

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาค้นคว้า ทฤษฎี แนวคิด ที่เกี่ยวข้อง จากนักวิชาการ และผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาหลายท่านรวมไปถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้สมการและโจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาและวิธีสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. ความหมายและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. ทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือ
5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

วิสัยทัศน์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทย และเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติ ที่จำเป็นต่อการศึกษา ต่อการประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553, หน้า 4)

จุดหมาย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุขมีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิดกับผู้เรียน เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553, หน้า 5)

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยและปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง

2. มีความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต

3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุนทรีย์ และรักการออกกำลังกาย

4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิต และการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข

5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนา สิ่งแวดล้อมมีจิตสำนึกที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคม อย่างมีความสุข

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553, หน้า 6 -7)

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรม ในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อ แลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูล ข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดย คำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรค ต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึง ผลกระทบที่เกิดขึ้น ต่อตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และ การอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและ ความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและ สภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

การจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้เป็นกระบวนการสำคัญในการนำหลักสูตรสู่การปฏิบัติ สำหรับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน เป็นหลักสูตรที่มีมาตรฐานการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียน เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็กและเยาวชน

ในการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณสมบัติตามเป้าหมายหลักสูตร ผู้สอนพยายามจัดสรรกระบวนการเรียนรู้ จัดการเรียนรู้โดยช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ผ่านสาระที่กำหนดไว้ในหลักสูตร 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ รวมทั้งปลูกฝังเสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์ พัฒนาทักษะต่าง ๆ อันเป็นสมรรถนะสำคัญให้ผู้เรียนบรรลุตามเป้าหมาย (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553, หน้า 20-22)

1. หลักการจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถตามมาตรฐานการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยยึดหลักว่า ผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด เชื่อว่าทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ยึดประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียน กระบวนการจัดการเรียนรู้ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียน สามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและพัฒนาการทางสมอง เน้นให้ความสำคัญทั้งความรู้ และคุณธรรม

2. กระบวนการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้เรียนจะต้องอาศัยกระบวนการเรียนรู้ที่หลากหลาย เป็นเครื่องมือที่จะนำพาตนเองไปสู่เป้าหมายของหลักสูตร กระบวนการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน อาทิ กระบวนการเรียนรู้แบบบูรณาการ กระบวนการสร้างความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการทางสังคม กระบวนการเผชิญสถานการณ์และแก้ปัญหา กระบวนการเรียนรู้ จากประสบการณ์จริง กระบวนการปฏิบัติ ลงมือทำจริง กระบวนการจัดการ กระบวนการวิจัย กระบวนการเรียนรู้การเรียนรู้ของตนเอง กระบวนการพัฒนาลักษณะนิสัย

กระบวนการเหล่านี้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝน พัฒนา เพราะจะสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี บรรลุเป้าหมายของหลักสูตร ดังนั้น ผู้สอนจึงจำเป็นต้องศึกษาทำความเข้าใจในกระบวนการเรียนรู้ต่าง ๆ เพื่อให้สามารถเลือกใช้ในการจัดกระบวนการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. การออกแบบการจัดการเรียนรู้

ผู้สอนต้องศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาให้เข้าใจถึงมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ และสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียน แล้วจึงพิจารณาออกแบบการจัดการเรียนรู้โดยเลือกใช้วิธีสอนและเทคนิคการสอน สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาเต็มตามศักยภาพและบรรลุตามเป้าหมายที่กำหนด

4. บทบาทของผู้สอนและผู้เรียน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีคุณภาพตามเป้าหมายของหลักสูตร ทั้งผู้สอนและผู้เรียนควรมีบทบาท ดังนี้

4.1 บทบาทของผู้สอน

- 1) ศึกษาวิเคราะห์ผู้เรียนเป็นรายบุคคล แล้วนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียน
- 2) กำหนดเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ด้านความรู้และทักษะกระบวนการ ที่เป็นความคิดรวบยอด หลักการ และความสัมพันธ์ รวมทั้งคุณลักษณะอันพึงประสงค์
- 3) ออกแบบการเรียนรู้และจัดการเรียนรู้ที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลและพัฒนาการทางสมอง เพื่อนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมาย
- 4) จัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ และดูแลช่วยเหลือผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้
- 5) จัดเตรียมและเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับกิจกรรม นำภูมิปัญญาท้องถิ่น เทคโนโลยีที่เหมาะสมมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอน
- 6) ประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียนด้วยวิธีการที่หลากหลายเหมาะสมกับธรรมชาติของวิชาและระดับพัฒนาการของผู้เรียน
- 7) วิเคราะห์ผลการประเมินมาใช้ในการซ่อมเสริมและพัฒนาผู้เรียน รวมทั้งปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของตนเอง

4.2 บทบาทของผู้เรียน

- 1) กำหนดเป้าหมาย วางแผน และรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง
- 2) เสาะแสวงหาความรู้ เข้าถึงแหล่งการเรียนรู้ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อความรู้ ตั้งคำถาม คิดหาคำตอบหรือหาแนวทางแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ

3) ลงมือปฏิบัติจริง สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง และนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

4) มีปฏิสัมพันธ์ ทำงาน ทำกิจกรรมร่วมกับกลุ่มและครู

5) ประเมินและพัฒนากระบวนการเรียนรู้ของตนเองอย่างต่อเนื่อง

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553, หน้า 56-57)

1. **จำนวนและการดำเนินการ** ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริงสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. **การวัด** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. **เรขาคณิต** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

4. **พีชคณิต** แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5. **การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** การแก้ปัญหด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียน

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553, หน้า 59)

จบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้ลึกซึ้งจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้
2. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้
5. รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้
6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีดังนี้

(กระทรวงศึกษาธิการ, 2553, หน้า 64 - 90)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

1. เขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิก ตัวเลขไทย และตัวหนังสือแสดงจำนวนนับ ศูนย์ เศษส่วน และทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง
2. เปรียบเทียบ และเรียงลำดับ จำนวนนับและ ศูนย์ เศษส่วน และทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

1. บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณ หารระคนของ จำนวนนับ และศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุ สมผลของคำตอบ
2. วิเคราะห์และแสดงวิธีหาคำตอบของ โจทย์ปัญหา และ โจทย์ปัญหาระคนของ จำนวนนับ และศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุ สมผลของคำตอบ และสร้างโจทย์ได้
3. บวกและลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

1. บอกความ สัมพันธ์ของหน่วยการวัดความยาว น้ำหนัก ปริมาตรหรือความจุ และเวลา
2. หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
3. บอกเวลาบน หน้าปัดนาฬิกา อ่านและเขียนเวลาโดย ใช้จุด และบอกระยะเวลา
4. คาดคะเนความยาว น้ำหนักปริมาตรหรือความจุ

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

1. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดความยาว การชั่ง การตวง เงิน และเวลา

2. เขียนบันทึกรายรับ รายจ่าย

3. อ่านและเขียนบันทึก กิจกรรมหรือเหตุการณ์ ที่ระบุเวลา

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

1. บอกชนิดของมุม ชื่อมุม ส่วนประกอบของมุม และเขียนสัญลักษณ์
2. บอกได้ว่าเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงคู่ใดขนานกันพร้อมทั้งใช้สัญลักษณ์

แสดงการขนาน

3. บอกส่วน ประกอบของรูปวงกลม

4. บอกได้ว่ารูปใดหรือส่วนของใดของสิ่งของมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และจำแนกได้ว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือรูปสี่เหลี่ยม ผืนผ้า

5. บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองมิติรูปใดเป็นรูปที่มีแกนสมมาตร และบอกจำนวนแกนสมมาตร

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

1. นำรูปเรขาคณิต มาประดิษฐ์เป็นวัตถุต่าง ๆ

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

1. บอกจำนวนและความสัมพันธ์ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงที่ต่อเนื่องกัน

2. บอกรูป และความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่กำหนดให้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. รวบรวมและจำแนกข้อมูล
2. อ่านข้อมูล จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง และตาราง
3. เขียนแผนภูมิรูปภาพ และแผนภูมิแท่ง

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ที่เกี่ยวข้องกับการทำการวิจัยในครั้งนี้ สรุปได้ว่าสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เป็นสาระที่ให้ผู้เรียนเกิดการคิดเป็น แก้ปัญหาได้ เสริมสร้างให้ผู้เรียนมีเหตุผล ใช้ ความรู้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย รวมไปถึงการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และกับ ศาสตร์อื่น ๆ จนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริม ให้ผู้เรียนมีสมรรถนะตรงตามหลักสูตร โดยเฉพาะในด้านการแก้ปัญหา ซึ่งตรงกับสาระที่ 4 มาตรฐานที่ 4.2 และสาระที่ 6 มาตรฐานที่ 6.1

2. แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาและวิธีสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา นักคณิตศาสตร์หลายท่านได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ต่าง ๆ กันดังนี้

Kantowski (1980, p. 195) กล่าวว่า ปัญหาคือสถานการณ์ซึ่งแต่ละบุคคล เผชิญ แล้วผู้เผชิญต้องอาศัยการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกันจึงมองเห็นแนวทางแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 64) ได้เสนอความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า (1) เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล (2) เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้ (3) สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ในสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นในปัจจุบัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2543, หน้า 2) ได้เสนอความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 7) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอจะสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถาม ที่ต้องการคำตอบ อาจอยู่ในรูปปริมาณตัวเลข ภาษา หรือคำพูด

2.1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้มากส่วนใหญ่ให้ความหมายที่มีลักษณะเด่นคล้ายคลึงกัน ดังนี้

Seztela and Nicol (1992, p.42) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องเผชิญกับสถานการณ์แปลก ๆ โดยอาศัยความต่อเนื่องของการใช้ศาสตร์ระหว่างการใช้ข้อเท็จจริง การแยกเป้าหมายและการสำรวจความเป็นไปได้ของแผนการ ในการที่จะดำเนินงานไปให้ถึงเป้าหมาย ปัญหาเป็นสถานการณ์ซึ่งในขั้นแรกแต่ละบุคคลไม่รู้วิธีการที่จะรับรองการแก้ปัญหาที่ถูกต้องได้ แล้วแต่ความต้องการของแต่ละบุคคลในการแก้ปัญหา ความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้นขึ้นอยู่กับกระบวนการตระหนักในความคิดของตน

อัมพร ม้าคอนง (2553, หน้า 25) ได้กล่าวสรุปว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณในลักษณะของโจทย์ภาษา คำพูด เรื่องราว หรือ สถานการณ์ต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใด ๆ ก็ตาม จะต้องใช้ความรู้พื้นฐาน ความเข้าใจในโจทย์ปัญหาและวิธีการที่จะแก้ปัญหา ตลอดจนความสามารถในด้านอื่น ๆ ประกอบด้วย

ศิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 13) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องวางแผน รู้จักเลือก

ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณและหลักการ กฎ หรือสูตรที่นักเรียนได้เรียนไปแล้วมาใช้ให้เหมาะสมในการแก้ ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องใช้สาระความรู้ประสบการณ์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ ผู้คิดหาคำตอบจะต้องอาศัยการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกันจึงจะมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1973, p. 77) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และ เงื่อนไข เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ สิ่งสำคัญของปัญหาแบ่งได้เป็น 2 ส่วนคือ สิ่งที่กำหนดให้ หรือสมมติฐาน และ สิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

Charles (1987, p. 11-13) ได้จำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (one-step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือ นักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ การบวก การลบ การคูณ หรือ การหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ปัญหาขั้นตอนเดียวคือการเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน (multi-step problem) มีความแตกต่างกับปัญหาขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งวิธี ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน คือ การเลือกดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่าง ๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย โดย การแบ่งปัญหาวออกเป็นปัญหาย่อย ๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟ แทนปัญหา การแก้ปัญหาประเภทนี้ ต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น การประมาณคำตอบ

การเดา และตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการแก้ปัญหาหนึ่ง อาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

4. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ (situational problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ แก่ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหา และอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำ กับข้อมูล เป็นปัญหาที่จะทำ ให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นประโยชน์ และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Kutz (1991, p. 93) ได้แบ่งประเภทปัญหาออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ 2 ประเภท คือ

1. การแก้ปัญหที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (routine problem solving) ปัญหาที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย (routine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับ โครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญห เช่น แอปเปิ้ลราคาผลละ 12 บาท ถ้าต้องการซื้อแอปเปิ้ล 8 ผล จะต้องจ่ายเงินเท่าไร
2. การแก้ปัญหที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (non - routine problem solving) ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อนหรือ ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย (non - routine problem) เป็นปัญหาหรือ โครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามักจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญห ซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญห

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่ท้าทาย และให้ความสนุกสนาน

สิริพร ทิพย์คง (2547, หน้า 19) ได้แบ่งประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาเป็นแบบฝึกทักษะ เช่น $34 \times 6 = \square$ และ $528 \times 79 = \square$ ฯลฯ ซึ่งปัญหาเช่นนี้ใช้ความรู้และทักษะการคูณ
2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่าย ๆ ที่ใช้แก้ปัญหโดยทำเพียงขั้นตอนเดียว เช่น “ในตู้ปลาของสมบัติมีปลาอยู่ 7 ตัว และในตู้ปลาของพรชัยมีปลาอยู่ 5 ตัว สมบัติมีปลามากกว่าพรชัยกี่ตัว” เขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้เป็น $7 - 5 = \square$ หรือ $5 + \square = 7$ จะเห็นว่าโจทย์ข้อนี้ใช้ความรู้เกี่ยวกับการลบเพียงอย่างเดียว
3. ปัญหาซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน เช่น “ในกล่องขนาดใหญ่จะบรรจุกล่องขนาดเล็กได้ 24 กล่อง ถ้ากล่องขนาดเล็กมีลูกปิงปอง 3 ลูก และมีร้านขาย

อุปกรณ์การกีฬาแห่งหนึ่งสั่งลูกปิงปองมาขาย 1,800 ลูก อยากทราบว่าร้านขายอุปกรณ์การกีฬาแห่งนี้ สั่งกล่องขนาดใหญ่ที่บรรจุลูกปิงปองมากี่กล่อง” โจทย์ปัญหานี้มีวิธีการทำ 2 ขั้นตอน คือ

ก. หาจำนวนของลูกปิงปองที่บรรจุอยู่ในกล่องขนาดเล็ก 24 กล่อง ซึ่งมี $24 \times 3 = 72$ ลูก ดังนั้นกล่องขนาดใหญ่ 1 กล่อง บรรจุลูกปิงปองได้ 72 ลูก

