงส่วนดีของเพื่อน ยกตัวอย่างการกระทำของบุคคลที่สอดคล้องกับเรื่องที่เรียนไปแล้วหรือที่กำลังจะเรียน เป็นต้น โดยสมาชิกทุกคนได้ใช้เวลาในการเล่าทำ ๆ กัน หรือใกล้เคียงกัน ซึ่งจะเป็นการฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนมีความรู้และเทคนิคการเล่าเรื่องเป็นอย่างดี

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือนั้นมีเทคนิคที่หลากหลายในแต่ละเทคนิคจะมีประสิทธิภาพและความเหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาที่แตกต่างกันออกไป เพราะฉะนั้นในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องเลือกเทคนิคการจัดการเรียนรู้ให้ตรงกับเนื้อหาและธรรมชาติของวิชาที่สอนจึงจะเกิดประสิทธิภาพสูงสุด

ผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไปใช้ในการวิจัย ทั้งนี้เนื่องจากเทคนิค Think - Pair - Share มีกระบวนการที่ไม่ซับซ้อน สามารถแทรกกับรูปแบบการสอนอื่นได้ ซึ่งเป็นเทคนิคที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบร่วมกัน โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหา ให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนเอง จากนั้นนักเรียนจับคู่ร่วมกันพิจารณาคำตอบของแต่ละคนและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน เทคนิคนี้จะทำให้ได้จำนวนกลุ่มมากกว่า เมื่อเทียบกับการเรียนรู้แบบร่วมมือรูปแบบอื่น เทคนิคอื่นที่ศึกษามาจะเป็นการแบ่งกลุ่มตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป แต่จากสภาพบริบทของโรงเรียนกรอกสมบูรณวิद्याคม ที่เป็นโรงเรียนขนาดเล็ก มีจำนวนนักเรียนน้อย ถ้าแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มกลุ่มละ 4 คน ก็จะได้จำนวนกลุ่มที่ไม่มาก ซึ่งจะส่งผลให้แนวคิดที่สังเกต อภิปราย ข้อสรุปต่าง ๆ ไม่มีความหลากหลายดังนั้น ถ้าใช้เป็นตัวแทนจึงจะเหมาะสมกว่า

ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

Lyman (1981, pp. 109 - 110) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค think - Pair - Share ว่าเป็นวิธีการสนับสนุนการเรียนรู้ความร่วมมือกันเป็นอย่างดีเหมาะสมกับผู้เรียน ผู้สอนจะตั้งคำถามแบบปลายเปิดให้นักเรียนตอบ โดยกำหนดเวลาครั้งถึงหนึ่งนาที สิ่งที่สำคัญคือผู้เรียนได้ตอบคำถามโดยใช้ประสบการณ์เดิมของตนเองแล้วจับคู่กันอภิปรายเพื่อเปิดโอกาสให้มีรูปแบบการเรียนรู้มากขึ้น นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น หลังจาก 2 - 3 นาทีผ่านไป ผู้สอนให้ผู้เรียนลงมติดกับความคิดเห็นที่ดีที่สุด หลังจากได้มีโอกาสอภิปรายความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น เพราะว่าถ้าคำตอบผิดที่จะได้รับการแก้ไข ดังนั้นคำตอบจะได้รับ

อย่างถูกต้องและรัดกุม การหยุดพักในขณะที่นักเรียนอภิปรายความคิดเห็นกับคู่ของตน ทำให้ครูมีโอกาสดูเตรียมคำถามหรือความคิดรวบยอดคำถามต่อไปเพื่อให้นักเรียนอภิปรายครั้งต่อไป

Millis and Cottell (1998, pp. 73 - 74) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ว่า การเริ่มกิจกรรมการเรียนการสอนแบบ Think - Pair - Share นั้น ครูต้องตั้งคำถามที่ต้องใช้ความเข้าใจ มักเป็นคำถามแบบการสอบสวนให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยตัวเอง จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายการตอบคำถาม เมื่อได้ข้อสรุปนักเรียนยกมือเสนอคำตอบต่อเพื่อนในชั้นเรียนและก่อนที่ครูจะให้นักเรียนคู่ นั้นเสนอคำตอบควรรอเวลาให้นักเรียนคิดคำตอบให้ได้ก่อน และเพื่อให้นักเรียนมีโอกาสในการทอ้งคำตอบกับเพื่อนก่อนที่จะพูดในชั้นเรียน เพื่อเพิ่มพูนทักษะการสื่อสารทางวาจาและความมั่นใจ

สุคนธ์ ลิขิตพานนท์ และคณะ (2554, หน้า 26) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ว่าเป็นเทคนิคที่ผู้สอนตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหาให้แก่ผู้เรียน ซึ่งอาจจะเป็นใบงานหรือแบบฝึกหัดก็ได้ และให้ผู้เรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนเองก่อนแล้วจับคู่เพื่อนอภิปรายหาคำตอบ เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของตนถูกต้องแล้วจึงนำคำตอบไปอภิปรายให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง

จากความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share เป็นกิจกรรมการเรียนที่เริ่มจากตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหา ให้นักเรียนคิดหาแนวคิดหรือคำตอบด้วยตัวเอง จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายแนวคิดหรือคำตอบ เมื่อได้ข้อสรุปนักเรียนเสนอคำตอบต่อเพื่อนหน้าชั้นเรียน

ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

Lyman (1981, pp. 109 - 113) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

1. การคิด (Think) นักเรียนมีเวลา 30 วินาทีหรือมากกว่า เพื่อที่จะคิดให้ได้คำตอบที่เหมาะสม เวลาที่ใช้นี้รวมถึงการเขียนเพื่อจดบันทึกคำตอบ
2. การจับคู่ (Pair) หลังจากใช้เวลาคิดให้นักเรียนจับคู่เพื่อแบ่งปันคำตอบและความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

3. การแบ่งปัน (Share) คำตอบของนักเรียนสามารถนำมาแบ่งปันภายในกลุ่มเดียวกัน หรือทั้งชั้นเรียนในช่วงการอภิปรายเพื่อติดตามผล เทคนิคนี้ให้โอกาสแก่นักเรียนทุกคนที่จะ แสดงออกถึงตนเอง รวมถึงสะท้อนให้เห็นถึงคำตอบของตนเอง

Byerley (2002, p. 3) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

1. การคิด (Think) เป็นขั้นตอนแรกที่ครูจะกระตุ้นด้วยปัญหาเพื่อให้นักเรียนหาคำตอบ
2. การจับคู่ (Pair) เป็นขั้นตอนที่สองที่จะให้ผู้เรียนจับคู่เพื่ออภิปรายปัญหา
3. การแลกเปลี่ยน (Share) เป็นขั้นตอนสุดท้ายที่จะให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและนำเสนอ ความรู้ที่ได้จากการค้นหาคำตอบ

Levin (2008) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

1. การคิด (Think) ครูกระตุ้นการคิดของนักเรียน โดยป้อนคำถามหรือสังเกตการณ์ นักเรียนควรใช้เวลาคิดสักครู่เพื่อที่จะใช้ความคิดเกี่ยวกับคำถาม
2. การจับคู่ (Pair) ใช้การจับคู่กันตามที่กำหนดไว้ เช่น จับคู่กับเพื่อนที่นั่งใกล้ ๆ กัน หรือกับเพื่อนที่นั่งโต๊ะติดกัน นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันพูดคุยเกี่ยวกับคำตอบที่แต่ละคนหามาได้ แล้วเปรียบเทียบความรู้ที่ได้มาจากความคิดของแต่ละคนหรือจากบันทึกสั้น ๆ ที่แต่ละคนบันทึก เพื่อที่จะมาพิจารณาว่าคำตอบของฝ่ายไหนที่คิดว่าเป็นคำตอบที่ดีที่สุด น่าเชื่อถือมากที่สุด และ มีความโดดเด่นเป็นเอกลักษณ์มากที่สุด
3. การแลกเปลี่ยนความรู้ (Share) หลังจากที่นักเรียนช่วยกันคิดภายในคู่ของตนเอง ครูจะเรียกนักเรียนแต่ละคู่ให้มาแลกเปลี่ยนความคิดในกลุ่มของตนกับนักเรียนทั้งห้องเรียน

สสวท. (2556, หน้า 35) ได้กำหนดขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

1. คิด (Think) เป็นขั้นตอนที่ครูหรือผู้สอนตั้งคำถามหรือปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแต่ละคนหาคำตอบ หลังจากนั้นนักเรียนแต่ละคนแก้ปัญหาด้วยตนเองในเวลาที่ครูกำหนดให้ นักเรียนเขียนคำตอบและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาลงในกระดาษและห้ามปรึกษากับเพื่อนร่วมชั้น
2. คู่ (Pair) ให้นักเรียนจับคู่เพื่อนร่วมชั้น และแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน นักเรียนใช้ข้อมูลที่อภิปรายกับเพื่อนปรับปรุงคำตอบหรือวิธีแก้ปัญหาของตนเอง
3. ร่วม (Share) นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นหรือวิธีแก้ปัญหของตนกับเพื่อนทั้งชั้น และอภิปรายร่วมกัน

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ดังที่มีนักวิชาการได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค

Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

1. การคิด (Think) หมายถึง ครูตั้งคำถาม และให้นักเรียนคิดหาแนวคิดหรือคำตอบด้วยตนเอง
2. การจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่กัน เพื่อแบ่งปันแนวคิดหรือคำตอบและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และร่วมกันค้นหาข้อสรุปหรือตอบคำถามที่ต้องการ
3. การแบ่งปัน (Share) นำข้อสรุปของนักเรียนแต่ละคู่ นำเสนอและอภิปรายหน้าชั้นเรียน

ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ดังนี้

Lyman (1981, pp. 1 - 2) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

1. เป็นเทคนิคที่นำไปใช้ได้เร็ว
2. เป็นเทคนิคที่ไม่ต้องใช้เวลาเตรียมการมาก
3. การได้ตอบภายในตัวบุคคลกระตุ้นให้นักเรียนเป็นจำนวนมากมีความสนใจอย่างแท้จริงอยู่ในด้านความรู้
4. ครูสามารถตั้งคำถามได้หลายแบบและหลายระดับ
5. ทำให้รวบรวมความสนใจของนักเรียนทั้งชั้น และให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกสามารถตอบคำถามได้โดยไม่ต้องลุกขึ้นต่อหน้าเพื่อนร่วมชั้นเรียน
6. ครูสามารถเข้าใจนักเรียนด้วยการฟังนักเรียนกลุ่มต่าง ๆ ระหว่างการทำกิจกรรมและจากการรวบรวมคำตอบในตอนท้ายชั่วโมง
7. ครูสามารถทำกิจกรรมที่ใช้หลักแบบ Think - Pair - Share ได้หนึ่งครั้งหรือหลาย ๆ ครั้ง ในระยะเวลา 1 คาบเรียน

สมบัติ การจนารักพงศ์ (2547, หน้า 12) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ดังนี้

1. จะทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและทักษะการสื่อสารให้คู่ของตนเข้าใจ
2. ฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น

3. ช่วยทำให้นักเรียนแต่ละคู่มีความสนิทสนมกันมากขึ้น

4. ช่วยทำให้นักเรียนเป็นคู่หูในการช่วยกันเรียนต่อไป

จากประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า เป็นเทคนิคที่นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด การแลกเปลี่ยนความคิดเห็นทักษะการสื่อสาร ฝึกการเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดี และฝึกการทำกิจกรรมร่วมกัน อีกทั้งช่วยทำให้นักเรียนแต่ละคู่มีความสนิทสนมกันมากขึ้น

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและเทคนิค Think - Pair - Share ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ดังนี้

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ครูเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนพิจารณา สังเกต และเปรียบเทียบ ลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกัน ในตัวอย่างที่ผู้สอนเสนอพร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ เพื่อนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน (Lardizabal et al., 1970; Eggen Kauchak & Harder, 1979; ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542; พรพิมล พรพิรชนม์, 2550; ฉันท ชาติทอง, 2551) ดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมโดยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่ นักเรียน พร้อมทั้งอธิบายจุดประสงค์ให้นักเรียนเข้าใจ
2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้พิจารณา
3. ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ครูตั้งคำถาม เพื่อให้นักเรียนสังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือคล้ายคลึงกัน ในตัวอย่าง เพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างและเตรียมข้อมูลในการสรุป
4. ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมที่ได้จากการสังเกตและเปรียบเทียบ มาสร้างเป็นมโนทัศน์พร้อมทั้งให้เหตุผล
5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือใช้กับปัญหาในรูปแบบอื่น ๆ ได้

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ที่เริ่มจากตั้งคำถามหรือกำหนดปัญหา ให้นักเรียนคิดหาแนวคิดหรือคำตอบด้วยตัวเอง จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายแนวคิดหรือคำตอบ เมื่อได้ข้อสรุปนักเรียนเสนอคำตอบต่อเพื่อนหน้าชั้นเรียน ซึ่งมีขั้นตอน (Lyman, 1981; Byerley, 2002; Levin, 2008) ดังนี้

1. การคิด (Think) หมายถึง ครูตั้งคำถาม และให้นักเรียนคิดหาแนวคิดหรือคำตอบด้วยตนเอง
2. การจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่กัน เพื่อแบ่งปันแนวคิดหรือคำตอบและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และร่วมกันค้นหาข้อสรุปหรือตอบคำถามที่ต้องการ
3. การแบ่งปัน (Share) นำข้อสรุปของนักเรียนแต่ละคู่ นำเสนอและอภิปรายหน้าชั้นเรียน

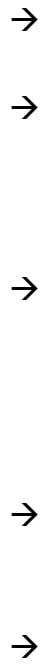
การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share

ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ครูเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบ ลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างและคิดหาแนวคิดหรือลักษณะร่วมด้วยตนเอง พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ จากนั้นให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนร่วมชั้นอีกคนหนึ่งเพื่ออภิปรายแนวคิด หรือลักษณะร่วม และสร้างข้อสรุปของแนวคิดหรือลักษณะร่วมนั้น แล้วนำเสนอข้อสรุปต่อเพื่อนหน้าชั้นเรียน เพื่อนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์ ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share โดยนำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share แทรกในขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย 5 ขั้นตอน ดังภาพที่ 2

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

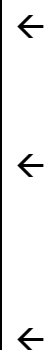
(Lardizabal et al., 1970; Eggen Kauchak & Harder, 1990; ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ, 2542; พรพิมล พรพีรชนม์, 2550; ฌนัท ธาตุทอง, 2551)

- ขั้นเตรียม** ครูทบทวนความรู้เดิมโดยการใช้ถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่ นักเรียน
- ขั้นนำเสนอตัวอย่าง** ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนได้พิจารณา
- ขั้นเปรียบเทียบ** ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่าง เพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างและเตรียมข้อมูลในการสรุป
- ขั้นสรุป** นักเรียนนำลักษณะร่วมที่ได้จากการสังเกตและเปรียบเทียบ มาสร้างเป็นมโนทัศน์พร้อมทั้งให้เหตุผล
- ขั้นนำไปใช้** นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือใช้กับปัญหาในรูปแบบอื่น ๆ ได้



การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair -Share

- ขั้นเตรียม** ครูทบทวนความรู้เดิม โดยการใช้ถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้แก่ นักเรียน
- ขั้นนำเสนอตัวอย่าง** ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนได้พิจารณา
- ขั้นเปรียบเทียบ** ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนสังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือคล้ายคลึงกัน เพื่อคิด (Think) หาแนวคิดหรือลักษณะร่วม พร้อมให้เหตุผล จากนั้นจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนและพิจารณาแนวคิดหรือลักษณะร่วมเพื่อสร้างข้อสรุปร่วมกัน
- ขั้นสรุป** นักเรียนแต่ละคนนำเสนอข้อสรุปพร้อมให้เหตุผลหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้เกิดการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share) ร่วมกัน เพื่อสรุปเป็นมโนทัศน์
- ขั้นนำไปใช้** นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือใช้กับปัญหาในรูปแบบอื่น ๆ ได้



การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share

(Lyman, 1981; Byerley, 2002; Levin, 2008)

- การคิด (Think)** ครูตั้งคำถาม และให้นักเรียนคิดหาแนวคิดหรือคำตอบด้วยตนเอง
- การจับคู่ (Pair)** นักเรียนจับคู่กัน เพื่อแบ่งปันแนวคิดหรือคำตอบและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และร่วมกันค้นหาข้อสรุปหรือตอบคำถามที่ต้องการ
- การแบ่งปัน (Share)** นำข้อสรุปของนักเรียนแต่ละคู่ นำเสนอและอภิปรายหน้าชั้นเรียน

ภาพที่ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share

จากภาพที่ 2 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ไว้ 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมโดยการใช้ถามนำเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้นักเรียน
2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียน ได้พิจารณา
3. ขั้นเปรียบเทียบ ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนสังเกตและเปรียบเทียบตัวอย่างที่มีลักษณะเหมือนหรือคล้ายคลึงกัน เพื่อคิด (Think) หาแนวคิดหรือลักษณะร่วม พร้อมให้เหตุผล จากนั้นจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนและพิจารณาแนวคิดหรือลักษณะร่วมเพื่อสร้างข้อสรุปร่วมกัน
4. ขั้นสรุป นักเรียนแต่ละคู่นำเสนอข้อสรุปพร้อมให้เหตุผลหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Share) ร่วมกัน เพื่อสรุปเป็นมโนทัศน์
5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือใช้กับปัญหารูปแบบอื่น ๆ ได้

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ ในภาษาไทยอาจเรียกว่า มโนคติ มโนมติ มโนภาพ ความคิดรวบยอด เป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “มโนทัศน์” (Concept) ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

De Cecco (1968, p. 129) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกัน สิ่งเร้าเหล่านี้อาจเป็นสิ่งของ เหตุการณ์ หรือบุคคลต่าง ๆ ซึ่งเรากำหนดด้วยการเรียกชื่อ

Gagne (1970, p. 182) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า ความเข้าใจขั้นสุดท้ายของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น หลาย ๆ อย่าง หลาย ๆ แบบ แล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาจัดเป็นพวกหรือกลุ่ม ให้เกิดความคิดความเข้าใจโดยสรุป

Good (1973, p. 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ

3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2550, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือนกันจากประสบการณ์หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างเป็นระเบียบ ทำให้เกิดความคิดหรือประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในช่วงเวลาหนึ่ง มโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

ราชบัณฑิตยสถาน (2551, หน้า 83) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพหรือความคิดในสมองที่เป็นตัวแทนของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วยคุณสมบัติร่วมที่เป็นลักษณะเฉพาะหรือลักษณะสำคัญของสิ่งนั้น ในสิ่งหรือประเด็นเดียวกัน บุคคลอาจมีมโนทัศน์แตกต่างกันก็ได้ เช่น นกเป็นสัตว์มีกระดูกสันหลัง เลือดอุ่น มี 2 เท้า 2 ปีก และมีขนปกคลุมร่างกาย ออกลูกเป็นไข่แล้วฟักเป็นตัว

อัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 20) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นความคิดโดยสรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เป็นความคิดที่ทำให้บุคคลจำแนกสิ่งของที่แตกต่างกันออกจากกัน และจัดสิ่งของที่มีลักษณะเดียวกันให้เป็นพวกเดียวกัน

ปรีชาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2553, หน้า 120) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่าเป็นผลสรุปจากการรับรู้ของเราที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปเป็นแบบอันเดียวกัน

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2557, หน้า 22) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่สามารถจัดสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะเดียวกันให้เป็นพวกเดียวกัน หรือจำแนกสิ่งที่แตกต่างกันออกจากกัน

จากความหมายของมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ โดยจำแนกสิ่งของที่มีลักษณะเหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันไว้ด้วยกันไว้ด้วยกัน

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายต่าง ๆ ไว้ดังนี้

Good (1973, p. 90) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ภายในทั้งทางด้านความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน การคำนวณ รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ อันเกิดจากการสังเกตหรือ

การได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Enggen and Kauchak (2001, p. 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกันโดยผ่านกระบวนการเรียนรู้

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 15) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา และการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2557, หน้า 23) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่สามารถจัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าเป็นพวกเดียวกัน โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมา ในรูปของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกันได้

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลในการอธิบายสื่อความหมาย และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหานั้น ๆ ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ดังนั้น การสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968, p. 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968, pp. 402 - 416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อม หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราจะตอบสนองสิ่งเร้าที่ละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม ทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การที่แยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกใด แล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้โดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น การพบสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ชนิดเดียวกันก็จะสามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เราทราบว่าจะดูลูกนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใดแล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่กว้างขวาง ก็เท่ากับ การทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัย การสื่อสาร ในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542, หน้า 125 - 126) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างมีระบบระเบียบ ทำให้จดจำได้ง่าย สามารถหยิบฉวยความรู้เหล่านั้นไปใช้ให้เป็นประโยชน์ การสื่อสารทำความเข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็ เป็นไปได้ดีเพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ สอดคล้องกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 58 - 59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำ ความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่อง ต่างๆ เป็นกรอบต้นแบบ หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่า น่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์ เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

สุรางค์ โคว์วระกุล (2553, หน้า 326) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้ามีมโนทัศน์เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์

จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้ มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

อากรณี ใจเที่ยง (2553, หน้า 62) กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญ ถ้านักเรียนเกิด มโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียนก็หมายถึงว่านักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้เป็นประโยชน์ในการเรียนรู้สิ่งอื่น ๆ ต่อไปได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่ามโนทัศน์เป็นสิ่งที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้ เพราะหากนักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ สามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างมีระบบเป็นระเบียบ และสามารถนำความรู้ไปใช้ในการตั้งกฎเกณฑ์หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้

ในทำนองเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ และได้มีสถาบันการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Cooney, Davis and Henderson (1975, p. 85) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่นนักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะ ก็จะสามารถบอกได้ว่า จำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ เพราะพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้
3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, หน้า 85) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยการ “บอก” จะต้องเกิดจากประสบการณ์และการคิด ยังมีประสบการณ์มากเท่าไร มโนทัศน์ก็จะเกิดได้ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น และถ้ามีประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ไม่ซ้ำซากอยู่แต่เพียงประสบการณ์เดิมซ้ำ ๆ กันเท่านั้น ก็จะทำให้เกิดมโนทัศน์พัฒนาขึ้นไปตามลำดับ

