

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
2. หนังสือขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์สายใจ เพชรคงทอง สังกัดโปรแกรมคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา
2. อาจารย์ปิยธิดา บุญสนอง สังกัดโปรแกรมคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา
3. นางละเมิล เลี่ยนกั้วา ครู คศ. 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีพัทลุง

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ที่ ศธ ๖๖๑๕.๑/ ๖ ๖๗/๔๗

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๖๕ ตุลาคม พ.ศ. ๒๕๕๖

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์บุคลากรตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา

ด้วยนางสาวรุจิร รักใหม่ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิชา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา กำลังดำเนินการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โดยมี ผศ.ดร.อังคณา บุญติเรก เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ในการนี้เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย และมีประสิทธิภาพ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์ให้บุคลากรในสังกัดของท่าน อาจารย์สายใจ เพชรคงทอง และอาจารย์ปิยธิดา บุญสนอง ดำเนินการตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักขอบคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เอกรัฐ ศรีสุข)

รองคณบดีฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

สำนักงานคณบดี ฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา

โทรศัพท์ ๐๓๘-๑๐๓๐๘๕

โทรสาร ๐๓๘-๑๐๓๐๕๓

ที่ ศร ๖๖๑๕.๑/ ๖๓/๕๕



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๕ ตุลาคม พ.ศ. ๒๕๕๖

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

เรียน อาจารย์ปิยธิดา บุญสนอง

ด้วยนางสาวรุจิร รักใหม่ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิเศษ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา กำลังดำเนินการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้เทคนิค KWL สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โดยมี ผศ.ดร.อังคณา บุญดีเรก เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ในการนี้เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและมีประสิทธิภาพ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอใคร่ขอความอนุเคราะห์ท่านตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักขอบคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เอกรัฐ ศรีสุข)

รองคณบดีฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

สำนักงานคณบดี ฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา

โทรศัพท์ ๐๓๘ ๑๐๓๐๕๕

โทรสาร ๐๓๘ ๑๐๓๐๕๓

ที่ ศก ๖๖๑๕.๑/ ๖๖๑๕.๑

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๖๕ ตุลาคม พ.ศ. ๒๕๕๖

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

เรียน อาจารย์สายใจ เพชรคงทอง

ด้วยนางสาวรุจิร รักใหม่ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิชา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา กำลังดำเนินการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โดยมี ผศ.ดร.อังคณา บุญดีเรก เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ในการนี้เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและมีประสิทธิภาพ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอใคร่ขอความอนุเคราะห์ท่านตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักขอบคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เอกรัฐ ศรีสุข)

รองคณบดีฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

สำนักงานคณบดี ฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา

โทรศัพท์ ๐๓๘-๑๐๓๐๘๕

โทรสาร ๐๓๘-๑๐๓๐๕๓

ที่ ศบ. ๒๐๑๕.๑/ ๒๐๑๕.๑



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

ตุลาคม พ.ศ. ๒๕๕๖

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์บุคลากรตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีพัทลุง จังหวัดพัทลุง

ด้วยนางสาวรุจิอร รักใหม่ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิเศษ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา กำลังดำเนินการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โดยมี ผศ.ดร.อังคณา บุญติเรก เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ในการนี้เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย และมีประสิทธิภาพ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์ให้บุคลากรในสังกัดของท่าน อาจารย์ละเมิล เสียนักตว ดำเนินการตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักขอบคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เอกรัฐ ศรีสุข)

รองคณบดีฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

สำนักงานคณบดี ฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา

โทรศัพท์ ๐๓๘-๑๐๓๐๘๕

โทรสาร ๐๓๘-๑๐๓๐๕๑

ที่ ศธ ๖๖๑๕.๑/ . ๐๑๖๖๕

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓-๕ ตุลาคม พ.ศ. ๒๕๕๖

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

เรียน อาจารย์ละเมิส เลียนักตัวา

ด้วยนางสาวรุจิร รักใหม่ นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิชา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา กำลังดำเนินการทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง การศึกษา ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ โดยมี ผศ.ดร.อังคณา บุญติเรก เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ในการนี้เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและมีประสิทธิภาพ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอใคร่ขอความอนุเคราะห์ท่านตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักขอบคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เอกรัฐ ศรีสุข)

รองคณบดีฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

สำนักงานคณบดี ฝ่ายวิจัยและบัณฑิตศึกษา

โทรศัพท์ ๐๓๘-๑๐๓๐๘๕

โทรสาร ๐๓๘-๑๐๓๐๘๕

ภาคผนวก ข

1. การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง
ลำดับและอนุกรม
2. การทดสอบสมมติฐาน

1. การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรม

1. นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ความถูกต้องเหมาะสม การใช้ภาษาและวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้องเหมาะสม และวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้องเหมาะสม และวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ถูกต้องเหมาะสม และวัดทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

โดยพิจารณาข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป ($IOC \geq .50$) ถ้าข้อใดมีค่า IOC ไม่ถึงเกณฑ์ .50 แต่มีความจำเป็นต้องใช้ข้อคำถามนั้นเพื่อให้ครอบคลุมสิ่งที่ต้องการวัด ก็อาจทำได้โดยการปรับปรุงข้อคำถามนั้นให้เหมาะสมขึ้น

2. คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ โดยใช้สูตรดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตารางภาคผนวก ข-1 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้
โจทย์ปัญหาเรื่องลำดับและอนุกรม

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าเฉลี่ย	สรุป
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ข้อที่ 1	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 2	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 3	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 4	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 5	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 6	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 7	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 8	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 9	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 10	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 11	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้
ข้อที่ 12	+1	+1	+1	1.0	ใช้ได้

3. นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญไปหาค่าความยาก
ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้
สูตรการหาดัชนีค่าความยาก (P_D) ของดี อาร์ ไวทนีและดีแอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L.
Saers) (พิชิต ฤทธิ์จรรยา, 2555, หน้า 149) โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปหามากแล้วแบ่งออกเป็นกลุ่ม
เก่งและกลุ่มอ่อนโดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณดังนี้

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_D	แทน	ดัชนีค่าความยาก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่ผู้สอบทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่ผู้สอบทำได้ต่ำสุด

4. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้สูตรการหาดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) ของดี อาร์ ไวทนี และดีแอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Saers) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2555, หน้า 149) โดยเรียง คะแนนจากน้อยไปหามากแล้วแบ่งออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตร คำนวณดังนี้

$$D = \frac{S_u - S_l}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
	S_u	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{max}	แทน	คะแนนที่ผู้สอบทำได้สูงสุด
	X_{min}	แทน	คะแนนที่ผู้สอบทำได้ต่ำสุด

ตารางภาคผนวก ข-2 ผลแสดงการหาค่าความยาก (P_D) และค่าอำนาจจำแนก D ของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรม

รายการประเมิน	ค่าความยาก (P_D)	ค่าอำนาจจำแนก D	สรุปผล
ข้อที่ 1	0.54	0.72	ใช่
ข้อที่ 2	0.60	0.89	ใช่
ข้อที่ 3	0.49	0.62	ใช่
ข้อที่ 4	0.95	0.18	ไม่ใช่
ข้อที่ 5	0.63	0.78	ใช่
ข้อที่ 6	0.72	0.56	ใช่
ข้อที่ 7	0.67	0.43	ใช่
ข้อที่ 8	0.17	0.71	ไม่ใช่
ข้อที่ 9	0.58	0.64	ใช่
ข้อที่ 10	0.68	0.63	ใช่
ข้อที่ 11	0.61	0.58	ใช่

ตารางภาคผนวก ข-2 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าความยาก (P_o)	ค่าอำนาจจำแนก D	สรุปผล
ข้อที่ 12	0.85	0.17	ไม่ใช่

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่มีดัชนีค่าความยาก (P_o) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 ซึ่งอยู่ในระดับที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไปและมีดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งเป็นข้อสอบที่สามารถแยกระดับผู้เรียนได้โดยคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์มา 4 ข้อ

5. นำแบบทดสอบจำนวน 4 ข้อ ที่ได้คัดเลือกไว้ มาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรม โดยใช้สูตรของครอนบาค (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 158) ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right]$$

- เมื่อ
- α
- แทน
- สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (สัมประสิทธิ์แอลฟา)
- n
- แทน
- จำนวนข้อคำถาม
- $\sum S_i^2$
- แทน
- ผลรวมของความแปรปรวนของคะแนนในแต่ละข้อ
- S^2
- แทน
- ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ตารางภาคผนวก ข-3 ผลคะแนนในการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรม

คนที่	ข้อ1	ข้อ2	ข้อ3	ข้อ4	รวม
1	10	10	8	10	38
2	10	10	8	9	37
3	9	10	9	8	36
4	8	10	9	8	35
5	9	8	9	9	35

ตารางภาคผนวก ข-3 (ต่อ)

คนที่	ข้อ1	ข้อ2	ข้อ3	ข้อ4	รวม
6	6	10	9	9	34
7	9	10	5	10	34
8	10	9	7	8	34
9	8	7	10	8	33
10	8	6	7	9	30
11	8	9	6	7	30
12	6	8	7	8	29
13	8	9	6	6	29
14	10	10	6	2	28
15	8	9	3	8	28
16	7	6	7	7	27
17	6	9	6	5	26
18	5	5	10	6	26
19	7	9	2	7	25
20	10	9	0	6	25
21	4	6	8	7	25
22	6	3	7	8	24
23	5	6	7	4	22
24	2	4	7	8	21
25	5	8	4	3	20
26	7	2	6	5	20
27	6	7	3	2	18
28	5	6	4	1	16
29	1	3	4	7	15
30	2	0	8	3	13
S ²	6.14	7.44	6.04	5.83	47.06

แสดงการคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_i^2} \right]$$
$$\alpha = \frac{4}{4-1} \left[1 - \frac{25.4632}{47.0586} \right]$$
$$\alpha = 0.6118$$

นั่นคือ แบบทดสอบวัดวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.6118

2. การทดสอบสมมติฐาน

2.1 การทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องลำดับและอนุกรมโดยใช้เทคนิค KWDL กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยเลือกใช้สถิติการทดสอบค่าทีสำหรับสองกลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน (t –test for Independent Samples)

ตารางภาคผนวก ข-4 คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนเรื่องลำดับและอนุกรมของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่มควบคุม	คะแนน	กลุ่มทดลอง	คะแนน
1	22	1	38
2	30	2	32
3	24	3	25
4	28	4	30
5	34	5	28
6	30	6	30
7	28	7	33
8	30	8	26

ตารางภาคผนวก ข-4 (ต่อ)

กลุ่มควบคุม	คะแนน	กลุ่มทดลอง	คะแนน
9	20	9	29
10	23	10	31
11	26	11	35
12	22	12	30
13	23	13	28
14	31	14	31
15	26	15	30
16	36	16	36
17	27	17	39
18	25	18	30
19	21	19	34
20	31	20	31
21	28	21	34
22	29	22	35
23	24	23	32
24	28	24	34
25	27	25	35
26	26	26	31
27	25	27	33
28	27	28	19
29	18	29	34
30	25	30	27
$\overline{x}_2$	26.4666	$\overline{x}_1$	31.3333
S_2^2	16.1885	S_1^2	16.4367

พิจารณาความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่ม ดังนี้

สมมติฐานทดสอบ คือ $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

สถิติทดสอบ คือ

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$df_1 = n_1 - 1, \quad df_2 = n_2 - 1$$