ข. หาจำนวนกล่องขนาดใหญ่ซึ่งจะเท่ากับ $1,800 \div 72 = 25$ กล่องจะเห็นว่า โจทย์ปัญหานี้ใช้ทั้งวิธีคูณและวิธีหาร

4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เช่น ชุมชนมุแทนนิสของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนสนใจสมัครเข้าแข่งขันเทนนิสทั้งหมด 15 คน จัดให้แข่งขันได้ครั้งละ 2 คน จะมีวิธีจัดการแข่งขันให้ทุกคนได้พบกันทั้งหมดกี่ครั้ง

สำหรับการแก้โจทย์ปัญหานี้ นักเรียนอาจจะไม่เคยพบปัญหาลักษณะนี้มาก่อน ดังนั้น การวาดรูป การเขียนแผนภาพหรือตารางจะช่วยให้ตัวอย่างเช่น

ตารางที่ 1 การเขียนแผนภาพการแข่งขันเทนนิสระหว่างคนสองคน

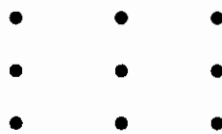
รายชื่อ	สุธี	ปรีดา	สุวรรณี	ตรีภพ	...	ส่งศักดิ์
สุธี		✓	✓	✓	...	✓
ปรีดา			✓	✓	K	✓
สุวรรณี				✓	K	✓
ตรีภพ						✓
M						
ส่งศักดิ์						

เครื่องหมาย ✓ แสดงการแข่งขันเทนนิสระหว่างคนสองคน

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่า สุธีแข่งกับปรีดา ปรีดาแข่งกับสุวรรณี สุวรรณีแข่งกับตรีภพ ตรีภพแข่งกับ....แข่งกับอภิชาติ ฯลฯ

5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ เช่น “โรงเรียนของนักเรียนใช้กระดาษไปจำนวนเท่าไรในเวลา 1 เดือน” สำหรับปัญหานี้เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องใช้วิธีการทางสถิติในการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำเสนอข้อมูล โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคิดคำนวณ ครูอาจเปลี่ยนวิธีการสอน โดยใช้คำถามมาเป็นการให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการอนุรักษ์สิ่งแวดล้อม

6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องพิจารณาเงื่อนไขของโจทย์และทดลองแก้ปัญหา เช่น จงลากส่วนของเส้นตรง 3 เส้น ให้ผ่านจุดทั้ง 9 จุดเพียงครั้งเดียวโดยไม่ยกปากกาในขณะที่ลากเส้น



ปัญหาในรูปปริศนา อาจจะเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์หรือไม่ใช่คณิตศาสตร์โดยตรงก็ได้ สำหรับโจทย์ปัญหานี้ต้องใช้การคาดเดาและทดลองลากส่วนของเส้นตรง คนบางคนชอบปัญหาในรูปปริศนา แต่คนบางคนส่วนมากจะรู้สึกว่ายาก และไม่ชอบปัญหาเหล่านี้เนื่องจากไม่ทราบคำตอบ และต้องค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ จึงทำให้รู้สึกว่ายาก และไม่สบายใจในการคิดปัญหาในรูปปริศนา

หากกล่าวสรุปได้ว่า การแบ่งประเภทขึ้นอยู่กับเกณฑ์การพิจารณาซาร์ลส์ และสิริพร ทิพย์คง แบ่งโดยยึดเนื้อหาความยาก-ง่าย และขั้นตอนวิธีการในการหาคำตอบ โพลยาแบ่งปัญหาของคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาเป็นเกณฑ์ ส่วนคัทส์ แบ่งโดย ผู้แก้ปัญหา และโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ ครูคณิตศาสตร์ ควรมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของปัญหาว่ามีตั้งแต่ง่ายจนถึงสลับซับซ้อนมาก และเป็นปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกปัญหาที่เหมาะสมกับประสบการณ์ของนักเรียน

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกปัญหาที่จะใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาประเภทไม่ธรรมดา คือเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยพบในหนังสือเรียน จะต้องใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2.3 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์พบว่า มีนักเรียนส่วนมากหาคำตอบของปัญหาได้แต่ไม่สามารถแสดงวิธีทำได้ และพบว่าสิ่งที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนที่แก้ปัญหาไม่ได้คือนักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้น แก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งก็มีนักการศึกษา นักจิตวิทยา และนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาที่สามารถทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

Lesh and Zawojewski (1987, p. 46) กล่าวถึง องค์ประกอบสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาที่พบอยู่ในชีวิตประจำวันทุกวันนี้ต้องอาศัยความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น เลขคณิต ประสพการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความรู้ทางสถิติ มาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์ปัญหา พัฒนาหนทางในการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการได้อย่างไร มีการรวบรวมข้อมูล กลั่นกรองข้อมูล และใช้ข้อมูลที่เหมาะสมประกอบการตัดสินใจในการแก้ปัญหาให้ลุล่วงไป นอกจากนั้นยังจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแสดงผลลัพธ์ สรุปผล และนำผลการวิเคราะห์ไปใช้ในรูปแบบที่เหมาะสมกับงานที่จะใช้อีกด้วย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 81-82) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบ ของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีความสามารถในการแก้ปัญหา ควรมีองค์ประกอบดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่านและฟัง การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึก เพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ ด้วยคำพูดของตนเอง
2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ เพราะนักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ทำให้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา
3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณ ได้แก่ การบวก ลบ คูณ หาร นักเรียน ควรได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา การอธิบายให้เหตุผล จะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด ต้องมีความเข้าใจในกระบวนการ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ
4. แรงจูงใจ นักเรียนผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงจูงใจที่สร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงจูงใจเกิดจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลายาวนาน ในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน
5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและกลวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ

จะเห็นได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะต้องมียุทธศาสตร์ที่สำคัญ 2 ด้าน คือ องค์ประกอบที่เกี่ยวกับนักเรียน ซึ่งได้แก่ ตัวนักเรียนเองนักเรียนต้องมีความสามารถในการอ่านโจทย์ เข้าใจโจทย์ รู้จักวิเคราะห์โจทย์ มีทักษะ มีกระบวนการในการคิดคำนวณ รู้จักตรวจสอบคำตอบสิ่งสำคัญที่สุดคือ การประยุกต์ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา องค์ประกอบอีกด้านหนึ่ง คือ องค์ประกอบที่เกี่ยวกับครูผู้สอนซึ่งได้แก่ วิธีสอนของครู เทคนิคการสอน โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ ซึ่งจะมีส่วนช่วยทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง และมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่มีความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหากับผู้แก้ปัญหา ในการนำประสบการณ์ ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดมาประยุกต์หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคหรือปัญหาที่เผชิญอยู่ เพื่อหาคำตอบของปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่ไม่น่าคุ้นเคยมาก่อน (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544, หน้า 18)

กระบวนการแก้ปัญหา (Problem solving process) กระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการที่จะพัฒนาคณิตศาสตร์ คำตอบของปัญหาจะช่วยให้ค้นพบวิธีใหม่ ๆ และยังสามารถประยุกต์วิธีการไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ (Perdikaris, 1996, p. 423) ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาไว้ ได้แก่ โพลยา (Polya, 1957, pp. 16 - 17) ได้เสนอขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) พิจารณาว่า อะไรคือข้อมูล อะไรคือสิ่งไม่รู้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา ปัญหาต้องการให้หาอะไร คำตอบของปัญหาอยู่ในรูปแบบใดแล้วจะต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขที่ให้เพียงพอจะแก้ปัญหาหรือไม่ มากเกินความจำเป็นหรือขัดแย้งกันเองหรือไม่

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหา ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ ถ้าหาความเชื่อมโยงไม่ได้ ก็อาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้ เคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ รู้ว่าปัญหามีสัมพันธ์กับอะไรหรือไม่ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานี้หรือไม่ พิจารณาส่งที่ไม่รู้ในปัญหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน หรือคล้ายกัน โดยพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคที่คุ้นเคยมาใช้กับปัญหาคที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่ ควรอ่านปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน ตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่เพิ่มเติมรายละเอียดที่จำเป็นเพื่อความชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งพบคำตอบหรือพบวิธีการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมา เพื่อดูความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจน และเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้ยังอาจปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไข เพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

Troutman and Lichtenberg (1987, pp. 4 - 7) ได้เสนอขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหามustทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาแล้วยังต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้น สิ่งสำคัญ คือการตั้งคำถามถามตัวเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

ขั้นที่ 2 กำหนดแผนในการปัญหา กำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนไว้หลาย ๆ แผนจะเป็นประโยชน์ต่อการเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่ดีที่สุด อันส่งผลต่อการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาย่างเหมาะสมที่สุด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ประเมินแผน และคำตอบ ในขั้นนี้จะมีการพิจารณาถึง ความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขในปัญหา เปรียบเทียบผลจากการลองแก้ปัญหาใหม่ด้วยวิธีการอื่น เปรียบเทียบผลของตนเองกับผลของเพื่อน ๆ

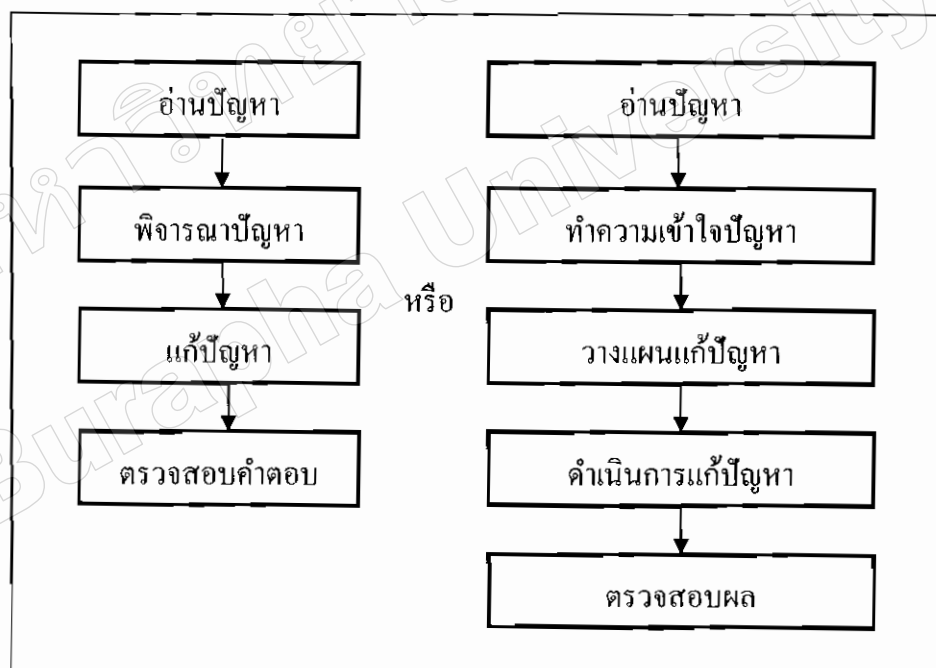
ขั้นที่ 5 ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหามustค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา การที่จะขยายปัญหาได้นั้นผู้แก้ปัญหามustเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจน การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม เสนอปัญหาใหม่ เพื่อผู้แก้ปัญหามustจะค้นหารูปแบบทั่วไป หรือกฎในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 บันทึกการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหามustจดบันทึกการแก้ปัญหามustของตนไว้ เพื่อที่จะได้รื้อฟื้นหรือทบทวน อันจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหามustครั้งต่อไป สิ่งที่ต้องจดบันทึกได้แก่ แหล่งของปัญหา ตัวปัญหามustที่กำหนด แนวคิดในการแก้ปัญหามust หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ ยุทธวิธีที่นำมาใช้ หรือสามารถจะนำมาใช้ได้ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหามust

Bell (1993, p. 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐาน และเลือกวิธีดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐาน และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบหรือชุดคำตอบที่เป็นไปได้

5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา อ่านปัญหา พิจารณาปัญหา แก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ อ่านปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบผล หรือ กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนี้ (สมเดช บุญประจักษ์, 2543, หน้า 7)



ภาพที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นเส้นตรง

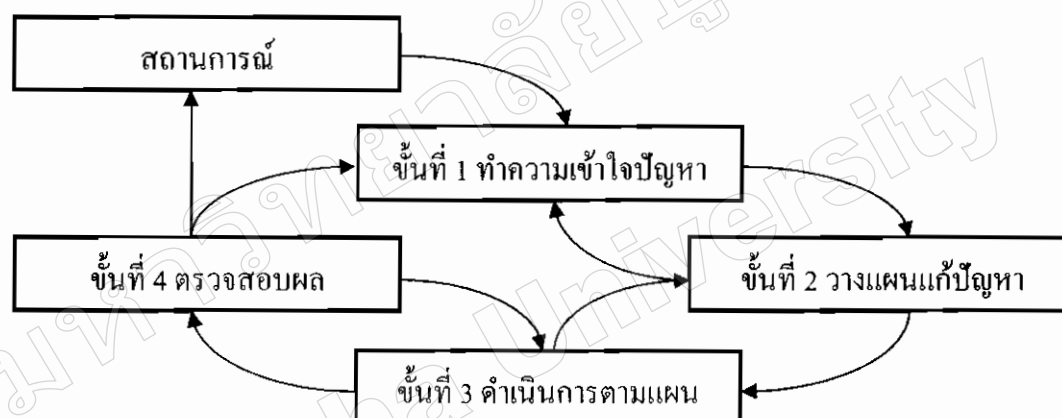
(สมเดช บุญประจักษ์, 2543, หน้า 16)

รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง การดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ทำให้เกิดการสับสนใน

การแก้ปัญหาขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง (Self-assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ มองว่ามีข้อบกพร่องดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องทำซ้ำ ๆ เป็น

การเน้นการได้มาเพียงคำตอบ จากข้อบกพร่องข้างต้น Wilson, Fernandez and Hadaway (1993, p. 60 - 62) ได้ปรับปรุงแก้ไขกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (Dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสัน และคณะ
(สสวท., 2551, หน้า 11)

จะเห็นว่า ลูกศร แสดงการตัดสินใจ ที่เป็นการทำงานจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจเป็นการพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิม หากมีปัญหาหรือข้อสงสัย จะเห็นว่า กระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อผู้เรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหาแล้วเคลื่อนไปสู่ขั้นการวางแผน ระหว่างนั้นผู้เรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ผู้เรียนอาจย้อนกลับไปยังขั้นทำความเข้าใจปัญหา และนำไปสู่ขั้นวางแผนการแก้ปัญหาอีกครั้ง หรือขณะที่ผู้เรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ ผู้เรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป Newmark (1991, p. 7) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยยึดตามแนวของโพลยา

แต่จะรวม ขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 ได้ด้วยกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาของนิวมาร์ค จึงมี 3 ขั้นคือ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยยึดกระบวนการแก้ปัญหา ที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาเดเวย์ ซึ่งมีวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังภาพที่ 2 ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหาสำหรับงานวิจัยนี้ได้รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบสุดท้ายเท่านั้น