สสวท. (2555 ข, หน้า 61) ได้ให้ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 17) ได้กล่าวถึงความสำคัญของโน้ตสันทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับครูและนักเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ครูสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้

จากความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้จากประสบการณ์ หากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี จะสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในการแสดงเหตุผล หาหลักการ ค้นพบความรู้ใหม่ และมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ดีขึ้น

แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ยากแก่การเข้าใจ ดังนั้นครูจึงต้องเรียนรู้แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และนำไปใช้ประโยชน์ได้ทั้งในการเรียนขั้นสูงขึ้นไป รวมถึงการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ไว้ดังนี้

De Cecco (1968, pp. 416 - 418) ได้กล่าวถึงแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยการดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว
2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่น ๆ (Dominance of attribute) ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย
3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานหรือบอร์ดก็ได้
4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive and negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอน
5. แสดงตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็นแล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่
6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถามและให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมนทัศน์ที่เรียนแล้ว

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียน เพื่อรายงานผลให้เขาทราบและให้การเสริมแรงอื่น ๆ

Klausmeier and Ripple (1971, pp. 422 - 423) ได้กล่าวถึงแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concepts) ผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเรานั้น

2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้นักเรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned)

4. การพิจารณาจัดลำดับการนำเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts)

5. ส่งเสริมและแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ต้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

6. จัดให้มีการเรียน การใช้ประโยชน์จากการเรียนมนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

7. ให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) หากยังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 22) ได้กล่าวถึงแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนไว้ ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย จำเป็นสำหรับการคิดและการใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น นอกจากนี้ควรให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีหรือเนื้อหากับวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่ตนเลือกใช้ ความรู้คณิตศาสตร์จึงควรเกิดจากความเข้าใจมิใช่เกิดจากการจดจำ ซึ่งอาจลืมได้โดยง่าย การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้

2. พัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การได้ตรง การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของการทำความเข้าใจและการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

3. ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้ผู้เรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้น จึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม จะต้องมีการประเมินพฤติกรรมการทำงานของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองและขยายไปสู่ความหมายใหม่ หรือความรู้เชิงนามธรรมได้

4. เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา รวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมหรือบริบทของการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการใช้สื่อ และนวัตกรรมเหล่านั้น

5. ประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่งการประเมินพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละคน นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

6. พยายามให้ผู้เรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของผู้เรียนและไม่ยากเกินกว่าที่ผู้เรียนจะคิดได้

จากแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดทักษะต่าง ๆ ดังนี้

1. ครูกดตัวอย่างมโนทัศน์ที่จะสอน เพื่อให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ และสรุปด้วยความเข้าใจ

2. ให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ฝึกการคิด การสังเกต การอภิปราย และการหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

3. มีการพัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของการทำความเข้าใจและการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

4. มีการประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม

การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. แนวทางการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนเกิดมโนทัศน์แล้ว การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Wilson (1971, pp. 645 - 670) ได้กล่าวถึงการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึงความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

Frayer , Fredick and Klausmier (1969, pp. 218 - 244) ได้กล่าวถึงการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่วิเคราะห์ไว้ เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่างการวิเคราะห์ห่มโนทัศน์

1. ชื่อมโนทัศน์ คือ รูปสี่เหลี่ยม
2. ลักษณะที่เป็นเกณฑ์ รูปปิดที่อยู่ในแนวระนาบมี 2 มิติ และมี 4 ด้าน หรือ 4 มุม
3. ลักษณะที่ไม่เป็นเกณฑ์ ขนาดของด้าน การขนานกันของด้าน ขนาดของรูป

การพลิกรูป

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520, หน้า 222) ได้กล่าวถึงการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกาวัดความคิดเชิงนามธรรม คือ วัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากแนวทางการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งเป็นการวัดความเข้าใจของผู้เรียน สามารถแยกแยะประเภทของสิ่งต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันและไม่มี

ความสัมพันธ์กันได้ การวัดมโนทัศน์ต้องวิเคราะห์ เนื้อหามโนทัศน์ที่ต้องการวัด แล้วออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่วิเคราะห์ได้ สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกแนวทางการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย และในการจะตรวจให้คะแนนต้องมีเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อความเที่ยงตรงในการให้คะแนน

2. เกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากการประเมินมโนทัศน์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ผู้วิจัยได้เลือกใช้การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบทดสอบอัตนัย ดังนั้นครูควรมีการคิดแนวทางของคำตอบไว้ล่วงหน้าและมีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจนสำหรับการประเมินคำตอบของนักเรียน เกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบันคือ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (สสวท., 2555 ก, หน้า 168)

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก

การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตลอดจนการให้คะแนนรูบริกยังเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนประเมินผลระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเอง แล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองให้ดีขึ้น (สสวท., 2555 ก, หน้า 168)

สสวท. (2555 ก, หน้า 168) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนแบบรูบริกที่ประเมินผลงานของนักเรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมดไม่ต้องแยกเป็นด้าน ๆ จากเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทจร (2555, หน้า 184 - 186) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก ไว้ 2 รูปแบบดังนี้

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือ

พฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่านเปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 194 - 195) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรณาการไว้ 2 แบบดังนี้

1. แบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหาโดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองหลายมิติหรือหลายด้านรวมกัน มีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างของคุณภาพงาน

2. แบบเกณฑ์ย่อยหรือเกณฑ์เฉพาะ (Analytic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะขั้น เฉพาะงาน หรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในขั้น งานย่อย หรือด้านที่พิจารณา

ซานนท์ จันทรา (2555, หน้า 17 - 26) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring rubrics) เป็นการประเมินเชิงคุณภาพที่สามารถระบุและแยกแยะระดับความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติของผู้เรียนได้อย่างชัดเจน เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้สอนพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของผู้เรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการและการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น โดยเกณฑ์การให้คะแนนเป็นการให้คะแนนที่ประเมินจากผลงานที่ผู้เรียนทำหรือพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่พิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม โดยเกณฑ์การให้คะแนนที่นิยมใช้มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบองค์รวมหรือแบบรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลงานของผู้เรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมกับบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ได้แยกแยะเป็นด้าน ๆ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรวมมักนำมาใช้ในการประเมินที่มีวัตถุประสงค์

เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของผู้เรียน และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น หากใช้ร่วมกับวิธีการประเมินในลักษณะอื่นด้วย เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาเกี่ยวกับความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ซึ่งในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้วินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่ผู้เรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

จากเกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรณาการที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบบูรณาการให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เนื่องจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ที่ต้องการประเมินผลงานนักเรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานโดยรวม ซึ่งมีสถาบันทางการศึกษาและนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบบูรณาการประเภทภาพรวมไว้ดังนี้

4. เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 65 - 66) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยพิจารณาคำตอบและการอธิบายคำตอบ ดังนี้

1. การพิจารณาคำตอบ โดยมีการกำหนดขอบเขตของการตอบออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct)	ให้ 3 คะแนน
ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct)	ให้ 2 คะแนน
ระดับถูกต้องบางส่วน (Partly correct)	ให้ 1 คะแนน
ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) หรือไม่ตอบ	ให้ 0 คะแนน
2. การพิจารณาลักษณะของการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล (Logically structured explanations) เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างมีเหตุผล ซึ่งจำแนกได้ 2 ระดับ ดังนี้

2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือ พยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน

2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง (Non - structure explanations) เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2557, หน้า 55) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์ แบบอัตนัย โดยจัดเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถในการตอบเป็น 4 กลุ่ม ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร

กลุ่มที่	คำอธิบาย	ระดับคะแนน
4	ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผลและมีการสื่อความหมายได้ชัดเจน	3 คะแนน
3	- ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือ - ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล	2 คะแนน
2	- ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง หรือ	1 คะแนน

ตารางที่ 3 (ต่อ)

กลุ่มที่	คำอธิบาย	ระดับคะแนน
	- ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ	
1	ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	0 คะแนน

จากเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มี 2 ลักษณะ คือ การพิจารณาจากคำตอบและการอธิบายคำตอบ ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงมาจากอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 65 - 66); เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2557, หน้า 55) เนื่องจากเกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับงานวิจัยครั้งนี้ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3 คะแนน	ตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
2 คะแนน	ตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 คะแนน	- ตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายที่อ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
0 คะแนน	ตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือไม่เขียนคำตอบ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายลักษณะ เช่น มโนทัศน์เกี่ยวกับความหมาย คำนิยาม คำนิยาม ลักษณะเฉพาะ สมบัติ มโนทัศน์ที่เชื่อมโยงระหว่างความหมายกับ กระบวนการ เช่น ความหมายของการหารกับวิธีการหาร ความหมายของรากที่สองกับวิธีการหาร รากที่สองด้วยความหลากหลายดังกล่าว นักวิชาการจึงแบ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลาย เช่น Bell (1978) ได้แบ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เช่น การจัดประเภทของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประเภทต่าง ๆ
2. มโนทัศน์เกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารความเข้าใจ เช่น 275 เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทน $200 + 70 + 5$ โดย 2 แทน 200 7 แทน 70 และ 5 แทน 5

3. มโนทัศน์เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ เป็นการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์และมโนทัศน์เกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตามที่ระบุไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย ผู้สอนคณิตศาสตร์จึงต้องทำความเข้าใจหลักสูตร เพื่อวิเคราะห์หามโนทัศน์ในเนื้อหาที่จะสอน ซึ่งก่อนที่จะวิเคราะห์หามโนทัศน์ได้ ผู้สอนจึงต้องมีความรู้ในเนื้อหาที่อยู่ในหลักสูตรเป็นอย่างดี รวมถึงต้องเข้าใจมโนทัศน์และความหมายเฉพาะใด ๆ ตลอดจนขั้นตอนและกระบวนการในการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการมีความรู้ในเนื้อหาถือการมีทั้งปริมาณและการจัดระบบความรู้โดยตรงในตัวผู้สอน

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เป็นมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับ บทนิยาม ซึ่งมีดังนี้

สสวท. (2553, หน้า 200 - 229) ได้กล่าวถึงบทนิยาม เรื่อง ความเท่ากันทุกประการไว้ ดังนี้

1. รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่ง ได้สนิท
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

3. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะเท่ากันทุกประการ
 4. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
 5. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านที่สมนัยกันยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
 6. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน
 ยูพิน พิพิธกุลและสิริพร ทิพย์คง (2560, หน้า 203 - 240) ได้กล่าวถึงบทนิยาม เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ไว้ดังนี้
 1. รูปสองรูปจะเท่ากันทุกประการได้ ก็ต่อเมื่อ นำรูปหนึ่งซ้อนทับบนอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี
 2. รูปสามเหลี่ยม ABC คือ รูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น คือ \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{AC} ซึ่งเกิดขึ้นจากการเชื่อมต่อจุด A จุด B และ จุด C ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
 เรียก จุด A จุด B และ จุด C ว่า จุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC
 เรียก \overline{AB} , \overline{BC} และ \overline{AC} ว่า ด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC
 3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะเท่ากันทุกประการตามความสัมพันธ์แบบ ด้าน - มุม - ด้าน
 4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ และมีด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการตามความสัมพันธ์แบบ มุม - ด้าน - มุม
 5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการตามความสัมพันธ์แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน
 6. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป ที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันอีกหนึ่งคู่แล้ว รูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งสองรูปจะเท่ากันทุกประการตามความสัมพันธ์แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน
- ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ปรับปรุงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ดังกล่าวจาก สสวท. (2553, หน้า 200 - 229); ยูพิน พิพิธกุล และสิริพร ทิพย์คง (2560, หน้า 203 - 240) ดังนี้

1. รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท
2. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ
3. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะเท่ากันทุกประการ
4. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
5. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านที่สมนัยกันยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
6. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป ที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันอีกหนึ่งคู่แล้ว รูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งสองรูปจะเท่ากันทุกประการตามความสัมพันธ์แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีสถาบันการศึกษาและนักการศึกษา ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

O'Daffer and Thornquist (1993, p. 43) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

สสวท. (2547, หน้า 46) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

เวทที อังกะภทฺรขจร (2555, หน้า 114) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของ ข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความรู้และ สร้างข้อสรุปโดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

สำหรับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีสถาบันการศึกษาและ นักการศึกษา ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ มีหลากหลาย ที่สำคัญมีดังนี้

- หาข้อสรุปที่เป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และใน การอธิบายความคิดของตนเอง
- เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
- สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
- ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
- เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผล ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์และ สามารถนำไปใช้ได้

ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 176) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดและสถานการณ์ทาง คณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือ สถานการณ์ใหม่

สสวท. (2555 ค, หน้า 79) ได้เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการข้อคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในเหตุการณ์นั้น ๆ

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายแนวคิด โดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีสถาบันทางการศึกษาและนักรักศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Baroody (1993, p. 59) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีกนักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต สำหรับในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผลจึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรอง และการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997, p. 6) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญเพราะ การทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาส เราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับ ความแตกต่าง

Russell (1999, p. 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะช่วยเข้าใจนามธรรมนั้น โดยการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาให้อยู่ในลักษณะของการอ้างอิง เพื่อให้สามารถใช้ข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาอ้างอิงไปยังสิ่งใหม่

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 54 - 56) กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดความสำคัญให้การให้เหตุผลเป็นความสามารถหนึ่งที่สำคัญสำหรับนักเรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวชี้วัดด้านการให้เหตุผลในทุกระดับชั้น (ป.1 - ม.6) กำหนดไว้ว่า นักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สสวท. (2555 ก, หน้า 39) เสนอว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตประจำวัน ช่วยให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจที่ลึกและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีนักวิชาการหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 99) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ผู้สอนควรให้นักเรียนได้พบเห็น โจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป แล้วผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ใดอย่างไร

สสวท. (2551, หน้า 13 - 15) ได้ให้แนวทางการพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผลว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจมิใช่เพียงการสอนที่ครูอธิบายถึงที่มาของสูตร กฎ และแนวคิด การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน การให้เหตุผลต้องส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อธิบายเหตุผลสนับสนุนแนวคิดของตน ไม่ใช่การบอกกฎ สูตร หรือวิธีการที่จดจำมา ผู้สอนต้องให้ความสำคัญกับที่มาของคำตอบมากกว่าการได้คำตอบมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว และบรรยากาศภายในชั้นเรียนควรเป็นกันเอง เปิดกว้างสำหรับการเสนอแนวคิด และซักถามข้อสงสัย

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการให้เหตุผลไม่เพียงแต่จะเป็นพื้นฐานที่ดีสำหรับการศึกษาในระดับสูงขึ้นไป ประโยชน์ที่จะได้รับจากการสอดแทรกการให้เหตุผลในกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. การให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเนื้อหาและแนวคิดอย่างถ่องแท้ อีกทั้งเป็นการทบทวนความรู้เดิม ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องอยู่แล้วให้สมบูรณ์และแก้ไขความเข้าใจที่ผิด ๆ

2. การสอนคณิตศาสตร์โดยสอดแทรกการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนเป็นจำนวนมากมีความเชื่อที่ผิด ๆ ว่าคณิตศาสตร์คือการท่องจำกฎ ขั้นตอนวิธีการ และแสดงวิธีทำตามขั้นตอนวิธีที่จดจำมาเพื่อให้ได้คำตอบ ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีเพียงวิธีเดียวในการหาคำตอบที่ถูกต้อง ขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกกำหนดไว้ตายตัว การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการให้เหตุผล ทำให้นักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ และมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีเหตุมีผลอยู่ในตนเอง และไม่เกินความสามารถในการเรียนรู้และสร้างแนวคิดใหม่ ๆ

3. การจัดบรรยากาศในชั้นขณะเรียนคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลทำให้นักเรียนเห็นในค่าและประโยชน์ของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นแรงจูงใจให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป ในระดับที่สูงขึ้น

เวทฤทธิ์ อังกะภทขจร (2555, หน้า 114 - 120) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลไว้ 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for thinking) เป็นการสอนเนื้อหาวิชาเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด (Teaching of thinking) เป็นการสอนที่เน้นทักษะการคิดหรือเป็นการสอนทักษะการคิด ซึ่งแนวทางในการสอนจะมีลักษณะที่แตกต่างกัน ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้สอน

3. การสอนเกี่ยวกับความคิด (Teaching about thinking) เป็นการสอนที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง

นอกจากนี้ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากผู้เรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอนการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้ผู้เรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข

2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริม ให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียนโดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า ...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้องผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้งโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open - ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นาคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้ฝึกการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสนอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียน

ถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งผู้สอนต้องมีความอดทนให้เวลาให้โอกาสแก่ผู้เรียน

6. ผู้สอนควรส่งเสริมผู้เรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่า ผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อผู้เรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีผู้สอนควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้ผู้เรียนได้แสดงผล

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์คือ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

จากการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

1. ครูส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิด โดยครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนได้พิจารณา และใช้คำถามนำ เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” เป็นต้น
2. ครูเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง ให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงผลของแนวคิดอย่างอิสระ
3. จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการค้นหาคำตอบ และมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ฝึกการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปราย และเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น
4. สิ่งที่สำคัญที่สุด ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การที่จะตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือไม่ มากน้อยเพียงใด จะต้องมีการวัดผล ประเมินผล ซึ่งมีสถาบันทางการศึกษาและนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 8 - 9) ได้กล่าวถึงแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผล ขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาในกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน
2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดง เหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สสวท. (2547, หน้า 50 - 52) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินโดยใช้แบบทดสอบ โดยที่นักเรียนสามารถหาคำตอบ และมีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง สมเหตุสมผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการคณิตศาสตร์สร้างข้อาคาดเดาสิ่งที่เกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดมุ่งหมายในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดคนในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน ในการประเมินความสามารถด้านการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรม ตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา ทั้งนี้อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้น ๆ

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 60) ได้ระบุถึงการประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำจากแบบฝึกหัด จากการเขียนอนุทิน หรือข้อสอบ ที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนแสดงความสามารถ

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้จากการสังเกตหรือการทดสอบ สำหรับการทดสอบนั้น เป็นแบบทดสอบที่นักเรียนสามารถหาคำตอบและมีการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบเครื่องมือที่ใช้คือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบบูรณาการประเภทการให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เนื่องจากต้องการประเมินคำตอบโดยรวมของนักเรียน ซึ่งมีสถาบันทางการศึกษาและนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบบูรณาการภาพรวมไว้ดังนี้

2. เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของกระทรวงศึกษาธิการ

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบ ถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ อย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการ ตัดสินใจ

ตารางที่ 5 (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล ที่ปรากฏให้เห็น
2 พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดง วิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบ ไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผล ในการประกอบการตัดสินใจ
1 ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบ การตัดสินใจ

สสวท. (2547, หน้า 50 - 52) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล ของสสวท.

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ ข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มี ข้อบกพร่อง 2 แห่ง
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมี ข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/ แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 116) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ ได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3 ดี	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ เกือบสมบูรณ์
2 พอใช้	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผลประกอบ คำตอบแต่ไม่ถูกต้อง
1 ต้องปรับปรุง	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน มีการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล
0 ไม่พยายาม	ไม่มีการตอบคำถาม และไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของศศิธร
แม้นสงวน

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการ ตัดสินใจ
2 (พอใช้)	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 (ต้องปรับปรุง)	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) ที่พิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น โดยปรับปรุงมาจาก กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123); สสวท. (2547, หน้า 50 - 52); เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2554, หน้า 116); ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) ซึ่งมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับงานวิจัยนี้ จึงได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของผู้วิจัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดี	คำตอบถูกต้อง สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล
2/ พอใช้	คำตอบถูกต้อง แต่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
1/ ต้องปรับปรุง	- คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
0/ ไม่พยายาม	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลได้ หรือไม่ทำ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

กุลนิตา วรสารนันท์ (2552, หน้า 84) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลอุปนัย มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลอุปนัย มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลอุปนัย มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลอุปนัย มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปวีณกานท์ พันธุ์สุข (2552, หน้า 68 - 69) ได้ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัย และนิรนัย เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอินทร์บุรี จังหวัดสิงห์บุรี ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลนั้น นักเรียนมีค่าเฉลี่ย 18.28 คิดเป็นร้อยละ 73.12 ซึ่งไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่กำหนดไว้ และความสามารถในการให้เหตุผลระหว่างเรียนในแบบทดสอบย่อยที่ 1, 2, 3 และ 4 จำนวน 4 ครั้ง มีคะแนนเฉลี่ย 7.46, 7.34, 7.34 และ 7.91 ตามลำดับ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 74.6, 73.4, 73.4 และ 79.1 ตามลำดับ พบว่าไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 ที่กำหนดไว้ ดังนั้นคะแนนสอบของนักเรียนหลังจากได้รับการสอนและระหว่างการสอน โดยใช้แผนกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยกับคะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชลธิชา ทับทิว (2554, หน้า 66) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ธีรรัตน์ สังห์ (2556, หน้า 127 - 128) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นิรนัย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นิรนัย เรื่องสถิติสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นิรนัย เรื่องสถิติ สูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย - นิรนัย เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชญญากรณ์ ชัดทา (2558, หน้า 89) ได้ศึกษาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ สำหรับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องตัวประกอบ ของจำนวนนับ หลังการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณัฐวิญญาณ์ พิชญาชมชื่น (2558, หน้า 83 - 84) ได้ศึกษาผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรม การเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .05

สิณภรณ์ แทนศิลา (2558, หน้า 100) ได้ศึกษาผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ

จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

งานวิจัยต่างประเทศ

Milne (1985, p. 158) ได้ศึกษาเรื่อง การวิเคราะห์ที่เป็นเหตุเป็นผลของความสัมพันธ์ ของลักษณะนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ภายใต้การสอนแบบอุปนัยที่ใช้ ข้อมูลคอมพิวเตอร์ในวิชาคณิตศาสตร์ (วิธีวิเคราะห์, กระแสแห่งความคิด) สรุปได้ว่า กระบวนการสอนแบบอุปนัยเป็นสิ่งที่จำเป็นในการศึกษา และการพัฒนาคณิตศาสตร์ จุดมุ่งหมาย ของการค้นคว้า 1) เพื่อพัฒนาการสอนแบบอุปนัยในเรื่อง พีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้คอมพิวเตอร์ ควบคุมและออกแบบให้แสดงผล 2) การสอนดังกล่าวทำให้เกิดคุณลักษณะ 3 ประการ ของ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ภายใต้วิธีสอนนี้ (ความสามารถอย่างมีเหตุผลเชิงอุปนัย, ผลสะท้อนกลับที่ เกิดจากแรงกระตุ้นและผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้น) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่ ลงทะเบียนวิชาคณิตศาสตร์ (M118) จำนวน 59 คน แห่งมหาวิทยาลัยอินเดียนา การศึกษาพบว่า ความสามารถเชิงเหตุผลที่ใช้ในการสอนแบบอุปนัยและผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ อย่างมีนัยสำคัญ

Yerushalmy (1986, p. 47 - 05A) ได้ศึกษาเรื่อง การอุปนัยและหลักการทั่วไป เป็น การทดสอบในการสอนและการเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (เรื่องคอมพิวเตอร์, การคาดเดาทางเรขาคณิต, หลักสูตร) เป็นการศึกษาถึงการทำงานแบบอุปนัยของนักเรียนที่เรียน เรขาคณิตในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในการคาดเดาจากการสังเกตข้อมูลและกระบวนการ ให้เหตุผล ที่สามารถนำมาพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาพบว่า นักเรียน ทั่ว ๆ ไป ไม่คุ้นเคยกับงานที่เป็นอุปนัย หลักสูตรเดิมของวิชาเรขาคณิตได้ลดแรงจูงใจในการคิดที่ หลากหลายของนักเรียน ซึ่งการเปลี่ยนแปลงในสิ่งที่จะเป็นกุญแจสำคัญในลักษณะเฉพาะและใน ขณะที่การเรียนแบบอุปนัยช่วยให้นักเรียน พิจารณาวิเคราะห์วิธีการนำไปใช้ที่ไม่เป็นแบบแผน และนักเรียนจะมีการอธิบายในแง่มุมที่แตกต่างกันออกไปตามทักษะ ระดับการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับสูง การสังเกตในตอนท้ายของการศึกษาและรวมไปถึงสิ่งที่เกิดจาก

การนำวิธีการสอนแบบอุปนัย และนิรนัยมาใช้ สุดท้ายนักเรียนมีการถ่ายโอนความรู้เรื่องเรขาคณิต น้อยมากถึงแม้บางหัวข้อจะเป็นการถ่ายโอนความรู้ที่ง่ายก็ตาม

Mourad (2005, p. 75) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยในคาบเรียนพีชคณิต ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบผลของวิธีสอน 2 วิธี ในหน่วยการเรียนรู้พีชคณิต เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ของนักเรียนเกรด 8 วิธีสอนที่นำมาใช้ทดลองครั้งนี้คือ การจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย การเป็นตัวแทนและแนวทางในการค้นพบในขณะที่วิธีสอนที่ควบคุมคือ การสอนแบบปกติ จุดมุ่งหมายของการศึกษาครั้งนี้คือ ต้องการปรับปรุงแก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ของนักเรียน ผู้วิจัยต้องการพิสูจน์ความจริงที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ คือ ข้อแรกเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นและอีกสองข้อเกี่ยวกับความสามารถในการเป็นตัวแทนของการแปลง โดยจะนำมาใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการทดสอบประจำหน่วย ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 29 คน ซึ่งมีระดับความคิดแตกต่างกัน ผลการเปรียบเทียบพบว่ากลุ่มทดลองให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากกิจกรรมการเรียนการสอนมากกว่ากลุ่มปกติ

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดมโนทัศน์ และความสามารถให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเห็นได้จากผลงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ ที่ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้รูปแบบนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการวิจัยเรื่องนี้ขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีวิธีดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม อำเภอศรีมหาโพธิ จังหวัดปราจีนบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 2 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 36 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องจัดแบบคละความสามารถ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากการทดสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง โดยใช้สถิติ t -test (t -test Independent) ซึ่งผลการวิเคราะห์พบว่า นักเรียนทั้ง 2 ห้อง มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างกัน (รายละเอียดภาคผนวก ง)

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 จำนวน 18 คน โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม อำเภอศรีมหาโพธิ จังหวัดปราจีนบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 6 แผน
2. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 6 แผน จำนวน 12 คาบ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้
 - 1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
 - 1.2 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค Think - Pair - Share จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 1.3 เลือกเนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์คำอธิบายรายวิชา ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งมีรายละเอียดของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 การวิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	สาระการเรียนรู้	จำนวน (คาบ)
1	<p>ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. อธิบายเงื่อนไขที่ทำให้รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการได้</p> <p>2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการ</p>	<p>มโนทัศน์ที่ 1 รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท</p>	<p>ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต</p>	2
2	<p>ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. อธิบายด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้</p> <p>2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ</p>	<p>มโนทัศน์ที่ 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ</p>	<p>ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</p>	2

ตารางที่ 10 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	สาระการเรียนรู้	จำนวน (คาบ)
3	<p>ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. อธิบายความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - มุม - ด้าน ได้</p> <p>2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน นั้นเท่ากันทุกประการ</p>	<p>มโนทัศน์ที่ 3 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะเท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - มุม - ด้าน</p>	<p>รูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน</p>	2
4	<p>ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. อธิบายความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ มุม - ด้าน - มุม ได้</p> <p>2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม - ด้าน - มุม นั้นเท่ากันทุกประการ</p>	<p>มโนทัศน์ที่ 4 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการแบบ มุม - ด้าน - มุม</p>	<p>รูปสามเหลี่ยมสองรูป มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม - ด้าน - มุม</p>	2

ตารางที่ 10 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	สาระการเรียนรู้	จำนวน (คาบ)
5	<p>ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. อธิบายความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน ได้</p> <p>2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน นั้นเท่ากันทุกประการ</p>	<p>มโนทัศน์ที่ 5 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านที่สมนัยกันยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน</p>	<p>รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน</p>	2
6	<p>ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>1. อธิบายความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน ได้</p> <p>2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน นั้นเท่ากันทุกประการ</p>	<p>มโนทัศน์ที่ 6 ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันอีกหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน</p>	<p>รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน</p>	2
รวม					12

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - share จำนวน 6 แผน เวลา 12 คาบ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย

- มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด
- จุดประสงค์การเรียนรู้
- สาระสำคัญ
- สาระการเรียนรู้
- กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบไปด้วย
 - ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม
 - ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง
 - ขั้นที่ 3 ขั้นเปรียบเทียบ
 - ขั้นที่ 4 ขั้นสรุป
 - ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้
- สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้
- การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
- บันทึกหลังสอน

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่ผู้วิจัย สร้างขึ้นเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความชัดเจน ความเป็นไปได้ ความเหมาะสมของมาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้ และการวัดและ ประเมินผล ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบ ความถูกต้องเหมาะสม โดยกำหนดความเหมาะสมเป็น 5 ระดับ ดังนี้

- 5 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย
- 1 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

นำคะแนนที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ มาวิเคราะห์แล้วเทียบเกณฑ์ระดับคุณภาพ ตามคะแนนเฉลี่ย ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102 - 103)

4.51 - 5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

3.51 - 4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

2.51 - 3.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

1.51 - 2.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

1.00 - 1.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

โดยกำหนดให้คะแนนเฉลี่ย 3.51 ขึ้นไป เป็นเกณฑ์ความเหมาะสมที่ยอมรับว่าแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share มีคุณภาพที่สามารถนำไปใช้ได้ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่ผ่านการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้เชี่ยวชาญ พบว่ามีความเหมาะสมอยู่ในระดับ มากที่สุด ($\bar{X} = 4.77$, $S = 0.25$) และผู้เชี่ยวชาญข้อเสนอแนะดังนี้

- สาระการเรียนรู้ ผู้สอนต้องอธิบายเนื้อหาที่สอนให้ชัดเจน
- ขั้นตอนเตรียม ผู้สอนต้องวางแผนหรือเตรียมคำถาม เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการทบทวนความรู้เดิม เชื่อมโยงไปสู่เนื้อหาที่จะเรียนในชั่วโมงนั้น ๆ
- ขั้นตอนเปรียบเทียบ ผู้สอนต้องควรกระตุ้นให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้แลกเปลี่ยนกับคู่ของตนเอง เพื่อร่วมกันสรุปให้เกิดมโนทัศน์
- การวัดผลและประเมินผล ควรเพิ่มเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ใบกิจกรรมให้เพิ่มขนาดของรูปภาพให้ใหญ่ขึ้น

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปทดลองใช้ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 18 คน โรงเรียนรอกกสมบูรณ์วิทยาคม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ด้านเวลา ภาษา เนื้อหา และกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนไม่สามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ในการทำใบกิจกรรมได้ ซึ่งตรวจสอบจากใบกิจกรรมที่ 1.2 นักเรียนไม่เขียนเหตุผลที่ได้จากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สรุปได้ในใบกิจกรรมที่ 1 ผู้วิจัยแก้ปัญหาโดยการอธิบายให้นักเรียนทราบว่าการทำใบกิจกรรมนี้ เราต้องใช้ความรู้ที่เราสรุปได้ในใบกิจกรรมที่ 1.1 มาใช้ซึ่งต้องเพิ่มเวลาในการทำกิจกรรม

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ต้องเพิ่มเวลาในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากจำนวนข้อในใบกิจกรรม มากเกินไป ผู้วิจัยจึงปรับใบกิจกรรมที่ 2 เหลือเพียง 3 ข้อ

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 - 6 ไม่พบปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามแผนการเรียนรู้ที่จัดทำ

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่ผ่านการทดลองใช้นำร่องมาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องเพื่อให้มีความถูกต้องเหมาะสมอย่างสมบูรณ์ ก่อนนำไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวน ข้อสอบที่ ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
ค.3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับ ความเท่ากันทุก ประการของรูป สามเหลี่ยมและ สมบัติของเส้น ขนานในการให้ เหตุผลและ แก้ปัญหา	ความเท่ากันทุกประการ ของรูปเรขาคณิต	อธิบายเงื่อนไขที่ทำให้รูป เรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุก ประการได้	<u>มโนทัศน์ที่ 1</u> รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการก็ ต่อเมื่อเคลื่อนที่รูปหนึ่ง ไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท	2	1
	ความเท่ากันทุกประการ ของรูปสามเหลี่ยม	อธิบายด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและ มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูป สามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากัน ทุกประการได้	<u>มโนทัศน์ที่ 2</u> รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยของรูป สามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ	2	1
	รูปสามเหลี่ยมสองรูปมี ความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน	อธิบายความสัมพันธ์ของรูป สามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน - มุม - ด้าน ได้	<u>มโนทัศน์ที่ 3</u> ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาว เท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาด เท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะเท่ากันทุก ประการแบบ ด้าน - มุม - ด้าน	2	1

ตารางที่ 11 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวน ข้อสอบที่ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับ ความเท่ากันทุก ประการของรูป สามเหลี่ยมและ สมบัติของเส้น ขนานในการให้ เหตุผลและ แก้ปัญหา	รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มี ความสัมพันธ์กันแบบ มุม - ด้าน - มุม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสอง รูปที่สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน	อธิบายความสัมพันธ์ของรูป สามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ แบบ มุม - ด้าน - มุม ได้ อธิบายความสัมพันธ์ของรูป สามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน ได้ อธิบายความสัมพันธ์ของรูป สามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน ได้	มโนทัศน์ที่ 4 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มี ขนาดเท่ากันสองคู่และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุม ทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะ เท่ากันทุกประการแบบ มุม - ด้าน - มุม มโนทัศน์ที่ 5 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านที่ สมนัยกันยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะเท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน มโนทัศน์ที่ 6 ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูป มีด้าน ตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และด้านประกอบมุมฉากยาว เท่ากันอีกหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปนั้นจะ เท่ากันทุกประการ แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน	2 2 2	1 1 1
รวม				12	6

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ จำนวน 12 ข้อและสร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบ อัตนัย ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบ Rubric โดยใช้การตรวจให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) ในการตรวจให้คะแนน ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3 คะแนน	ตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
2 คะแนน	ตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 คะแนน	- ตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายที่อ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
0 คะแนน	- ตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ ไม่เขียนคำตอบ

2.4 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

2.5 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน (ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้) เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ กับคำถามในข้อสอบ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of item objective congruence) โดยพิจารณาตามเกณฑ์ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

โดยพิจารณาค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

โดยผลการประเมินแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบทดสอบทั้ง 12 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ข) ทั้งนี้ผู้เชี่ยวชาญไม่ได้ให้ข้อเสนอแนะ

2.6 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 18 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 6 ข้อ โดยให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.39 - 0.63 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.30 - 0.70

2.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ของค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก จำนวน 6 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Alpha coefficient) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นควรมีค่าตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป โดยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ที่ได้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.85

2.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3.2 ศึกษาหลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและแนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กำหนดจุดประสงค์ จำนวนข้อสอบที่สร้าง ที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย ซึ่งมีเกณฑ์การเลือกข้อสอบโดยใช้การหาคุณภาพข้อสอบ การคัดเลือกจากข้อคำถามที่มีความเหมาะสมเนื้อหาและนักเรียน ทั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูป	ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต	1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการ	2	1
สามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา	ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ	2	1

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบที่ ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการ จริง
ค 6.1 ม.3/3 ให้ เหตุผล ประกอบการ ตัดสินใจ และ สรุปผลได้อย่าง เหมาะสม	รูปสามเหลี่ยม สองรูปมี ความสัมพันธ์กัน แบบ ด้าน - มุม - ด้าน	1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบ อย่างสมเหตุสมผลในการอธิบาย ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ สัมพันธ์กันแบบด้าน - มุม - ด้าน นั้นเท่ากันทุกประการ	2	1
	รูปสามเหลี่ยม สองรูปมี ความสัมพันธ์กัน แบบ มุม - ด้าน - มุม	1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบ อย่างสมเหตุสมผลใน การอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสอง รูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน - มุมนั้นเท่ากัน ทุกประการ	2	1
	รูปสามเหลี่ยม สองรูปมี ความสัมพันธ์กัน แบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน	1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบ อย่างสมเหตุสมผลในการอธิบาย ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - ด้าน - ด้านนั้นเท่ากัน ทุกประการ	2	1
	รูปสามเหลี่ยมมุม ฉากสองรูปมี ความสัมพันธ์กัน แบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน	1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบ อย่างสมเหตุสมผลในการอธิบาย ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ สัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้านนั้นเท่ากัน ทุกประการ	2	1
	รวม		12	6

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ จำนวน 12 ข้อและสร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบ Rubric โดยใช้การตรวจให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) ในการตรวจให้คะแนน ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
3 ดี	คำตอบถูกต้อง สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล
2 พอใช้	คำตอบถูกต้อง แต่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	- คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
0 ไม่พยายาม	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลได้ หรือไม่ทำ

3.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

3.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน (ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้) เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ กับคำถามในข้อสอบ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of item objective congruence) โดยพิจารณาตามเกณฑ์ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยพิจารณาค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

โดยผลการประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน พบว่า แบบทดสอบทั้ง 12 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ข)

3.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 18 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 6 ข้อ โดยให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.48 - 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.48 - 0.59

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ของค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก จำนวน 6 ข้อ หาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Alpha coefficient) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นควรมีค่าตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ที่ได้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลองซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง (วิทยุ วิชาลาภรณ์, 2540, หน้า 177)

ตารางที่ 15 แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัย

การทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
X	O

เมื่อ X คือ การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share

O คือ การทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค

Think - Pair - Share

การดำเนินการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง ดังนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างให้มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เพื่อให้ นักเรียน ได้ปฏิบัติตน ได้ถูกต้อง

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างด้วยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นระยะเวลา 12 คาบ

3. เมื่อดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เสร็จเรียบร้อยแล้ว หลังจากนั้นนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มาทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลา 1 คาบ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล โดยใช้เวลา 1 คาบ แล้วบันทึกผลการทดสอบเป็นคะแนนหลังเรียน

4. ตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ หลังการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบ t - test for one sample

1.2 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบ t - test for one sample

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลจากการทำแบบวัดมโนทัศน์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แล้วจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการทดสอบครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยคำนวณจากสูตร
(ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล
 $(\sum x)^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูลยกกำลังสอง
 $\sum x^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{n}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคน
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาดัชนีความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรของ D. R. Whitney and D. L. Sabers (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
 S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง
 S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ
 x_{\max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้
 x_{\min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้
 n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรของ D.R. Whitney and D.L.
Sabers (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h (x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{\max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{\min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α) ของ
Cronbach (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สูตร t -test for one sample
ดังนี้ (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -Distribution
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
 S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
 n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
โดยมี $df = n - 1$

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อ มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยมีการนำเสนอผลการวิจัย ดังต่อไปนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน ผู้วิจัยจึงได้กำหนดสัญลักษณ์ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อการนำเสนอผลการวิจัย ดังนี้

t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
p	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
df	แทน	องศาอิสระ
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 การวิเคราะห์เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และตอนที่ 2 การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถใน

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ
อุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 การวิเคราะห์เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน
ทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค
Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share
ผู้วิจัยได้ทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 6 ข้อ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 แล้วบันทึกผลเป็น
คะแนนหลังเรียน มาทำการเปรียบเทียบด้วยการทดสอบแบบ t - test for one sample โดยกำหนด
เกณฑ์หรือ μ_0 ที่ร้อยละ 70 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน
ทุกประการ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

มโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์	n	คะแนนเต็ม	(μ_0) (ร้อยละ 70)	(\bar{X})	s	t	p
คะแนน	18	18	12.6	14.28	2.718	2.62*	.009

* $p < .05$

จากตารางที่ 16 พบว่า คะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน
ทุกประการ มีค่าเท่ากับ 14.28 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.32 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า
คะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think -
Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

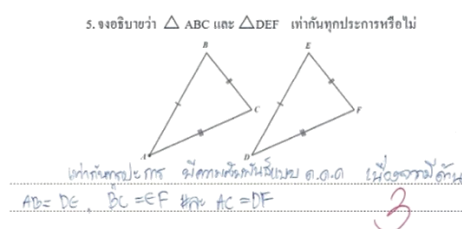
นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตาม
เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากัน
ทุกประการ

ข้อที่	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนน				คะแนนรวม	ร้อยละของ คะแนน
	(คน)					
	3	2	1	0		
1	15	3	0	0	51	94.44
2	12	6	0	0	48	88.89
3	11	6	0	1	45	83.33
4	7	10	1	0	42	77.78
5	6	5	5	2	33	61.11
6	7	8	2	1	39	72.22
คิดเป็นร้อยละ	53.72	35.17	7.39	3.72		

จากตารางที่ 17 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนการประเมินโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.72 รองลงมาอยู่ในระดับ 2 คะแนน ระดับ 1 คะแนน และระดับ 0 คะแนน โดยคิดเป็นร้อยละ 35.17, 7.39 และ 3.72 ตามลำดับ ซึ่งมีรายละเอียดและตัวอย่าง ผลการทำแบบทดสอบวัดคุณโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 ในแต่ละระดับคะแนน ดังนี้

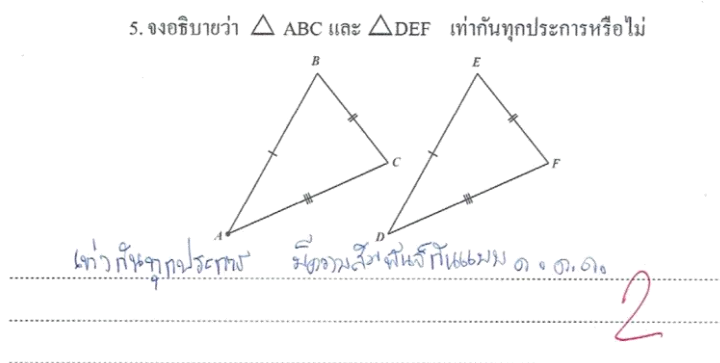
1. นักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.72 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถตอบได้ถูกต้อง และมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน

จากภาพที่ 3 จะเห็นได้ว่านักเรียนอธิบายได้ว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการ คือ มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน - ด้าน - ด้าน ซึ่งมีด้าน $AB = DE$, $BC = EF$ และมี $AC = DF$ ซึ่งมีด้านเท่ากัน 3 คู่ ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายโดยมีการอ้างอิงบทนิยามได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

2. นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 35.17 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถตอบได้ถูกต้อง และมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วน ดังภาพที่ 4

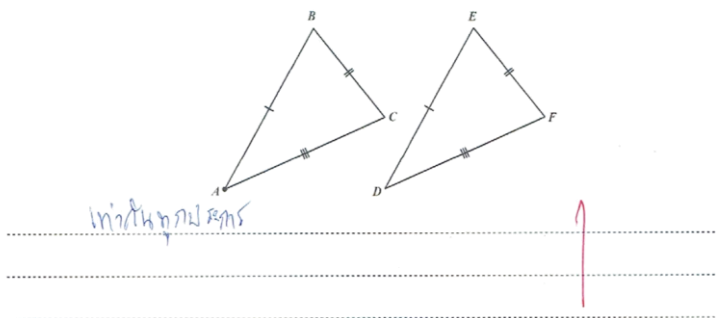


ภาพที่ 4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่านักเรียนอธิบายได้ว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการ คือ มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน - ด้าน - ด้าน ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายโดยมีการอ้างอิงบทนิยาม ได้บางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจน ซึ่งหากชัดเจนกว่านี้ควรระบุว่า “มีด้าน $AB = DE$, $BC = EF$ และมี $AC = DF$ ซึ่งมีด้านเท่ากัน 3 คู่”

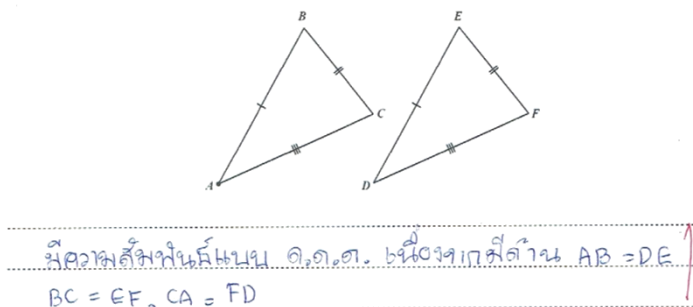
3. นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 7.39 โดยนักเรียนกลุ่มนี้จะแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 สามารถตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และกรณีที่ 2 ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 5 และภาพที่ 6

