

# รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

## โครงการ

แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการเพิ่มประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิง  
ออกไซด์ของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิง

Mathematical Modeling for Increasing the Performance of Solid  
Oxide Fuel Cell fed Biomass Derived Fuel

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สีนีนากู ศรีมงคล

โครงการวิจัยประเภทงบประมาณเงินรายได้  
จากเงินอุดหนุนรัฐบาล (งบประมาณแผ่นดิน)  
ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2560

# รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

## โครงการ

แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการเพิ่มประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิง  
ออกไซด์ของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิง

Mathematical Modeling for Increasing the Performance of Solid  
Oxide Fuel Cell fed Biomass Derived Fuel

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ถีนีนาฏ ศรีมงคล

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยบูรพา

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยจากงบประมาณเงินรายได้จากเงินอุดหนุนรัฐบาล (งบประมาณแผ่นดิน) ประจำปีงบประมาณ พ.ศ.2560 (เพิ่มเติม) มหาวิทยาลัยบูรพา ผ่านสำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ เลขที่สัญญา 21/2560

## Acknowledgment

This work was financially supported by the Research Grant of Burapha University through National Research Council of Thailand (Grant no. 21/2560).

## บทคัดย่อ

พลังงานที่ใช้ทั่วโลกในปัจจุบันเป็นพลังงานจากถ่านหินและน้ำมันเป็นหลักแต่เนื่องจากการใช้พลังงานมากทำให้อาจจะมีพลังงานไม่เพียงพอ รวมถึงปัญหามลพิษที่เกิดจากการใช้พลังงานเหล่านี้ด้วย เพื่อแก้ปัญหานี้ได้มีการพัฒนาพลังงานทางเลือกหลายรูปแบบ โดยรูปแบบที่ทั้งเป็นพลังงานงานทางเลือกแล้ว ยังเป็นพลังงานสะอาดด้วยก็คือ พลังงานจากน้ำ ซึ่งสามารถพัฒนานำมาใช้ในรูปแบบของเซลล์เชื้อเพลิง ในงานวิจัยชิ้นนี้ มีการนำเสนอแบบจำลองเชิงตัวเลขของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งแบบเหลี่ยม (Planar Solid Oxide Fuel Cell) เพื่อนำปัจจัยของการใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเข้ามาเป็นเชื้อเพลิงช่วยในการทำงานของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง จากผลการศึกษาโดยใช้วิธีการเชิงตัวเลขพบว่า ค่าความพรุนที่ศึกษานั้นส่งผลต่อประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงน้อย

## Abstract

Nowadays, the fossil fuel is the main energy over the world. Due to limitation and pollution of fossil fuel, the alternative energy is required. To solve this problem, alternative renewal energy is developed. Energy from water an alternative renewal energy and clean energy. Fuel cell is an hydrogen energy which obtained from water. In this research, mathematical modeling of planar solid oxide fuel cell fed biomass derived fuel is presented. From numerical results, it is found that the porosity affect to solid oxide fuel cell performance with less significant.

# สารบัญ

<b>1</b>	<b>บทนำ</b>	<b>10</b>
1.1	วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย . . . . .	10
1.2	ขอบเขตของโครงการวิจัย . . . . .	10
1.3	วิธีดำเนินการวิจัย . . . . .	10
1.4	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ . . . . .	11
<b>2</b>	<b>วิธีดำเนินการวิจัย</b>	<b>11</b>
2.1	โครงสร้างพื้นฐานของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็ง . . . . .	11
2.2	ปฏิกิริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิง . . . . .	12
2.3	บริเวณที่ใช้ในการคำนวณ (Computational Domain) . . . . .	13
2.4	สมการควบคุม (Governing Equations) . . . . .	13
2.5	เงื่อนไขค่าขอบ . . . . .	14
2.6	พารามิเตอร์ . . . . .	15
<b>3</b>	<b>ผลการวิจัย</b>	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>สรุปและอภิปรายผลการวิจัย</b>	<b>20</b>
<b>5</b>	<b>ข้อเสนอแนะ</b>	<b>21</b>
<b>6</b>	<b>ผลผลิต (Output)</b>	<b>22</b>
6.1	ผลงานตีพิมพ์ . . . . .	22
6.2	การผลิตบัณฑิต . . . . .	22
<b>7</b>	<b>บรรณานุกรม (Bibliography)</b>	<b>23</b>
<b>8</b>	<b>ภาคผนวก (Appendix)</b>	<b>26</b>
<b>9</b>	<b>ประวัตินักวิจัย</b>	<b>36</b>

# สารบัญตาราง

1	ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาคำตอบของแบบจำลอง . . . . .	15
---	----------------------------------------------------------------	----



## สารบัญรูป

1	ภาพสามมิติของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง 1 เซลล์ . . . . .	12
2	โครงสร้างของเซลล์เชื้อเพลิงขนาด 1 เซลล์ที่ใช้ในการคำนวณ ประกอบด้วย anode flow channel ( $\Omega_1$ ), anode electrode ( $\Omega_2$ ), electrolyte ( $\Omega_3$ ), cathode electrode ( $\Omega_4$ ), และ cathode flow channel ( $\Omega_5$ ). . . . .	13
3	โครงสร้างตาข่ายที่ใช้ในการคำนวณประกอบด้วย 9,744 สมาชิก . . . . .	18
4	สัดส่วนโมลของไฮโดรเจนโดยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2 $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ ตามลำดับ . . . . .	18
5	Electrolyte current density โดยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2 $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ ตามลำดับ . . . . .	19
6	Polarization curve โดยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2 $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ ตามลำดับ . . . . .	19

# 1 บทนำ

ในปัจจุบันมีความต้องการใช้พลังงานในด้านต่าง ๆ จำนวนมาก ทำให้ปริมาณน้ำมันถ่านหินกำลังลดลงอย่างรวดเร็ว ทำให้มีการศึกษาพลังงานทางเลือกมากมาย ได้แก่ พลังงานนิวเคลียร์ [25, 3, 16, 18], พลังงานจากทะเล [12, 13, 24], พลังงานชีวมวล [5, 11, 23], พลังงานไฮโดรเจน [2], พลังงานลม [17, 8], พลังงานแสงอาทิตย์ [22, 28] ฯลฯ อีกทั้งปัญหามลพิษในอากาศ ภาวะโลกร้อน [4, 7, 9, 15, 21, 27] ที่เกิดจากการขนส่งทั้งทางบก ทางน้ำ การผลิตไฟฟ้า ฯลฯ ในการแก้ปัญหาี้ มีการศึกษาพลังงานทางเลือกมากมาย เช่น พลังงาน biodiesel [29, 14], แก๊สโซฮอลล์ [6, 19] เป็นต้น ซึ่งเป็นการนำพลังงานจากชีวมวลมาแปรรูปเป็นพลังงานที่ใช้กับเครื่องยนต์และเครื่องจักรต่าง ๆ แต่ถ้าพิจารณาถึงสิ่งแวดล้อมด้วยแล้ว วิธีหนึ่งที่น่าจะเป็นคำตอบที่ดีสำหรับการลดมลพิษและใช้พลังงานบริสุทธิ์ คือ การใช้เซลล์เชื้อเพลิงที่ใช้ไฮโดรเจนเป็นเชื้อเพลิง และเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็งเป็นเซลล์เชื้อเพลิงที่ใช้พลังงานหลากหลาย เช่น เมทานอล เอทานอล พลังงานชีวมวล เป็นต้น ในการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเซลล์เชื้อเพลิงในปัจจุบันยังมีต้นทุนที่สูง แต่ทว่าองค์ความรู้ที่ได้จากการวิจัยและพัฒนาในเซลล์เชื้อเพลิงนั้นมีประโยชน์อย่างยิ่งในการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ดังนั้น การศึกษาและพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์นั้นเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่จะส่งเสริมให้มีการพัฒนาในด้านการวิจัยเกี่ยวกับเซลล์เชื้อเพลิง เซลล์เชื้อเพลิงที่ผู้วิจัยสนใจ ก็คือ เซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งซึ่งมีข้อดีคือ สามารถใช้พลังงานที่หลากหลายในการขับเคลื่อนการทำงานของเซลล์เชื้อเพลิง ซึ่งพลังงานชีวมวลที่มีการพัฒนาในประเทศไทย สามารถใช้กับเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งได้ แต่ทว่าเซลล์เชื้อเพลิงชนิดนี้มีการทำงานที่อุณหภูมิที่สูงมากในช่วง  $600-1000\text{ }^{\circ}\text{C}$  การเลือกใช้วัสดุที่เหมาะสมจึงมีความสำคัญอย่างมาก โดยค่าของความพรุนของวัสดุที่ใช้แต่ละชนิดนั้นมีความแตกต่างกันและส่งผลกระทบต่อความแข็งแรงของวัสดุ [26]

## 1.1 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

โครงการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ในการศึกษาประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิงเมื่อสมบัติของความพรุนของวัสดุที่ใช้ในเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์มีค่าแตกต่างกัน