2.5 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหานี้ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการการแก้ปัญหาคือแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด ก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ช่วยในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาก็ได้ ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้ (สสวท., 2551, หน้า 12)

2.5.1 ยุทธวิธีหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาก็เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำ จะช่วยนักเรียนในการพัฒนาความรู้เชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อน ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้ (สสวท., 2551, หน้า 13)

2.5.2 ยุทธวิธีสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะ ช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา (สสวท., 2551, หน้า 15)

2.5.3 ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกันซึ่งเคยแก้ปัญหามาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาลใหม่ (นันทชัย นวลสอาด, 2553, หน้า 2)

2.5.4 ยุทธวิธีทำย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอน

เริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้กับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ (สสวท., 2551, หน้า 27)

2.5.5 ยุทธวิธีการเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปแบบสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการหรือสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต (สสวท., 2551, หน้า 25)

2.5.6 ยุทธวิธีคาดและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด (สสวท., 2551, หน้า 23)

2.5.7 การวาดภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาวด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น (สสวท., 2551, หน้า 17)

2.5.8 การตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็น และไม่จำเป็นผู้แก้ปัญหาจึงควรต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อทำให้ข้อมูลนั้นแคบลง (นันทชัย นวลสอาด, 2553, หน้า 2)

2.5.9 ลงมือแก้ปัญหาทันทีที่พบปัญหา เป็นการลงมือกระทำตามเงื่อนไขของข้อมูลที่ให้มาแล้วจึงจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น (นันทชัย นวลสอาด, 2553, หน้า 2)

2.5.10 เปลี่ยนปัญหาที่ยากให้เป็นปัญหาย่อยกว่า โดยการลดจำนวนให้น้อยลงจนสามารถคำนวณได้ เมื่อค้นพบวิธีการที่จะแก้ปัญหาย่อยแล้วจึงนำวิธีการแก้ปัญหามาใช้กับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ขึ้น (นันทชัย นวลสอาด, 2553, หน้า 2)

2.5.11 พิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่วิเคราะห์ก่อน แล้วค่อยค้นหาหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะมีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็ไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีด้วยก็ได้ (สสวท., 2551, หน้า 20)

2.5.12 เปลี่ยนมุมมองของปัญหา เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไป จากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่ แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่น ไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจาก เดิม (นันทชัย นวลสอาด, 2553, หน้า 2)

2.5.13 ยุทธวิธีการใช้เหตุผล เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ใน ปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเราใช้การให้ เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้ บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่น ได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธี นี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต (สสวท., 2551, หน้า 37)

2.5.14 ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ง่ายกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่ง ปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆ ซึ่งเป็ การแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่ คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้ (นันทชัย นวลสอาด, 2553, หน้า 2)

2.5.15 ยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง เป็นการสร้างแบบจำลองแทนปัญหาโดยใช้ของ จริงรูปภาพหรือใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และช่วย กำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้เข้าใจมโนคติการ ดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา (นันทชัย นวลสอาด, 2553, หน้า 2)

ซึ่งในการทำวิจัยในครั้งนี้ได้ใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาสมการซึ่งประกอบไปด้วย ยุทธวิธีหาแบบรูป ยุทธวิธีสร้างตาราง ยุทธวิธีเขียนสมการ การวาดภาพ ลงมือแก้ปัญหันทันที ที่พบปัญหา ทั้งนี้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาดัง ๆ นี้จะมีส่วนช่วยให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ อย่างถูกต้องเหมาะสมกับโจทย์ปัญหา ซึ่งโจทย์ในบางข้ออาจใช้ยุทธวิธีเดียวและบางข้ออาจใช้ หลายยุทธวิธี ในการแก้สมการและโจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2.6 กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา

2.6.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแก้ปัญหา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแก้ปัญหา ได้มีนักการศึกษาหลายท่านให้แนวคิดไว้หลายลักษณะดังนี้

Richard Brannan and Oscar Schaaf (1983, p.34) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะการแก้ปัญหาไว้ว่า ผู้เรียนจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีได้ถ้าได้เรียนรู้ทักษะการแก้ปัญหาหลากหลาย และมีโอกาสที่ได้รับฝึกทักษะนอกจากนี้ เขายังได้นำเสนอการเรียนการสอนที่สนับสนุนดังกล่าวดังต่อไปนี้

1. ฝึกทักษะการแก้ปัญหามาเสมอ โดยระยะเริ่มแรกให้ฝึกยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (guess and check) ค้นหาแบบรูป (look for a pattern) และสร้างรายการอย่างเป็นระบบ ใช้เวลาวันละประมาณ 10 ถึง 15 นาที
2. จัดเตรียมบทเรียนที่ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหา ฝึกฝนและฝึกปฏิบัติเป็นประจำ
3. มีการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยพบมาก่อน หรือปัญหาที่ท้าทาย
4. พัฒนาและสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดสร้างสรรค์ โดยการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหด้วยตนเอง สนับสนุนให้ผู้เรียนได้สื่อสารกันร่วมมือกันในการแก้ปัญหา และใช้ความคิดของผู้เรียนในการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2547, หน้า 67) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแก้ปัญหา ผู้สอนควรเน้นกระบวนการและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา แทนที่จะเน้นเฉพาะการได้คำตอบที่ถูกต้องเท่านั้น ควรแสดงให้เห็นเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ความกระตือรือร้นในการช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการคำแนะนำไม่ควรขำสิ่งทีนักเรียนทำ ผิดหรือเข้าใจผิด แต่ควรอธิบายและอภิปรายซักถามให้ใช้ความคิด และใช้ความคิดรวบยอด ตลอดจนหลักการที่ถูกต้อง ที่สำคัญครูควรให้กำลังใจ ยิ้มแย้มแจ่มใส ในบางครั้งนักเรียนบางคนอาจพูดว่า “ฉันไม่ทราบว่าจะทำอย่างไร” “ฉันไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นที่ไหน” ครูอาจจะแนะนำให้อ่านโจทย์อีกครั้ง หรือให้นักเรียน 2 คนที่นั่งใกล้กันช่วยกันคิด หรือให้ช่วยกันคิดเป็นกลุ่ม ๆ โดยจัดกลุ่มละความสามารถ ซึ่งในแต่ละกลุ่มควรมีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน เมื่อคิดและสามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ครูควรกระตุ้นให้คิดค้นหาวิธีการอื่น ๆ

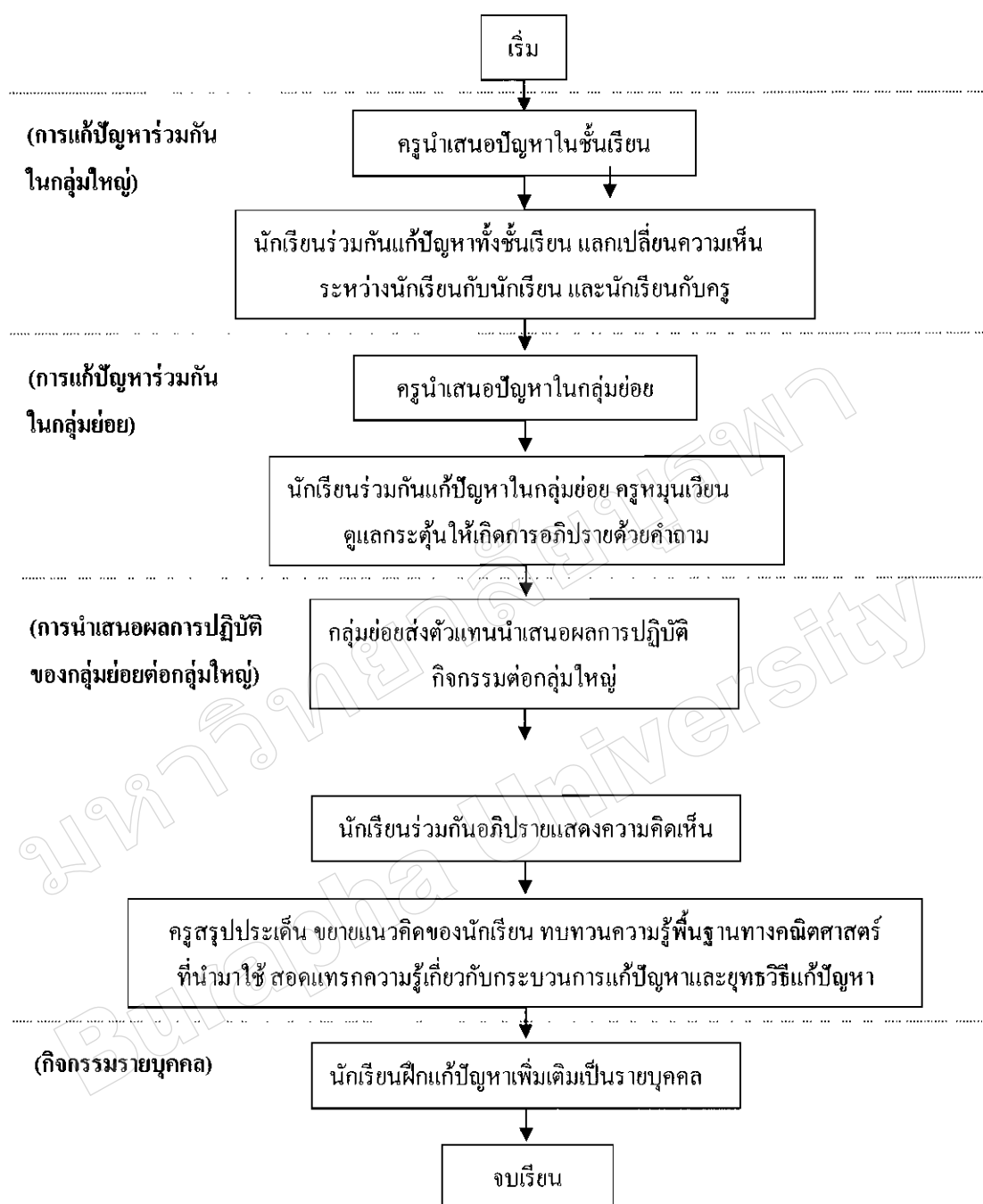
ในการแก้ปัญหามิให้ผู้เรียนมีโอกาสได้แก้ปัญหด้วยตนเอง ได้มีส่วนร่วมช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็ก หรือช่วยกันแก้ปัญหาทั้งห้อง ซึ่งอาจเริ่มต้นโดยครูจัดกลุ่มนักเรียนให้ทุกคนมีส่วนร่วมช่วยกันแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก เพื่อลดความกังวลและมีความมั่นใจในการทำใหได้คำตอบ

ในการมอบหมายการทำงานเป็นกลุ่มเล็ก ครูควรชี้แจงบทบาทของนักเรียนในการเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) ควรเอาใจใส่ดูแลโดยการเดินดูแต่ละกลุ่มทำงานและสามารถจะประเมินได้ว่านักเรียนคนใดมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังอาจกำหนดข้อตกลงกับนักเรียนว่า ครูอาจจะเรียกนักเรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มมาอธิบายวิธีการทำให้เพื่อน ๆ ในห้องฟัง และประธานของกลุ่มจะต้องรับผิดชอบการทำงานของกลุ่ม เพื่อส่งเสริมให้ทุกคนมีส่วนร่วมและได้ฝึกฝนในการทำงานเป็นกลุ่มอย่างแท้จริง

การจัดกลุ่มหากให้นักเรียนจับกลุ่มกันเอง อาจทำให้เกิดปัญหาการไม่ยอมรับซึ่งกันและกัน เกิดความขัดแย้งได้ การจัดกลุ่มนั้นครูควรคำนึงถึงลักษณะของนักเรียนที่จะทำงานร่วมกันได้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ด้วย ควรมีการปฐมนิเทศนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกลุ่มและระยะเวลาที่นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม อาจจะเป็นไปตามระยะเวลาของเนื้อหาในแต่ละบทหรือครึ่งภาคเรียน ทั้งนี้ต้องแล้วแต่ความต้องการของนักเรียนด้วย จึงไม่มีกฎเกณฑ์ตายตัวสำหรับระยะเวลาที่แต่ละกลุ่มจะทำงานร่วมกัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่ท้าทาย โดยอาจเริ่มต้นด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อนต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือ ปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยาก ซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้ผู้เรียนรู้จักคิด นอกจากนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 65) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดที่สอดคล้องการสอนกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา (Polya, 1957, p.7) โดยใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของ วิลสัน และคณะ (Wilson et al., 1993, pp. 60-63) เป็นกรอบความคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เน้นการร่วมมือกันแก้ปัญหา เพิ่มเติมขยายปัญหา และการบันทึกการแก้ปัญหา กิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแบบเปิดกว้างตามความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้โดยกำหนดขั้นตอนการตัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด
 ที่มา: ปรีชา เนาว์เย็นผล “กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา
 ปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1” ปรินญาณิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต
 สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2544

จากแนวคิดที่กล่าวมาข้างต้นเป็นแนวทางในการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอน แก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยเห็นความสำคัญที่สอดคล้องกับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ การแก้ปัญหา และเป็นการสอนให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการ แก้ปัญหาได้ แต่ครูต้องเตรียมแหล่งข้อมูลให้พร้อมที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ จากการทำ กิจกรรมกลุ่มและรายบุคคล จึงนำมาเป็นแนวทางในการทำวิจัยในครั้งนี้

2.6.2 บทบาทของครูในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1957, p.9) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการแก้ปัญหาว่า “งานที่สำคัญของครู คือการช่วยเหลือนักเรียนในขณะแก้ปัญหาและต้องการความช่วยเหลือ ในการแก้ปัญหานักเรียน ต้องการเวลาในการคิด พิจารณา วิเคราะห์คำถาม หาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ” บทบาทของครู ในการแก้ปัญหาจึงเป็นเรื่องสำคัญ และมีข้อควรคำนึงในการสอนด้วย

2.6.2.1 ในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหา มีข้อควรคำนึงดังนี้

1.1 ก่อนการแก้ปัญหา (ก) ควรอธิบายให้มองเห็นความสำคัญของการอ่านโจทย์ ปัญหา อ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง คัดขย่ที่อ่าน และให้ความสนใจกับคำ หรือข้อความที่สื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์ (ข) ควรกระตุ้นให้นักเรียนสนใจกับข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา และ พยายามทำความเข้าใจในแต่ละประโยคของโจทย์ (ค) เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่า จะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ในกรณีที่นักเรียนตอบผิด ครูควรให้กำลังใจและให้เวลานักเรียนคิด (ง) ควรทดลองแก้โจทย์ปัญหานั้นก่อน เตรียมคำถาม และวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการแก้โจทย์ ปัญหานั้น