5. จงอธิบายว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



ภาพที่ 5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนนกรณีนี้ที่ 1

5. จงอธิบายว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



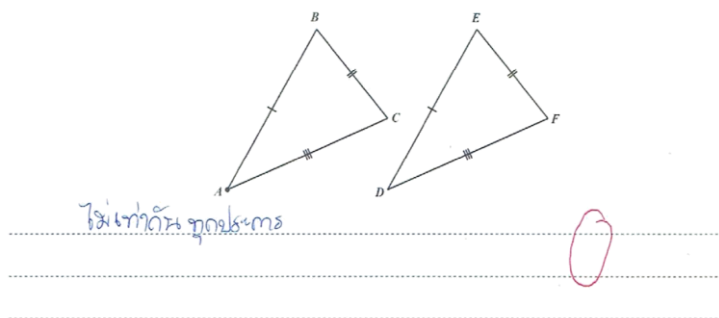
ภาพที่ 6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนนกรณีนี้ที่ 2

จากภาพที่ 5 จะเห็นว่านักเรียนจะตอบเพียงคำว่า “เท่ากันทุกประการ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่เขียนอธิบายแนวความคิดสนับสนุนคำตอบของตนเอง

จากภาพที่ 6 จะเห็นได้ว่านักเรียนไม่แสดงคำตอบที่โจทย์ถาม “ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่” แต่นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นการเขียนอธิบายโดยอ้างอิงบทนิยาม

4. นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 3.72 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ตอบคำถามไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 7

5. จงอธิบายว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



ภาพที่ 7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน

จากภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง และไม่เขียนอธิบายอ้างอิงบทนิยาม

ตอนที่ 2 การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ผู้วิจัยได้ทำการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 แล้วบันทึกผลเป็นคะแนนหลังเรียน มาทำการเปรียบเทียบด้วยการทดสอบแบบ t -test for one sample โดยกำหนดเกณฑ์หรือ μ_0 ที่ร้อยละ 70 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	n	คะแนนเต็ม	(μ_0) (ร้อยละ 70)	(\bar{X})	s	t	p
คะแนน	18	18	12.6	14.17	3.130	2.12*	.024

* $p < .05$

จากตารางที่ 18 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 14.17 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.70 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 19

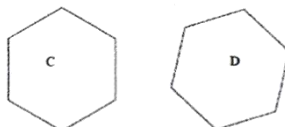
ตารางที่ 19 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนน (คน)				คะแนนรวม	ร้อยละของคะแนน
	3 (ดี)	2 (พอใช้)	1 (ต้องปรับปรุง)	0 (ไม่พยายาม)		
1	15	2	1	0	50	92.59
2	16	2	0	0	52	96.30
3	8	4	3	2	33	61.11
4	8	8	2	0	42	77.78
5	6	10	1	0	39	72.22
6	5	11	2	0	39	72.22
คิดเป็นร้อยละ	53.72	34.28	7.39	4.61		

จากตารางที่ 19 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี (3 คะแนน) คิดเป็นร้อยละ 53.72 รองลงมาอยู่ในระดับพอใช้ ระดับต้องปรับปรุง และระดับไม่พยายาม โดยคิดเป็นร้อยละ 34.28, 7.39 และ 4.61 ตามลำดับ ซึ่งมีรายละเอียดและตัวอย่าง ผลการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 ในแต่ละระดับคะแนน ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 53.72 โดยนักเรียนกลุ่มนี้มีคำตอบถูกต้อง และสามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพที่ 8

1. จงพิจารณารูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด



ตอบ... เท่ากันทุกประการ

เหตุผล... รูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D ได้สร้าง

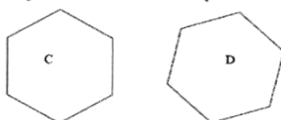
3

ภาพที่ 8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน

จากภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบถูกต้อง และให้เหตุผลได้ว่า รูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการ เพราะเหตุใด โดยมีการอธิบายแนวคิดที่มีการอ้างอิงบทนิยาม มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

2. นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 34.28 โดยนักเรียนกลุ่มนี้มีคำตอบถูกต้อง และสามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน ดังภาพที่ 9

1. จงพิจารณารูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด



ตอบ... เท่ากันทุกประการ

เหตุผล... รูป C และรูป D ได้

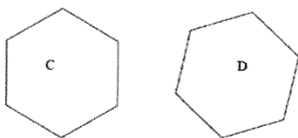
2

ภาพที่ 9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบถูกต้องว่ารูปหกเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ และให้เหตุผลได้ว่า เท่ากันทุกประการ เพราะเหตุใด ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดที่มี การอ้างอิงบทนิยาม ได้บางส่วนแต่ไม่ค่อยสมเหตุสมผล ซึ่งหากชัดเจนกว่านี้ควรระบุว่า “รูปหกเหลี่ยม C เคลื่อนที่ซ้อนทับรูปหกเหลี่ยม D ได้สนิท”

3. นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 7.39 โดยนักเรียนกลุ่มนี้จะแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 สามารถตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล และกรณีที่ 2 ตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล แสดงดังภาพที่ 10 และภาพที่ 11

1. จงพิจารณารูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

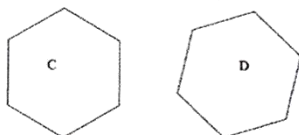


ตอบ...ได้เท่ากันทุกประการ

เหตุผล...รูป C เคลื่อนที่ทับ D ได้สนิท

ภาพที่ 10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 1

1. จงพิจารณารูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด



ตอบ...เท่ากันทุกประการ

เหตุผล...มีขนาดเท่ากัน

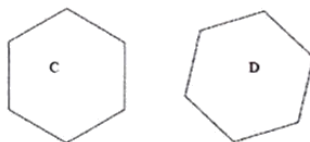
ภาพที่ 11 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 2

จากภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่าให้นักเรียนตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายแนวคิดโดยใช้ บทนิยาม มาสนับสนุนคำตอบของตนเอง

จากภาพที่ 11 จะเห็นได้ว่าให้นักเรียนตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายแนวคิดโดยใช้ หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่าง สมเหตุสมผล

4. นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 4.61 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ตอบคำถาม ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล ดังภาพที่ 12

1. จงพิจารณารูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด



ตอบ... ไม่เท่ากันทุกประการ

เหตุผล.....

ภาพที่ 12 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน

จากภาพที่ 12 จะเห็นได้ว่าให้นักเรียนตอบไม่ถูกต้อง

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อ มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนกรอกสมบูรณ์ วิทยาคม อำเภอศรีมหาโพธิ จังหวัดปราจีนบุรี ปีการศึกษา 2561 จำนวน 18 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share จำนวน 6 แผน ซึ่งมีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.77, S = 0.25$) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.85 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.89 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบที (t - test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อ มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากสรุปผลการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่กำหนดไว้ใน ข้อที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เป็นการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สังเกตตัวอย่างที่มีลักษณะคล้าย ๆ กันในใบกิจกรรม ฝึกการเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกัน จนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนแต่ละคนได้ข้อสรุปแล้ว จึงนำข้อสรุปของตนเองมาแลกเปลี่ยนคำตอบซึ่งกันและกันกับคู่ของตน จากนั้นผู้วิจัยได้สุ่มตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุป หน้าชั้นเรียน เพื่ออภิปรายแลกเปลี่ยนและสรุปเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากกระบวนการเหล่านี้เป็นการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีการประเมินผลอย่างต่อเนื่องเป็นระยะ ๆ ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง และสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 22) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ครูต้องสอนให้นักเรียนได้ความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจมิใช่เกิดจากการจดจำ การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้เด็กมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้น และการประเมินผลเป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อีกด้วย เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share พบว่านักเรียนได้รับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ผู้วิจัยทบทวนความรู้เดิม โดยนำเสนอเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียน ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นและสร้างความสนใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้ทำให้นักเรียนได้นำความรู้เดิมไปเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ Asubel (1968, p. 505) ที่กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์นั้น นักเรียนต้องมีความรู้เดิม และสามารถวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่ได้รับมาใหม่ให้ครอบคลุมไปยังมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กันและประมวลเข้าด้วยกันทำให้นำไปสู่ข้อสรุปได้

1.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้วิจัยนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ที่เลือกเฉพาะลักษณะเด่น ๆ ของมโนทัศน์นั้น ๆ มาแสดงต่อนักเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละคนได้พิจารณา มีการใช้ใบกิจกรรมเพื่อศึกษาวิเคราะห์ตัวอย่างที่หลากหลายและนำไปสู่ข้อสรุปของตนเอง ใบกิจกรรมจะเป็นตัวอย่างในลักษณะที่ให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เหมือนกัน โดยครูคอยส่งเสริมและแนะนำให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าจนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากกระบวนการนี้ทำให้นักเรียนได้ลักษณะร่วมของตัวอย่างนั้น ๆ ซึ่งสอดคล้องกับ De Cecco (1968, pp. 416) ที่กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นครูควรเลือกเฉพาะเฉพาะที่เด่น ๆ ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความวุ่นวายและสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ Klausmeier and Ripple (1971, pp. 422 - 423) ที่กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นควรเน้นคุณลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่สอน และครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะเฉพาะแต่ละลักษณะของสิ่งที่ครูยกตัวอย่างตลอดจนคอยส่งเสริมและแนะนำให้นักเรียนต้องการเรียนรู้และค้นคว้า ซึ่งเป็นสิ่งช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

1.3 ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนได้สังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างที่มีลักษณะคล้ายกันในใบกิจกรรม เพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างนั้น จากนั้นให้นักเรียนจับคู่ แลกเปลี่ยนและพิจารณาลักษณะร่วมที่ได้เพื่อสร้างข้อสรุปร่วมกัน ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดของตนเองให้รู้จักการสังเกต คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และหาข้อสรุปด้วยตนเอง รวมทั้งมีประเมินผลจากการทำกิจกรรมรายบุคคลและรายกลุ่ม (22 คน) นำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 22) ที่กล่าวว่า ครูควรฝึกให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยครูใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด ช่วยให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และมีการประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม

1.4 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนได้อภิปรายข้อสรุปร่วมกัน และผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายข้อสรุปของตนเอง รวมทั้งได้แสดงความคิดเห็น ทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดี ตลอดจนทักษะการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ และสรุปสอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2559, หน้า 15) ที่กล่าวว่า การอภิปรายร่วมกันในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกัน ทำให้นักเรียนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์

ได้ทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟัง ตลอดจนทักษะการคิด ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

1.5 ขึ้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำมโนทัศน์ที่สรุปได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น โดยครูคอยให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือ เมื่อนักเรียนเกิดปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย ซึ่งสอดคล้องกับ De Cecco (1968, pp. 416 - 418) ที่กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูควรแนะนำให้ความช่วยเหลือจนนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่สรุปได้นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของณัฐฐาปัญญาชน พิชญาชมชื่น (2558, หน้า 83 - 84) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับสิมาภรณ์ แทนศิลา (2558, หน้า 100) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่กำหนดไว้ใน ข้อที่ 2 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เป็นการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สังเกตตัวอย่าง เปรียบเทียบ ลักษณะร่วมที่เหมือนกันในใบกิจกรรม พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ จนนำไปสู่ข้อสรุปได้ด้วยตนเอง และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบและสรุปเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) ที่กล่าวว่า เป็นการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการค้นหาคำตอบ และมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ฟังการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share พบว่านักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่นักเรียนได้ตอบคำถามโดยแสดงเหตุผล จากความรู้เดิมของนักเรียน ทำให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหา และเกิดความรู้อย่างแท้จริงก่อนที่จะเรียนเนื้อหาเรื่องต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของสวท. (2553, หน้า 14) ได้ระบุว่า การให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลเป็น โอกาสให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจเนื้อหาและแนวคิดอย่างถ่องแท้ อีกทั้งเป็นการทบทวนความรู้เดิม ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องอยู่แล้วให้สมบูรณ์และแก้ไขความเข้าใจที่ผิด ๆ

2.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้วิจัยนำเสนอตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนได้สังเกตและพิจารณา ซึ่งตัวอย่างที่ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนพิจารณาในใบกิจกรรมเป็นตัวอย่างที่มีลักษณะร่วมหรือแบบรูปที่เหมือนกัน เมื่อนักเรียนได้สังเกต และเปรียบเทียบลักษณะร่วมของตัวอย่างในใบกิจกรรมแล้ว นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้ โดยผู้วิจัยคอยส่งเสริมช่วยให้ผู้เรียนได้สังเกต เปรียบเทียบ ลักษณะต่าง ๆ และอธิบายเหตุผล เพื่อให้เกิดข้อสรุป เช่น ทำไมรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 117) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อนให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

2.3 ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดได้อย่างเต็มที่ ในการสร้างความรู้ ความเข้าใจได้ด้วยตนเอง จากการคิดสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่าง แล้วนำมาเปรียบเทียบ วิเคราะห์ เชื่อมโยง และสรุปเป็นลักษณะร่วม ในขั้นนี้ผู้วิจัยได้ใช้คำถามที่อยู่บน

พื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียนเป็นคำถามนำ เช่น จากตัวอย่างแต่ละข้อนักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรบ้าง, ตัวอย่างมีลักษณะใดที่เหมือนกัน เพราะเหตุใด เป็นต้น ซึ่งการใช้คำถามดังกล่าวจะกระตุ้นให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจ และเปรียบเทียบสิ่งที่มีลักษณะเหมือน ๆ กัน พร้อมทั้งให้เหตุผลและใช้เป็นแนวทางในการนำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้สอดแทรกขั้นตอนของเทคนิค Think - Pair - Share ไว้ 2 ขั้นตอน คือ 1) นักเรียนคิดเป็นรายบุคคล (Think) ขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่นักเรียนสามารถเกิดความรู้ ความเข้าใจ และสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง และจากการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน นักเรียนกลุ่มเก่งจะสามารถตอบคำถาม และเขียนข้อสรุปที่ได้จากการสังเกต เปรียบเทียบ ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่ผู้วิจัยกำหนดให้ พร้อมให้เหตุผลได้เร็วกว่านักเรียนกลุ่มปานกลาง และสำหรับนักเรียนกลุ่มอ่อน ผู้วิจัยจะต้องให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด และใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดจนเกิดความรู้ ความเข้าใจด้วยตนเอง และ 2) นักเรียนคิดเป็นคู่ (Pair) เป็นขั้นที่นักเรียนปรึกษา อภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ความเข้าใจในข้อสรุปของตนเองให้กับเพื่อนที่เป็นคู่ ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญ ซึ่งเป็นการพัฒนาความรู้ของนักเรียนกลุ่มอ่อนให้ได้ดีมากขึ้น เนื่องจากความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนกลุ่มอ่อนเกิดจากการคิดเป็นคู่ อภิปรายกับเพื่อน ทั้งนี้เพื่อนที่เก่งจะสามารถช่วยเพื่อนที่อ่อนกว่าได้ และสามารถอธิบายเหตุผลของคำตอบให้เพื่อนฟังได้ ซึ่งทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผลได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 99) ที่กล่าวว่าครูควรให้นักเรียนเรียนมีโอกาสได้แสดงความคิดเห็นและให้เหตุผลคำตอบของตนเองและให้นักเรียนสรุปและชี้แจงเหตุผลร่วมกัน และสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 120) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้ฝึกการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีการของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

2.4 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ผู้วิจัยสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอ ข้อสรุปของตนเองเป็นคู่ให้เพื่อนร่วมชั้นเรียนเข้าใจ (Share) และใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้อธิบายข้อสรุปของตนเองเพื่ออภิปรายแลกเปลี่ยนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนให้เกิดความเข้าใจตรงกัน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบจากการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนสามารถออกมาอธิบายข้อสรุปได้ตามความเข้าใจของตนเอง และให้เหตุผลประกอบได้ แต่ยังไม่กล้าเขียนไม่ถูกต้องเท่าที่ควร ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ ศศิธร แม้นสงวน (2556,

หน้า 176) ที่กล่าวว่าครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการค้นหาคำตอบ และมี การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่า การได้คำตอบที่ถูกต้อง และฝึกให้นักเรียนรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ได้มี โอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น

2.5 ขันนำไปใช้ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่สรุปได้ จากการผ่าน กระบวนการ วิเคราะห์เปรียบเทียบที่ฝึกกระบวนการคิดเป็นรายบุคคลและเป็นคู่ และเกิด การอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้หน้าชั้นเรียน ไปใช้ทำแบบฝึกหัดพร้อมแสดงแนวคิดสนับสนุน คำตอบของตนเอง ในขั้นนี้ นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คิ่ ยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสสวท. (2550, หน้า 13 - 15) ที่กล่าวว่ากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วย ความเข้าใจมิใช่เพียงการสอนที่ครูอธิบายถึงที่มาของสูตร กฎ และแนวคิด การพัฒนากิจกรรม การเรียนการสอนการให้เหตุผลต้องส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อธิบายเหตุผลสนับสนุน แนวคิดของตน ไม่ใช่การบอกกฎ สูตร หรือวิธีการที่จดจำมา ผู้สอนต้องให้ความสำคัญกับที่มาของ คำตอบมากกว่าการได้คำตอบมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว และบรรยากาศภายใน ชั้นเรียนควรเป็นกันเอง เปิดกว้างสำหรับการเสนอแนวคิด และซักถามข้อสงสัย

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของกุลนิดา วรสารนันท์ (2552, หน้า 84) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดล การอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลอุปนัยมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและนักเรียนที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลอุปนัยมีความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สอดคล้องกับ งานวิจัยของชลธิชา ทับทิว (2554, หน้า 66) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อน คู่คิด เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับงานวิจัยของณัฐปิณฑาน์ พิชญามชื่น (2558, หน้า 83 - 84) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของสิณาภรณ์ แทนศิลา (2558, หน้า 100) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ต้อง ใช้เวลาในการฝึกฝน โดยเฉพาะคู่เรียนที่เรียนเก่งจับคู่กับนักเรียนที่เรียนอ่อน นักเรียนที่เรียนเก่ง อาจมีบทบาทคนเดียว ในขณะที่นักเรียนที่เรียนอ่อนยังไม่เข้าใจ และตามไม่ทัน ดังนั้นครูผู้สอนจึง ควรชี้แจงวิธีการจับคู่ และหลักปฏิบัติให้นักเรียนเข้าใจ ครูควรเตรียมเทคนิคต่าง ๆ ให้พร้อม เพื่อให้ การจับคู่เป็นไปด้วยความราบรื่นและรวดเร็ว อาจจะต้องมีการสลับเปลี่ยนระหว่างคู่เรียนให้ บ่อยครั้ง

1.2 ควรกล่าวชื่นชมนักเรียนที่ได้แสดงแนวคิด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือ ความสามารถในการให้เหตุผลในการตอบในใบกิจกรรม หรือแบบฝึกหัด เพื่อเป็นการเสริมแรง และสร้างความมั่นใจในการเรียน

1.3 จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ในข้อที่ 5 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของข้อสอบรายข้อ ซึ่งน้อยกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 เนื่องจากนักเรียนมี มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องของความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ

ด้าน - ด้าน - ด้าน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนไม่เข้าใจสัญลักษณ์ของด้านที่เท่ากัน ครูควรอธิบายสัญลักษณ์ของด้านที่เท่ากันมีลักษณะอย่างไรบ้างให้ชัดเจนมากขึ้น

1.4 จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในข้อที่ 3 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของข้อสอบรายข้อ ซึ่งน้อยกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 เนื่องจากนักเรียนตีความโจทย์คลาดเคลื่อน และเกิดความเข้าใจผิด ซึ่งทำให้ผลคำตอบที่นักเรียนได้เป็นความสัมพันธ์กันแบบ มุม - ด้าน - มุม ครูควรยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับความสัมพันธ์แบบด้าน - มุม - ด้าน

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรนำการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะการสื่อสาร ทักษะการแก้ปัญหา หรือทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาผลการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น จำนวนจริง พังกัณฑ์ หรือ ความสัมพันธ์ เป็นต้น

2.3 ควรนำสื่อนวัตกรรม หรือ Application ในเรื่องความเท่ากันทุกประการมาใช้เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์กลางคณาจารย์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ก). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552 ข). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กรมวิชาการ. (2544). เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุดการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาของประเทศไทย สัมภาษณ์จริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์, 46(530-532), 54-58.
- กุลนิดา วรสารนันท์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2555). การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพฯ: ชัคเชสมิเดีย.
- ฉันท ชาติทอง. (2551). การออกแบบการสอนและบูรณาการ. นครปฐม: เพชรเกษมการพิมพ์.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้ (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์.
- ชญัญญาภรณ์ ขัดทา. (2558). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยนเรศวร.