## 1.2 ขอบเขตของโครงการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์จากงานวิจัย โดยใช้ข้อมูลจากงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในฐานข้อมูลต่าง ๆ โดยข้อมูลที่ใช้ได้แก่ ขนาดของเซลล์เชื้อเพลิง (Domain) สมการควบคุม (Governing Equations) ค่าความพรุนของวัสดุชนิดต่าง ๆ และพารามิเตอร์ที่ใช้ในแบบจำลอง

## 1.3 วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัยผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการดำเนินงาน ดังนี้

- 1 ศึกษาความรู้เบื้องต้นทั้งในเรื่องของเซลล์เชื้อเพลิงแบบต่าง ๆ และแบบจำลองต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง จากหนังสือและงานวิจัย เพื่อให้ได้แบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง
- 2 ศึกษาความเป็นไปได้ของคำตอบของระบบสมการที่เป็นแบบจำลองของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง
- 3 กำหนดขอบเขตของบริเวณที่ศึกษา (Domain)
- 4 หาคำตอบเชิงตัวเลขโดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics
- 5 วิเคราะห์และสรุปผลคำตอบที่ได้

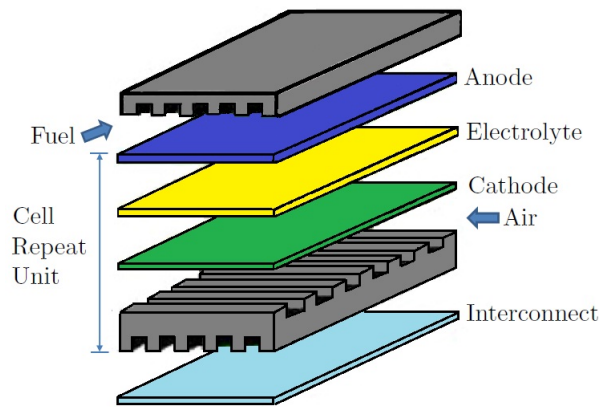
## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1 ด้านวิชาการ  
ได้ต่อยอดความรู้ทางด้านเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็ง ทำให้มีความรู้ด้านพลังงานทางเลือกที่เป็นปัญหาที่สำคัญของประเทศไทยและของโลก
- 2 ด้านเศรษฐกิจ/พาณิชย์  
ถ้างานวิจัยนี้สำเร็จ เพิ่มประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็งได้ เพียงแค่เลือกใช้วัสดุที่เหมาะสม
- 3 ด้านสังคมและชุมชน  
การพัฒนาเซลล์เชื้อเพลิง ถ้าสำเร็จนั้นจะส่งผลต่อการลดปัญหาโลกร้อน ลดมลพิษทางอากาศ ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากต่อสิ่งแวดล้อม สังคมและชุมชน
- 4 เป็นองค์ความรู้ในการวิจัยต่อไป  
วิธีการศึกษานี้สามารถนำไปปรับใช้กับการศึกษาเซลล์เชื้อเพลิงแบบอื่น หรือสมบัติอื่น ๆ ของวัสดุที่ใช้ได้
- 5 การเผยแพร่ผลงาน  
ผู้วิจัยส่งผลงานตีพิมพ์ในวารสารระดับนานาชาติ

## 2 วิธีดำเนินการวิจัย

### 2.1 โครงสร้างพื้นฐานของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็ง

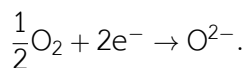
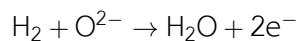
โครงสร้างพื้นฐานของเซลล์เชื้อเพลิงแบบออกไซด์ของแข็ง 1 เซลล์ ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ ขั้วแอโนด (Anode) ขั้วแคโทด (Cathode) และอิเล็กโทรไลต์ (Electrolyte) มาประกอบกัน โดยแต่ละส่วนนั้นจะมีอินเตอร์คอนเนค (Interconnect) เป็นตัวที่เชื่อมต่อเซลล์เข้าด้วยกัน โดยส่วนที่มีความพรุน ได้แก่ แอโนดอิเล็กโทรด (Anode Electrode) และแคโทดอิเล็กโทรด (Cathode Electrode) แสดงได้ดังรูปที่ 1



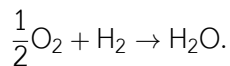
รูปที่ 1: ภาพสามมิติของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง 1 เซลล์

## 2.2 ปฏิกิริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิง

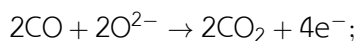
ปฏิกิริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิงทั้งแอโนดและแคโทดสามารถแสดงได้โดยปฏิกิริยาต่อไปนี้ตามลำดับ



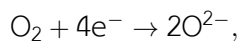
สมการรวมคือ



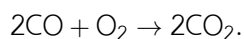
ถ้าใช้คาร์บอนมอนอกไซด์เป็นเชื้อเพลิงจะได้สมการเคมีที่แอโนด



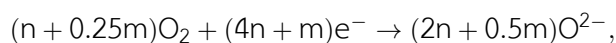
สมการเคมีที่แคโทด

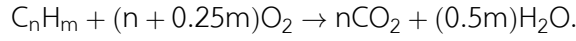


และสมการรวม

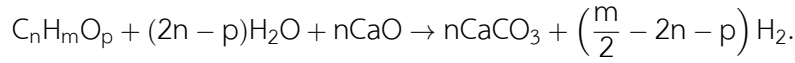


เมื่อใช้ไฮโดรคาร์บอน (Hydrocarbons:  $\text{C}_n\text{H}_m$ ) เป็นเชื้อเพลิงจะได้สมการเคมีของเซลล์เชื้อเพลิงที่แอโนด แคโทด และสมการรวมของเซลล์ ตามลำดับดังนี้



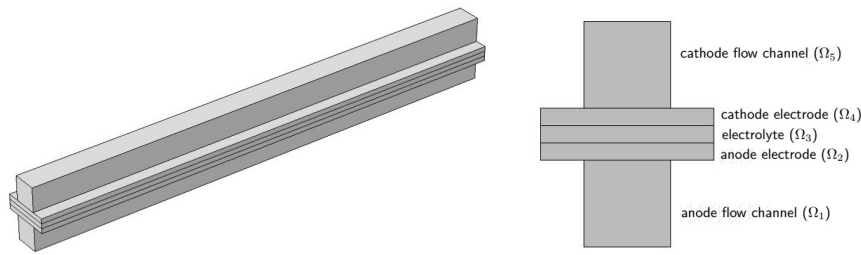


เชื้อเพลิงชีวภาพสามารถทำให้ได้ไฮโดรเจนบริสุทธิ์ได้โดยใช้กระบวนการ steam-iron process [1, 20] ดังสมการเคมีต่อไปนี้



## 2.3 บริเวณที่ใช้ในการคำนวณ (Computational Domain)

ในการคำนวณบริเวณที่ใช้ศึกษาสำหรับเซลล์เชื้อเพลิงขนาด 1 เซลล์สามารถแบ่งออกได้เป็นบริเวณย่อย 5 บริเวณ ดังแสดงได้ในรูป 2



รูปที่ 2: โครงสร้างของเซลล์เชื้อเพลิงขนาด 1 เซลล์ที่ใช้ในการคำนวณ ประกอบด้วย anode flow channel ( $\Omega_1$ ), anode electrode ( $\Omega_2$ ), electrolyte ( $\Omega_3$ ), cathode electrode ( $\Omega_4$ ), และ cathode flow channel ( $\Omega_5$ ).

## 2.4 สมการควบคุม (Governing Equations)

ในเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็งนอกเหนือจากปฏิกิริยาเคมีในเซลล์เชื้อเพลิงแล้ว ยังมีการเคลื่อนที่ของกระแสไฟฟ้า รวมถึงสมบัติความพรุนของแต่ละชั้นในเซลล์เชื้อเพลิง จึงมีความจำเป็นที่จะต้องนำสมการที่ควบคุมลักษณะแต่ละแบบมารวมกัน โดยสมการที่เกี่ยวข้อง มีดังต่อไปนี้

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \mathbf{Q}, \quad \text{in } \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4 \quad (1)$$

โดยที่  $\mathbf{J}$  แทน current density vector in the electrolyte,  $\mathbf{Q}$  เป็นได้ทั้ง source และ sink

$$Q_{a,ct} = Q_{0,a} \left( \frac{c_{h2}}{c_{h2,ref}} \exp\left(\frac{0.5F}{RT}\eta\right) - \frac{c_{h2o}}{c_{h2o,ref}} \exp\left(\frac{-1.5F}{RT}\eta\right) \right), \quad (2)$$

โดยที่  $Q_{0,a}$  คือ anode exchange current density ( $A/m^2$ ),  $c_{h2}$  คือ molar concentration of hydrogen,  $c_{h2o}$  คือ molar concentration of water,  $c_t$  คือ total concentration of species ( $mol/m^3$ ),  $c_{h2,ref}$  และ  $c_{h2o,ref}$  คือ reference concentrations ( $mol/m^3$ ),  $F$  คือ Faraday's constant ( $C/mol$ ),  $R$  คือ ค่าคงที่ของก๊าซ ( $J/(mol \cdot K)$ ),  $T$  คือ อุณหภูมิ ( $K$ ) และ  $\eta$  คือ overvoltage ( $V$ ).

$$\eta = \phi_{\text{electronic}} - \phi_{\text{ionic}} - \Delta\phi_{eq} \quad (3)$$