1.2 ระหว่างการแก้ปัญหา ควรตระหนักในจุดอ่อนของนักเรียนในการแก้ปัญหา ช่วยเสนอแนะวิธีแก้ปัญหาในกรณีที่นักเรียนมีปัญหาทำไม่ได้ ช่วยกระตุ้นให้ใช้วิธีการคิดที่ แตกต่างจากวิธีที่ใช้ และให้ตรวจทานงานที่ทำหลังจากทำเสร็จแล้ว

1.3 หลังการแก้ปัญหา ควรเปิดโอกาสให้แสดงวิธีทำ อธิบายแนวคิดตลอดจนบอก คำตอบ และควรถามว่านักเรียนใช้ความรู้อะไรบ้างในการแก้ปัญหานี้

2.6.2.2 ปฏิบัติตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอน มีดังนี้

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วถาม คำถามว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงใด โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไร ในกรณีที่ทำงานเป็นกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มอาจจะช่วยกันตั้งคำถามเพื่อให้เข้าใจมากขึ้น นอกจากนั้น อาจจะเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นคำพูดของตนเอง

2.2 การวางแผนการแก้ปัญหา ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหา และถามว่าเคยเห็นโจทย์ลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเคยใช้วิธีการใด โดยการให้บอกยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้น

2.3 การดำเนินการตามแผน เมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว ควรได้รับการกระตุ้นจากครู ให้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ใช้ไม่ได้ ควรกระตุ้นให้ใช้วิธีใหม่ และให้คำแนะนำ ในกรณีที่นักเรียนต้องการความช่วยเหลือ

2.4 การตรวจสอบผล/คำตอบ ขั้นตอนนี้มีความสำคัญในการแก้ปัญหาเพราะเป็นการตรวจสอบความเข้าใจ ความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้ ครูอาจจะถามให้นักเรียนอธิบายวิธีการทำ และวิธีการต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะมีหลายวิธี

2.6.2.3 การส่งเสริมและการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2536, หน้า 165-167) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอ นั้นครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีช้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
7. ควรช่วยนักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้อ่านภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้
8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ
9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิด และทำในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน

10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยๆ หรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มา

3. ความหมายและเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Schoenfeld (1989, pp. 83-103) ได้ให้คำจำกัดความของคำว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แก่นักเรียนว่าเป็นชิ้นงาน (Task) ซึ่งมีลักษณะดังนี้

- เป็นสิ่งที่นักเรียนให้ความสนใจและประสงค์จะหาข้อยุติ
- เป็นสิ่งที่นักเรียนยังไม่มีวิธีทางสำเร็จรูปที่จะได้ข้อยุติหรือแก้หาคำตอบได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2543, หน้า 1) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นสถานการณ์ที่บุคคล หรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่าง ๆ ที่มีอยู่ผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

ชั้นกมล กมลานนท์ (2546, หน้า 25) ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาหมายถึงความสามารถในการนำเอาประสบการณ์เดิมมาใช้ในกับปัญหาที่ประสบใหม่ เพื่อศึกษาหรือหาทางออกให้กับปัญหาที่ประสบใหม่นั้น

จากแนวคิดดังกล่าว สรุปได้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือความสามารถในการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เผชิญอยู่จนด้วยวิธีการต่าง ๆ จนสามารถได้แนวคิดและคำตอบของปัญหา

3.2 เกณฑ์การให้คะแนนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2547, หน้า 113) การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ควรจะมีวิธีการที่มากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาคควรมี ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา
 - 2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
 - 1 คะแนน สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง
 - 0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
 - 2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูก

- 1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
- 0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
- 2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
- 1 คะแนน สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหามบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
- 0 คะแนน สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การตอบ
- 2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
- 1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
- 0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 205 – 206, 208) ได้เสนอวิธีการตรวจสอบความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ โดยแบ่งการให้คะแนนเป็น 3 ด้าน คือ

- 1.1 ด้านการกำหนดตัวแปรและสมการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา

ตารางที่ 2 แสดงคะแนนด้านการกำหนดตัวแปรและสมการที่นำไปสู่การแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
กำหนดตัวแปรที่นำไปสู่การหาคำตอบได้ และเขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขในโจทย์ได้ถูกต้อง	10
กำหนดตัวแปรที่นำไปสู่การหาคำตอบได้ และเขียนแสดงเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรได้ครบ แต่ไม่ได้เขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขในโจทย์ได้ไม่ถูกต้อง	5
กำหนดตัวแปรที่นำไปสู่การหาคำตอบได้ และเขียนแสดงเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรได้บางส่วน แต่ไม่ได้เขียนสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขในโจทย์ได้ไม่ถูกต้อง	3
กำหนดตัวแปรที่นำไปสู่การหาคำตอบได้ แต่ไม่ได้ดำเนินการในขั้นตอนต่อไปหรือดำเนินการไม่ถูกต้อง	2
ไม่แสดงวิธีทำ หรือแสดงวิธีทำที่ไม่ตรงตามเงื่อนไขในโจทย์ หรือคำตอบ	0

1.2 ด้านการแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปร

ตารางที่ 3 แสดงคะแนนด้านการแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปร

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
แสดงการคำนวณ และหาค่าของตัวแปรได้ถูกต้อง	5
แสดงการคำนวณส่วนใหญ่ที่นำไปสู่การหาค่าของตัวแปรได้ แต่ไม่ได้ระบุค่าของตัวแปรหรือระบุไม่ถูกต้อง	3
แสดงการคำนวณเพียงเล็กน้อยหรือไม่แสดงการคำนวณ แต่ระบุค่าของตัวแปรได้ถูกต้อง	2
แสดงการคำนวณเพียงเล็กน้อยหรือไม่แสดงการคำนวณ ไม่ระบุค่าของตัวแปรหรือระบุไม่ถูกต้อง	0

1.3 ด้านการตรวจสอบและสรุปคำตอบ

ตารางที่ 4 แสดงคะแนนการตรวจสอบและสรุปคำตอบ

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
แสดงการตรวจสอบค่าของตัวแปรกับเงื่อนไขในโจทย์ และสรุปคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง	5
แสดงการตรวจสอบค่าของตัวแปรกับเงื่อนไขในโจทย์ แต่ไม่สรุปคำตอบของโจทย์ปัญหาหรือสรุปไม่ถูกต้อง	3
สรุปคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่แสดงการตรวจสอบค่าของตัวแปรกับเงื่อนไขในโจทย์หรือแสดงการตรวจสอบค่าตัวแปรกับสมการที่กำหนดขึ้นมาหรือแสดงการตรวจสอบค่าของตัวแปรไม่ถูกต้อง	2
ไม่แสดงการตรวจสอบค่าของตัวแปรหรือแสดงการตรวจสอบค่าของตัวแปรไม่ถูกต้อง ไม่สรุปคำตอบของโจทย์ปัญหาหรือสรุปไม่ถูกต้อง	0

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม คือ

ตารางที่ 5 แสดงคะแนนการให้คะแนนแบบองค์รวม

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบได้ถูกต้อง สามารถแสดงข้อมูลเปรียบเทียบและอธิบายได้อย่างชัดเจนได้	4
ตอบได้ถูกต้อง สามารถแสดงข้อมูลเปรียบเทียบและอธิบายพอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน	3
ตอบได้ถูกต้อง สามารถแสดงข้อมูลเปรียบเทียบและอธิบายพอสื่อให้เข้าใจได้เป็นบางส่วน	2
ตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถแสดงข้อมูล เปรียบเทียบและอธิบายได้ หรือตอบไม่ถูกต้อง แต่สามารถแสดงข้อมูลเปรียบเทียบหรืออธิบายพอสื่อให้เข้าใจได้ เป็นบางส่วน	1
ตอบไม่ถูกต้อง ไม่สามารถแสดงข้อมูลเปรียบเทียบและอธิบายได้ หรืออธิบายผิด	0

จากเกณฑ์การให้คะแนนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยได้เลือกการให้คะแนนแบบองค์รวมของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เนื่องจากเกณฑ์การให้คะแนนนั้นครอบคลุมวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งลดความผิดพลาดในการให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ในด้านต่าง ๆ หลากหลายอีกด้วย

4. ทฤษฎีการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Theory of Cooperative or Collaborative Learning)

4.1 ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

Artzt and Newman (1990, pp. 448 – 449) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นวิธีที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความสำคัญต่อความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่ม เพื่อบรรลุเป้าหมายสมาชิกทุกคนจึงช่วยเหลือซึ่งกันและกันให้เกิดการเรียนรู้และแก้ปัญหาครูไม่ใช่เป็นแหล่งความรู้ที่คอยป้อนแก่นักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือจัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนตัวนักเรียนเองจะเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกัน กระบวนการเรียนรู้

Johnson and Johnson (1991, pp. 6-7) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นการเรียนที่จัดขึ้นโดยการคละกันระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถต่างกันนักเรียนทำงานร่วมกันและช่วยเหลือกันเพื่อให้กลุ่มของตนประสบผลสำเร็จในการเรียน

Slavin (1995, pp. 2 – 7) ได้ให้ความหมายว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีสอน ที่นำไปประยุกต์ใช้ได้หลายวิชาและหลายระดับชั้น โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยโดยทั่วไปมีสมาชิก 4 คน ที่มีความสามารถแตกต่างกันเป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน นักเรียนในกลุ่มที่ต้องเรียนและรับผิดชอบงานกลุ่มร่วมกัน นักเรียนจะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อเพื่อนสมาชิกในกลุ่มทุกคนประสบผลสำเร็จบรรลุเป้าหมายร่วมกัน จึงทำให้นักเรียนช่วยเหลือพึ่งพากัน และสมาชิกในกลุ่มจะได้รับรางวัลร่วมกัน เมื่อกลุ่มทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้

พิมพ์พันธ์ เฉชะคุปต์ (2544, หน้า 6) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีสอนแบบหนึ่ง โดยกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานพร้อมกันเป็นกลุ่มขนาดเล็กโดยทุกคนมีความรับผิดชอบงานของตนเอง และงานส่วนรวมร่วมกันมีปฏิสัมพันธ์กันและกันมีทักษะการทำงานกลุ่ม เพื่อให้งานบรรลุเป้าหมาย ส่งผลให้เกิดความพอใจอันเป็นลักษณะเฉพาะของกลุ่มร่วมมือ

ราชบัณฑิตสถาน (2551, หน้า 41) ได้ให้ความหมายว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ยึดหลักให้ผู้เรียนช่วยกันเรียนรู้โดยพึ่งพากัน มีปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดใช้ทักษะทางสังคมในการทำงานร่วมกัน มีการวิเคราะห์กระบวนการทำงานกลุ่มและการตรวจสอบผลการเรียนรู้เป็นรายบุคคล

สุกนิดา ปุสุรินทร์คำ (2552, หน้า 28) การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning and Collaborative Learning) คือ การเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งเป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนรูปแบบหนึ่ง ที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติงานเป็นกลุ่มย่อย โดยมีสมาชิกกลุ่มที่มีความสามารถที่แตกต่างกัน เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพการเรียนรู้ของแต่ละคน สนับสนุนให้มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันจนบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ นอกจากนี้ ยังเป็นการส่งเสริมการทำงานร่วมกันเป็นหมู่คณะ หรือทีม ตามระบอบประชาธิปไตย และเป็นการพัฒนาความฉลาดทางอารมณ์ ทำให้สามารถปรับตัวอยู่กับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

ทิสนา แยมมณี (2552, หน้า 63) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือคือ การเรียนที่มีวัตถุประสงค์ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่ศึกษาอย่างมากที่สุด โดยอาศัยการร่วมมือกันช่วยเหลือกันและแลกเปลี่ยนความรู้กัน ระหว่างกลุ่มผู้เรียนด้วยกัน ความแตกต่างของรูปแบบแต่ละรูปแบบจะอยู่ที่เทคนิคในการศึกษา เนื้อหาสาระและวิธีการเสริมแรงและการให้รางวัลเป็นประการสำคัญ

จากความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือข้างต้น สรุปได้ว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกระบวนการเรียนรู้โดยกลุ่มผู้เรียนเล็ก ๆ ที่มีความรู้ความสามารถที่แตกต่างกัน ทำงานตามที่ได้รับมอบหมายเพื่อให้บรรลุผลสำเร็จ เพื่อให้เกิดกระบวนการเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รู้จักการทำงานเป็นทีม โดยครูเป็นผู้แนะนำและส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ตรงตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

4.2 รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning)

Johnson and Johnson (1994, p.127) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่ได้รับความนิยมอย่างกว้างขวาง มีทั้งหมด 8 รูปแบบ ได้แก่

4.2.1 รูปแบบแอล.ที. (LT) หรือ Learning Together

รูปแบบแอล.ที. (LT) หรือ การเรียนด้วยกัน (Learning Together) David Johnson and Robert Johnson (1991, p.143) ได้เสนอการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนด้วยกัน ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มีความคล้ายคลึงกับรูปแบบการสอนแบบสืบสวนสอบสวน (Group Investigation) ซึ่งรูปแบบการเรียนด้วยกันนี้ จะแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มละความสามารถ เน้นการสร้างกลุ่มเพื่อทำกิจกรรมก่อนที่จะทำงานร่วมกันจริง และเน้นการอภิปรายในกลุ่มว่า สมาชิกทำงานช่วยกันได้ดีเพียงใด

4.2.1.1 การเรียนรู้แบบการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนด้วยกัน มีลักษณะการเรียนรู้ ดังนี้

1. ครูกำหนดโครงการให้นักเรียนทำ ซึ่งเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อนกำหนดว่าให้ทำโครงการอะไร แต่ไม่ได้กำหนดรายละเอียดของงาน เพื่อให้นักเรียนได้มีความคิดสร้างสรรค์ผลงานเอง อาจจะเป็นโครงการขนาดใหญ่ที่ต้องทำทั้งชั้นเรียน แต่ต้องมีการแบ่งงานกันทำในส่วนต่าง ๆ และนำมารวมกัน และจะต้องรับรู้ในงานส่วนอื่น ๆ ของเพื่อนนักเรียนคนอื่นที่ทำได้ด้วย

2. การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยความสามารถ ซึ่งแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 – 5 คนและทำโครงการตามที่ครูได้กำหนดไว้ให้ จากนั้นร่วมกันวางแผนการทำงาน มอบหมายบทบาทหน้าที่ของแต่ละคนให้ชัดเจน

3. โครงการที่ทำนั้นมีลักษณะที่เกิดจากความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียน สมาชิกกลุ่มมีความรับผิดชอบในงานส่วนของตนเอง เมื่องานในส่วนของตนเองเสร็จแล้ว จะนำงานของทุกคนมารวมเป็นงานของกลุ่ม ดังนั้นความสำเร็จของกลุ่มเกิดจากความร่วมมือของสมาชิกกลุ่มทุกคน