- ชลธิชา ทับทิว. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชานนท์ จันทรา. (2555). การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ชาญชัย อาจินสมาจาร. (2547). หลักการสอนทั่วไป (*General principle of teaching*). กรุงเทพฯ: รวมสาส์น.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 11). นนทบุรี: ไทเนรมิตกิจอินเตอร์โปรเกรสซิฟ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทิว. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ณัฐปิณฑานันท์ พิษญาชมชื่น. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ทิตินา แยมมณี. (2550). รูปแบบการเรียนการสอนทางเลือกที่หลากหลาย (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตินา แยมมณี. (2551). รูปแบบการเรียนการสอนทางเลือกที่หลากหลาย (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตินา แยมมณี. (2553). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 14). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตินา แยมมณี. (2556). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 17). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีณรัตน์ สักรณ. (2556). ผลของการจัดกรเรียนรู้แบบอุปนัย - นินัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- นาคยา ปิลาณานนท์. (2542). *การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept learning)*. กรุงเทพฯ: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *การพัฒนาการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: พิมพ์ดี.
- ปวีณกานท์ พันธุ์สุข. (2552). *ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัย และนิรนัย เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอินทร์บุรี จังหวัดสิงห์บุรี*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาศึกษาศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พรพิมล พรพิรชนม์. (2550). *การจัดกระบวนการเรียนรู้*. สงขลา: เหมการพิมพ์สงขลา
- ยุพิน พิพิธกุลและสิริพร ทิพย์คง. (2560). *ชุดกิจกรรมพัฒนาการคิด คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เล่ม 1*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2551). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.
- โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม. (2558). *ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2558*. ปราจินบุรี: โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม.
- โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม. (2559). *ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2559*. ปราจินบุรี: โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม.
- โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม. (2561). *แบบบันทึกผลการเรียนประจำวิชา (ปพ.5) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560*. ปราจินบุรี: โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม.
- วิญญา วิศาลาภรณ์. (2540). *การวิจัยทางการศึกษา: หลักการและแนวทางการปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ : คอมแพคท์พริ้นท์ จำกัด.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2545). *การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ: เลิฟแอนด์ลิฟเพรส.
- วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์. (2551). *นวัตกรรมตามแนวคิดแบบ Back ward desing*. มหาสารคาม: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2546). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน เอกสารคำสอน
วิชา 410541. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร
การสอน และการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์ จำกัด.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2557). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอก
คณิตศาสตร์*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัย
รามคำแหง.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ องค์กรมหาชน. (2558). *รายงานผลการทดสอบทาง
การศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์*.
กรุงเทพฯ: เอส พี เอน การพิมพ์ จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร
แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค.
ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*.
กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่
ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3 - คิว มีเดีย จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ค). *ทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: 3 - คิว มีเดีย จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012
คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร*. กรุงเทพฯ: แอดวานซ์
พรินติ้ง เซอร์วิส จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012
คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไร ได้บ้าง*. กรุงเทพฯ:
อรุณการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2559). *สรุปผลการวิจัย PISA 2015*.

เข้าถึงได้จาก <https://drive.google.com/file/d/สรุปผลการวิจัย PISA 2015/view>

สิณภรณ์ แทนศิลา. (2558). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอน*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สิริพร ทิพย์คง. (2559, พฤษภาคม-สิงหาคม). การอภิปรายในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 61(689), 1-15.

สมบัติ การจนารักพงศ์. (2547). *29 เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลาย การเรียนแบบร่วมมือ*: กรุงเทพฯ: ชารอักษร.

สุคนธ์ สิ้นชพานนท์และคณะ. (2554). *วิธีสอนตามแนวปฏิรูปการศึกษาเพื่อพัฒนาคุณภาพของเยาวชน*. กรุงเทพฯ: 9199 เทคนิคพรีนติ้งนิทาน.

สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 9)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์.

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. (2544). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2543*. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ส. เจริญการพิมพ์.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). *เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

อัมพร ม้าคอง. (2547). *คณิตศาสตร์: ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคอง. (2552). *รายงานการวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2550). *หลักการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2553). *หลักการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 5)*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- Artzt, A. F., & Newman, C. M. (1990). *How to use cooperative learning in the Mathematics class*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ausubel, P. D. (1968). *Education psychology: A cognitive view*. New York: Rinehart and Winston.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communication, K-8: Helping children think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Bell, F. H. (1978). *Teaching and learning Mathematics (In Secondary School)*. Dubudue, Iowa: Wm.C.Brown Company Publishers.
- Byerley, R. A. (2002). *Using multimedia and "Active learning" techniques to "Energize" An introductory engineering thermodynamics class*. Frontiers in Education Conference.
- Cooney, J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching secondary school Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company
- De Cecco, J. P. (1968). *The psychology of learning and instruction: Educational psychology*. Boston: Houghton Mifflin.
- Eggen, P. D., Kauckak, D. P., & Harder, R. J. (1979). *Strategies for teacher information processing models in the classroom*. New Jersey: Englewood Cliffs Prentice-Hill.
- Eggen, P. D., & Kauckak, D. O. (2001). *Strategies for teaching: Content and thinking skill* (3rd ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Freyer, D., Frederick, W. C., & Klausmeier, H. J. (1969). *A schema for testing the level of cognitive Mastery*. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research.
- Gagne, R. M. (1970). *The condition of learning*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of education* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Klausmeier, H. J., & Ripple, R. E. (1971). *Learning and human abilities*. New York: Harper International Edition.

- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Lardizabal, A. S. (1970). *Methods and principles of teaching*. Quezon City: Alema Phoenix.
- Levin, R. (2008). *Inside Jennifer's 1st Grade Classroom: Think - Pair - Share*. Retrieved from <http://clte.asu.edu/active/usingtps.pdf>.
- Lyman, F., (1981). Think-Pair-Share: An expanding teaching technique. *MAA - CIE Cooperative News, 1*, p. 1-2.
- Milne, R. J. (1985). *A causal analysis of relationship of selected student traits to achievement under a computer-delivered inductive method of instruction in finite Mathematics (path analysis, conceptual tempo)*. Retrieved from: <http://lib.umicom/dissertations/fullcit/8516608>.
- Millis, B. J., & Cottell, P. G. (1998). *Cooperative learning for higher education faculty*. U.S.A. Phoenix: Oryx Press.
- Mourad, N. M. (2005). *Inductive reasoning in the algebra classroom*. Retrieved from http://scholarworks.sjsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3812&context=etd_theses.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- O'Daffer, P. G. (1993). Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof. *In research ideas for the classroom, high school Mathematics*. pp. 39 - 56. New York: Macmillan Publishing Company.
- Russell, S. J. (1999). Mathematical reasoning in the elementary grades. In *Developing Mathematical Reasoning in Grades K - 12*. Shiff, Lee V. pp. 1 - 12. Reston Virginia: The National Council of teachers of Mathematics.
- Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning: Theory, research and practice* (2nd ed.) Boston: Allyn and Bacon.
- Sidhu, K. S. (1981). *The teaching of Mathematics*. Third Revised. India: Serling Printers.
- Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice - Hall.

Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. In B. S. Bloom (Ed.), *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York: McGraw - Hill.

Yerushalmy, M. (1986). Induction and generalization: An experiment in teaching and learning high school geometry. (Doctoral dissertation. Harvard University, 1986). *Dissertation Abstracts International*, 47 - 05, 1641 A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้เชี่ยวชาญ
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจคุณภาพเครื่องมือ
- หนังสือขอความอนุเคราะห์ในเก็บรวบรวมข้อมูล

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบคุณภาพและความเหมาะสมของเครื่องมือเพื่อทำการวิจัย เรื่อง การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1. รองศาสตราจารย์ มาณพ ชัยดิเรก | อาจารย์เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์
อดีตอาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 2. ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต | อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. นางจรรวรรณ วงศ์คำพันธ์ | ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนประจันตราษฎร์บำรุง จังหวัดปราจีนบุรี |
| 4. นางวิษารินทร์ หมั่นรัตน์ | ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนปราจีนกัลยาณี จังหวัดปราจีนบุรี |
| 5. นางสาวนันทพร สังกอร์ดี | ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนศรีมหาโพธิ์ จังหวัดปราจีนบุรี |

(สำเนา)

ที่ ศร ๖๒๑๘.๔/ว.๐๔๐๕

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ. เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๑

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เล่าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวรัชฎา แนวคง นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.คงรัฐ นवलเปง ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในกรณีนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖ , ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๓-๕๕๔๔๕๘๕

(สำเนา)

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๕, ๒๐๖๕
 ที่ ศธ ๖๒๑๘.๔/๐๓๖๑ วันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๑
 เรื่อง ขอกความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
 เรียน ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต

ด้วยนางสาวรัชญา แนวคง นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
 มหาลัยบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
 เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และ
 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยอยู่ในความ
 ควบคุมดูแลของ ดร.คงรัฐ นวลแบ่ง ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ
 เพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าว
 เป็นอย่างดี จึงขอกความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการ
 วิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็น
 อย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/๑๐๑๕

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ. เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๑ พฤษภาคม ๒๕๖๑

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนกรรอกสมบุญณีวิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวธัญญา แนวคง นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อเมตริกซ์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมดูแลของ ดร.คงรัฐ นวลเป่ง ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๑ ปีการศึกษา ๒๕๖๑ จำนวน ๑๘ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๕ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๑ - ๒๓ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๑ อนึ่ง โครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖ , ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๒๑๘/๑๐๑๕

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๑ พฤษภาคม ๒๕๖๑

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนกรอกสมบูรณ์วิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวธัญญา แนวคง นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” ในความควบคุมดูแลของ ดร.คงรัฐ นวลเปง ประธานกรรมการมีความประสงค์ ขออำนาจความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๒ ปีการศึกษา ๒๕๖๑ จำนวน ๑๘ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๘ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๑ - ๕ มิถุนายน พ.ศ. ๒๕๖๑ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้ปฏิบัติหน้าที่อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖ , ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๓-๕๕๔๔๕๘๕

ภาคผนวก ข

การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

- ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค

Think - Pair - Share

- ค่าความสอดคล้อง (IOC) ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของเครื่องมือที่ใช้
ในการวิจัย

ตารางที่ 20 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากัน
ทุกประการของรูปเรขาคณิต

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					(\bar{X})	(S)	ระดับ
		1	2	3	4	5			
1	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2	จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3	สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
4	สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5	กิจกรรมการเรียนรู้								
	5.1 ขั้นเตรียม	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	5	4	4	4	5	4.4	0.55	มาก
	5.3 ขั้นเปรียบเทียบ	4	4	5	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.4 ขั้นสรุป	4	4	5	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.5 ขั้นนำไปใช้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6	สื่อ และอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
7	การวัดและการประเมินผล	4	4	5	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	รวมเฉลี่ย						4.73	0.41	มากที่สุด

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้ที่ 1 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม
ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.73$, $S = 0.41$)

ตารางที่ 21 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ความเท่ากัน
ทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					(\bar{X})	(S)	ระดับ
		1	2	3	4	5			
1	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
2	จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3	สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
4	สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5	กิจกรรมการเรียนรู้								
	5.1 ขั้นเตรียม	5	4	4	4	5	4.4	0.55	มาก
	5.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.3 ขั้นเปรียบเทียบ	4	5	4	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.4 ขั้นสรุป	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.5 ขั้นนำไปใช้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6	สื่อ และอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
7	การวัดและการประเมินผล	4	4	5	4	5	4.4	0.55	มาก
	รวมเฉลี่ย						4.73	0.71	มากที่สุด

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้ที่ 2 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม
ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.73$, $S = 0.41$)

ตารางที่ 22 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม
สองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					(\bar{X})	(S)	ระดับ
		1	2	3	4	5			
1	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2	จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3	สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
4	สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
5	กิจกรรมการเรียนรู้								
	5.1 ขั้นเตรียม	5	5	5	4	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	4	5	4.4	0.55	มาก
	5.3 ขั้นเปรียบเทียบ	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.4 ขั้นสรุป	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
	5.5 ขั้นนำไปใช้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6	สื่อ และอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
7	การวัดและการประเมินผล	4	4	5	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	รวมเฉลี่ย						4.82	0.30	มากที่สุด

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้ที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม
ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.82$, $S = 0.30$)

ตารางที่ 23 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม
สองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม - ด้าน - มุม

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					(\bar{X})	(S)	ระดับ
		1	2	3	4	5			
1	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2	จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3	สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
4	สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5	กิจกรรมการเรียนรู้								
	5.1 ขั้นเตรียม	5	5	4	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	4	5	4.4	0.55	มาก
	5.3 ขั้นเปรียบเทียบ	4	5	4	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.4 ขั้นสรุป	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.5 ขั้นนำไปใช้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
6	สื่อ และอุปกรณ์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
7	การวัดและการประเมินผล	4	4	5	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	รวมเฉลี่ย						4.76	0.36	มากที่สุด

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้ที่ 4 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม
ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.76$, $S = 0.36$)

ตารางที่ 24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม
สองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					(\bar{X})	(S)	ระดับ
		1	2	3	4	5			
1	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2	จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3	สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
4	สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5	กิจกรรมการเรียนรู้								
	5.1 ขั้นเตรียม	5	5	4	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.3 ขั้นเปรียบเทียบ	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.4 ขั้นสรุป	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.5 ขั้นนำไปใช้	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
6	สื่อ และอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
7	การวัดและการประเมินผล	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	รวมเฉลี่ย						4.76	0.41	มากที่สุด

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้ที่ 5 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม
ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.76$, $S = 0.41$)

ตารางที่ 25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม
สองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก - ด้าน - ด้าน

ข้อที่	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					(\bar{X})	(S)	ระดับ
		1	2	3	4	5			
1	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2	จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3	สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
4	สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
5	กิจกรรมการเรียนรู้								
	5.1 ขั้นเตรียม	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	5	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.3 ขั้นเปรียบเทียบ	4	5	5	4	5	4.6	0.55	มากที่สุด
	5.4 ขั้นสรุป	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	5.5 ขั้นนำไปใช้	5	5	5	5	5	5	0.55	มากที่สุด
6	สื่อ และอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
7	การวัดและการประเมินผล	4	5	5	5	5	4.8	0.45	มากที่สุด
	รวมเฉลี่ย						4.82	0.40	มากที่สุด

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมของแผน
การจัดการเรียนรู้ที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม
ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.82$, $S = 0.40$)

ตารางที่ 26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้	ค่าเฉลี่ย (\bar{X})	ส่วนเบี่ยง เบนมาตรฐาน (S)	แปลความหมาย
1	4.73	0.24	เหมาะสมมากที่สุด
2	4.73	0.23	เหมาะสมมากที่สุด
3	4.82	0.22	เหมาะสมมากที่สุด
4	4.76	0.25	เหมาะสมมากที่สุด
5	4.76	0.30	เหมาะสมมากที่สุด
6	4.82	0.26	เหมาะสมมากที่สุด
รวมเฉลี่ย	4.77	0.25	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางพบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินความเหมาะสมแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.77$, $S = 0.25$)

ตารางที่ 27 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่					ΣR	IOC
	1	2	3	4	5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ 28 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

มโนทัศน์ที่	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	1	0.46	0.63	ใช้ได้	คัดเลือก
	2	0.61	0.26	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
2	3	0.52	0.44	ใช้ได้	คัดเลือก
	4	0.69	0.11	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
3	5	0.54	0.19	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	6	0.39	0.70	ใช้ได้	คัดเลือก
4	7	0.28	0.22	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	8	0.63	0.30	ใช้ได้	คัดเลือก
5	9	0.46	0.19	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	10	0.59	0.44	ใช้ได้	คัดเลือก
6	11	0.56	0.52	ใช้ได้	คัดเลือก
	12	0.39	0.19	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางที่ 28 ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ข้อสอบที่สามารถคัดเลือกได้ตามเกณฑ์ มีจำนวน 8 ข้อ โดยคัดเลือกข้อสอบจำนวน 6 ข้อ โดยพิจารณาจากข้อสอบที่มีค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.39 - 0.63 และ 0.30 - 0.70 ตามลำดับ ซึ่งข้อสอบที่ได้รับการคัดเลือก ได้แก่ 1, 3, 6, 8, 10, 11

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

$$\text{จากสูตร} \quad \alpha = \left[\frac{k}{k-1} \right] \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right]$$

$$\alpha = \left[\frac{6}{5} \right] \left[1 - \frac{8.01}{27.56} \right]$$

$$\alpha = 0.85$$

ตารางที่ 29 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ΣR	IOC
	1	2	3	4	5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

ตารางที่ 30 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จุดประสงค์ที่	ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	1	0.47	0.17	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	2	0.67	0.59	ใช้ได้	คัดเลือก
2	3	0.72	0.19	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	4	0.65	0.48	ใช้ได้	คัดเลือก
3	5	0.63	0.22	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
	6	0.67	0.52	ใช้ได้	คัดเลือก
4	7	0.69	0.48	ใช้ได้	คัดเลือก
	8	0.52	0.22	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	9	0.63	0.15	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	10	0.57	0.56	ใช้ได้	คัดเลือก
6	11	0.59	0.15	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
	12	0.48	0.59	ใช้ได้	คัดเลือก

จากตารางที่ 30 ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ข้อสอบที่สามารถคัดเลือกได้ตามเกณฑ์ มีจำนวน 8 ข้อ โดยคัดเลือกข้อสอบจำนวน 6 ข้อ โดยพิจารณาจากข้อสอบที่มีค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.48 - 0.67 และ 0.48 - 0.59 ตามลำดับ ซึ่งข้อสอบที่ได้รับการคัดเลือก ได้แก่ 2, 4, 6, 7, 10, 12

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \alpha &= \left[\frac{k}{k-1} \right] \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right] \\ \alpha &= \left[\frac{6}{5} \right] \left[1 - \frac{7.53}{29.56} \right] \\ \alpha &= 0.89 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ค

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

- คะแนนนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- จำนวนนักเรียนตามเกณฑ์คะแนนแบบวัดนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตารางที่ 31 คะแนนโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คนที่	คะแนนโน้ตส์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)	X^2
1	15	225
2	16	256
3	12	144
4	13	169
5	12	144
6	18	324
7	18	324
8	10	100
9	11	121
10	9	81
11	16	256
12	16	256
13	18	324
14	16	256
15	15	225
16	14	196
17	15	225
18	13	169
รวม	257	3,795
คะแนนเฉลี่ย	14.28	-

ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
ร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตารางที่ 32 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2

คนที่	คะแนนโมนัทส์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)	X^2
1	18	324
2	14	196
3	17	289
4	16	256
5	13	169
6	13	169
7	18	324
8	15	225
9	7	49
10	18	324
11	16	256
12	16	256
13	12	144
14	14	196
15	9	81
16	10	100
17	14	196
18	15	225
รวม	255	3,779
คะแนนเฉลี่ย	14.17	-

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตารางที่ 33 จำนวนนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คะแนน	จำนวนคนที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์					
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6
	3	15	12	11	7	6
2	3	6	6	10	5	8
1	0	0	0	1	5	2
0	0	0	1	0	2	1
รวม	18	18	18	18	18	18

ตารางที่ 34 จำนวนนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คะแนน	จำนวนคนที่ได้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถใน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์					
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6
	3	15	16	8	8	6
2	2	2	4	8	10	11
1	1	0	1	2	1	2
0	0	0	5	0	0	0
รวม	18	18	18	18	18	18

ภาคผนวก ง
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากโปรแกรม

1. ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test independent ดังภาพที่ 13

Group Statistics

	Group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Score	ม.2/1	18	64.7222	9.38588	2.21227
	ม.2/2	18	63.5556	9.55001	2.25096

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
								95% Confidence Interval of the Difference		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	.079	.780	.370	34	.714	1.16667	3.15610	-5.24730	7.58063
	Equal variances not assumed			.370	33.990	.714	1.16667	3.15610	-5.24737	7.58070

ภาพที่ 13 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test independent

จากภาพที่ 13 พบว่า ค่าสถิติ t -test = .370 และค่า Sig = 0.780 (1 - tailed) ซึ่งมากกว่า 0.05 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน

2. ผลการวิเคราะห์ห้มนวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample ดังภาพที่ 14

One - Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
หลังเรียน	18	14.28	2.718	0.641		

One - Sample Test						
	Test Value = 12.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
หลังเรียน	2.619	17	0.018	1.678	0.326	3.024

ภาพที่ 14 ผลการวิเคราะห์ห้มนวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample

3. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample ดังภาพที่ 15

One - Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
หลังเรียน	18	14.17	3.130	0.738		

One - Sample Test						
	Test Value = 12.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
หลังเรียน	2.124	17	0.049	1.567	0.010	3.116

ภาพที่ 15 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t - test for one sample

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share
- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 3
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	ภาคเรียนที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ	จำนวน 12 คาบ
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.)	เวลา 2 คาบ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิรนัย ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ (K)

1. อธิบายความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - มุม - ด้านได้

ด้านทักษะและกระบวนการ (P)

1. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน นั้นเท่ากันทุกประการ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

1. มุ่งมั่นในการทำงาน

2. ใฝ่เรียนรู้

สาระสำคัญ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการแบบด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.)

สาระการเรียนรู้

รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.)