เมื่อ  $\Delta\phi_{eq}$  คือ equilibrium potential difference (V) [10].

mass transport equation สำหรับแต่ละ species  $i = 1, \dots, Q$  คือ

$$\nabla \cdot \mathbf{j}_i + \nabla \cdot (\rho\omega_i \mathbf{u}) = \mathbf{R}_i \quad (4)$$

โดยที่  $\rho$  คือ mixture density และ  $\mathbf{u}$  คือ mass average velocity of the mixture

Navier-Stokes equations และ Brinkman equations ใช้ในการควบคุมการไหลที่มีความพรุนเข้ามาเกี่ยวข้อง

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (5)$$

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \nabla \cdot \left[ -p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T) - \frac{2\mu}{3}(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} \right] + \mathbf{F} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = Q_{br} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\epsilon}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\frac{\mathbf{v}}{\epsilon} &= \nabla \cdot \left[ -p\mathbf{I} + \frac{\mu}{\epsilon}(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T) - \frac{2\mu}{3\epsilon}(\nabla \cdot \mathbf{v})\mathbf{I} \right] \\ &\quad - \left( \frac{\mu}{\kappa_{br}} + \beta_F|\mathbf{v}| + \frac{Q_{br}}{\epsilon^2} \right) \mathbf{v} + \mathbf{F} \end{aligned} \quad (8)$$

โดยที่  $\mu$  คือ dynamic viscosity,  $\mathbf{v}$  คือ velocity vector,  $\rho$  คือ ความหนาแน่น,  $p$  คือ ความดัน,  $\epsilon$  คือ ความพรุน,  $\kappa$  คือ permeability of the porous medium และ  $Q_{br}$  คือ source or sink,  $\beta_F|\mathbf{v}|\mathbf{v}$  คือ viscous force proportional to the square of the fluid velocity โดยที่  $\beta_F$  คือ Forchheimer drag option.

จากการศึกษา ผู้วิจัยพบว่าขั้นตอนหลายขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการนำพลังงานแบบต่าง ๆ เข้าไปใช้ในเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง เมื่อพิจารณาสมการเคมีของเชื้อเพลิงแบบต่าง ๆ พร้อมทั้งกระบวนการผลิตไฮโดรเจนบริสุทธิ์จากเชื้อเพลิงชีวภาพ จะทำให้ได้ไฮโดรเจนบริสุทธิ์เพื่อที่จะใช้ในเซลล์เชื้อเพลิง แล้วปริมาณไฮโดรเจนเท่าใดจึงจะทำให้เซลล์เชื้อเพลิงมีประสิทธิภาพดีที่สุด ดังนั้น ผู้วิจัยจะปรับค่าของ mass fraction เพื่อให้ได้แบบจำลองสำหรับเซลล์เชื้อเพลิงของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิงที่มีประสิทธิภาพดี

## 2.5 เงื่อนไขค่าขอบ

เซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งมีการไหลในลักษณะ counterflow โดยมีไฮโดรเจนมากที่แอโนดโดยไหลเข้าทางข้างของเซลล์เชื้อเพลิง สำหรับสมการ ionic charge balance equations ในช่องการไหลแคโทด อิเล็กโทรไลต์ และช่องการไหลแอโนด กำหนดให้ขอบโดยรอบเป็นฉนวน ดังสมการ (9)

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (9)$$

สำหรับ transport of species ในแอโนด ให้ค่า mass fraction เริ่มต้นเป็น ( $w_{h_2}$ ) 0.04, and 0.2 โดยใส่ค่าที่ด้านซ้ายของช่องการไหลแอโนด ในส่วนของด้านขวาของช่องการไหลแอโนดกำหนดให้เป็นช่องการไหลออก รอบนอกของช่องการไหลแอโนดและแคโทด กำหนดค่าของให้เป็น No flux boundary condition ดังสมการ (10)

$$-\mathbf{n} \cdot (\mathbf{j}_i + \rho \mathbf{u} \omega_i) = 0. \quad (10)$$

## 2.6 พารามิเตอร์

ตารางที่ 1: ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการหาคำตอบของแบบจำลอง

สัญลักษณ์	รายละเอียด	ค่าที่ใช้
$c_{h_2o,ref}$	Reference concentration, H <sub>2</sub> O at anode	1.6223 mol/m <sup>3</sup>
$c_{h_2,ref}$	Reference concentration, H <sub>2</sub> at anode	9.7336 mol/m <sup>3</sup>
$c_{o_2,ref}$	Reference concentration, O <sub>2</sub> at cathode	1.2559 mol/m <sup>3</sup>
$c_{tot}$	Total molar concentration	11.356 mol/m <sup>3</sup>
$D_{h_2h_2o}$	Diffusivity, H <sub>2</sub> – H <sub>2</sub> O	$8.5871 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> /s
$D_{h_2h_2o,eff}$	Effective diffusivity, H <sub>2</sub> – H <sub>2</sub> O	$2.1724 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> /s
$D_{n_2h_2o}$	Diffusivity, N <sub>2</sub> – H <sub>2</sub> O	$2.4477 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> /s
$D_{n_2h_2o,eff}$	Effective diffusivity, N <sub>2</sub> – H <sub>2</sub> O	$6.1922 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s
$D_{o_2h_2o}$	Diffusivity, O <sub>2</sub> – H <sub>2</sub> O	$2.451 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> /s
$D_{o_2h_2o,eff}$	Effective diffusivity, O <sub>2</sub> – H <sub>2</sub> O	$6.2005 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s
$D_{o_2n_2}$	Diffusivity, O <sub>2</sub> – N <sub>2</sub>	$1.9235 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> /s
$D_{o_2n_2,eff}$	Effective diffusivity, O <sub>2</sub> – N <sub>2</sub>	$4.8662 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s
$dp_a$	Pressure drop, anode	2 Pa
$dp_c$	Pressure drop, cathode	6 Pa
$e_{por}$	Porosity	0.4
$E_{eq,a}$	Equilibrium voltage, anode	0 V
$E_{eq,c}$	Equilibrium voltage, cathode	1 V
$H_{channel}$	Gas flow channel height	$5 \times 10^{-4}$ m
$H_{electrolyte}$	Electrolyte thickness	$1 \times 10^{-4}$ m
$H_{gde}$	Gas diffusion electrode thickness	$1 \times 10^{-4}$ m

มีต่อหน้าถัดไป

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สัญลักษณ์	รายละเอียด	ค่าที่ใช้
$i_{0a}$	Exchange current density, anode	0.1 A/m <sup>2</sup>
$i_{0c}$	Exchange current density, cathode	0.01 A/m <sup>2</sup>
$K_d$	Reference diffusivity	$3.16 \times 10^{-8}$ m <sup>2</sup> /s
$K_l$	Electrolyte conductivity	5 S/m
$k_{leff_a}$	Electrolyte effective conductivity, anode	1 S/m
$k_{leff_c}$	Electrolyte effective conductivity, cathode	1 S/m
$K_s$	Current collector conductivity	5000 S/m
$k_{seff_a}$	Solid effective conductivity, anode	1000 S/m
$k_{seff_c}$	Solid effective conductivity, cathode	1000 S/m
$L$	Flow channel length	0.01 m
$M_{H_2}$	Molar mass, H <sub>2</sub>	0.002 kg/mol
$M_{H_2O}$	Molar mass, H <sub>2</sub> O	0.018 kg/mol
$M_{N_2}$	Molar mass, N <sub>2</sub>	0.028 kg/mol
$M_{O_2}$	Molar mass, O <sub>2</sub>	0.032 kg/mol
$\mu$	Viscosity, air	$3 \times 10^{-5}$ Pa · s
$p_{atm}$	Atmospheric pressure	$1.0133 \times 10^5$ Pa
$perm_a$	Anode permeability	$1 \times 10^{-10}$ m <sup>2</sup>
$perm_c$	Cathode permeability	$1 \times 10^{-10}$ m <sup>2</sup>
$Sa_a$	Specific surface area, anode	$1 \times 10^9$ 1/m
$Sa_c$	Specific surface area, cathode	$1 \times 10^9$ 1/m
$T$	Temperature	1073.2 K
$V_{cell}$	Cell voltage	0.95 V
$V_{pol}$	Initial cell polarization	0.05 V
$v_{H_2}$	Kinetic volume, H <sub>2</sub>	$6 \times 10^{-6}$
$v_{H_2O}$	Kinetic volume, H <sub>2</sub> O	$1.27 \times 10^{-5}$
$v_{N_2}$	Kinetic volume, N <sub>2</sub>	$1.79 \times 10^{-5}$
$v_{O_2}$	Kinetic volume, O <sub>2</sub>	$1.66 \times 10^{-5}$
มีต่อหน้าถัดไป		

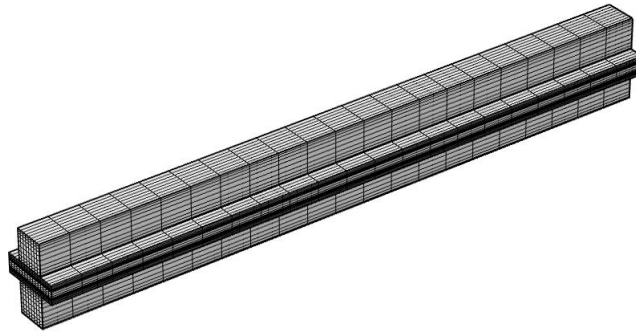


ตารางที่ 1 (ต่อ)