4. มีการนำเสนอผลงานเมื่องานเสร็จสิ้นลง โดยสมาชิกกลุ่มได้ร่วมปรึกษาดังวิธีการนำเสนอผลงานและวิธีการทำงานของกลุ่ม

5. ครูเป็นผู้ประเมินผลการทำงานของกลุ่ม โดยเน้นผลงานและกระบวนการทำงาน ซึ่งมีวิธีการประเมิน โดยคัดเลือกตัวแทนกลุ่มออกมาสอบถามเกี่ยวกับงานที่ได้ทำ และกระบวนการทำงานของกลุ่ม

4.2.2 รูปแบบ เอ.ซี. (AC) หรือ Academic Controversy

รูปแบบ เอ.ซี. (AC) หรือ การเรียนรู้แบบกลุ่มย่อยโดยจัดกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ของนักเรียนที่เรียนรู้เกี่ยวกับปัญหาจากความคิดที่หลากหลายมุมมองซึ่งเป็นเทคนิคการโต้แย้งทางวิชาการเพื่อกระตุ้นนักเรียนให้เกิดความขัดแย้งโดยที่นักเรียนแสวงหาความรู้แล้วหาข้อสรุปร่วมกัน

นักเรียนที่ได้เรียนรู้จากกิจกรรมดังกล่าวเพื่อนำไปใช้ในการตัดสินใจและทักษะการแก้ปัญหาเมื่อพูดถึงหัวข้อที่มีความสำคัญกับพวกเขาซึ่งแตกต่างจากการอภิปรายโดยทั่วไปแล้วบังคับให้ตัดสินใจระหว่างสองความคิดที่แตกต่าง ทั้งนี้เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเปิดเผยความรู้และช่วยให้นักเรียนแสวงหาความรู้ได้ด้วยตนเอง

4.2.3 รูปแบบ เอส.ที.เอ.ดี. (STAD) หรือ Student-Team-Achievement- Divisions

รูปแบบ เอส.ที.เอ.ดี. (STAD) หรือ การเรียนการสอนแบบกลุ่มแข่งขันแบบแบ่งตามผลสัมฤทธิ์ (Student Teams – Achievement Divisions หรือ STAD) Slavin Robert (1990, p.151) ได้เสนอการเรียนการสอนตามรูปแบบ STAD ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้ร่วมกับกิจกรรมการเรียนการสอนรูปแบบอื่น ๆ หรือหลังจากที่ครูได้สอนผู้เรียนทั้งชั้นไปแล้วและต้องการให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า ร่วมกันภายในกลุ่มสืบเนื่องจากสิ่งที่ครูได้สอนไป ซึ่งใช้ได้กับทุกวิชาที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในสิ่งที่เรียนข้อเท็จจริง เกิดความคิดรวบยอด ค้นหาสิ่งที่มีคำตอบ ชัดเจน แน่นนอน

4.2.3.1 การเรียนการสอนตามรูปแบบ STAD มีลักษณะการเรียนรู้ ดังนี้

1. ครูอธิบายงานที่ต้องทำในกลุ่ม ลักษณะการเรียนรู้ภายในกลุ่ม กฎ กติกา ข้อตกลงในการทำงานกลุ่ม ได้แก่

1.1 ผู้เรียนมีความรับผิดชอบในการช่วยเหลือกันและกัน เพื่อให้เพื่อนเกิดการเรียนรู้

1.2 งานกลุ่มเสร็จ คือ การที่สมาชิกทุกคนทำงานที่ได้รับมอบหมายเสร็จสิ้น และเข้าใจในงานที่ทำอย่างชัดเจน

1.3 หากมีปัญหาอะไร ให้ปรึกษาหรือถามเพื่อนในกลุ่มก่อนที่จะถามครู

1.4 ศึกษาและทำงานกันเงียบ ๆ ไม่รบกวนกลุ่มอื่น

1.5 เมื่อทำงานเสร็จนั้นคือทุกคนในกลุ่มพร้อมได้รับการทดสอบ หรือการประเมินจากครู

2. ครูเป็นผู้กำหนดกลุ่ม โดยผู้เรียนจะได้รับมอบหมายให้อยู่ในกลุ่มเฉพาะ ระยะเวลาความสามารถ ในกลุ่มหนึ่งจะมีสมาชิกจำนวน 4 – 5 คน หรือขึ้นอยู่กับจำนวนหัวข้อที่ให้ผู้เรียนได้ศึกษา

3. หลังจากที่ผู้สอนได้สอนเนื้อหาตามบทเรียนแล้ว มีการมอบหมายใบงาน/แบบฝึกหัดให้ผู้เรียนได้ศึกษาด้วยกันในกลุ่มของตนเอง และผู้เรียนต้องพยายามที่จะช่วยเหลือให้สมาชิกทุกคนเข้าใจในเนื้อหาทั้งหมด และร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบตามใบงาน/แบบฝึกหัดที่ผู้เรียนแต่ละคน ได้คิดคำตอบขึ้นมา และอภิปรายร่วมกันเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

4. มีการประเมินในสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนไป โดยทดสอบคะแนนเป็นรายบุคคล และนำคะแนนของแต่ละคนในกลุ่มมารวมเป็นคะแนนของกลุ่มและหาค่าเฉลี่ย กลุ่มที่มีคะแนนถึงเกณฑ์ที่กำหนดจะได้รับรางวัล (Rewards) หรือมีการประกาศผลในที่สาธารณะ เช่นบอร์ดของโรงเรียน หรือวารสารของ โรงเรียน

4.2.3.2 องค์ประกอบของรูปแบบ STAD

1. การนำเสนอบทเรียน (Class Presentation) เป็นการนำเสนอความคิดรวบยอดใหม่หรือบทเรียนใหม่โดยส่วนมากแล้วจะเป็นวิธีการสอนโดยตรงของผู้สอน ด้วยการบรรยาย การอภิปราย รวมไปถึงการนำเสนอแบบโสตทัศน (Audiovisual Presentation) ในการนำเสนอความคิดรวบยอดหรือบทเรียน

2. การจัดกลุ่ม (Teams) จะจัดผู้เรียนเป็นกลุ่ม ประกอบด้วยสมาชิกกลุ่มละ 4 – 5 คน ผู้เรียนแต่ละกลุ่มจะแบ่งแบบความสามารถในด้านต่าง ๆ เพื่อร่วมกันศึกษาเนื้อหา และปฏิบัติตามกติกาการเรียนรู้แบบร่วมมือ ในบทบาทต่าง ๆ เช่น เป็นผู้หาคำตอบ เป็นผู้สนับสนุน และเป็นผู้จับบันทึก การแบ่งกลุ่มลักษณะนี้ จุดประสงค์หลักเพื่อการเรียนรู้ร่วมกันของผู้เรียน ซึ่งสมาชิกทุกคนในกลุ่มมีการช่วยเหลือกันเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ มีปฏิสัมพันธ์ที่ดีภายในกลุ่ม มีการนับถือตนเองและยอมรับต่อกัน จึงทำให้เกิดความรู้สึกผูกพันกัน

3. การทดสอบ (Quizzes) หลังจากที่ผู้สอนได้เสนอบทเรียนไปแล้ว 1 – 2 คาบ จะมีการทดสอบผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยไม่เปิดโอกาสให้ปรึกษากันในระหว่างทำการทดสอบ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว ดังนั้นผู้เรียนแต่ละคนจึงต้องมีความรับผิดชอบต่อตัวเองในการรับความรู้จากผู้สอนและเพื่อน

4. คะแนนพัฒนาการรายบุคคล (Individual Improvement Scores) แนวคิดหลัก

ของการให้คะแนนแบบนี้ ก็เพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคนบรรลุวัตถุประสงค์หรือเพื่อแสดงออกซึ่งความสามารถของตนเองให้ดีกว่าครั้งก่อน ผู้เรียนแต่ละคนก็สามารถทำคะแนนสูงสุดให้กลุ่มตนได้ด้วยวิธีนี้ นักเรียนแต่ละคนจะมีคะแนนพื้นฐาน ซึ่งคิดมาจากคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบหลาย ๆ ครั้ง

5. การตระหนักถึงความสำเร็จของกลุ่ม (Team Recognition) กลุ่มจะได้รับรางวัลก็ต่อเมื่อกลุ่มนั้นได้รับความสำเร็จเหนือกลุ่มอื่น ซึ่งจะตัดสินด้วยคะแนนที่ได้มาจากการทำแบบทดสอบของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม แล้วคิดเป็นคะแนนพัฒนานำมาเฉลี่ยเป็นคะแนนของกลุ่ม

4.2.4 รูปแบบ ที.จี.ที. (TGT) หรือ Team-Games-Tournaments

รูปแบบ ที.จี.ที. (TGT) หรือ การแข่งขันระหว่างกลุ่มด้วยเกม (Team Game Tournament หรือ TGT.) Johnson and Johnson (1994, p.129) ได้เสนอการเรียนการสอนตามรูปแบบการแข่งขันระหว่างกลุ่มด้วยเกม ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้เรียนในกลุ่มเล็ก ๆ ครอบคลุมความสามารถและเพศ เช่นเดียวกับรูปแบบการเรียนการสอนแบบกลุ่มแข่งขันแบบแบ่งตามผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยมีความแตกต่างกันที่การเข้าร่วมกลุ่มจะมีลักษณะถาวรกว่า โดยสมาชิกแต่ละคนของกลุ่มหนึ่ง ๆ ต้องแข่งขันตอบคำถามกับสมาชิกของกลุ่มอื่นที่โต๊ะแข่ง (Tournament Tables) เป็นรายสัปดาห์ โดยนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์เดียวกันจะแข่งขันกันเพื่อทำคะแนนให้กลุ่มของตน

4.2.4.1 การเรียนรู้แบบการเรียนการสอนตามรูปแบบการแข่งขันระหว่างกลุ่มด้วยเกม มีลักษณะการเรียนรู้ ดังนี้

1. การจัดผู้เรียนเข้ากลุ่ม โดยให้ผู้เรียนที่มีระดับความสามารถใกล้เคียงกันอยู่กลุ่มเดียวกันซึ่งแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 – 5 คน โดยสมาชิกของกลุ่มจะร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมตามกติกาของการจัดการเรียนการสอน ช่วยเหลือกันเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ และสมาชิกทุกคนต้องพยายามทำให้ดีที่สุดเพื่อความสำเร็จร่วมกันของกลุ่ม

2. กำหนดให้ผู้เรียนในแต่ละกลุ่มแข่งขันกันตอบคำถามหรือ โจทย์ที่ครูเตรียมไว้ให้โดยแต่ละโต๊ะจะมีโจทย์คำถามที่มีระดับความยากง่ายไม่เหมือนกัน ตามระดับความสามารถในกลุ่มของผู้เรียนที่แข่งขันด้วยกันนั้น

3. จะจัดการแข่งขันที่รอบก็ได้ แต่ละรอบจะใช้โจทย์คำถามที่ข้อก็ได้ แต่ไม่ควรมากเกินไปปกติจะใช้เวลาในการแข่งขันรอบหนึ่ง ๆ ประมาณ 10 – 15 นาที การแข่งขันในแต่ละรอบจะมีการเปลี่ยนโจทย์คำถามเป็นชุดใหม่ทุกครั้ง

4. ในการแข่งขันจะมีกติกาที่ชัดเจน และเมื่อสิ้นสุดการแข่งขันในแต่ละรอบจะมีการย้ายหรือเปลี่ยนผู้เรียนไปแข่งขันยังโต๊ะอื่น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทำโจทย์ที่เหมาะสมกับความสามารถของเขามากยิ่งขึ้น

5. เมื่อแข่งขันครบทุกรอบตามที่กำหนดไว้ มีการประเมินความสำเร็จของกลุ่ม โดยการนำคะแนนที่สมาชิกไปแข่งขันมารวมเป็นคะแนนของกลุ่ม และหาค่าเฉลี่ย กลุ่มที่มีคะแนน หรือค่าเฉลี่ยสูงสุดจะได้รับการยอมรับให้เป็นทีมชนะเลิศ และทีมที่ได้อันดับรองชนะเลิศลงมา หลังจากนั้นให้มีการประกาศผลการแข่งขันในที่สาธารณะ เช่น บอร์ดในชั้นเรียน บอร์ดของ โรงเรียน หรือวารสารของ โรงเรียน และมีการบันทึกสถิติไว้ด้วย

4.2.5 รูปแบบ จี.ไอ. (GI) หรือ Group Investigation

รูปแบบ จี.ไอ. (GI) หรือ การสืบสวนสอบสวนเป็นกลุ่ม (Group Investigations) Johnson and Johnson (1994, p.130) ได้เสนอรูปแบบการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งการจัดการเรียนการสอนรูปแบบนี้ เน้นการสร้างบรรยากาศการทำงานร่วมกัน เพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นกลุ่มนี้ เป็นโครงสร้างการเรียนรู้ที่เน้นความสำคัญของทักษะ การคิดระดับสูง เช่น การวิเคราะห์และการประเมินผล ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่มเล็ก ๆ โดยใช้การสืบค้นแบบร่วมมือกันเพื่อการอภิปรายเป็นกลุ่ม รวมทั้งวางแผนเพื่อผลิตโครงการของกลุ่ม

4.2.5.1 การสืบสวนสอบสวนเป็นกลุ่ม มีลักษณะการเรียนรู้ ดังนี้

1. ผู้เรียนร่วมกันเสนอหัวข้อหรือประเด็นที่ต้องการศึกษา ค้นคว้าจากสิ่งที่ได้เรียนไป
2. ผู้เรียนจะมีการแบ่งกลุ่มกันเอง โดยผู้เรียนจะเลือกเข้ากลุ่มตามหัวข้อที่ตนเองต้องการศึกษา มีสมาชิกกลุ่มประมาณ 4 – 6 คน จำนวนสมาชิกในกลุ่มของแต่ละหัวข้ออาจมีจำนวนไม่เท่ากัน ก็ได้ ขึ้นอยู่กับลักษณะของหัวข้อที่จะศึกษา แต่ละกลุ่มควรมีผู้เรียนที่มีความสามารถหลากหลาย
3. ครูจะแนะนำวิธีทำงานกลุ่ม การสืบค้น การรวบรวมข้อมูลความรู้ในแต่ละหัวข้อ
4. ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนการศึกษาในหัวข้อของตน และแบ่งงานกันทำตามที่ได้วางแผนไว้ โดยสมาชิกแต่ละคนหรือสมาชิกแต่ละคู่ในกลุ่มจะเลือกหัวข้อย่อย (Subtopic) และเลือกวิธีแสวงหาคำตอบในเรื่องนั้น ๆ ด้วยตนเอง หลังจากนั้นสมาชิกแต่ละคนหรือแต่ละคู่จะเสนอรายงานความก้าวหน้าและผลการทำงานให้กลุ่มทราบ โดยสมาชิกทุกคนมีส่วนร่วมในการนำเสนอผลงาน