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นเตรียม

1. ครูทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้น ดังนี้

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีด้านคู่ที่สมนัยกันที่ยาวเท่ากันกี่คู่

(3 คู่)

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีมุมคู่ที่สมนัยกันที่มีขนาดเท่ากันกี่คู่

(3 คู่)

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ จะตรวจสอบโดยวิธีใดบ้าง

(ใช้แผ่นใสหรือใช้การวัดขนาดของด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกัน)

2. ครูอธิบายว่าในการตรวจสอบรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ โดยใช้แผ่นใสรูปที่ 1 ไปซ้อนทับรูปที่ 2 มีวิธีการดังนี้ เช่น

- ต้องการแสดงว่า $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ มีวิธีการซ้อนทับรูป ดังนี้

1) ให้จุด A ทับซ้อนกับจุด D และให้ด้าน \overline{AB} ทับซ้อนไปตามแนวของด้าน \overline{DE} จะได้ว่า จุด B ทับซ้อนจุด E ได้สนิทพอดี (เพราะว่า $\overline{AB} = \overline{DE}$)

2) เพราะฉะนั้นด้าน \overline{AB} ทับซ้อนกับด้าน \overline{DE} ได้สนิทพอดี และ $\angle BAC = \angle EDF$ จะทำให้ด้าน \overline{AC} ทับซ้อนไปตามแนวของด้าน \overline{DF} จะได้ว่า จุด C ทับซ้อนกับจุด F พอดี (เพราะว่า $\overline{AC} = \overline{DF}$)

3) เนื่องจาก จุด B ทับซ้อนกับจุด E ได้สนิทพอดี และจุด C ทับซ้อนกับจุด F ได้สนิทพอดี จะทำให้ด้าน $\overline{BC} = \overline{EF}$ ได้สนิทพอดี

4) รูป $\triangle ABC$ ทับซ้อนกับรูป $\triangle DEF$ ได้สนิทพอดี

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

3. ครูอธิบายว่าในเนื้อหา นี้ เราจะตรวจสอบการเท่ากันของความยาวของด้านหรือขนาดของมุมเพียง 3 คู่เท่านั้น ก็เพียงพอที่จะสรุปว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ขั้นนำเสนอตัวอย่าง

4. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้แต่ละข้อในใบกิจกรรมที่ 3.1 เรื่อง ตำรวจรูปสามเหลี่ยม โดยให้นักเรียนแต่ละคนปฏิบัติดังนี้
- พิจารณา $\triangle ABC$ และเลือกมุม 1 มุม พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมโดยใช้โพรแทรกเตอร์โดยให้นักเรียนที่นั่งแถวที่ 1 เลือกมุม A แถวที่ 2 เลือกมุม B และแถวที่ 3 เลือกมุม C
 - พิจารณา $\triangle DEF$ เพื่อหามุมคู่ที่มีขนาดเท่ากับมุมของ $\triangle ABC$ ที่นักเรียนเลือกมาโดยใช้โพรแทรกเตอร์วัดขนาดของมุม และเติมคำตอบลงในช่องมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันพร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงมุมคู่ที่สมนัยกัน
 - หาความยาวของด้านประกอบมุมคู่ที่สมนัยกันทั้ง 2 รูป และเติมคำตอบลงในช่องความยาวของด้านประกอบมุมพร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงด้านคู่ที่สมนัยกัน
 - พิจารณาด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน และเติมคำตอบลงในช่อง ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน
 - ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปว่าเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยใช้แผ่นใสหรือใช้การวัดความยาวของด้านและขนาดของมุมคู่ที่เท่ากัน

ขั้นเปรียบเทียบ

5. ให้นักเรียนแต่ละคนสังเกตและเปรียบเทียบลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในใบกิจกรรมที่ 3.1 และคิด(Think) หาลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน ดังนี้
- เมื่อนักเรียนเลือกมุม 1 มุม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันหรือไม่ (มี)
 - ด้านประกอบของมุมของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีลักษณะอย่างไร (มีด้านที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่)
 - รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์กันระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่สมนัยกันอย่างไร (มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันเป็นมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน)
6. ให้นักเรียนแต่ละคนสรุปลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการลงในใบกิจกรรมที่ 3.1 (รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่ โดยมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน)
7. ให้นักเรียนจับคู่ (Pair) กับเพื่อนคู่เดิม เพื่อแลกเปลี่ยนและพิจารณาลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการเพื่อหาข้อสรุปร่วมกัน

ขั้นสรุป

8. สุ่มนักเรียนจำนวน 3 คู่ เพื่อนำเสนอข้อสรุปที่ได้จากคู่ของตนหน้าชั้นเรียน โดยเลือกจากแถวที่ 1 - 3 แถวละ 1 คู่ และครูใช้คำถามเพื่อให้เกิดการอภิปรายแลกเปลี่ยน (Share) ร่วมกัน ดังนี้

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีด้านที่ยาวเท่ากันกี่คู่ และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันกี่คู่ (มีด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ และมีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่)
- รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์กันระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่สมนัยกันอย่างไร (มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันเป็นมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน)
- นักเรียนคิดว่าถ้าเลือกมุมต่างกัน รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อเท่ากันทุกประการหรือไม่ (เท่ากันทุกประการ)

9. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ โดยมีด้านที่ยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันเรียกความสัมพันธ์นี้ว่า “รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน (ค.ม.ค.)”

10. นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ได้ว่า “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการแบบด้าน - มุม - ด้าน” และครูตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป หากยังไม่ถูกต้องให้แก้ไขให้เกิดความถูกต้องสมบูรณ์

ภาพที่ 2

ขั้นนำไปใช้

11. ครูและนักเรียนร่วมกันทำใบกิจกรรมที่ 3.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบที่เหมาะสม

12. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน และอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบให้ถูกต้อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากมีข้อสงสัย

สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. แผ่นใส
2. ปากกาเขียนแผ่นใส
3. ใบกิจกรรมที่ 3.1 เรื่อง ส้ารวจรูปสามเหลี่ยม
4. ใบกิจกรรมที่ 3.2 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน

5. แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน
การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
1.อธิบายความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้านได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 3.1 และแบบฝึกหัดที่ 3	-ใบกิจกรรมที่ 3.1 -แบบฝึกหัดที่ 3	1) ทำใบกิจกรรมที่ 3.1 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 70 ขึ้นไป 2) ทำแบบฝึกหัดที่ 3 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 70 ขึ้นไป
2.ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้านนั้นเท่ากันทุกประการ	การตรวจใบกิจกรรมที่ 3.1 และแบบฝึกหัดที่ 3	-ใบกิจกรรมที่ 3.1 -แบบฝึกหัดที่ 3	ที่ 3 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 70 ขึ้นไป
3.ใฝ่เรียนรู้ 4.มุ่งมั่นในการทำงาน	การสังเกตพฤติกรรมขณะปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	เกณฑ์การประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป

บันทึกหลังการสอน

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ :

- ชั้นเตรียม นักเรียนสามารถตอบคำถามที่ครูถามได้ นักเรียนบางคนสามารถอธิบายถึงวิธีการตรวจสอบ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ จะตรวจสอบโดยวิธีใดบ้าง นักเรียนตอบว่าใช้แผ่นใสเพื่อวาดรูปที่ 1 เคลื่อนที่ไปซ้อนทับรูปที่ 2 ถ้าทับกันสนิท แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
- ชั้นนำเสนอตัวอย่างนักเรียนสามารถสำรวจรูปสามเหลี่ยมในใบกิจกรรมที่ 3.1 และเติมคำตอบในแต่ละข้อได้ แต่มีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถวัดขนาดของมุมได้ เนื่องจากนักเรียนใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ไม่เป็น นักเรียนสามารถตอบได้แค่ว่า ความยาวของด้านประกอบมุมเท่ากับเท่าใด ด้านใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน แล้วนักเรียนสรุปว่าเท่ากันทุกประการ
- ชั้นเปรียบเทียบนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมได้ แต่จะมีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถวัดขนาดของมุมไม่เป็น จะสรุปออกมาได้เพียงแค่ว่าด้าน

เท่านั้น แต่เมื่อนักเรียนได้จับคู่กับเพื่อน เป็นการจับคู่ให้นักเรียนเก่งกับนักเรียนอ่อน นักเรียนเก่งจึงสอนเพื่อนวัดขนาดของมุม ช่วยสอนจนเพื่อนเข้าใจ แล้วมาสรุปลักษณะร่วมกัน

- ขั้นสรุป ในกระบวนการอภิปรายแลกเปลี่ยนหน้าชั้นเรียน มีการเปรียบเทียบกัน ระหว่างนักเรียนที่เลือกมุมไม่เหมือนกันว่าจะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เมื่อนักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ทำให้ได้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์

- ชี้นำไปให้นักเรียนส่วนใหญ่นำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง มีการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ และแสดงวิธีการพิสูจน์ได้อย่างชัดเจน

ปัญหา / อุปสรรค : ในการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบนั้น นักเรียนสามารถเขียนตอบได้ แต่นักเรียนบางคนประสบปัญหาในการแสดงเหตุผลประกอบขั้นตอนการพิสูจน์ในเรื่องของสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ข้อเสนอแนะ / แนวทางแก้ไข : ครูต้องทบทวนสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ เช่น สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีมุมภายในขนาดเท่าใด และขนาดของมุมตรงข้ามมีขนาดเท่าใด

ลงชื่อ รัญญา แนวคง ผู้สอน

(นางสาวรัญญา แนวคง)

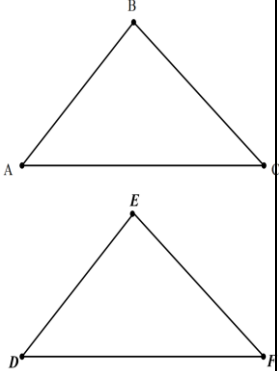
19 พฤษภาคม 2561

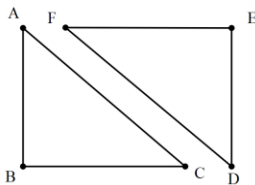
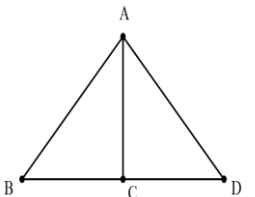
เกณฑ์การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

รายการ	เกณฑ์การประเมิน			
	ดีเยี่ยม (3)	ดี (2)	ผ่าน (1)	ไม่ผ่าน (0)
1. ใฝ่เรียนรู้	เข้าเรียนตรงเวลา ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียร-พยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรม การเรียนรู้ต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ	เข้าเรียนตรงเวลา ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียร-พยายามในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วม กิจกรรม การเรียนรู้ต่าง ๆ บ่อยครั้ง	เข้าเรียนตรงเวลา ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ ในการเรียน มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วม กิจกรรมการเรียนรู้ ต่าง ๆ เป็นบางครั้ง	ไม่ตั้งใจเรียน
2. มุ่งมั่นในการทำงาน	ตั้งใจและรับผิดชอบ ในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย ให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนา การทำงาน ให้ดีขึ้นด้วยตนเอง	ตั้งใจและรับผิดชอบ ในการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย ให้สำเร็จมีการปรับปรุงและพัฒนา การทำงาน ให้ดีขึ้น	ตั้งใจและ รับผิดชอบใน การปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย ให้สำเร็จ	ไม่ตั้งใจ ปฏิบัติ หน้าที่การงาน

ใบกิจกรรมที่ 3.1 เรื่อง ตำรวจรูปสามเหลี่ยม

- คำชี้แจง** 1. ให้นักเรียนพิจารณา $\triangle ABC$ และเลือกมุม 1 มุม พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์
2. ให้นักเรียนพิจารณา $\triangle DEF$ เพื่อหามุมคู่ที่มีขนาดเท่ากับกับมุมของ $\triangle ABC$ ที่นักเรียนเลือกมาโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์วัดขนาดของมุม และเติมคำตอบลงในช่องมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงมุมคู่ที่สมนัยกัน
3. ให้นักเรียนหาความยาวของด้านประกอบมุมคู่ที่สมนัยกันทั้ง 2 รูป และเติมคำตอบลงในช่องความยาวของด้านประกอบมุมพร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงด้านคู่ที่สมนัยกัน
4. ให้นักเรียนพิจารณาด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน และเติมคำตอบลงในช่อง ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน
5. ให้นักเรียนตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปว่าเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยใช้แผ่นใสหรือใช้การวัดความยาวของด้านและขนาดของมุมคู่ที่เท่ากัน
6. ให้นักเรียนสรุปลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมเป็นอย่างไร

ข้อ	รูปสามเหลี่ยมสองรูป	มุมที่เลือก/ขนาดของมุม	มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	ความยาวของด้านประกอบมุม	ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่
1				$\triangle ABC$ 1..... 2..... $\triangle DEF$ 1..... 2.....		

ข้อ	รูปสามเหลี่ยมสองรูป	มุมที่เลือก/ ขนาดของมุม	มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	ความยาวของด้านประกอบมุม	ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่
2				$\triangle ABC$ 1..... 2..... $\triangle DEF$ 1..... 2.....		
3				$\triangle ABC$ 1..... 2..... $\triangle ADC$ 1..... 2.....		

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมเป็นอย่างไร

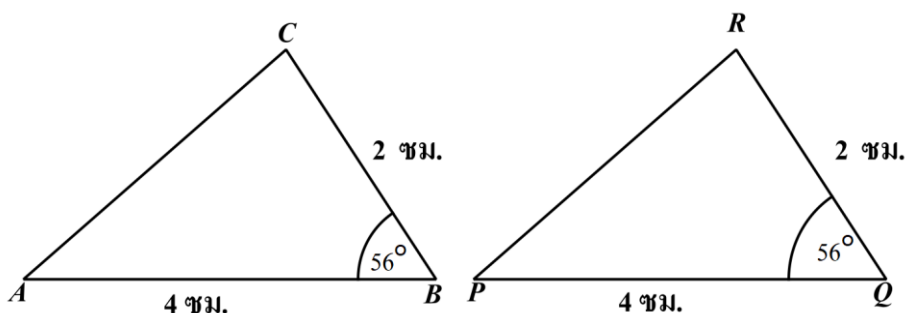
.....

ใบกิจกรรมที่ 3.2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.)

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิสูจน์ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการหรือไม่

1. จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากันทุกประการ



.....

.....

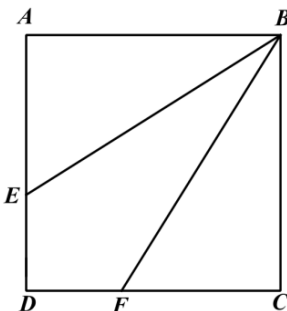
.....

.....

.....

2. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ $DE = DF$ จงพิสูจน์ว่า

$$\triangle ABE \cong \triangle CBF$$



กำหนดให้

ต้องพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

.....

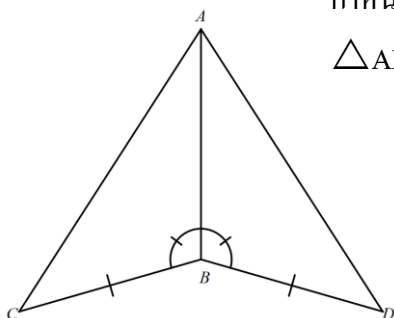
.....

.....

4.

กำหนดให้ $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ และ $BC = BD$ จงพิสูจน์ว่า

$$\triangle ABC \cong \triangle ABD$$



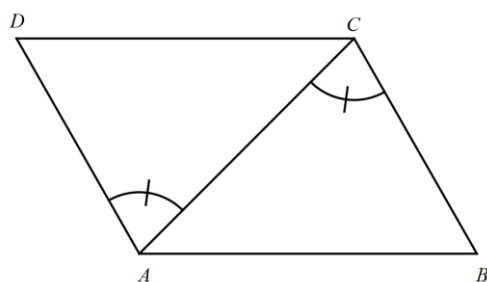
กำหนดให้

ต้องพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล

5.



กำหนดให้ $AD = CB$ และ $\widehat{DAC} = \widehat{CBA}$ จงหาว่า
รูปสามเหลี่ยม ADC และรูปสามเหลี่ยม CBA
เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

กำหนดให้

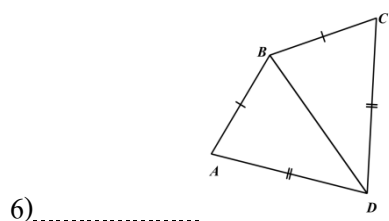
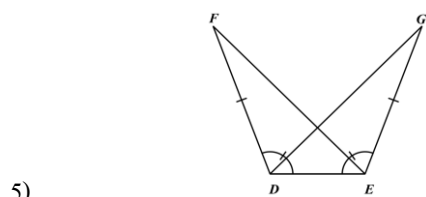
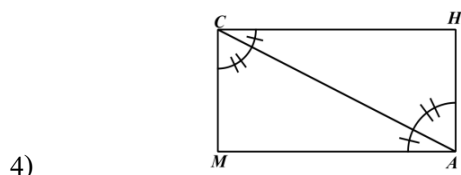
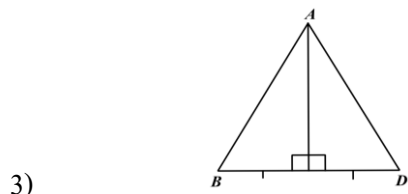
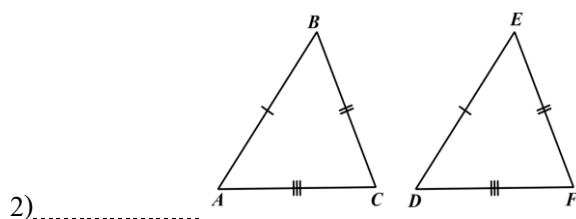
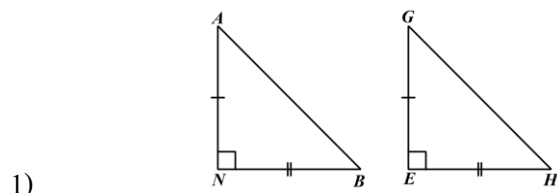
ต้องพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

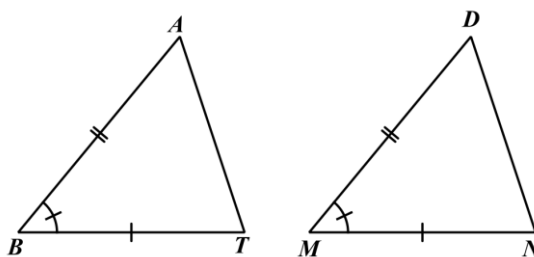
แบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน(ด.ม.ด.)

1. จงเติม ✓ หน้าข้อที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้านหรือ ✗ หน้าข้อที่ไม่มี
ความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน



2. กำหนดให้ $AB = DM$, $BT = MN$ และ $\widehat{ABT} = \widehat{DMN}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABT \cong \triangle DMN$



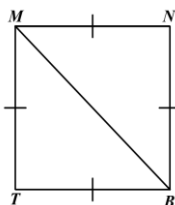
กำหนดให้

ต้องพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล

3. รูปสี่เหลี่ยม MNBT เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จงพิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุม \overline{MB} แบ่งรูปสี่เหลี่ยม MNBT เป็นสองส่วนเท่ากัน



กำหนดให้

ต้องพิสูจน์ว่า

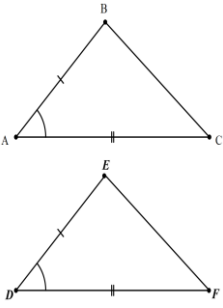
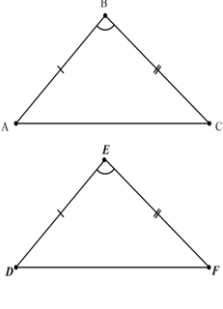
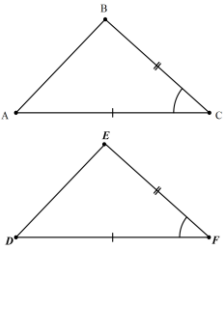
พิสูจน์

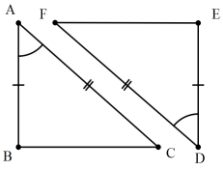
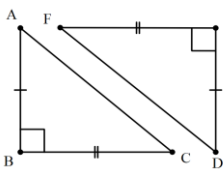
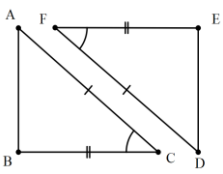
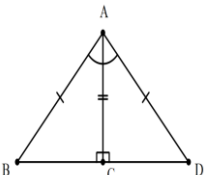
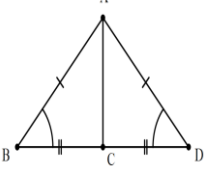
ข้อความ	เหตุผล

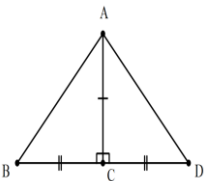
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3.1

เรื่อง ตำรวจรูปสามเหลี่ยม

- คำชี้แจง
- ให้นักเรียนพิจารณา $\triangle ABC$ และเลือกมุม 1 มุม พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์
 - ให้นักเรียนพิจารณา $\triangle DEF$ เพื่อหามุมคู่ที่มีขนาดเท่ากับมุมของ $\triangle ABC$ ที่นักเรียนเลือกมาโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์วัดขนาดของมุม และเติมคำตอบลงในช่องมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงมุมคู่ที่สมนัยกัน
 - ให้นักเรียนหาความยาวของด้านประกอบมุมคู่ที่สมนัยกันทั้ง 2 รูป และเติมคำตอบลงในช่องความยาวของด้านประกอบมุม พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงด้านคู่ที่สมนัยกัน
 - ให้นักเรียนพิจารณาด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน และเติมคำตอบลงในช่อง ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน
 - ให้นักเรียนตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปว่าเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยใช้แผ่นใสหรือใช้การวัดความยาวของด้านและขนาดของมุมคู่ที่เท่ากัน
 - ให้นักเรียนสรุปลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมอย่างไร

ข้อ	รูปสามเหลี่ยมสองรูป	มุมที่เลือก/ ขนาดของมุม	มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	ความยาวของด้านประกอบมุม	ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่
1	กรณีที่ 1 	$\hat{A} = 45^\circ$	$\hat{A} = \hat{D}$	$\triangle ABC$ 1. AB = 2.4 ซม. 2. AC = 3 ซม. $\triangle DEF$ 1. DE = 2.4 ซม. 2. DF = 3 ซม.	AB = DE $\hat{A} = \hat{D}$ AC = DF	เท่ากันทุกประการ
	กรณีที่ 2 	$\hat{B} = 95^\circ$	$\hat{B} = \hat{E}$	$\triangle ABC$ 1. AB = 2.4 ซม. 2. BC = 2.5 ซม. $\triangle DEF$ 3. DE = 2.4 ซม. 4. EF = 2.5 ซม.	AB = DE $\hat{B} = \hat{E}$ BC = EF	เท่ากันทุกประการ
	กรณีที่ 3 	$\hat{C} = 40^\circ$	$\hat{C} = \hat{F}$	$\triangle ABC$ 1. AC = 3 ซม. 2. BC = 2.5 ซม. $\triangle DEF$ 3. DF = 3 ซม. 4. EF = 2.5 ซม.	AC = DF $\hat{C} = \hat{F}$ BC = EF	เท่ากันทุกประการ

ข้อ	รูปสามเหลี่ยมสองรูป	มุมที่เลือก/ ขนาดของมุม	มุมคู่ที่มี ขนาด เท่ากัน	ความยาว ของด้าน ประกอบมุม	ด้านและ มุมคู่ที่มี ขนาด เท่ากัน	รูป สามเหลี่ยม สองรูป เท่ากัน ทุกประการ หรือไม่
2	กรณีที่ 1 	$\hat{A} = 50^\circ$	$\hat{A} = \hat{D}$	$\triangle ABC$ 1. AB = 2.5 ซม. 2. AC = 3.8 ซม. $\triangle DEF$ 3. DE = 2.5 ซม. 4. DF = 3.8 ซม.	AB = DE $\hat{A} = \hat{D}$ AC = DF	เท่ากันทุก ประการ
	กรณีที่ 2 	$\hat{B} = 90^\circ$	$\hat{B} = \hat{E}$	$\triangle ABC$ 1. AB = 2.5 ซม. 2. BC = 2.9 ซม. $\triangle DEF$ 3. DE = 2.5 ซม. 4. EF = 2.9 ซม.	AB = DE $\hat{B} = \hat{E}$ BC = EF	เท่ากันทุก ประการ
	กรณีที่ 3 	$\hat{C} = 40^\circ$	$\hat{C} = \hat{F}$	$\triangle ABC$ 1. AC = 3.8 ซม. 2. BC = 2.9 ซม. $\triangle DEF$ 3. DF = 3.8 ซม. 4. EF = 2.9 ซม.	AC = DF $\hat{C} = \hat{F}$ BC = EF	เท่ากันทุก ประการ
3	กรณีที่ 1 	$\hat{A} = 45^\circ$	$\hat{A} = \hat{A}$	$\triangle ABC$ 1. AB = 3.2 ซม. 2. AC = 2.5 ซม. $\triangle ADC$ 3. AD = 3.2 ซม.	AB = AD $\hat{A} = \hat{A}$ AC = AC	เท่ากันทุก ประการ
	กรณีที่ 2 	$\hat{B} = 45^\circ$	$\hat{B} = \hat{D}$	$\triangle ABC$ 1. AB = 3.2 ซม. 2. BC = 1.3 ซม. $\triangle ADC$ 3. AD = 3.2 ซม. 4. DC = 1.3 ซม.	AB = AD $\hat{B} = \hat{D}$ BC = DC	เท่ากันทุก ประการ

ข้อ	รูปสามเหลี่ยมสองรูป	มุมที่เลือก/ ขนาดของมุม	มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	ความยาวของด้านประกอบมุม	ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่
	กรณีที่ 3 	$\hat{C} = 90^\circ$	$\hat{C} = \hat{C}$	$\triangle ABC$ 1.AC = 2.5 ซม. 2.BC = 1.3 ซม. $\triangle ADC$ 3.DC = 1.3 ซม.	AC = AC $\hat{C} = \hat{C}$ BC = DC	เท่ากันทุกประการ

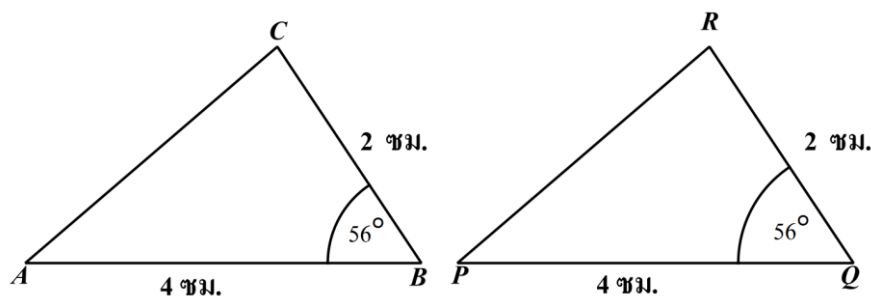
รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมเป็นอย่างไร
 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีด้านที่ยาวเท่ากัน 2 คู่ และมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่ โดยมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3.2

เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.)