สัญลักษณ์	รายละเอียด	ค่าที่ใช้
$W_{\text{channel}}$	Gas flow channel width	$5 \times 10^{-4} \text{ m}$
$W_{\text{H}_2\text{Oref}}$	Inlet weight fraction, $\text{H}_2\text{O}$ at cathode	0.37
$W_{\text{H}_2\text{ref}}$	Inlet weight fraction, $\text{H}_2$ at anode	0.4
$W_{\text{O}_2\text{ref}}$	Inlet weight fraction, $\text{O}_2$ at cathode	0.15
$W_{\text{rib}}$	Rib width	$5 \times 10^{-4} \text{ m}$

### 3 ผลการวิจัย

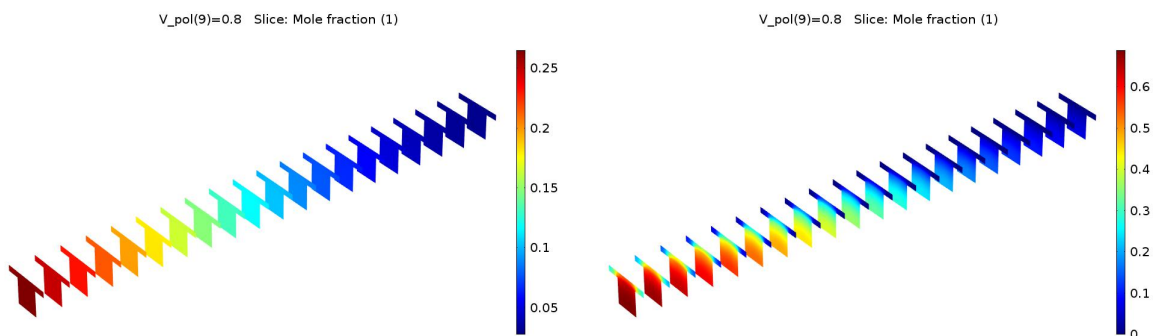
โครงสร้างตาข่าย (Computation Mesh) ที่ใช้ในการคำนวณประกอบด้วย 9,744 สมาชิก แสดงได้ดังรูป 3 ในการหาคำตอบจะใช้การหาคำตอบโดยใช้สมการควบคุม และเงื่อนไขค่าขอบ หาคำตอบพร้อมกันโดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics 5.2



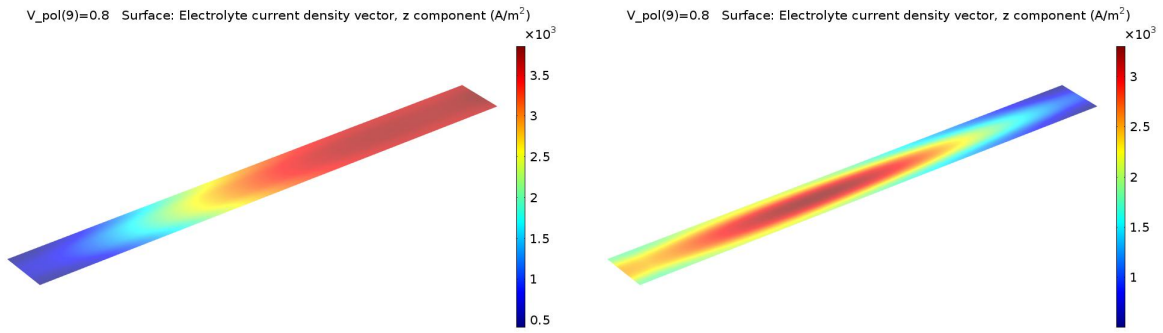
รูปที่ 3: โครงสร้างตาข่ายที่ใช้ในการคำนวณประกอบด้วย 9,744 สมาชิก

ในการศึกษาผลของสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนต่อประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง ผู้วิจัยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2 กราฟของการกระจายของสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2  $\omega_{H_2} = 0.04, 0.2$  ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 4 จะเห็นได้ว่า ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนมีค่ามากที่สุดที่บริเวณทางเข้าของของไฮโดรเจนและค่อยๆ ลดลงในลักษณะที่มีรูปแบบทำนองเดียวกันแม้ว่าค่าเริ่มต้นจะต่างกัน

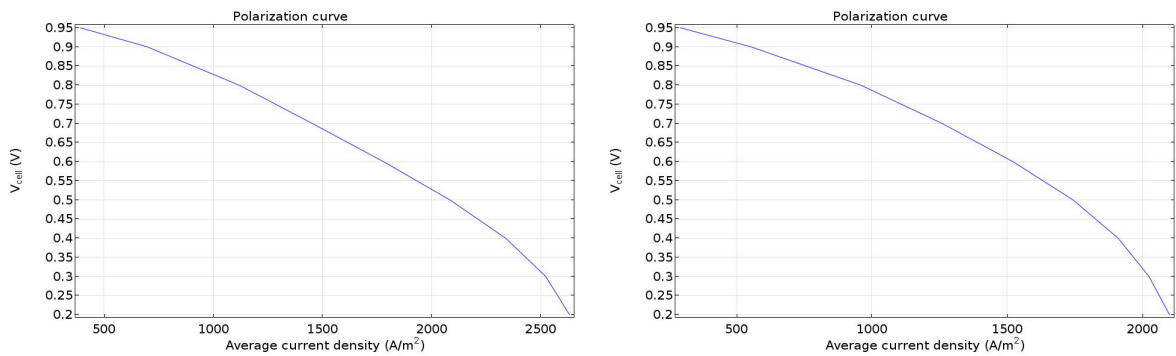
รูป 5 เป็นภาพของการกระจายของกระแสไฟฟ้า (Electrolyte Current Density) โดยกระจายจากตรงกลางเซลล์เชื้อเพลิงไปรอบนอก กระแสไฟฟ้ามีความหนาแน่นสูงที่ปลายของเซลล์เชื้อเพลิงเมื่อใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 ในขณะที่เมื่อใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.2 กระแสไฟฟ้ามีความหนาแน่นสูงที่ตรง



รูปที่ 4: สัดส่วนโมลของไฮโดรเจนโดยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2  $\omega_{H_2} = 0.04, 0.2$  ตามลำดับ



รูปที่ 5: Electrolyte current density โดยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$  ตามลำดับ



รูปที่ 6: Polarization curve โดยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$  ตามลำดับ

กลางของเซลล์เชื้อเพลิง รูป 6 แสดง Polarization curve ของเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งโดยใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 และ 0.2  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$  ตามลำดับ เมื่อใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.04 ค่าสูงสุดเฉลี่ยของกระแสไฟฟ้ามีค่าประมาณ  $2,700 \text{ A/m}^2$  ซึ่งมากกว่าเมื่อใช้ค่าสัดส่วนโมลของไฮโดรเจนเริ่มต้นเป็น 0.2 อยู่  $500 \text{ A/m}^2$ .

สำหรับการพัฒนาแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ในการศึกษาประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงชนิดออกไซด์ของแข็งที่ใช้เชื้อเพลิงชีวมวลเป็นเชื้อเพลิงเมื่อสมบัติของความพรุนของวัสดุที่ใช้ในเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์มีค่าแตกต่างกัน ผู้วิจัยปรับค่าของความพรุนเป็น  $116^{-9}$  และ  $198 \times 10^{-10}$  โดยใช้ค่าของความพรุนเป็น 0.45 ผลปรากฏว่าได้ค่าของกระแสไฟฟ้าเฉลี่ยมากที่สุดเป็น  $1223.79272 \text{ A/m}^2$  และ  $1223.00260 \text{ A/m}^2$  ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าค่าแตกต่างกันน้อยมาก อย่างไรก็ตาม ค่าความพรุนเป็นข้อมูลของวัสดุที่ใช้ทำเซลล์เชื้อเพลิงนอกเหนือจากค่าความพรุนแล้วอาจจะมีค่าอื่นๆ ที่อาจจะส่งผลต่อประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงมากกว่าค่าของความพรุนของวัสดุ

## 4 สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

จากแบบจำลองสำหรับเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็ง 3 มิติ พบว่าสามารถใช้ในการคำนวณข้อมูลภายในเซลล์เชื้อเพลิงได้ โดยใช้โปรแกรม Comsol Multiphysics จากการศึกษาผลของความพรุน พบว่าแม้ว่าค่าของความพรุนแตกต่างกันค่อนข้างมาก แต่ค่ากระแสไฟฟ้าเฉลี่ยก็ไม่ได้แตกต่างกันมากนัก ซึ่งค่าของความพรุนนั้นจะส่งผลต่อการเลือกวัสดุที่จะนำมาใช้งานในเซลล์เชื้อเพลิง นอกเหนือจากค่าความพรุนแล้วอาจจะมีค่าอื่นๆ ที่อาจจะส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงมากกว่าค่าของความพรุนของวัสดุ อีกทั้งในส่วนของผลที่ได้จากการพัฒนาแบบจำลองให้สามารถนำเชื้อเพลิงชีวมวลเข้ามาใช้ในเซลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งนั้น พบว่าสามารถคำนวณผลของสัดส่วนของไฮโดรเจนในเบื้องต้นได้อย่างไรก็ดี การใช้แบบจำลองที่ค่อนข้างซับซ้อน ใช้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ใน 3 มิติ ยังคงมีปัญหาในการหาคำตอบที่ค่อนข้างสูง โดยพบปัญหาในการหาคำตอบ และการลู่เข้าของคำตอบที่ต้องใช้เวลาในการดำเนินงานพอสมควร