5. กลุ่มจะประเมินผลงาน/การทำงาน และร่วมอภิปรายเกี่ยวกับรายงานของสมาชิกแต่ละคนหรือสมาชิกแต่ละคู่ในกลุ่มที่ได้เลือกหัวข้อย่อยไปศึกษา และรวบรวมจัดทำรายงานของกลุ่ม จากนั้นนำเสนอให้เพื่อนทั้งชั้นเรียนฟัง

4.2.6 รูปแบบจิ๊กซอว์ (Jigsaw)

รูปแบบจิ๊กซอว์ (Jigsaw) หรือ เทคนิคการต่อบทเรียน (Jigsaw) ชนาธิป พรกุล (2543, หน้า 36) ได้เสนอเทคนิคการต่อบทเรียน ซึ่งการเรียนแบบนี้ บางทีเรียกว่าการเรียนแบบต่อชิ้นส่วน หรือการศึกษาเฉพาะส่วน

4.2.6.1 การเรียนการสอนเทคนิคการต่อบทเรียน มีลักษณะการเรียนรู้ ดังนี้

1. เป็นวิธีการที่แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม คละความสามารถและเพศ
2. ทุกกลุ่มจะได้รับมอบหมายให้ทำกิจกรรมเดียวกัน โดยผู้สอนให้เนื้อหา 1 เรื่อง สำหรับ 1 กลุ่ม และแบ่งเนื้อหาออกเป็นหัวข้อย่อยเท่าจำนวนสมาชิกในแต่ละกลุ่ม เพื่อให้แต่ละคนในกลุ่มศึกษาเฉพาะในหัวข้อนั้น ๆ คนละ 1 หัวข้อ โดยผู้เรียนแต่ละคนจะเป็นผู้เชี่ยวชาญเฉพาะเรื่องของตนเองได้รับมอบหมาย สมาชิกที่อยู่ต่างกลุ่มที่ได้รับมอบหมายในหัวข้อเดียวกันจะร่วมกันศึกษา เรียกว่า กลุ่มผู้เชี่ยวชาญ (Expert Group) จากนั้นนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ในหัวข้อของตนเองไปเสนอแก่สมาชิกในกลุ่ม เพื่อให้เพื่อนในกลุ่มได้รู้เนื้อหาครบทุกหัวข้อ
3. หลังจากจบบทเรียนแล้วมีการทดสอบรายบุคคลตามเนื้อหาทุกหัวข้อ และนำคะแนนของสมาชิกแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม

4.2.7 รูปแบบ ที.เอ.ไอ. (TAI) หรือ Teams-Assisted-Individualization

รูปแบบ ที.เอ.ไอ. (TAI) หรือการเรียนการสอนกลุ่มเพื่อนช่วยเหลือเพื่อนเป็นรายบุคคล (Team Assisted Individualization TAI) Slavin Robert (1990, p.156) ได้เสนอการเรียนการสอนตามรูปแบบ การเรียนการสอนกลุ่มเพื่อนช่วยเหลือเพื่อนเป็นรายบุคคล ซึ่งเป็นการเรียนการสอนที่ผสมผสานระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ และการเรียนการสอนรายบุคคลเข้าด้วยกัน โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเองตามความสามารถจากแบบฝึกทักษะ และส่งเสริมความร่วมมือภายในกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยนประสบการณ์การเรียนรู้ ตลอดจนการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม

4.2.7.1 การเรียนรู้แบบการเรียนการสอนกลุ่มเพื่อนช่วยเหลือเพื่อนเป็นรายบุคคล มีลักษณะการเรียนรู้ ดังนี้

1. การทดสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียนก่อนเรียน
2. ให้ผู้เรียนเข้ากลุ่ม โดยกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันทำงานร่วมกัน ซึ่งแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 – 5 คน
3. มอบหมายงานให้ผู้เรียนศึกษากันเป็นคู่ๆ จะเน้นการฝึกปฏิบัติ โดยให้ผู้เรียนต่างศึกษาเอกสารของครู แล้วฝึกหัดทำตาม ในเวลาเรียนนักเรียนต้องมีความร่วมมือกัน นักเรียนที่เก่งจะต้องช่วยเหลือเพื่อนนักเรียนที่อ่อน ต่างตรวจสอบงานของกันและกัน เมื่อทำงานเสร็จ

เรียบร้อยให้เซ็นชื่อกำกับว่าปฏิบัติงานนั้นผ่านเรียบร้อยแล้ว และทำกิจกรรมอื่น ๆ ต่อ จนครบทุกกิจกรรมหรือหัวข้อที่ครูกำหนดไว้ และรวมตัวทำงานกลุ่มร่วมกันที่เป็นการสังเคราะห์ความรู้ทั้งหมด จากการที่ผู้เรียนได้ร่วมกันฝึกปฏิบัติกันในกลุ่มของตนมาก่อนแล้วนั่นเอง

4. ระหว่างที่ผู้เรียนช่วยกันเรียนภายในคู่และภายในกลุ่ม ครูจะใช้เวลานี้ทยอยเรียกผู้เรียนจากกลุ่มต่าง ๆ ที่มีความสามารถระดับใกล้เคียงกันมาครั้งละ 4-6 คน เพื่อให้ความรู้เสริม ให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน

5. หลังจากผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง ได้เรียนร่วมกับเพื่อน ผ่านทุกจุดประสงค์หรือทุกกิจกรรมร่วมกันทุกคน และได้เรียนจากครูเป็นกลุ่มย่อยแล้ว เมื่อจบหน่วยการเรียนรู้ ครูจะมีการประเมินผลสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนไปทั้งหมด โดยการทดสอบรายบุคคล และนำคะแนนการทดสอบของนักเรียน แต่ละคนมาเฉลี่ยเป็นคะแนนของกลุ่ม

4.2.8 รูปแบบ ซี.ไอ.อาร์.ซี. (CIRC) หรือ Cooperative Intergrated Reading and Composition

รูปแบบ ซี.ไอ.อาร์.ซี. (CIRC) หรือ การเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานการอ่านและการเขียน (Cooperative Integrated Reading and Composition หรือ CIRC) Slavin (1990, p. 114) ได้เสนอการเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานการอ่านและการเขียนซึ่งเป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีพื้นฐานเดิมจากการมุ่งเพื่อใช้ในการเรียนการสอนภาษา เพื่อพัฒนาทักษะสัมพันธ์ของการพูด อ่าน เขียน ไปพร้อมๆกัน

4.2.8.1 การเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานการอ่านและการเขียน มีลักษณะการเรียนรู้ ดังนี้

1. แบ่งกลุ่มผู้เรียน เป็นกลุ่มละความสามารถ กลุ่มละ 4 คน
2. ภายในกลุ่ม ผู้เรียนจับคู่กัน ร่วมกันศึกษากิจกรรม ทบทวน และทดสอบไปทีละเรื่อง หรือทีละจุดประสงค์ เมื่อเรียนเสร็จเรียบร้อย จนเข้าใจทั้งคู่ดีแล้ว ให้เซ็นชื่อกำกับว่าผ่านการเรียนเรื่องนั้นหรือจุดประสงค์นั้นแล้ว จากนั้นเรียนเรื่องใหม่หรือจุดประสงค์ใหม่ จนครบตามที่ครูกำหนดไว้

3. จากนั้นให้ผู้เรียนมารวมกลุ่มกันอีกครั้ง เพื่อทำงานร่วมกันตามที่ครูกำหนด งานกลุ่มเสร็จเรียบร้อย และในขณะที่ทำงาน สมาชิกในกลุ่มต้องปฏิบัติตามบทบาทที่ครูกำหนด เพื่อให้การทำงานกลุ่มมีประสิทธิภาพ

4. เมื่อทุกกลุ่มศึกษาทุกกิจกรรมเสร็จเรียบร้อย นั่นคือ เป็นการพร้อมรับการประเมิน จากครูการเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานการอ่านและการเขียน เป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาทักษะ ดังนั้น จึงไม่ควรสอนเป็นกลุ่มใหญ่ จึงได้กำหนดให้ผู้เรียนจับคู่เรียนด้วยกัน เรียนไปที่ละกิจกรรม

ทีละจุดประสงค์ย่อยทีละเรื่อง และกิจกรรมหรือเรื่องที่จะให้ผู้เรียนเรียนเป็นคู่ นั้น จะเป็นกิจกรรมหรือเรื่องเล็ก ๆ เช่น กิจกรรมการอ่าน กิจกรรมการศึกษาเนื้อหาสาระ ไวยากรณ์ และฝึกทักษะการเขียน ศึกษาคำศัพท์ ศึกษาความหมายของคำ สรุปเรื่องราว สะกดคำ และทำกิจกรรมอิสระ ที่ให้ผู้เรียนเลือกอ่านหนังสือที่ตนเองชอบ กำหนดให้อ่านทุกวัน วันละประมาณ 20 นาที มีการรายงานให้ผู้ครูและปกครองเซ็นรับทราบ เพื่อสร้างนิสัยรักการอ่านให้นักเรียน กลุ่มใดที่สมาชิกในกลุ่มมีการรายงานการอ่านหนังสืออย่างสม่ำเสมอ ใน 1 – 2 สัปดาห์ จะมีการสะสมแต้มเป็นคะแนนของกลุ่ม การเรียนรู้แบบร่วมมือรูปแบบนี้ จึงมีความเหมาะสมสำหรับนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 – 6 เพราะการทำกิจกรรมอิสระนี้ นักเรียนต้องมีความสามารถในการอ่านพอสมควร และสามารถตัดสินใจเลือกหนังสืออ่านตามที่ตนเองสนใจได้

ถึงแม้ว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานการอ่านและการเขียน จะนำมาใช้ในการเรียนการสอนภาษา แต่หลักการและวิธีการของ การเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานการอ่านและการเขียน สามารถนำไปใช้ได้ ในวิชาอื่น ๆ ได้ที่มีจุดประสงค์เพื่อการจัดกิจกรรมแบบ การเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานการอ่านและการเขียน เพราะทักษะทางภาษาถือเป็นเครื่องมือการเรียนรู้สำหรับทุกวิชา อยู่แล้ว

ทั้ง 8 รูปแบบ ให้ผลกระทบในด้านบวกต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ ทิศนา เขมมณี (2548, หน้า 86) กล่าวว่าทุกรูปแบบของการเรียนแบบร่วมมือต่างมีกระบวนการเรียนรู้ที่พึงพาและเกื้อกูลกัน สมาชิกกลุ่มมีการปรึกษาหารือและปฏิสัมพันธ์อย่างใกล้ชิด สมาชิกทุกคนมีบทบาทหน้าที่ที่ต้องรับผิดชอบและสามารถตรวจสอบได้ สมาชิกกลุ่มต้องใช้ทักษะการทำงานกลุ่มและการสัมพันธ์ระหว่างบุคคลในการทำงานหรือการเรียนรู้ร่วมกัน รวมทั้งมีการวิเคราะห์กระบวนการทำงานของกลุ่มเพื่อประสิทธิภาพและคุณภาพของการทำงานร่วมกัน ในส่วนที่ต่างกันนั้นมักจะเป็นความแตกต่างในเรื่องของวิธีการจัดกลุ่ม วิธีการในการพึ่งพากัน วิธีการทดสอบ กระบวนการในการวิเคราะห์กลุ่ม บรรยากาศของกลุ่ม โครงสร้างของกลุ่ม บทบาทของผู้เรียน ผู้นำกลุ่มและครูซึ่ง กล่าวถึงงานวิจัยที่ใช้เทคนิคการสอนแบบร่วมมือสัปดาห์ละ 4 ชั่วโมง เป็นเวลา 24 สัปดาห์ พบว่า ผู้เรียนพึงพอใจกับการเรียนรู้และผลจากการประเมินแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนมีการคิดอย่างมีวิจารณญาณในระดับสูง

จากการศึกษารูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือทั้ง 8 รูปแบบผู้วิจัยเห็นว่ารูปแบบเอส.ที. เอ.ดี (STAD) หรือ การเรียนการสอนแบบกลุ่มแข่งขันแบบแบ่งตามผลสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Divisions หรือ STAD) จะช่วยให้ผู้เรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เรียนรู้ร่วมกันได้และมีการปรึกษากันภายในกลุ่มรวมไปถึงปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ทั้งนี้จะส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้นตามลำดับ

4.3 องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ

Johnson and Johnson (1994, pp.31 - 37) ได้สรุปว่า Cooperative Learning มีองค์ประกอบ ที่สำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในทางบวก (Positive Interdependent) หมายถึงการพึ่งพากันในทางบวก แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การพึ่งพากันเชิงผลลัพธ์ คือการพึ่งพากันในด้านการได้รับผลประโยชน์จากความสำเร็จของกลุ่มร่วมกัน ซึ่งความสำเร็จของกลุ่มอาจจะเป็นผลงานหรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่ม ในการสร้างการพึ่งพากันในเชิงผลลัพธ์ได้ด้นั้น ต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนทำงาน โดยมีเป้าหมายร่วมกัน จึงจะเกิดแรงจูงใจให้ผู้เรียนมีการพึ่งพาซึ่งกันและกัน สามารถร่วมมือกันทำงานให้บรรลุผลสำเร็จได้ และการพึ่งพาในเชิงวิธีการ คือ การพึ่งพากันในด้านกระบวนการทำงานเพื่อให้งานกลุ่มสามารถบรรลุได้ตามเป้าหมาย ซึ่งต้องสร้างสภาพการณ์ให้ผู้เรียนแต่ละคนในกลุ่มได้รับรู้ว่าตนเองมีความสำคัญต่อความสำเร็จของกลุ่ม ในการสร้างสภาพการพึ่งพากันในเชิงวิธีการ มีองค์ประกอบ ดังนี้

1.1 การทำให้เกิดการพึ่งพาทรัพยากรหรือข้อมูล (Resource Interdependence) คือ แต่ละบุคคลจะมีข้อมูลความรู้เพียงบางส่วนที่เป็นประโยชน์ต่องานของกลุ่ม ทุกคนต้องนำข้อมูลมารวมกันจึงจะทำให้งานสำเร็จได้ ในลักษณะที่เป็นการให้งานหรืออุปกรณ์ที่ทุกคนต้องทำหรือใช้ร่วมกัน