เมื่อ F แทน ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบเอฟ

S_1^2 แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง

S_2^2 แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

จาก

$$S_1^2 = 16.4367, \quad S_2^2 = 16.1885$$

ดังนั้น

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{16.4367}{16.1885} = 1.0153$$

เนื่องจาก

$$F_{\frac{\alpha}{2}(n_1-1, n_2-1)} = F_{0.025(29, 29)} = 1.9390 \text{ และ } F_{0.075(29, 29)} = 0.5157$$

ดังนั้น

$$F < F_{0.025(29, 29)} \quad \text{และ} \quad F > F_{0.075(29, 29)}$$

$$1.0153 < 1.9390 \quad \text{และ} \quad 1.0153 > 0.5157$$

เพราะฉะนั้นจึงไม่ปฏิเสธ H_0 นั่นคือความแปรปรวนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนไม่แตกต่างกันการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL กับนักเรียนที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติคำนวณจากสถิติทดสอบ t-test for Independent Samples ดังนี้

สมมติฐานทดสอบ คือ $H_0: \mu_1 = \mu_2$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

สถิติทดสอบ คือ

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}}$$

และ $df = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
	$\bar{x}_1$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มทดลอง
	$\bar{x}_2$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของกลุ่มควบคุม
	S_1^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง
	S_2^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม
	n_1	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	n_2	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	df	แทน	องศาเสรี (Degrees of Freedom)

เนื่องจาก $\bar{x}_1 = 31.3333, \bar{x}_2 = 26.4666$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}}$$

$$t = \frac{31.3333 - 26.4666}{\sqrt{\frac{(29)(16.4367) + (29)(16.1885)}{58} \left[\frac{1}{30} + \frac{1}{30} \right]}}$$

$$t = \frac{4.8667}{1.0425}$$

$$t = 4.6682$$

เนื่องจาก $t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2} = t_{0.05, 58} = 1.6716$

ดังนั้น $t > t_{.05, 58}$

$$4.6682 > 1.6716$$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

2.2 การทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 เกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติ Z – test for Population Proportion

การตั้งเกณฑ์ผ่าน สำหรับคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม (28 คะแนน จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน) ซึ่งถือว่าเป็นคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับดี (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2547, หน้า 15) โดยทดสอบจำนวนนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL ที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรมผ่านเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม) กับเกณฑ์ของจำนวนนักเรียนที่ตั้งไว้คือ ร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสถิติ Z – test for Population Proportion ดังนี้

1. สมมติฐานทดสอบ คือ $H_0: \hat{p} = p_0$

$$H_1: \hat{p} > p_0$$

2. $\alpha = .05$

3. สถิติทดสอบ คือ

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนของนักเรียนที่ต้องการทดสอบ ($p_0 = 0.7$)

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\hat{p} = 0.8667$, $p_0 = 0.7$

ดังนั้น

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

$$z = \frac{0.8667 - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{30}}}$$

$$z = 1.9940$$

เนื่องจาก

$$z_\alpha = z_{0.05} = 1.645$$

ดังนั้น

$$z > z_{0.05}$$

นั่นคือ

$$1.9940 > 1.645$$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ จำนวนนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรมผ่านเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม) มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

2.3 การทดสอบสมมติฐานข้อที่ 3 คือตรวจสอบค่าดัชนีประสิทธิผลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL โดยใช้สูตรการหาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.)

ตารางภาคผนวก ข-5 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนเรื่องลำดับและอนุกรมของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน
1	12	38
2	6	32
3	9	25
4	8	30
5	3	28
6	2	30
7	4	33
8	10	26
9	7	29
10	5	31
11	3	35
12	6	30
13	4	28
14	1	31

ตารางภาคผนวก ข-5 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน
15	9	30
16	8	36
17	2	39
18	5	30
19	6	34
20	4	31
21	3	34
22	6	35
23	5	32
24	4	34
25	8	35
26	7	31
27	4	33
28	9	19
29	5	34
30	3	27
รวม	168	940

คำนวณค่าดัชนีประสิทธิผลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง
ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL โดยใช้
สูตรการหาค่าดัชนีประสิทธิผลดังนี้

$$E.I. = \frac{P_2 - P_1}{Total - P_1}$$

เมื่อ E.I. แทน ดัชนีประสิทธิผล

P_1 แทน ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน

P_2 แทน ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคน

Total แทน ผลคูณของจำนวนนักเรียนกับคะแนนเต็ม

เนื่องจาก $P_1 = 168$, $P_2 = 940$ และคะแนนเต็มคือ 40 คะแนน

จะได้
$$E.I. = \frac{940 - 168}{1200 - 168}$$

$$E.I. = 0.7480$$

ค่าดัชนีประสิทธิผลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL เป็น 0.7480 แสดงว่าผู้เรียนมีความก้าวหน้าทางพัฒนาการเรียนรู้เพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละ 74.80

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ก
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL เรื่องลำดับและอนุกรม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชา คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิต

เวลา 1 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1) หาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตได้
- 2) บอกขั้นตอนและวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตได้

1.2 ด้านทักษะ นักเรียนมีความสามารถในการ

- 1) อธิบายระบบความสัมพันธ์ของอนุกรมเรขาคณิต
- 2) คิดคำนวณและการแก้ปัญหา
- 3) เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 4) ให้เหตุผล
- 5) การสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ

1.3 ด้านคุณลักษณะ ปลูกฝังให้นักเรียน

- 1) มีความรับผิดชอบ
- 2) มีความรอบคอบ
- 3) ทำงานอย่างเป็นระบบ
- 4) มีการร่วมกิจกรรม
- 5) มีการทำงานเป็นกลุ่ม

2. สาระการเรียนรู้

- 2.1 การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
- 2.2 การนำสูตรการหาพจน์ทั่วไปมาใช้เพื่อหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
- 2.3 การคำนวณโจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิต

3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรมที่ 8 และแนวทางการเฉลยใบกิจกรรมที่ 8
- 3.2 แบบฝึกทักษะที่ 8 และแนวทางการเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

- 1. ครูทบทวนเนื้อหาเรื่องลำดับเรขาคณิตเกี่ยวกับสูตรการหาพจน์ทั่วไป
- 2. ครูทบทวนเนื้อหาเรื่องอนุกรมเรขาคณิตเกี่ยวกับสูตรการหาผลบวกพหุคูณ

จุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

- 1. ครูให้นักเรียนนั่งตามกลุ่มที่ครูแบ่งไว้แบบอิสระความสามารถ กลุ่มละ 5 – 6 คน
- 2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตและให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์

โจทย์โดยครูเขียนข้อมูลที่นักเรียนร่วมกันตอบลงในตาราง KWDL ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 วันชัยตั้งใจเก็บเงินทุกเดือน โดยเดือนแรกจะเก็บเงิน 10 บาท เดือนที่สองเก็บเงิน 20 บาท เดือนที่สามเก็บเงิน 40 บาท เดือนที่สี่เก็บเงิน 80 บาท เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ถ้าครบหกเดือนวันชัยจะมีเงินเก็บเท่าไร

วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ วันชัยตั้งใจเก็บเงินทุกเดือน โดยเดือนแรกจะเก็บเงิน 10 บาท เดือนที่สองเก็บเงิน 20 บาท เดือนที่สามเก็บเงิน 40 บาท เดือนที่สี่เก็บเงิน 80 บาท เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้ สูตรการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถ้าครบหกเดือนวันชัยจะมีเงินเก็บเท่าไร วิธีการแก้ปัญหา เขียนเงินที่เก็บแต่ละเดือนในรูปอนุกรมเรขาคณิต แล้วหาผลบวก 6 พจน์แรก

D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ ขั้นตอนการแก้ปัญหา เงินที่วันชัยเก็บได้เขียนเป็นอนุกรมได้เป็น $10 + 20 + 40 + \dots$ ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 10$ และ $r = 2$ จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ ได้ $S_6 = \frac{10(2^6 - 1)}{2 - 1}$ $= \frac{10(64 - 1)}{1}$ $= 10(63)$ $= 630$
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้ 630 สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา ในการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต ควรเขียนจำนวนเงินแต่ละเดือนในรูปอนุกรมก่อน เพื่อความสะดวกในการแทนค่าในสูตรและหาค่า r มีค่ามากกว่า 1 ให้ใช้สูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ จะสามารถคำนวณได้ง่ายกว่าสูตร $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

ขั้นฝึกทักษะอิสระ

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 8 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันวิเคราะห์โจทย์
2. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่กลุ่มของตนเองเลือกใช้จากใบกิจกรรมที่ 8
3. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้นักเรียนร่วมกันสรุปโดยครูใช้การถามตอบ
4. ครูแจกแบบฝึกทักษะที่ 8 ให้นักเรียนแต่ละคนทำโดยครูคอยแนะนำและช่วยเหลือ เมื่อนักเรียนทำเสร็จครูและนักเรียนร่วมกันสรุป

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสิ่งที่ได้จากการทำงานร่วมกัน และข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นในการทำงานของกลุ่มของแต่ละกลุ่ม

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตการณ์ตอบคำถามและการสรุปสาระสำคัญของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามและสรุปสาระสำคัญได้ถูกต้อง 80%
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 8 และแบบฝึกทักษะที่ 8	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 8 และแบบฝึกทักษะที่ 8 ได้ถูกต้อง 80%

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

กลุ่มที่ ชื่อสมาชิกในกลุ่ม.....

ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์แล้วร่วมกันวิเคราะห์ลงในตาราง KWDL

1. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์แรกเท่ากับ 5 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 ถ้าผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 605 แล้วค่าของ n เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ วิธีการแก้ปัญหาคือ
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขั้นตอนการแก้ปัญหา.....
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้..... สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา.....

2. กรตั้งใจจะออมเงินไว้ซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกจะออมไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาท ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าไร
วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ วิธีการแก้ปัญหาคือ
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขั้นตอนการแก้ปัญหา.....
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้..... สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา.....

แนวทางการเฉลยใบกิจกรรมที่ 8

ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์แล้วร่วมกันวิเคราะห์ลงในตาราง KWDL

1. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์แรกเท่ากับ 5 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 ถ้าผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 605 แล้วค่าของ n เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์แรกเท่ากับ 5 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 และผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 605 ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้ สูตรการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ n มีค่าเท่ากับเท่าไร วิธีการแก้ปัญหา แทนค่าต่าง ๆ ในสูตรการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตแล้วหาค่า n
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ $605 = \frac{5(3^n - 1)}{3 - 1}$ จาก $a_1 = 5, r = 3$ ขั้นตอนการแก้ปัญหา จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ $605 = \frac{5(3^n - 1)}{3 - 1}$ $605 = \frac{5(3^n - 1)}{2}$ $5(3^n - 1) = 1.210$ $3^n - 1 = 242$ $3^n = 243$ $3^n = 3^5$ ดังนั้น $n = 5$
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้ $n = 5$ สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา ในการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต หากค่า r มีค่ามากกว่า 1 ให้ใช้สูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ จะสามารถคำนวณได้ง่ายกว่าสูตร $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

2. กรดั่งใจจะออมนเงินไว้ซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกจะออมนไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาท ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าไร
วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ กรอมนเงินไว้ซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกจะออมนไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาท ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้ สูตรการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าไร วิธีการแก้ปัญหา เขียนจำนวนเงินแต่ละวันในรูปอนุกรมเรขาคณิตและแทนค่าต่างๆ ในสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ $S_n = \frac{20(2^7 - 1)}{2 - 1}$ ขั้นตอนการแก้ปัญหา เงินออมนของกรเขียนเป็นอนุกรมได้ คือ $20 + 40 + 80 + \dots$ ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 20$ และ $r = 2$ จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ จะได้ $S_7 = \frac{20(2^7 - 1)}{2 - 1}$ $= 20(128 - 1)$ $= 20(127)$ $= 2,540$
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้ 2,540 สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา ในการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตควรเขียนจำนวนเงินแต่ละเดือนในรูปอนุกรมก่อน เพื่อความสะดวกในการแทนค่าในสูตรและหากค่า r มีค่ามากกว่า 1 ให้ใช้สูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ จะสามารถคำนวณได้ง่ายกว่าสูตร $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

แบบฝึกทักษะที่ 8

กลุ่มที่ ชื่อสมาชิกในกลุ่ม.....

ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์แล้วร่วมกันวิเคราะห์ลงในตาราง KWDL

1. กำหนดให้อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมี n พจน์ ถ้าผลบวกทั้ง n พจน์มีค่าเท่ากับ $\frac{93}{16}$ ถ้า

อัตราส่วนร่วมมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และพจน์สุดท้ายมีค่าเท่ากับ $\frac{3}{16}$ แล้ว n มีค่าเท่าไร

วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ วิธีการแก้ปัญหาคือ
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขั้นตอนการแก้ปัญหา.....
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้..... สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา.....

2. ออกออมเก็บเงินค่าขนมวันที่ 1, 2, 3... เป็นเงิน 5, 10, 20... บาท ตามลำดับ เป็นเวลารวม 10 วัน เขจะมีเงินเก็บกี่บาท

วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ วิธีการแก้ปัญหาคือ
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขั้นตอนการแก้ปัญหา
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้ สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา

แนวทางการเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8

กลุ่มที่ ชื่อสมาชิกในกลุ่ม.....

1. กำหนดให้อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมี n พจน์ ถ้าผลบวกทั้ง n พจน์มีค่าเท่ากับ $\frac{93}{16}$ ถ้าอัตราส่วนร่วมมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และพจน์สุดท้ายมีค่าเท่ากับ $\frac{3}{16}$ แล้ว n มีค่าเท่าไร

วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมี n พจน์ . ผลบวกทั้ง n พจน์มีค่าเท่ากับ $\frac{93}{16}$ และอัตราส่วนร่วมมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และพจน์สุดท้ายมีค่าเท่ากับ $\frac{3}{16}$ ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้ สูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต และสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ n มีค่าเท่าไร วิธีการแก้ปัญหา จาก S_n และ a_n ที่โจทย์กำหนดให้ เขียนในรูปสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกและสูตรการหาพจน์ทั่วไป แล้วแก้สมการหาค่า n
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ จาก $S_n = \frac{93}{16}$ จะได้ $\frac{a_1(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{93}{16}$ และจาก $a_n = \frac{3}{16}$ จะได้ $a_1(\frac{1}{2})^{n-1} = \frac{3}{16}$ ขั้นตอนการแก้ปัญหา จาก $S_n = \frac{93}{16}$ จะได้ $\frac{a_1(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{93}{16}$ ขั้นตอนการแก้ปัญหา จาก $2a_1(1 - (\frac{1}{2})^n) = \frac{93}{16}$ -----(1) และจาก $a_n = \frac{3}{16}$ จะได้ $a_1(\frac{1}{2})^{n-1} = \frac{3}{16}$ -----(2)

D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการ แก้ปัญหา (ต่อ)	$\frac{(1)}{(2)}: \frac{2a_1(1-(\frac{1}{2})^n)}{a_1(\frac{1}{2})^{n-1}} = \left(\frac{93}{16}\right)\left(\frac{16}{3}\right)$ $\frac{2(1-(\frac{1}{2})^n)}{(\frac{1}{2})^{n-1}} = 31$ $\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{(\frac{1}{2})^{n-1}} = \frac{31}{2}$ $2^{n-1} - \frac{1}{2} = \frac{31}{2}$ $2^{n-1} = \frac{31}{2} + \frac{1}{2}$ $2^{n-1} = \frac{32}{2} = 16$ $2^{n-1} = 2^4$ $n-1 = 4$ $n = 5$
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการ แก้ปัญหา	คำตอบที่ได้ $n = 5$ สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา จากโจทย์เรารู้ว่าค่า r การจะหาค่า n ต้องนำค่า S_n และ a_n มาเขียนในรูปสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกและสูตรการหาพจน์ทั่วไป ตามลำดับ แล้วนำสองสมการนี้มาแก้สมการเพื่อหาค่า n โดยการแก้สมการต้องใช้วิธีการหารเพื่อกำจัดค่า a_1 และจะได้เหลือเฉพาะตัวแปร n

2. อุดออมเก็บเงินค่าขนมวันที่ 1, 2, 3.... เป็นเงิน 5, 10, 20.... บาท ตามลำดับ เป็นเวลารวม 10 วัน เขามีเงินเก็บกี่บาท

วิธีทำ

K โจทย์บอกอะไรมาให้บ้าง	สิ่งที่โจทย์บอกมาให้ อุดออมเก็บเงินค่าขนมวันที่ 1, 2, 3.... เป็นเงิน 5, 10, 20.... บาท ตามลำดับ ความรู้เดิมที่ต้องนำไปใช้ สูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
W โจทย์ต้องการทราบอะไร การวางแผนแก้ปัญหา	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ รวม 10 วัน อุดออมจะมีเงินเก็บกี่บาท วิธีการแก้ปัญหา เขียนเงินที่เก็บแต่ละวันในรูปอนุกรมเรขาคณิตแล้วหาผลบวก 10 พจน์แรก
D ดำเนินการแก้ปัญหา แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา	แสดงเป็นประโยคสัญลักษณ์ $S_{10} = \frac{5(r^{10} - 1)}{r - 1}$ ขั้นตอนการแก้ปัญหา เงินค่าขนมเขียนเป็นอนุกรมได้ คือ $5 + 10 + 20 + \dots$ ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 5$ และ $r = 2$ จาก $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ จะได้ $S_{10} = \frac{5(2^{10} - 1)}{2 - 1}$ $= 5(1.024 \cdot 1)$ $= 5(1.023)$ $= 5.115$
L คำตอบที่ได้คืออะไร สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา	คำตอบที่ได้ 5.115 สิ่งที่ได้จากการแก้ปัญหา ในการหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตควรเขียนจำนวนเงินแต่ละวันในรูปอนุกรมก่อน เพื่อความสะดวกในการแทนค่าในสูตรและหาค่า r มีค่ามากกว่า 1 ให้ใช้สูตร $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ จะสามารถคำนวณได้ง่ายกว่าสูตร $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องลำดับและอนุกรม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชา คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิต

เวลา 1 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1) หาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตได้
- 2) บอกขั้นตอนและวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตได้

1.2 ด้านทักษะ นักเรียนมีความสามารถในการ

- 1) อธิบายระบบความสัมพันธ์ของอนุกรมเรขาคณิต
- 2) คิดคำนวณและการแก้ปัญหา
- 3) เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 4) ให้เหตุผล

1.3 ด้านคุณลักษณะ ปลูกฝังให้นักเรียน

- 1) มีความรับผิดชอบ
- 2) มีความรอบคอบ
- 3) ทำงานอย่างเป็นระบบ

2. สาระการเรียนรู้

- 2.1 การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
- 2.2 การนำสูตรการหาพจน์ทั่วไปมาใช้เพื่อหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
- 2.3 การคำนวณโจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิต

3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรมที่ 8 และแนวทางการเฉลยใบกิจกรรมที่ 8
- 3.2 แบบฝึกทักษะที่ 8 และแนวทางการเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเนื้อหาเรื่องลำดับเรขาคณิตเกี่ยวกับสูตรการหาพจน์ทั่วไป
2. ครูทบทวนเนื้อหาเรื่องอนุกรมเรขาคณิตเกี่ยวกับสูตรการหาผลบวกพจน์รวม

จุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตและให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 วันชัยตั้งใจเก็บเงินทุกเดือน โดยเดือนแรกจะเก็บเงิน 10 บาท เดือนที่สองเก็บเงิน 20 บาท เดือนที่สามเก็บเงิน 40 บาท เดือนที่สี่เก็บเงิน 80 บาท เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ถ้าครบหกเดือนวันชัยจะมีเงินเก็บเท่าไร

วิธีทำ

เงินที่วันชัยเก็บได้เขียนเป็นอนุกรมได้เป็น $10 + 20 + 40 + \dots$

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 10$ และ $r = 2$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{ได้ } S_n = \frac{10(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$= \frac{10(64 - 1)}{1}$$

$$= 10(63)$$

$$= 630$$

2. ให้นักเรียนทำโจทย์เพิ่มเติมในใบกิจกรรมที่ 8 โดยครูช่วยดูแลและแนะนำนักเรียน
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 8 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วจึงเฉลยในกระดานดำ

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงสิ่งที่ได้จากการทำตัวอย่างนี้เป็นหลักการทำโจทย์ปัญหา

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตการตอบคำถามและการสรุปสาระสำคัญของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามและสรุปสาระสำคัญได้ถูกต้อง 80%
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 8 และแบบฝึกทักษะที่ 8	2. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 8 และแบบฝึกทักษะที่ 8 ได้ถูกต้อง 80%

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ใบกิจกรรมที่ 8

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

1. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์แรกเท่ากับ 5 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 ถ้าผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 605 แล้วค่าของ n เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ.....

2. กรดตั้งใจจะออมเงินไว้ซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกจะออมไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาท ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าไร

วิธีทำ.....

แนวทางการเฉลยใบกิจกรรมที่ 8

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

1. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์แรกเท่ากับ 5 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 ถ้าผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 605 แล้วค่าของ n เท่ากับเท่าไร

วิธีทำ

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$605 = \frac{5(3^n - 1)}{3 - 1}$$

$$605 = \frac{5(3^n - 1)}{2}$$

$$5(3^n - 1) = 1.210$$

$$3^n - 1 = 242$$

$$3^n = 243$$

$$3^n = 3^5$$

$$\text{ดังนั้น } n = 5$$

2. กรตั้งใจจะออมเงินไว้ซื้อเครื่องกีฬา โดยวันแรกจะออมไว้ 20 บาท วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาท ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 7 วัน เมื่อครบ 7 วันเขาจะมีเงินเท่าไร

วิธีทำ

เงินออมของการเขียนเป็นอนุกรมได้ คือ

$$20 + 40 + 80 + \dots \text{ ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี } a_1 = 20 \text{ และ } r = 2$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{จะได้ } S_7 = \frac{20(2^7 - 1)}{2 - 1}$$

$$= 20(128 - 1)$$

$$= 20(127)$$

$$= 2.540$$

แบบฝึกทักษะที่ 8

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. กำหนดให้อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมี n พจน์ ถ้าผลบวกทั้ง n พจน์มีค่าเท่ากับ $\frac{93}{16}$ ถ้า

อัตราส่วนรวมมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และพจน์สุดท้ายมีค่าเท่ากับ $\frac{3}{16}$ แล้ว n มีค่าเท่าไร

วิธีทำ

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036 1037 1038 1039 1040 1

.....

.....

.....