## 5 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาโดยใช้ค่าความพหุนเพียง 2 ค่า ถึงแม้จะแตกต่างกันอย่างมาก แต่ไม่ส่งผลต่อประสิทธิภาพของเซลล์เชื้อเพลิงมากเท่าใด อาจจะพัฒนาผลให้ดียิ่งขึ้นโดยการปรับค่าของความพหุนให้มีความละเอียดมากขึ้น อีกทั้งในส่วนของการลู่เข้าของคำตอบ การศึกษาเชิงวิเคราะห์ การหาวิธีการใหม่ในการคำนวณอาจจะทำให้พัฒนาการหาคำตอบของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยได้

## 6 ผลผลิต (Output)

### 6.1 ผลงานตีพิมพ์

บทความที่ได้รับตีพิมพ์ 1 เรื่อง ดังนี้

Srimongkol, S. (2018). Mathematical modeling of solid oxide fuel cell fed biomass derived fuel. *Applied Mathematical Sciences*, 12(1), 37-45.

### 6.2 การผลิตบัณฑิต

1 นายกัณฑ์ภณ ชัยเสนา

นิสิตปริญญาโท กำล้งวิทยานิพนธ์

## 7 บรรณานุกรม (Bibliography)

### หนังสืออ้างอิง

- [1] Aghaie, M., Mehrpooya, M., and Pourfayaz, F. Introducing an integrated chemical looping hydrogen production, inherent carbon capture and solid oxide fuel cell biomass fueled power plant process configuration. *Energy Conversion and Management* 124 (2016), 141 -- 154.
- [2] Behling, N. H. Chapter 6 - history of solid oxide fuel cells. In *Fuel Cells*, N. H. Behling, Ed. Elsevier, 2013, pp. 223 -- 421.
- [3] Brinton, S., and Kazimi, M. A nuclear fuel cycle system dynamic model for spent fuel storage options. *Energy Conversion and Management* 74, 0 (2013), 558 -- 561.
- [4] Chavez-Baeza, C., and Sheinbaum-Pardo, C. Sustainable passenger road transport scenarios to reduce fuel consumption, air pollutants and {GHG} (greenhouse gas) emissions in the mexico city metropolitan area. *Energy* 66, 0 (2014), 624 -- 634.
- [5] Curcio, S., and Ricca, E. 5 - membrane reactors for biodiesel production. In *Membranes for Clean and Renewable Power Applications*, A. Gugliuzza and A. Basile, Eds. Woodhead Publishing, 2014, pp. 122 -- 142.
- [6] de Abrantes, R., de Assunção, J. V., Pesquero, C. R., Bruns, R. E., and Nóbrega, R. P. Emission of polycyclic aromatic hydrocarbons from gasohol and ethanol vehicles. *Atmospheric Environment* 43, 3 (2009), 648 -- 654.
- [7] Fu, M., Ding, Y., Ge, Y., Yu, L., Yin, H., Ye, W., and Liang, B. Real-world emissions of inland ships on the grand canal, china. *Atmospheric Environment* 81, 0 (2013), 222 -- 229.
- [8] Ghennam, T., Aliouane, K., Akel, F., Francois, B., and Berkouk, E. Advanced control system of {DFIG} based wind generators for reactive power production and integration in a wind farm dispatching. *Energy Conversion and Management* 105 (2015), 240 -- 250.
- [9] Holmberg, K., Andersson, P., Nylund, N.-O., Mäkelä, K., and Erdemir, A. Global energy consumption due to friction in trucks and buses. *Tribology International* 78, 0 (2014), 94 -- 114.
- [10] Hussain, M., Li, X., and Dincer, I. Mathematical modeling of transport phenomena in porous {SOFC} anodes. *International Journal of Thermal Sciences* 46, 1 (2007), 48 -- 56.

- [11] Islam, S. M. The role of renewable energy in the energy system: An issue in the philosophy of renewal of natural resources. *Energy Economics* 17, 2 (1995), 117 -- 124.
- [12] Jiang, Q., Han, Y., Tang, W., Zhu, H., Gao, C., Chen, S., Willander, M., Cao, X., and Wang, Z. L. Self-powered seawater desalination and electrolysis using flowing kinetic energy. *Nano Energy* 15 (2015), 266 -- 274.
- [13] Kasiulis, E., Punys, P., and Kofoed, J. P. Assessment of theoretical near-shore wave power potential along the lithuanian coast of the baltic sea. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 41 (2015), 134 -- 142.
- [14] Khan, T. Y., Atabani, A., Badruddin, I. A., Badarudin, A., Khayoon, M., and Triwahyono, S. Recent scenario and technologies to utilize non-edible oils for biodiesel production. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 37, 0 (2014), 840 -- 851.
- [15] Miola, A., and Ciuffo, B. Estimating air emissions from ships: Meta-analysis of modelling approaches and available data sources. *Atmospheric Environment* 45, 13 (2011), 2242 -- 2251.
- [16] Murray, R. L., and Holbert, K. E. Chapter 24 - nuclear energy future. In *Nuclear Energy (Seventh Edition)*, R. L. Murray and K. E. Holbert, Eds., seventh edition ed. Butterworth-Heinemann, Boston, 2015, pp. 427 -- 458.
- [17] Pathak, A., Sharma, M., and Bundele, M. A critical review of voltage and reactive power management of wind farms. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 51 (2015), 460 -- 471.
- [18] Pennington, C. W. Comparative population dose risks from nuclear fuel cycle closure and renewal of the commercial nuclear energy alternative in the u.s. *Progress in Nuclear Energy* 51, 2 (2009), 290 -- 296.
- [19] Pereira, P. F., Marra, M. C., Munoz, R. A., and Richter, E. M. Fast batch injection analysis system for on-site determination of ethanol in gasohol and fuel ethanol. *Talanta* 90, 0 (2012), 99 -- 102.
- [20] Plou, J., Durán, P., Herguido, J., and Peña, J. Hydrogen from bio-fuels by 'steam-iron' process: Modelling and kinetics. *International Journal of Hydrogen Energy* (2016), --.
- [21] Proost, S., and Dender, K. V. Energy and environment challenges in the transport sector. *Economics of Transportation* 1, 1-2 (2012), 77 -- 87.



- [22] Rahimi, M., Banybayat, M., Tagheie, Y., and e Sheyda, P. V. An insight on advantage of hybrid sun-wind-tracking over sun-tracking {PV} system. *Energy Conversion and Management* 105 (2015), 294 -- 302.
- [23] Robinson, A. L., Junker, H., Buckley, S. G., Sclippa, G., and Baxter, L. L. Interactions between coal and biomass when cofiring. *Symposium (International) on Combustion* 27, 1 (1998), 1351 -- 1359. Twenty-Seventh Sysposium (International) on Combustion Volume One.
- [24] Rosen, G., Dolecal, R. E., Colvin, M. A., and George, R. D. Preliminary ecotoxicity assessment of new generation alternative fuels in seawater. *Chemosphere* 104, 0 (2014), 265 -- 270.
- [25] Sahin, S., Ahmed, R., and Khan, M. J. Assessment of criticality and burn up behavior of candu reactors with nuclear waste trans uranium fuel. *Progress in Nuclear Energy* 60, 0 (2012), 19 -- 26.
- [26] Sleiti, A. K. Performance of tubular solid oxide fuel cell at reduced temperature and cathode porosity. *Journal of Power Sources* 195, 17 (2010), 5719 -- 5725.
- [27] Usón, A. A., Capilla, A. V., Bribián, I. Z., Scarpellini, S., and Sastresa, E. L. Energy efficiency in transport and mobility from an eco-efficiency viewpoint. *Energy* 36, 4 (2011), 1916 -- 1923. 5th Dubrovnik Conference on Sustainable Development of Energy, Water & Environment Systems.
- [28] Wang, Y., Zhu, Y., Chen, H., Zhang, X., Yang, L., and Liao, C. Performance analysis of a novel sun-tracking cpc heat pipe evacuated tubular collector. *Applied Thermal Engineering* 87 (2015), 381 -- 388.
- [29] Özer Can. Combustion characteristics, performance and exhaust emissions of a diesel engine fueled with a waste cooking oil biodiesel mixture. *Energy Conversion and Management* 87, 0 (2014), 676 -- 686.

## 8 ภาคผนวก (Appendix)

บทความที่ได้รับตีพิมพ์ 1 เรื่อง ดังนี้

Srimongkol, S. (2018). Mathematical modeling of solid oxide fuel cell fed biomass derived fuel.  
*Applied Mathematical Sciences*, 12(1), 37-45.