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิสูจน์ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการหรือไม่

1. จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากันทุกประการ



วิธีทำ จากรูป กำหนดให้ $AB = PQ = 4$ ซม.

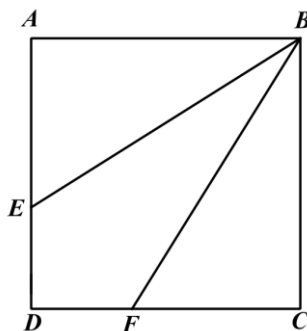
$$BC = QR = 2 \text{ ซม.}$$

$$\hat{B} = \hat{Q} = 56^\circ$$

จะได้ว่า $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ โดยความสัมพันธ์แบบ ด้าน - มุม - ด้าน

2. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ $DE = DF$ จงพิสูจน์ว่า

$$\triangle ABE \cong \triangle CBF$$



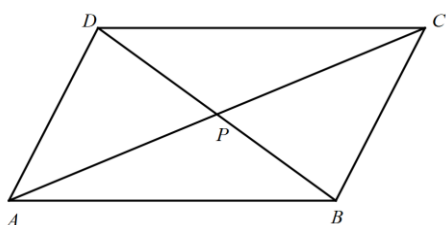
กำหนดให้ $DE = DF$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABE \cong \triangle CBF$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ABE$ และ $\triangle CBF$	
1. $DE = DF$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $AB = CB$	2. เป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. $\widehat{EAB} = \widehat{FCB}$	3. เป็นมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
4. $AD = CD$	4. ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
5. $AE = CF$	5. เป็นด้านคู่ที่สมนัยกัน
ดังนั้น $\triangle ABE \cong \triangle CBF$	6. จากข้อ 1-5 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.

3.



กำหนดให้เส้นทแยงมุม BD และ AC ของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและตัดกันที่จุด P จงอธิบายว่า เพราะเหตุใดด้าน $AB = CD$

กำหนดให้ เส้นทแยงมุม BD และ AC ของ $\square ABCD$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและตัดกันที่จุด P
 ต้องพิสูจน์ว่า $AB = CD$

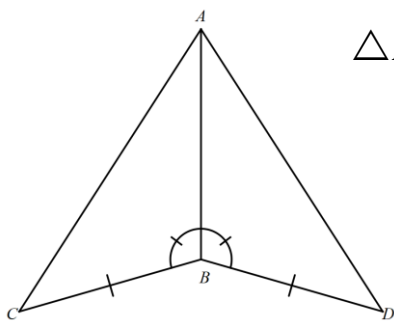
พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle APB$ และ $\triangle CPD$	
1. $AP = CP$	1. กำหนดให้เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
2. $\widehat{APB} = \widehat{CPD}$	3. เส้นตรงสองเส้นตัดกัน ขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากัน
3. $PB = PD$	2. กำหนดให้เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
ดังนั้น $\triangle APB \cong \triangle CPD$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.
4. $AB = CD$	5. สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

4.

กำหนดให้ $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ และ $BC = BD$ จงพิสูจน์ว่า

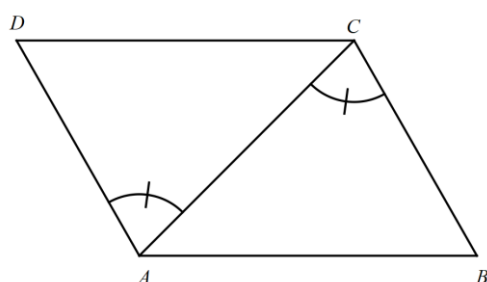
$$\triangle ABC \cong \triangle ABD$$

กำหนดให้ $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ และ $BC = BD$ ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$	
1. $BC = BD$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $AB = AB$	3. AB เป็นด้านร่วม
ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ABD$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ด.

5.



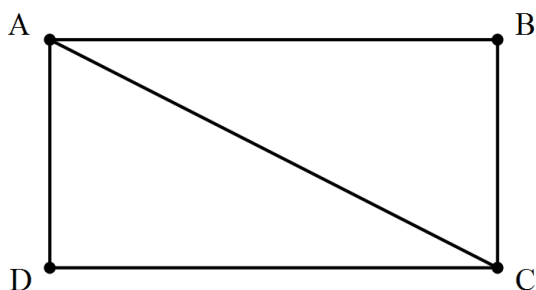
กำหนดให้ $AD = CB$ และ $\widehat{DAC} = \widehat{CBA}$ จงหาว่า
รูปสามเหลี่ยม ADC และรูปสามเหลี่ยม CBA
เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

กำหนดให้ $AD = CB$ และ $\widehat{DAC} = \widehat{CBA}$ ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ADC \cong \triangle CBA$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ADC$ และ $\triangle CBA$	
1. $AD = BC$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $AC = AC$	3. AC เป็นด้านร่วม
ดังนั้น $\triangle ADC \cong \triangle CBA$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.

6.



กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ AC เป็นเส้นทแยงมุม
พิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

กำหนดให้.....รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ AC เป็นเส้นทแยงมุม.....

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

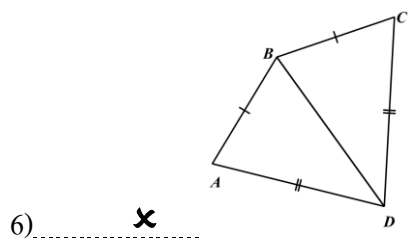
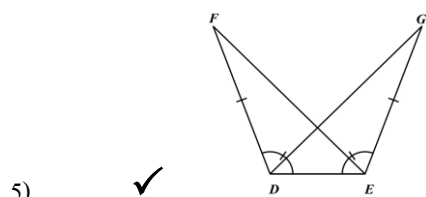
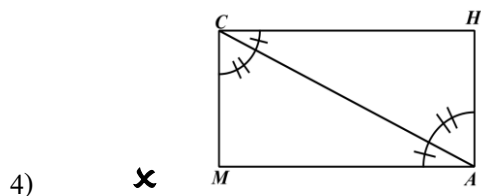
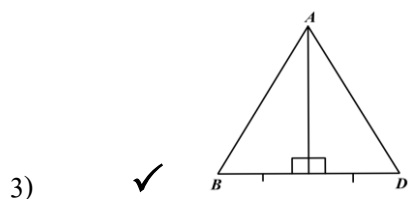
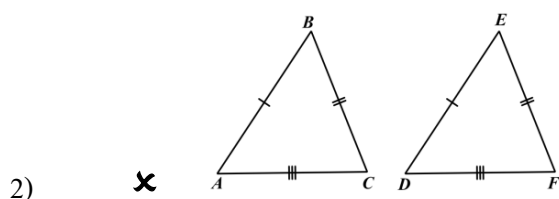
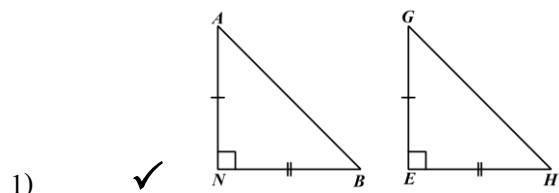
พิสูจน์.....

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ADC$	
1. $AB = DC$	1. ด้านตรงข้ามของสี่เหลี่ยมผืนผ้า
2. $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$	2. มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีขนาด 90°
3. $AD = BC$	3. ด้านตรงข้ามของสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ADC$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.

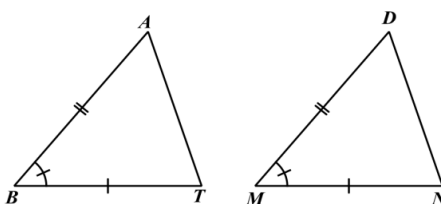
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน

1. จงเติม ✓ หน้าข้อที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน หรือ ✗ หน้าข้อที่ไม่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน



2. กำหนดให้ $AB = DM$, $BT = MN$ และ $\widehat{A}BT = \widehat{D}MN$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABT \cong \triangle DMN$



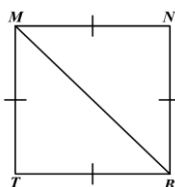
กำหนดให้ $AB = DM$, $BT = MN$ และ $\widehat{A}BT = \widehat{D}MN$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABT \cong \triangle DMN$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $AB = DM$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\widehat{A}BT = \widehat{D}MN$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $BT = MN$	3. โจทย์กำหนดให้
4. $\triangle ABT \cong \triangle DMN$	4. จากข้อ 1 - 3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.

3. รูปสี่เหลี่ยม MNBT เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จงพิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุม \overline{MB} แบ่งรูปสี่เหลี่ยม MNBT เป็นสองส่วนเท่าๆกัน



กำหนดให้ $\square MNBT$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ต้องพิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุม \overline{MB} แบ่ง $\square MNBT$ เป็นสองส่วนเท่าๆกัน

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $MT = BN$	1. ด้านตรงข้ามของสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเท่ากัน
2. $\widehat{M}TB = \widehat{B}NM$	2. มุมของสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 90°
3. $TB = NM$	3. ด้านตรงข้ามของสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเท่ากัน
4. $\triangle MTB \cong \triangle BNT$	4. จากข้อ 1 - 3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.
5. \overline{MB} แบ่ง $\square MNBT$ เป็นสองส่วนเท่าๆกัน	5. จากข้อ 4

**แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ข้อละ 3 คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Scoring) ดังนี้

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3 คะแนน	ตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
2 คะแนน	ตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 คะแนน	- ตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายที่อ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
0 คะแนน	- ตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายอ้างอิงบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ ไม่เขียนคำตอบ

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

1. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปซึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากัน เมื่อเคลื่อนที่รูปที่ 1 ไปซ้อนทับรูปที่ 2 ทับกันไม่สนิท รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปนี้เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย

.....

.....

.....

2. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉากยาว $\sqrt{2}$ เซนติเมตร และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 2 เซนติเมตร

$\triangle XYZ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มีมุม Z เป็นมุมยอด มีด้านประกอบมุมยอดยาว $\sqrt{2}$ เซนติเมตร และมุมที่ฐานมีขนาด 45 องศา

$\triangle ABC$ และ $\triangle XYZ$ เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย พร้อมวาดภาพประกอบ

.....

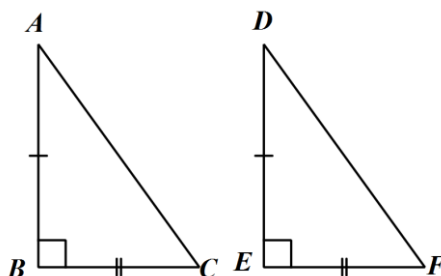
.....

.....

.....

.....

3. จงอธิบายว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่

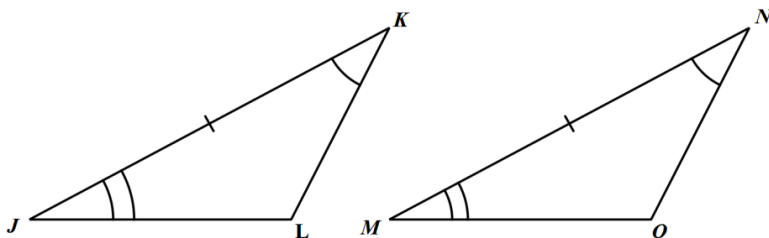


.....

.....

.....

4. จากรูป กำหนดให้ $\overline{KJ} = \overline{NM}$, $\hat{K} = \hat{N}$, $\hat{J} = \hat{M}$ จงอธิบายว่า $\triangle KJL$ และ $\triangle NMO$ เท่ากันทุกประการหรือไม่

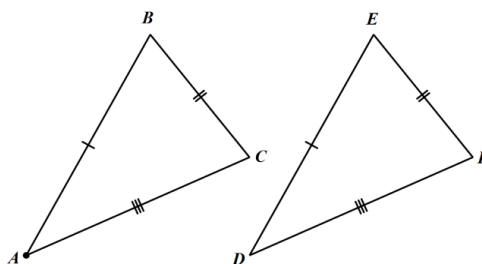


.....

.....

.....

5. จงอธิบายว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่

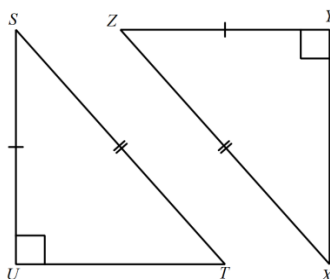


.....

.....

.....

6. จงอธิบายว่า $\triangle SUT$ และ $\triangle XYZ$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

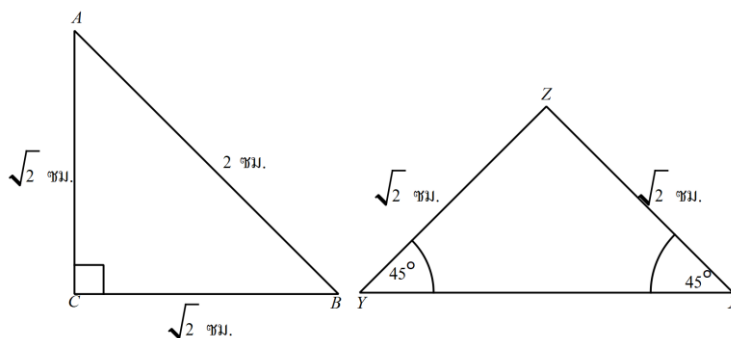
1. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปซึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากัน เมื่อเคลื่อนที่รูป A ไปซ้อนทับรูป B ทับกันไม่สนิท รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปนี้เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย

ตอบ ไม่เท่ากันทุกประการ เนื่องจาก เมื่อเคลื่อนที่รูป A ไปซ้อนทับรูป B จะทับกันไม่สนิท

2. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉากยาว $\sqrt{2}$ เซนติเมตร และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 2 เซนติเมตร

$\triangle XYZ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มีมุม Z เป็นมุมยอด มีด้านประกอบมุมยอดยาว $\sqrt{2}$ เซนติเมตร และมุมที่ฐานมีขนาด 45 องศา

$\triangle ABC$ และ $\triangle XYZ$ เท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบายพร้อมวาดภาพประกอบ

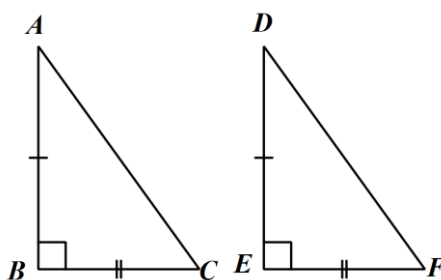


ตอบ เท่ากันทุกประการ เนื่องจากมีด้านและมุมคู่ที่สมนัยกันดังนี้

..... AC สมนัยกับ XZ, CB สมนัยกับ ZY และ AB สมนัยกับ XY

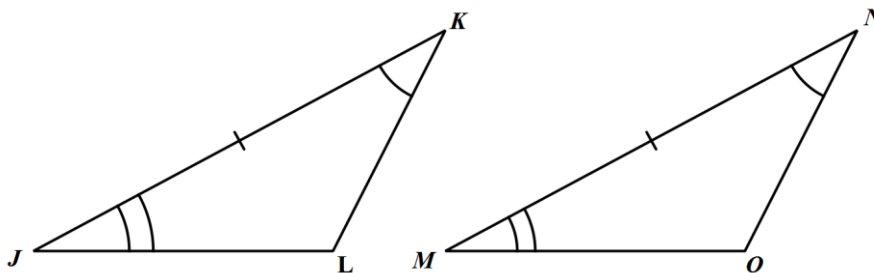
..... $\hat{C}\hat{A}B$ สมนัยกับ $\hat{Z}\hat{X}Y$, $\hat{A}\hat{B}C$ สมนัยกับ $\hat{X}\hat{Y}Z$ และ $\hat{B}\hat{C}A$ สมนัยกับ $\hat{Y}\hat{Z}X$

3. จงอธิบายว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



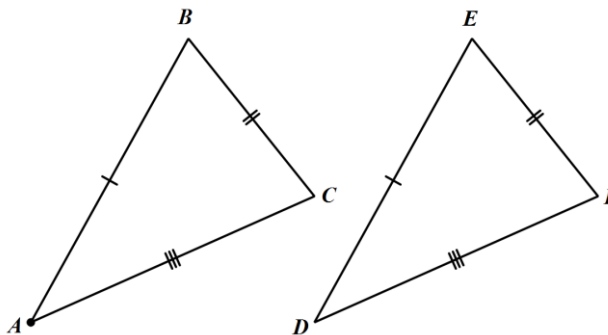
ตอบ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการ เนื่องจากมีด้าน $AB = DE$, $BC = EF$ และมีมุม $B = E$ ซึ่งเป็นมุมในระหว่างด้านที่เท่ากัน มีความสัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน

4. จากรูป กำหนดให้ $\overline{KJ} = \overline{NM}$, $\hat{K} = \hat{N}$, $\hat{J} = \hat{M}$ จงอธิบายว่า $\triangle KJL$ และ $\triangle NMO$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



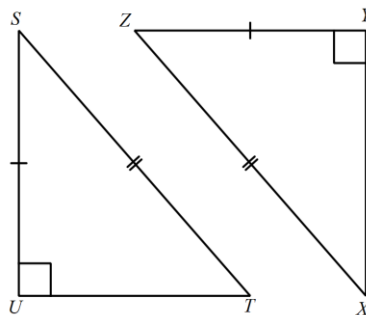
ตอบ $\triangle KJL$ และ $\triangle NMO$ เท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เนื่องจากมีมุมเท่ากันสองคู่และมีด้านซึ่งแฉกร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน

5. จงอธิบายว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



ตอบ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เนื่องจากมีด้านคู่ที่สมนัยกันยาวเท่ากันสามคู่ คือ $AB = DE$, $BC = EF$ และ $AC = DF$

6. จงอธิบายว่า $\triangle SUT$ และ $\triangle XYZ$ เท่ากันทุกประการหรือไม่



ตอบ $\triangle SUT$ และ $\triangle XYZ$ เท่ากันทุกประการ เนื่องจากมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันและด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากัน 1 คู่ มีความสัมพันธ์กันแบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

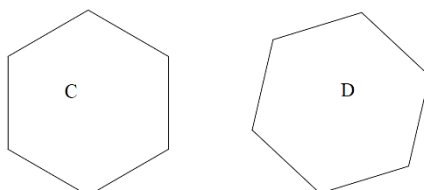
คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับเทคนิค Think - Pair - Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ข้อละ 3 คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Scoring) ดังนี้

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3 คะแนน	คำตอบถูกต้อง สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล
2 คะแนน	คำตอบถูกต้อง แต่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
1 คะแนน	- คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
0 คะแนน	คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายแนวคิดโดยใช้หลักการ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลได้ หรือไม่ทำ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

1. จงพิจารณารูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

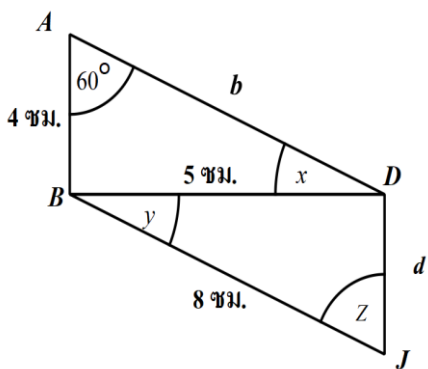


ตอบ.....

เหตุผล.....

.....
.....

2. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ให้หาค่าของตัวแปรต่อไปนี้พร้อมให้เหตุผลประกอบ



$b = \dots\dots\dots$ ซม.

เพราะ.....

$d = \dots\dots\dots$ ซม.

เพราะ.....