1.2 ทำให้เกิดการพึ่งพาเชิงบทบาทของสมาชิก (Role Interdependence) คือ การกำหนด บทบาทของการทำงานให้แต่ละบุคคลในกลุ่ม และการทำให้เกิดการพึ่งพาเชิงภาระงาน (Task Interdependence) คือ แบ่งงานให้แต่ละบุคคลในกลุ่มมีทักษะที่เกี่ยวข้องกัน ถ้าสมาชิกคนใดคนหนึ่งทำงานของตนไม่เสร็จ จะทำให้สมาชิกคนอื่นไม่สามารถทำงานในส่วนที่ต่อเนื่องได้

2. การมีปฏิสัมพันธ์ที่ส่งเสริมกันระหว่างสมาชิกภายในกลุ่ม (Face to Face Promotive Interdependence) หมายถึง การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนช่วยเหลือกัน มีการติดต่อสัมพันธ์กัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิด การอธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เกิดการเรียนรู้ การรับฟังเหตุผลของสมาชิกในกลุ่ม การมีปฏิสัมพันธ์โดยตรงระหว่างสมาชิกในกลุ่มได้เกิดการเรียนรู้ การรับฟังเหตุผลของสมาชิกภายในกลุ่ม จะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการคิดของผู้เรียน เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้รู้จักการทำงานร่วมกันทางสังคม จากการช่วยเหลือสนับสนุนกัน การเรียนรู้เหตุผลของกันและกัน ทำให้ได้รับข้อมูลย้อนกลับเกี่ยวกับ การทำงานของตนเอง จากการตอบสนองทางวาจา และท่าทางของเพื่อนสมาชิกช่วยให้รู้จักเพื่อนสมาชิกได้ดียิ่งขึ้น ส่งผลให้เกิดสัมพันธภาพที่ดีต่อกัน

3. ความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละบุคคล (Individual Accountability) หมายถึง ความรับผิดชอบในการเรียนรู้ของสมาชิกแต่ละคน โดยต้องทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างเต็มความสามารถ ต้องรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเองและเพื่อนสมาชิก ให้ความสำคัญเกี่ยวกับความสามารถและความรู้ที่แต่ละคนจะได้รับ มีการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่า ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เป็นรายบุคคลหรือไม่ โดยประเมินผลงานของสมาชิกแต่ละคน ซึ่งรวมกันเป็นผลงานของกลุ่มให้ข้อมูลย้อนกลับทั้งกลุ่มและรายบุคคลให้สมาชิกทุกคนรายงานหรือมีโอกาสดำเนินการคิดเห็นโดยทั่วถึง ตรวจสอบผลการเรียนเป็นรายบุคคลหลังจบบทเรียน เพื่อเป็นการประกันว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มรับผิดชอบทุกอย่างร่วมกับกลุ่ม ทั้งนี้สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องมีความมั่นใจ และพร้อมที่จะได้รับการทดสอบเป็นรายบุคคล

4. การใช้ทักษะการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย (Interpersonal and Small Group Skills) หมายถึง การมีทักษะทางสังคม (Social Skill) เพื่อให้สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข คือ มีความเป็นผู้นำ รู้จักตัดสินใจ สามารถสร้างความไว้วางใจ รู้จักติดต่อสื่อสาร และสามารถแก้ไขปัญหาข้อขัดแย้งในการทำงานร่วมกัน ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการทำงานร่วมกันที่จะช่วยให้การทำงานกลุ่มประสบความสำเร็จ

5. กระบวนการทำงานของกลุ่ม (Group Processing) หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ของกลุ่ม โดยผู้เรียนจะต้องเรียนรู้จากกลุ่มให้มากที่สุด มีความร่วมมือทั้งด้านความคิด การทำงาน และความรับผิดชอบร่วมกันจนสามารถบรรลุเป้าหมายได้ การที่จะช่วยให้การดำเนินงานของกลุ่มเป็นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพและบรรลุเป้าหมายนั้น กลุ่มจะต้องมีหัวหน้าที่ดี สมาชิกดี และกระบวนการทำงานดี นั่นคือ มีการเข้าใจในเป้าหมายการทำงานร่วมกันในกระบวนการนี้สิ่งที่สำคัญ คือ การประเมินทั้งในส่วนที่เป็นวิธีการทำงานของกลุ่ม พฤติกรรมของสมาชิกกลุ่ม และผลงานของกลุ่ม โดยเน้นการประเมินคะแนนของผู้เรียนแต่ละคนในกลุ่มมาเป็นคะแนนกลุ่ม เพื่อตัดสินความสำเร็จของกลุ่มด้วย ประเมินกระบวนการทำงานกลุ่ม ประเมินหัวหน้า และประเมินสมาชิกกลุ่ม ทั้งนี้เพื่อให้ ผู้เรียนเห็นความสำคัญของกระบวนการกลุ่มที่จะนำไปสู่ความสำเร็จของกลุ่มได้

4.4 เทคนิคที่ใช้ในการเรียนแบบร่วมมือ

เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือมีอยู่ 2 แบบคือ เทคนิคที่ใช้ตลอดกิจกรรมการเรียนการสอนและเทคนิคที่ไม่ได้ใช้ตลอดกิจกรรมการเรียนการสอน ในที่นี้ผู้วิจัยสนใจที่จะเลือกใช้เทคนิคที่ไม่ใช้ตลอดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละชั่วโมงอาจใช้ในขั้นนำ หรือจะสอดแทรกในขั้นสอนตอนใดก็ได้ หรือใช้ในขั้นสรุป ขั้นทบทวน ขั้นวัดผลของคาบเรียนใดคาบเรียนหนึ่งตามที่ครูผู้สอนกำหนดเทคนิควิธีเรียนแบบร่วมมือที่มีลักษณะต่าง ๆ ดังนี้ (Kagan, 1995, pp. 22 - 47)

1. เทคนิคการพูดเป็นคู่ (Rally robin) เป็นเทคนิควิธีเรียนแบบร่วมมือที่นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่มย่อย แล้วครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูด ตอบ แสดงความคิดเห็นเป็นคู่ ๆ แต่ละคู่จะผลัดกันพูด และฟังโดยใช้เวลาเท่า ๆ กัน

2. เทคนิคการเขียนเป็นคู่ (Rally table) เป็นเทคนิคคล้ายกับการพูดเป็นคู่ต่างกันเพียงแต่ละคู่ผลัดกันเขียนหรือวาดแทนการพูด

3. เทคนิคการพูดรอบวง (Round robin) เป็นเทคนิคที่เปิดโอกาสให้นักเรียนในกลุ่มผลัดกันพูดตอบ อธิบาย ซึ่งเป็นการพูดที่ผลัดกันทีละคนตามเวลาที่กำหนดจนครบ 4 คน

4. เทคนิคการเขียนรอบวง (Round table) เป็นเทคนิคที่เหมือนกับการพูดรอบวงแตกต่างกันที่เน้นการเขียนแทนการพูด เมื่อครูถามปัญหาหรือให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นนักเรียนจะผลัดกันเขียนลงในกระดาษที่เตรียมไว้ทีละคนตามเวลาที่กำหนด

5. เทคนิคการเขียนพร้อมกันรอบวง (Simultaneous round table) เทคนิคนี้เหมือนการเขียนรอบวง แตกต่างที่เน้นให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเขียนคำตอบพร้อมกัน

6. เทคนิคคู่ตรวจสอบ (Pairs check) เป็นเทคนิคที่ให้สมาชิกในกลุ่มจับคู่กันทำงาน เมื่อได้รับคำถามหรือปัญหาจากครู นักเรียนคนหนึ่งจะเป็นคนทำและอีกคนหนึ่งทำหน้าที่เสนอแนะหลังจากที่ทำข้อที่ 1 เสร็จ นักเรียนคู่นั้นจะสลับหน้าที่กัน เมื่อทำเสร็จครบแต่ละ 2 ข้อแต่ละคู่จะนำคำตอบมาและเปลี่ยนและตรวจสอบคำตอบของคู่อื่น

7. เทคนิคร่วมกันคิด (Numbered heads together) เทคนิคนี้แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มด้วยกลุ่มละ 4 คน ที่มีความสามารถละกัน แต่ละคนมีหมายเลขประจำตัว แล้วครูถามคำถาม หรือมอบหมายงานให้ทำ แล้วให้นักเรียนได้อภิปรายในกลุ่มย่อยจนมั่นใจว่าสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจคำตอบ ครูจึงเรียนหมายเลขประจำตัวผู้เรียน หมายเลขที่ครูเรียกจะเป็นผู้ตอบคำถามดังกล่าว

8. เทคนิคการเรียงแถว (Line-ups) เป็นเทคนิคที่ง่าย ๆ โดยให้นักเรียนยืนแถวเรียงลำดับภาพ คำ หรือสิ่งที่ครูกำหนดให้ เช่น ครูให้ภาพต่าง ๆ แก่ นักเรียน แล้วให้นักเรียนยืนเรียงลำดับภาพขั้นตอนของวงจรชีวิตของแมลง ห่วงโซ่อาหาร เป็นต้น

9. เทคนิคการแก้ปัญหาด้วยจิ๊กซอว์ (Jigsaw problem solving) เป็นเทคนิคที่สมาชิกแต่ละคนคิดคำตอบของตนไว้ แล้วนำคำตอบของแต่ละคนมารวมกัน เพื่อแก้ปัญหาให้ได้คำตอบที่สมบูรณ์เหมาะสมที่สุด

10. เทคนิควงกลมซ้อน (Inside-outside circle) เป็นเทคนิคที่ให้นักเรียนนั่งหรือยืนเป็นวงกลมซ้อนกัน 2 วง จำนวนเท่ากัน วงในหันหน้าออก วงนอกหันหน้าเข้า นักเรียน

ที่อยู่ตรงกับจับคู่กันเพื่อสัมภาษณ์ซึ่งกันและกัน หรืออภิปรายปัญหาร่วมกัน จากนั้นจะหมุนเวียนเพื่อเปลี่ยนคู่ใหม่ไปเรื่อย ๆ ไม่ซ้ำคู่กัน โดยนักเรียนวงนอกและวงในเคลื่อนไปในทิศทางตรงข้ามกัน

11. เทคนิคแบบมุมสนทนา (Corners) เป็นเทคนิควิธีที่ครูเสนอปัญหา และประกาศมุมต่าง ๆ ภายในห้องเรียนแทนแต่ละข้อ แล้วนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยเขียนหมายเลขข้อที่ชอบมากกว่า และเคลื่อนเข้าสู่มุมที่เลือกไว้ นักเรียนร่วมกันอภิปรายภายในกลุ่มตามมุมต่าง ๆ หลังจากนั้นจะเปิดโอกาสให้นักเรียนในมุมใดมุมหนึ่งอภิปรายเรื่องราวที่ได้ศึกษาให้เพื่อนในมุมอื่นฟัง

12. เทคนิคการอภิปรายเป็นคู่ (Pair discussion) เป็นเทคนิคที่ครูกำหนดหัวข้อหรือคำถาม แล้วให้สมาชิกที่นั่งใกล้กันร่วมกันคิดและอภิปรายเป็นคู่ (Kagan, 1995, p. 35 อ้างถึงใน พิมพ์พันธ์ุ เฉลิมบุปผา, 2541, หน้า 45)

13. เทคนิคเพื่อนเรียน (Partners) เป็นเทคนิคที่ให้นักเรียนในกลุ่มจับคู่เพื่อช่วยเหลือนักเรียนในบางครั้งคู่หนึ่งอาจไปขอคำแนะนำ คำอธิบายจากคู่อื่น ๆ ที่คาดว่าจะมีความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องดังกล่าวดีกว่าและเช่นเดียวกันเมื่อนักเรียนคู่หนึ่งเกิดความเข้าใจที่แจ่มชัดแล้ว ก็จะเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ให้นักเรียนคู่อื่น ๆ ต่อไป (อรพรรณ พรสิมา, 2540, หน้า 17)

14. เทคนิคการคิดเดี่ยว คิดคู่ ร่วมกันคิด (Think - pair - share) เป็นเทคนิคที่เริ่มจากปัญหาที่ครูผู้สอนกำหนดให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเองก่อนแล้วนำคำตอบไปอภิปรายกับเพื่อนที่เป็นคู่ จากนั้นจึงนำคำตอบของแต่ละคู่มาอภิปรายพร้อมกัน 4 คน เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของตนถูกต้องหรือดีที่สุด จึงนำคำตอบเล่าให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง

15. เทคนิคการทำเป็นกลุ่ม ทำเป็นคู่ และทำคนเดียว (Team - pair - solo) เป็นเทคนิคที่ครูกำหนดปัญหาหรืองานให้แล้วนักเรียนทำงานร่วมกันทั้งกลุ่มจนงานสำเร็จ จากนั้นจะแยกทำงานเป็นคู่จนงานสำเร็จ สุดท้ายนักเรียนแต่ละคนแยกมาทำเองจนสำเร็จได้ด้วยตนเอง

16. เทคนิคการอภิปรายเป็นทีม (Team discussion) เป็นเทคนิคที่ครูกำหนดหัวข้อหรือคำถาม แล้วให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มร่วมกันระดมความคิด และพูดอภิปรายพร้อมกัน

17. เทคนิคโครงการเป็นทีม (Team project) เป็นเทคนิคที่เหมาะสมกับวิชาวิทยาศาสตร์มาก เทคนิคนี้เริ่มจากครูอธิบายโครงการให้นักเรียนเข้าใจก่อนและกำหนดเวลา และกำหนดบทบาทที่เท่าเทียมกันของสมาชิกในกลุ่ม และมีการหมุนเวียนบทบาท แจกอุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำโครงการที่ได้รับมอบหมาย จากนั้นจะมีการนำเสนอโครงการของแต่ละกลุ่ม

18. เทคนิคสัมภาษณ์เป็นทีม (Team – interview) เป็นเทคนิคที่มีการกำหนดหมายเลขของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม แล้วครูผู้สอนกำหนดหัวข้อและอธิบายหัวข้อให้นักเรียน ทั้งชั้นสุ่มหมายเลขของนักเรียนในกลุ่มขึ้นขึ้นแล้วให้เพื่อน ๆ ร่วมทีมเป็นผู้สัมภาษณ์และผลัดกันถาม โดยเรียงลำดับเพื่อนให้ทุกคนมีส่วนร่วมเท่า ๆ กัน เมื่อหมดเวลาตามที่กำหนด คนที่ถูกสัมภาษณ์นั่งลง และนักเรียนหมายเลขต่อไปนี้จะถูกสัมภาษณ์หมุนเวียนเช่นนี้เรื่อยไปจนครบทุกคน

19. เทคนิคบัตรคำช่วยจำ (Color-coded co-op cards) เป็นเทคนิคที่ฝึกให้นักเรียนจดจำข้อมูลจากการเล่นเกมที่ใช้บัตรคำถาม บัตรคำตอบ ซึ่งนักเรียนแต่ละกลุ่มที่เตรียมบัตรมาเป็นผู้ถาม และมีการให้คะแนนกับกลุ่มที่ตอบได้ถูกต้อง