# Mathematical Modeling of Solid Oxide Fuel Cell Fed Biomass Derived Fuel

Sineenart Srimongkol

Department of Mathematics, Faculty of Science  
Burapha University, Thailand  
Centre of Excellence in Mathematics  
PERDO, CHE, Thailand

Copyright © 2018 Sineenart Srimongkol. This article is distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## Abstract

Biomass derived fuel has been widely used in Thailand. The solid oxide fuel cell can fed variety of fuels. Moreover, the experimental cost of the solid oxide fuel cell is very expensive. Therefore, the mathematical model of solid oxide fuel with biomass derived fuel is crucial. The governing equations for solid oxide fuel are the fully coupled of the current balance equations, the mass transport equations, and the Brinkman equations. Taken into account the biomass derived fuel, the chemical reactions from the gasifying process reveal that the hydrogen mole fraction is controlled. The effect of the hydrogen mole fraction is investigate. The results indicate that increase the mass fraction, the average current density is not increase. The electrolyte current density with high initial hydrogen mass fraction has the good distribution at the center of the solid oxide fuel cell than the lower one.

**Mathematics Subject Classification:** 93A30

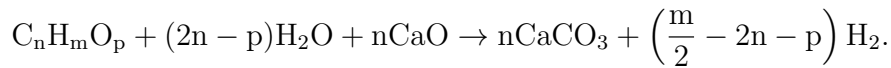
**Keywords:** Solid oxide fuel cell, Mathematical model, Biofuel, Biomass derived fuel

## 1 Introduction

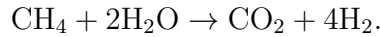
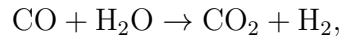
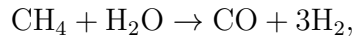
Due to the energy problem, the renewable energy such as wind power, solar energy, nuclear energy, biofuel including hydrogen energy is a possible solu-

tion [4, 9]. Fuel cell is a device using hydrogen for the electrical power. It was firstly developed in 1983 by Friderich Schnbein. Nowadays, the fuel cells research works are focused on the development of various fuel cell for powers and transportation. Fuel cell can be classified as alkaline fuel cell (AFC), phosphoric acid fuel cell (PAFC), molten carbonate fuel cell (MCFC), polymer electrolyte membrane fuel cell (PEMFC), direct methanol fuel cell (DMFC), and solid oxide fuel cell (SOFC) [5, 7, 13]. Solid oxide fuel cell has the high efficiency (50-60%), high operating temperature (650-1,000 °C) and flexibility of feeding fuels not only pure hydrogen, but also many reformat composition consisting of multi-component species maybe used as fuel, such as water (H<sub>2</sub>O), carbonmonoxide (CO), carbondioxide (CO<sub>2</sub>), including biofuel [2, 6, 10]. In Thailand, biofuel is developed due to the rich of resources [3, 8, 11, 14, 15].

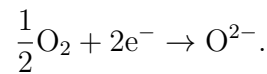
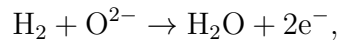
The liquid biofuel or bio ethanol or bio-oil can produce purify hydrogen by steam-iron process [1, 12]. It is gasifying as following chemical reaction,



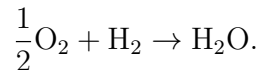
The syngas from the biomass gasifier enters the prereformer and CO is converted to H<sub>2</sub> and CO<sub>2</sub>. In the pre-reformer CH<sub>4</sub> and CO are converted into the hydrogen using the steam agent. The chemical reactions are as follow,



The chemical reactions in the solid oxide fuel cell system consist of the reaction in anode and cathode, respectively,



The overall reaction is



The flow of the chemical reaction for producing the electrical current is shown in figure 1.

From the purified hydrogen process from liquid biofuel and syngas from biomass gasifier, the hydrogen is produced. The solid oxide fuel cell will obtain the rich hydrogen from those processes. However, how much hydrogen should increase the performance of the solid oxide fuel cell? Therefore, the effect of the hydrogen mass fraction is investigated.

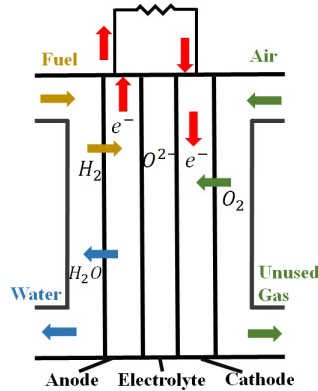


Figure 1: Solid oxide fuel cell and the flow of the chemical reaction to produce the electrical current.

## 2 Mathematical Model

Solid oxide fuel cells can produce more electrical power by increase the cells into the stack. Therefore, the performance of the solid oxide fuel cell is investigated using a single cell as shown in the figure 2 The computational domain is created

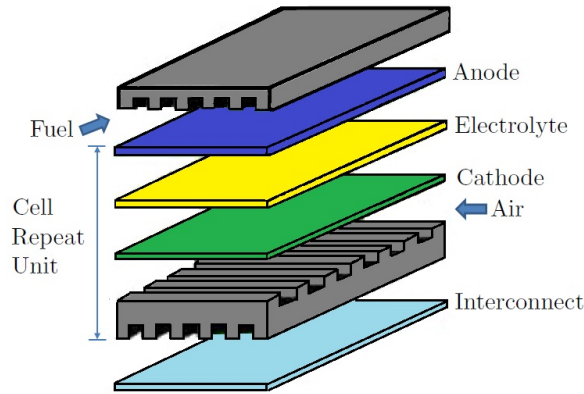


Figure 2: Three dimensional of a single cell planar solid oxide fuel cell.

as shown in the figure 3.

### 2.1 Governing Equations

The governing equations consist of Maxwell-Stefan equations as shown in equation (1)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{c}_i) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{c}_i \mathbf{u}) = -\nabla \cdot \mathbf{j}_i + \mathbf{R}_i \quad (1)$$

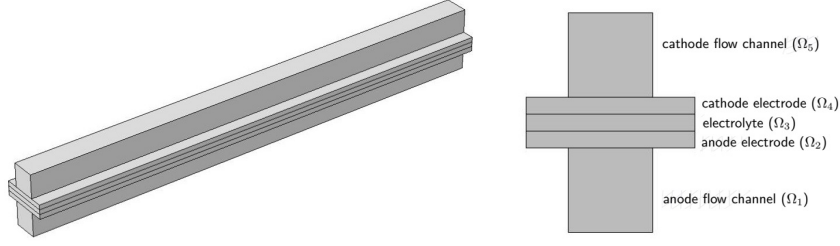


Figure 3: Configuration of a unit cell solid oxide fuel cell; anode flow channel ( $\Omega_1$ ), anode electrode ( $\Omega_2$ ), electrolyte ( $\Omega_3$ ), cathode electrode ( $\Omega_4$ ), and cathode flow channel ( $\Omega_5$ ).

where,  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) is the mixture density,  $\mathbf{u}$  ( $m/s$ ) is the mass average velocity of the mixture,  $c_i$  is the mass fraction,  $\mathbf{j}_i$  ( $kg/(m^2s)$ ) is the mass flux relative to the mass average velocity, and  $R_i$  ( $kg/(m^3s)$ ) is the rate expression describing its production or consumption.

The current balance in the electrolyte is governed by

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \mathbf{Q}, \quad \text{in } \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4 \quad (2)$$

where  $\mathbf{J}$  denotes the current density vector in the electrolyte,  $\mathbf{Q}$  can be any source or sink. Navier-Stokes equations for describing the flow in open regions, and the Brinkman equations for the flow in porous regions.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}_c) = 0, \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial t} + \rho (\mathbf{u}_c \cdot \nabla) \mathbf{u}_c = \nabla \cdot \left[ -pc\mathbf{I} + \mu \left( \nabla \mathbf{u}_c + (\nabla \mathbf{u}_c)^T \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}_c) \mathbf{I} \right] + \mathbf{F}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial (\epsilon_p \rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}_c) = Q_{br} \quad (5)$$

$$\frac{\rho}{\epsilon_p} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_c}{\partial t} + (\mathbf{u}_c \cdot \nabla) \frac{\mathbf{u}_c}{\epsilon_p} \right) \quad (6)$$

$$= \nabla \cdot \left[ -pc\mathbf{I} + \frac{\mu}{\epsilon_p} \left( \nabla \mathbf{u}_c + (\nabla \mathbf{u}_c)^T \right) - \frac{2\mu}{3\epsilon_p} (\nabla \cdot \mathbf{u}_c) \mathbf{I} \right] \quad (7)$$

$$- \left( \frac{\mu}{\kappa_{br}} + \beta_F |\mathbf{u}_c| + \frac{Q_{br}}{\epsilon_p^2} \right) \mathbf{u}_c + F \quad (8)$$

where  $\mu$  ( $kg/(m \cdot s)$ ) is the dynamic viscosity,  $\mathbf{u}_c$  ( $m/s$ ) is the velocity vector,  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) is the density,  $pc$  ( $Pa$ ) is the pressure,  $\epsilon_p$  is the porosity,  $\kappa_p$  ( $m^2$ ) is the permeability of the porous medium, and  $Q_{br}$  ( $kg/(m^3 \cdot s)$ ) is a mass source or sink.  $\beta_F |\mathbf{u}_c| \mathbf{u}_c$  is viscous force proportional to the square of the fluid velocity where  $\beta_F$  is the Forchheimer drag option ( $kg/m^4$ ).