#####

#####

[illegible]

แนวทางการเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. กำหนดให้อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมี n พจน์ ถ้าผลบวกทั้ง n พจน์มีค่าเท่ากับ $\frac{93}{16}$ ถ้าอัตราส่วนร่วมมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และพจน์สุดท้ายมีค่าเท่ากับ $\frac{3}{16}$ แล้ว n มีค่าเท่าไร

วิธีทำ จาก $S_n = \frac{93}{16}$ จะได้ $\frac{a_1(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{93}{16}$

$$2a_1(1-(\frac{1}{2})^n) = \frac{93}{16} \text{ -----(1)}$$

และจาก $a_n = \frac{3}{16}$ จะได้ $a_1(\frac{1}{2})^{n-1} = \frac{3}{16} \text{ -----(2)}$

$$\frac{(1)}{(2)}; \frac{2a_1(1-(\frac{1}{2})^n)}{a_1(\frac{1}{2})^{n-1}} = \left(\frac{93}{16}\right)\left(\frac{16}{3}\right)$$

$$\frac{2(1-(\frac{1}{2})^n)}{(\frac{1}{2})^{n-1}} = 31$$

$$\frac{1}{(\frac{1}{2})^{n-1}} - \frac{(\frac{1}{2})^n}{(\frac{1}{2})^{n-1}} = \frac{31}{2}$$

$$2^{n-1} - \frac{1}{2} = \frac{31}{2}$$

$$2^{n-1} = \frac{31}{2} + \frac{1}{2}$$

$$2^{n-1} = \frac{32}{2} = 16$$

$$2^{n-1} = 2^4$$

$$n-1 = 4$$

$$n = 5$$

2. ออกออมเก็บเงินค่าขนมวันที่ 1, 2, 3, ... เป็นเงิน 5, 10, 20, ... บาท ตามลำดับ เป็นเวลารวม 10 วัน เขามีเงินเก็บ

กี่บาท

วิธีทำ เงินค่าขนมเขียนเป็นอนุกรมได้ คือ $5 + 10 + 20 + \dots$

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 5$ และ $r = 2$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{จะได้ } S_{10} = \frac{5(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$= 5(1,024 - 1)$$

$$= 5(1,023)$$

$$= 5,115$$

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องลำดับและอนุกรม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดโดยแสดงตามขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอน

1. ไม้ก่องหนึ่งวางซ้อนกันในแนวระดับเป็นชั้นๆ แต่ละชั้นมีจำนวน ไม้มากกว่าชั้นถัดขึ้นไปอยู่ 5 ท่อน ถ้าจำนวนไม้ชั้นบนสุดมี 57 ท่อน และชั้นติดพื้นดินมี 182 ท่อน จงหาว่าไม้ก่องนี้มีกี่ชั้น
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

การวางแผนแก้ปัญหา.....

การดำเนินการแก้ปัญหา.....

การตรวจสอบคำตอบ.....

2. คนสามคนอายุ 10, 18 และ 30 ปี จงหาว่าอีกกี่ปีอายุของคนทั้งสามจะเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

การวางแผนแก้ปัญหา.....

การดำเนินการแก้ปัญหา.....

การตรวจสอบคำตอบ.....

3. จงหาผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

[illegible]

.....

การวางแผนแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

การดำเนินการแก้ไข.....

.....

.....

การตรวจสอบคำตอบ.....

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z = **1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32**

.....

[illegible]

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015 1016 1017 1018 1019 1020 1021 1022 1023 1024 1025 1026 1027 1028 1029 1030 1031 1032 1033 1034 1035 1036 1037 1038 1039 1040 1

4. นิคหน้อยเก็บเงินใส่กล่องทุกวัน วันแรกใส่กล่อง 1 บาท วันที่สองใส่กล่องเป็นสองเท่าของวันแรก วันที่สามใส่กล่องเป็นสองเท่าของวันที่สอง ทำอย่างนี้เรื่อย ๆ ทุกวัน เมื่อครบ 12 วัน นิคหน้อยจะมีเงินในกล่องกี่บาท

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

การวางแผนแก้ปัญหา.....

การดำเนินการแก้ปัญหา.....

การตรวจสอบคำตอบ.....

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่องลำดับและอนุกรม

1. ไม้กองหนึ่งวางซ้อนกันในแนวระดับเป็นชั้นๆ แต่ละชั้นมีจำนวนไม้มากกว่าชั้นถัดขึ้นไปอยู่ 5 ท่อน ถ้าจำนวนไม้ชั้นบนสุดมี 57 ท่อน และชั้นติดพื้นดินมี 182 ท่อน จงหาว่าไม้กองนี้มีกี่ชั้น

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โจทย์กำหนดให้ : ไม้ชั้นล่างสุดมีไม้ 182 ท่อน
ชั้นบนสุดมี 57 ท่อน และแต่ละชั้นมีจำนวนไม้มากกว่าชั้นถัดขึ้นไปอยู่ 5 ท่อน
โจทย์ต้องการทราบ : ไม้กองนี้มีกี่ชั้น

การวางแผนแก้ปัญหา เขียนจำนวนไม้แต่ละชั้นในรูปลำดับ แล้วแทนค่าในสูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตเพื่อหาค่า n

การดำเนินการแก้ปัญหา เขียนไม้แต่ละชั้นในรูปลำดับได้เป็น 57, 62, 67, 182

ซึ่งเป็นลำดับเลขคณิตที่มี $a_1 = 57, a_n = 182$ และ $d = 5$

จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$

ได้ $182 = 57 + (n-1)5$

$125 = (n-1)5$

$25 = n-1$

$n = 26$

การตรวจสอบคำตอบ คำตอบคือมีไม้ 26 ชั้น แสดงว่า จากชั้นบนสุดไปถึงชั้นล่างสุด ต้องบวกไม้ 5 ท่อน จำนวน 25 ครั้ง (รวมชั้นบนสุดแล้วไม่มี 26 ชั้น) จึงจะได้จำนวนไม้เท่ากับ ไม้ชั้นล่างสุด