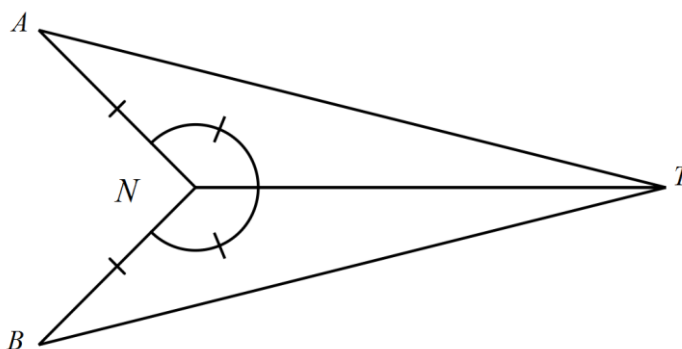
$\hat{x} = \dots\dots\dots$ องศา

เพราะ.....

$\hat{y} = \dots\dots\dots$ องศา เพราะ.....

$\hat{z} = \dots\dots\dots$ องศา เพราะ.....

3. กำหนดให้ $AN=BN$ และ $\widehat{ANT}=\widehat{BNT}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ANT \cong \triangle BNT$ พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ



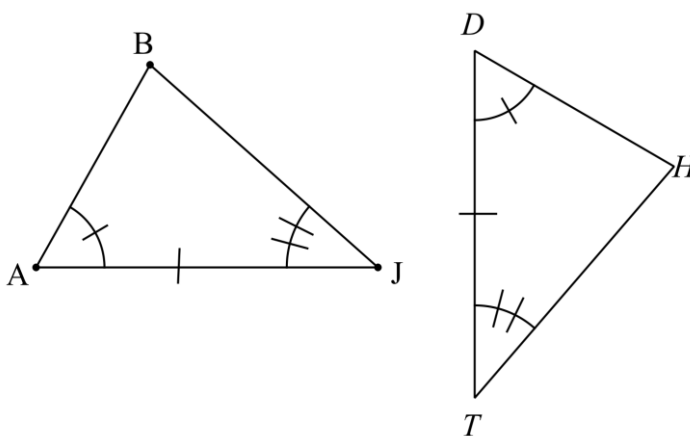
กำหนดให้.....

ต้องพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.....	1.....
2.....	2.....
3.....	3.....
4.....	4.....

4. กำหนดให้ $\widehat{BAJ} = \widehat{HDT}$, $AJ = DT$ และ $\widehat{BJA} = \widehat{HTD}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle BAJ \cong \triangle HDT$



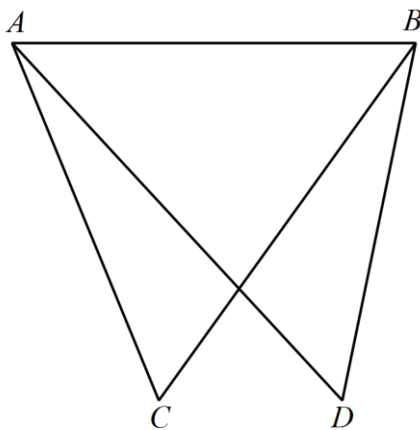
กำหนดให้.....

ต้องพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.....	1.....
2.....	2.....
3.....	3.....
4.....	4.....

5. กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle BAD$ อยู่บนฐาน \overline{AB} เดียวกัน และมี $\overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$
 จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle BAD$



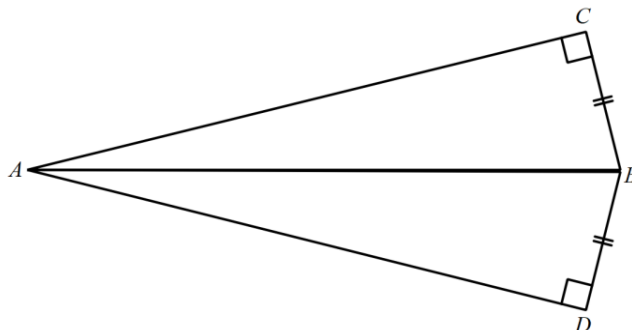
กำหนดให้.....

ต้องพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.....	1.....
2.....	2.....
3.....	3.....
4.....	4.....

6. กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $BC = BD$ จงพิสูจน์ว่า
 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$



กำหนดให้.....

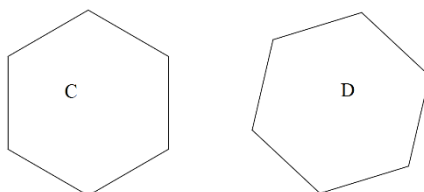
ต้องพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.....	1.....
2.....	2.....
3.....	3.....
4.....	4.....

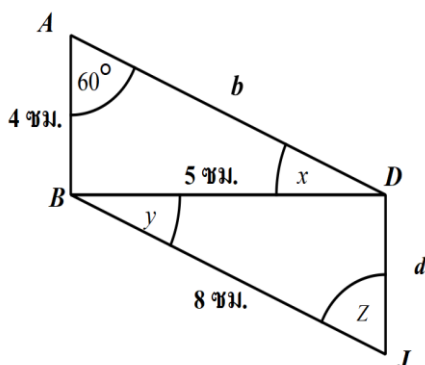
เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

1. จงพิจารณารูปหกเหลี่ยม C และรูปหกเหลี่ยม D เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด



ตอบ เท่ากันทุกประการ เพราะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดเดียวกันและมีขนาดเท่ากันเมื่อเคลื่อนที่ซ้อนทับกันจะทับกันสนิท

2. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ให้หาค่าของตัวแปรต่อไปนี้พร้อมให้เหตุผลประกอบ



$$b = 8 \text{ ซม.}$$

เพราะ เป็นด้านคู่สมนัยกับ BJ

$$d = 4 \text{ ซม.}$$

เพราะ เป็นด้านคู่สมนัยกับ AB

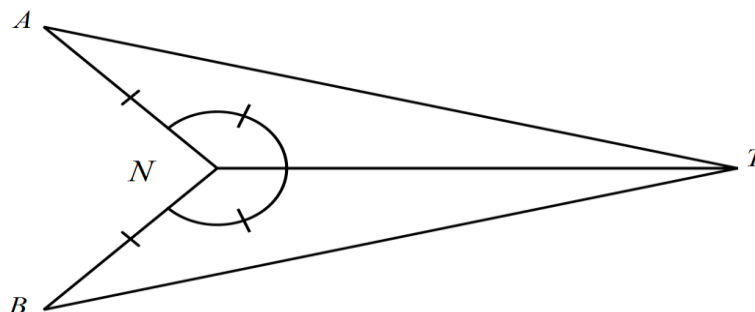
$$\hat{x} = 30 \text{ องศา}$$

เพราะ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา

$$\hat{y} = 30 \text{ องศา เพราะ เป็นมุมคู่สมนัยกับ } \hat{A}DB$$

$$\hat{z} = 60 \text{ องศา เพราะ เป็นมุมคู่สมนัยกับ } \hat{D}AB$$

3. กำหนดให้ $AN=BN$ และ $\widehat{ANT}=\widehat{BNT}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ANT \cong \triangle BNT$ พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ



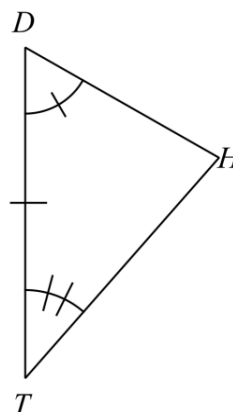
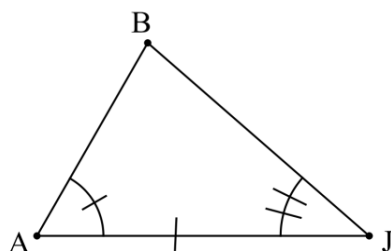
กำหนดให้ $AN=BN$ และ $\widehat{ANT}=\widehat{BNT}$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ANT \cong \triangle BNT$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $AN=BN$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\widehat{ANT}=\widehat{BNT}$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $NT = NT$	3. AD เป็นด้านร่วม
4. $\triangle ANT \cong \triangle BNT$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ม.ค.

4. กำหนดให้ $\widehat{BAJ}=\widehat{HDT}$, $AJ=DT$ และ $\widehat{BJA}=\widehat{HTD}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle BAJ \cong \triangle HDT$



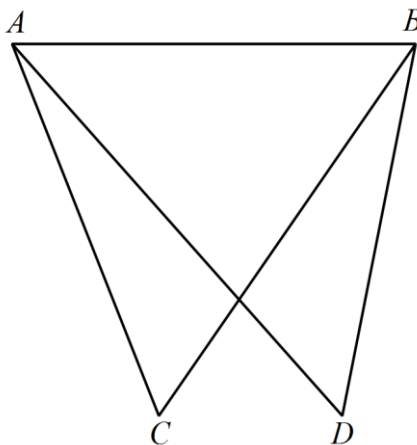
กำหนดให้ $\widehat{BAJ}=\widehat{HDT}$, $AJ=DT$ และ $\widehat{BJA}=\widehat{HTD}$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle BAJ \cong \triangle HDT$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{BAJ} = \widehat{HDT}$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $AJ = DT$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $\widehat{BJA} = \widehat{HTD}$	3. โจทย์กำหนดให้
4. $\triangle BAJ \cong \triangle HDT$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ ม.ด.ม

5. กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle BAD$ อยู่บนฐาน \overline{AB} เดียวกัน และมี $\overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$
จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle BAD$



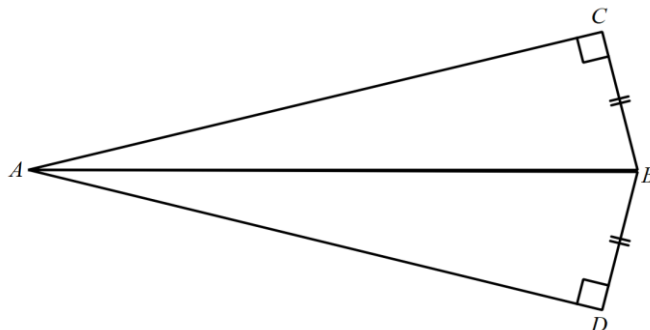
กำหนดให้ $\overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle BAD$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{BC} = \overline{AD}$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\overline{AC} = \overline{BD}$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $AB = AB$	3. AB เป็นฐานร่วมกัน
4. $\triangle ABC \cong \triangle BAD$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ ค.ด.ค.

6. กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $BC = BD$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ABD$



กำหนดให้ $BC = BD$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $BC = BD$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $AB = AB$	2. เป็นด้านตรงข้ามมุมฉากเดียวกัน
3. $\hat{A}CB = \hat{A}DB$	3. เป็นมุมฉากเหมือนกัน
4. $\triangle ABC \cong \triangle ABD$	4. จากข้อ 1-3 มีความสัมพันธ์แบบ จ.ค.ด.

ใบกิจกรรมที่ 3.1

เรื่อง สำรจรูปสามเหลี่ยม

- คำชี้แจง**
- ให้นักเรียนพิจารณา $\triangle ABC$ และเลือกมุม 1 มุม พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์
 - ให้นักเรียนพิจารณา $\triangle DEF$ เพื่อหามุมคู่ที่มีขนาดเท่ากับมุมของ $\triangle ABC$ ที่นักเรียนเลือกมา โดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์วัดขนาดของมุม และเติมคำตอบลงในช่องมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงมุมคู่ที่สมนัยกัน
 - ให้นักเรียนหาความยาวของด้านประกอบมุมคู่ที่สมนัยกันทั้ง 2 รูป และเติมคำตอบลงในช่องความยาวของด้านประกอบมุม พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงด้านคู่ที่สมนัยกัน
 - ให้นักเรียนพิจารณาด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน และเติมคำตอบลงในช่อง ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน
 - ให้นักเรียนตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปว่าเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยใช้แผ่นใสหรือใช้การวัดความยาวของด้านและขนาดของมุมคู่ที่เท่ากัน
 - ให้นักเรียนสรุปลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมเป็นอย่างไร

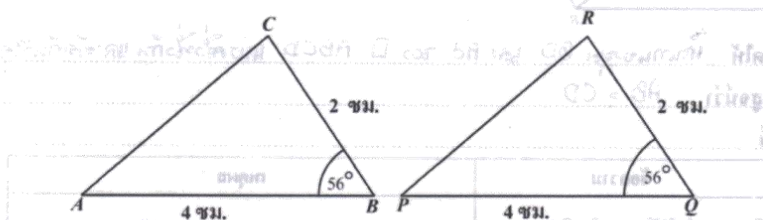
ข้อ	รูปสามเหลี่ยมสองรูป	มุมที่เลือก/ขนาดของมุม	มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	ความยาวของด้านประกอบมุม	ด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน	รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่
1		$\hat{A} = 45^\circ$	$\hat{A} = \hat{D}$	$\triangle ABC$ 1 $AB = 2.4 \text{ cm}$ 2 $AC = 3 \text{ cm}$ $\triangle DEF$ 1 $DE = 2.4 \text{ cm}$ 2 $DF = 3 \text{ cm}$	$AB = DE$ $\hat{A} = \hat{D}$ $AC = DF$	เท่ากันทุกประการ
2		$\hat{B} = 45^\circ$	$\hat{B} = \hat{E}$	$\triangle ABC$ 1 $AB = 2.5 \text{ cm}$ 2 $BC = 2.9 \text{ cm}$ $\triangle DEF$ 1 $DE = 2.5 \text{ cm}$ 2 $EF = 2.9 \text{ cm}$	$AB = DE$ $\hat{B} = \hat{E}$ $BC = EF$	เท่ากันทุกประการ

ข้อ	รูปสามเหลี่ยมสองรูป	มุมที่เลือก/ ขนาดของ มุม	มุมคู่ที่มี ขนาด เท่ากัน	ความยาว ของด้าน ประกอบมุม	ด้านและมุมคู่ ที่มีขนาด เท่ากัน	รูปสามเหลี่ยม สองรูปเท่ากัน ทุกประการ หรือไม่
3		$\hat{A} = 45^\circ$	$\hat{A} = \hat{A}$	$\triangle ABC$ 1 $AB = 3.2 \text{ cm}$ 2 $AC = 2.3 \text{ cm}$ $\triangle ADC$ 1 $AD = 3.2 \text{ cm}$ 2	$AB = AD$ $\hat{A} = \hat{A}$ $AC = AC$	เท่ากันทุกประการ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ มีความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมเป็นอย่างไร
 สันทีเท่ากัน 2 คู่ มุมที่สลับกันเท่ากัน 1 คู่ โดยมุมที่สลับกันเท่ากันเป็นมุม
 ภายหว่างอันคู่ที่เท่ากัน

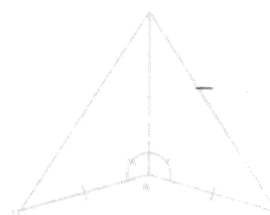
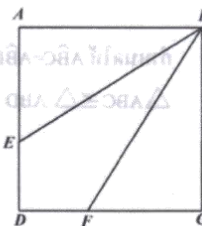
ใบกิจกรรมที่ 3.2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.)
 คำชี้แจง ให้นักเรียนพิสูจน์ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการหรือไม่
 1. จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม PQR เท่ากันทุกประการ



สิ่งที่กำหนดให้ $AB = PQ = 4 \text{ cm}$
 $BC = QR = 2 \text{ cm}$
 $\hat{B} = \hat{Q} = 56^\circ$
 จึงได้ $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ โดยความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน

2. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ $DE = DF$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABE \cong \triangle CBF$

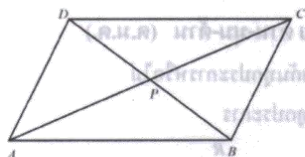


กำหนดให้ $DE = DF$
 ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABE \cong \triangle CBF$
 พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ABE$ และ $\triangle CBF$	1. ใตยที่กำหนดให้
1. $DE = DF$	2. เป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
2. $AB = CB$	3. เป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. $\hat{EAB} = \hat{FCB}$	4. ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
4. $AD = CD$	5. เป็นด้านที่ติดกัน
5. $AE = CF$	6. จากข้อ 1-5 มีสิ่งกันลักษณะ ด.ม.ด.

ดังนั้น $\triangle ABE \cong \triangle CBF$

3.



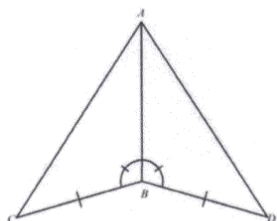
กำหนดให้เส้นทแยงมุม BD และ AC ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD แยกครึ่งซึ่งกันและตัดกันที่จุด P จงอธิบายว่า เพราะเหตุใดด้าน $AB = CD$

กำหนดให้ เส้นทแยงมุม BD และ AC ของ $\square ABCD$ แยกครึ่งซึ่งกัน และตัดกันที่จุด P
 ต้องพิสูจน์ว่า $AB = CD$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle APB$ และ $\triangle CPD$	
1. $AP = CP$	1. กำหนดให้เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
2. $PB = PD$	2. กำหนดให้เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
3. $\hat{APB} = \hat{CPD}$	3. เส้นตรงสองเส้นตัดกัน ขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากัน
ดังนั้น $\triangle APB \cong \triangle CPD$	4. จากข้อ 1-3 สอดคล้องกับเงื่อนไข อ. ม. ๓.
4. $AB = CD$	๕. เป็นด้านที่สอดคล้องของ \triangle ที่เท่ากันทุกประการ

4.



กำหนดให้ $\hat{ABC} = \hat{ABD}$ และ $BC = BD$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

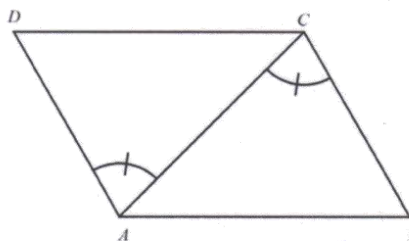
กำหนดให้ $\hat{ABC} = \hat{ABD}$ และ $BC = BD$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$	
1. $BC = BD$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\hat{ABC} = \hat{ABD}$	2. โจทย์กำหนดให้
๓. $AB = AB$	๓. AB เป็นด้านร่วม
ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ABD$	4. จากข้อ 1-3 สอดคล้องกับเงื่อนไข อ. ม. ๓.

5.



กำหนดให้ $AD = CB$ และ $\hat{D}AC = \hat{B}CA$ จงหาว่า
รูปสามเหลี่ยม ADC และรูปสามเหลี่ยม CBA
เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

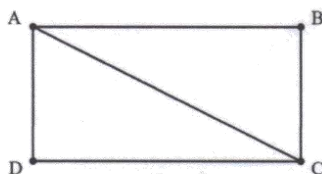
กำหนดให้ $AD = CB$ และ $\hat{D}AC = \hat{B}CA$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ADC \cong \triangle CBA$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ADC$ และ $\triangle CBA$	
1. $AD = CB$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\hat{D}AC = \hat{B}CA$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $AC = AC$	3. AC เป็นส่วนร่วม
ดังนั้น $\triangle ADC \cong \triangle CBA$	4. จากข้อ 1-3 มีคทลสมกันที่แบบ ๑.๓.๓

6.



กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 AC เป็นเส้นทแยงมุม
จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ AC เป็นเส้นทแยงมุม

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

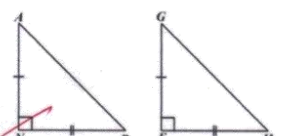
พิสูจน์

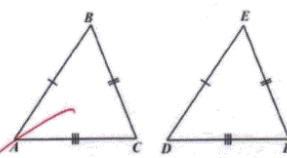
ข้อความ	เหตุผล
พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ADC$	
1. $AB = DC$	1. ด้านตรงข้ามด้านข้างสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. $\hat{A}DC = \hat{A}BC$	2. มุมตรงข้ามมุมฉากสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ 90°
3. $AD = BC$	3. ด้านตรงข้ามด้านข้างสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ADC$	4. จากข้อ 1-3 มีคทลสมกันที่แบบ ๑.๓.๓

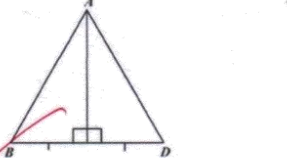
แบบฝึกหัดที่ 3

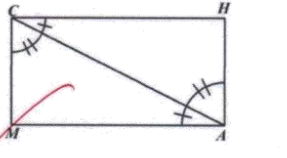
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน (ด.ม.ด.)

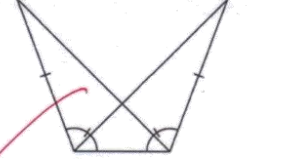
1. จงเติม ✓ หน้าข้อที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน หรือ ✗ หน้าข้อที่ไม่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน

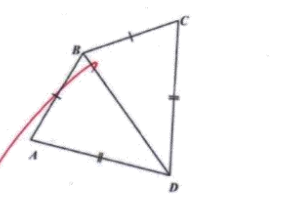
1) 

2) 

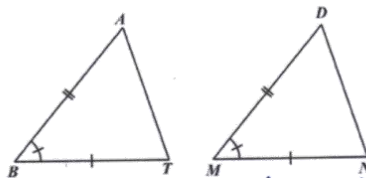
3) 

4) 

5) 

6) 

2. กำหนดให้ $AB = DM$, $BT = MN$ และ $\hat{A}BT = \hat{D}MN$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABT \cong \triangle DMN$



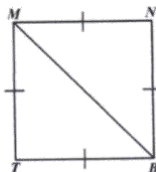
กำหนดให้ $AB = DM$, $BT = MN$ และ $\hat{A}BT = \hat{D}MN$

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABT \cong \triangle DMN$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $AB = DM$	1. โจทย์กำหนดให้
2. $\hat{A}BT = \hat{D}MN$	2. โจทย์กำหนดให้
3. $BT = MN$	3. โจทย์กำหนดให้
4. $\triangle ABT \cong \triangle DMN$	4. จากข้อ 1-3 มีคคมลิตกันนี้แทน จ.ม.จ.

3. รูปสี่เหลี่ยม MNBT เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จงพิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุม \overline{MB} แบ่งรูปสี่เหลี่ยม MNBT เป็นสองส่วนเท่ากัน



กำหนดให้ $\square MNBT$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ต้องพิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุม \overline{MB} แบ่ง $\square MNBT$ เป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $MT = BN$	1. ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเท่ากัน
2. $\hat{M}TB = \hat{B}NM$	2. มุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 90°
3. $TB = NM$	3. ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเท่ากัน
4. $\triangle MTB \cong \triangle BNT$	4. จากข้อ 1-3 มีคคมลิตกันนี้แทน จ.ม.จ.
5. \overline{MB} แบ่ง $\square MNBT$ เป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน	5. จากข้อ 4