## 2.2 Boundary Conditions

The fuel feed in the cathode and anode is counterflow, with hydrogen-rich anode gas entering from the left. For the ionic charge balance equations in cathode electrode, electrolyte, and anode electrode, the insulating boundary condition is applied on all external boundaries as shown below.

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (9)$$

For the transport of species in anode, initial mass fraction ( $\omega_{h_2}$ ) 0.04, and 0.2 are used at the left of the anode flow channel. The outflow is at the right of the anode flow channel. No flux boundary condition is applied to all external boundaries of the anode electrode and the anode flow channel as given below.

$$-\mathbf{n} \cdot (\mathbf{j}_i + \rho \mathbf{u} \omega_i) = 0. \quad (10)$$

## 3 Numerical Simulation

The computational mesh is consisted of 9,744 hexahedral elements as shown in figure 4. The numerical solutions of the fully couple equations (1) - (8) and all boundary conditions are obtained by Comsol Multiphysics 5.2.

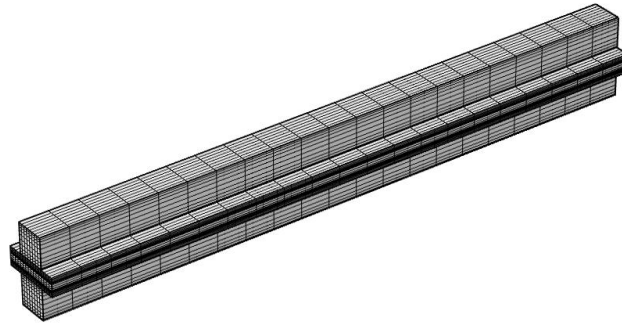


Figure 4: Computational mesh for a unit cell solid oxide fuel cell consists of 9,744 elements.

To investigate the effect of hydrogen mole fraction to the performance of solid oxide fuel cell, the hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2 are used in the initial values. The plots of the distribution of the hydrogen mole fraction in the anode electrode and anode flow channel with the initial hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2, respectively, are shown in figure 5. The highest value of the hydrogen mole fraction is at the inlet and gradually decrease with quite

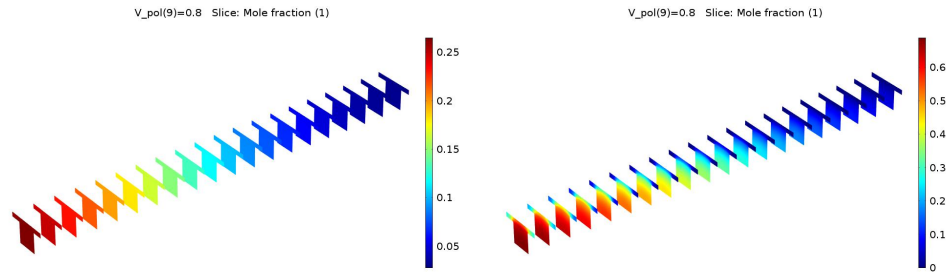


Figure 5: Hydrogen mole fraction with the initial mass fraction  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ , respectively

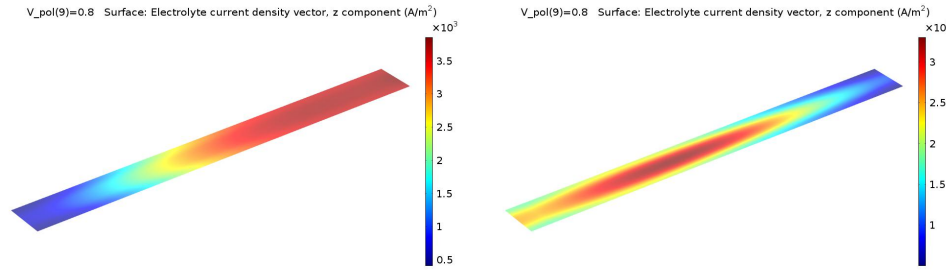


Figure 6: Electrolyte current density with the initial mass fraction  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ , respectively

same pattern for both initial values. Figure 6 is the plots of the electrolyte current density in the center of the solid oxide fuel cell with the the initial hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2, respectively. The high current density is located at the end of the solid oxide fuel cell for the initial hydrogen mole fraction 0.04 while the high current density is located at the center of the solid oxide fuel cell for the initial hydrogen mole fraction 0.2. The polarization curves of the solid oxide fuel cell with the initial hydrogen mole fraction 0.04, and 0.2, respectively, are shown in figure 7. The initial mas fraction 0.04, the maximum average current density is around  $2,700 A/m^2$  which is more than other around  $500 A/m^2$ .

## 4 Conclusion and Discussion

The variety of fuels can used for feeding solid oxide fuel cell. The biofuel of biogas are the government support fuel in Thailand. In this research, the effect of the hydrogen mass fraction is investigated when the biofuel and biogas are changed to hydrogen due to the chemical reactions. A mathematical model of solid oxide fuel cell is fully coupled the mass transport equations, the Maxwell-Stefan Equations, the Navier-Stoke Equations and the Brinkman



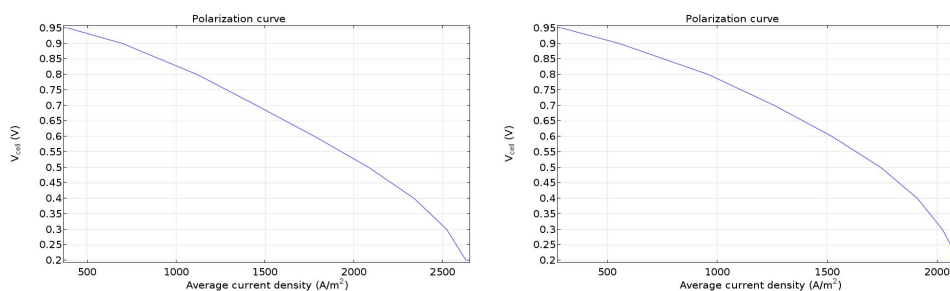


Figure 7: Polarization curve with the initial mass fraction  $\omega_{h_2} = 0.04, 0.2$ , respectively

equations with the appropriate boundary conditions. The governing equations and boundary conditions are solved using Comsol Multiphysic 5.2. The results indicate that increase the mass fraction, the average current density as shown in polarization graph is not increase. The electrolyte current density with hydrogen initial mass fraction 0.2 has the good distribution at the center of the solid oxide fuel cell. However, the initial mass fraction of hydrogen is used only 2 values. To improve the results more values of the hydrogen mole fraction have to taken into account to find the relation between hydrogen mass fraction with the performance of the solid oxide fuel.

**Acknowledgements.** This work was financially supported by the Research Grant of Burapha University through National Research Council of Thailand (Grant no.21/2560).

## References

- [1] M. Aghie, M. Mehrpooya and F. Pourfayaz, Introducing an integrated chemical looping hydrogen production, inherent carbon capture and solid oxide fuel cell biomass fueled power plant process configuration, *Energy Conversion and Management*, **124** (2016), 141 - 154. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.07.001>
- [2] L.E. Arteaga-Prez, Y. Casas-Ledon, R. Perez-Bermudez, L.M. Peralta, J. Dewulf and W. Prins, Energy and exergy analysis of a sugar cane bagasse gasifier integrated to a solid oxide fuel cell based on a quasi-equilibrium approach, *Chemical Engineering Journal*, **228** (2013), 1121 - 1132. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2013.05.077>
- [3] D.R. Bell, T. Silalertruksa, S.H. Gheewala and R. Kamens, The net cost of biofuels in Thailand: an economic analysis, *Energy Policy*, **39** (2011), 834 - 843. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2010.11.002>

- [4] W. Cai, Q. Zhou, Y. Xie, J. Liu, G. Long, S. Cheng and M. Liu, A direct carbon solid oxide fuel cell operated on a plant derived biofuel with natural catalyst, *Applied Energy*, **179** (2016), 1232 - 1241.  
<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.07.068>
- [5] S.A. Hajimolana, M. Azlan Hussain, W.M.A. Wan, M. Soroush and A. Shamiri, Mathematical modeling of solid oxide fuel cells: A review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **15** (2011), 1893 - 1917.  
<https://doi.org/10.1016/j.rser.2010.12.011>
- [6] W.T. Hong, T.H. Yen, T.D. Chung, C.N. Huang and B.D. Chen, Efficiency analyses of ethanol-fueled solid oxide fuel cell power system, *Applied Energy*, **88** (2011), 3990 - 3998.  
<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2011.03.044>
- [7] S. Kakac, A. Pramuanjaroenkij and X.Y. Zhou, A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells, *International Journal of Hydrogen Energy*, **32** (2007), 761 - 786. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2006.11.028>
- [8] N. Lecksiwilai, S.H. Gheewala, T. Silalertruksa and J. Mungkalasiri, LCA of biofuels in Thailand using thai ecological scarcity method, *Journal of Cleaner Production*, **142** (2017), 1183 - 1191.  
<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.07.054>
- [9] J. Lin, T.A. Trabold, M.R. Walluk and D.F. Smith, Bio-fuel reforming for solid oxide fuel cell applications. Part 2: Biodiesel, *International Journal of Hydrogen Energy* **39** (2014), 183 - 195.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2013.10.058>
- [10] S. Liu, W. Kong, and Z. Lin, Three-dimensional modeling of planar solid oxide fuel cells and the rib design optimization, *Journal of Power Sources*, **194** (2009), 854 - 863. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2009.06.056>
- [11] P. Nimmanterdwong, B. Chalermssinsuwan and P. Piumsomboon, Emergy evaluation of biofuels production in Thailand from different feedstocks, *Ecological Engineering*, **74** (2015), 423 - 437.  
<https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2014.11.017>
- [12] J. Plou, P. Duran, J. Herguido and J.A. Pena, Hydrogen from bio-fuels by "steam-iron" process: Modelling and kinetics, *International Journal of Hydrogen Energy*, **41** (2016), 19349 - 19356.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2016.05.127>
- [13] K. Sadik, P.J.B. Anchasa, and X.Y. Zhou, A review of numerical modeling of solid oxide fuel cells, *International Journal of Hydrogen Energy*, **32** (2007), 761 - 786. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2006.11.028>