นั่นคือ $57 + (5 \times 25) = 182$

เราได้ว่า 182 มีค่าเท่ากับไม้ชั้นล่างสุด ซึ่งตรงกับโจทย์

ดังนั้น ไม้กองนี้มี 26 ชั้น

2. คนสามคนอายุ 10, 18 และ 30 ปี จงหาว่าอีกกี่ปีอายุของคนทั้งสามจะเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โจทย์กำหนดให้ : มีคนสามคนอายุ 10, 18 และ 30 ปี โจทย์ต้องการทราบ : อีกกี่ปีอายุของคนทั้งสามจะเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต

การวางแผนแก้ปัญหา ให้อีก x ปี อายุของคนทั้งสามจะเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต จะได้ลำดับ $10 + x, 18 + x, 30 + x$ เป็นลำดับเรขาคณิต จากนั้นจึงดำเนินการหาค่า x

การดำเนินการแก้ปัญหา ให้อีก x ปี อายุของคนทั้งสามจะเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต

จะได้ลำดับ $10 + x, 18 + x, 30 + x$ เป็นลำดับเรขาคณิต

$$\text{ดังนั้น } \frac{18+x}{10+x} = \frac{30+x}{18+x}$$

$$(18+x)^2 = (30+x)(10+x)$$

$$x^2 + 36x + 324 = x^2 + 40x + 300$$

$$24 = 4x$$

$$x = 6$$

ดังนั้น อีก 6 ปี อายุของคนทั้งสามจะเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต

การตรวจสอบคำตอบ นำ 6 บวกอายุของคนทั้งสาม

ได้เป็นลำดับ $10 + 6, 18 + 6, 30 + 6$ หรือ ลำดับ 16, 24, 36

ลำดับที่ได้เป็นลำดับเรขาคณิตตรงกับที่โจทย์ต้องการและมี $r = \frac{3}{2}$

ดังนั้น คำตอบคือ อีก 6 ปี อายุของคนทั้งสามจะเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต

3. จงหาผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โจทย์กำหนดให้ : มีจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600
 โจทย์ต้องการทราบ : ผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600

การวางแผนแก้ปัญหา เขียนผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600 ในรูปอนุกรมแล้วหาผลบวก โดยใช้สูตรการหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

การดำเนินการแก้ปัญหา เขียนผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600 ในรูปอนุกรม ได้เป็น
 $12 + 14 + 16 + \dots + 600$ ซึ่งเป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี $a_1 = 12, a_n = 600$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จะได้ } 600 = 12 + (n-1)(2)$$

$$588 = (n-1)(2)$$

$$294 = n-1$$

$$n = 295$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_{295} = \frac{295}{2}(12 + 600)$$

$$= \frac{295}{2}(612)$$

$$= 295(306)$$

$$= 90.270$$

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600 คือ 90.270

การตรวจสอบคำตอบ

$$\text{จาก } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\text{แทนค่า } S_{295} \text{ ด้วย } 90.270 \text{ ได้ } 90.270 = \frac{295}{2}[2a_1 + (295-1)(2)]$$

$$90.270\left(\frac{2}{295}\right) = [2a_1 + (294)(2)]$$

$$612 = 2a_1 + 588$$

$$2a_1 = 24$$

$$a_1 = 12$$

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 12 ถึง 600 คือ 90.270

4. นิดหน้อยเก็บเงินใส่กล่องทุกวัน วันแรกใส่กล่อง 1 บาท วันที่สองใส่กล่องเป็นสองเท่าของเงินที่ใส่กล่องวันแรก วันที่สามใส่กล่องเป็นสองเท่าของเงินที่ใส่กล่องวันที่สอง ทำอย่างนี้เรื่อย ๆ ทุกวัน เมื่อครบ 12 วัน นิดหน้อยจะมีเงินในกล่องกี่บาท

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โจทย์กำหนดให้ : นิดหน้อยเก็บเงินใส่กล่อง โดยวันแรกใส่กล่อง 1 บาท วันที่สองใส่กล่องเป็นสองเท่าของเงินที่ใส่กล่องวันแรก วันที่สามใส่กล่องเป็นสองเท่าของเงินที่ใส่กล่องวันที่สอง ทำอย่างนี้เรื่อย ๆ ทุกวัน
 โจทย์ต้องการทราบ : เมื่อครบ 12 วัน นิดหน้อยจะมีเงินในกล่องกี่บาท

การวางแผนแก้ปัญหา เขียนจำนวนจำนวนเงินที่ใส่กล่องแต่ละวันในรูปอนุกรม แล้วหาผลบวกของอนุกรมที่ได้

การดำเนินการแก้ปัญหา

วันที่ 1 เอาเงินใส่กล่อง	1 บาท
วันที่ 2 เอาเงินใส่กล่อง	$1(2) = 2^1$ บาท
วันที่ 3 เอาเงินใส่กล่อง	$2(2) = 2^2$ บาท
วันที่ 4 เอาเงินใส่กล่อง	$(2)(2)(2) = 2^3$ บาท

⋮

เขียนในรูปอนุกรมได้ $1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots$

ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1, r = 2$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{จะได้ } S_{12} = \frac{1[2^{12} - 1]}{2 - 1}$$

$$= 4.096 - 1$$

$$= 4.095$$

ดังนั้น เมื่อครบ 12 วัน นิดหน้อยจะมีเงินในกล่อง 4.095 บาท

การตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{จาก } S_n &= \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \\ \text{จะได้ } 4.095 &= \frac{a_1[2^{12} - 1]}{2 - 1} \\ 4.095 &= a_1(4.096 - 1) \\ 4.095 &= a_1(4.095) \\ a_1 &= 1 \quad \text{จริง} \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อครบ 12 วัน นิดน้อยจะมีเงินในกล่อง 4.095 บาท

หรือ

บวกเงินที่ใส่กล่องทั้ง 12 วันได้เป็น

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1.024 + 2.048 = 4.095$$

ดังนั้น เมื่อครบ 12 วัน นิดน้อยจะมีเงินในกล่อง 4.095 บาท