20. เทคนิคการสร้างแบบ (Formations) เป็นเทคนิคที่ครูผู้สอนกำหนดวัตถุประสงค์หรือสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนสร้าง แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและทำงานร่วมกันเพื่อสร้างชิ้นงาน หรือสาธิตงานที่ได้รับมอบหมาย เช่น ให้นักเรียนสาธิตว่าฤดูกาลเกิดขึ้นได้อย่างไร สาธิตการทำงานของกังหันลม สร้างวงจรของห่วงโซ่อาหาร หรือสายใยอาหาร

21. เทคนิคเกมส่งปัญหา (Send- a-problem) เป็นเทคนิคที่นักเรียนสนุกกับเกม โดยนักเรียนทุกคนในกลุ่มตั้งปัญหาด้วยตัวเองคนละ 1 คำถามไว้ด้านหลังของบัตรและคำตอบซ่อนอยู่หลังบัตร นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มกำหนดหมายเลขประจำตัว 1-4 เริ่มแรกนักเรียนหมายเลข 4 ส่งปัญหาของกลุ่มให้หมายเลข 1 ในกลุ่มถัดไป ซึ่งจะเป็นผู้อ่านคำถามและตรวจสอบคำตอบส่วนสมาชิกคนอื่นในกลุ่มตอบคำถามในข้อถัดไปจะหมุนเวียนให้สมาชิกหมายเลขอื่นตามลำดับ คือ นักเรียนหมายเลข 2 เป็นผู้อ่านคำถาม และตรวจคำตอบจนครบทุกคนในกลุ่ม แล้วเริ่มใหม่ในลักษณะเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ในรอบต่อ ๆ ไป

22. เทคนิคแลกเปลี่ยนปัญหา (Trade-a-problem) เป็นเทคนิคที่ให้นักเรียนแต่ละคู่ตั้งคำถามเกี่ยวกับหัวข้อที่เรียนและเขียนคำตอบเก็บไว้จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคู่แลกเปลี่ยนคำถามกับเพื่อนคู่อื่น แต่ละคู่จะช่วยกันแก้ปัญหานั้นเสร็จ แล้วนำมาเปรียบเทียบกับวิธีการแก้ปัญหานั้นของเพื่อนเจ้าของปัญหานั้น

23. เทคนิคแบบเล่นเลียนแบบ (Match mine) เป็นเทคนิคที่ให้นักเรียนกลุ่มหนึ่งเรียงวัตถุที่กำหนดให้เหมือนกัน โดยผลัดกันบอกซึ่งแต่ละคนจะทำตามคำบอกเท่านั้นห้ามไม่ให้ดูกัน วิธีนี้ใช้ประโยชน์ในการฝึกทักษะด้านการสื่อสารให้แก่ นักเรียนได้

24. เทคนิคเครือข่ายความคิด (Team word – webbing) เป็นเทคนิคที่ให้นักเรียนเขียนแนวคิดหลัก และองค์ประกอบย่อยของความคิดหลักพร้อมกับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดหลักกับองค์ประกอบย่อยบนแผ่นกระดาษลักษณะของแผนภูมิความรู้

จากการศึกษาเทคนิคต่าง ๆ ของการเรียนรู้แบบร่วมมือนั้น ผู้วิจัยเห็นว่าการเรียนรู้ด้วยเทคนิคต่าง ๆ ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยรูปแบบ STAD จำเป็นที่จะต้องใช้เทคนิคต่าง ๆ ที่หลากหลาย เนื่องจากต้องการให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้สมการและโจทย์ปัญหาสมการ ซึ่งเทคนิคต่าง ๆ นั้น ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ของปัญหานั้น ๆ ด้วย

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

Good (1973, pp. 7) ได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จหรือความสามารถในการแสดงออกที่ได้รับจากทักษะหรือ องค์ความรู้

Wilson (1993, pp. 643-696) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยอ้างอิงลำดับชั้นของพฤติกรรมพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom 's Taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกได้เป็น 3 ขั้นตอนนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific facts) คำถามที่วัดความสามารถในระดับเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่าแบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างใหม่ ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่า อะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize, Patterns, Isomorphism, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียน พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้นคือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve non-routine problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญห แทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ยุ่งยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในการชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalizations) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยใช้

ความสัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย นั่นคือ การถามให้หาคำตอบและพิสูจน์
ประโยคทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

นิภา เมธาวิชัย (2536, หน้า 65) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
หมายถึง ความรู้ และทักษะที่ได้รับและพัฒนาจากการเรียนการสอนวิชาต่าง ๆ ครูอาศัยเครื่องมือ
วัดผลช่วยในการศึกษาว่านักเรียนมีความรู้และทักษะมากน้อยเพียงใด

สุวิทย์ หิรัญยานนท์ (2540, หน้า 5) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
หมายถึง ความสำเร็จ ความรู้ ความสามารถหรือทักษะ หรือหมายถึงผลการเรียนการสอนหรือ
ผลงานที่เด็กได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนนั้นๆ ก็ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์ที่จะ
นำมาประเมินประสิทธิภาพการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ในการวัดทักษะความรู้
ความสามารถที่ผู้เรียนมีอยู่ที่อาศัยเครื่องมือในการวัด ซึ่งผู้วิจัยได้ตัดสินใจเลือกใช้แบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมาเอง เป็นแบบปรนัย โดยทำการทดสอบหลังจากการ
เรียนการสอนสิ้นสุดลง และวัดครอบคลุมเนื้อหา การแก้โจทย์ปัญหาสมการ ซึ่งแบบทดสอบนี้จะ
สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย (Cognitive) ตามแนวคิดของวิลสัน ที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น

5.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Prescott (1961, pp. 14 - 16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผล
การศึกษาว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน
มีดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพ
ทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์
ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิก
ทั้งหมดในครอบครัว
3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี
ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของ
นักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สถิติปัญญา ความสนใจ เจตคติของ
นักเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์ Carol (1963, pp. 723 – 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ และได้ศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญา และความสามารถทางสมองร้อยละ 50 – 60 ขึ้นอยู่กับความพยายามและวิธีการเรียนที่มีประสิทธิภาพร้อยละ 30 – 40 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อม ร้อยละ 10 – 15

จากการศึกษาแนวความคิดที่กล่าวมา สรุปว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จะเกิดจากสภาพความพร้อมของร่างกายและจิตใจที่มาจากผู้เรียน โดยตรงโดยมีส่วนประกอบ ดังนี้

1. ร่างกายเป็นสิ่งที่แสดงออกทางภายนอก โดยพฤติกรรมและความคิดโดยการใช้เหตุผลที่มาจากสติปัญญา
2. ทางบ้านที่ได้มาสิ่งแวดล้อมจนเกิด เจตคติของผู้เรียนที่แสดงออกมาด้านอารมณ์
3. ความสามารถในการแสดงออกด้านความพึงพอใจมีผลต่อกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ และเกิดผลสัมฤทธิ์ในด้านบวก
4. ความสัมพันธ์ในห้องกับเพื่อนเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ที่อยู่ในทางบวก

5.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่ง Rawat and Gupta (1970, pp. 7 – 9) ได้กล่าวว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้นโดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกร่วมในการมีส่วนร่วมที่โรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

สำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์นั้น เป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75 – 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ ที่ 30

2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่น ๆ

3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ

4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้

5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ

6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์

โดยทั่วไป

7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์

บ่อยครั้ง

8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อ โรงเรียนและ โดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์

9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเองและบางครั้งรู้สึกถูกดูถูกตนเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน

12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น ๆ

13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง และมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนทั่ว ๆ ไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามแสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำกว่าทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

ชนาค เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 145) กล่าวถึงสาเหตุหรือที่มาทำให้นักเรียนเรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ข้อบกพร่องทางร่างกาย

2. ระดับสติปัญญาต่ำ

3. มีประสบการณ์ที่ไม่ดีมาก่อน ทำให้ฝังใจ เกิดการต่อต้านไม่ยอมรับ ปิดกั้นตัวเองทั้งแบบรู้ตัวและไม่รู้ตัว

4. สิ่งแวดล้อมทางบ้าน การปลูกฝังนิสัยในการเรียน ตลอดจนนิสัยส่วนตัวในด้านต่าง ๆ เช่น ความกระตือรือร้น กล้าคิด กล้าแสดงออก ความอดทน ความเพียรพยายาม การรู้จักแบ่งเวลา ความมีระเบียบวินัยในตนเอง ความรับผิดชอบ การมีสมาธิ

5. วุฒิภาวะต่ำ

6. พื้นฐานความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ทำให้เรียนตามเพื่อนไม่ทัน ไม่เข้าใจบทเรียนใหม่

จากการศึกษาแนวความคิดที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ปัญหาของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีผลกระทบมาจากหลายสาเหตุซึ่งเกิดขึ้นจากสิ่งต่าง ๆ จึงมีผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นอย่างยิ่ง ดังนี้

1. ระดับสติปัญญา หรือความสามารถทางการคิดที่ต่ำ โดยเกิดความบกพร่องของสภาพร่างกาย ส่งผลต่อความเชื่อมั่นและการเรียนรู้

2. ความสามารถในการอ่านออก เขียนได้ ทำให้ได้ต่ำกว่าเกณฑ์โดยผลมาจากอ่านหนังสือไม่ค่อยออก

3. ความรู้สึก ความนึกคิดในทางลบกับคณิตศาสตร์ มีความฝังใจที่เรียนแล้วได้คะแนนน้อย

4. ความรู้พื้นฐานของระดับล่างอ่อน ไม่สามารถต่อยอดได้

5. มีความรู้สึกกดดันและกังวล ท้อแท้ ทำให้เกิดแรงต่อต้าน ไม่ต้องการเรียน

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

Suyanto (1999, pp. 243-245) ได้ศึกษาเรื่องการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมศึกษาในชุมชนประเทศอินโดนีเซีย โดยแบ่งเป็นนักเรียน 3 ระดับ คือนักเรียน เกรด 3, 4 และ 5 และแบ่งการเรียนเป็นกลุ่มทดลองคือกลุ่มที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือ และกลุ่มควบคุมคือได้รับการเรียนแบบปกติพบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือมีความรู้ความเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนในเกรด 4 กันที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือและการเรียนแบบปกติมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน และในกลุ่มทดลองมีทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม

Gwyn (2003, p.3512 - A) ได้ทำการสำรวจลักษณะของการเรียนรู้ที่จะสอนพรรณากระบวนการที่นักศึกษาครูใช้ในการสร้างความเข้าใจ และการพัฒนาวิธีการสอนที่พวกเขาไม่เคยคุ้นเคยมาก่อน โดยใช้กรอบความคิดของกลุ่มสร้างสรรค์นิยมเชิงสังคม โดยเน้นไปที่กิจกรรมการมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ และวิเคราะห์ถึงสิ่งที่เกิดขึ้น โดยผู้วิจัยได้ให้ข้อมูลเกี่ยวกับเทคนิควิธีสอนแนวใหม่ และเป็นผู้ให้คำแนะนำในการวางแผนและจัดกิจกรรมหลังจากการสังเกตห้องเรียนแล้ว ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นำมาใช้ในการศึกษาค้นคว้าช่วยให้นักศึกษาครูสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการสอนแบบการร่วมมือได้เป็นอย่างดีแม้ว่าพวกเขาไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อนจากโรงเรียนในระดับมัธยมศึกษาและระดับมหาวิทยาลัย โดยทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนแนวความคิดและการค้นหาคำตอบของปัญหาการจัดกิจกรรมร่วมกับเพื่อน ๆ อย่างประสบผลสำเร็จ การแลกเปลี่ยนแนวคิด และการแก้ปัญหาร่วมกัน และครูที่เลี้ยงให้ความรู้เกี่ยวกับนักเรียนและการจัดการชั้นเรียน

สรุปผลจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เรื่องการสอนแบบร่วมมือแล้วได้แนวความคิดว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการร่วมมือกับทักษะรายบุคคลเข้าด้วยกัน ที่จะช่วยแก้ปัญหาคิดคำนวณ และการช่วยเหลือร่วมมือกันในวิชาคณิตศาสตร์ได้ดี ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางเรียนของนักเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับปัญหาที่พบอยู่ในปัจจุบัน

6.2 งานวิจัยในประเทศ

ผกาทิพย์ โสอุตร (2546, หน้า 65) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนเรียน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบเทคนิคเพื่อนเรียนสามารถเรียนรู้ได้กับกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน ยอมรับซึ่งกันและกัน และยังช่วยเหลือเพื่อนอย่างเต็มที่ ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าที่ได้รับการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เขาวลัษณ์ ศรีกล้า (2547, หน้า 73) ได้ศึกษาผลการเรียนแบบร่วมมือโดยกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือโดยกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือโดยกระบวนการแก้ปัญหาที่

เป็นพลวัตกับนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จำเนียร อรัญญิก (2551, หน้า 70) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนตามแนวคิดของกาเย่โดยเสริมเทคนิคแบบร่วมมือกับการสอนแบบ สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบกลุ่มย่อยโดยผลความสามารถเรียนรู้ได้ตามพัฒนาการที่เหมาะสมกับวัยมีความคิดรวบยอดในเรื่องที่เรียนได้ดีขึ้นทำให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นหลังจากการใช้การสอนตามแนวคิดของกาเย่โดยเสริมเทคนิคแบบร่วมมือกับการสอนแบบ สสวท. สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โสภณ ไทวจีน (2551, หน้า 7) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน สามารถสอบผ่านได้คะแนนผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 มีจำนวนมากกว่า 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และยังพบว่านักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหามีร่องรอยแสดงการขีดเขียนหรือหาคำตอบแสดงแนวคิดและสามารถกำหนดตัวแปรและสมการที่เหมาะสมได้มากขึ้น

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551, หน้า 21) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถผ่านเกณฑ์ มากกว่าร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้มากขึ้นและสามารถพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการเลือกใช้กลยุทธ์และวิธีการที่หลากหลาย และค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมอธิบายคำอธิบายที่ชัดเจน

จิตติมา พิศากาศ (2552, หน้า 1) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และได้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

จากงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศผู้วิจัยคาดว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้แบบร่วมมือและใช้การแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันจะมีผลทำให้
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น เพราะนักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความคิด
ภายในกลุ่ม ทำให้เด็กเก่ง ปานกลางและอ่อน สามารถเรียนรู้ไปพร้อม ๆ กันได้ซึ่งเป็นการลด
ช่องว่างในความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยที่นักเรียนสามารถย้อนกลับไปทบทวนขั้นตอนก่อน
หน้าได้ เมื่อไม่เข้าใจหรือมีข้อสงสัยเกิดขึ้น

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University