- [14] S. Wianwiwat and J. Asafu-Adjaye, Is there a role for biofuels in promoting energy self sufficiency and security? A CGE analysis of biofuel policy in Thailand, *Energy Policy*, **55** (2013), 543 - 555.  
<https://doi.org/10.1016/j.enpol.2012.12.054>
- [15] J. Xuan, M.K.H. Leung, D.Y.C. Leung and M. Ni, A review of biomass-derived fuel processors for fuel cell systems, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **13** (2009), 1301 - 1313.  
<https://doi.org/10.1016/j.rser.2008.09.027>

**Received: December 27, 2017; Published: January 10, 2018**

## 9 ประวัตินักวิจัย

### หัวหน้าโครงการวิจัย

1. ชื่อ - นามสกุล (ภาษาไทย) นางสาวสินีนานา ศรีมงคล  
ชื่อ - นามสกุล (ภาษาอังกฤษ) Miss Sineenart Srimongkol

2. ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์

3. เวลาที่ใช้ทำวิจัย 20 ชั่วโมง/สัปดาห์

4. หน่วยงานและสถานที่ติดต่อ

หน่วยงาน ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ที่อยู่ 169 ถ. ลงหาดบางแสน ต. แสนสุข อ. เมือง จ.ชลบุรี 20131

โทรศัพท์ 0-3810-3176

โทรสาร 0-3839-3256

e-mail sineenart@buu.ac.th

5. ประวัติการศึกษา

2556-2557 Postdoctoral fellows, Department of Mathematics and  
Statistics, Faculty of Science, Curtin University, WA, Australia

2547-2551 ปริญญาตรี (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยมหิดล

2545-2547 ปริญญาโท (คณิตศาสตร์ประยุกต์) มหาวิทยาลัยมหิดล

2541-2545 ปริญญาตรี (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศิลปากร

6. สาขาวิชาที่มีความชำนาญพิเศษ Fluid Dynamics, Numerical Techniques, Mathematical Models

7. ประสบการณ์งานวิจัย

7.1 หัวหน้าโครงการวิจัย

ลำดับที่	ชื่อโครงการ	แหล่งทุน	ผลการดำเนินงาน
1	Study in Total Hip Replacement Using Mathematical Model	คณะ วิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา	ดำเนินการแล้วเสร็จ
2	Three-dimensional mathematical model of bio-mass derived fuel fed solid oxide fuel cells	ศูนย์ ความ เป็น เลิศ ด้านคณิตศาสตร์	ดำเนินการแล้วเสร็จ
3	แบบจำลองเชิงตัวเลขของเวลล์เชื้อเพลิงออกไซด์ของแข็งสำหรับการใช้งานทางทะเล	กองทุน วิจัย และ พัฒนา มหาวิทยาลัย บูรพา	ดำเนินการแล้วเสร็จ
4	ผลของความหนาของแคโทด แอโนด และอิเล็กโทรไลต์ต่อ ประสิทธิภาพของเซลล์ เชื้อเพลิงสำหรับการประยุกต์ใช้งานทางทะเล	คณะ วิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา	ดำเนินการแล้วเสร็จ

## 7.2 ผลงานวิจัยที่ทำเสร็จแล้ว

- [1] **S. Srimongkol**. Mathematical modeling of solid oxide fuel cell fed biomass derived fuel, Applied Mathematical Sciences, 2018, 12(1), 37-45.
- [2] D. Poltem, S. Ngamprawpraw, **S. Srimongkol**. Simulations of solid oxide fuel cell for the investigation of the porosity effect, Far East Journal of Mathematical Sciences, 2016, 99(11), 1677-1692. [แหล่งทุน : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา]
- [3] A. Wiwatwanich, D. Poltem, **S. Srimongkol**. A novel technique for series solutions to a class of initial value problem, Global Journal of Pure and Applied Mathematics, 2015, 11(6), 4053-4061.
- [4] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkolkul, D. Poltem. A mathematical model of solid oxide fuel cell with temperature effect for marine applications, Proceeding of The 19<sup>th</sup> International Annual Symposium on Computational Science and Engineering (ANSCSE 19), Ubon Ratchathani University, Thailand, 17-19 June, 2015, 152-158. [แหล่งทุน : กองทุนวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยบูรพา]
- [5] S. Ngamprawpraw, **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, D. Poltem, Effect of thickness of anode and cathode electrodes on the efficiency of solid oxide fuel cell, Journal of Science and Technology Mahasarakham University, 2014, 33 (6), 537-545.
- [6] J. Rattanawan, **S. Srimongkol**. The effect of cooperative learning activities with learning

- together technique on analytical thinking abilities in probability for Mathayomsuksa 5 students, Tratrakarnkhun School, Trat Province. Proceeding of Institutional Research for Sustainable Organization Development. 4-5 August 2014, Khonkean University, Thailand. pp. 114-119.
- [7] H. Tepphun, v. Pongsakchat, **S. Srimongkol**. Constructing logical thinking test. Proceeding of 6<sup>th</sup> National Science Research Conference, 20-21 March 2014, Burapha University, Thailand. pp. 120-125.
- [8] T. Komolkiat, **S. Srimongkol**. Effects of mathematics learning activities using creative problem solving process on mathematics problem solving abilities and creative thinking in application I for Mathayomsuksa I students. Proceeding of WMS Management Research National Conference. 3, May 2, 2014 Walailak University, Nakhonsrithammaraj, Thailand.
- [9] T. Pongduang, **S. Srimongkol**. Using inductive and deductive techniques to develop the cognitive concept of integration functions. Proceeding of 2013 SPUC National Conference, May 3, 2013 at Sripatum University, Chonburi, Thailand.
- [10] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, A. Pakapongpun, D. Poltem. Mathematical modeling for stress distribution in total hip arthroplasty. International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Issue 7, Volume 6, 885-892. [แหล่งทุน : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา]
- [11] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, A. Pakapongpun, S. Pleumreedaporn, D. Poltem. Mathematical modeling of fuel cell cathode with high temperature. International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Issue 6, Volume 6, 731-735. [แหล่งทุน : ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์]
- [12] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, D. Poltem. Numerical solutions of high temperature on fuel cell cathode. Proceedings of the 12th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS '12). Singapore City, Singapore. May 11-13, 2012, pp. 160-163. [แหล่งทุน : ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์]
- [13] **S. Srimongkol**, S. Rattanamongkonkul, D. Poltem. Mathematical modeling for stress distribution comparing static and dynamic loads in total hip arthroplasty. Proceedings of the 12th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS '12). Singapore City, Singapore. May 11-13, 2012, pp.47-51. [แหล่งทุน : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย-

ยาลัยบูรพา]

- [14] **S. Srimongkol**, D. Poltem. A mathematical model of a planar solid oxide fuel cell. Proceeding of International Conference in Mathematics and Applications Mahidol University (ICMA-MU 2011). Twin Towers Hotel, Bangkok, Thailand. December 17-19, 2011, pp. 341-349. [แหล่งทุน : ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์]
- [15] S. Rungrueng, **S. Srimongkol**. An on-line learning lesson on the topic of functions using BUU-LMS for Matthayom 4 students. National conference Burapha Univeristy. Burapha University. July 6-7, 2011. pp.1-10.
- [16] V. Meesuk, S. Boonya-aroonnet, **S. Srimongkol**, A. Chankarn, R. Chitradon. Sediment transport in Mahachai canal and Lung canal, Samutsakhon province. The 14th National Convention on Civil Engineering. Suranaree University of Technology. May 13-15, 2009. pp. 1281--1286.
- [17] B. Wiwatanapataphee, **S. Srimongkol**, Y. H. Wu. Modeling of PMMA bone cement flow through femoral canal and cancellous bone. International Journal of Pure and Applied Mathematics Vol. 43 No.2, 2008. pp. 295-308.
- [18] **S. Srimongkol**, B. Wiwatanapataphee, Y. H. Wu. Computer simulation of PMMA bone cement flow through femoral canal and cancellous bone. ANZIAM Journal (EMAC 2005) Vol. 47, 2006. pp. C404-C418.
- [19] **S. Srimongkol**, B. Wiwatanapataphee. A Mathematical Model and Numerical Solutions of Wave Propagation in Shallow Water, *Proc. of the 9th Annual National Symposium on Computational Science and Engineering*, Mahidol University, Thailand, 2005. pp.349-358.